

УДК 539.12.172

## НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

*А. П. Кобушкин,  
В. П. Шелест*

Институт теоретической физики  
АН УССР, Киев

Дан обзор по применению модели квазинезависимых кварков к построению алгебры токов и высокоэнергетическому адрон-адронному рассеянию.

The review of the applications of the quasiindependent quark model for the construction of the current algebra and for high energy hadron-hadron scattering is given.

### ВВЕДЕНИЕ

В работе П. Н. Боголюбова [1] были изложены некоторые аспекты модели квазинезависимых кварков, которая основывается на релятивистски-инвариантных уравнениях для составных частиц [2]. Модель квазинезависимых кварков заключается в следующем: вместо того чтобы рассматривать задачу о связанных состояниях системы трех кварков, находящихся в интенсивном взаимодействии друг с другом, можно, как и в оболочечной модели ядра, рассматривать кварки в барионе как независимые частицы, движущиеся в некотором «усредненном» поле. Существенное же различие оболочечной модели ядра и модели квазинезависимых кварков заключается в том, что в первом случае дефект массы нуклонов, входящих в состав ядра, невелик по сравнению с массой нуклона, в то время как в модели кварков дефект массы приблизительно равен массе свободного кварка. Отметим, что имеются и другие, более существенные трудности модели квазинезависимых кварков, которые подробно обсуждались в обзоре П. Н. Боголюбова [1].

Однако, несмотря на значительные недостатки, модель квазинезависимых кварков оказалась весьма удобной для различных физических приложений. Так, в работе [1] были рассмотрены такие следствия модели, как вычисления магнитных моментов барионов, отношения  $F_A/F_V$  — аксиальной и векторной констант

слабого взаимодействия, получены массовые формулы для мезонов и барионов. Все эти результаты находятся в хорошем согласии с экспериментом. Была также рассмотрена связь метода когерентных состояний [3] с моделью кварков в рамках динамических релятивистских уравнений для системы частиц.

В данной работе рассмотрим некоторые другие применения модели квазинезависимых кварков, а именно к построению алгебры токов и к высокоэнергетическому рассеянию адронов.

## 1. АЛГЕБРА ТОКОВ В МОДЕЛИ КВАЗИНЕЗАВИСИМЫХ КВАРКОВ

**Алгебра токов и концепция кварков.** «Программа Эриче». Основным постулатом алгебры токов является выполнение коммутационных соотношений между фурье-компонентами зарядовых операторов  $F_i$  и  $F_i^5$  векторного и аксиального токовых октетов:

$$\left. \begin{aligned} [F_i(\mathbf{k}), F_j(\mathbf{k}')] &= if_{ijk}F_l(\mathbf{k} + \mathbf{k}'); \\ [F_i(\mathbf{k}), F_j^5(\mathbf{k}')] &= if_{ijk}F_k^5(\mathbf{k} + \mathbf{k}'); \\ [F_i^5(\mathbf{k}), F_j^5(\mathbf{k}')] &= if_{ijk}F_k(\mathbf{k} + \mathbf{k}'). \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

С другой стороны, в модели кварков постулируется, что такие же коммутационные соотношения, как и для свободных кварков, выполняются для плотностей и зарядов частиц. При этом можно попытаться выполнить программу, которая рассматривается как обобщение алгебры токов, сформулированную наиболее полно Гелл-Манном на летней школе 1966 г. в Эриче и которая носит название «программы Эриче».

Изложим основные идеи этой программы. В качестве первого шага постулируется, что во всех порядках по сильному взаимодействию набор всех (одночастичных) квантовых состояний, описывающих адронные системы с определенным значением барионного числа, образует (в пределе  $p_z \rightarrow \infty$ ) базис представления коммутационных соотношений локальной алгебры векторных и аксиальных зарядовых плотностей. Определяя соответствующим образом угловой момент  $J$  и четность  $\mathcal{P}$  для этих соотношений (как и массовый оператор  $M$ ), можно убедиться, что для любой пары состояний выполняются так называемые угловые условия [4, 5].

Следующим основным шагом является попытка построения меньших математических представлений не только токовых коммутационных соотношений, но и всей алгебраической системы, состоящей из  $F_i$ ,  $F_i^5$ ,  $J$ ,  $\mathcal{P}$  и  $M$ , с целью приближенного описания идеализированного бесконечного набора мезонных или барионных состояний и, возможно, также хорошо определенных резонансов.

Чтобы  $F_i$  и  $F_j^3$  удовлетворяли угловым условиям, оказывается необходимым на  $F_i$  и  $F_j^3$  подействовать некоторым унитарным оператором  $S_i$ :

$$\left. \begin{aligned} F_i &\rightarrow \exp[iS_1] \frac{\lambda_i^{(1)}}{2} \exp\left[\mathbf{ik} \frac{\mathbf{x}}{2}\right] \exp[-iS_i] + \\ &+ \exp[iS_2] \frac{\lambda_i^{(2)}}{2} \exp\left[\mathbf{ik} \frac{\mathbf{x}}{2}\right] \exp[-iS_2]; \\ F_j^3 &\rightarrow \exp[iS_1] \frac{\lambda_j^{(1)} \sigma_z^{(1)}}{2} \exp\left[\mathbf{ik} \frac{\mathbf{x}}{2}\right] \exp[-iS_1] + \\ &+ \exp[iS_2] \frac{\lambda_j^{(2)} \sigma_z^{(1)}}{2} \exp\left[\mathbf{ik} \frac{\mathbf{x}}{2}\right] \exp[-iS_2], \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

где на  $S_i$  налагается ряд условий, обеспечивающих угловые условия и свойства  $F_i$  и  $F_j^3$  относительно временного обращения и четности.

В свою очередь, вид операторов  $S_i$  должен накладывать определенные ограничения на массовый оператор  $M$ . Предполагается, что один из разрешенных массовых операторов будет давать хорошее описание мезонных (или барионных) систем, включая большинство хорошо определенных возбужденных состояний. В рамках этой программы ожидалось приближенное описание спектра состояний, включающего массы, спины и четности частиц, нахождение траекторий Редже, на которых они лежат, и почти всех слабых и электромагнитных форм-факторов для переходов между состояниями (включая и упругие форм-факторы).

Однако на пути реализации подобной программы встретились некоторые значительные трудности. Прежде всего [4], не удалось найти ограничений на вид потенциала, входящего в массовый оператор, при расчетах в низших порядках разложения по обратным степеням адронной массы (до  $1/m^2$ ). Как будет показано ниже, такой результат является естественным, потому что рассмотрение в этих порядках эквивалентно использованию свободной кварковой модели. Расчет же в старших порядках ( $1/m^3$ ) показал [6], что в данном случае не удается найти массовый оператор, позволяющий последовательно провести программу Эриче. Ввиду этих трудностей авторы работы [6] вынуждены были рассматривать весьма упрощенный вариант программы Эриче, в котором все матричные элементы векторных и аксиальных плотностей полагались просто пропорциональным векторным зарядам (такая схема не имеет места уже для полного унитарного спина в алгебре  $SU(3)$ ). Однако решения, полученные с помощью бесконечно-го числа частиц с произвольно высоким спином, приводят лишь к сильно вырожденным массовым оболочкам [6, 7] и дают амплитуды и форм-факторы со структурой, резко отличной от той,

которую можно было бы ожидать от обычных условий перекрестности и аналитичности.

Таким образом, программа Эроче (даже упрощенная [6]) оказывается по меньшей мере мало эффективной при построении рациональной теории, описывающей нижайшие адронные состояния и резонансы. Поэтому представляется более последовательным начать с исследования простых кварковых моделей, строя с их помощью одночастичные адронные состояния с произвольно большим спином (за счет орбитального движения кварков). В отличие от схемы Гелл-Манна далее не будут постулироваться соотношения алгебры токов, но они будут проверяться в каждом случае, не исключая возможности их нарушения в старших порядках разложения по обратным адронным массам, где будут входить в рассмотрение потенциалы междукваркового взаимодействия. Такая программа была выполнена в работах [8—12], на которых и основывается последующее изложение настоящего раздела.

**Условия Маркова — Юкавы.** В качестве уравнений для составных частиц будем в дальнейшем пользоваться релятивистски-инвариантными уравнениями типа Бете — Солпитера [2]. Однако в волновые функции, которые являются решением таких уравнений, входят относительные времена, которые существенным образом затрудняют введение обычной вероятностной интерпретации этих волновых функций. Такую проблему можно решить несколькими путями. В частности, в квантовой теории поля она была решена с помощью перехода от уравнения Бете — Солпитера к квазипотенциальному уравнению [13]. Однако можно поступить несколько иным образом. Введем в волновые функции, которые служат решением релятивистски-инвариантных уравнений для составных частиц, дополнительные условия, устраняющие должным образом относительные времена. В качестве таких условий можно выбирать условия Маркова — Юкавы\*. В случае равных масс кварков условия Маркова — Юкавы можно записать следующим образом:

$$(l^{(\nu)} - P/3)P = 0, \quad (1.3)$$

где  $l^{(\nu)}$  — импульс  $\nu$ -го кварка;  $P$  — импульс центра инерции системы кварков, составляющих адрон. Иными словами, подынтегральное выражение для волновой функции адрона необходимо умножить на  $\delta$ -функцию:

$$\prod_{(\nu)} \delta [(l^{(\nu)} - P/3)P]. \quad (1.4)$$

\* Условия Маркова — Юкавы также можно интерпретировать как условия, фиксирующие эффективную массу кварка внутри адрона.

Такие условия Маркова — Юкавы можно назвать каноническими условиями Маркова — Юкавы и в случае неравных масс записать в виде

$$\prod_{(v)} \delta(l^{(v)2} - m^{(v)2}). \quad (1.5)$$

Покажем, что в случае мезонов выражение (1.5) можно свести к (1.4):

$$\prod_{(v)} \delta(l^{(v)2} - m^{(v)2}) = \delta(l^{(1)2} - m^{(1)2}) \delta(Pv - \Delta m^2), \quad (1.6)$$

где

$$\left. \begin{aligned} P &= l^{(1)} + l^{(2)}; \\ v &= l^{(1)} - l^{(2)}; \\ \Delta m^2 &= m^{(1)2} - m^{(2)2}. \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

В случае равенства масс кварка и антикварка последняя  $\delta$ -функция переходит в каноническое условие Маркова — Юкавы (1.4) и может рассматриваться как непосредственная модификация (1.4) на случай разных масс.

Подобные рассуждения справедливы и для барионов. Для этого введем новые переменные:

$$\left. \begin{aligned} P &= l^{(1)} + l^{(2)} + l^{(3)}; \\ 2v^{(1)} &= l^{(2)} - l^{(3)}; \\ 2v^{(2)} &= l^{(3)} - l^{(1)}; \\ 2v^{(3)} &= l^{(1)} - l^{(2)}. \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

Очевидно, что для относительных импульсов  $v^{(i)}$  имеет место соотношение

$$\sum_{v=1}^3 v^{(i)} = 0, \quad (1.9)$$

т. е. из трех  $v^{(i)}$  только два являются независимыми. Тогда, аналогично тому как это было для мезонов, можно переписать:

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^3 \delta(l^{(i)2} - m_i^2) &= \frac{3}{4} \delta \left[ Pv^{(1)} - \frac{3}{4} (m_2^2 - m_3^2) - (v_2^2 - v_3^2) \right] \times \\ &\times \delta(l^{(2)2} - m_2^2) \delta(l^{(3)2} - m_2^2) = \\ &= \frac{3}{4} \delta(l^{(1)2} - m_1^2) \delta \left[ Pv^{(2)} - \frac{3}{4} (m_3^2 - m_1^2) - \right. \\ &\left. - (v^{(3)2} - v^{(1)2}) \right] \delta(l^{(3)2} - m_3^2) = \frac{3}{4} \delta(l^{(1)2} - m_1^2) \times \\ &\times \delta(l^{(2)2} - m_2^2) \delta \left[ Pv^{(3)} - \frac{3}{4} (m_1^2 - m_2^2) - (v^{(1)2} - v^{(2)2}) \right]. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Если же предположить равенство масс, то выражение (1.10) сводится к (1.4).

Интересно отметить, что в работе [15] были использованы условия Маркова — Юкавы (1.5) для получения квазипотенциального уравнения для частиц с разными массами.

**Построение алгебры токов для барионов.** Метод алгебры токов — весьма эффективное средство получения новых соотношений между физически наблюдаемыми величинами, поэтому вопрос о справедливости соотношений алгебры токов в рамках каких-либо моделей весьма существен. Действительно, если из рассматриваемой модели будут следовать уже подтвержденные в экспериментальных результатах соотношения алгебры токов, то это может явиться очень веским аргументом в пользу модели. Естественно, что такую задачу нельзя решить в полном объеме для сложных моделей, где математические трудности весьма значительны. Представим поэтому две возможности: попытаться рассмотреть такую задачу в рамках очень упрощенной модели или ограничиться в рассмотрении какими-либо низшими порядками в разложении по соответствующим образом подобранному параметру. Далее будем следовать второму пути, проверяя алгебру токов для барионов в первом порядке по  $m_{\text{бар}}^{-1}$ .

Будем пользоваться в дальнейшем системой  $p_z \rightarrow \infty$ , где  $p$  — импульс бариона, и для определенности считать, что передача импульсов происходит по одному кварку. Такое приближение естественно в рамках используемой модели квазинезависимых кварков, где аддитивность по кваркам возможных процессов является хорошим приближением.

