РАССЕЯНИЕ ЧАСТИЦ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ НА ЯДРАХ И ЭФФЕКТИВНЫЙ ОПТИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ

И. Ж. Петков

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, ДУБНА

АННОТАЦИЯ

В работе излагаются теория оптического потенциала и методы решения задачи упругого рассеяния частиц большой энергии на ядрах.

ABSTRACT

The theory of the optical potential and the methods of solving the problem of high energy scattering of particles on nuclei are presented in succession.

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что проблема упругого рассеяния частиц на сложных системах, таких, как атомные ядра, сводится к решению бесконечной системы связанных дифференциальных уравнений. Кроме больших трудностей непосредственного математического изучения этих уравнений имеются также принципиальные затруднения, связанные с тем, что ядерноструктурные функции, входящие в систему, неизвестны. Поэтому при решении конкретных задач приходится вводить ряд приближений, касающихся как структуры ядра, так и методов решения.

В общей теории рассеяния очень плодотворной оказалась идея использования оптического потенциала. Хотя сведение бесконечной системы уравнений к одному уравнению с помощью оптического потенциала имеет формальный характер, тем не менее оказывается, что это представляет значительный прогресс в решении проблемы. Так, общие свойства и структура оптического потенциала дают ценные указания для реалистического подхода к задаче, в частности для построения феноменологического потенциала.

Анализ структуры оптического потенциала значительно упрощается при высоких энергиях падающих частиц. В этом случае можно предположить, что энергия частицы значительно превосходит энергии виртуальных возбуждений ядра-мишени, и допустимо использовать условие полноты по ядерным состояниям. Действуя таким образом [1—3], можно связать оптический потенциал с важной ядерной величиной, характеризующей двучастичные корреляции между нуклонами в ядрах. Исследование корреляционной части потенциала показывает, что при высоких энергиях задача рассеяния частиц может быть сведена к изучению двух уравнений, в которых основной, упругий канал связан только с одним эффективным неупругим каналом.

Настоящая работа посвящена последовательному изложению теории оптического потенциала и методов решения задачи упругого рассеяния при высоких энергиях падающих частиц.

2. РАССЕЯНИЕ НА СЛОЖНОЙ СИСТЕМЕ И ОПТИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ

Общим вопросом проблемы рассеяния частицы на сложной системе частиц посвящено большое число работ [1—3]. Поэтому здесь мы изложим только элементарный вывод выражения для оптического потенциала, а также кратко обсудим те стороны оптического потенциала, которые необходимы при обсуждении приближенных высокоэнергетических подходов к рассеянию.

Рассматриваемую систему налетающая частица — ядро будем описывать волновым уравнением

$$(E-H_p-H-V)\,\Psi(\mathbf{r},\mathbf{R})=0, \tag{2.1}$$

где

$$V=\sum_{i=1}^{A} v(\mathbf{r},\mathbf{R}_i) \tag{2.2}$$

потенциал взаимодействия частицы с ядром, выраженный через сумму двучастичных взаимодействий $v(\mathbf{r},\mathbf{R}_i)$; H_p — гамильтониан свободного движения частицы; H — гамильтониан ядра; $\mathbf{r}$, $\mathbf{R}$ обозначают координату падающей частицы и совокупность координат нуклонов ядра.

Рассеяние на сложной системе удобно рассматривать как многоканальную задачу, поэтому введем собственные состояния Φ_n оператора H:

$$H\Phi_n=E_n\Phi_n,\quad \Phi_n\equiv|n\rangle \tag{2.3}$$

и проекцию $\psi_n(\mathbf{r})$ полной функции $\Psi(\mathbf{r},\mathbf{R})$ на ядерное состояние Φ_n:

$$\psi_n(\mathbf{r})=\int \Phi_n^*(\mathbf{R})\,\Psi(\mathbf{r},\mathbf{R})\,d\mathbf{R}. \tag{2.4}$$

Тогда из уравнения (2.1) получим следующую (бесконечную) систему связанных уравнений:

$$(E-H_p)\,\psi_0=\sum_{m=0}^{\infty} V_{0m}\psi_m; \tag{2.5}$$

$$(E-E_n-H_p)\,\psi_n=\sum_{n'=0}^{\infty} V_{nn'}\psi_{n'},\quad n\neq 0,$$

где

$$V_{nn'}\equiv\langle n|V|n'\rangle=\int \Phi_n^*(\mathbf{R})\sum_{i=1}^{A} v(\mathbf{r},\mathbf{R}_i)\,\Phi_{n'}(\mathbf{R})\,d\mathbf{R}.$$

Выделенная в левой части (2.5) функция ψ_0 описывает основной, упругий канал реакции — упругое рассеяние, и, как видно, она связана со всеми функциями ψ_n, определяющими уход частиц в неупругие каналы. Нулевое приближение к системе (2.5) состоит в пренебрежении неупругими каналами, которое часто применяется, например, для анализа упругого рассеяния электронов на ядрах. В этом случае H_p имеет смысл известного оператора Дирака, а $V_{00}\simeq V_{nn}$ — кулоновское взаимодействие электрона с ядром, определяемое обычно феноменологически через некоторую плотность распределения электрического заряда. Строго говоря, поскольку целью электронного эксперимента является получение информации о плотности распределения заряда, то такая обработка данных по упругому рассеянию дает эффективную плотность, параметры которой могут, таким образом, оказаться зависящими от энергии E.

