

УДК 539.144.6:519.24

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ЯДЕР МЕТОДОМ ЗАДЕРЖАННЫХ СОВПАДЕНИЙ (МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ)

Б. А. Аликов,

Самаркандский государственный
университет, Самарканд

М. Будзынски,

Р. Ион-Михай,

В. А. Морозов

Объединенный институт ядерных
исследований, Дубна

В обзоре рассматриваются наиболее часто применяемые методы обработки спектров задержанных совпадений при изучении времени жизни возбужденных состояний ядер, а также варианты программ, разработанных в отделе ядерной спектроскопии и радиохимии лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

The most frequently used methods of mathematical analysis and nuclear lifetime determination from the delayed coincidence spectra are reviewed.

The different variants of mathematical programs elaborated in our laboratory are also presented.

ВВЕДЕНИЕ

Метод задержанных совпадений занимает значительное место в изучении времени жизни возбужденных состояний ядер. С его помощью можно определять средние времена жизни уровней, возбуждаемых в ядерных реакциях и при радиоактивном распаде. Принцип метода заключается в изучении временных корреляций между моментом образования возбужденного состояния и моментом его распада. Момент образования возбужденного состояния определяется или излучением α , e , $\beta^{(\pm)}$, γ , заселяющим это состояние, или импульсом синхронизации с ускорителя. Момент разрядки фиксируется временем появления γ -излучения, снимающим возбуждение исследуемого состояния.

Здесь будем рассматривать методы анализа временных спектров возбужденных состояний, которые получают при распаде радиоактивных изотопов. При временных измерениях, как правило, используются время-амплитудные преобразователи, позво-

Таблица сравнительных характеристик временных спектрометров

Тип временного спектрометра	Вид совпадений	Детектор	Энергия, эв	2τ , мкс	Эффективный телесный угол от 4π	Литература
Сцинтилляционный (СЦ)	$\gamma-\gamma$ ($e-e$)	56 AVR [NaI (TI) — NaI (TI)]	(4170) — (4330)	0,80	$\left. \begin{array}{l} < 0,25 \\ < 0,25 \end{array} \right\}$	[1]
		XP 1024 (NE111 — NE114)	(514) — (514) (930) — (930)	1,30 0,132		[1] [2]
Комбинированный	$\gamma-\gamma$	Ge (Li) — XR 1021	(50) — (200—1000)	15,6	$\left. \begin{array}{l} < 5 \cdot 10^{-2} \\ < 5 \cdot 10^{-2} \end{array} \right\}$	[3]
		(1,9 см ² — (стильбен) планарный)	(514) — (200—1000) (4332) — (200—1000) (10—1330) — (200—1000)	2,7 1,4 2,0		
Магнитный бета-спектрометр (МБС) + СЦ	—	Ge (Li) —	(50) — (40—1332)	37,5	$\left. \begin{array}{l} < 5 \cdot 10^{-2} \\ < 5 \cdot 10^{-2} \end{array} \right\}$	[3]
		(35 см ² , коаксиальный)	(514) — (10—1332) (4332) — (10—1332) (10—1332) — (10—1332)	5,4 2,7 5,4		
МБС + МБС	$e-e$	XP 1020 (NE 104 — NE 104)	(220) — (600—900)	0,5	1 · 10 ⁻²	[4]
		XP 1020 (Naton 136 — Naton 136)	(329) — (329)	0,85	~ 2,5 · 10 ⁻³	[5]
Однокристалльный сцинтилляционный временной спектрометр	$\gamma-\gamma$ ($e-e$) ($e-\gamma$)	XP 1020 (NE 104)	> 10	~ 20	~ 1	[6]
		56 AVR [NaI (TI)]	> 10	~ 1000	~ 1	[7]

ляющие анализировать времена жизни в диапазоне от долей наносекунды до нескольких микросекунд.

Наиболее часто употребляемые спектрометры и детекторы, а также минимальное временное разрешение и предельные эффективные углы, характеризующие используемую систему, приведены в таблице. Применение той или другой временной системы определяется ожидаемым временем жизни возбужденного состояния, типом и энергией измерений и интенсивностью исследуемого каскада.

В этой работе рассмотрим основные методы определения времени жизни возбужденных состояний ядер из анализа спектров задержанных совпадений и остановимся на методах анализа, используемых в отделе ядерной спектроскопии и радиохимии Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

ОБРАБОТКА ВРЕМЕННЫХ СПЕКТРОВ ЗАДЕРЖАННЫХ СОВПАДЕНИЙ

За последнее время было развито много различных методов математического анализа кривых задержанных совпадений [8—23] с целью определения постоянной экспоненциального распада λ возбужденных состояний ядер:

$$\lambda = 1/\tau; \quad \tau = T_{1/2}/\ln 2,$$

где τ — среднее время жизни уровня; $T_{1/2}$ — его период полураспада. При анализе кривых задержанных совпадений (КЗС) могут встретиться два случая: случай экспоненциального распада (однокомпонентный) и случай многокомпонентного экспоненциального распада (многокомпонентный).

Для простейшего случая одной компоненты и в предположении, что заселяющее излучение регистрируется одним каналом, а разряжающее — другим, плотность вероятности появления второго излучения в момент t после первого излучения

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= 0 && \text{для } t < 0; \\ f(t) &= \exp(-t/\tau)/\tau && \text{для } t \geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

При бесконечно малом разрешающем времени аппаратуры временное распределение числа задержанных совпадений имеет обычный вид кривой радиоактивного распада. В реальных условиях вероятность регистрации одного задержанного события в момент времени t в многоканальном временном анализаторе (МВА) имеет определенное распределение, обусловленное конечным разрешающим временем.

Результат свертки экспоненциального распада с конечным временным разрешением, обусловленным аппаратурой, приводит

к изменению вида кривой радиоактивного распада, как показано на рис. 1. Математическое выражение этого процесса имеет следующий вид:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t') P(t-t') dt', \quad (2)$$

где $F(t)$ — временное распределение импульсов от запаздывающего излучения; $P(t)$ — временное распределение мгновенных совпадений.

Под кривой мгновенных совпадений (КМС) подразумевается экспериментальное временное распределение, измеренное для со-

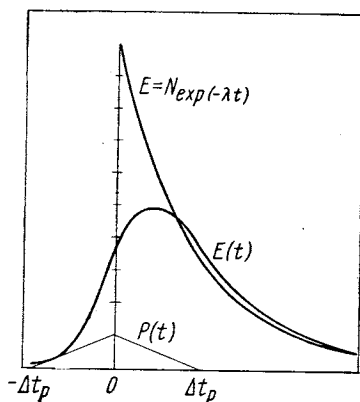


Рис. 1. Свертка экспоненциального распада с конечным разрешающим временем аппаратуры

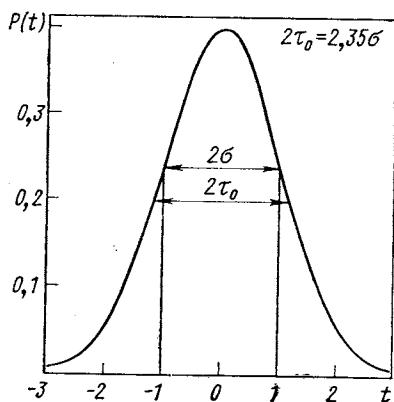


Рис. 2. Нормированная КМС для случая нормального распределения при $\sigma = 1$

стояния, время жизни которого значительно меньше разрешающего времени установки $\tau \ll 2\tau_0$. Разрешающее время аппаратуры $2\tau_0$ определяется как ширина КМС на половине высоты.

В случае однокомпонентного распада это представление имеет вид

$$F(t) = \int_0^{\infty} \exp(-t'/\tau) P(t-t') dt'/\tau. \quad (3)$$

При анализе задержанных совпадений существенным моментом является знание: а) временного разрешения установки ($2\tau_0$) и формы кривой мгновенных совпадений (КМС); б) фона случайных совпадений; в) числа экспоненциальных компонент в кривой задержанных совпадений (КЗС). Временное разрешение и форма

кривой мгновенных совпадений имеют важное значение при определении коротких времен жизни, сравнимых с разрешающим временем установки $\tau \lesssim 2\tau_0$.

Параметры КМС, когда ее форма аппроксимируется нормальным распределением, где $2\tau_0$ — ширина на половине высоты и σ — стандартное отклонение, причем $2\tau_0 = 2\sqrt{2 \ln 2} \sigma$ ($2\tau_0 \approx 2,35\sigma$), даны на рис. 2. Точное знание фона случайных совпадений особенно важно при анализе времени жизни $\tau \gg 2\tau_0$.

Знание числа экспоненциальных компонент в кривой задержанных совпадений является одним из факторов, определяющих выбор метода обработки. При классификации методов обработки временных распределений необходимо различать: А) методы, которые используют часть статистического материала; Б) методы, использующие весь статистический материал, полученный в эксперименте. К первому относятся: а) метод рассмотрения экспериментального временного распределения в логарифмическом представлении; б) метод рассмотрения экспериментального распределения в экспоненциальном представлении; в) метод площадей [9], использующий часть площадей КЗС и КМС; г) метод преобразования Фурье [19, 20], который использует затянутую часть распределения КЗС, а ко второму относятся: а) метод моментов [8]; б) метод свертки (конволюции) КЗС и КМС [13, 14]; в) метод деконволюции при преобразовании Фурье [19].

