

КУЛОНОВСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ  
И РЕАКЦИИ МЕЖДУ  
СЛОЖНЫМИ ЯДРАМИ

Б. Н. Калинин

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ, ДУБНА

## А Н Н О Т А Ц И Я

Введение в строй ускорителей тяжелых ионов, способных давать интенсивные пучки практически всех ядер периодической таблицы, в ближайшем будущем обеспечит возможность изучать реакции, протекающие между тяжелыми ядрами.

Интерпретация этих реакций поставит ряд новых проблем перед теорией. Например, уже сейчас в научной литературе широко обсуждается вопрос о возможном влиянии мощного кулоновского взаимодействия, возникающего между такими ядрами, на общую динамику их столкновения и на ход различных процессов.

В данном обзоре представлены результаты работ, посвященных этой теме. Это прежде всего исследования, в которых изучено влияние кулоновского поля на форму ядер. В них показано, что возникновение динамической деформации может привести не только к существенным изменениям в развитии процессов известного типа (упругое и неупругое рассеяние, реакции передачи, образование и распад составного ядра), но и к появлению качественно новых процессов (например, кулоновского деления).

## A B S T R A C T

Putting into operation of new heavy-ion accelerators capable of giving intensive beams of almost all nuclei of the Periodic Table will make it possible in the nearest future to investigate reactions proceeding between heavy nuclei.

The interpretation of these reactions will give rise to a number of theoretical problems. For example, just now one extensively discusses the problem of a possible effect of the powerful Coulomb forces between nuclei upon the general dynamics of their collisions and the behaviour of various processes.

The results of the work on the related problems are summarized in the present review. These are, first of all, investigations dealing with the Coulomb field effects on the nuclear shape. It is shown that the dynamical deformation effects may lead not only to some essential changes in processes of the usual type, like elastic and inelastic scattering, transfer reactions, formation and decay of compound nuclei, but also to qualitatively new processes like Coulomb fission.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Новая область ядерной физики — изучение процессов с участием тяжелых ионов — развивается в последние годы исключительно бурными темпами. Первая реакция некоторых исследователей на появление этого направления как на нечто экзотическое прошла, и эта область заняла прочное положение в ряду средств исследования ядра.

В самом деле, несмотря на довольно короткую историю существования, «физика тяжелых ионов» во многих случаях более эффективна по сравнению с обычными реакциями. Широко известна роль реакций между сложными ядрами в извлечении спектроскопической информации о ядре (метод кулоновского возбуждения), в синтезе новых ядер в трансурановой области (реакции слияния ядер), в синтезе тяжелых изотопов легких элементов (реакции мультинуклонной передачи) и т. д. Это вовсе не означает, что новая область перекрывает возможности традиционных направлений. Речь идет о прекрасном дополнении к прежним методам экспериментального исследования, открывающем новые возможности.

Развитие новой области продолжается. Если в настоящее время ускорители дают интенсивные пучки тяжелых ионов с зарядом до  $Z = 18 \div 20$  и предпринимаются попытки ускорять ядра с  $Z = 54$ , то в ближайшее время ситуация, по-видимому, сильно изменится: планируются и строятся ускорители, способные давать пучки ядер практически всех элементов периодической таблицы. Это позволяет надеяться, что в ближайшем будущем станет реальным исследование качественно новых процессов.

Очевидно, что для их теоретического анализа совершенно недостаточно использовать методы, развитые для описания более простых процессов, протекающих при взаимодействии нуклона или  $\gamma$ -кванта с ядром.

Среди факторов, обуславливающих возникновение нового качества, в первую очередь следует отметить большую величину кулоновского взаимодействия. О ней можно получить представление, если провести грубую оценку высоты кулоновского барьера для системы, состоящей из двух ядер урана. Барьер в этом случае приближенно равен  $0,8 \text{ Гэв}$ . Это огромная энергия, даже если пользоваться масштабами, характерными для интенсивности ядерных сил.

Естественно, что наличие мощных кулоновских сил не может не сказаться на характере процесса столкновения. А это, в свою очередь, должно проявиться в ядерных реакциях.

В данном обзоре изложены основные результаты теоретических работ, посвященных хотя и ограниченной, но очень важной проблеме учета мощного кулоновского поля, возникающего при сближении двух ядер. В основном речь будет идти о возможных искажениях формы ядер, обусловленных кулоновским полем, и о следствиях, вытекающих из этого эффекта.

## 2. КВАЗИСТАТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Впервые вопрос об искажении формы атомных ядер (в современной литературе этот эффект называют иногда кулоновской дисторсией) был рассмотрен Брайтом [1]. Затем он был исследован более корректно Гейликманом [2]. Ему посвящены также недавние работы Вонга, Иенсена и других [3]. Большая часть этих исследований основана на так называемом квазистатическом приближении. Суть этого приближения заключается в допущении, что изменение во времени внешнего поля, индуцированного налетающим ядром, происходит настолько медленно, что ядро-мишень за время столкновения  $\tau_{ст}$  «успекает» следить на каждом этапе за этим изменением. Условием, когда реализуется такая ситуация, является выполнение следующего неравенства:

$$\tau_{осц}/\tau_{ст} \ll 1, \quad (2.1)$$

где  $\tau_{осц}$  — период колебаний формы ядра-мишени. Разумеется, аналогичное условие должно выполняться и для налетающего ядра. Квазистатическое приближение означает, таким образом, что сталкивающиеся ядра могут приобретать определенную деформацию, оставаясь при этом «холодными», т. е. вероятность их перехода в возбужденные состояния пренебрежимо мала. Строго говоря, подобное положение редко осуществляется в действительности. Однако, имея в виду большую наглядность картины процесса в этом пределе и его важность для дальнейшего изучения эффекта, полезно рассмотреть его достаточно подробно. В основу этого раздела мы положим работу [2].

При первоначальном изучении целесообразно рассматривать изменение формы двух сталкивающихся ядер. Перераспределением их зарядов (поляризацией) можно пренебречь. Действительно, для перераспределения зарядов необходимо затратить значительно больше энергии (порядка 15—20 Мэв), что соответствует энергии гигантского дипольного резонанса. Энергия же поверхностных квадрупольных колебаний составляет всего около 1 Мэв.

Для простоты будем считать, что форма сталкивающихся ядер на больших расстояниях сферическая и, кроме того, отклонения от сферы на расстоянии наибольшего сближения малы. Тогда можно записать

$$R_i(\theta_i) = R_{0i} \left[ 1 + \sum_{\lambda=0}^{\infty} \alpha_{\lambda}^{(i)} P_{\lambda}(\cos \theta_i) \right], \quad (2.2)$$

где  $i = 1, 2$ ;  $R_{0i} = r_{0i} A_i^{1/3}$ ;  $\alpha_{\lambda} \ll 1$ .

Используя условия постоянства объема и сохранения положения центров инерции ядер, можно выразить параметры  $\alpha_0$  и  $\alpha_1$  через остальные  $\alpha_\lambda$ :

$$\alpha_0^{(i)} = - \sum_{\lambda=2} [\alpha_\lambda^{(i)}]^2 / (2\lambda + 1); \quad (2.3)$$

$$\alpha_1^{(i)} = -9 \sum_{\lambda=2} \frac{\lambda + 1}{(2\lambda + 1)(2\lambda + 3)} \alpha_\lambda^{(i)} \alpha_{\lambda+1}^{(i)}. \quad (2.4)$$

Искажение формы сближающихся ядер, описываемое параметрами  $\alpha_\lambda^{(i)}$ , обусловлено наличием мощных кулоновских сил. Величина этих сил, в свою очередь, зависит от формы распределения заряда в ядрах, совпадающей, по предположению, с формой распределения их массы.

Предположение о квазистатическом характере процесса позволяет произвести вычисление значений параметров  $\alpha_\lambda^{(i)}$ . Для этой

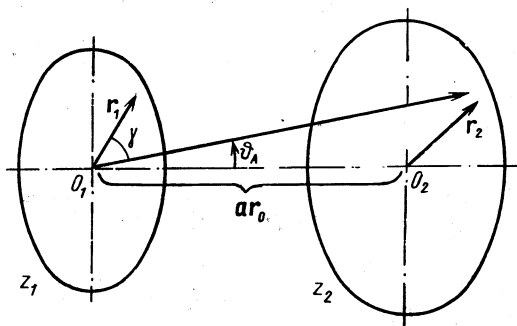


Рис. 1. Выбор координат в системе двух ядер.

цели необходимо при каждом фиксированном значении расстояния между ними  $R$  отыскать  $\alpha_\lambda^{(i)}$ , обеспечивающие минимальную величину энергии, являющуюся суммой энергий деформаций обоих ядер  $U_{дi}$  и энергии их взаимодействия:

$$U = U_{д1} + U_{д2} + U_{вв}. \quad (2.5)$$

Воспользуемся простейшей возможностью и выразим энергию деформации ядра по каплевой модели. Тогда в квадратичном приближении по  $\alpha_\lambda$  при  $\lambda \leq 3$  получим

$$U_{дi} = \frac{e^2}{r_{0i}} \left\{ \frac{3}{25} (\epsilon_i A_i^{2/3} - Z_i^2 / A_i^{1/3}) [\alpha_2^{(i)}]^2 + \frac{3}{14} (\epsilon_i A_i^{2/3} - \frac{4}{7} Z_i^2 / A_i^{1/3}) [\alpha_3^{(i)}]^2 \right\}, \quad (2.6)$$

где  $\epsilon_i = 40\pi r_0^3 \sigma_i / 3e^2$  — коэффициент поверхностного натяжения.