В случае сильно взаимодействующих с ядрами падающих частиц связью каналов уже пренебрегать нельзя, и следует учесть по крайней мере недиагональные матричные элементы V_{0n}, связывающие упругий канал с неупругими. Это приводит, как мы увидим далее, к учету вклада двучастичных корреляций между нуклонами ядра в эффективном (оптическом) потенциале.

Для получения оптического потенциала заметим, что систему (2.5) можно преобразовать формально к одному уравнению для ψ_0 введением некоторого оператора $V_{\text{опт}}$, результат действия которого на функцию ψ_0 эквивалентен правой части уравнения (2.5):

$$V_{\text{опт}}\psi_0 = \sum_{n=0}^{\infty} V_{0n}\psi_n \equiv \int \Phi_0^*(\mathbf{R})\, V(\mathbf{r}, \mathbf{R})\, \Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R})\, d\mathbf{R}. \tag{2.6}$$

Итак, получаем уравнение

$$(E - H_p - V_{\text{опт}})\,\psi_0 = 0, \tag{2.7}$$

имеющее следующее формальное решение:

$$\psi_0 = \varphi + \frac{1}{E - H_p + i\delta} V_{\text{опт}}\psi_0, \tag{2.8}$$

где φ — решение уравнения (2.7) при $V = 0$. Оптический потенциал получим на основе уравнения (2.6), учитывая, что

$$\Psi = \Phi_0\varphi + \frac{1}{E - H_p - H - V + i\delta} V\Phi_0\varphi. \tag{2.9}$$

Подставляя (2.9) в (2.8) в (2.6), получаем окончательно

$$V_{\text{опт}} = V_{00} + \left\langle 0 \left| V \frac{1}{E - H_p - H - V + i\delta} (V - V_{\text{опт}}) \right| 0 \right\rangle. \tag{2.10}$$

Таким образом, ценою введения сложнейшего оператора $V_{\text{опт}}$ многоканальная задача переходит в полностью эквивалентную ей одноканальную задачу. Хотя уравнение (2.10), определяющее оптический потенциал, является точным, оно имеет формальный смысл, так как определение пропагатора $(E - H_p - H - V)^{-1}$ все равно требует решения первоначально поставленной задачи [уравнение (1.1)]. Тем не менее это уравнение полезно, так как позволяет выявить общие свойства оптического потенциала, а также подсказать возможные приемлемые приближенные подходы для отыскания $V_{\text{опт}}$. Так, из уравнения (2.10) видно, что $V_{\text{опт}}$ является нелокальным комплексным оператором и зависит от энергии падающих частиц E. Этим основным свойством часто пытаются ограничиться, например, при феноменологическом выборе оптического потенциала.

Для приведения уравнения (2.10) к более простому виду в качестве первого шага разложим $V_{\text{опт}}$ по степеням матричных элементов V, ограничиваясь членами до второго порядка по недиагональным матричным элементам V_{0n}. В этом случае после несложных преобразований получаем главные члены разложения в следующем виде:

$$V_{\text{опт}} = V_{00} + \sum_{n \neq 0}^{\infty} V_{0n} \frac{1}{E - H_p - E_n - V_{nn} + i\delta} V_{n0} + \ldots \quad (2.11)$$

Отсутствие здесь слагаемого с $n = 0$ связано с тем, что в правой части уравнения (2.10) вместо $V_{\text{опт}}$ подставлено его нулевое значение V_{00}. Это отражает тот факт, что в случае упругого рассеяния ядерные переходы могут быть только виртуальными. Матричные элементы $V_{nn'}$ в (2.11) выражаются посредством двучастичных взаимодействий падающей частицы с нуклонами ядра-мишени и для антисимметризованных ядерных волновых функций Φ_n имеют вид

$$V_{nn'} = A \langle n | v | n' \rangle, \quad (2.12)$$

где A — число нуклонов ядра-мишени.

Вообще говоря, при рассеянии частиц высоких энергий величина v не является вполне определенной, поэтому разумно работать с эффективным двучастичным взаимодействием t, связанным с амплитудой рассеяния частицы на отдельном нуклоне, находящемся в среде остальных:

$$t = v + v \frac{1}{E - H_p - H + i\delta} t. \quad (2.13)$$

Отметим здесь только, что, используя уравнение (2.13), можно прийти опять к результатам (2.10) и (2.11), в которых вместо $V_{nn'}$ входят

$$V'_{nn'} = (A - 1) \langle n | t | n' \rangle. \quad (2.14$$

Амплитуды рассеяния, определенные на основе уравнения (2.7) в терминах $V_{nn'}$ или $V'_{nn'}$, связаны соотношением [1]

$$f' = \frac{A-1}{A} f.$$

При анализе рассеяния нуклонов большой энергии на ядрах [4—6] эффективное взаимодействие t связывают с амплитудой нуклон-нуклонного рассеяния, описывающей соответствующие эксперименты, ограничивая тем самым число подгоняемых под эксперимент параметров двучастичного потенциала.

Несмотря на проведенные упрощения, находить оптический потенциал по формуле (2.11) все еще весьма сложно, поэтому для его практических вычислений следует сделать ряд дополнительных приближений, касающихся в основном пропагатора $(E - H_p - E_n - V_{nn})^{-1}$. Некоторые из них рассмотрим в следующем разделе.

3. ДВУХКАНАЛЬНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

В большинстве имеющихся приложений теории в качестве оптического потенциала используется первый член разложения (2.11), причем эффективное двучастичное взаимодействие t заменяется на двучастичную амплитуду рассеяния t_0 (импульсное приближение). Это приближение известно в литературе под названием «приближение многократного рассеяния». В этом случае

$$V_{\text{опт}} \approx V_{00} = (A-1)\langle 0 | t | 0 \rangle \tag{3.1}$$

или совместно с импульсным приближением $t \to t_0$, где $t_0 = v + v \frac{1}{E - H_p + i\delta} t_0$, можно получить [1—3]

$$V_{\text{опт}} \approx A \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} t_0(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{qr}} \langle 0 | e^{-i\mathbf{qR}} | 0 \rangle \approx A\rho(\mathbf{r}) t_0(0). \tag{3.2}$$

Здесь $\rho(\mathbf{r})$ — одночастичная плотность распределения нуклонов; $t_0 = -\frac{4\pi}{2m} f(0)$; $f(0)$ — обычная амплитуда рассеяния частицы на нуклоне при $\theta = 0$. Результат (3.2) получен при дополнительных приближениях, когда кинетической энергией нуклона мишени пренебрегают по сравнению с энергией падающей частицы, а также при условии, что волновую функцию основного состояния ядра можно представить в виде произведения одночастичных волновых функций, и, значит, $\Phi_0^* \Phi_0 = \rho_1(\mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{r}_2) \ldots$ Кроме того, в выражении (3.2) не учитывается зависимость t_0 от спинов частиц.

Как видно, оптический потенциал в приближении многократного рассеяния локален, комплексен ($\operatorname{Im} f(0) \neq 0$) и зависит от энергии посредством амплитуды $f(0)$. Его функциональная зависимость от $\mathbf{r}$ такая же, как и у одночастичной плотности $\rho(\mathbf{r})$. Отметим, что результаты последних расчетов рассеяния пионов и нуклонов высокой энергии на ядрах [4, 5], проведенные в приближении Глаубера, в основном совпадают с полученными на основе оптического потенциала (3.2). Несмотря на значительные успехи в описании экспериментов, ряд приближений в теории многократного рассеяния, касающихся как динамики столкновения, так и структуры ядра, не дают возможности получать более тонкие сведения о ядре, например, такие, как нуклонные корреляции.

Как будет видно из дальнейшего, двучастичная корреляционная функция содержится во втором члене (2.11):

$$\Delta V_{\text{опт}} = \sum_{n \neq 0}^{\infty} V_{0n} \frac{1}{E - H_p - E_n - V_{nn} + i\delta} V_{n0}, \tag{3.3}$$

поэтому интересно изучить влияние его на амплитуду рассеяния.

Для построения такого результата в явном виде обычно принимается, что в пропагаторе (3.3) можно заменить ядерные энергии E_n и потенциалы V_{nn} на некоторые эффективные или средние значения $\bar{E}$, $\bar{V}$, которые, вообще говоря, могут зависеть от энергии E и передаваемого импульса. После этого можно использовать условие полноты $\sum_n |n\rangle\langle n| = 1$, так что в уравнении (3.3) получается (в импульсном представлении)

$$K(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2) = \sum_{n\neq 0}^{\infty} V_{0n}(\mathbf{q}_1) V_{n0}(\mathbf{q}_2) = (A-1)\, t(\mathbf{q}_1)\, t(\mathbf{q}_2)\, K_0(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2), \tag{3.4}$$

где

$$K_0(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2) = \int d^3r_1 d^3r_2 e^{-i(\mathbf{q}_1\mathbf{r}_1+\mathbf{q}_2\mathbf{r}_2)} K_0(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2) =$$

$$= \frac{1}{A^2} \sum_{n\neq 0}^{\infty} F_{0n}(q_1) F_{n0}(q_2); \tag{3.5}$$

$$F_{0n}(\mathbf{q}) = \int \Phi_0^*(\mathbf{R})\, e^{-i\mathbf{q}\mathbf{R}} \Phi_n(\mathbf{R})\, d\mathbf{R} = \int \rho_{0n}(\mathbf{R}_1)\, e^{-i\mathbf{q}\mathbf{R}_1} d^3R_1 \equiv \rho_{0n}(\mathbf{q}).$$

После использования условия полноты корреляционная функция принимает окончательный вид:

$$K_0(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2) = \frac{A-1}{A} [\rho(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2) - \rho(\mathbf{q}_1)\rho(\mathbf{q}_2)] +$$

$$+ \frac{1}{A} [\rho(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) - \rho(\mathbf{q}_1)\rho(\mathbf{q}_2)], \tag{3.6}$$

где

$$\rho(\mathbf{q}) = \int e^{-i\mathbf{q}\mathbf{R}_1} |\Phi_0(\mathbf{R})|^2 d\mathbf{R} = \int e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r})\, d^3r;$$

$$\rho(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2) = \int e^{-i(\mathbf{q}_1\mathbf{R}_1+\mathbf{q}_2\mathbf{R}_2)} |\Phi_0(\mathbf{R})|^2 d\mathbf{R} =$$

$$= \int e^{-i(\mathbf{q}_1\mathbf{r}_1+\mathbf{q}_2\mathbf{r}_2)} \rho(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2)\, d^3r_1\, d^3r_2.$$

Учитывая, что

$$\int \rho(r_1r_2)\, d^3r_2 = \rho(r_1); \qquad \int \rho(\mathbf{r})\, d^3r = 1,$$

нетрудно установить условия, которым удовлетворяет корреляционная функция:

$$K_0(\mathbf{q},\ 0) = K_0(0,\ \mathbf{q}) = 0; \qquad K_0(\mathbf{q}_1\mathbf{q}_2) = K_0(\mathbf{q}_2\mathbf{q}_1).$$

Разность $\rho(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2) - \rho(\mathbf{r}_1)\rho(\mathbf{r}_2)$ [см. уравнение (3.6)] показывает, что корреляции возникают как согласно принципу Паули, так и вследствие характера ядерных сил между нуклонами (например, твердая сердцевина).