1. МЕТОДЫ ГРУППЫ А

Метод рассмотрения экспериментального временного распределения в экспоненциальном представлении

Этот метод включает в себя два разных подхода: первый — метод наклона (логарифмическое представление числа совпадений), который применяется в случае однокомпонентного распада; второй — метод прямой подгонки, применимый как к случаю однокомпонентного, так и к случаю многокомпонентного распада. Он сводится к подгонке суммы экспоненциалов к экспериментальному временному распределению.

Метод наклона [9]. Уравнение (3) приводит к следующим соотношениям:

$$dF(t)/dt = \lambda [P(t) - F(t)] \quad (4)$$

и

$$d[\ln F(t)]/dt = -\lambda [1 + P(t)/F(t)]. \quad (5)$$

Эти соотношения определяют два существенных момента этого метода:

а) в области, где $F(t) \gg P(t)$, $d[\ln F(t)]/dt = -\lambda$, т. е. в полулогарифмическом представлении, получается прямая, наклон которой дает λ ;

б) нормированные по площади КЭС и КМС пересекаются в максимуме $F(t)$, что видно из рис. 3.

При обработке экспериментальных данных по методу наименьших квадратов [24] число совпадений в логарифмическом представлении аппроксимируется прямой линией $f(x_i) = a + bx_i$.

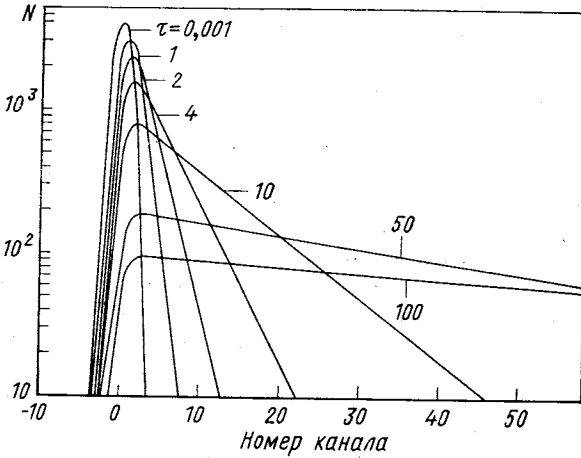


Рис. 3. Логарифмическое представление нормированных по площади КМС и КЭС для случая однокомпонентного распада при $\sigma = 1$

Среднее время жизни возбужденного состояния

$$\tau = - \sum_i N_i (x_i - \bar{x})^2 / \sum_i N_i (x_i - \bar{X}) (y_i - \bar{Y}), \tag{6}$$

где x_i — абсцисса канала i ; $y_i = \lg N_i$; N_i — число совпадений после вычитания фона случайных совпадений:

$$\left. \begin{aligned} \bar{X} &= \sum_i (N_i / \sum N_i) x_i; \\ \bar{Y} &= \sum_i (N_i / \sum N_i) y_i. \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

Статистическая погрешность находится из выражения

$$\Delta\tau = \tau^2 / \sqrt{\sum_i N_i (x_i - \bar{X})^2} \tag{8}$$

Здесь не учитывается вклад статистической погрешности фона.

Необходимо отметить, что для случая одной компоненты точку пересечения нормированных по площади КЭС и КМС можно использовать для оценки τ , если воспользоваться номограммой, в которой даны отношения максимального значения КЭС к максимальному значению КМС в зависимости от τ/σ (рис. 4). Значение τ , полученное из номограммы, может представлять интерес,

как начальное значение параметра в расчетах времени жизни, например, по методу свертки.

Метод прямой подгонки. Этот метод, как и метод наклона, применим к той области экспериментальных данных, где $F(t) \gg P(t)$ ($\tau > 2\tau_0$), и заключается в том, что к экспериментальному временному распределению подгоняется аналитическая функция, содержащая несколько экспоненциальных компонент и фон случайных совпадений:

$$N(t) = \sum_k A_k \exp(-\lambda_k t) + B. \quad (9)$$

Это позволяет анализировать более общие случаи, обычно встречающиеся в практике, и более корректно определить статистическую погрешность.

В рассмотренных выше методах существует проблема выбора точки t_0 , определяющей верхний край обрабатываемой области спектра.

Теоретические вычисления [19] показывают, что амплитуда экспоненциала искажается только на 5% в точке $t_0 = 2\tau_0$. Однако, исследование вариации χ^2 как функции t_0 показывает, что подгонка данных к чистому экспоненциальному распаду становится корректной, только начиная с $t_0 = 4\tau_0$.

Интегральный метод Ньютона

Этот метод был предложен Ньютоном [9] и в настоящее время представляет только исторический интерес. Принцип этого метода можно понять из рис. 5 и основного выражения

$$\lambda = [F(A) - F(B)] / \int_A^B [F(t) - P(t)] dt, \quad (10)$$

где A и B — произвольно взятые точки; $F(A)$ и $F(B)$ — ординаты КЭС в точках A и B .

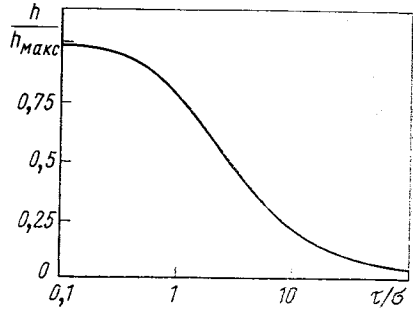


Рис. 4. Зависимость отношений максимальных значений КЭС к КМС от τ/σ

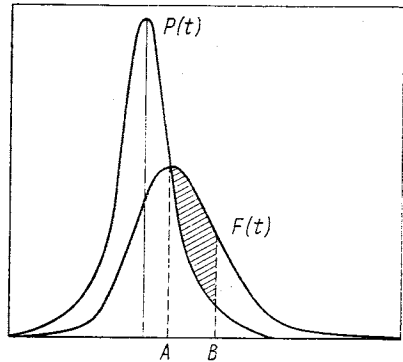


Рис. 5. Область распределений КЭС и КМС, используемая при обработке интегральным методом Ньютона.

Метод преобразования Фурье

Рассмотрению случаев однокомпонентного и многокомпонентного экспоненциального распада с использованием преобразования Фурье посвящено несколько работ [15, 16]. В этом подходе обработка временного распределения производится после вычитания фона.

В работе Дьюмонта и др. [9] рассматривается случай однокомпонентного распада и производится анализ влияния вычтенного фона на полученные значения времени жизни.

Временное распределение после вычитания фона записывается в следующем виде:

$$\langle N_{is} \rangle = S \exp(-t_i/\tau) \times R(i), \quad (11)$$

где N_{is} — число импульсов в канале i ; S — амплитуда экспоненциала; $R(i)$ — функция передачи, в качестве которой используется КМС.

Фурье-преобразование такого произведения равно произведению фурье-преобразований экспоненциала и КМС:

$$FT \{ \langle N_{is} \rangle \} = S \times FT [R(i)] / (1 + 2\pi\nu\tau j), \quad (12)$$

где $j = \sqrt{-1}$.

Это выражение позволяет определить время жизни τ двумя способами: 1) с использованием только той части КЗС, где КЗС \gg КМС, и 2) с использованием полного набора данных КЗС и КМС.

В первом случае в выражении (12) исчезает фактор $FT [R(i)]$ и квадрат модуля соответствует распределению Лоренца

$$|FT \{ \langle N_{is} \rangle \}|^2 = S^2 / (1 + 4\pi^2\nu^2\tau^2). \quad (13)$$

Сначала производится фурье-преобразование интервала экспериментального спектра. Далее по формуле (13) производится подгонка полученного преобразованного спектра, где τ определяется как параметр подгонки. На точность определения τ существенное влияние оказывает значение вычитаемого фона. Оказалось, что неправильное вычитание фона заметно влияет в области малых частот. Но если производить подгонку в области частот $\nu > 1/2\gamma$, где γ — временной диапазон КЗС, использованный в анализе, то получаем, что погрешность из-за некорректного вычитания фона становится пренебрежимо малой.

В работе Гарднера и др. [20] предлагается метод с использованием фурье-преобразования для определения параметров N_k и λ_k в многокомпонентном распаде:

$$E(t) = \sum_{k=1}^n N_k \exp(-\lambda_k t). \quad (14)$$

Принцип метода состоит в том, что сумма (14) выражается в виде интегрального уравнения Лапласа

$$E(t) = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda t) g(\lambda) d\lambda, \quad (15)$$

где $g(\lambda)$ — сумма δ -функций Дирака,

$$g(\lambda) = \sum_{k=1}^n N_k \delta(\lambda - \lambda_k). \quad (16)$$

Если $E(t)$ обозначает экспериментальное распределение КЭС, то для $g(\lambda)$ представление выглядит как сплошной спектр с максимумами в точках $\lambda = \lambda_i$. Этот метод имеет существенные ограничения, допускающие его использование только для оценки числа компонент и значений λ_i , которые в дальнейшем можно использовать как начальные значения параметров в более точных методах обработки.