Вычисление энергии взаимодействия двух ядер несколько сложнее. Рассмотрим сначала потенциальную энергию второго ядра

в поле первого:

$$U_2 = \frac{1}{2} \int \rho_2(r_2) \Phi_1(r_A) dv_2; \quad \mathbf{r}_A = \mathbf{ar}_0 + \mathbf{r}_2, \quad (2.7)$$

$\Phi_1$  — потенциал, создаваемый первым ядром, внутри объема второго. Рис. 1 поясняет введенные обозначения.

Разлагая потенциал  $\Phi_1(|\mathbf{ar}_0 + \mathbf{r}_2|)$  в ряд по степеням  $x_2$ ,  $y_2$  и  $z_2$ , имеем

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{3}{2} \cdot \frac{z_2 e}{4\pi R_{02}^3} \left\{ \Phi_1(ar_0) \frac{4\pi R_{02}^3}{3} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z_2^2} \right)_{r_2=0} \cdot \int_{v_2} (z_2^2 - x_2^2) dv_2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{6} \left( \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial z_2^3} \right)_{r_2=0} \cdot \int_{v_2} (z_2^3 - 3z_2 x_2^2) dv_2 \right\} = \\ &= \frac{z_2 e}{2} \left\{ \Phi_1(ar_0) + \frac{3}{10} \left( \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z_2^2} \right)_{r_2=0} \cdot R_{02}^2 \left( \alpha_2^{(2)} + \frac{4}{7} [\alpha_2^{(2)}]^2 + \frac{8}{21} [\alpha_3^{(2)}]^2 \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{14} \left( \frac{\partial^3 \Phi_1}{\partial z_2^3} \right)_{r_2=0} \cdot R_{02}^3 \left( \alpha_3^{(2)} + \frac{4}{3} \alpha_2^{(2)} \alpha_3^{(2)} \right) \right\}. \quad (2.8) \end{aligned}$$

Для дальнейших вычислений необходимо определить потенциал  $\Phi_1(r_A)$ . Имеем

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \int_{v_1} \frac{\rho_1 dv_1}{r_A (1 - 2 \cos \vartheta_1 r_1/r_A + (r_1/r_A)^2)^{1/2}} = \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{z_1 e}{R_{01}^3} \sum_{\lambda=0}^{\infty} \int_{v_1} \frac{r_1^{\lambda+2}}{r_A^{\lambda+1}} d \cos \vartheta_1 dr_1 P_\lambda(\cos \vartheta_1) P_\lambda(\cos \vartheta_A) = \\ &= \frac{z_1 e}{r_A} \left\{ 1 + \frac{3}{5} \cdot \frac{R_{01}^2}{r_A^2} \left( \alpha_2^{(1)} + \frac{4}{7} [\alpha_2^{(1)}]^2 \right) + \frac{8}{21} [\alpha_3^{(1)}]^2 \cdot P_2(\cos \vartheta_A) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{3}{7} \cdot \frac{R_{01}^3}{r_A^3} \left( \alpha_3^{(1)} + \frac{4}{3} \alpha_2^{(1)} \alpha_3^{(1)} \right) P_3(\cos \vartheta_A) + \frac{18}{35} \cdot \frac{R_{01}^4}{r_A^4} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left( [\alpha_2^{(1)}]^2 + \frac{5}{11} [\alpha_3^{(1)}]^2 \right) P_4(\cos \vartheta_A) + \frac{10}{11} \cdot \frac{R_{01}^5}{r_A^5} \alpha_2^{(1)} \alpha_3^{(1)} P_5(\cos \vartheta_A) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1200}{3003} \cdot \frac{R_{01}^6}{r_A^6} [\alpha_3^{(1)}]^2 \cdot P_6(\cos \vartheta_A) \right\}, \quad (2.9) \end{aligned}$$

причем  $r_A = (r_0^2 a^2 + r_2^2 - 2r_0 a z_2)^{1/2}$ ;  $\cos \vartheta_A = (ar_0 - z_2)/r_A$ . Используя выражение (2.9) и тождество

$$\frac{\partial}{\partial z_2} (P_\lambda(\cos \vartheta_A)/r_A^{\lambda+1}) = \frac{\lambda+1}{r_A^{\lambda+2}} P_{\lambda+1}(\cos \vartheta_A),$$

можно найти  $\partial^2 \Phi_1 / \partial z_2^2$  и  $\partial^3 \Phi_2 / \partial z_2^3$ . Например, для  $\partial^2 \Phi_1 / \partial z_2^2$  получим

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z_2^2} = \frac{3z_1 e}{r_A^3} \left\{ \frac{2}{3} P_2(\cos \vartheta_A) + \frac{12}{5} \cdot \frac{P_4(\cos \vartheta_A) R_{01}^2}{r_A^2} \left( \alpha_2^{(1)} + \frac{4}{7} [\alpha_2^{(1)}]^2 + \right. \right.$$



Матрица, составленная из коэффициентов  $\gamma_{ih}$ , симметрична, причем  $\gamma_{14} = \gamma_{41} = \gamma_{23} = \gamma_{32} = 0$ . Значения остальных коэффициентов следующие:

$$\begin{aligned}
 \gamma_{11} &= 2,4 \left\{ \left[ 0,57 + 0,286 \left( 1 + 1,5 \frac{R_{01}^2}{R^2} \right) \right] \frac{R_{01}^2}{R^2} + \right. \\
 &\quad \left. + 0,2 \frac{R}{r_{01}} \cdot \frac{1}{z_1 z_2} (\epsilon_1 A_1^{2/3} - z_1^2 / A_1^{1/3}) \right\}; \\
 \gamma_{22} &= 2,4 \left\{ \left[ 0,57 + 0,286 \left( 1 + 1,5 \frac{R_{02}^2}{R^2} \right) \right] \frac{R_{02}^2}{R^2} + \right. \\
 &\quad \left. + 0,2 \frac{R}{r_{02}} \times \frac{1}{z_1 z_2} (\epsilon_2 A_2^{2/3} - z_2^2 / A_2^{1/3}) \right\}; \\
 \gamma_{33} &= 0,57 \left\{ 0,8 + 2,42 \frac{R_{01}^2}{R^2} + 1,4 \frac{R_{04}^2}{R^4} + \right. \\
 &\quad \left. + 1,5 \frac{R}{r_{01}} \cdot \frac{1}{z_1 z_2} (\epsilon_1 A_1^{2/3} - 0,57 z_1^2 / A_1^{1/3}) \right\}; \\
 \gamma_{44} &= 0,57 \left\{ 0,8 + 2,42 \frac{R_{02}^2}{R^2} + 1,4 \frac{R_{04}^2}{R^4} + \right. \\
 &\quad \left. + 1,5 \frac{R}{r_{02}} \cdot \frac{1}{z_1 z_2} (\epsilon_2 A_2^{2/3} - 0,57 z_2^2 / A_2^{1/3}) \right\}; \\
 \gamma_{12} &= 3,6 \left[ 1,2 + 0,72 \left( \frac{R_{01}}{R} + \frac{R_{02}}{R} \right) \right] \frac{R_{01}^2}{R^2} \cdot \frac{R_{02}^2}{R^2}; \\
 \gamma_{13} &= 0,57 \frac{R_{02}^2}{R^3} + \left( 0,57 + 0,91 \frac{R_{01}^2}{R^2} \right) \frac{R_{01}^3}{R^3}; \\
 \gamma_{24} &= 0,57 \frac{R_{01}^2}{R^3} + \left( 0,57 + 0,91 \frac{R_{02}^2}{R^2} \right) \frac{R_{02}^3}{R^3}; \\
 \gamma_{34} &= 2,57 \left[ \left( 1 + 1,43 \frac{R_{01}}{R} \right) \frac{R_{01}^5}{R^5} + \left( 1 + 1,43 \frac{R_{02}}{R} \right) \frac{R_{02}^5}{R^5} \right]; \\
 \delta_1 &= 1,2 \frac{R_{01}^2}{R^2}; \quad \delta_2 = 1,2 \frac{R_{02}^2}{R^2}; \\
 \delta_3 &= \delta_4 = 0,43 \left( \frac{R_{01}^3}{R^3} + \frac{R_{02}^3}{R^3} \right).
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

В формулах (2.14) учтена возможность отличать  $r_{01}$  и  $r_{02}$  для разных ядер.

Решив систему уравнений (2.13), можно получить значения параметров деформации  $\alpha_\lambda^{(i)}$  для каждого  $R$ -расстояния между данными ядрами. Минимальное расстояние  $R_{\text{мин}}$ , при котором на ядра действуют только кулоновские силы, очевидно:

$$R_{\text{мин}} \cong r_{01} A_1^{1/3} (1 + \alpha_2^{(1)} + \alpha_3^{(1)}) + r_{02} A_2^{1/3} (1 + \alpha_2^{(2)} + \alpha_3^{(2)}). \tag{2.15}$$

Равенство (2.15) можно рассматривать как условие соприкосновения сближающихся ядер.

Решение уравнений (2.13) обладает следующими особенностями.

1. Параметры квадрупольной деформации  $\alpha_2^{(i)}$  всегда отрицательны. В зависимости от величины зарядов ядер и их жесткости



значения  $\alpha_3^{(i)}$  меняются. Максимальная величина  $\alpha_3^{(i)}$  может составлять примерно 0,2—0,3. Отрицательность параметров означает, что ядра оказываются сплюснутыми в направлении линии, соединяющей их центры инерции.