Далее, разработку схемы учета корреляционной функции на рассеяние мы связываем с возможностью ее приближенной факторизации типа

$$K_0(q_1q_2) \approx B(q_1)\, B(q_2). \tag{3.7}$$

Тогда бесконечная система (2.5) переходит в систему двух уравнений, устанавливая тем самым связь упругого канала лишь с одним, эффективным неупругим каналом ($n = 0$). Эту связь осуществляет эффективный матричный элемент:

$$\widetilde{V}_{01}(q) = \int \widetilde{V}_{01}(\mathbf{r})\, e^{-i\mathbf{qr}}\, d^3r = (A-1)\, t(q) \sqrt{K_0(\mathbf{q},\ \mathbf{q})}. \tag{3.8}$$

Соотношение (3.7) является точным только в том случае, когда рассеивающая система имеет два состояния: основное «0» и возбужденное «1». Представляет интерес случай, когда в конкретной физической ситуации сумма по n в формуле (3.4) включает либо состояния с большим весом и близкие по своим свойствам, либо состояния, расположенные в небольшом энергетическом интервале (типа резонансных). В таких случаях можно надеяться, что вклад этих состояний можно свести к вкладу одного эффективного уровня и, таким образом, рассматривать задачу приближенно как двухканальную. Для частиц высокой энергии факторизация (3.7) является достаточно корректной (это, в частности, следует из квазиклассической теории многоканального рассеяния [2]) [см. также разд. 5].

Итак, в данном случае задача значительно упростилась, ибо бесконечная система (2.5) свелась к системе из двух уравнений:

$$(E - H_p - V_{00})\, \psi_0 = V_{01}\psi_1;$$

$$(E - H_p - \mathbf{E} - \mathbf{V})\, \psi_1 = V_{10}\psi_0, \tag{3.9}$$

где эффективные потенциалы связи каналов V_{01}, V_{10} определяются с помощью уравнения (3.8).

В ряде задач ядерной физики, таких, как неупругое рассеяние сильно взаимодействующих частиц на ядрах (где часто применяется метод искаженных волн [8]), упругое рассеяние электронов с учетом виртуальных ядерных переходов [9, 10], резонансное рассеяние частиц, также приходится иметь дело с системой двух уравнений, полученных в приближении слабой связи каналов.

В заключение этого раздела резюмируем основные приближения, использованные при получении уравнений (3.9).

1. Учитываются только двучастичные корреляции в ядрах. Для бесконечной системы (2.5) это означает пренебрежение всеми недиагональными матричными элементами, кроме тех, которые связывают основное состояние.

2. Ядерные энергии возбуждения E_n в пропагаторе (3.3) заменяются некоторой эффективной энергией.

3. Уравнение (3.9) следует только после факторизации ядерной корреляционной функции типа (3.7).

Решение системы (3.9) в приближении высокой энергии и соответствующий эффективный (оптический) потенциал рассмотрим в следующем разделе.

4. ОПТИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ В ДВУХКАНАЛЬНОМ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В силу приведенных выше условий получения системы (3.9) ее следует применять в основном при высоких энергиях падающих частиц. Решать задачу численными методами в этом случае чрезвычайно трудно. Кроме того, при этом теряется возможность качественного анализа влияния структурных факторов на рассеяние частиц. В связи с этим изложим здесь приближенный метод решения. По сути, он является обобщением метода получения амплитуды рассеяния, который используется в рамках потенциального подхода.

Известно [11, 12], что в рамках этого подхода амплитуда упругого рассеяния имеет вид

$$f(q)=\int_0^\infty J_0(q\rho)\frac{\chi(\rho)}{1-\frac{i}{2p}\chi(\rho)}\rho\,d\rho, \tag{4.1}$$

$$\chi(\rho)=-\int_0^\infty U\left(\sqrt{\rho^2+t^2}\right)dt, \qquad q=2p\sin\frac{\theta}{2}.$$

Эту формулу можно получить, исходя из точного уравнения для амплитуды:

$$f(q)=-\frac{1}{4\pi}\int e^{i\mathbf{qr}}U(r)\Phi(\mathbf{r})\,d^3r, \tag{4.2}$$

$$\mathbf{q}=\mathbf{p}_0-\mathbf{p},$$

где

$$\Phi(\mathbf{r})=1-\frac{1}{4\pi}\int\frac{e^{ip|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}e^{i(\mathbf{p}_0,\mathbf{r}'-\mathbf{r})}U(\mathbf{r}')\Phi(\mathbf{r}')\,d^3r'.$$

Выражению (4.2) можно придать вид [13]

$$f(q)=\int_0^\infty M(q\rho)\chi(\rho)\rho\,d\rho, \tag{4.3}$$

где локальная амплитуда $M(q\rho)$ удовлетворяет следующему уравнению:

$$M(q\rho)=J_0(q\rho)+\frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty\rho'd\rho'\chi(\rho')\int\frac{J_0(\rho|\mathbf{q}-\boldsymbol{\tau}|)M(\rho'\tau)}{|\mathbf{p}_0-\boldsymbol{\tau}|^2-p^2-i\delta}d^3\tau. \tag{4.4}$$