2. МЕТОДЫ ГРУППЫ Б

Метод моментов

В методе моментов существуют два подхода в определении времени жизни: 1) по относительным моментам КЭС и КМС [8] и 2) по моменту КЭС относительно собственного центра тяжести [11, 12].

Первый подход был предложен в работе Бея [8], где показано, что моменты $M(F)$ для КЭС и $M(P)$ для КМС связаны соотношением

$$M_r(F) = \sum_{k=0}^r \frac{r!}{k!(r-k)!} M_{r-k}(P) M_k(f), \quad (17)$$

где $M_r(F)$ — момент порядка r для КЭС,

$$M_r(F) = \int_{-\infty}^{\infty} t^r F(t) dt. \quad (18)$$

Для однокомпонентного экспоненциального распада (1)

$$f(t) = \exp(-t/\tau)/\tau.$$

Моменты первого, второго и третьего порядков одной кривой определяют ее центр тяжести, ширину и асимметрию. При таком определении момент порядка r для $f(t)$ выражается соотношением

$$M_r(F) = r! \tau^r. \quad (19)$$

Метод Бея приводит к следующим соотношениям между временами жизни τ и моментами КЭС и КМС:

$$\tau = M_1(F) - M_1(P); \quad (20)$$

$$\tau = [M_2(F) - M_2(P)]^{1/2}; \quad (21)$$

$$\tau = [M_3(F)/2 - M_3(P)/2]^{1/3} \quad (22)$$

(площади КЭС и КМС нормированы к 1).

Метод моментов первого порядка (20) дает меньшую статистическую погрешность. Поэтому предпочтительно использовать именно этот метод при определении времени жизни в области, близкой к 10^{-11} сек. Но этот метод сильно зависит от стабильности аппаратуры, загрузочных характеристик и идентичности энергетических интервалов при получении КЭС и КМС.

Во втором подходе первый момент КМС приравнивается нулю — $M_1(P) = 0$. Моменты второго и третьего порядков КМС обозначаются как $M_2(P) = \Delta^2$ и $M_3(P) = \varepsilon$ и из соотношения (16) получаются моменты $r = 1, 2, 3$ для КЭС относительно нулевой отметки времени:

$$M_1(F) = \tau; \quad (23)$$

$$M_2(F) = \Delta^2 + 2\tau^2; \quad (24)$$

$$M_3(F) = 3\Delta^2\tau + 6\tau^3 + \varepsilon. \quad (25)$$

Вэвер и Белл переопределяют моменты порядка $r > 1$ для КЭС относительно собственного центра тяжести $M_1(F) = \tau$:

$$N_r(F) = \int_{-\infty}^{\infty} (t - \tau)^r F(t) dt,$$

что дает для $r = 1, 2, 3$ следующие выражения:

$$N_1(F) = 0; \quad N_2(F) = \Delta^2 + \tau^2;$$

$$N_3(F) = 2\tau^3 + \varepsilon.$$

Задача определения τ решается вычислением центра тяжести КЭС и использованием его в качестве нулевой отметки времени. В этом случае по моменту третьего порядка получаем

$$\tau = \{[N_3(F) - \varepsilon]/2\}^{1/3}.$$

Значение $\varepsilon = M_3(P)$ характеризует асимметрию КМС и представляет собой незначительную коррекцию в выражении (24). В случаях, когда КМС не очень симметрична, но ε имеет значение, не превышающее $1/3 N_3(F)$, можно не принимать ε во внимание, так как погрешность в этом случае не превышает 10%.

Надо отметить, что при рассмотрении гистограмм временных распределений, полученных при помощи многоканальных временных анализаторов (после вычета фона случайных совпадений), момент порядка r вычисляется как

$$M_r(F) = \sum N_i t_i^r / \sum N_i,$$

где t_i — значение временного канала i ; N_i — число отсчетов в канале i .

Предыдущие рассуждения относились к случаю однокомпонентного распада. На практике можно встретиться со случаями неэкспоненциального распада, когда КЗС содержит вклад мгновенных совпадений или несколько экспоненциальных компонент.

В первом случае от рассмотрения $f(t)$, приведенной в (1), перейдем к рассмотрению

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{для } t < t_0; \\ (1 - \eta) \delta(t) + \eta \exp(-t/\tau)/\tau & \text{для } t \geq t_0, \end{cases} \quad (26)$$

где $(1 - \eta)/\eta$ — доля мгновенных совпадений. Это приводит к следующим выражениям для моментов первого и второго порядков [11]:

$$M_1(t) = \eta\tau; \quad M_2(t) = (2\eta - \eta^2)\tau^2.$$

Для искомого времени жизни получаем

$$\tau = M_1(f) \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{M_2(f) - [M_1(f)]^2}{[M_1(f)]^2} \right\}. \quad (27)$$

Момент первого порядка КЗС, как и в обычном случае, определяется из следующего выражения:

$$\eta\tau = M_1(F) - M_1(P). \quad (28)$$

Однако необходимо отметить, что метод моментов не позволяет однозначно определить время жизни возбужденного состояния при плохом энергетическом разрешении установки, когда трудно выделить интересующий каскад. Таким образом, распределение КЗС может включать в себе вклад по крайней мере от двух возбужденных состояний с конечным временем жизни (рис. 6). Связь между

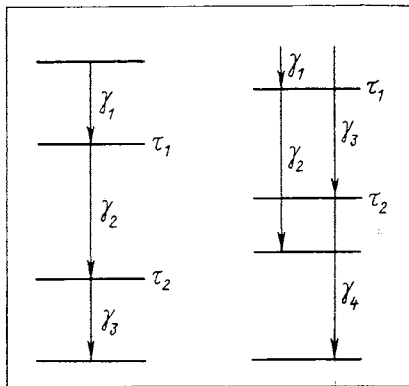


Рис. 6. Последовательные и параллельные каскады, связывающие состояния с временами жизни τ_1 и τ_2

моментами КЗС и КМС с временами жизни состояний τ_1 и τ_2 дается следующими выражениями:

$$M_1(F) - M_1(P) = \tau_1 + \tau_2; \tag{29}$$

$$M_2(F) - M_2(P) = \tau_1^2 + \tau_2^2; \tag{30}$$

$$M_3(F) - M_3(P) = 2\tau_1^3 + 2\tau_2^3 \tag{31}$$

для последовательных каскадов $[\gamma_1 - (\tau_1) - \gamma_2 - (r_2) - \gamma_3]$ и

$$M_1(F) - M_1(P) = \eta\tau_1 + (1 - \eta)\tau_2; \tag{32}$$

$$M_2(F) - M_2(P) = \eta\tau_1^2 + (1 - \eta)\tau_2^2; \tag{33}$$

$$M_3(F) - M_3(P) = 2\eta\tau_1^3 + 2(1 - \eta)\tau_2^3. \tag{34}$$

для параллельных каскадов $[\gamma_1 - (\tau_1) - \gamma_2]$ и $[\gamma_3 - (\tau_2) - \gamma_4]$, где η и $(1 - \eta)$ — вклад в КЗС от состояний с временами τ_1 и τ_2 соответственно. Надо отметить, что выражение (32) приводит к случаю однокомпонентного распада с примесью мгновенной компоненты (28) при $\tau_2 \ll \tau_1$.

Статистические погрешности, получаемые при обработке по методу моментов, анализировались в работах [10, 12]. При условии равенства числа совпадений в КЗС и КМС получаем [13]:

$$\Delta\tau/\tau = \sqrt{N} \sqrt{2} [(\sigma/\tau)^2 + 1]^{1/2}; \tag{35}$$

$$\Delta\tau/\tau = \sqrt{N} \sqrt{3/2} [(\sigma/\tau)^4 + (\sigma/\tau)^2 + 3/2]^{1/2}; \tag{36}$$

$$\Delta\tau/\tau = \sqrt{N} \sqrt{5/6} [(\sigma/\tau)^6 + (3/2)(\sigma/\tau)^4 + (9/2)(\sigma/\tau)^2 + 5/6]^{1/2} \tag{37}$$

для первого, второго и третьего моментов соответственно.

Результаты вычисления статистических погрешностей даны на рис. 7, из которого видно, что метод первых моментов дает наименьшую статистическую погрешность при определении коротких времен жизни.