Пространственные компоненты кварковых импульсов следующие: в начальном состоянии бариона

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{I}^{(1)} &= \left( \frac{k}{2}, 0, l_z \right); \\ \mathbf{I}^{(2)} = \mathbf{I}^{(3)} &= (0, 0, l_z), \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

в конечном

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{I}'^{(1)} &= \left( -\frac{k}{2}, 0, l_z \right); \\ \mathbf{I}'^{(2)} = \mathbf{I}'^{(3)} &= (0, 0, l_z), \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

где  $l_z \rightarrow \infty$ . Средние кварковые импульсы в начальном и конечном состояниях определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{I}} &= \frac{1}{3} \sum_{(i)} \mathbf{I}^{(i)}; \\ \bar{\mathbf{I}}' &= \frac{1}{3} \sum_{(i)} \mathbf{I}'^{(i)}, \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

и для временных компонент:

$$\left. \begin{aligned} \bar{l}_0 &= \sqrt{m^2 - k^2/36 + l_z^2}; \\ \bar{l}'_0 &= \sqrt{m'^2 + k^2/36 + l_z^2}, \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

где  $3m$  и  $3m'$  — массы начального и конечного состояний бариона соответственно. Таким образом, в формулах (1.14) кварки трактуются уже как квазинезависимые частицы внутри бариона. Учитывая, что рассмотрение у нас будет проводиться в первом порядке по  $m^{-1}$ , будем далее полагать

$$(m - m')/m \ll 1. \quad (1.15)$$

Итак, волновая функция бариона в импульсном приближении характеризуется следующими аргументами:

$$\Psi_B = \Psi(l^{(1)}, l^{(2)}, l^{(3)}, P). \quad (1.16)$$

В формуле (1.16) соответствующие унитарные и спиновые индексы были опущены. В дальнейшем волновую функцию (1.16) необходимо представить в системе покоя бариона. Для этого имеется по крайней мере две причины: 1) только в системе покоя бариону можно приписать определенные спин и его проекцию и 2) лишь в системе покоя бариона имеет смысл нерелятивистское приближение в спинорных функциях кварков. Как показано в работе [9], волновая функция бариона в системе покоя записывается в виде

$$\Psi(h^{(i)}, \mathbf{P} = 0) = U_{\Lambda \bar{l}_0/m \rightarrow n_0} \Psi(l^{(i)}, P), \quad (1.17)$$

где  $U_{\Lambda}$  — унитарное преобразование группы Лоренца, соответствующей преобразованию Лоренца  $\Lambda$  и действующей только на  $\gamma$ -матрицы.

Рассмотрим теперь матричный элемент оператора тока в нерелятивистском случае:

$$\langle \mathbf{P}' | J(0, \mathbf{x}) | \mathbf{P} \rangle = \exp[i(\mathbf{P} - \mathbf{P}') \cdot \mathbf{x}] \langle \mathbf{P}' | J(0, 0) | \mathbf{P} \rangle. \quad (1.18)$$

Круглые обкладки здесь нормированы на трехмерную  $\delta$ -функцию:

$$\langle \mathbf{P} | \mathbf{P}' \rangle = \delta(\mathbf{P} - \mathbf{P}'), \quad (1.19)$$

и их, таким образом, нельзя непосредственно обобщить до релятивистски-ковариантных величин. Переход же к лоренц-ковариантной системе задается, как было показано в работе [9], формулой

$$\langle \mathbf{P}' | J | \mathbf{P} \rangle = \frac{1}{\sqrt{4P'_0 P_0}} \langle \mathbf{P}' | J | \mathbf{P} \rangle. \quad (1.20)$$

Фурье-образ оператора  $J$  можно определить следующим образом:

$$J(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int J(0, \mathbf{x}) \exp[i\mathbf{k}\mathbf{x}] d\mathbf{x}, \quad (1.24)$$

откуда следует

$$\langle \mathbf{P}' | J(\mathbf{k}) | \mathbf{P} \rangle = \delta(\mathbf{P} + \mathbf{k} - \mathbf{P}') \langle \mathbf{P}' | J(0) | \mathbf{P} \rangle. \quad (1.22)$$

Поэтому в дальнейшем ограничимся рассмотрением лишь матричных элементов  $J(0)$ , добавляя впоследствии необходимые функции.

Запишем барионные нерелятивистские обкладки  $|\mathbf{P}\rangle$  в явном виде для кварковой модели:

$$\begin{aligned} |\mathbf{P}\rangle &\equiv \varphi(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \mathbf{x}^{(3)}) = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{9/2}} \int \exp[i(\mathbf{l}^{(1)}\mathbf{x}^{(1)} + \mathbf{l}^{(2)}\mathbf{x}^{(2)} + \mathbf{l}^{(3)}\mathbf{x}^{(3)})] \times \\ &\times \delta(\mathbf{l}^{(1)} + \mathbf{l}^{(2)} + \mathbf{l}^{(3)} - \mathbf{P}) \Psi(\mathbf{l}^{(1)}, \mathbf{l}^{(2)}, \mathbf{l}^{(3)}) d\mathbf{l}^{(1)} d\mathbf{l}^{(2)} d\mathbf{l}^{(3)}. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Определим теперь ток  $J$  следующим образом:

$$J(k) = \sum_{(i)=1}^3 J^{(i)}(k), \quad (1.24)$$

где

$$J^{(i)}(k) = -\frac{\lambda_{\beta}^{(i)}}{2} \gamma_{\alpha}^{(i)} \exp[ikx^{(i)}], \quad \alpha = 0, \dots, 3; \beta = 0, \dots, 8. \quad (1.25)$$

Помимо этого векторного тока необходимо рассматривать еще и аксиальный ток, который отличается от векторного тем, что  $\gamma_{\alpha}^{(v)} \rightarrow \gamma_5^{(v)} \gamma_{\alpha}^{(v)}$ . Однако эта замена не изменит ход рассуждений, и ее можно будет произвести в конечном результате.

Чтобы получить релятивистское обобщение тока, необходимо в волновые функции адронов вставить канонические условия Маркова — Юкавы (1.4). Таким образом, получаем:

$$\begin{aligned} \langle P' | J_{\alpha\beta}^{(i)}(0) | P \rangle &= \int \delta \left( \sum_{(i)} l^{(i)} - P \right) \delta \left( \sum_{(i)} l^{(i)} - P' \right) \times \\ &\times \prod_{i=2}^3 \delta[(l^{(i)} - P/3) P] \prod_{i=2}^3 \delta[(l^{(i)} - P'/3) P'] \delta_2 \delta_3 \times \\ &\times \bar{\Psi}(l^{(1)}, l^{(2)}, l^{(3)}, P') \frac{\lambda_{\beta}^{(i)}}{2} \gamma_{\alpha}^{(i)} \Psi(l^{(1)}, l^{(2)}, l^{(3)}, P) \prod_{j=1}^3 dl^{(j)} dl^{(j)}. \end{aligned} \quad (1.26)$$

Обозначения  $\delta_2$  и  $\delta_3$  введены для релятивистских обобщений  $\delta$ -функций

$$\delta(\mathbf{l}^{(2)} - \mathbf{l}^{(2)}) \text{ и } \delta(\mathbf{l}^{(3)} - \mathbf{l}^{(3)}) \quad (1.27)$$



соответственно. Для получения такого обобщения запишем  $\delta$ -функции  $\delta_2$  и  $\delta_3$  в виде

$$\delta(\Gamma^{(2)} - \Gamma^{(2)} - \alpha^{(2)}\mathbf{L}) \text{ и } \delta(\Gamma^{(3)} - \Gamma^{(3)} - \alpha^{(3)}\mathbf{L}), \quad (1.28)$$

где  $\alpha^{(2)}$  и  $\alpha^{(3)}$  следует выбрать в таком виде, чтобы сделать выражения (1.26) лоренц-ковариантными,  $\mathbf{L} = \frac{\mathbf{1} + \Gamma}{2}$ .

Найдем для этой цели одно полезное соотношение. Запишем лоренц-ковариантное выражение

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\lambda - \alpha L) d\alpha, \quad (1.29)$$

где  $\lambda$  — некоторый четырехмерный вектор. Последовательно преобразуя (1.28), имеем

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\lambda - \alpha L) d\alpha &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\lambda_0 - \alpha L_0) \delta(\lambda - \alpha \mathbf{L}) d\alpha = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} N_0 \delta(N\lambda - \alpha N\mathbf{L}) \delta(\lambda - \alpha \mathbf{L}) d\alpha = \\ &= \frac{N_0}{NL} \int_{-\infty}^{\infty} \delta\left(\frac{N\lambda}{NL} - \alpha\right) \delta(\lambda - \alpha \mathbf{L}) d\alpha = \frac{N_0}{NL} \delta\left(\lambda - \frac{N\lambda}{NL} \mathbf{L}\right). \end{aligned} \quad (1.30)$$

Здесь  $N$  — произвольный четырехмерный вектор. Удобно в качестве вектора  $N$  выбрать полностью усредненный кварковый импульс  $L$ , после чего получаем искомое выражение для  $\delta_i$  ( $i = 2, 3$ ):

$$\frac{L_0}{L^2} \delta\left(\lambda^{(i)} - \frac{L\lambda^{(i)}}{L^2} \mathbf{L}\right), \quad (1.31)$$

где  $\lambda^{(i)} = \Gamma^{(i)} - \Gamma^{(i)}$ .

Подставляя (1.31), записанное в системе  $l_z \rightarrow \infty$ , в (1.26) и используя формулы (1.17) для волновых функций  $\Psi(l^{(0)})$  найдем выражение для релятивистского матричного элемента кваркового тока:

$$\begin{aligned} \langle P' | J_{\alpha\beta}^{(i)}(0) | P \rangle &= \int \delta\left(\sum_{(i)} l^{(i)} - P\right) \delta\left(\sum_{(i)} l'^{(i)} - P'\right) \times \\ &\times \prod_{i=2}^3 \delta[(l^{(i)} - P/3) P] \prod_{i=2}^3 \delta[(l'^{(i)} - P/3) P'] \times \\ &\times \delta(\Gamma^{(2)} - \Gamma^{(2)} - \alpha^{(2)}\mathbf{L}) \delta(\Gamma^{(3)} - \Gamma^{(3)} - \alpha^{(3)}\mathbf{L}) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{l_z^2}{2 \left( \frac{k^2}{36} + \frac{m^2 + m'^2}{2} \right)^2} \bar{\Psi}(h^{(i)}, \mathbf{P}' = 0) \exp \left[ -\gamma_5 \frac{(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{e}') \alpha'}{\sqrt{e'^2}} \right] \times \\ & \times \lambda_\beta^{(i)} \gamma_\alpha^{(i)} \exp \left[ \gamma_5 \frac{(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{e})^2}{\sqrt{e^2}} \right] \Psi(h^{(i)}, \mathbf{P} = 0) \prod_{j=1}^3 dl^{(j)} dl'^{(j)}, \end{aligned} \quad (1.32)$$

где

$$e = \bar{l}/m, \quad e' = \bar{l}'/m. \quad (1.33)$$

Углы  $\alpha$  и  $\alpha'$  определяются как

$$\operatorname{ch} \alpha = (1 + e_0)/\sqrt{2(1 + e_0)}; \quad \operatorname{sh} \alpha' = |e|/\sqrt{2(1 + e_0)}, \quad (1.34)$$

а переменные  $h^{(i)}$ :

$$\Lambda_{\bar{l}_0/m \rightarrow n_0} l^{(i)} \equiv h^{(i)}. \quad (1.35)$$

Теперь следует перейти в решении (1.32) всюду к переменным  $h^{(i)}$ . Однако такое преобразование весьма громоздко в произвольном случае, и поэтому ограничимся первым порядком по  $m^{-1}$ :

$$\begin{aligned} \langle P' | J_{\alpha\beta}^{(i)}(0) | P \rangle &= \frac{64l_z}{162m^7} (\delta_{\alpha 0} + \delta_{\alpha 3}) \int \bar{\chi}_{+++} \lambda_\beta^{(i)} \times \\ & \times [1 - \bar{S}_1(h^{(j)})] \Delta(h^{(j)}, h^{(j)}, k) [1 + S_1(h^{(j)})] \times \\ & \times \chi_{+++} dh^{(1)} \dots dh^{(3)}, \end{aligned} \quad (1.36)$$

где  $\Delta$  — совокупность  $\delta$ -функций;  $\bar{S}_1$  и  $S_1$  определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{S}_1(h^{(j)}) &\equiv \frac{3i}{2m} \sum_{(i)} (\sigma_2^{(i)} h_1'^{(i)} - \sigma_1^{(i)} h_2'^{(i)}) - \\ & - \frac{i}{3m} [h_3'^{(2)}(kx^{(2)}) + h_3'^{(3)}(kx^{(3)})]; \end{aligned} \quad (1.37)$$

$$\begin{aligned} S_1(h^{(j)}) &\equiv -\frac{3i}{2m} \sum_{(i)} (\sigma_2^{(i)} h_1^{(i)} - \sigma_1^{(i)} h_2^{(i)}) + \\ & + \frac{i}{3m} [h_3^{(2)}(kx^{(2)}) - h_3^{(3)}(kx^{(3)})]; \end{aligned} \quad (1.38)$$

$\chi_{+++}$  — произведение больших компонент спиноров трех кварков.