При больших энергиях ($p\gg|\chi(\rho)|$) и малых углах рассеяния можно считать, что передаваемый импульс $\mathbf{q}$, так же как и вектор $\boldsymbol{\tau}$, лежит в плоскости, перпендикулярной к начальному импульсу $\mathbf{p}_0$. Тогда получаем следующее приближенное решение для локальной амплитуды:

$$M(q\rho)\simeq J_0(q\rho)\,\Gamma(\rho)=J_0(q\rho)\,\frac{1}{1-\frac{i}{2p}\chi(\rho)}\,. \tag{4.5}$$

Формулы (4.5), (4.3) приводят непосредственно к результату (4.1). Этот же результат получается, если записать функцию в высокоэнергетическом приближении [12]:

$$\Psi(\mathbf{r})=\left[1+\frac{i}{4p}\int\limits_{-\infty}^{z}U(\rho,\,t)\,dt\right]^{-2}e^{i\mathbf{p}_0\mathbf{r}} \tag{4.6}$$

и она удовлетворяла бы уравнению Шредингера с точностью до членов порядка $0\left(\frac{1}{p^2}\right)$. При подстановке (4.6) в (4.2) проводят интегрирование по прицельному параметру ρ, причем продольной составляющей $\mathbf{q}$ вдоль направления $\mathbf{p}_0$ пренебрегают (приближение малых углов).

Амплитуда (4.1) будет давать для сечения $\frac{d\sigma}{d\Omega}=|\,f(q)\,|^2$ результат, близкий к тому, что можно получить на основе широко известной формулы Мольера [14], впервые введенной в ядерную физику Глаубером [15]:

$$f(q)=-ip\int\limits_0^{\infty}J_0(q\rho)\,[e^{\frac{i}{p}\chi(\rho)}-1]\,\rho\,d\rho. \tag{4.7}$$

Эту же формулу легко получить, подставляя в уравнение (4.2) другое приближенное решение уравнения Шредингера $\Big[$так же как и функция (4.6), с точностью до членов $0\left(\frac{1}{p^2}\right)\Big]$:

$$\Psi(\mathbf{r})=e^{-\frac{i}{2p}\int\limits_{-\infty}^{z}U(\rho,\,t)dt}\,e^{i\mathbf{p}_0\mathbf{r}}, \tag{4.8}$$

при этом интегрирование проводят аналогичным образом с пренебрежением продольной составляющей $\mathbf{q}$. Отметим, что как в функциях (4.6), (4.8), так и в амплитудах (4.1), (4.7) зависимость от энергии существенно разная. Можно показать [11, 16], что качественно правильную зависимость имеет выражение (4.6), поэтому мы надеемся, что получим более точную зависимость оптического потенциала от энергии падающих частиц, если обобщим метод, приводящий к амплитуде (4.5).

Для удобства запишем сначала систему (3.9) в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}(\nabla^2+p_0^2)\,\psi_0(\mathbf{r})&=U_{00}(r)\,\psi_0(\mathbf{r})+U_{01}(r)\,\psi_1(\mathbf{r});\\(\nabla^2+p_1^2)\,\psi_1(\mathbf{r})&=U_{10}(r)\,\psi_0(\mathbf{r})+U_{11}(r)\,\psi_1(\mathbf{r}),\end{aligned}\right\} \tag{4.9}$$

где $p_0 = \sqrt{2mE}$; $p_1 = \sqrt{2m(E-E_1)}$; E_1 — эффективная энергия возбуждения; $U_{nn} = 2mV_{nn}$ — средние значения эффективного потенциала взаимодействия частицы с нуклоном мишени по основному ($n=0$) и возбужденному ($n=1$) ядерным состояниям; $U_{nn'} = 2mV_{nn'}$ — эффективные потенциалы связи каналов, которые считаются сферически симметричными.

Амплитуду упругого рассеяния, которая содержится в асимптотике функции ψ_0 при $r \to \infty$, можно представить в виде

$$f_{00}(q) = -\frac{1}{4\pi}\sum_{n=0}^{1}\int U_{0n}(|\mathbf{q}-\boldsymbol{\tau}|)\,\Phi_n(\boldsymbol{\tau})\,d^3\tau, \qquad (4.10)$$

где

$$\Phi_n(\boldsymbol{\tau}) = \delta_{n0}\delta(\boldsymbol{\tau}) - \frac{1}{|\mathbf{p}_0-\boldsymbol{\tau}|^2 - p_n^2 - i\delta}\sum_{n'} U_{nn'}(|\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}'|)\,\Phi_{n'}(\boldsymbol{\tau}')\,\frac{d^3\tau'}{(2\pi)^3}. \qquad (4.11)$$

Если ввести точное представление функций $U_{nn'}(x)$ посредством функции Бесселя:

$$U_{nn'}(x) = -4\pi\int_0^\infty J_0(\rho x)\,\chi_{nn'}(\rho)\,\rho\,d\rho, \qquad (4.12)$$

$$\chi_{nn'}(\rho) = -\int_0^\infty U_{nn'}\left(\sqrt{\rho^2+t^2}\right)dt,$$

амплитуду (4.10) можно преобразовать к виду

$$f_{00}(q) = \sum_n \int_0^\infty M_{0n}(q\rho)\,\chi_{0n}(\rho)\,\rho\,d\rho \simeq \int_0^\infty J_0(q\rho)\sum_n \chi_{0n}(\rho)\,\Gamma_n(\rho)\,\rho\,d\rho.$$