2. Параметры октупольной деформации  $\alpha_3^{(i)}$  более чем на порядок меньше параметров  $\alpha_2^{(i)}$ , т. е.  $\alpha_3^{(i)}/\alpha_2^{(i)} \ll 0,1$ . Они могут быть положительными и отрицательными. Следовательно, в дальнейшем октупольной динамической деформацией ядер при  $E \ll V_B$  можно пренебречь. Малость параметров  $\alpha_3^{(i)}$  оправдывает отбрасывание членов в энергии взаимодействия, пропорциональных  $\alpha_1^{(i)}$  [см. формулу (2.4)].

Итак, основной составляющей динамической деформации ядер, обусловленной их кулоновским взаимодействием, является квадрупольная деформация.

При выводе предыдущих соотношений использовалась капельная модель. Разумеется, такое приближение является весьма грубым. Известно, что энергия деформации ядра существенным образом зависит от его оболочечной структуры [4]. Следовательно, вместо формулы (2.6) желательно использовать выражение, учитывающее этот эффект. Однако теория этого эффекта не является достаточно полной и претендует пока лишь на качественные результаты.

Учитывая приведенные факты, энергию деформации ядра запишем в виде:

$$U_{дi} = \frac{1}{2} C_i \beta_i^2, \quad (2.16)$$

где  $C_i$  — феноменологический параметр, соответствующий жесткости ядра и зависящий от его оболочечной структуры. Параметр квадрупольной деформации  $\beta_i$  связан с параметром  $\alpha_2^{(i)} = \left(\frac{5}{4\pi}\right)^{1/2} \beta_i$ . Он вводится обычно при разложении формы ядра в ряд по сферическим функциям.

Таким образом, наиболее существенным предположением относительно вида зависимости энергии деформации от параметра квадрупольной деформации является гармоническое приближение. Для целого ряда сферических и сильно деформированных ядер оно является достаточно хорошим при условии, что величина  $|\beta - \beta^0|$  мала ( $\beta^0$  — равновесная деформация; для сферических ядер  $\beta^0 \approx 0$ ). Однако следует заметить, что имеются сферические ядра, энергию деформации которых, по-видимому, нельзя представить простой формулой (2.16). Ряд фактов указывает на то, что  $U_{дi}$  для них является весьма сложной функцией от  $\beta$ : имеют место сильные отклонения от простой гармонической зависимости [4]. Общий анализ динамической деформации сближающихся ядер, представленный выше, позволяет сделать значительные упрощения вида энергии взаимодействия  $U_{вв}$ . Учитывая малость параметров  $\alpha_3^{(i)}$ , а также пренебрегая членами, пропорциональными  $[\alpha_2^{(i)}]^2$ , для  $U_{вв}$  можно при-

ближенно написать [5]

$$U_{вз} \approx \frac{z_1 z_2 e^2}{R} + \sum_{i=1}^2 \frac{\gamma_i}{R^3} \beta_i, \quad (2.17)$$

где

$$\gamma_i = \frac{3}{5} z_1 z_2 e^2 R_0^3 Y_{20}(0). \quad (2.18)$$

Без ущерба для понимания качественной стороны картины рассмотрим простейший случай — взаимодействие двух одинаковых ядер (это избавит нас от необходимости следить за индексами «i»). Тогда в качестве энергии  $U$  будем иметь

$$U(R, \beta) = \frac{z_1 z_2 e^2}{R} + 2 \frac{\gamma}{R^3} \beta + C\beta^2. \quad (2.19)$$

Минимизируя это выражение по параметру  $\beta$ , находим значение динамической деформации  $\beta_0$ :

$$\beta_0 = -\gamma/CR^3. \quad (2.20)$$

Из формулы (2.20) прежде всего видно, что при  $C \rightarrow \infty$  параметр  $\beta_0 \rightarrow 0$ . Это означает, что «жесткие» ядра слабо деформируются. С другой стороны, чем «мягче» ядра и больше произведение их зарядов, тем больше  $\beta_0$ . Если подставить значение  $\beta_0$  из выражения (2.20) в (2.19), то для суммы двух последних членов получим отрицательную величину  $-\gamma^2/R^6$ . Это обстоятельство было ошибочно истолковано Брайтом [1] как свидетельство уменьшения величины кулоновского барьера в результате динамической деформации ядер.

В действительности возникновение деформации приводит к возможности сблизить ядра на расстояние  $R'_{\min} < R_{\min}$ , так как [см. формулу (2.15)] при  $\alpha_2(\beta) \neq 0$

$$R'_{\min} \approx R_{01}(1 + \alpha_2^{(1)}) + R_{02}(1 + \alpha_2^{(2)}) = R_{\min} + \alpha_2^{(1)}R_{01} + \alpha_2^{(2)}R_{02}. \quad (2.21)$$

В результате первый член в формуле (2.17) увеличивается. Это увеличение заметно превышает вклад от двух последних членов. Таким образом, в результате деформации обоих ядер величина кулоновского барьера увеличивается. Вопрос о величине кулоновского барьера более подробно рассмотрен в следующем разделе.

Принятые при выборе формул (2.17) — (2.20) упрощения не носят принципиального характера. Они вызваны лишь стремлением дать в наиболее простой форме основные физические результаты общего подхода к решению задачи в квазистатическом приближении. Опущенные в (2.17) члены, как мы видели ранее [см. формулу (2.11)], нетрудно учесть.

### 3. УЧЕТ НЕАДИАБАТИЧЕСКИХ ПОПРАВОК

По существу, приведенное в предыдущем разделе решение задачи об определении динамической деформации ядер является классическим. Условие квазистатичности процесса сближения двух

ядер означает, что каждое из них, деформируясь, остается в нижайшем состоянии.

Однако в реальных условиях скорость столкновения ядер с оболочарьерной энергией ( $E \approx V_B$ ) не является бесконечно малой. Параметр адиабатичности  $\xi = R_{\text{мин}}\omega/2v$  (в нашем случае  $\hbar\omega$  — характерное расстояние между вибрационными состояниями ядра), равный отношению времени столкновения к периоду внутреннего движения в ядре, для столкновения сложных ядер приближенно равен 0,4. Как видим, это значение близко к единице. Следовательно, реальная ситуация сильно отличается от той, которая предполагается условием квазистатичности  $\xi \gg 1$ : параметр деформации  $\beta_0(t)$  атомных ядер, являясь функцией времени, изменяет свою величину с заметной скоростью. Следствием этого может явиться значительная величина вероятности возбуждения ядер. Рассмотрим этот вопрос несколько подробнее [5].

Очевидно, что гамильтониан для  $\beta$ -вибрационной переменной каждого из ядер может быть записан в виде

$$H = \frac{p_\beta^2}{2B} + \frac{1}{2} C\beta^2 + \frac{\gamma}{R^3} \beta, \quad (3.1)$$

где  $B$  — массовый параметр коллективной модели, так что  $\omega = (C/B)^{1/2}$ , а два последних члена представляют эффективную потенциальную энергию, являющуюся функцией времени. Используя тождественное преобразование для гамильтониана (3.1), можем написать

$$H = \frac{p^2}{2B} + \frac{B\omega^2}{2} (\beta + \beta_0(t))^2 - f(t). \quad (3.2)$$

В уравнении (3.2)  $\beta_0(t)$  определяется соотношением (2.20), а функция  $f(t) = \frac{1}{2} B\omega\beta_0^3(t)$ .

Гамильтониан

$$H_0 = \frac{p^2}{2B} + \frac{B\omega^2}{2} (\beta + \beta_0(t))^2 \quad (3.3)$$

описывает поведение квантового гармонического осциллятора с движущейся точкой подвеса  $\beta_0(t)$ . Эта задача может быть решена различными способами [6].

Принимая, что в положении наибольшего сближения ядер  $t = 0$ , и учитывая очевидный факт:  $\beta_0(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow -\infty$  (ядра не взаимодействуют на очень больших расстояниях перед столкновением) в качестве решения уравнения

$$H_0\varphi(\beta, t) = E\varphi(\beta, t) \quad (3.4)$$

имеем

$$\varphi(\beta, t) = \exp[ip_1(\beta - \beta_1)/\hbar] \Psi_0(\beta - \beta_1), \quad (3.5)$$

где  $\Psi_0$  — волновая функция основного состояния при  $t \rightarrow -\infty$ , а величины  $\beta_1$  и  $p_1$  определяются соотношениями

$$\beta_1 = -\omega \int_{-\infty}^0 \beta_0(t) \sin \omega t dt = -\frac{\omega\gamma}{C} \int_{-\infty}^0 R^{-3}(t) \sin \omega t dt; \quad (3.6)$$

$$p_1 = C \int_{-\infty}^0 \beta_0(t) \cos \omega t dt = \gamma \int_{-\infty}^0 R^{-3}(t) \cos \omega t dt. \quad (3.7)$$

Наличие в гамильтониане (3.2) члена  $f(t)$ , не зависящего от переменной  $\beta$ , приведет к тому, что решение будет отличаться от выражения (3.5) лишь фазовым множителем, не влияющим на величину вероятности возбуждения. Изменится только начало отсчета энергии в спектре состояний. Этот сдвиг энергетической

шкалы фактически учитывается уже на первой стадии расчета при вычислении  $\beta_0(t)$  (см. разд. 2).