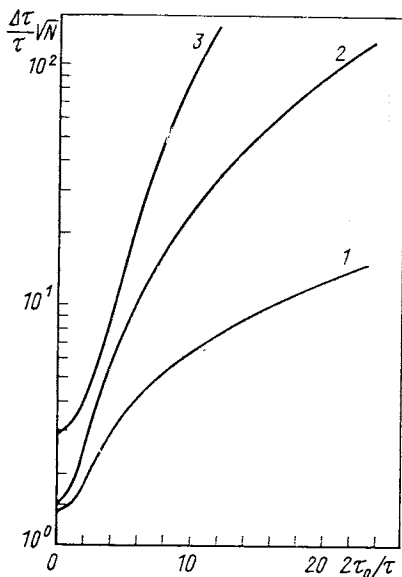


Рис. 7. Зависимость статистических погрешностей $\Delta\tau\sqrt{N}/\tau$, полученных при обработке по методу моментов, при $2\tau_0 = 1$ нсек [10] от $2\tau_0/\tau$: 1 — метод сдвига центров тяжести; 2 — метод вторых моментов; 3 — метод третьих моментов

Метод интегрального преобразования

Спаррман предложил метод [17, 18], в основе которого использовано интегральное преобразование Лапласа двух кривых КМС и КЗС:

$$L(P) = \int_0^{\infty} \exp(rt) P(t) dt; \quad (38)$$

$$L(F) = \int_0^{\infty} \exp(rt) F(t) dt. \quad (39)$$

Если A_F и A_P — общее число отсчетов в соответствующих кривых КЗС и КМС, то $C = A_F/A_P$ является нормировочным коэффициентом.

Численные значения $L(P)$ и $L(F)$ легко получить методом численного интегрирования. Выбор r произволен, за исключением одного условия $r < \lambda$. Используя известное выражение

$$F(t) = C \int_0^t P(t') \lambda \exp[-\lambda(t-t')] dt',$$

можно получить выражение для λ как функции от $L(F)$, $L(P)$ и r :

$$L(F) = \int_0^{\infty} \exp(r) C dt \int_0^t P(t') \lambda \exp[-\lambda(t-t')] dt'.$$

После интегрирования

$$L(F) = \lambda CL(P)/(\lambda - r)$$

и отсюда

$$\tau = (1 - CL(P)/L(F))/r.$$

Приведем оценку стандартного отклонения в определении τ :

$$S_T = \frac{C}{r} \frac{L(P)}{L(F)} \left[\left(\frac{S_L(P)}{L(P)} \right)^2 + \left(\frac{S_L(F)}{L(F)} \right)^2 + \left(\frac{S_c}{C} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (40)$$

где

$$S_L^2(F) = \sum_{n=0}^N \exp(2rn) F(t_n);$$

$$S_L^2(P) = \sum_{n=0}^N \exp(2rn) P(t_n);$$

$$S_c/C = (1/A_F + 1/A_P)^{1/2}.$$

Рассматриваемый метод позволяет учесть аппаратный сдвиг при сравнении КЭС и КМС. В предположении, что КЭС смещена

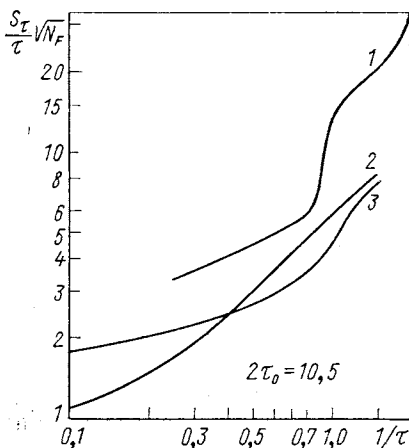


Рис. 8. Сравнение статистических погрешностей $S_{\tau} \sqrt{N_F} / \tau$, полученных при использовании методов обработки Спаррмана, и первого момента [47]: 1 — интегральное преобразование по Спаррману с коррекцией аппаратного смещения; 2 — метод центра тяжести; 3 — интегральное преобразование по Спаррману без коррекции аппаратного смещения

на a единиц, проводится два расчета с r_1 и r_2 . В этом случае имеем следующие выражения:

$$\exp(r_1 a) L_1(F) = \lambda L_1(P) / C(\lambda - r_1);$$

$$\exp(r_2 a) L_2(F) = \lambda L_2(P) / C(\lambda - r_2),$$

и при выборе $r_2 = -r_1$ получаем

$$\lambda = r_1 \left[1 - \frac{1}{C^2} \frac{L_1(P)}{L_1(F)} \frac{L_2(P)}{L_2(F)} \right]^{-1/2}.$$

Сравнительный анализ статистических погрешностей интегрального метода Спаррмана и метода первого момента при $C = 1$ приведен на рис. 8.

Метод деконволюции (Фурье)

Второй способ применения фурье-преобразования, предлагаемый в работе Дьюмонта и др. [19], позволяет использовать весь набор экспериментальных данных в КЭС и КМС.

В этом случае также исходят из выражения

$$[FT(\langle N_{is} \rangle)]_{\nu} = S [FT(R(i))]_{\nu} / (1 + 2\pi\nu\tau j),$$

где $[FT(\langle N_{is} \rangle)]_{\nu}$ и $[FT(R(i))]_{\nu}$ — фурье-образ преобразования для КЭС и КМС после вычитания фона, полученного методом численного интегрирования, для частоты ν . Для разных значений ν , таким образом, имеем набор соответствующих преобразований КЭС и КМС.

Квадрат модуля отношения $[FT(\langle N_{is} \rangle)]_{\nu}$ к $[FT(R(i))]_{\nu}$ (деконволюция) соответствует распределению Лоренца

$$\left| \frac{[FT(\langle N_{is} \rangle)]_{\nu}}{[FT(R(i))]_{\nu}} \right|^2 = \frac{S^2}{1 + 4\pi^2\nu^2\tau^2}. \quad (41)$$

При подгонке этого распределения к квадрату модуля преобразованных экспериментальных КЭС и КМС τ определяется как параметр подгонки. Как и в варианте с фурье-преобразованием, на точность определения τ сильно влияет значение вычитаемого фона, особенно в области малых частот. Поэтому разумно ограни-

чить диапазон частот, используемых в подгонке, областью $\nu > > 1/2\gamma$, где можно пренебречь вкладом фона в статистическую погрешность. Этот вариант расчета не позволяет исключить возможность сдвига КЗС и КМС во время эксперимента.

Методы свертки (конволюции)

Ранее было показано, что вид КЗС (см. рис. 1) является результатом свертки экспоненциального распределения с конечным временным разрешением, обусловленным аппаратурой:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t') P(t-t') dt'. \quad (42)$$

Общий принцип методов свертки при определении времени жизни состоит в том, что τ получается как параметр подгонки выражения (42) к экспериментальному распределению КЗС. Этими методами определяют времена жизни в большом временном диапазоне как для $\tau \geq 2\tau_0$, так и для $\tau \leq 2\tau_0$. В работах [13—15, 21, 22, 25—27] описываются разные методы свертки: часть этих работ использует аналитическую аппроксимацию КМС ($P(t)$) как треугольник [25], гауссиан [13], модифицированный гауссиан [28], двумя экспоненциалами [27], в других работах [14, 15, 21] для $P(t)$ используется экспериментальная КМС.

Свертка с гауссианом. Малмског [13] рассматривает случай однокомпонентного распада

$$f(t) = \begin{cases} N(k) \exp[-\lambda(t-k)] & \text{для } t \geq k; \\ 0 & \text{для } t < k. \end{cases}$$

Общее число отсчетов в КЗС $A = \int_k^{\infty} N(k) \exp[-\lambda(t-k)] dt$

позволяет получить значение параметра $N(k) : N(k) = A\lambda$.

Для учета конечного временного разрешения аппроксимируем аппаратурную функцию передачи постоянным распределением $\exp\{-[(t-u)/\sigma]^2/2\}/\sigma\sqrt{2\pi}$. Число совпадений, которые должны попасть во временной интервал $u, u + du$, но из-за функции передачи аппаратуры будут регистрироваться в канале t , дается выражением

$$A\lambda \exp[-\lambda(u-k)] \exp\{-[(t-u)/\sigma]^2/2\}/\sigma\sqrt{2\pi}.$$

Таким образом, интегрирование по u дает общее число отсчетов в канале t . При учете постоянного фона в каждом канале получается аналитическое выражение, описывающее число совпадений

в каналах:

$$F(t) = \int_k^{\infty} A \lambda \exp[-\lambda(u-k)] \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(t-u)^2}{2\sigma^2}\right\} du + B. \quad (43)$$

Параметрами подгонки этого выражения к экспериментальным данным КЗС являются площадь КЗС — A , постоянная распада $\lambda = 1/\tau$, стандартное отклонение гауссова распределения σ , канал, дающий нулевой момент времени, и уровень фона случайных совпадений B .

Свертка с экспериментальной КМС. В этом методе распределение КЗС однокомпонентного распада описывается как свертка экспоненциальной кривой с истинным значением k и экспериментального (дискретного) распределения КМС (см. рис. 1) [14, 15]:

$$F_i = F(N, \lambda, t_i) = N \int_0^{\infty} P(t-t_i) \exp(-\lambda t) dt. \quad (44)$$

Это значит, что каждое значение экспоненциала E_i распределяется по каналам многоканальных временных анализаторов (МВА) согласно КМС P_j . Результат конволюции $E_i * P_j$ выражается суммами типа:

$$F_1 = P_1 E_1; \quad F_2 = P_2 E_1 + P_1 E_2; \quad F_3 = P_3 E_1 + P_2 E_2 + P_1 E_3. \quad (45)$$

Значения N и λ определяются как параметры подгонки выражений (45) к экспериментальному распределению КЗС. Важно отметить, что метод очень чувствителен к относительным временным аппаратным сдвигам КЗС и КМС из-за того, что кривая конволюции $F_i^{\text{КОНВ}}$ сравнивается в каждом канале с экспериментальными значениями КЗС $F_i^{\text{ЭКСП}}$.