Локальные амплитуды M_{0n} удовлетворяют системе интегральных уравнений типа (4.4), из которых получаем для Γ_n

$$\Gamma_n(\rho) = \delta_{n0} + \frac{1}{2\pi^2}\sum_{n'}\int_0^\infty G_n(\rho,\rho')\,\chi_{nn'}(\rho')\,\Gamma_{n'}(\rho')\,\rho'\,d\rho', \qquad (4.13)$$

где ядро уравнения

$$G_n(\rho,\rho') = \int \frac{J_0(\rho\,|\mathbf{p}_0-\boldsymbol{\tau}|)\,J_0(\rho'\,|\mathbf{p}_0-\boldsymbol{\tau}|)}{\tau^2 - p^2 - i\delta}\,d^3\tau. \qquad (4.14)$$

Определение f_{00}, таким образом, требует решения системы (4.13), которое подробно обсуждалось в работах [4, 7]. Приведем окончательное выражение для амплитуды, ограничиваясь для простоты δ-значением ядра $G_n(\rho,\rho')$:

$$f_{00}(q) = \int_0^\infty J_0(q\rho)\,\frac{\chi_{00}\left(1-\frac{i}{2p}\chi_{11}\right) + \frac{i}{2p}\chi_{01}\chi_{10} - \gamma\chi_{01}}{\left(1-\frac{i}{2p}\chi_{00}\right)\left(1-\frac{i}{2p}\chi_{11}\right)}\,\rho\,d\rho. \qquad (4.15)$$

Параметр γ пропорционален $(p-p_1)^2 \simeq \frac{m}{2} \cdot \frac{E_1^2}{E}$ и появляется вследствие учета эффективной энергии возбуждения. Теперь мы можем легко найти искомый оптический потенциал. Для этого сравним (4.15) с амплитудой:

$$f(q) = \int_0^\infty J_0(q\rho) \frac{X_{\text{опт}}(\rho)}{1 - \frac{i}{2p} X_{\text{опт}}(\rho)} \rho \, d\rho, \tag{4.16}$$

которая соответствует решению уравнения Шредингера с потенциалом:

$$U_{\text{опт}}(r) = \frac{1}{\pi r} \cdot \frac{d}{dr} \int_r^\infty \frac{X_{\text{опт}}(\rho)}{\sqrt{\rho^2 - r^2}} \rho \, d\rho \tag{4.17}$$

в приближении высокой энергии. Сравнение приводит к результату [16] (при $\gamma = 0$):

$$X_{\text{опт}}(\rho) = \chi_{00}(\rho) + \frac{i}{2p} \cdot \frac{\chi_{01}(\rho)\,\chi_{10}(\rho)}{1 - \frac{i}{2p} \chi_{11}}, \tag{4.18}$$

где χ_{00} в точности соответствует потенциалу в приближении многократного рассеяния $V_{00} = \frac{1}{2m} U_{00}$ [см. формулу (2.11)] и связан с ним интегральным уравнением (4.17). Второе слагаемое в уравнении (4.18) квадратично по потенциалу связи каналов χ_{01}, так как мы ограничились учетом только двучастичных корреляций в ядре. Интересно отметить, что в приближении высокой энергии оптический потенциал (4.18) оказался локальным. Зависимость от энергии в нем содержится как в факторе $1/2p$, так и в потенциалах $V_{nn'}$, где она входит через амплитуды рассеяния частицы на ядерном нуклоне [см., например, формулу (3.2)]. Для пояснения структуры (4.18) рассмотрим случай, когда $\operatorname{Im} \chi_{nn'} = 0$. Тогда получаем

$$\operatorname{Re} X_{\text{опт}} = \chi_{00} - \frac{1}{4p^2} \chi_{11} \frac{\chi_{01}\chi_{10}}{1 + \frac{1}{4p^2} \chi_{11}^2}; \tag{4.19}$$

$$\operatorname{Im} X_{\text{опт}} = \frac{1}{2p} \cdot \frac{\chi_{01}\chi_{10}}{1 + \frac{1}{4p^2} \chi_{11}^2}.$$

Отсюда можно сделать вывод, что корреляции содержатся в основном в мнимой части оптического потенциала. Другими словами, включение в задачу двучастичных корреляций приводит к дополнительному уходу частиц из входного канала, что, естественно, отражается и на величине полного сечения: $\sigma_т = \frac{4\pi}{p} \operatorname{Im} f_{00}(0)$. Знак мнимой части потенциала (4.19) соответствует поглощению частиц, так как $\operatorname{Im} X_{\text{опт}}(\rho) = -\int\limits^{\infty} \operatorname{Im} U_{\text{опт}}(\rho, t)\, dt$, откуда, учитывая явный вид мнимой части $X^0_{\text{опт}}$, получаем $\operatorname{Im} U_{\text{опт}} < 0$. Отмеченные особенности (4.19) могут служить также как полезные указания при феноменологическом выборе оптического потенциала.

5. РЕШЕНИЕ БЕСКОНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ В ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Как было видно, система (2.5) содержит бесконечное число функций $V_{nn'}$, которые в принципе неизвестны. Поэтому излагаемый здесь квазиклассический метод решения преследует в основном методические цели: дается простой пример приближенного решения такой системы, который, как оказывается, имеет прямое отношение к сведению многоканальной задачи упругого рассеяния как двухканальной.