Далее следует перейти от матричного элемента (1.36), имеющего по построению релятивистски-ковариантную форму, к матричному элементу, взятому на круглых обкладках, нормированных на трехмерную  $\delta$ -функцию. Это последнее обстоятельство позволит облегчить проверку соотношений алгебры токов для матричных элементов. Пользуясь для указанного перехода

формулой (1.20), получаем

$$\begin{aligned}
 (P' | J_{\alpha\beta}^{(i)}(0) | P) &= \frac{16}{81m^7} (\delta_{\alpha 0} + \delta_{\alpha 3}) \int \bar{\chi}_{+++} \lambda_{\beta}^{(i)} \times \\
 &\times [1 - \bar{S}_1(h'^{(i)})] \Delta(h'^{(j)}, h^{(j)}, k) [1 + S_1(h^{(j)})] \times \\
 &\times \chi_{+++} dh^{(1)} \dots dh^{(3)}. \quad (1.39)
 \end{aligned}$$

Итак, видим, что (1.39) совпадает по структуре с результатом Гелл-Манна [4], отличаясь лишь коэффициентом  $(2/3)^2$ . Это отличие является, впрочем, легко объяснимым, так как формулы Гелл-Манна получены для бикварковой структуры, в то время как здесь результат выведен из трехкварковой модели.

Заметим, что с точностью до  $m^{-1}$  выражение  $(1 - S_1(h^{(j)}))$  можно заменить на  $\exp\{-S_1(h^{(j)})\}$ . Тогда, используя формулу (1.22) и заменяя прежние обозначения, можно записать

$$\begin{aligned}
 (P' | J_{\alpha\beta}^{(i)}[k] | P) &= C (\delta_{\alpha 0} + \delta_{\alpha 3}) \int \bar{\chi}_{+++} \exp[-S_1(h'^{(j)})] \times \\
 &\times \lambda_{\beta}^{(i)} \delta\left(h_1'^{(2)} - h_1^{(2)} - \frac{k}{3}\right) \delta\left(h_1'^{(3)} - h_1^{(2)} - \frac{k}{3}\right) \times \\
 &\times \Delta'(h'^{(j)}, h^{(j)}) \exp[S_1(h^{(j)})] \chi_{+++} dh^{(1)} \dots dh^{(3)}, \quad (1.40)
 \end{aligned}$$

где  $C$  и  $\Delta'(h'^{(j)}, h^{(j)})$  очевидны из сравнения с (1.39).

Учитывая (1.24), установим непосредственной проверкой справедливость соотношений (1.1) для построенной таким образом алгебры токов:

$$\left. \begin{aligned}
 [(P' | J_{\alpha}(k) | P''), (P'' | J_{\beta}(k) | P)] &= \\
 &= if_{\alpha\beta\gamma} (P' | J_{\gamma}(k+k') | P); \\
 [(P' | J_{\alpha}^5(k) | P''), (P'' | J_{\beta}(k') | P)] &= \\
 &= if_{\alpha\beta\gamma} (P' | J_{\gamma}^5(k+k') | P); \\
 [(P' | J_{\alpha}^5(k) | P''), (P'' | J_{\beta}^5(k') | P)] &= \\
 &= if_{\alpha\beta\gamma} (P' | J_{\gamma}(k+k') | P),
 \end{aligned} \right\} \quad (1.41)$$

где интегрирование в промежуточных состояниях происходит по пространственным частям импульсов.

Итак, соотношения алгебры токов действительно справедливы для рациональным образом определенных релятивистских матричных элементов барионных токов в первом порядке по  $m^{-1}$ .

**Алгебра мезонных токов в модели кватинезависимых кварков.** Рассмотрим мезон, состоящий из кварка с массой  $m_1$  и антикварка с массой  $m_2$ , обладающих импульсами соответственно  $l^{(1)}$  и  $l^{(2)}$ . Импульсы мезона в начальном и конечном

состояниях определяются как

$$\left. \begin{aligned} P &= l^{(1)} + l^{(2)}; \\ P' &= l'^{(1)} + l'^{(2)}. \end{aligned} \right\} \quad (1.42)$$

Относительные импульсы определяются формулами

$$\mathbf{v} = l^{(1)} - l^{(2)} \quad (1.43)$$

$$\mathbf{v}' = l'^{(1)} - l'^{(2)}. \quad (1.44)$$

Мезонный нерелятивистский ток имеет вид

$$J_{\alpha, \beta}(0, \mathbf{x}) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(1)}) \Gamma_{\alpha, \beta}^{(1)} + \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(2)}) \Gamma_{\alpha, \beta}^{(2)}, \quad (1.45)$$

где  $\mathbf{x}$  — координата мезона;  $\mathbf{x}^{(1)}$  — координата кварка;  $\mathbf{x}^{(2)}$  — координата антикварка;  $\Gamma_{\alpha\beta}^{(i)}$  — оператор вида

$$\lambda_{\alpha}^{(i)} \gamma_{\beta}^{(i)} (\delta)^{(j)}; \quad \alpha = 0, \dots, 3, \beta = 0, \dots, 8. \quad (1.46)$$

$i \neq j$

Из трансляционной инвариантности следует:

$$\begin{aligned} (P', \mathbf{v}' | J_{\alpha}(0, \mathbf{x}) | P, \mathbf{v}) &= \exp [i(\mathbf{P} - \mathbf{P}') \mathbf{x}] \times \\ &\times (P', \mathbf{v}' | J_{\alpha}(0, 0) | P, \mathbf{v}). \end{aligned} \quad (1.47)$$

Введем фурье-образ мезонного тока:

$$F_{\alpha, \beta}(\mathbf{k}) \equiv \int J_{\alpha, \beta}(0, \mathbf{x}) \exp [i\mathbf{kx}] d\mathbf{x} = \sum_{(i)} \exp [i\mathbf{kx}] \Gamma_{\alpha, \beta}^{(i)}. \quad (1.48)$$

Обкладки, введенные в (1.47), определяются через функции  $\Psi$ , которые назовем внутренними волновыми функциями мезона (в отличие от истинных мезонных функций, которые будут введены ниже), следующим образом:

$$\begin{aligned} (P', \mathbf{v}' | F_{\alpha, \beta}(\mathbf{k}) | P, \mathbf{v}) &= \int \Psi_{P', \mathbf{v}'}^{\dagger}(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}) \times \\ &\times F_{\alpha, \beta}(\mathbf{k}) \Psi_{P, \mathbf{v}}(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}) d\mathbf{x}^{(1)} d\mathbf{x}^{(2)}. \end{aligned} \quad (1.49)$$

Здесь нормировка волновых функций задается выражением

$$\begin{aligned} \int \Psi_{P, \mathbf{v}}(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}) \Psi_{P, \mathbf{v}}^{\dagger}(\mathbf{x}'^{(1)}, \mathbf{x}'^{(2)}) dP d\mathbf{v} = \\ = \Pi \delta(\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^{(i)}). \end{aligned} \quad (1.50)$$

Введем далее волновую функцию  $\varphi$ , характеризующую индивидуальные импульсы кварка и антикварка внутри мезона:

$$\begin{aligned} \Psi_{P, \mathbf{v}}(\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \exp [i(\mathbf{l}^{(1)} \mathbf{x}^{(1)} + \mathbf{l}^{(2)} \mathbf{x}^{(2)})] \times \\ &\times \delta(\mathbf{l}^{(1)} + \mathbf{l}^{(2)} - \mathbf{P}) \varphi_{\mathbf{v}}(\mathbf{l}^{(1)}, \mathbf{l}^{(2)}) d\mathbf{l}^{(1)} d\mathbf{l}^{(2)}, \end{aligned} \quad (1.51)$$

причем  $\varphi$  нормируется соотношением

$$\int d\nu \varphi_{\nu}(\mathbf{l}^{(1)}, \mathbf{l}^{(2)}) \varphi_{\nu}(\mathbf{l}'^{(1)}, \mathbf{l}'^{(2)}) = 2\delta(\mathbf{l}^{(1)} - \mathbf{l}^{(2)} - \mathbf{l}'^{(1)} + \mathbf{l}'^{(2)}). \quad (1.52)$$

Используя формулы (1.48), (1.49) и (1.51), получаем искомое выражение для нерелятивистского элемента тока:

$$\begin{aligned} (\mathbf{P}', \mathbf{v}' | F_{\alpha, \beta}(\mathbf{k}) | \mathbf{P}, \mathbf{v}) &= (2\pi)^3 \delta(\mathbf{P} - \mathbf{P}' + \mathbf{k}) \times \\ &\times (\mathbf{P}', \mathbf{v}' | J_{\alpha, \beta}(0) | \mathbf{P}, \mathbf{v}). \end{aligned} \quad (1.53)$$

Теперь определим релятивистское обобщение этого матричного элемента. Учитывая (1.31), находим следующее релятивистское обобщение для  $\delta$ -функции

$$\delta(\mathbf{l}^{(i)} - \mathbf{l}'^{(i)}) \rightarrow (l^{(i)} + l'^{(i)}) \delta(l^{(i)} - l'^{(i)}). \quad (1.54)$$

Используя (1.54) с учетом условия Маркова — Юкавы в виде (1.6), получаем релятивистское обобщение для матричного элемента:

$$\begin{aligned} &(\mathbf{P}', \mathbf{v}' | J_{\alpha, \beta}(0) | \mathbf{P}, \mathbf{v}): \times \\ &\times (\mathbf{P}', \mathbf{v}) | J_{\alpha, \beta}(0) | \mathbf{P}, \mathbf{v}) = (2\pi)^{-3} \int \delta(l'^{(1)} - l'^{(2)} - P') \times \\ &\times \delta(l^{(1)} + l^{(2)} - P) \bar{\varphi}_{\nu'}(l'^{(1)}, l'^{(2)}) \{ \delta(l'^{(2)2} - m_2^2) \times \\ &\times (l^{(2)} + l'^{(2)})_0 \delta(\mathbf{l}^{(2)} - \mathbf{l}'^{(2)}) \Gamma_{\alpha, \beta}^{c_1} \times \\ &\times \delta(l^{(1)2} - m_1^2) + \delta(l'^{(1)2} - m_1^2) (l^{(1)} + l'^{(1)})_0 \times \\ &\times \delta(\mathbf{l}^{(1)} - \mathbf{l}'^{(1)}) \Gamma_{\alpha, \beta}^{c_2} \delta(l^{(2)2} - m_2^2) \} \varphi_{\nu}(l^{(1)}, l^{(2)}) \prod_{i=1}^2 dl^{(i)} dl'^{(i)}. \end{aligned} \quad (1.55)$$

В этом выражении под  $\varphi$  понимаем дираковски-сопряженную величину, а угловые обкладки  $\langle P, \mathbf{v} |$  представляют собой фактически (для нашего случая квазинезависимых кварков) произведение двух обкладок вида  $\langle l^{(i)} |$ , где  $\langle l^{(i)} |$  нормированы на релятивистски-ковариантную величину

$$\frac{1}{2l_0^{(i)}} \delta(\mathbf{l}^{(i)} - \mathbf{l}'^{(i)}) \quad (1.56)$$

в отличие от круглых обкладок, нормированных на трехмерную  $\delta$ -функцию.

Будем теперь конкретизировать волновую функцию  $\varphi$ , характеризующую индивидуальные импульсы кварка и антикварка внутри мезона. В системе покоя мезона

$$\varphi_{\nu}^{\alpha, \beta}(\tilde{l}^{(1)}, \tilde{l}^{(2)}) = u_{\alpha}(\tilde{l}^{(1)}) \bar{u}_{\beta}(\tilde{l}^{(2)}) \delta(\mathbf{l}^{(1)} - \mathbf{l}^{(2)} - \tilde{\mathbf{v}}) \tilde{P}_0. \quad (1.57)$$

Здесь величины с тильдой заданы в системе покоя мезона. Выражения

$$u_\alpha(\tilde{l}^{(i)}) = \frac{(m_i + \gamma \tilde{l}^{(i)}) (1 + \gamma_0)}{2 \sqrt{2m_i (m_i + \tilde{l}_0^{(i)})}} \begin{pmatrix} \chi_\alpha \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.58)$$

являются решениями свободного уравнения Дирака.

В определении (1.57) записана комбинация  $\tilde{P}_0 \delta(I^{(1)} - I^{(2)} - \mathbf{v})$ , так как именно она является лоренц-ковариантным выражением, содержащим определенные пространственные относительные импульсы кварка и антикварка внутри мезона.