Авторы [14, 15] предлагают соответствующую процедуру для определения аппаратного сдвига между КЗС и КМС. Они находят сумму наименьших квадратов из следующего выражения:

$$S = \sum_i p_i (F_i^{\text{КОНВ}} - F_i^{\text{ЭКСП}})^2,$$

где p_i — вес, который выражается через число истинных совпадений $F^{\text{ЭКСП}}$ и число случайных совпадений $F^{\text{СЛУЧ}}$ таким образом:

$$p_i \approx (F^{\text{ЭКСП}} - 2F^{\text{СЛУЧ}})^{-1}.$$

Вначале вычисляются три значения S для трех произвольных сдвигов Δt (например, $+1, 0, -1$ канал) между КМС и КЗС. Минимум функции S , полученный при построении параболы $S = \text{const} (\Delta t)^2$, проходящей через эти три значения, определяет

реальное значение сдвига $(\Delta t)_{\text{мин}}$ между КЭС и КМС и позволяет найти правильное значение для λ .

Для улучшения точности определения λ процедура минимализации S повторяется для других, более малых трех значений искусственного сдвига Δt вблизи положения предыдущего значения $(\Delta t)_{\text{мин}}$, взятого как нулевой момент. В случае примеси мгновенной компоненты в КЭС метод не применяется, особенно в области малых времен жизни ($\tau \ll 2\tau_0$). При рассмотрении многокомпонентных экспоненциальных распадов свертка с экспериментальной КМС гораздо усложняется.

Авторы работы [21] расширили применимость метода конволюции при рассмотрении КЭС, содержащих одну компоненту с правой стороны КЭС, одну с левой, примесь мгновенной компоненты и постоянный фон. Исходя из функции свертки

$$f(t) = A_0 \int_0^{\infty} P(t-t') \exp(-t'/\tau) dt', \quad (46)$$

можно определить число совпадений $F(t_i)$ во временном канале t_i :

$$F(t_i) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(t) dt$$

или

$$F(t_i) = A_0 \int_0^{\infty} \exp(-t'/\tau) P(t_i-t') dt',$$

где

$$P(t_i-t') = \int_{t_i}^{t_{i+1}} P(t-t') dt$$

соответствует экспериментальной КМС после вычитания фона. Область интегрирования определяется областью (t_1, t_2) , в которой КМС отличается от нуля и теоретическое выражение для правой части КЭС $F_R(t_i)$ имеет вид:

$$F_R(t_i) = A_0 \int_{\max(0, t_i-t_2)}^{t_i-t_1} \exp(-t/\tau) P(t_i-t) dt. \quad (47)$$

Переопределение переменной $y = t_i - t$ приводит к выражению

$$F_R(t_i) = A_0 \exp(-t_i/\tau) S(t_i), \quad (48)$$

где функция $S(t_i)$ имеет вид

$$S(t_i) = \int_{t_1}^{\min(t_i, t_2)} G(y) dy = \int_{t_1}^{\min(t_i, t_2)} \exp(y/\tau) P(y) dy,$$

причем

$$S(t_{i+1}) = S(t_i) + \int_{t_i}^{t_{i+1}} G(y) dy \quad \text{для } t_i < t_2; \quad (49)$$

$$S(t_i) = \text{const} \quad \text{для } t_i \geq t_2. \quad (50)$$

Из соотношения (50) следует, что в области $t_i \geq t_2$ теоретическая функция (48) имеет экспоненциальный вид. При интегрировании функции $G(y) = \exp(y/\tau) P(y)$ по y можно применять процедуру, которая позволяет использовать экспериментальное определение КМС. Для этого аппроксимируют $G(y)$ полиномом второго порядка $ay^2 + by + c$.

Для каждой временной области, включающей три канала t_{i-1}, t_i, t_{i+1} , определяется набор значений коэффициентов (a, b, c) из уравнения $\exp(y/\tau) P(y) = ay^2 + by + c$ (для $y = t_{i-1}, t_i, t_{i+1}$), где для $P(y)$ используются экспериментальные значения КМС.

Интеграл $C = \int_{t_i}^{t_{i+1}} G(y) dy$ определяется как среднее значение интегралов, которые получены для функции $G(y)$, найденной в интервале (t_{i-1}, t_i, t_{i+1}) и функции $G(y)$, найденной в интервале (t_i, t_{i+1}, t_{i+2}) .

Это приводит для соотношения (49) к аналитическому выражению

$$S(t_{i+1}) = S(t_i) + [-G(t_{i-1}) + 13G(t_i) + 13G(t_{i+1}) - G(t_{i+2})]/24.$$

Аналогичным образом определяется теоретическое выражение для левой части КЭС $F_L(t_i)$:

$$F_L(t_2 - t_i) = A_0 \exp(-t_i/\tau_L) \int_{t_2}^{\min(t_i, t_1 - t_2)} \exp(-t/\tau_L) P(t_2 - t) dt, \quad (51)$$

где $i = 0, 1, 2, \dots$ и интеграл вычисляется, как было описано выше.

Таким образом, число совпадений в канале t_i КЭС, содержащей левую $F_L(t_i)$ и правую $F_R(t_i)$ экспоненциальные компоненты, мгновенную примесь $P(t_i)$ и постоянный фон T , дается следую-

щим выражением:

$$N(t_i) = A_0 \left[J_R \frac{F_R(t_i)}{A_R} + J_L \frac{F_L(t_i)}{A_L} + (1 - J_R - J_L) \frac{P(t_i)}{A_P} \right] + T, \quad (52)$$

где A_0 — общее число отсчетов в КЭС после вычитания фона; A_R , A_L , A_P — площади компонент распада; J_R , J_L , J_P — соответствующие им веса.

Времена жизни τ_R , τ_L определяются как параметры в процессе минимизации функции

$$\chi^2 = \sum_{t_i=t_3}^{t_4} \frac{[N(t_i) - N^{\text{экс}}(t_i)]^2}{N(t_i)},$$

где t_3 и t_4 — первый и последний каналы экспериментального распределения КЭС.

Обработка КЭС при помощи программы подгонки FUMILI

В наших работах по определению времени жизни возбужденных уровней был использован метод подгонки аналитического выражения, описывающего данный распад, к экспериментальному распределению КЭС. Применялась программа для подгонки FUMILI[29], написанная на языке FORTRAN, которая включена в библиотеку стандартных программ ЭВМ (БЭСМ-6 и СДС-6200) Объединенного института ядерных исследований. Эта программа минимизирует функцию $\chi^2/2$, зависящую от параметров

$$\frac{\chi^2}{2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_{i \text{ экс}} - y_i(x_i(1), \dots, x_i(k), A(1), \dots, A(M))}{\Delta y_i} \right)^2, \quad (53)$$

где $y_{i \text{ экс}} \pm \Delta y_i$ — экспериментальные значения, к которым подгоняется теоретическая функция y_i , зависящая от нескольких координат x и от параметров подгонки $A(i)$; k — число координат, которые описывают одну экспериментальную точку; M — число параметров; N — число экспериментальных точек.

Программа LIFTIM. Эта программа предназначена для обработки временных спектров методом прямой подгонки для однокомпонентного и общего случая многокомпонентного распада при наличии фона и характеризуется следующим выражением:

$$Y(t) = \sum_{k=1}^n A_k \exp(-\lambda_k t) + B, \quad (54)$$

где n — число экспоненциальных компонент; A_k — интенсивность каждой компоненты; B — фон случайных совпадений. Пара-

метрами подгонки являются λ_k , A_k и B . При использовании программы LIFTIM, необходимо задать начальные значения параметров и число компонент, полученных с помощью предварительной обработки, например при графическом анализе.