Разлагая решение (3.5) по мгновенным волновым функциям квантового осциллятора в момент времени  $t = 0$ , имеющего точку подвеса  $\beta^0 = \beta_0(0)$ , получаем выражение для вероятности  $W_n$  найти ядро в  $n$ -м  $\beta$ -вибрационном состоянии:

$$W_n = \frac{1}{n!} \left(\frac{\varepsilon}{\hbar\omega}\right)^n \exp(-\varepsilon/\hbar\omega); \quad (3.8)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2B} p_1^2 + \frac{1}{2} B\omega^2(\beta_1 - \beta_0(0))^2. \quad (3.9)$$

Для проведения конкретных вычислений необходимо определить величины  $\beta_1$  и  $p_1$ .

В интегралах (3.6) и (3.7) функциональная зависимость расстояния между ядрами

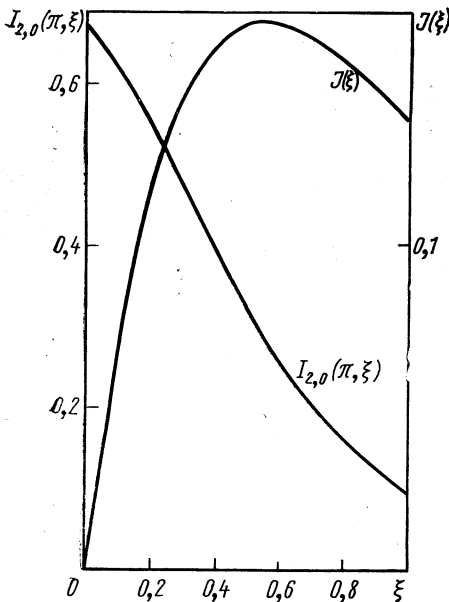


Рис. 2. Зависимость классических орбитальных интегралов  $I_{2,0}(\pi, \xi)$  и  $J(\xi)$  от параметра адиабатичности.

$R$  от времени  $t$  определяется законом движения по кулоновской орбите. Естественно, что возможными искажениями формы орбиты, обусловленными потерями энергии на возбуждения ядер, мы пренебрегаем. Это вполне оправдано, так как относительная величина потерь очень мала:  $\overline{\Delta E}/E \approx \overline{\Delta E}/V_B \ll 1$ . Для вычисления выражений типа (3.6), (3.7) обычно применяется метод параметризации кулоновской орбиты [7, 8]. Введем параметр

$\omega$  ( $0 \leq \omega \leq \infty$ ):

$$R = a(\operatorname{ch} \omega + 1); \quad t = \frac{a}{v}(\operatorname{sh} \omega + \omega);$$

$$a = z_1 z_2 e^2 / \mu v^2, \quad (3.10)$$

где  $\mu$  — приведенная масса сталкивающихся ядер, и рассмотрим интеграл

$$\int_{-\infty}^0 \frac{\cos \omega t dt}{R^3(t)} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \omega t dt}{R^3(t)} = \frac{1}{2a^2 v} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos \left[ \frac{\omega a}{v}(\operatorname{sh} \omega + \omega) \right] d\omega}{(\operatorname{ch} \omega + 1)^2} =$$

$$= \frac{1}{2a^2 v} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos [\xi(\operatorname{sh} \omega + \omega)] d\omega}{(\operatorname{ch} \omega + 1)^2}. \quad (3.11)$$

Интеграл этот есть не что иное, как классический орбитальный интеграл  $I_{2,0}(\pi, \xi)$ , широко используемый в теории кулоновского возбуждения. Он табулирован в работе [8]. Зависимость  $I_{2,0}(\pi, \xi)$  от параметра адиабатичности  $\xi$  представлена на рис. 2.

Таким образом,

$$p_1 = \gamma \int_{-\infty}^0 \frac{\cos \omega t dt}{R^3(t)} = \frac{\gamma}{2a^2 v} I_{2,0}(\pi, \xi) = \frac{2\gamma\mu^{1/2}}{(R'_{\min})^2 (2E)^{1/2}} I_{2,0}(\pi, \xi). \quad (3.12)$$

Аналогично получаем

$$\beta_1 = \frac{8\gamma\xi}{(R'_{\min})^3 C} \int_0^{\infty} \frac{\sin [\xi(\operatorname{sh} \omega + \omega)] d\omega}{(\operatorname{ch} \omega + 1)^2} = \frac{8\gamma\xi}{(R'_{\min})^3 C} J(\xi). \quad (3.13)$$

Классический орбитальный интеграл  $J(\xi)$  в теории кулоновского возбуждения не возникает, так как обычно рассматривается амплитуда перехода, являющаяся результатом развития процесса в симметричных по времени пределах  $-\infty \leq t \leq \infty$ .

Интеграл  $J(\xi)$  был табулирован в работе [5]. Его зависимость от параметра адиабатичности  $\xi$  дана также на рис. 2

Таким образом, принятые упрощения позволили аналитически решить задачу о распределении ядер по возбужденным  $\beta$ -вибрационным состояниям.

Вернемся теперь к вопросу о величине кулоновского барьера. Если пренебречь возможностью динамической деформации ядер (это соответствует случаю бесконечно большой жесткости ядер  $C \rightarrow \infty$ ), то из формулы (2.17) получим обычное определение кулоновского барьера:

$$V_B^{(0)} = U_{вз}(R = R_{\min} \approx R_1 + R_2; \beta_i = 0) = \frac{z_1 z_2 e^2}{R_{\min}}. \quad (3.14)$$

Учет того факта, что ядра обладают конечной жесткостью, приводит к новому решению. Минимальное расстояние  $R'_{\min}$ ,

на которое они могут сблизиться, уменьшается:  $R'_{\min} < R_{\min}$ . В соответствии с упрощенным вариантом квазистатического приближения (2.17) величина барьера определяется соотношением

$$V_B^{(1)} \approx U_{вз} (R = R'_{\min}; \beta_{01}, \beta_{02}). \quad (3.15)$$

Если отказаться от квазистатического приближения и принять во внимание поправки на неадиабатичность процесса сближения ядер по отношению к  $\beta$ -вибрационной степени свободы ядер, то придем к новой модификации определения кулоновского барьера. В этом случае мы должны к выражению (3.15) добавить среднее значение энергии  $E$  возбуждения ядер:

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2, \quad (3.16)$$

где

$$\bar{E}_i = \sum_{n=0}^{\infty} W_n^i (n + 1/2) \hbar \omega_i - \frac{1}{2} \hbar \omega_i \quad (3.17)$$

(последний член учитывает наличие нулевых колебаний невзаимодействующих ядер). Следовательно, величина кулоновского барьера определяется соотношением

$$V_B^{\text{эфф}} = V_B^{(1)} + \bar{E}. \quad (3.18)$$

Таблица на примере столкновения двух ядер свинца  $^{208}\text{Pb}$  иллюстрирует роль поправок к величине барьера  $V_B^{(0)}$ , обусловленных динамической деформацией в квазистатическом приближении ( $W_{n \neq 0}^{(i)} \equiv 0$ ) и возбуждением  $\beta$ -вибрационных состояний. Параметрами задачи являются жесткость  $C$  и  $\hbar \omega$  — энергетический интервал между  $\beta$ -вибрационными состояниями. Принятые значения этих параметров указаны в таблице. Расчеты [5] проведены для трех значений параметра  $C$ , чтобы выяснить зависимость величины поправок от жесткости ядра. Чтобы отразить факт двойной магичности ядра  $^{208}\text{Pb}$ , используются сравнительно большие значения  $C$ .

$C, \text{ Мэв}$	$V_B^{(0)}, \text{ Мэв}$	$V_B^{(1)}, \text{ Мэв}$	$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2$	$V_B^{\text{эфф}}, \text{ Мэв}$	
$\text{Pb}^{208} + \text{Pb}^{208}$	400	547,2	566,7	6,18	572,9
	800	—	552,0	4,50	556,5
	1000	—	550,6	3,53	554,1
$\text{Ag}^{40} + \text{Er}^{166}$	A 60	116,1	122,7	1,72	124,4
	B —	137,7	150,5	3,90	154,4

Из таблицы видно, что  $\bar{E}$  может оказаться сравнимой с поправкой, учитывающей динамическую деформацию «холодных» ядер.

Расчеты проведены и для других комбинаций сталкивающихся ядер. Получаются качественно такие же результаты. В связи с расчетами необходимо сделать замечание. Величина  $\bar{E}$  сама по себе зависит от  $\beta_0$ . Однако в полном балансе энергии в явном виде эту зависимость мы не учитывали. Для обоснования этого приближения достаточно указать, что поскольку  $\bar{E}/V_B^0 \approx 0,01 \ll 1$ , то очевидно, что вероятность  $W_n^i$  возбуждения изменится лишь незначительно при учете этой зависимости.

Особый интерес представляет случай рассеяния сферического ядра на деформированном ядре-мишени. Если принять адиабатическое приближение по вращательной степени свободы ядра-мишени (а это вполне оправдано [9], так как  $\xi_{\text{rot}} \ll 1$ ), то метод расчета совершенно аналогичен изложенному выше. Необходимо лишь учесть зависимость квадрупольного взаимодействия от угла  $\theta$  между осью симметрии ядра-мишени и линией, соединяющей центры инерции обоих ядер, т. е. вместо  $\gamma_i$  в (2.18) следует использовать  $\gamma_i(\theta) = \left(\frac{5}{4\hbar}\right)^{1/2} \gamma_i P_2(\cos \theta)$ .