Вводя в системе покоя мезона новые обозначения

$$\left. \begin{aligned} \tilde{P} &= 2W = \tilde{P}_0; \\ \tilde{\mathbf{v}} &= 2\mathbf{q}, \end{aligned} \right\} \quad (1.59)$$

можно записать:

$$\begin{aligned} \varphi_q^{\alpha, \beta}(Wn_0 + q, Wn_0 - q) &= 2u_\alpha(Wn_0 + q) \times \\ &\times \bar{u}_\beta(Wn_0 - q) W \delta(I^{(1)} - I^{(2)} - 2\mathbf{q}). \end{aligned} \quad (1.60)$$

В произвольной же системе отсчета

$$\varphi_v^{\alpha, \beta}(P, \mathbf{v}) \equiv U_\Lambda^{(1)} U_\Lambda^{(2)} \varphi_q^{\alpha, \beta}(Wn_0 + q, Wn_0 - q). \quad (1.61)$$

Используя результаты работы [12], получаем

$$\begin{aligned} \varphi_v^{\alpha, \beta}(P, \mathbf{v}) &\equiv |P, \mathbf{v}\rangle = P_0 \delta(I^{(1)} - I^{(2)} - \mathbf{v}) \times \\ &\times u_\alpha(l^{(1)}) \bar{u}_\beta(l^{(2)}) \mathcal{R}_1^{-1} \mathcal{R}_2^{-1}, \end{aligned} \quad (1.62)$$

где  $\mathcal{R}$  — пространственные повороты, действующие соответственно на кварковый и антикварковый спиноры и задаваемые выражением:

$$\mathcal{R} = L_{n_0 \rightarrow \Lambda P/m}^{-1} \Lambda L_{n_0 \rightarrow P/m}. \quad (1.63)$$

Подставляя (1.62) в (1.55), в соответствии с (1.53) имеем после некоторых преобразований

$$\begin{aligned} &\langle\langle P', \mathbf{v}', \alpha', \beta' | F_\alpha(k) | P, \mathbf{v}, \alpha, \beta \rangle\rangle = \\ &= P_0 P'_0 \mathcal{R}_2' \mathcal{R}_1' \left\{ \delta_{\beta\beta'} \bar{u}_{\alpha'} \left( \frac{P' + \mathbf{v}'}{2} \right) \Gamma_a^{(1)} c_1 \times \right. \\ &\times u_\alpha \left( \frac{P + \mathbf{v}}{2} \right) \delta(\mathbf{P} - \mathbf{v} - \mathbf{P}' + \mathbf{v}') \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}' + \mathbf{k}) \frac{(P_0 - v_0 + P'_0 - v'_0)}{(P'_0 - v'_0)(P_0 + v_0)} + \\ &+ \delta_{\alpha\alpha'} u_{\beta'} \left( \frac{P' - \mathbf{v}'}{2} \right) \Gamma_a^{(2)} c_2 \bar{u}_\beta \left( \frac{P - \mathbf{v}}{2} \right) \delta(\mathbf{P} + \mathbf{v} - \mathbf{P}' - \mathbf{v}') \times \\ &\left. \times \delta(\mathbf{v}' - \mathbf{v} + \mathbf{k}) \frac{(P_0 + v_0 + P'_0 + v'_0)}{(P'_0 + v'_0)(P_0 - v_0)} \right\} \mathcal{R}_1^{-1} \mathcal{R}_2^{-1}. \end{aligned} \quad (1.64)$$

Однако, чтобы найти алгебры матричных элементов «внутренних» мезонных токов, необходимо перейти к выражению в круглых обкладках, которое, как отмечалось выше, нормируется на  $\delta$ -функцию без дополнительных весовых факторов. Для этого (1.64) умножим на фактор

$$\left(\frac{1}{4} V \overline{(P'_0 + v'_0)(P'_0 - v'_0)(P_0 + v_0)(P_0 - v_0)}\right)^{-1}. \quad (1.65)$$

Далее конкретизируем систему отсчета  $(P, v)$ , которая до сих пор была произвольной. Именно, будем считать, что

$$P_z \rightarrow \infty; P'_z \rightarrow \infty, \quad (1.66)$$

в то время как  $P^2$  и  $P'^2$  остаются конечными величинами. Тогда получим

$$\begin{aligned} (P', v', \alpha', \beta' | F_a(k) | P, v, \alpha, \beta) = & \mathcal{R}'_2 \mathcal{R}'_1 \delta(P + \mathbf{k} - P') \times \\ & \times \{ \delta_{\beta\beta'} \delta(v - v' + \mathbf{k}) \bar{\chi}_\alpha \Lambda_a^{(1)} \chi_\alpha + \\ & + \delta_{\alpha\alpha'} \delta(v - v' - \mathbf{k}) \chi_\beta \Lambda_a^{(2)} \bar{\chi}_\beta \} \mathcal{R}_1^{-1} \mathcal{R}_2^{-1}. \end{aligned} \quad (1.67)$$

Здесь были выбраны нормировочные константы  $C_1$  и  $C_2$ , равные соответственно  $4m_1$  и  $4m_2$ . Операторы  $\Lambda_a^{(i)}$ , входящие в (1.67), задаются формулами вида

$$\Lambda_a^{(i)} = \begin{cases} \lambda_a^{(i)}; \\ \lambda_a^{(i)} \sigma_3^{(i)} (-1)^{i+1}, \end{cases} \quad (1.68)$$

причем первая формула имеет место при выборе  $\Gamma_a^{(i)}$  в виде  $\lambda_a^{(i)} \gamma_\beta^{(i)}$ , а вторая — при выборе  $\Gamma_a^{(i)}$  в виде  $\lambda_a^{(i)} \gamma_5^{(i)} \gamma_\beta^{(i)}$ .

Непосредственной проверкой теперь можно установить, что для матричных элементов (1.67) выполняются коммутационные соотношения (1.1):

$$\begin{aligned} ([P' v', \alpha', \beta' | F_a(k) | P'', v'', \alpha'', \beta''), (P'', v'', \alpha'', \beta'' | F_b(k') | P, v, \alpha, \beta)] = \\ = i f_{abc} (P', v', \alpha', \beta' | F_c(k + k') | P, v, \alpha, \beta), \end{aligned} \quad (1.69)$$

причем интегрирование в левой части (1.69) происходит по пространственным частям  $P''$  и  $v''$ , а суммирование ведется по  $\alpha''$  и  $\beta''$ .

Введем теперь истинную мезонную волновую функцию. Она не должна содержать внутренних импульсных переменных и должна учитывать в своем определении не использованные до сих пор полностью условия Маркова — Юкавы. Принимая во внимание эти соображения, сконструируем истинную волновую функцию мезона в системе покоя мезона следующим образом:

$$\Psi_{P=0} = \int \Phi_q (W n_0 + q, W n_0 - q) \delta[4Wq - \Delta m^2] \Psi_{w, i}(q) dq. \quad (1.70)$$

Здесь  $\delta$ -функция выражает условия Маркова — Юкавы в системе покоя мезона, а функция  $\Psi_{W, l}$  определена как

$$\Psi_{W, l}(q) = f(W) \delta \left( W^2 + q^2 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} \right) \varphi_l(\mathbf{e}). \quad (1.71)$$

В (1.71)  $f(W)$  — некоторая функция, которая будет далее определена из условия нормировки волновых функций (1.70), а  $l = J, J_z$ . Вектор  $\mathbf{e}$  — единичный вектор, имеющий направление  $\mathbf{q}$ :

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{q}}{\sqrt{q^2}} \equiv (\varphi, \theta). \quad (1.72)$$

Введем теперь угловую  $\delta$ -функцию  $\mathcal{D}$ :

$$\mathcal{D}(\mathbf{e}, \mathbf{e}') = \delta(\varphi - \varphi') \delta(\cos \theta - \cos \theta'). \quad (1.73)$$

Нетрудно заметить, что трехмерная  $\delta$ -функция теперь может быть записана как

$$\left. \begin{aligned} \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}') &= \frac{1}{r} \frac{2\delta(r^2 - r'^2)}{r} D(\mathbf{e}, \mathbf{e}'); \\ r &= \sqrt{q^2}. \end{aligned} \right\} \quad (1.74)$$

Будем считать, что функции  $\varphi_l(\mathbf{e})$  нормированы соотношениями:

$$\sum_l \varphi_l(\mathbf{e}) \varphi_l(\mathbf{e}') = \mathcal{D}(\mathbf{e}, \mathbf{e}'), \quad (1.75)$$

а

$$\int \varphi_l(\mathbf{e}) \varphi_{l'}(\mathbf{e}) d\mathbf{e} = \delta_{ll'}. \quad (1.76)$$

Потребуем также, чтобы выполнялись нормировочные соотношения:

$$\int \Psi_{W'l'}(q) \Psi_{W, l}(q) d\mathbf{q} = \delta(W - W') \delta_{ll'}; \quad (1.77)$$

и

$$\sum_l \int \Psi_{W, l}(q) \Psi_{W, l}(q') dW = \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}'). \quad (1.78)$$

Соотношения (1.75) и (1.78) имеют место при следующем выборе функции  $f(W)$ :

$$f(W) = \sqrt{\frac{2W}{W^2 - \frac{\Sigma m^2}{2} + \frac{(\Delta m^2)^2}{16W^2}}}, \quad (1.79)$$

при этом полагается, что  $W$  и  $q$  связаны условиями Маркова — Юкавы.



Как следует из (1.62), теперь можно определить волновую функцию мезона в произвольной системе отсчета:

$$\begin{aligned} \Psi(P, l, W) &\equiv |P, l, W\rangle = \\ &= \int |P, \nu \gg \delta(P\nu - \Delta m^2) \Psi_{W, l}(\nu) d\nu. \end{aligned} \quad (1.80)$$

Волновые функции  $|P, l, W\rangle$  имеют четкий физический смысл. Именно в некоторой выбранной системе отсчета (например, в системе  $\mathbf{P} = 0$ ) они обладают определенным угловым моментом и его проекцией, в чем можно непосредственно убедиться, если прокоммутировать операторную величину, содержащуюся в  $\Psi_{\mathbf{P}=0}$  с операторами  $J_z$  и  $J^2 = \sum_{\alpha} J_{\alpha} J^{\alpha}$ . Таким образом, по системе функций  $\Psi(P, l, W)$  можно разложить волновую функцию мезона, находящегося в любом состоянии.

Заметим теперь, что в промежуточных состояниях соотношений алгебры токов теперь будут добавляться новые по сравнению с (1.69) величины, обусловленные необходимостью интегрирования по дополнительным переменным факторам, содержащимся в (1.80), помимо «внутренней» мезонной волновой функции. Указанные величины в промежуточных состояниях будут задаваться следующим нормировочным условием для величины  $\Psi_{W, l} \delta(P\nu - \Delta m^2)$ :

$$\begin{aligned} \sum_l \int_0^{\infty} dW \Psi_{W, l}(\nu) \Psi_{W, l}^{\dagger}(\nu') \delta(P\nu - \Delta m^2) \times \\ \times \delta(P\nu' - \Delta m^2) = \frac{P_0 \delta(\nu - \nu') \delta\left(\nu_0 - \frac{\nu \mathbf{P}}{P_0} - \frac{\Delta m^2}{P_0}\right)}{8 \sqrt{P^2} (P_0^2 - \nu_0^2)}. \end{aligned} \quad (1.81)$$

Таким образом, знаменатель в (1.81) компенсирует в своей существенной части нековариантный фактор (1.65), обуславливающий переход от  $|P, \nu, \alpha, \beta\rangle \langle P, \nu, \alpha, \beta|$  к  $|P, \nu, \alpha, \beta\rangle \langle P, \nu, \alpha, \beta|$  и возвращающий матричные элементы к лоренц-нековариантной форме.

Содержащийся же в числителе (1.81) нековариантный фактор теперь переопределяет матричные элементы  $|P, l, W\rangle$  к лоренц-ковариантной форме, характерной для мезона, описываемого одним импульсом  $P$ , именно к форме  $|P, l, W\rangle$ .

Таким образом, было показано, что для волновой функции  $\Psi(P, l, W)$ , введенной формулой (1.80), справедлив определенный выше переход от угловых обкладок к круглым:

$$\left| P, l, W \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2P_0}} \left| P, l, W \right\rangle. \quad (1.82)$$

Итак, волновая функция  $\Psi(P, l, W)$  действительно описывает мезон как одночастичное состояние.

Теперь можно, используя полученные результаты и в случае необходимости изменяя тривиальным образом нормировку обкладок, проверить справедливость соотношений алгебры токов для матричных элементов мезонных токов. Найдем, что имеют место следующие релятивистски-ковариантные по форме соотношения:

$$\begin{aligned} & [\langle P', l', W' | F_a(k) | P'', l'', W'' \rangle, \\ & \langle P'', l'', W'' | \times F_b(k') | P, l, W \rangle] = \\ & = if_{abc} \langle P', l', W' | F_c(k + k') | P, l, W \rangle. \end{aligned} \quad (1.83)$$

Тем самым доказали соотношение алгебры токов для мезонов с выключенным взаимодействием между квазинезависимыми кварками, независимо от предположения о возможности разложения используемых матричных элементов по обратным мезонным массам.

В заключение отметим, что подобная программа была проведена и для барионов в работе [12]. Однако в связи с тем, что там не возникает никаких принципиально новых трудностей по сравнению с рассмотренным случаем, на этом не будем останавливаться.

**Некоторые применения модели квазинезависимых кварков.** Итак, мы рассмотрели выше построение алгебры токов в модели квазинезависимых кварков. Теперь отметим некоторые другие важные применения этой модели. Как отмечалось в работе [1], модель квазинезависимых кварков позволяет получить правильное выражение для аксиальной константы слабого взаимодействия, которое в низшем порядке по обратной эффективной массе кварка совпадает с результатом Гелл-Манна [4]. Как показано в работе [8], результат, очень схожий с результатом П. Н. Боголюбова [1], можно получить и из других соображений в рамках модели квазинезависимых кварков.

Из модели квазинезависимых кварков можно также получить интересные результаты о связи между электромагнитными форм-факторами нуклонов [11, 16]. При этом оказалось, что если магнитное поле взаимодействует не с обычным спином кварков, а с  $W$ -спином (а справедливость такого утверждения доказана в кварковой модели в работе [17] для случая квазирелятивистского бариона), то тогда следует разумная связь между саксовскими электромагнитными форм-факторами нуклонов.

## 2. ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ АДРОН-АДРОННОЕ РАССЕЯНИЕ

Как было показано в предыдущем разделе, модель квазинезависимых кварков можно с успехом применить к построению алгебры токов для мезонов и барионов. Теперь перейдем к другой

задаче: описанию высокоэнергетического адрон-адронного рассеяния в модели квазинезависимых кварков.