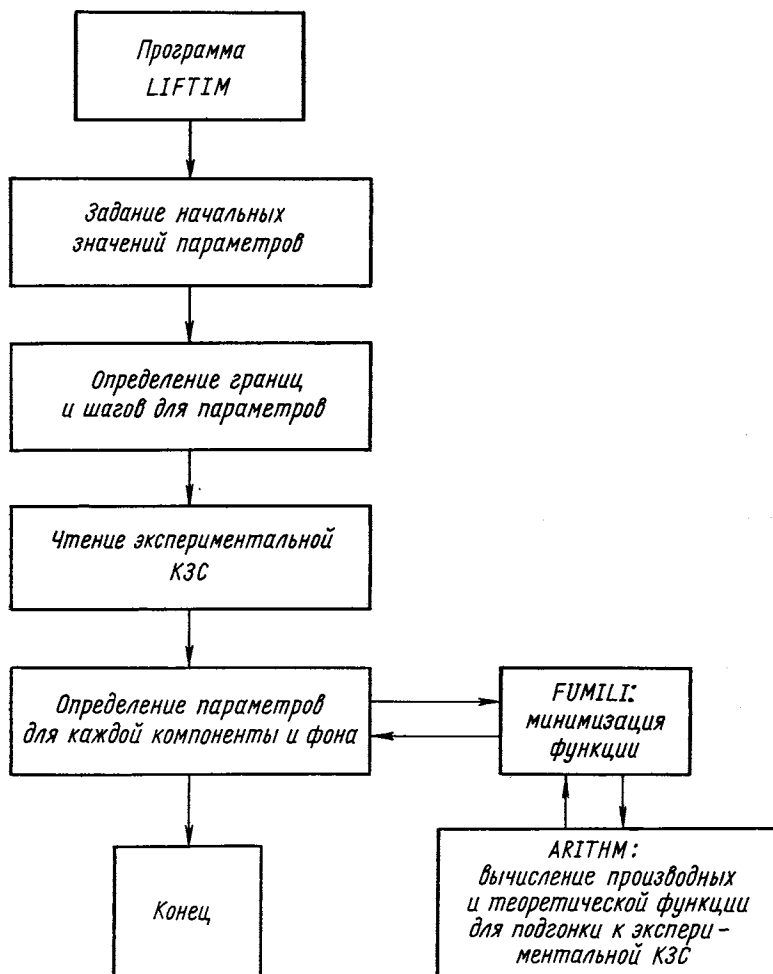


Рис. 9. Логическая схема программы LIFTIM

Проводится предварительный анализ значения и формы распределения фона случайных совпадений. После нахождения начального значения фона приблизительно определяются параметры распада A_k и λ_k . Эти значения даются в программе как началь-

ные. В случае независимого получения фона B считается константой (PL (фон) = 0).

Логическая схема этой программы приведена на рис. 9. На рис. 10 представлен экспериментальный однокомпонентный спектр задержанных совпадений, полученный при измерении времени жизни уровня 148 кэв $^{79}\text{Kг}$ [30]. Обработка была сделана для

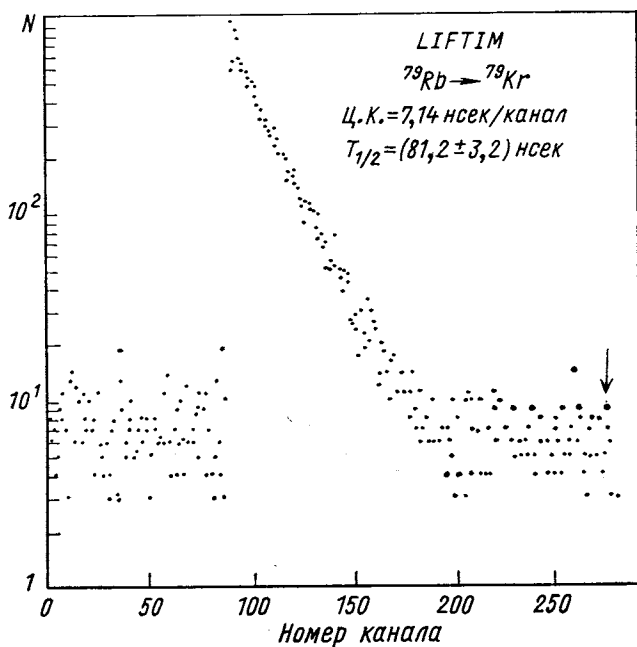


Рис. 10. Кривая задержанных совпадений при распаде $^{79}\text{Rb} \rightarrow ^{79}\text{Kг}$ [30]

области спектра, указанной на рис. 10 [$P(t) \ll F(t)$]. В результате обработки было получено значение $T_{1/2} = (81,2 \pm 3,2)$ нсек, которое хорошо согласуется с известными результатами $T_{1/2} = 77,7 \pm 1,5$ нсек [31].

Для проверки программы LIFTIM в случае двухкомпонентного распада с фоном обрабатываем искусственный двухкомпонентный спектр с фоном, который получен с помощью программы SPECTR. Эта программа генерирует статистический спектр задержанных совпадений на основе генератора случайных чисел с использованием заданного аналитического выражения.

Искусственный спектр и область, использованная в обработке по склону, параметры, примененные при генерации спектра, и параметры, полученные после подгонки, приведены на рис. 11.

С помощью этой программы обработаны временные спектры, найденные при изучении изомерных состояний во временном диапазоне 60—700 нсек [30]. Текст программы приведен в приложении 1.

Программа GEXFIT. Эта программа написана на языке FORTRAN и предназначена для обработки временных спектров методом подгонки функции свертки многокомпонентного распада

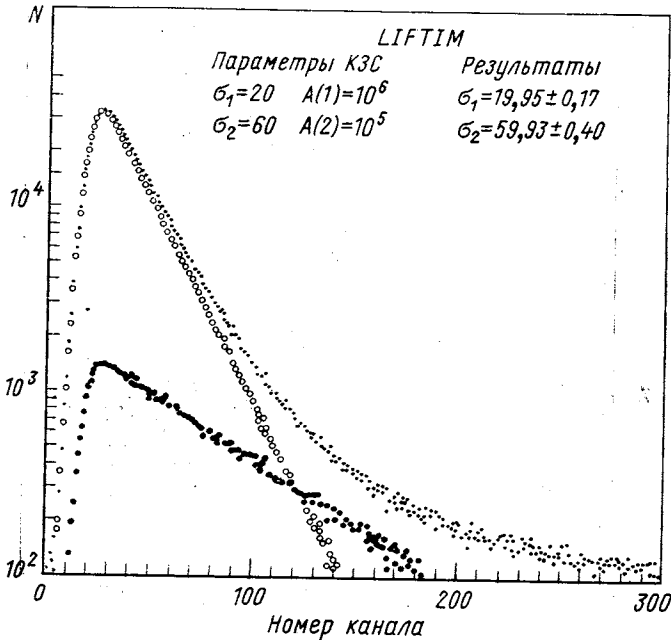


Рис. 11. Искусственный двухкомпонентный спектр и результаты обработки по программе LIFTIM

с мгновенной кривой к экспериментальным данным КЭС при наличии фона с использованием аналитического выражения для КМС. Математическая свертка функций

$$E(t) = \sum_{k=1}^n N_k \exp(-\lambda_k t) \tag{55}$$

и

$$P(t) = \exp\left\{-\frac{[(t-t_0)/\sigma]^2/2}{\sigma \sqrt{2\pi}}\right\} \tag{56}$$

с добавлением фона B дает аналитическую функцию

$$F(t) = \sum_{k=1}^n N_k \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp(-\lambda_k t) \exp\left\{-\frac{[(t-t_0)/\sigma]^2/2}{\sigma \sqrt{2\pi}}\right\} dt + B, \tag{57}$$

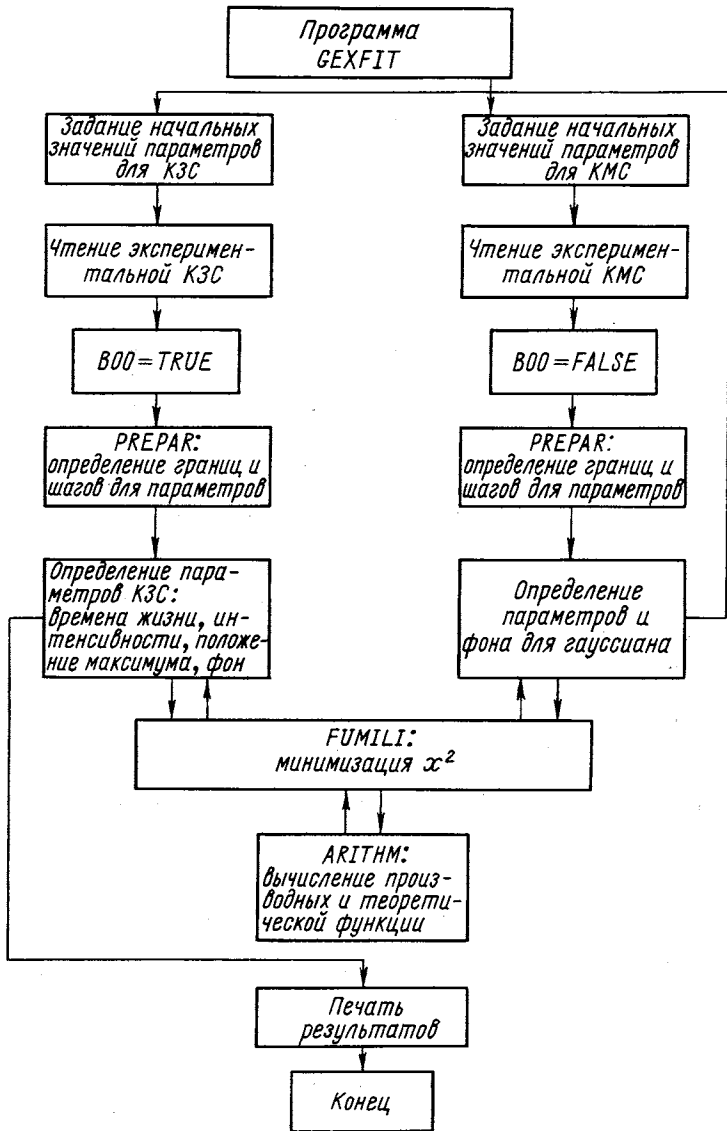


Рис. 12. Логическая схема программы GEXFIT

которая подгоняется к экспериментальным данным КЗС. Это выражение можно переписать в более удобном для вычисления виде [22, 26]:

$$F(t_i) = \sum_{k=1}^n N_k \exp(-\lambda_k t_i + \lambda_k^2 \sigma^2 / 2) [1 + \text{ERF}(t_i / \sigma \sqrt{2} - \lambda \sigma / \sqrt{2})] / 2, \quad (58)$$

где $\text{ERF}(x) = 2 \int_0^x \exp(-u^2) du / \sqrt{\pi}$.