Учитывая использование такой ситуации в дальнейшем (см. разд. 5), запишем величину  $\epsilon_i$ , входящую в формулы (3.8) и (3.9), в более компактном виде:

$$\epsilon_i = 10^{-5} \frac{\mu^2 R_{0i}^4}{C_i \xi_i} \left\{ [I_{2,0}(\pi, \xi)]^2 + \left[ \frac{2,04 \cdot \varphi(\xi)}{\xi} \right]^2 \right\} [P_2(\cos \theta)]^2, \quad (3.19)$$

где

$$\varphi(\xi) = \xi J(\xi) - 0,125. \quad (3.20)$$

В формуле (3.19)  $R$  и  $C$  выражены в ферми и мегаэлектронвольтах соответственно.

Представляют интерес два крайних случая.

1. Ось симметрии ядра-мишени направлена вдоль линии центров ядер (А). Очевидно, барьер для такой конфигурации будет минимальным.

2. Ось симметрии ядра-мишени направлена перпендикулярно к линии центров (В). Барьер будет максимальным.

Для иллюстрации приведем данные [5], полученные для столкновения ядер  $^{40}\text{Ag} + ^{166}\text{Er}$ . Были приняты следующие значения основных параметров:  $C = 60 \text{ Мэв}$  (ядра редкоземельных элементов «мягкие», поэтому для  $C$  использовалось гидродинамическое значение);  $\beta^0 = 0,3$  — параметр собственной деформации ядра  $^{166}\text{Er}$ ;  $\hbar\omega = 1 \text{ Мэв}$ . Значение барьера и величина поправок к нему в вариантах А и В даны в таблице. Мы видим, что поправка  $\bar{E}$  составляет приблизительно 30% поправки на динамическую деформацию.

Разумеется, к приведенным здесь цифрам следует относиться с осторожностью. Значения параметров, использованные для получения данных, можно рассматривать как исходные для ориентировки в оценках масштаба явления.

В заключение этого раздела сделаем замечание относительно влияния поляризации зарядов сталкивающихся ядер на величину кулоновского барьера. Не трудно сделать грубую оценку этого влияния и обосновать утверждение, высказанное в начале разд. 2. Поскольку энергия дипольных колебаний ядер достаточно велика ( $\sim 15 \text{ Мэв}$ ), то параметр адиабатичности  $\xi$  в случае столкновения очень тяжелых ядер оказывается много больше единицы. При столкновении двух ядер свинца  $\xi \approx 6$ . Таким образом, эффектами неадиабатичности можно пренебречь. Часть энергии взаимодействия, обусловленная поляризационным эффектом, по порядку величины равна:

$$|U_p| \approx \alpha (Ze/R^2)^2, \quad (3.21)$$

где  $\alpha$  — поляризуемость ядра;

$$\alpha \approx \frac{e^2 r_0^2 A}{40\kappa}; \quad r_0 \approx 1,2 \text{ ферми}; \quad \kappa \approx 23 \text{ Мэв}. \quad (3.22)$$

Максимальное значение  $|U_p|$  достигается при  $R \approx 2R_0$  (Pb). Отсюда следует, что

$$|U_p|_{\text{макс}} \approx 0,1 \text{ Мэв}. \quad (3.23)$$

Естественно, что учитывать в дальнейшем такую величину в полном балансе энергии бессмысленно: ее влияние на высоту кулоновского барьера ничтожно.

#### 4. ВОЗМОЖНЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЯДЕР

На первый взгляд поправки к кулоновскому барьеру, обусловленные динамическими эффектами, малы и кажутся несущественными. Однако такое заключение было бы поспешным. Можно указать процессы, в которых они могут играть заметную роль.

Рассмотрим, например, вопрос о сечении выхода некоторого продукта, возникающего в результате распада компаунд-ядра, образованного путем слияния двух сталкивающихся ядер. Если речь идет о тяжелых ядрах, для которых канал деления важен, по крайней мере, при достаточно больших возбуждениях, то в грубейшем приближении для сечения образования продукта реакции можно написать

$$\sigma \approx \sigma_c (\Gamma_n / \Gamma_f)^N,$$

где  $\sigma_c$  — сечение образования компаунд-ядра;  $\Gamma_n$ ,  $\Gamma_f$  — ширины по отношению к испусканию нейтрона и делению (соответственно) в возбужденном состоянии;  $N$  — число испущенных нейтронов, достаточное для «охлаждения» компаунд-ядра. В результате испускания каждого нейтрона тяжелое ядро «остывает» примерно на  $8 \text{ Мэв}$ . Поэтому  $(U^* - U_n)/8 \approx N$  ( $U^*$  — энергия возбуждения ядра;  $U_n$  — энергия отделения нейтрона). Отношение нейтронной



к делительной ширине обычно оценивается как  $\Gamma_n/\Gamma_f \approx 0,1$ . Следовательно, при увеличении минимальной энергии возбуждения ядра на 8 Мэв (например, вследствие увеличения высоты кулоновского барьера на эту величину) сечение образования «остывшего» ядра уменьшается, грубо говоря, на порядок. Таблица свидетельствует, что поправки к величине барьера с этой точки зрения достаточно велики.

Обратимся теперь к рис. 3 и 4. Как мы уже отмечали, в момент  $t \approx 0$  сближившиеся ядра оказываются возбужденными. В некоторых случаях разброс по возбужденным состояниям может быть значительным (рис. 4). Это обстоятельство имеет большое значение для описания и анализа реакций, протекающих при непосредственном контакте ядер. Прежде всего к ним относится широкий класс процессов, называемых реакциями передачи.

Возбуждение ядра, предвещающего акт передачи, может сильно сказаться на сечении процесса и на характере распределения продуктов реакции по энергии. Учет этого эффекта важен особенно

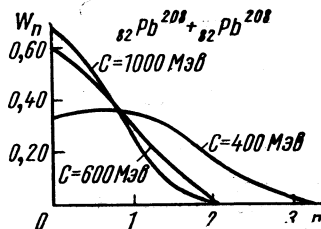


Рис. 3. Зависимость вероятности возбуждения  $n$ -го  $\beta$ -вибрационного состояния ядер  $^{208}\text{Pb}$  от величины коэффициента жесткости  $C$ .

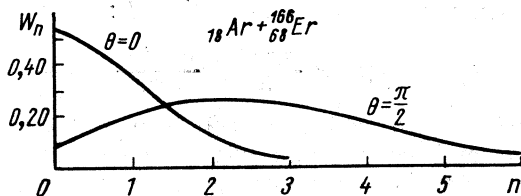


Рис. 4. Зависимость вероятности возбуждения  $n$ -го  $\beta$ -вибрационного состояния ядра  $^{166}\text{Er}$  при  $C = 60 \text{ Мэв}$  от ориентации его оси симметрии относительно линии центров сталкивающихся ядер.

в тех случаях, когда в результате реакции передачи образуются тяжелые изотопы легких элементов, сильно перегруженные нейтронами. Эти изотопы находятся на грани стабильности и должны обладать малой жесткостью. Явление динамической деформации и возбуждения подобных ядер может сильно затруднить их получение в реакциях передачи на тяжелых ядрах-мишенях, так как приводит к процессу дезинтеграции. Эти важные и интересные вопросы заслуживают дальнейшего исследования.

Динамическая деформация ядер может проявиться и в процессе упругого рассеяния. Не углубляясь в детали, поясним основную суть этого эффекта. Согласно современной теории упругого рассея-

ния сложных ядер [10], простейшее выражение для дифференциального сечения может быть записано в виде (дифракционное приближение)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\lambda^2}{4} \left| \left[ -i \frac{\eta}{\sin^2(\theta/2)} \right] \exp[-i\eta \ln \sin^2(\theta/2) + 2i\sigma_0] - \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \exp(2i\sigma_l) P_l(\cos \theta) (1 - A_l) \right|^2, \quad (4.1)$$

где  $\lambda$  — длина волны в системе центра инерции;  $\theta$  — угол рассеяния;  $\sigma_0$  и  $\sigma_l$  — кулоновские фазы;

$$A_l = \{1 + \exp[-(l - l')/\Delta]\}^{-1}. \quad (4.2)$$

Параметр  $A_l$  вводится для описания плавного включения «поглощения», т. е. учитывает конкуренцию со стороны всех остальных процессов, приводящих к выбыванию пучка рассеиваемых ядер из канала упругого рассеяния. Параметр  $\Delta$  определяет ширину зоны включения в  $l$ -представлении, а  $l'$  — значение углового момента, соответствующего среднему значению радиуса ядерного взаимодействия между ядрами.

Поскольку  $\lambda \ll R$  и  $\eta = \frac{z_1 z_2 e^2}{\hbar v} \gg 1$ , то весьма точным является квазиклассическое приближение. В соответствии с этим можно установить связь между значениями  $l'$  и  $R$ :

$$E_{с. п.} \approx \frac{z_1 z_2 e^2}{R} + \frac{\hbar^2 (l')^2}{2\mu R^2} \quad (4.3)$$

Следует заметить, что эффективный радиус взаимодействия  $R$  не совпадает с суммой средних радиусов сталкивающихся ядер. Это подтверждается большим числом данных, полученных путем анализа экспериментов по упругому рассеянию.