**Рассеяние на составных объектах. Уравнения Фаддеева.** Прежде чем приступить к описанию рассеяния собственно в модели кварков, изучим релятивистские уравнения для рассеяния на связанном состоянии. Начнем изучение с простейшего случая — релятивистской проблемы трех тел. Хорошо известно, что для изучения нерелятивистской проблемы трех тел (взаимодействие между этими телами описывается парным потенциалом) можно воспользоваться интегральными уравнениями для волновой функции [18—20]. Преимущество этих уравнений состоит в том, что их ядро является амплитудой рассеяния двух частиц вне энергетической оболочки. Соответствующие релятивистские уравнения Фаддеева были найдены в работах [21—23].

Для получения релятивистских уравнений типа Фаддеева удобно начать с изучения уравнения Бете — Солпитера для полной функции Грина для трех частиц. Это уравнение записывается в символической форме следующим образом:

$$g = g_0 + g_0 K g, \quad (2.1)$$

где

$$g_0 = (x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3) = S_1(x_1 - y_1) S_2(x_2 - y_2) S_3(x_3 - y_3); \quad (2.2)$$

$S_i(x_i, -y_i)$  — функция Грина для свободной  $i$ -й частицы. Ядро  $K(x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3)$  является суммой всех неприводимых трехчастичных диаграмм.

Рассмотрим случай, когда ядро  $K$  является суммой следующих диаграмм:

$$A = K_{23} + K_{31} + K_{12}, \quad (2.3)$$

где

$$K_{ij} = K_{ji} \equiv G_{ij}(x_i, x_j, y_i, y_j) S^{-1}(x_l - y_l); \\ (i \neq j \neq l; i, j, l = 1, 2, 3) \quad (2.4)$$

$G_{ij}(x_{ij}, x_j, y_i, y_j)$  — ядро уравнения Бете — Солпитера для двух частиц. Условие (2.3) означает, что мы ограничиваемся двухчастичными силами. Тогда уравнение (2.1) записывается в виде

$$g = g_0 + g'_1 + g'_2 + g'_3, \quad (2.5)$$

где

$$g'_i = g_0 K_{il} g \quad (i \neq j \neq l, i, j, l = 1, 2, 3). \quad (2.6)$$

Найдем теперь функцию Грина двух частиц:

$$g_{ib} = g_0 + g_0 K_{ij} g \quad (i \neq k, i, k = 1, 2, 3). \quad (2.7)$$

Если в (2.5) подставить (2.6), то

$$\begin{aligned} g &= g_{23} + g_{23}(K_{31} + K_{12})g + g_{31} + \\ &+ g_{31}(K_{23} + K_{12})g + g_{12} + g_{12}(K_{23} + K_{31})g \equiv \\ &\equiv \sum g_i + \sum g_i(K - K_i)g. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Введем амплитуду  $\hat{T}_l$ , которая удовлетворяет уравнениям:

$$\hat{T}_l = K_l + K_l \hat{T}_l \quad (i \neq j \neq l; i, j, l = 1, 2, 3). \quad (2.9)$$

Легко заметить, что функции  $g_i$  и  $\hat{T}_l$  связаны следующим уравнением:

$$g_l = g_0 + g_0 \hat{T}_l g_0. \quad (2.10)$$

Используя (2.6), (2.8), (2.9), получаем следующую систему уравнений для функций  $g'_1, g'_2, g'_3$ :

$$\begin{pmatrix} g'_1 \\ g'_2 \\ g'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g'_1 - g_0 \\ g'_1 - g_0 \\ g'_3 - g_0 \end{pmatrix} + g_0 \begin{pmatrix} 0 & \hat{T}_1 & \hat{T}_1 \\ \hat{T}_2 & 0 & \hat{T}_2 \\ \hat{T}_3 & \hat{T}_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g'_1 \\ g'_2 \\ g'_3 \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Представим теперь функцию Грина как

$$\begin{aligned} g(x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3) &= \\ &= \sum_k \chi_k(x_1, x_2, x_3) \chi_k^+(y_1, y_2, y_3), \end{aligned} \quad (2.12)$$

где

$$\chi_k(x_1, x_2, x_3) \equiv \langle 0 | T \psi_1(x_1) \psi_2(x_2) \psi_3(x_3) | k \rangle. \quad (2.13)$$

Если вектор состояния  $|k\rangle$  описывает связанное состояние второй и третьей частиц, в то время как первая является свободной, то имеется следующее представление [24] для волновой функции Бете — Солпитера (2.13):

$$\begin{aligned} \chi_k^+(y_1, y_2, y_3) &= \int_{\substack{y_i \rightarrow -\infty \\ |y_{20} - y_{30}| < \infty}} dP \frac{\delta [k_0 - p_0 - E_{m_1}(k-p)] f_p^+(y_2 - y_3)}{4E_{\mu_{23}}(p) E_{m_1}(k-p)} \times \\ &\times \frac{\exp[ipY_{23}] \exp[i(K-p)y_1]}{k_0 - E_{\mu_{23}}(p) - E_{m_1}(k-p) + i\varepsilon} + [\text{члены, которые не имеют} \\ &\text{связанного состояния}]. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Здесь введены такие обозначения:

$$E_{\mu_{23}}(\mathbf{P}) = \sqrt{\mathbf{P}^2 + \mu_{23}^2}; \quad E_{m_1}(\mathbf{I}) = \sqrt{\mathbf{I}^2 + m_1^2} \quad (2.15)$$

и  $Y_{23}$  — координата центра инерции частиц 2 и 3. Удобно ввести новые переменные:

$$\begin{aligned} X &= M^{-1}(m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3); \quad M \equiv m_1 + m_2 + m_3; \\ \xi_1 &= (m_2 + m_3)^{-1}(m_2 x_2 + m_3 x_3) - x_1 = x_{23} - x_1; \\ \xi_{23} &= x_2 - x_3. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Подставляя (2.14) в (2.12), получаем

$$\begin{aligned} g(X - Y; \xi_{23}, \xi_1, \eta_{23}, \eta_1) &= \int dk dl g(k, \xi_{23}, \xi_1, \eta_{23}, \eta_1) \times \\ &\times \exp[ik(X - Y)] \exp[i(km_1/M - l)\eta_1], \end{aligned} \quad (2.17)$$

где

$$\begin{aligned} &g(k, \xi_{23}, \xi_1, \eta_{23}, l) = \\ &= \chi_k(\xi_{23}, \xi_1) \frac{f_{k-l}^+(\eta_{23}) \delta(l_0 - E_{m_1}(\mathbf{l}))}{4E_{\mu_{23}}(\mathbf{k} - \mathbf{l}) E_{m_1}(\mathbf{l}) [k_0 - E_{\mu_{23}}(\mathbf{k} - \mathbf{l}) - E_{m_1}(\mathbf{l}) + i\epsilon]} + \\ &+ [\text{члены, которые не имеют полюсов при} \\ &k_0 = E_{m_1}(\mathbf{l}) + E_{\mu_{23}}(\mathbf{k} - \mathbf{l})]; \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\chi_k(\xi_{23}, \xi_1) = \exp[ikx] \chi_k(x_1, x_2, x_3). \quad (2.19)$$

Необходимо подчеркнуть, что только  $g_{23}$  имеет полюс в точке  $k_0 = E_{m_1} + E_{\mu_{23}}$ . Принимая это во внимание и используя (2.5), (2.6), (2.11) и (2.17), находим следующую систему функций:

$$\begin{pmatrix} \chi_{1k} \\ \chi_{2k} \\ \chi_{3k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{0k} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + g_0 \begin{pmatrix} 0 & \hat{T}_1 & \hat{T}_1 \\ \hat{T}_2 & 0 & T_2 \\ \hat{T}_3 & \hat{T}_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_{1k} \\ \chi_{2k} \\ \chi_{3k} \end{pmatrix}; \quad (2.20)$$

$$\chi_k = \chi_{1k} + \chi_{2k} + \chi_{3k}; \quad \chi_{0k} = g_0 K_{23} \chi_{0k}. \quad (2.21)$$

Итак, мы получили уравнение, когда в начальном состоянии имеется связанное состояние второй и третьей частиц. Уравнения (2.11) и (2.21) являются релятивистским обобщением уравнений Фаддеева.

Аналогичные уравнения можно найти, если в начальном состоянии имеются другие связанные состояния. Тогда уравнение (2.20) переписется в виде

$$\begin{pmatrix} \chi_{q(j)}^1 \\ \chi_{q(j)}^2 \\ \chi_{q(j)}^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi_{q(j)}^0 & \delta_{1j} \\ \chi_{q(j)}^0 & \delta_{2j} \\ \chi_{q(j)}^0 & \delta_{3j} \end{pmatrix} + g_0 \begin{pmatrix} 0 & \hat{T}_1 & \hat{T}_1 \\ \hat{T}_2 & 0 & \hat{T}_2 \\ \hat{T}_3 & \hat{T}_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_{q(j)}' \\ \chi_{q(j)}^2 \\ \chi_{q(j)}^3 \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Свободная функция Грина связана с  $S$ -матричным элементом рассеяния частицы на связанном состоянии с перераспределением

(но без распадов), если выполняется условие

$$x_{10}, x_{20}, x_{30} > y_{10}, y_{20}, y_{30}.$$

Связь функции Грина с матричным элементом записывается так:

$$\begin{aligned} & g(x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3) = \\ & = \sum_{q^{(i)}q^{(j)}} \langle 0 | T(\psi_1(x_1)\psi_2(x_2)\psi_3(x_3) | q^{(i)}) S(q^{(i)}q^{(j)}) \times \\ & \quad \times \langle q^{(j)} | T\bar{\psi}_1(y_1)\bar{\psi}_2(y_2)\bar{\psi}_3(y_3) | 0 \rangle + \dots \end{aligned} \quad (2.23)$$

Используя формулу (2.8) и переходя к пределу  $y_{10}, y_{20}, y_{30} \rightarrow -\infty$ ;  $|y_{i0} - y_{j0}| < \infty$ ;  $x_{10}, x_{20}, x_{30} \rightarrow +\infty$ ;  $|x_{j0} - x_{k0}| < \infty$ , получаем

$$S(q^{(i)}, q^{(j)}) = \delta_{ij} \delta(q - q') \delta_l(l'_i - l_j) + T_{ij}(q', q; l'_i, l_j), \quad (2.24)$$

где

$$\begin{aligned} T_{ij}(q', q; l'_i, l_j) &= \chi_{q^{(i)}}^{0+}(K - K_i) \chi_{q^{(j)}} = \\ &= \chi_{q^{(i)}}^+(K - K_j) \chi_{q^{(j)}}^0. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Интегрируя (2.22) и используя (2.8), имеем

$$\chi_{q^{(j)}} = \chi_{q^{(j)}}^0 + g(K - K_j) \chi_{q^{(j)}}^0. \quad (2.26)$$

Аналогично получается уравнение для  $\chi^+$ :

$$\chi_{q^{(j)}}^+ = \chi_{q^{(j)}}^{0+} + \chi_{q^{(j)}}^{0+}(K - K_j)g. \quad (2.27)$$

Подставляя в (2.25) выражения (2.26) и (2.27), находим

$$T_{ij}(q', q, l', l) = \chi_{q^{(i)}}^{0+} M_{ij}^{\pm} \chi_{q^{(j)}}^0, \quad (2.28)$$

где

$$M_{ij}^+ = \sum_{\alpha \neq i} K_\alpha + \sum_{\substack{\alpha \neq i \\ \beta \neq j}} K_\alpha g K_\beta; \quad (2.29)$$

$$M_{ij}^- = \sum_{\alpha \neq j} K_\alpha + \sum_{\substack{\alpha \neq i \\ \beta \neq j}} K_\alpha g K_\beta. \quad (2.30)$$

Далее ограничимся лишь рассмотрением  $M_{ij}^+$ , так как использование операторов второго вида  $M_{ij}^-$  не дает ничего нового. Для операторов  $M_{ij}^+$  можно написать систему несвязных уравнений [22, 23]:

$$M_{ij}^+ = (K - K_i) + M_{ij}^+ g_j (K - K_j). \quad (2.31)$$

Рассмотрим теперь случай слабой связи в двухчастичном состоянии. Масса связанного состояния  $\mu_i < m_j + m_k$ , но  $\mu_i$  того же порядка, что и  $m_j + m_k$ . Для конкретности выпишем, например,

уравнение для  $M_{11}^+$ . С учетом (2.31) имеем

$$M_{11}^+ = K_2 + K_3 + M_{11}^+ g_1 (K_2 + K_3). \quad (2.32)$$

Вследствие слабой связи можно пренебречь взаимодействием внутри связанного состояния, положив  $g_1 = g_0$ . Формальное решение уравнения (2.32) для нашего случая имеет вид

$$M_{11}^+ = (K_2 + K_3) [1 - g_0 (K_2 + K_3)]^{-1}. \quad (2.33)$$

Учитывая, что

$$K_i = T_i (1 + g_0 T_i)^{-1}; \quad T_i = S_i^{-1} \hat{T}_i, \quad (2.34)$$

получаем для  $M_{11}^+$ :

$$M_{11}^+ = \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{T_2 g_0 T_3 g_0 T_2 \dots}_{2n+1} \quad (2.35)$$

Разложение (2.35) представляет собой разложение по кратности взаимодействия. Так, первые два члена соответствуют однократному рассеянию налетающей частицы на каждой из частиц, образующих связанное состояние; вторые два — последовательному рассеянию сначала на одной, а затем на другой частице и т. д.