Логическая схема программы приведена на рис. 12 и текст программы — в приложении 2.

Общая программа обработки КЗС с использованием для подгонки программы FUMIL1 состоит из двух основных частей: 1) вначале производится определение параметров σ и t_0 мгновенной функции $P(t)$ при подгонке выражения (56) к экспериментальным данным КМС; 2) эти параметры используются во второй части программы, в которой подгоняется выражение (58) к экспериментальным с целью нахождения интенсивности N_k , постоянных распада λ_k и фона.

Логический оператор ВОО в программе GEXFIT разделяет эти две ветви программы. Интересующие нас величины в программе GEXFIT, значения которых надо задавать, обозначались следующим образом:

для подгонки КМС:

CHAN — цена временного канала;

MAXN — число экспериментальных данных в КМС,

использованных в подгонке;

FON, CENTRE, FWHM — начальные значения для фона, положения максимума и полуширина КМС;

для подгонки КЗС:

CNAN — цена временного канала в КЗС;

MAXN — число экспериментальных данных в КЗС, использованных в подгонке;

FON, ZERO — начальные значения для фона и нулевого момента КЗС;

ICOM — число экспоненциальных компонент;

RLAM (I), AINT (I) — начальные значения для постоянной распада и интенсивности (площадь) экспоненциальной компоненты I .

Искусственные спектры КМС и КЗС для двухкомпонентного распада, полученные с помощью генератора SPECTR, и соответствующие параметры, использованные при генерации и полученные в результате подгонки, приведены на рис. 13. После определения параметров КЗС программа SPECTR генерирует статистические спектры задержанных совпадений для каждой

компоненты на основе параметров, полученных при подгонке.

Надо обратить внимание на то, что в случае присутствия мгновенной компоненты в КЭС программа GEXFIT используется с не-

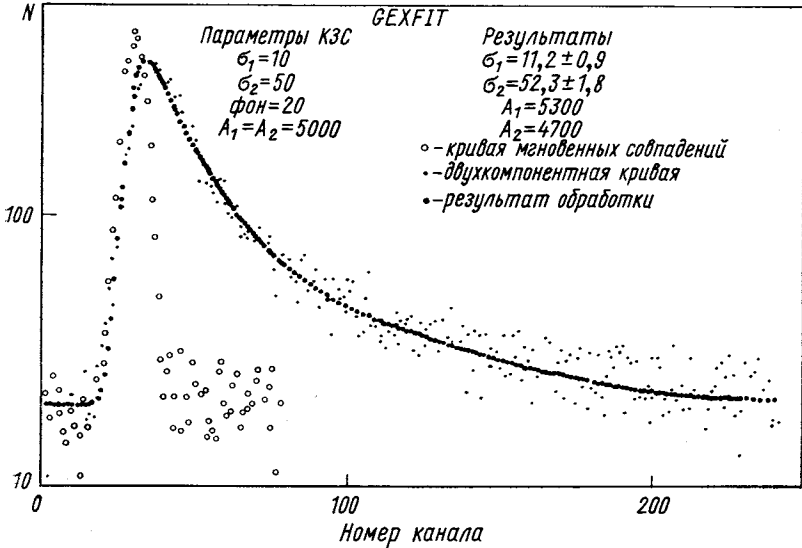


Рис. 13. Искусственно полученные КМС и двухкомпонентная КЭС и результаты обработки по программе GEXFIT

большим изменением: в аналитическом выражении КЭС (57) добавляется член, содержащий мгновенную компоненту:

$$F(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n N_k \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp(-\lambda_k t) \exp\{-[(t-t_0)/\sigma]^2/2\} dt + \frac{M}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\{-[(t-t_0)/\sigma]^2/2\} + B. \quad (59)$$

В этом случае при обработке КЭС варьирующимся параметром является и интенсивность мгновенной компоненты M .

Принципиально не представляет никаких трудностей видоизменить программу для случаев, в которых используются другие аналитические выражения для КМС. Например, для несимметричного гауссиана:

$$P_1(t) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp\{-[(t-t_0)/\sigma_1]^2/2\} + \text{фон} \quad \text{для } t \geq t_0;$$

$$P_2(t) = \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp\{-[(t-t_0)/\sigma_2]^2/2\} + \text{фон} \quad \text{для } t < t_0$$

надо подгонять отдельно $P_1(t)$ к правой части и $P_2(t)$ к левой части экспериментальной КМС и учитывать в подгонке выражения $F(t)$ три параметра вместо двух для КМС. Число математических выражений для $F(t)$ дублируется, но принцип получения значений времени жизни как параметров подгонки не изменяется.

Свертка экспериментальной КМС с экспоненциальным распадом. В работах [14, 15, 21] показаны два варианта для прямого использования экспериментальной КМС при обработке КЗС методом свертки. С помощью программы для подгонки FUMILI можно также обрабатывать КЗС, содержащую один экспоненциальный распад и фон случайных совпадений с учетом распределения при свертке экспериментальной КМС.

Исходя из формул (45), нами получено общее выражение, описывающее число совпадений в текущем канале k в КЗС:

$$F_k = \begin{cases} N_0 \sum_{i=1}^k P_i \exp[-\lambda(k-i)\delta] + \text{фон} & \text{для } k < Q; \\ N_0 \sum_{i=1}^Q P_i \exp[-\lambda(k-i)\delta] + \text{фон} & \text{для } Q \leq k \leq q, \end{cases} \quad (60)$$

где Q и q — крайние каналы КМС и КЗС в сторону затяжки КЗС; δ — цена канала.

Интересно отметить, что, как и в работе [21], для каналов в области $Q \leq k \leq q$, т. е. в области $P(t) \ll F(t)$, число совпадений F_k имеет чисто экспоненциальный спад:

$$F_k = N_0 \exp(-\lambda k \delta) \sum_i P_i \exp(-\lambda i \delta) = \text{const } N_0 \exp(-\lambda k \delta).$$

Выражения (60), полученные для каждого канала k с учетом значений экспериментальных КМС, подгоняются к экспериментальным данным КЗС при варьировании параметров N_0 , λ , фон.

Для многокомпонентного распада (M -компонент) выражения (60) принимают следующий вид:

$$F_k = \begin{cases} \sum_{j=1}^M N_{0j} \sum_{i=1}^k P_i \exp[-\lambda_j(k-i)\delta] + \text{фон} & \text{для } k < Q; \\ \sum_{j=1}^M N_{0j} \sum_{i=1}^Q P_i \exp[-\lambda_j(k-i)\delta] + \text{фон} & \text{для } Q \leq k \leq q. \end{cases}$$

Выбор программы обработки временных спектров зависит от конкретных условий измерений: временного разрешения установки $2\tau_0$ и времени жизни состояний τ , статистического материала, полученного во время эксперимента, и уровня фона.

Испытания разработанных программ показали, что в диапазоне времени жизни $\tau > 2\tau_0$ эффективно работает программа

LIFTIM, а при определении времени жизни в диапазоне $\tau \leq 2\tau_0$ необходимо использовать более универсальную программу GEXFIT, которая позволяет получить достоверные результаты в любом из рассмотренных временных диапазонов.