Обычно используется величина  $d\sigma(\theta)/d\sigma_{рез}(\theta) = f(\theta)$  — отношение сечения рассеяния к резерфордскому сечению, причем

$$f(\theta) = \left\{ \cos[\eta \ln \sin^2(\theta/2)] + \frac{\sin^2(\theta/2)}{\eta} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - A_l) \times \right. \\ \left. \times \sin[2(\sigma_l - \sigma_0)] P_l(\cos \theta) \right\}^2 + \left\{ \sin[\eta \ln \sin^2(\theta/2)] + \right. \\ \left. + \frac{\sin^2(\theta/2)}{\eta} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (1 - A_l) \cos[2(\sigma_l - \sigma_0)] P_l(\cos \theta) \right\}^2. \quad (4.4)$$

Входящая в формулу (4.4) разность кулоновских фаз  $\sigma_l - \sigma_0$  связана с  $\eta$  простым соотношением

$$\sigma_l - \sigma_0 = \sum_{s=1}^l \arctg(\eta/s). \quad (4.5)$$

Поскольку  $f(\theta)$  зависит от  $l'$ , которое, в свою очередь, при фиксированной энергии  $E$  определяется эффективным радиусом взаимодействия  $R$ , то ясно, что динамическая деформация ядер может оказаться существенной, так как она изменяет расстояние между центрами инерции ядер.

Поясним это утверждение на примере рассеяния ядра  $^{20}\text{Ne}$  на ядре  $^{208}\text{Pb}$ . Выбирая параметры в соответствии с данными работы [11] ( $R = r_0^{\text{эфф}}(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ ,  $r_0^{\text{эфф}} = 1,49$ ;  $l' = 117$ ;  $\Delta = 2,73$ ), получаем для  $f(\theta)$  кривую, представленную на рис. 5 (сплошная кривая). На малых углах кривая  $f(\theta)$  осциллирует вокруг значения  $f(\theta) \approx 1$ , что обусловлено вкладом столкновений с большими прицельными параметрами (или  $l$ ), где рассеяние практически является резерфордским. Осцилляции вызваны дифракционными явлениями при краевых столкновениях. При увеличении угла  $\theta$  кривая  $f(\theta)$  резко падает, так как включаются ядерные силы, интенсивно выводящие частицы из канала упругого рассеяния. Положение зоны резкого спада  $f(\theta)$  определяется значением эффективного радиуса взаимодействия. В данном случае он равен приблизительно 10 ферми. Уменьшение эффективного радиуса всего лишь на 0,7 ферми (т. е. на 7%), вызванное динамической деформацией, приводит к заметному изменению в поведении функции  $f(\theta)$ : она сдвигается в зону больших углов (на рис. 5 — пунктирная кривая). Этот случай рассмотрен в работах [11, 12].

Таким образом, изучая упругое рассеяние тяжелых ядер в условиях хорошего разрешения по углам и энергиям, можно в принципе обнаружить флюктуации в поведении параметра эффективного радиуса взаимодействия  $r_0^{\text{эфф}}$  и попытаться извлечь информацию о «жесткости» сталкивающихся ядер.

## 5. КУЛОНОВСКОЕ ДЕЛЕНИЕ

Другим важным следствием, вытекающим из картины, описанной в разд. 2 и 3, является возможность реализации кулоновского деления. Оно представляет большой интерес, так как обусловлено механизмом, который сразу переводит ядро в канал вынужденного деления, минуя промежуточные стадии.

Действительно, в случае деления, индуцированного, например, нейтронами, компаунд-ядро проходит чрезвычайно сложный и запутанный путь, прежде чем его энергия сконцентрируется на кол-

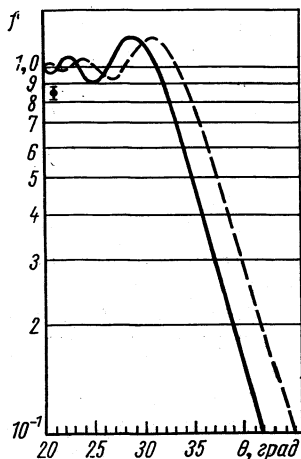


Рис. 5. Влияние динамической деформации на упругое рассеяние  $^{20}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$  (10 Мэв/нуклон).

Сплошная кривая —  $f(\theta)$  без учета деформации, пунктирная — деформация учтена.

лективной степени свободы ( $\beta$ -вибрации), что и приводит в конечном счете к делению. Это обстоятельство сильно затрудняет анализ динамики деления, а следовательно, и роли характеристик ядра в этом процессе.

Напротив, деление, индуцированное кулоновским полем, в принципе носит более прямой характер, так как хорошо известно, что кулоновское поле наиболее интенсивно возбуждает именно коллективные степени свободы. Большим преимуществом кулоновского деления является то, что ясен характер вызывающих его сил. Эти факты способствуют сильному упрощению анализа самой динамики деления. Можно ожидать, что при использовании пучков очень тяжелых ионов процесс кулоновского деления станет достаточно эффективным. Сказанное выше объясняет, почему уже сейчас предпринимаются попытки рассмотреть теоретически величину сечения, его зависимость от параметров ядра, а также обсудить возможность извлечения с помощью этого процесса новой информации о ядре.

Первые оценки сечения, проведенные Вилетсом и др. [13] на основе классического приближения, вполне обнадеживающие. Однако, как справедливо отмечалось в работе Винтера и Байер [9], они довольно грубы, и проблема нуждается в более корректном исследовании. Один из возможных путей был указан авторами работы [9], оценившими сечение деления по квантовой теории многократного возбуждения высоких  $\beta$ -вибрационных состояний, лежащих вблизи вершины барьера деления ядра-мишени. В дальнейшем этот процесс был рассмотрен Я. Грабовским и Б. Н. Калининским [14] в рамках модели, допускающей учет неадиабатического характера столкновения ядер и возможности деления ядра-мишени в ходе самого столкновения. В основу изложения мы положим результаты, полученные в работе [14], и укажем на их связь с результатами работ [9, 13].

Как уже отмечалось в разд. 2 и 3, сближающиеся ядра в результате квадрупольного взаимодействия оказываются, вообще говоря, деформированными и возбужденными. Поскольку делящиеся ядра-мишени уже в основном состоянии являются деформированными, то этот эффект приведет к дополнительной деформации. Разность параметров деформации  $\Delta\beta_0$  легко выразить через параметры, определяющие квадрупольное взаимодействие и зависимость энергии деформации от  $\beta$ . В полной аналогии с рецептом, данным в разд. 3, имеем

$$\Delta\beta_0(t) = \gamma / CR^3(t); \quad \gamma = \frac{3z_1 z_2 e^2 R_0^2}{2(5\pi)^{1/2}} P_2(\cos\theta). \quad (5.1)$$

Очевидно,  $\Delta\beta_0$  достигает максимального значения при  $t = 0$ , так как  $R(t=0) = R_{\text{мин}}$ . Формула (5.1) предполагает, что энергию деформации ядра-мишени можно представить в виде  $U_d(\beta) = \frac{1}{2} C (\beta - \beta_0)^2$ , а его квадрупольный электрический момент зависит от параметра  $\beta$  линейно (учтен главный член). Обсудим это приближение

несколько подробнее. Кривая  $U_d$  для  $^{238}\text{U}$  представлена качественно на рис. 6 (А). Она отражает известные к настоящему времени факты. Действительно, равновесное значение параметра  $\beta^0$  для группы делящихся ядер равно приблизительно 0,25. Величина барьера деления  $E_f$  составляет примерно 5—6 Мэв. Пунктиром обозначены те части кривой, о которых достаточно убедительная информация отсутствует, — это области малых и больших значений  $\beta$ . Значение  $\beta$ , при котором  $U_d(\beta)$  достигает максимальной величины (вершина барьера деления), строго говоря, неизвестно. Положение точки  $[U_d(\beta)]_{\text{макс}} = U_d(\beta_f)$  на рис. 6 выбрано в соответствии с расчетами, проведенными в работе [4], согласно которым  $\beta_f \approx 0,5 - 0,6$ . Следовательно,  $\beta_f$  фактически является свободным параметром задачи. На том же рисунке дана парабола  $\frac{1}{2} C (\beta - \beta_0)^2$ , аппроксимирующая поведение  $U_d(\beta)$  в интервале значений  $\beta \leq \beta_f$ . Следует заметить также, что кривая А выбрана достаточно гладкой. Вид реальной зависимости  $U_d(\beta)$  в принципе может заметно отличаться от кривой А, которая описывает поведение  $U_d(\beta)$  лишь в среднем.

Таким образом, отсутствие надежной информации вынуждает нас на данном этапе воспользоваться приближением

$$U_d(\beta) = \frac{1}{2} C (\beta - \beta_0)^2; \quad \beta \leq \beta_f \approx 0,5 - 0,6 \quad (5.2)$$

как наиболее простым. При этом заведомо ясно, что при  $\beta > \beta_f$  кривая (5.2) не соответствует поведению реальной  $U_d(\beta)$ , являющейся конечной.