Особый интерес представляет случай, когда можно пренебречь многократными рассеяниями. Тогда

$$M_{11}^+ = T_2 + T_3. \quad (2.36)$$

Рассмотренное выше приближение является непосредственным аналогом импульсного приближения, изученного ранее Чью [25].

**Гипотеза аддитивности и высокоэнергетическое рассеяние адронов. Учет трехчастичных сил.** Как было показано выше, на основании уравнений для амплитуды рассеяния частицы на двухчастичном связанном состоянии аддитивность двухчастичных амплитуд следует из предположения о парном характере взаимодействия в случае слабой связи в двухчастичном связанном состоянии. Эти результаты можно легко обобщить на случай многочастичных систем, если считать, что между частицами действуют только парные силы. В частности, при рассмотрении кварковой модели обобщение уравнения (2.36) дает хорошо известную гипотезу аддитивности [26, 27]. Следует отметить, что между кварками действуют сильные силы, которые «съедают» большую часть массы свободного кварка, в то время как для аддитивности необходимо, чтобы связь внутри связанного состояния была слабой. Поэтому аддитивность кварковых амплитуд по сравнению с (2.36) все же является гипотезой, а не следствием уравнений.

Задача об адрон-адронном рассеянии в модели кварков является многочастичной. Она решается [26, 27] в предположении, что между кварками (а не только между кварком и антикварком) действуют только двухчастичные силы. Однако такое предположе-

ние находится в противоречии с тем фактом, что в действительности не наблюдаются частицы, которые можно было бы представить как связанное состояние двух кварков. Поэтому более естественно предположить, что между кварками действуют трехчастичные силы (последние смогут давать трехчастичные связанные состояния — барионы), а парные — только между кварком и антикварком [28, 29]. В этом случае можно также показать, что амплитуды рассеяния адронов в предположении однократного столкновения кварков тоже можно представить в виде суммы всех возможных трехчастичных кварковых и двухчастичных кварк-антикварковых амплитуд. Как и в случае парных сил, здесь аддитивность кварковых амплитуд является следствием формы уравнений, а не конкретного вида взаимодействия. Полученная таким образом аддитивность кварковых амплитуд позволяет легко вычислить амплитуды упругого и неупругого адрон-адронного рассеяния как линейных функций соответствующих кварковых амплитуд.

В работе [28] на основании гипотезы в рамках ненарушенной  $SU(3)$ -симметрии были найдены следующие результаты:

а) изучены соотношения между полными сечениями нуклон-нуклонного и мезон-нуклонного рассеяния. Для этого кварковые амплитуды разлагались на  $SU(3)$ -неприводимые части. Полученные соотношения сводились к соответствующим соотношениям, которые ранее определялись в аддитивной модели с учетом только двухчастичных сил [26, 27];

б) изучены дифференциальные сечения для некоторых неупругих процессов. Амплитуды таких процессов легко выразить через трехкварковые амплитуды с сохранением полного спина и его третьей проекции. Возникающая при этом картина весьма проста. Подействовав упруго, кварки, «не помня», из какого адрона они вышли, распределяются по-новому, и в результате на выходе появляются новые адроны. Конечно, не для всех процессов можно пользоваться этой простой моделью. Есть некоторые процессы, в которые дают вклад только двухчастичные неупругие кварк-антикварковые амплитуды. Однако в данном случае такие процессы не представляют значительного интереса. Приведем некоторые из полученных таким образом соотношений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma}{dt} (K^+p \rightarrow K^{*0}\Delta^{++}) &= \frac{9}{8} \frac{d\sigma}{dt} (pp \rightarrow \Delta^0\Delta^{++}); \\ \frac{d\sigma}{dt} (\pi^+p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}) &= 3 \frac{d\sigma}{dt} (\pi^-p \rightarrow \rho^0\Delta^0); \\ \frac{d\sigma}{dt} (K^+N \rightarrow K^0p) &= 8 \frac{d\sigma}{dt} (\pi^-p \rightarrow \pi^0N) = \\ &= 16 \frac{d\sigma}{dt} (K^-p \rightarrow \pi^-\Sigma^+) = \frac{64}{27} \frac{d\sigma}{dt} (K^-p \rightarrow \pi^0\Lambda). \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$



Первое из них было получено и в случае парных сил между кварками и хорошо согласуется с экспериментом. Вторая группа равенств также хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Таким образом, полученные в работе [28] результаты показывают, что, изучая только процессы мезон-барионного и барион-барионного рассеяния, нельзя установить характер кварковых сил. С другой стороны, соотношения между сечениями мезон-мезонного рассеяния, которые можно получить в таком подходе, существенным образом отличаются от соотношений, получаемых в обычной аддитивной модели. Действительно, если силы между кварками трехчастичные, то в сечения мезон-мезонного взаимодействия войдут только кварк-антикварковые амплитуды, тогда как в случае парных сил входят еще и кварк-кварковые амплитуды. Поэтому данные по мезон-мезонному рассеянию могли бы явиться хорошим тестом для проверки гипотезы о трехчастичном характере кварковых сил.

**Рассеяние на большие углы и модель факторизующихся кварков (упругое рассеяние).** Существенным недостатком подхода, основанного на гипотезе аддитивности кварковых амплитуд, является то, что невозможно просто описать рассеяние на большие углы, так как для этого необходимо знать поведение соответствующих форм-факторов. Поэтому рассмотрим теперь модель [30—35], которая менее очевидна с физической точки зрения, чем аддитивная модель, однако позволяет весьма просто описать рассеяние на большие углы. Суть этой гипотезы заключается в следующем [30, 33].

Система сталкивающихся адронов создает самосогласованный потенциал  $V^{int}$ , на котором кварки, входящие в состав сталкивающихся адронов, рассеиваются квазинезависимым образом с амплитудами рассеяния  $G_q(\theta)$ , где  $\theta$  — угол рассеяния адронов в системе центра инерции. Предположим далее, что амплитуда адрон-адронного рассеяния записывается в виде произведения кварковых амплитуд  $G_q(\theta)$ :

$$T = \prod_{(q)} G_q(\theta). \quad (2.38)$$

Если же окажется, что в сталкивающиеся адроны входят тождественные кварки, то возникает возможность обмена между адронами этими кварками. Амплитуда рассеяния такого «обменного» кварка, очевидно, есть  $G_q(\pi - \theta)$  (см. рис. 1—8). Тогда к амплитуде (2.38) необходимо прибавить или отнять (в соответствии с тем, четным или же нечетным числом пар кварков обмениваются адроны) все возможные амплитуды, учитывающие обмен тождественными кварками.

Рассмотрим в качестве примера процессы упругого рассеяния  $\pi^+$ -мезона на протоне и упругого протон-протонного рассеяния. На рис. 1 и 2 изображены диаграммы, описывающие процессы

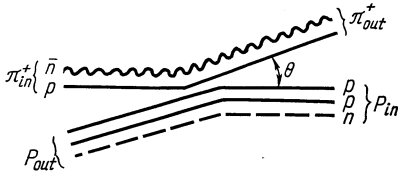


Рис. 1.

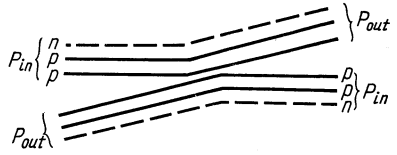


Рис. 2.

без обмена тождественными кварками. Соответствующие амплитуды имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} T_{\pi^+p}^0(\theta) &= G_p^3(\theta) G_n(\theta) G_n(\theta); \\ T_{pp}^0(\theta) &= G_p^4(\theta) G_n^2(\theta). \end{aligned} \right\} \quad (2.39)$$

Диаграммы, изображенные на рис. 3—5, представляют амплитуды с обменом одной пары тождественных кварков. Ампли-

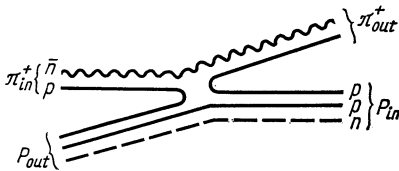


Рис. 3.

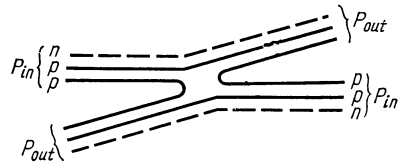


Рис. 4.

туды, соответствующие этим диаграммам:

$$\left. \begin{aligned} T_{\pi^+p}^{(1)}(\theta) &= G_p^2(\pi - \theta) G_p(\theta) G_n(\theta) G_n^-(\theta); \\ T_{pp}^{(1)}(\theta) &= G_p^2(\pi - \theta) G_p^2(\theta) G_n^2(\theta); \\ T_{pp}^{(2)}(\theta) &= G_n^2(\pi - \theta) G_p^4(\theta). \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

Аналогично записываются амплитуды процессов с обменом двумя и тремя парами тождественных кварков (рис. 6—8):

$$\left. \begin{aligned} T_{pp}^{(3)}(\theta) &= G_p^4(\pi - \theta) G_n^2(\theta); \\ T_{pp}^{(4)}(\theta) &= G_p^2(\pi - \theta) G_n^2(\pi - \theta) G_p^2(\theta); \\ T_{pp}^{(5)}(\theta) &= G_p^4(\pi - \theta) G_n^2(\pi - \theta). \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

Полные амплитуды рассматриваемых процессов теперь примут вид:

$$\left. \begin{aligned} T_{\pi^+p}(\theta) &= G_p^3(\theta) G_n(\theta) G_n^-(\theta) \{1 - a_1 r_p^2(\theta)\}; \\ T_{pp}^{(\alpha)}(\theta) &= G_p^4(\theta) G_n^2(\theta) \{1 - b_1^{(\alpha)} r_p^2(\theta) - b_2^{(\alpha)} r_n^2(\theta) + \\ &+ b_3^{(\alpha)} r_p^4(\theta) + b_4^{(\alpha)} r_p^2(\theta) r_n^2(\theta) - b_5^{(\alpha)} r_p^4(\theta) r_n^2(\theta)\}, \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

где  $r_q = G_q(\pi - \theta)/G_q(\theta)$ ; ( $\alpha$ ) — индекс, обозначающий соответствующую спиновую амплитуду.

В выражениях (2.42) коэффициенты перед  $r_p^n(\theta)$   $r_n^m(\theta)$  возникают из-за того, что соответствующие амплитуды можно получить

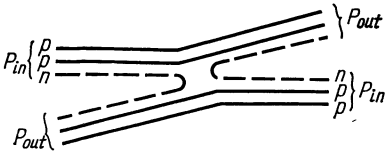


Рис. 5.

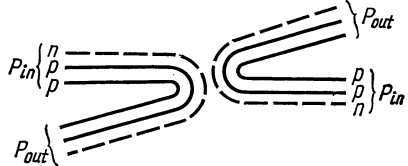


Рис. 6.

обменом различных пар тождественных кварков. К их вычислению вернемся несколько ниже.

Следует отметить, что используемая здесь обычная связь спина и статистики проблематична, так как кварки обычной статистике Ферми — Дирака не удовлетворяют (см. работу [1]).

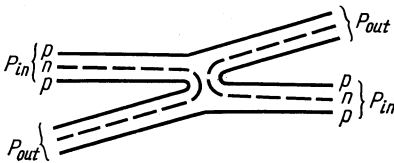


Рис. 7.

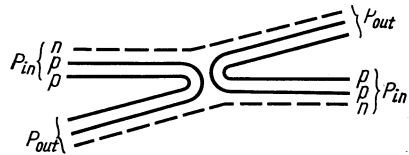


Рис. 8.

Далее задача состоит в выборе кварковых амплитуд. Естественно предположить, что амплитуды рассеяния кварка  $q$  и антикварка  $\bar{q}$  одинаковы:

$$G_q(\theta) = G_{\bar{q}}(\theta). \tag{2.43}$$

Пусть теперь рассеивается система  $n$  кварков  $q$  одного сорта на системе, состоящей из  $m$  антикварков  $\bar{q}$  того же сорта. Аналогично тому как это было в гипотезе аддитивности, из-за наличия возможного аннигиляционного канала амплитуду такого процесса уже нельзя записать в виде  $G^{n+m}(q)$ . Предположим, что для аннигиляционных поправок имеет место аддитивность. Тогда амплитуда процесса  $nq + m\bar{q} \rightarrow nq + m\bar{q}$  примет вид

$$T = (1 + ta(\theta))^n (1 + na(\theta))^m G^{n+m}(\theta). \tag{2.44}$$

Далее допустим, что амплитуды для  $p$  и  $n$  кварков (антикварков) равны между собой:

$$G_p(\theta) = G_n(\theta) = G_{\bar{p}}(\theta) = G_{\bar{n}}(\theta) \equiv G(\theta), \tag{2.45}$$

а амплитуда рассеяния  $\lambda$  кварка (антикварка)

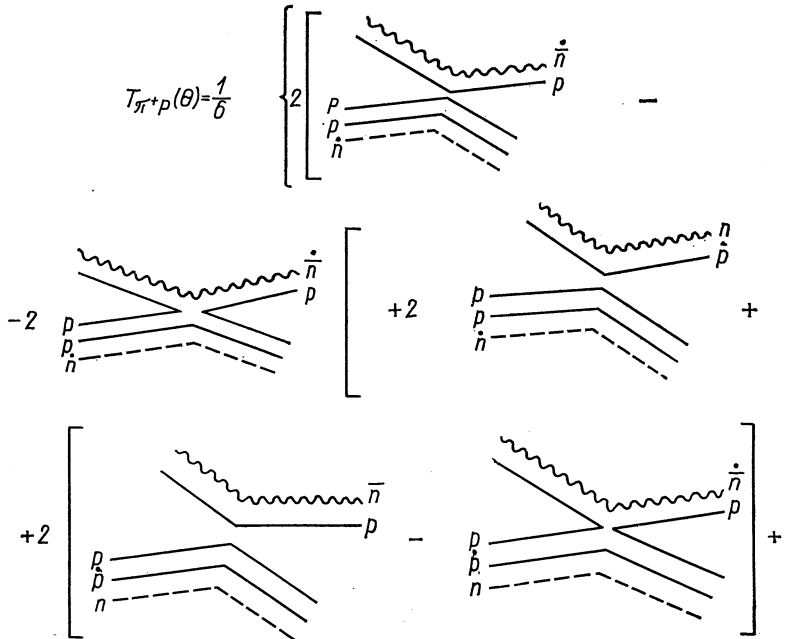
$$G_\lambda(\theta) = G_{\bar{\lambda}}(\theta) \equiv K(\theta) \neq G(\theta). \tag{2.46}$$

Покажем теперь на примере упругого  $\pi^+p$ -рассеяния, как вычисляются коэффициенты перед «обменными» членами. Отметим, что для правильного учета обменных членов необходимо учитывать спины кварков, так как в противоположном случае кварки с антипараллельными спинами будут рассматриваться как тождественные [33].