Квазиклассический метод решения системы (2.5):

$$(H_p - E - E_n)\,\psi_n = \sum_{n'=0}^{\infty} V_{nn'}\psi_{n'} \tag{5.1}$$

является обобщением метода, который используется при решении задач потенциального (одноканального) рассеяния частиц и основывается на предположении, что при достаточно гладких потенциалах частица испытывает небольшое отклонение в области действия силового поля, так что можно ограничиться лишь приближенным вычислением фазы волновой функции. Те же физические предположения, по существу, принимаются и в многоканальном рассеянии, только теперь эти требования должны относиться ко всем потенциалам связи каналов $V_{nn'}$, входящих в бесконечную систему (5.1).

Запишем (5.1) в эквивалентной интегральной форме:

$$\psi_n(\mathbf{r}) = \delta_{n0} e^{i\mathbf{p}_0\mathbf{r}} - \int \frac{e^{ip_n|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \sum_{n'} U_{nn'}(\mathbf{r}')\,\psi_{n'}(\mathbf{r}')\, d^3r', \tag{5.2}$$

где

$$U_{nn'}(\mathbf{r}) = 2mV_{nn'}; \qquad p_n = \sqrt{2m(E-E_m)} \approx p\left(1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{E_n}{E}\right);$$

E_n — энергия возбуждения ядра, отсчитываемая от E_0. В уравнение (5.2) включены граничные условия задачи: при $z \to -\infty$ рассеивающая система находится в основном состоянии, а частица движется в положительном направлении с импульсом p_0. Решение системы будем искать в следующем виде:

$$\psi_n(\mathbf{r}) = \varphi_n(\mathbf{r})\, e^{i\mathbf{p}_n\mathbf{r}}, \tag{5.3}$$

причем будем считать, что функции φ_n, так же как и $U_{nn'}$, слабо меняются на расстояниях порядка длины волны падающей частицы.

При этих (довольно сильных) ограничениях получим для неизвестных φ_n следующую систему:

$$\varphi_n(\mathbf{r}) = \delta_{n0} - \int \frac{e^{ip_n|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \sum_{n'} U_{nn'}(\mathbf{r}') e^{-i\mathbf{p}_n\mathbf{r}} e^{i\mathbf{p}_{n'}\mathbf{r}'} \varphi_{n'}(\mathbf{r}') d^3r' \quad (5.4)$$

или после подстановки $\mathbf{r}-\mathbf{r}'=\mathbf{u}$

$$\varphi_n(\mathbf{r}) = \delta_{n0} - \sum_{n'} \int \frac{e^{ip_n u}}{4\pi u} F_{nn'}(\mathbf{r}-\mathbf{u}) e^{-i(\mathbf{p}_n-\mathbf{p}_{n'},\,\mathbf{r})} e^{-i\mathbf{p}_{n'}\mathbf{u}} d^3u;$$

$$F_{nn'}(\mathbf{r}) = U_{nn'}(\mathbf{r})\varphi_{n'}(\mathbf{r}). \quad (5.5)$$

Здесь можно провести интегрирование по частям по углам $\theta_{\hat{pu}}$ и ограничиться первым членом полученного асимптотического ряда с точностью до членов $0\left(\frac{1}{p^2}\right)$, так что [2, 17]

$$\varphi_n(x, y, z) = \delta_{n0} - i\sum_{n'} \int_{-\infty}^{z} \widetilde{U}_{nn'}(x, y, t)\varphi_{n'}(x, y, t)\,dt \quad (5.5')$$

или в дифференциальной форме

$$\frac{d\varphi_n(z)}{dz} = -i\sum_{n'} \widetilde{U}_{nn'}(z)\varphi_{n'}(z), \quad \varphi_n(z)_{z\to-\infty} = \delta_{n0}, \quad (5.6)$$

где

$$\widetilde{U}_{nn'}(z) = \frac{1}{2p_{n'}} e^{-i(p_n-p_{n'})z} U_{nn'}(z). \quad (5.7)$$

Итак, приближение большой энергии [асимптотическое разложение по $1/p$ в интеграле (5.5)] и квазиклассичность функций $F_{nn'}$ дают возможность свести сложную систему уравнений (5.1) к однородной системе дифференциальных уравнений первого порядка. Одноканальный случай следует отсюда при замене $V_{nn'} \to \delta_{nn'}V_{00}$. Далее, для определения φ_n удобно ввести оператор локального сдвига $\hat{S}$, задаваемый соотношением

$$\varphi_n^{(0)}(z) = \sum_{n'} S_{nn'}(z, z_0)_{z_0\to-\infty} \varphi_{n'}^{(0)}(z_0). \quad (5.8)$$

Тогда вместо (5.6) получим

$$\frac{dS_{nm}}{dz} = -i\sum_{n'} \widetilde{U}_{nn'}S_{n'm}; \quad \frac{d\hat{S}}{dz} = -i\widetilde{U}\hat{S}. \quad (5.9)$$

Здесь видна аналогия с оператором временнóго сдвига $U(t, t_0)$ в квантовой электродинамике [18]. Решение (5.9) для случая коммутирующих в разных точках z матриц $\widetilde{U}$ имеет вид

$$S_{nm}(z)=\langle n|\,e^{-i\int\limits_{-\infty}^{z}\widetilde{U}(x,\,y,\,t)dt}\,|m\rangle. \qquad (5.10)$$