Перейдем теперь к определению сечения кулоновского деления. На конкретном примере столкновения ядер  $^{132}\text{Xe} + ^{238}\text{U}$  ( $E_{\text{с.ц.и}} \approx$

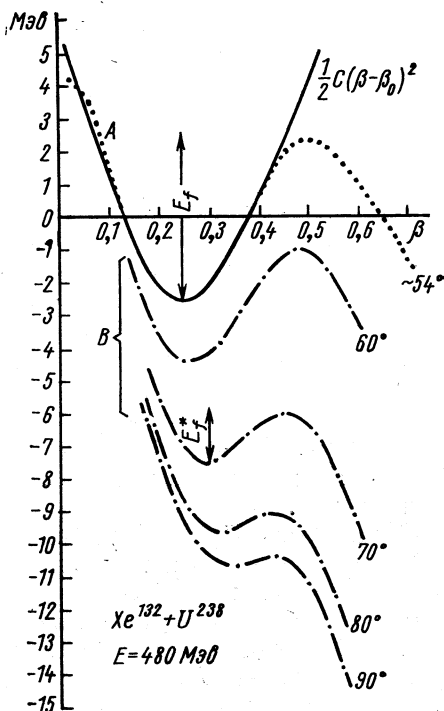


Рис. 6. Зависимость энергии деформации от параметра  $\beta$  для случая столкновения ядер  $^{132}\text{Xe} + ^{238}\text{U}$ :

А — зависимость  $U_d(\beta)$ ; В — зависимость эффективной энергии деформации  $U^{\text{эфф}}(\beta)$  от  $\theta$ .

$\approx V_B = 480 \text{ Мэв}$ ). Ядро-мишень  $^{238}\text{U}$ , будучи деформированным, испытывает воздействие кулоновского поля, индуцированного налетающим ядром  $^{132}\text{Xe}$ . Для ядра урана это поле является внешним, а энергия возникающего при этом квадрупольного взаимодействия равна

$$V_Q(R, \beta, \theta) = \gamma\beta/R^3. \quad (5.3)$$

Эффективная потенциальная энергия  $U^{\text{эфф}}(\beta)$  для  $\beta$ -колебаний ядра-мишени может быть представлена суммой энергии деформации  $U_d(\beta)$  и энергии квадрупольного взаимодействия  $V_Q$ :

$$U^{\text{эфф}}(\beta) = U_d(\beta) + V_Q(R, \beta, \theta). \quad (5.4)$$

На рис. 6  $U^{\text{эфф}}$  представлена группой кривых  $B$ , соответствующих энергии  $E = 480 \text{ Мэв}$  и различным ориентациям оси симметрии ядра-мишени ( $\theta = 60, 70, 80$  и  $90^\circ$ ).

Помимо сдвига точки  $\beta_0$  — минимума кривой  $U^{\text{эфф}}(\beta)$  наблюдается уменьшение эффективного барьера  $E_f^{\text{эфф}}$ .

Аналогичные кривые можно построить и для разных значений  $R$  при фиксированном значении угла  $\theta$ . Сдвиг точки  $\beta_0(R)$  отражает ее зависимость от времени  $\beta_0(t)$ .

При  $\theta \leq 54^\circ$   $\beta_0$  будет уменьшаться, а эффективный барьер  $E_f^{\text{эфф}}$  — расти. Вкладом таких конфигураций в дальнейшем будем пренебрегать.

Вероятность  $W_n$  возбуждения ядра-мишени на  $n$ -й  $\beta$ -вибрационный уровень можно вычислить по формуле (3.8), разлагая волновую функцию системы  $\Psi(\beta, t=0)$  по мгновенным собственным функциям  $\varphi_n[\beta, \beta_0(t=0)]$  эффективного потенциала  $U^{\text{эфф}}(\beta)$ , взятого в осцилляторном приближении. Попытаемся теперь учесть конечность потенциала  $U^{\text{эфф}}(\beta)$ . Будем считать, что если ядро-мишень находится в  $n$ -м возбужденном состоянии, для энергии которого выполняется соотношение

$$E_n - E_f^{\text{эфф}} = (n + 1/2) \hbar\omega_\beta - E_f^{\text{эфф}} < 0, \quad (5.5)$$

то ядро не испытывает вынужденного деления. В противном случае деление имеет место. Волновые функции состояний с  $E_n > E_f^{\text{эфф}}$  неизвестны. Однако для оценки вероятности деления  $\eta$  можно воспользоваться условием  $\sum_n W_n = 1$ . Очевидно, что для  $\eta$  можно написать следующую формулу:

$$\eta(\theta) = 1 - \sum_{n=0}^{n_{\text{макс}}} W_n(\theta), \quad (5.6)$$

где  $n_{\text{макс}}$  определяется из соотношения (5.5). Таким образом, определение (5.6) предполагает, что ядро, находящееся в любом из состояний с энергией  $E_n > E_f^{\text{эфф}}$ , делится.

Рассматривая наиболее простой случай, когда налетающее ядро рассеивается назад, для дифференциального сечения кулоновского

деления получим

$$\left[ \frac{d\sigma(\pi)}{d\Omega} \right]_f = \frac{1}{2} \left( \frac{d\sigma(\pi)}{d\Omega} \right)_{\text{рез}} \int \eta(\theta) \sin \theta d\theta = \frac{R_{\text{МИН}}^2}{8} \int \eta(\theta) \sin \theta d\theta, \quad (5.7)$$

где  $\left( \frac{d\sigma(\pi)}{d\Omega} \right)_{\text{рез}}$  — сечение резерфордского рассеяния назад.

Итак, формула (5.7) дает приближенную оценку сечения кулоновского деления. Однако она отражает наиболее важные аспекты динамики процесса: неадиабатичность столкновения ядер и возможность распада ядра-мишени уже в ходе самого столкновения.

Обсудим некоторые следствия, вытекающие из описанной модели. Видно, что параметрами модели являются величины:  $\hbar\omega$ ,  $C$  и  $E_f$ . Для ядра  $^{238}\text{U}$  с неплохой точностью можно положить  $\hbar\omega = 1 \text{ Мэв}$ ,  $E_f \approx 5 \text{ Мэв}$ . Относительно величины параметра  $C$  сделать определенные выводы трудно. Дело в том, что если извлекать его значение из данных по возбуждению нижайшего  $\beta$ -вибрационного уровня [9], то следовало бы принять  $C \approx 300 \text{ Мэв}$ . Однако в данной модели эффективно учитываются и более высокие состояния, реализующиеся в усредненном потенциале  $U_{\text{д}}(\beta)$ . Как уже отмечалось, на данном этапе нет смысла рассматривать детальные флуктуации, приводящие на отдельных участках по  $\beta$  к отклонению реальной зависимости  $U_{\text{д}}(\beta)$  от принятой средней. Коэффициент жесткости  $C$ , соответствующий такой средней кривой, можно было бы определить из соотношения

$$E_f \approx \frac{1}{2} C (\beta^0 - \beta_f)^2, \quad (5.8)$$

Из формулы (5.8) видно, что величина  $C$  сильно зависит от выбора  $\beta_f$ . Если использовать принятые в настоящее время [4] значения  $\beta_f \approx 0,5 \div 0,6$ , то получим  $C \approx 160 \div 80 \text{ Мэв}$ . Последнее значение практически совпадает с гидродинамическим.

Зависимость вероятности  $\eta(\theta)$  деления от угла ориентации  $\theta$  оси симметрии ядра-мишени при  $C = 60 \text{ Мэв}$  показана на рис. 7 (с ростом  $C$  кривая  $\eta(\theta)$  становится более узкой).

На рис. 8 дана зависимость дифференциального сечения кулоновского деления  $\left[ \frac{d\sigma(\pi)}{d\Omega} \right]_f$  от энергии при  $E \approx V_B$ .

Кривая, описывающая поведение сечения деления, индуцированного ионами с разными  $Z$  ( $E = V_B$ ), изображена на рис. 9 (кривая 1). Кривая 1' на том же рисунке представляет результаты расчетов при  $C = 300 \text{ Мэв}$ . Сравнивая кривые 1 и 1', видим, что сечение существенным образом зависит от величины  $C$ . С физической точки зрения этот результат является вполне естественным — с увеличением жесткости системы, ее динамическая деформация и разброс по возбужденным состояниям должны уменьшаться.

Наконец, кривая 2 соответствует результатам, полученным Байер и Винтером [9]. Их оценки дают для сечения кулоновского деления намного меньшую величину. Этот факт объясняется просто. В про-

тивоположность подробно изложенной здесь модели, в работе [9] возможность распада состояний с  $E_n < E_f$  по каналу деления не учитывается, и основной вклад в сечение дает высокое вибрационное состояние с  $n = 6$ , вероятность возбуждения которого весьма мала (с качественной точки зрения это ясно, если обратиться к рис. 4).

Очевидно, подход, развитый в работе [9], является частным случаем модели, здесь описанной. Действительно, пренебрегая воз-

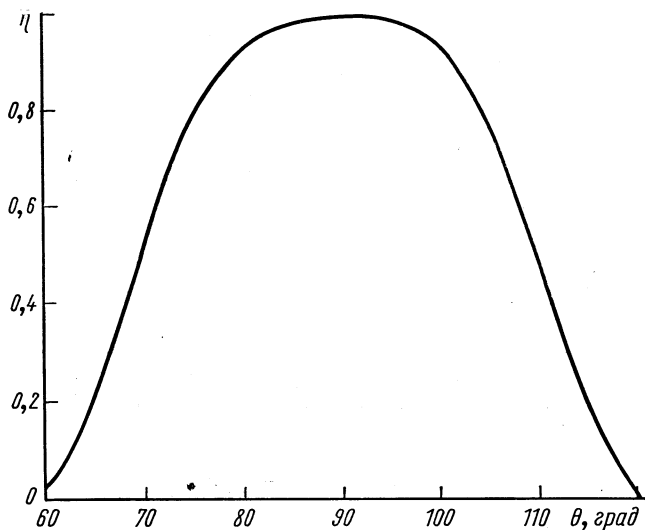


Рис. 7. Вероятность деления  $\eta(\theta)$  ядра  $^{238}\text{U}$  (случай столкновения  $^{132}\text{Xe} + ^{238}\text{U}$ ,  $E_{\text{с.ц.и}} = V_B$ ).