Пренебрегая эффектом переворота спинов кварков, получаем:

$$\begin{aligned} T_{\pi^+p}(\theta) = & \frac{1}{6} \langle \sqrt{2} p p \dot{n} - p \dot{p} n | \langle p \dot{n} - \dot{p} \bar{n} | T \times \\ & \times | \sqrt{2} p p \dot{n} - p \dot{p} n \rangle | p \dot{n} - \dot{p} \bar{n} \rangle = \frac{1}{6} \{ 2 \langle p p \dot{n} | \langle p \dot{n} | T | p p \dot{n} \rangle | p \dot{n} \rangle + \\ & + 2 \langle p p \dot{n} | \langle \dot{p} \bar{n} | T | p p \dot{n} \rangle | \dot{p} \bar{n} \rangle + \langle p \dot{p} n | \langle p \dot{n} | T | p \dot{p} n \rangle | p \dot{n} \rangle + \\ & + \langle p \dot{p} n | \langle \dot{p} \bar{n} | T | p \dot{p} n \rangle | \dot{p} \bar{n} \rangle \}. \end{aligned} \tag{2.47}$$

Или символически:



$$\left[ \begin{array}{c} \text{Diagram 1: } q \text{ and } \bar{q} \text{ exchange a gluon } G \\ \text{Diagram 2: } q \text{ and } \bar{q} \text{ exchange a photon } \gamma \end{array} \right] = \quad (2.48)$$

$$= G^5(\theta) [1+a(\theta)]^2 [1-r^2(\theta)].$$

Здесь  $q(\bar{q})$  обозначает кварк (антикварк) с проекцией спина  $+1/2$ , а  $\dot{q}(\dot{\bar{q}})$  — кварк (антикварк) с проекцией спина  $-1/2$ .

Аналогичным образом вычисляются следующие амплитуды:

$$\left. \begin{aligned}
 T_{\pi^+p}(\theta) &= T_{\pi^+N} = G^5(\theta) [1+2a(\theta)] [1+a(\theta)]^2 \left[1 - \frac{1}{2}r^2(\theta)\right]; \\
 T_{\pi^+p}(\theta) &= T_{\pi^-N} = G^5(\theta) [1+a(\theta)]^2 [1-r^2(\theta)]; \\
 T_{K^+p}(\theta) &= G^4(\theta) K(\theta) [1-r^2(\theta)]; \\
 T_{K^+N}(\theta) &= G^4(\theta) K(\theta) \left[1 - \frac{1}{2}r^2(\theta)\right]; \\
 T_{K^-p}(\theta) &= G^4(\theta) K(\theta) [1+2a(\theta)] [1+a(\theta)]^2; \\
 T_{K^-N}(\theta) &= G^4(\theta) K(\theta) [1+a(\theta)]^2.
 \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

Рассмотрим теперь нуклон-нуклонные рассеяния: в этом случае имеются четыре спиновых состояния — три с полным спином  $S=1$  и одно с полным спином  $S=0$ :

$$\begin{aligned}
 \Psi(1, 1) &\equiv \Psi_{\mathcal{N}_1 \mathcal{N}_2}(S=1, S_3=1) = |\mathcal{N}_1 \uparrow\rangle |\mathcal{N}_2 \uparrow\rangle; \\
 \Psi(1, 0) &\equiv \Psi_{\mathcal{N}_1 \mathcal{N}_2}(S=1, S_3=0) = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathcal{N}_1 \uparrow\rangle |\mathcal{N}_2 \downarrow\rangle + |\mathcal{N}_1 \downarrow\rangle |\mathcal{N}_2 \uparrow\rangle); \\
 \Psi(1, -1) &\equiv \Psi_{\mathcal{N}_1 \mathcal{N}_2}(S=1, S_3=-1) = |\mathcal{N}_1 \downarrow\rangle |\mathcal{N}_2 \downarrow\rangle; \\
 \Psi(0, 0) &\equiv \Psi_{\mathcal{N}_1 \mathcal{N}_2}(S=0, S_3=0) = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\mathcal{N}_1 \uparrow\rangle |\mathcal{N}_2 \downarrow\rangle - |\mathcal{N}_1 \downarrow\rangle |\mathcal{N}_2 \uparrow\rangle). \quad (2.50)
 \end{aligned}$$

Напомним, что для простоты ограничимся рассмотрением рассеяния без учета амплитуд с переворотом спинов кварков.

$$\begin{aligned} \text{Поэтому } \langle \Psi(1, 1) | T | \Psi(1, -1) \rangle &= \langle \Psi(1, 1) | T | \Psi(1, 0) \rangle = \\ &= \langle \Psi(1, -1) | T | \Psi(1, 0) \rangle = \langle \Psi(1, 1) | T | \Psi(0, 0) \rangle = \\ &= \langle \Psi(1, -1) | T | \Psi(0, 0) \rangle = 0. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Очевидно также, что

$$\langle \Psi(1, 0) | T | \Psi(0, 0) \rangle = 0. \quad (2.52)$$

Используя (2.50) и принимая во внимание кварковую структуру нуклонов, получаем:

$$\left. \begin{aligned} T_{pp}^{(1)} &\equiv \langle \Psi_{pp}(1, 1) | T | \Psi_{pp}(1, 1) \rangle = \\ &= \langle \Psi_{pp}(1, -1) | T | \Psi_{pp}(1, -1) \rangle = \\ &= \frac{1}{9} G^6(\theta) [9 - 31r^2(\theta) + 31r^4(\theta) - 9r^6(\theta)]; \\ T_{pp}^{(2)} &\equiv \langle \Psi_{pp}(1, 0) | T | \Psi_{pp}(1, 0) \rangle = \\ &= \frac{1}{9} G^6(\theta) [9 + 5r^2(\theta) + 9r^6(\theta)]; \\ T_{pp}^{(3)} &\equiv \langle \Psi_{pp}(0, 0) | T | \Psi_{pp}(0, 0) \rangle = \\ &= \frac{1}{9} G^6(\theta) [9 - 33r^2(\theta) + 33r^4(\theta) - 9r^6(\theta)]; \\ T_{Np}^{(1)} &\equiv \langle \Psi_{Np}(1, 1) | T | \Psi_{Np}(1, 1) \rangle = \\ &= \frac{1}{9} G^6(\theta) [9 - 14r^2(\theta) + 19r^4(\theta)]; \\ T_{Np}^{(2)} &\equiv \langle \Psi_{Np}(1, 0) | T | \Psi_{Np}(1, 0) \rangle = \\ &= \frac{1}{9} G^6(\theta) [9 - (22 + 6\sqrt{2})r^2(\theta) + (2 \cdot 9 + 6\sqrt{2})r^4(\theta)]; \\ T_{Np}^{(3)} &\equiv \langle \Psi_{Np}(0, 0) | T | \Psi_{Np}(0, 0) \rangle = \\ &= \frac{1}{9} G^6(\theta) [9 - (22 - 6\sqrt{2})r^2(\theta) + (2 \cdot 9 - 6\sqrt{2})r^4(\theta)]. \end{aligned} \right\} \quad (2.53)$$

Все спиновые амплитуды нуклон-антинуклонного рассеяния одинаковы, так как обменные диаграммы в этом случае не дают вклада в соответствующие амплитуды:

$$\left. \begin{aligned} T_{Np}^{(\alpha)}(\theta) &= G^6(\theta) [1 + 2a(\theta)]^2 [1 + a(\theta)]^4; \\ T_{pp}^{(\alpha)}(\theta) &= T_{NN}^{(\alpha)}(\theta) = G^6(\theta) [1 + 2a(\theta)]^4 [1 + a(\theta)]^2. \end{aligned} \right\} \quad (2.54)$$

Представим  $K(\theta) = G(\theta) + k(\theta)G(\theta)$  и исследуем следующие возможности:

а)  $r(0) \neq 0$ ;  $k(0) = 0$ ;  $a(0) = 0$ . Соотношения между полными сечениями не согласуются с экспериментом;

б)  $r(0) = 0$ ;  $k(0) \neq 0$ ;  $a(0) = 0$ . Пренебрегая вторым порядком малости  $a(0)k(0)$  и выше, получаем те же соотношения между полными сечениями, что и в случае гипотезы аддитивности [27] [за исключением соотношений, связывающих мезон-нуклонные с нуклон-нуклонными (антинуклонными) сечениями];

в)  $r(0) \neq 0$ ;  $k(0) \neq 0$ ;  $a(0) \neq 0$ . Пренебрегая величинами  $r^4(0)$ ,  $r^2(0)a(0)$  и т. д., находим

$$\begin{aligned} & \sigma^T(\pi^-p) - \sigma^T(\pi^+p) = \\ & = \sigma^T(K^-p) - \sigma^T(K^-N) + \sigma^T(K^+N) - \sigma^T(K^+p); \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$2\sigma^T(K^+N) - \sigma^T(K^+p) = 2\sigma^T(K^-N) - \sigma^T(K^-p). \quad (2.56)$$

Соотношение (2.55) совпадает с соотношением, которое было получено в рамках гипотезы аддитивности [27] и которое хорошо согласуется с экспериментом. Соотношение же (2.56) можно получить из соотношений [27], которые хорошо согласуются с экспериментом.

Для того чтобы приведенные выше рассуждения имели силу, необходимо оценить параметры  $k(0)$ ,  $a(0)$ ,  $r(0)$ . Из анализа полных сечений мезон-нуклонного рассеяния можно установить,

что  $r^2(0) = 0,04 \begin{smallmatrix} +0,18 \\ -0,12 \end{smallmatrix}$ , а из анализа отношений пиков дифференциальных сечений назад — вперед (как будет показано ниже) следует  $|r^2(0)| \approx 0,1$ . Выбирая последнее значение параметра  $|r^2(0)|$ , легко определить следующие значения параметров:

$$k(0) = 0,15 \pm 0,03; \quad a(0) = -(0,06 \pm 0,02). \quad (2.57)$$

Итак, параметры  $|r^2(0)|$ ,  $k(0)$ ,  $a(0)$  малы и, следовательно, оценки, сделанные в пунктах б) и в), справедливы.

Описание рассеяния на большие углы удобнее всего производить при  $\theta = 90^\circ$ , так как, по определению,  $r(90^\circ) = 1$ .

Из (2.48) и (2.49) получаются следующие соотношения для дифференциальных сечений на  $90^\circ$ :

$$\frac{d\sigma}{dt}(\pi^-p)|_{90^\circ} \gg \frac{d\sigma}{dt}(\pi^+p)|_{90^\circ}; \quad (2.58)$$

$$\frac{d\sigma}{dt}(K^+N)|_{90^\circ} \gg \frac{d\sigma}{dt}(K^+p)|_{90^\circ}. \quad (2.59)$$

Можно сделать следующие выводы относительно дифференциальных сечений  $pp$ - и  $pN$ -рассеяния на  $90^\circ$ . Усредняя по начальным спиновым состояниям и суммируя по конечным, легко получить следующее соотношение между дифференциальными сечениями  $Np$ - и  $pp$ -рассеяния на  $90^\circ$ :

$$\left( \frac{d\sigma}{dt}(pN) / \frac{d\sigma}{dt}(pp) \right)_{90^\circ} \approx 1,05. \quad (2.60)$$

Экспериментальное значение этого отношения известно в области  $p_L < 7 \text{ Гэв}/c$ . В области ( $4 < p_t < 7$ )  $\text{Гэв}/c$  оно не зависит от  $p_L$  и равно  $1,1 + 0,13$  [31]. Оценка для отношения (2.60) без учета спинов кварков дает  $1/4$  [30, 31]. Оценка работы [37] дает 0,75.

Интересная оценка получается для отношения дифференциальных сечений  $pp$ - и  $p\bar{p}$ -рассеяния на углы  $90^\circ$ . В области ( $3 < p_L < 7$ ) Гэв/с, где измерялось это отношение, последнее изменяется между  $1/4$  и  $1/10$ .