Амплитуду упругого рассеяния теперь можно найти, используя (5.10), (5.8) и выражение

$$f_{00}(q)=-\frac{1}{4\pi}\sum_{n'}\int e^{-i\mathbf{p}_n\mathbf{r}}U_{nn'}(\mathbf{r})\,\psi_{n'}(\mathbf{r})\,d^3r. \qquad (5.11)$$

При дополнительном условии малых углов рассеяния получаем

$$f_{00}(q)=\frac{ip}{2\pi}\int e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}}\,[\langle 0|\,e^{-i\int\limits_{-\infty}^{\infty}\widetilde{U}(\boldsymbol{\rho},\,t)dt}\,|0\rangle-1]\,d^2\rho. \qquad (5.12)$$

Этот результат является обобщением потенциальной формулы Мольера — Глаубера на многоканальное рассеяние и переходит в нее, если пренебречь динамикой ядра: $S_{00}\to e^{\frac{i}{p}\chi_{00}}$. Пользоваться выражением (5.12) практически чрезвычайно сложно, кроме того, требуется в принципе знать полное решение ядерноструктурной задачи. Поэтому, так же как и в предыдущем разделе, приведем явный вид среднего значения S для случая двух уровней ядра: основного «O» и эффективного возбужденного «1». Этот пример интересен тем, что к нему сводится более реалистичная модель [2], когда все $U_{nn'}=0$, если только $n\neq n'$ и ни одно из n, n' не равно нулю, и $U_{nn}=\overline{U}$ $(n\neq 0)$. Модель соответствует общему разложению оптического потенциала $V_{\text{опт}}$ до членов второго порядка по недиагональным матричным элементам V_{0n} [см. уравнение (2.11)].

Несложные преобразования, сводящиеся в основном к отысканию собственных функций и собственных значений 2×2 матрицы $W\equiv\int\limits_{-\infty}^{\infty}\widetilde{U}(\boldsymbol{\rho},\,t)\,dt$ приводят к следующему результату [2]:

$$S_{00}=e^{-i\frac{W_{00}+W_{11}}{2}}\left\{\cos x-i\frac{W_{00}-W_{11}}{2}\cdot\frac{\sin x}{x}\right\}, \qquad (5.13)$$

где

$$x=\sqrt{\left(\frac{W_{00}-W_{11}}{2}\right)^2+W_{01}W_{10}}.$$

В более общем случае бесконечной системы уравнений следует только сделать замену: $W_{01}W_{10}\to\sum\limits_{n\neq o}W_{0n}W_{n0}$. Формула (5.13) при $W_{00}=W_{11}$ рассматривалась в работе [10]. Аналогичное выражение было получено также для неупругого рассеяния электронов [17, 19]. Теперь можно записать эквивалентный оптический потенциал, соответствующий (5.13):

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{2p} X_{\text{опт}} \simeq W_{00} + \mathrm{i} \ln \cos (W_{01} W_{10}); \\ &U_{\text{опт}}(r) = \frac{1}{\pi r} \cdot \frac{d}{dr} \int\limits_r^\infty \frac{X_{\text{опт}}(\rho)}{\sqrt{\rho^2 - r^2}} \rho\, d\rho. \end{aligned}\right\} \quad (5.14)$$

Первое слагаемое в точности равно соответствующему члену в уравнении (4.18). Что касается частей оптических потенциалов (4.18), (5.14), обусловленных двухнуклонными корреляциями в ядрах, они совершенно разные как функционально, так и по своей зависимости от энергии падающих частиц. Это обстоятельство требует детального численного исследования при разных энергиях, что даст возможность сделать определенные заключения о приводящих к ним высокоэнергетических подходах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kerman A. K. et al. Ann. Phys., **8**, 551 (1959).
2. Feschbach H., Hufner J. Ann. Phys., **56**, 268 (1970).
3. Foldy L. L., Walecka J. D. Ann. Phys., **54**, 447 (1969).
4. Czyz W., Lesniak L. Phys. Rev. Lett., **24B**, 227 (1967); **25B**, 319 (1967).
5. Bassel R. H., Wilkin C. Phys. Rev., **174**, 1179 (1968).
6. Барашенков В. С., Тонеев В. Д. «Успехи физ. наук», **100**, 425 (1970).
7. Czyz W., Maximon L. C. Ann. Phys., **52**, 59 (1969).
8. Tobocman W. Theory of Nuclear Reactions. Oxford, Univ. Press, 1961.
9. Rawitscher G. F. Phys. Rev., **151**, 846 (1966).
10. Петков И. Ж., Препринт ОИЯИ Р4-4833, 1969; Петков И. Ж., Поль Ю. С. Международный симпозиум по ядерной структуре ядра. Дубна, 1968.
11. Blankenbecler R., Goldberger M. L. Phys. Rev., **126**, 766 (1962).
12. Гольдберг М., Ватсон К. Теория столкновений. Пер. с англ. М., «Мир», 1967.
13. Петков И. Ж. Препринт ОИЯИ Р4-4415, Дубна, 1969.
14. Moliere G. Z. Naturforsch., **2a**, 133 (1947).
15. Glauber R. Lectures in Theoretical Physical International Publisher. N.Y., Inc., 1958.
16. Петков И. Ж. Препринт ОИЯИ Е4-4901. Дубна, 1970.
17. Петков И. Ж. Препринт ОИЯИ Р-2037. Дубна, 1965.
18. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М., «Наука», 1969.
19. Петков И. Ж. «Ядерная физика», **2**, 485 (1965).