можностью распада ядра в ходе столкновения и устремляя в выражениях для  $\rho_1$  и  $\beta_1$  значение  $t$  к бесконечности (при этом  $\beta_1$  и  $\beta_0(t)$  в формуле (3.9) устремятся к нулю), получим вероятность возбуждения  $n$ -го  $\beta$ -вибрационного уровня в рамках теории многократного кулоновского возбуждения. Вполне понятно, что вероятность возбуждения состояния с  $n = 6$  ( $E_{n=6} > E_f$ ) оказывается очень малой величиной. Следовательно, сечения 1, 1' и 2 на рис. 9 представляют соответственно верхнюю и нижнюю оценки эффективного процесса деления. Реальное его значение должно находиться где-то между этими пределами.

В самом деле, нельзя утверждать, что распад ядра с  $n$ -го вибрационного уровня с  $E_n < E_f$  абсолютно невозможен. С другой стороны, предположение, согласно которому ядро, находясь на уровне с  $E_n > E_f^{\text{эфф}}$ , делится с вероятностью, практически равной единице, также не правдоподобно. Поскольку эффективный барьер деления зависит от времени  $E_f^{\text{эфф}} = E_f^{\text{эфф}}(t)$ , а развитие системы по пере-



менной  $\beta$  происходит с конечной скоростью (следует ожидать, что она соизмерима со скоростью разлета столкнувшихся ядер вблизи  $t \approx 0$ ), то в выражение для сечения необходимо ввести коэффициент, меньший единицы. Кроме того,  $\beta$ -вибрационное состояние, лежащее достаточно высоко, не может быть абсолютно чистым. Оно должно быть связано с целым рядом близких

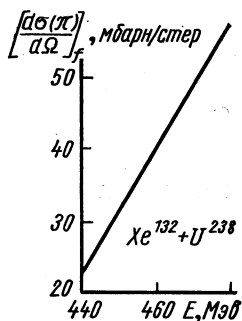


Рис. 8. Зависимость сечения деления  $\left[\frac{d\sigma(\pi)}{d\Omega}\right]_f$  от энергии столкновения  $E$  вблизи  $V_B$  ( $^{132}\text{Xe} + ^{238}\text{U}$ ).

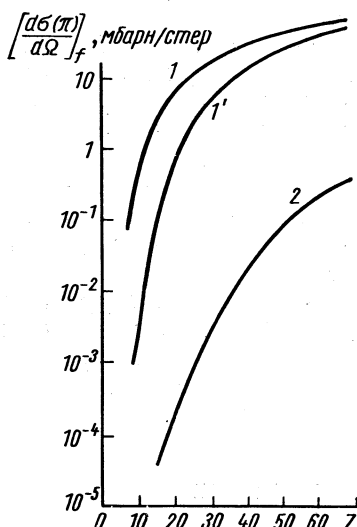


Рис. 9. Зависимость сечения деления  $\left[\frac{d\sigma(\pi)}{d\Omega}\right]_f$  от заряда тяжелого иона, налетающего на ядро  $^{238}\text{U}$  ( $E_{\text{с.ц.и}} = V_B$ ).

ядерных состояний иной природы. Эта связь с необходимостью приведет к затуханию коллективного движения, увеличивающемуся с ростом  $E_n$ , что не может не сказаться на последующем вынужденном делении.

Этот интересный вопрос следует изучить, так как его решение поможет сделать процесс кулоновского деления ценным средством извлечения информации о деталях динамики распадающейся ядерной системы.

По сути дела, исследования [9, 13, 14], посвященные кулоновскому делению, являются только первым этапом построения теории этого эффекта. Его привлекательные особенности делают крайне желательным усовершенствование теории. По-видимому, предстоит решить еще немало вопросов, прежде чем удовлетворительный вариант теории будет построен. Представляется целесообразным указать, по крайней мере, на некоторые из них.

1. Необходимо исследовать задачу о прохождении системы над барьером с изменяющейся во времени высотой.

2. Линейное по  $\beta$  приближение для энергии квадрупольного взаимодействия следовало бы улучшить путем учета квадратичных

членов. Эти члены могут внести заметный вклад, так как изменяют величину эффективного барьера  $E_f^{\text{эфф}}$ , а также приводят к появлению зависимости от времени частоты  $\beta$ -колебаний системы во внешнем поле.

3. Из физических соображений ясно, что ограничиться рассмотрением только  $\beta$ -колебаний нельзя. В более корректной постановке задачи необходимо учесть возможность возбуждения  $\gamma$ -колебаний, которые должны эффективно проявляться при конфигурации, соответствующей случаю  $\theta \approx \pi/2$ .

4. Наконец, не менее интересно в рамках данной модели исследовать поведение ядра-мишени и в случае столкновения с  $\theta \approx 0$ . Рассмотренный здесь механизм в принципе может привести к тому, что вблизи точки  $t = 0$  ядро-мишень окажется разбросанным по состояниям, соответствующим спектру  $\beta$ -колебаний сплюснутого ядра ( $\beta_0 < 0$ ). Не исключено, что и эти состояния могут распадаться по каналу деления. Интуитивно представляется вероятным, что доля распадов этих состояний по каналу тройного деления должна быть весьма большой.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование проблемы учета кулоновского взаимодействия в реакциях между ядрами, обладающими достаточно большими зарядами, позволяет сделать некоторые выводы.

1. В отличие от обычных реакций, обусловленных взаимодействием нуклонов (или других легких частиц) с ядром, роль кулоновского взаимодействия в процессах, сопровождающих столкновение сложных ядер, оказывается весьма важной.

Следует ожидать, что картина развития процессов типа реакций передачи неупругого рассеяния существенно усложнится. Основная причина этого усложнения — предварительное взаимное возбуждение сталкивающихся ядер мощным кулоновским полем. Образно говоря, сближающиеся ядра должны пройти стадию «подготовки» к столкновению, в результате которой в момент включения ядерных сил они оказываются деформированными (или приобретают дополнительную деформацию) и возбужденными. Это обстоятельство и было продемонстрировано с помощью простых модельных расчетов.

2. Интенсивное кулоновское взаимодействие может «открыть» и качественно новые каналы реакции.

Очень интересным и, по нашему мнению, важным является канал кулоновского деления ядер, описанный в разд. 5. Новые возможности, открывающиеся в связи с этим процессом, вполне заслуживают дальнейшего тщательного теоретического и экспериментального изучения.

Весьма вероятно, что, используя описанную выше модель, можно исследовать процессы, родственные явлению «изомерии формы».

3. Разумеется, упомянутые здесь теоретические работы, являются лишь первым этапом исследования проблемы. Некоторые конкретные замечания о путях усовершенствования теории сделаны по ходу изложения.

Здесь хотелось бы упомянуть и еще об одном интересном вопросе. Как уже отмечалось, характерной чертой большинства исследований является ограничение случаем чисто кулоновского взаимодействия. Мотивы для такого выбора вполне понятны. Однако на следующем этапе было бы крайне желательно попытаться рассмотреть динамику столкновения ядер при околорезонансных энергиях, когда становится возможным прямой контакт ядер. В этом случае необходимо учесть искажения, обусловленные включением ядерных сил. Первые и весьма грубые оценки такого рода явлений проведены в работе Холма и Грейнера [15]. Следует ожидать, что роль искажений, имеющих моды высокой мультипольности ( $\lambda > 2$ ), сильно возрастет. Это может привести к возникновению ряда новых эффектов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Breit G. et al. Phys. Rev., **87**, 74 (1952).
2. Гейликман Б. Т. «Атомная энергия», **6**, 290 (1959).
3. Wong C. Y. Phys. Lett., **26B**, 120 (1968); Nucl. Data, **A4**, 271 (1968); Wong C. Y., Jensen A. S. In: Proceedings International Conference on Progress Nuclear States. Montreal, Les Presses de L'Universite Le Montreal, 1969.
4. Струтинский В. М. В кн. «Всесоюзная летняя школа по ядерной спектроскопии при ядерных реакциях». Обнинск, 1966, стр. 526.
5. Грабовский Я. и др. Препринт ОИЯИ Р4-5159, 1970.
6. Коган В. И., Галицкий В. М. Сборник задач по квантовой механике. М., Гостехтеориздат, 1956.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М., Физматгиз, 1958.
8. Alder K. et al. Rev. Mod. Phys., **28**, 432 (1956).
9. Karin Beyer, Winther A. Phys. Lett., **30B**, 296 (1969).
10. McInture J. A., Backer S. D. Phys. Rev., **116**, 1212 (1959). Калинин Б. Н., Пустыльник Б. И. Acta Phys. Pol., **XXIII**, 375 (1962); Калинин В. Н. et al. In: Proceedings of the Third Conference on Reactions between Complex Nuclei. University of California Press. Berkeley and Los Angeles, 1963; Acta Phys. Pol., **XXIV**, 427 (1963).
11. Калинин Б. Н., Ом Сан Ха. Препринт ОИЯИ Р-761, 1961.
12. Калинин Б. Н., Пустыльник Б. И. Acta Phys. Pol., **XXII**, 441 (1962).
13. Willets L. et al. Phys. Rev., **156**, 1349 (1967).
14. Грабовский Я., Калинин Б. Н. Препринт ОИЯИ Р4-5158, 1970.
15. Holm H., Greiner W. Phys. Rev. Lett., **24**, No. 8, 404 (1970).