Пренебрегая аннигиляционным вкладом в (2.54), находим

$$\left( \frac{d\sigma}{dt} (p\bar{p}) / \frac{d\sigma}{dt} (pp) \right)_{90^\circ} \approx 1/3. \quad (2.61)$$

Оценка работ [30, 31] —  $1/144$ , а работы [38] — 1.

Остановимся теперь на таком важном вопросе: какая же принципиальная разница между аддитивным подходом и подходом факторизующихся амплитуд? Как отмечалось выше, при рассеянии вперед результаты гипотезы факторизации в некоторых случаях сводятся к результатам аддитивной модели. Однако при этом невозможно найти соотношения, которые бы связывали мезон-нуклонные и нуклон-нуклонные полные сечения. Дело в том, что в факторизационном подходе аддитивность имеет несколько иной смысл, чем в обычной аддитивной модели, где считается, что кварк-кварковые амплитуды Померанчука, равно как и все остальные, которые малы по сравнению с первыми, аддитивно складываются. Из этого допущения получаются отношения между мезон-нуклонными и нуклон-нуклонными полными сечениями:

$$\sigma^T(MN) / \sigma^T(NN) \approx 2/3. \quad (2.62)$$

В случае же факторизационного подхода аддитивность имеет место только для амплитуд, отличных от амплитуд Померанчука, и, следовательно, соотношение типа (2.62) определить не удается.

**Неупругое рассеяние адронов в кварковой модели с гипотезой факторизации.** Рассмотренную выше модель факторизующихся кварков можно применить [32, 34, 35] и к процессам неупругого рассеяния адронов.

Для описания процессов типа [34]  $0^- + \frac{1}{2}^+ \rightarrow 0^- + \frac{1}{2}^+$  помимо амплитуд, выписанных в предыдущем разделе, введем неупругие кварковые амплитуды  $P_1^2(\theta)$  и  $P_2^2(\theta)$ , которые определяются следующим образом:  
 $P_1^2(\theta)$  — амплитуда кварковых процессов

$$pp \rightarrow \lambda\bar{\lambda}; \quad p\bar{p} \rightarrow \lambda\bar{\lambda}; \quad n\bar{n} \rightarrow \lambda\bar{\lambda}; \quad n\bar{n} \rightarrow \lambda\bar{\lambda};$$

$$P_2^2(\theta) \text{ — амплитуда процессов } p\bar{p} \rightarrow n\bar{n}; \quad p\bar{p} \rightarrow n\bar{n}.$$

Иными словами, в случае процессов указанного выше типа пренебрегаем амплитудами с переворотом спинов кварков. Используя развитую выше технику и пользуясь волновыми функциями



барионов  $1/2^+$  и мезонов  $0^-$ , получаем:

$$\left. \begin{aligned}
 T_{\pi^+p \rightarrow K^+\Sigma^+} &= G^3(\theta) P_2^2(\theta) [r^2(\theta) - 1]; \\
 T_{\pi^-p \rightarrow K^+\Sigma^-} &= \frac{1-3\sqrt{2}}{6} G^3(\theta) P_2^2(\theta) r^2(\theta); \\
 T_{\pi^-p \rightarrow K^0\Lambda^0} &= \frac{1+2\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} G^3(\theta) P_2^2(\theta) [r^2(\theta) - 2]; \\
 T_{\pi^+p \rightarrow K^0\Sigma^0} &= \frac{1+2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} G^3(\theta) P_2^2(\theta) [2 - r^2(\theta)]; \\
 T_{K^-p \rightarrow \pi^+\Sigma^-} &= \frac{1-3\sqrt{2}}{6} K(\pi-\theta) G^2(\theta) P_1^2(\theta) r(\theta); \\
 T_{K^-p \rightarrow K^+\Xi^-} &= -K(\pi-\theta) G^2(\theta) r(\theta) P_1^2(\theta); \\
 T_{K^-p \rightarrow \pi^-\Sigma^+} &= K(\pi-\theta) G^2(\theta) r(\theta) [1+a(\theta)]^2 [1+2a(\theta)]; \\
 T_{K^-p \rightarrow \tilde{K}^0N} &= \frac{6\sqrt{2}-2}{6} K(\theta) G^2(\theta) P_1^2(\theta).
 \end{aligned} \right\} (2.63)$$

В связи с тем, что экспериментальные данные по рассеянию на большие углы весьма скудные и содержат большие погрешности, сравнение с экспериментом производится не при одинаковых значениях кинетической энергии адронов в конечном состоянии  $Q$  [39], а при равных значениях лабораторного импульса  $p_L$ . Сравнение с экспериментом удобно производить для величины

$R = \left( \frac{d\sigma}{dt} \Big|_{\pi} / \frac{d\sigma}{dt} \Big|_0 \right)$  — отношения пиков дифференциальных сечений назад — вперед, так как такая величина, с одной стороны, свободна от неизвестных кинематических множителей, а с другой — не зависит от значения амплитуд  $G(\theta)$ ,  $K(\theta)$ ,  $a(\theta)$ ,  $P_i(\theta)$ , а зависит только от параметров  $|r_\lambda(0)| = |K(\pi)/K(0)|$ ;  $|P_i(\pi)/P_i(0)|$ ;  $|r(0)|$ ;  $|[(1+a(\pi))^2(1+2a(\pi))]/[(1+a(0))^2 \times (1+2a(0))]|$ . Сравнение с экспериментом производится подгонкой этих пяти параметров.

Выбирая параметры

$$\left. \begin{aligned}
 |r(0)|^2 &= |r_\lambda(0)|^2 = 0,4; \\
 |P_1(\pi)/P_1(0)|^4 &= |P_2(\pi)/P_2(0)|^4 = 1,5; \\
 [1+a(\pi)]^2 [1+2a(\pi)]/[1+a(0)]^2 [1+2a(0)] &= 3,6 \cdot 10^{-2},
 \end{aligned} \right\} (2.64)$$

получаем удовлетворительное согласие для  $R$  с экспериментом (табл. 1). Кроме того, из (2.63) вытекает следующее соотношение, согласующееся с экспериментом в пределах погрешности:

$$R_{\pi^+p \rightarrow K^+\Sigma^+} / R_{\pi^+p \rightarrow \pi^+p} = R_{K^-p \rightarrow K^+\Xi^-} / R_{K^-p \rightarrow \pi^-\Sigma^+}. \quad (2.65)$$

Таблица 1

Сравнение с экспериментом предсказаний кварковой модели с гипотезой факторизации для отношения  $R$  пиков дифференциальных сечений назад — вперед для процессов типа  $0^- + \frac{1^+}{2} \rightarrow 0^- + \frac{1^+}{2}$

Реакция	$R_L, \Gamma\text{эв}/\text{с}$	$R_{\text{теор}}$	$R_{\text{эксп}}$
$\pi^+p \rightarrow K^+\Sigma^+$	4	0,15	0,17
$\pi^-p \rightarrow K^+\Sigma^-$	4	15	13
$\pi^-p \rightarrow K^0\Lambda^0$	4	$10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$
$\pi^-p \rightarrow K^0\Sigma^0$	4	$10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-3}$
$\pi^-p \rightarrow \pi^-p$	4	$1 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-4}$
$\pi^+p \rightarrow \pi^+p$	4	$3,6 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$
$K^+p \rightarrow K^+p$	3,5	$10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$
$K^-p \rightarrow K^-p$	3,5	$3,6 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-5}$
$K^-p \rightarrow \pi^+\Sigma^-$	3,5	15	8,5
$K^-p \rightarrow K^+\Xi^-$	3,5	15	18
$K^-p \rightarrow \pi^-\Sigma^+$	3,5	0,36	0,26
$K^-p \rightarrow \bar{K}^0N$	4	$1,5 \cdot 10^{-3}$	

При описании процессов рождения векторных мезонов  $0^- + \frac{1^+}{2} \rightarrow 1^- + \frac{1^+}{2}$  уже нельзя пренебрегать эффектом переворота спинов кварков [35]. Отметим, что полный анализ с учетом спинов кварков весьма затруднителен из-за большого числа неизвестных амплитуд. Его можно провести лишь при весьма сильных допущениях [35]. При этом оказалось возможным:

а) описать порядок величины  $R$  и предсказать ряд новых значений  $R$  для процессов рождения векторных мезонов (табл. 2);

Таблица 2

Сравнение с экспериментом предсказаний теории по отношению пиков дифференциальных сечений назад — вперед для процессов типа  $0^- + \frac{1^+}{2} \rightarrow 1^- + \frac{1^+}{2}$

Процесс	Пик (теория)	$R_{\text{теор}}$	Пик (эксперимент)	$R_{\text{эксп}}$	$R_L, (\Gamma\text{эв}/\text{с})^2$
$\pi^-p \rightarrow \rho^-p$	Вперед	$10^{-3}$	—	—	—
$\pi^+p \rightarrow \rho^+p$	»	$10^{-2}$	Вперед	$3 \cdot 10^{-2}$	8
$K^+p \rightarrow K^*+p$	»	$10^{-1}$	»	$1,1 \cdot 10^{-1}$	5
$K^-p \rightarrow K^*-p$	»	$10^{-5}$	—	—	—
$K^-p \rightarrow K^*0N$	»	$10^{-5}$	—	—	—
$K^-p \rightarrow K^*+\Xi^-$	Назад	10	Назад	50	3,5
$K^-p \rightarrow \rho^-\Sigma^+$	Вперед	$10^{-1}$	Вперед	$1,5 \cdot 10^{-1}$	3,5

б) связать  $R$  для некоторых процессов типа  $0^- + 1/2^+ \rightarrow 0^- + 1/2^+$  с соответствующими процессами рождения векторных мезонов; в) получить ряд соотношений между дифференциальными сечениями на большие и малые углы, которые находятся в согласии с экспериментом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов П. Н. Уравнения для связанных состояний (кварки). ЭЧАЯ, 1972, т. 3, вып. 1.
2. Боголюбов Н. Н. и др. Препринт ОИЯИ, P-2141, 1965.
3. Matveev V. A., Tavkhelidze A. N. Preprint JINR-E2-5141, 1970.
4. Gell-Mann M. Preprint CALT-68-103, 1966.
5. Dashen R., Gell-Mann M. Phys. Rev. Lett., 1966, 17, 340.
6. Gell-Mann M., Horn D., Weyers J. Paper presented at the International Conference on Particle Physics in Heidelberg, Sept., 1967.
7. Fubini S. Proc. of 4th Coral-Gables Conference on Symmetry Principles, 1967.
8. Шелест В. П. Препринт ИТФ-67-18, 1967.
9. Shelest V. P. Preprint ITF-67-47, 1967.
10. Шелест В. П. Препринт ИТФ-67-51, 1967.
11. Шелест В. П. Препринт ИТФ-67-52, 1967.
12. Шелест В. П. Препринт ИТФ-67-54, 1967.
13. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N. Nuovo cimento, 1963, 29, 380.
14. Шелест В. П. Препринт ОИЯИ P-3333, 1967.
15. Bogolubov P. N. Trieste preprint IC/69/76, 1969.
16. Матвеев В. А., Шелест В. П. В кн.: «Физика высоких энергий и теория элементарных частиц». Киев, 1967, 481.
17. Кобушкин А. П., Шелест В. П. Препринт ИТФ-68-19, 1968.
18. Фаддеев Л. Д., ЖЭТФ, 1960, 39, 5.
19. Фаддеев Л. Д. Докл. АН СССР, 1961, 138, 565.
20. Фаддеев Л. Д. Тр. Матем. ин-та АН СССР, 69, 1963.
21. Stoyanov D., Tavkhelidze A. N. Phys. Lett., 1964, 13, 16.
22. Shelest V. P., Stoyanov D. Phys. Lett., 1964, 13, 253.
23. Стоянов Д., Шелест В. П. «Ядерная физика», 1966, 3, 942.
24. Gell-Mann M., Low F. Phys. Rev., 1951, 84, 350.
25. Chew G. Phys. Rev., 1950, 80, 196.
26. Левин Е. М., Франкфурт Л. Л. «Письма в ЖЭТФ», 1965, 2, 105.
27. Lipkin H. J. В кн.: «Физика высоких энергий и теория элементарных частиц», Киев, 1967, с. 639.
28. Зайков Р. П., Стоянов Д. Препринт ОИЯИ P2-3359, 1967.
29. Oakes T. I. Preprint CERN-TH-748, 1967.
30. Kawaguchi M., Sumi Y., Yokomi H. Phys. Rev., 1968, 168, 1556.
31. Kawaguchi M., Sumi Y., Yokomi H. Progr. Theoret. Phys., 1967, 38, 1178, 1183.
32. Ikeda M., Kawaguchi M., Yokomi H. Progr. Theoret. Phys., 1968, 40, 594.
33. Kobushkin A. P., Shelest V. P. Preprint ITF-69-24, 1969.
34. Кобушкин А. П., Кухтин В. В., Наумов А. П. УФЖР, 1969, 14, 1879.
35. Кобушкин А. П. «Докл. АН СССР», 1970, 195, 318.
36. Belletini G. Rapporteur Talk at XIV International Conference on High Energy Physics, Vienna, 1968.
37. Bialas A., Czyzewski O., Zelewski K. Acta phys. polon., 1969, 35, 447.
38. Weiner R. M. Nucl. Phys., 1968, 6B, 226.
39. Meshkov S., Snow G. A., Yodh G. B. Phys. Rev. Lett., 1964, 12, 87.