В заключение авторы выражают свою признательность Д. Хорвату (Центральный институт физических исследований, Будапешт) за постоянный интерес к нашей работе и ценные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

PROGRAM GEXFIT

```

COMMON/PLU/PLU(100)/SIGMA/SIGMA(100)/,G/G(100)
X/R/R(100)/DA/DA(100)
COMMON/DATA/YD(500)
COMMON/BLOCK/BOO, ICOM, M, CHAN, SIG
COMMON/A/A(100)1/4 PL/PL(100)/EXDA/EXDA(1500)
X/X/X(10)/NED/NED(2)
COMMON/AU/AU(100)/AL/AL(100)/DF/DF(100)
LOGICAL BOO
DIMENSION AINT(5), RLAM(5)
EQUIVALENCE(MAXN,NED(1)), (CENTRE,RLAM(3), A(3))
C CONSTANTS FOR FUMILI
IT = 1 $ N1 = 2 $ N2 = 1 $ N3 = 40 $ NED(2) = 3 $ EPS = 0,01
C CHANNEL WIDTH AND MAXIMAL CHANNEL NUMBER FOR THE
C PROMPT SPECTRUM
C INITIAL PARAMETER VALUES FOR FITTING THE
C PROMPT SPECTRUM
C CANAL = 44.4 PIC
C PRELUCRARE E ---E---
C ORAER OF THE PARAMETERS-MAXN, FON, CENTRE, FWHM, CHAN
C CHAN = 1.
READ 60, AMAXN, FON, CENTRE, FWNM, CHAN
MAXN = AMAXN
60 FORMAT(5F10,2)
C COMPOSITION OF DATA BLOCKS
READ 101,(YD(J), J = 1, MAXN)
Y = -FLOAT(MAXN)+FON
DO 1 I = 1, MAXN
Y = Y+YD(I)
1 CONTINUE
UPS2PI = 1./SQRT(6.28318531)
A(1) = Y*2.355*UPS2PI/FWNM
A(2) = 2.727/FWNM**2
A(4) = FON
M = 4
BOO = FACSE.
PRINT 102
PRINT 103, MAXN, CHAN
PRINT 104, FON, CENTRE, FWNM,Y
PRINT 101, (YD(I), I = 1, MAXN)
CALL PREPAR (M, MAXN)
CALL FUMILI (S, M, N1, N2, N3, EPS, AKAPPA, ALAMBD, IT, MC)
CALL ERORF(M)
FWNM = SQRT (2.727/A(2))

```

```

FON = A(4)
Y = A(1) * FWNM / 2.355 / UPS2PI
PRINT 105
PRINT 104, FON, CENTRE, FWNM, Y
SIG = FWNM / 2.355 CHAN
C CHANNEL WIDTH, NUMBER OF CHANNELS AND COMPONENTS
C FOR THE LIFETIME SPECTRUM
C INITIAL PARAMETER VALUES FOR FITTING THE
C LIFETIME SPECTRUM
READ 70, AMAXN, FON, ZERO, AICOM, CHAN
70 FORMAT (5F10.2)
READ 80, RLAM(1), RLAM(2)
80 FORMAT(2F10.5)
MAXN = AMAXN
READ 101, (YD(I), I = 1, MAX)
SUM = 0.
DO 20 I = 1, MAXN
SUM = SUM + YD(I)
20 CONTINUE
AINT(1) = 0.5 * SUM
AINT(2) = 0.5 * SUM
ICOM = AICOM
C COMPOSITION OF DATA BLOCKS
M = 2 * (WCOM + 1)
A(ICOM + 1) = ZERO
DO 2 I = 1, ICOM
A(I) = RLAM(I)
A(ICOM + I) = AINT(I)
2 CONTINUE
A(M) = FON
BOO = .TRUE.
PRINT 106
PRINT 103, BGXN, CHAN
PRINT 107, FON, ZERO, (AINT(I), RLAM(I), I = 1, ICOM)
PRINT 101, (YD(I), I = 1, MAXN)
CALL PREPAR(M, MAXN)
CALL FUMILI(S, M, N1, N2, N3, EPS, AKAPPA, ALAMBD, IT, MC)
CALL ERRORF(M)
PRINT 108
DO 10 I = 1, ICOM
J = I ICOM + 1
AINT(I) = A(J)
10 CONTINUE
PRINT 107, A(M), A(ICOM + 1), (RLAM(I), AINT(I), I = 1, ICOM)
101 FORMAT(10F8.1)
102 FORMAT(/ / LOX 43H INPUT DATA FOR FITTING THE PROMPT
SPEC TXRUM / /)
103 FORMAT(6HMAXN = 16.5X, LIHCH. WIDTH = ,E12.4 /)
104 FORMAT(12HBACKGROUND = ,F9.2.5 X, 15HPEAK LOCATION = ,
XR9.2.5 X, 6HFHWHM = ,F9.2.5 X, 6HAREA = ,E12.4 / /)
105 FORMAT(/ / 20X, 29HFITTED PARAMETERS OF GAUSSIAN /)
106 FORMAT(/ / 10X,
× 45H INPUT DATA FOR FIMMING THE LIFETIME SPECTRUM / /)
107 FORMAT(12HBACKGROUND = ,F9.2.6HXERO = ,F9.2 / /
× 27HDECAY PATES AND INTENSITIES / (2E14.4) / /)
108 FORMAT(26HEFITTED LIFETIME PARAMETERS / /)
END

```

```

SUBROUTINE PREPAR (M, MAXN)
COMMON/DATA/YD(500)
COMMON/AU/AU(100)/AL/AL(100)/PL/PL(100)/A/A(100)/
XEXDA/EXDA(1500)
COMMON/X/X(10)
DO 3 I = 1,M
AI=A(I) $ PL(I) = 0.1 × AI $ AL(I) = 0.1* PL(I)
AU(I)1000. = AI
3 CONTINUE
DO 4I = 1,MAXN
J = 3 × I - 2 $ Y = YD(I) $ EXDA(J) = Y
IF(Y, LE.64.)EXD(J I) = 8.
IF(Y. GT.64.) EXDA(J I) = SQRT(Y)
EXDA(J, 2) = I
4 CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE ARITHM(Y)
COMMON/A, A(100)/DF/DF(100)/X/X(10)
COMMON/BLOCK/BOO, ICOM, M, CHAN, SIG
EQUIVALENCE(A(1), B), (A(2),C), (A(3), D)
LOGICAL BOO
IF(BOO) GO TO 50
C FITTING THE PROMPT SPECTRUM
X1 = X(1) - D $ EK = EXP(-C × X1 × × 2) $ Y = B * EK * A (4)
DF(1) = EK $ DF(2) = -B × X1 × × 2 × EK $ DF(3) = 2. × B ×
× C × X1 × EK
DF(4) = 1. $ RETURN
C FITTING TNE LIFETIME SPECTRUM
50 T = CHAN * (X(1) - A(ICOM+1))
Y = 0. $ DTO = 0. $ UPS = 1./SIG $ TPS = T × UPS
GAUSS = 0.3989423 × EXP(-0.5 × TPS × × 2)
DO 70 K = 1, ICOM
RLAM = A(K) $ RINT = A(ICOM+K+1) $ RLT = RLAM × T
RLS = RLAM × SIG $ RLS2 = RLS × × 2 $ X = TPS - RLS
X1 = 0.70710678 × ABS(Z) $ IF (Z.GE.4.) FIP1 = 2.
IF(Z.LT.4..AND.Z.GE.0.) FIP1 = 1. + ERF(X1)
IF(Z.LT.0..AND.Z.CT.-6.5) FIP1 = ERFC(X1)
IF(Z.LE.-6.5) FIP1 = 0.
IF(FIP1.GT.0.) FIP1 = FIP1 × EXP(0.5 × RLS2 - RLT)
FKO = RINT × RLAM × FIP1 $ Y = Y + FKO $ GI = GAUSS × RINT
DF(K) = FIP1 × PINT × (1.-RLT + RLS2) × 0,5 - RLS
DTO = DTO + RLAM × (FKO - UPS × GI)
DF(ICOM+K+1) = RLAM × FIP1 × 0.5
70 CONTINUE
Y = 0.5 × Y + A(M) $ DF(ICOM+1) = DTO $ DF(M) = 1.
RETURN $ END

```

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

```

PROGPAM LIFTIM
COMMON/PLU/PLU(100)/SIGMA(100)/G/G(100)
X/R/R(100)/DA/DA(100)
COMMON/A/A(100)/PL/PL(100)/EXDA/EXDA(1500)/X/X(10)
X/NED/NED(2)
COMMON/AU/AU(100)/AL/AL(100)/DF/DF(100)

```

```

DIMENSION AXN(300), WE(300)
N1=2 $ N2 = 4 $ N3 = 30 $ M = 4 $ IT = 2 $ EPS = 0.001
NED(2) = 3 $ NDA = 0 $ NDAT = 6
30 CONTINUE
NDA = NDA + I
READ 20, AMAX, (A(I), I = 1, M)
20 FORMAT(8F10.5)
IMAX = IFIX(AMAX) $ NED 1 = IMAX
DO 21 I = 1, M
PL(I) = 0.1 × A(I) $ AL(I) = PL(I) $ AU(I) = 10. × A(I)
21 CONTINUE
READ 2, (E(J), J = 1, IMAX)
2 FORMAT (10F8.4)
PRINT 1, (E(J), J = 1, 1MAX)
1 FORMAT (10FN.4)
DO 50 J = 1, IMAX
AJ = FJOAT(J) $ AXN(J) = AJ
50 CONTINUE
DO 6 I = 1, IMAX
WE(I) = SQRT(E(I)) $ KJ = I × 3 - 2 $ EXDA(KJ) = E(I)
EXDA(KJ + 1) = WE(I)
EXDA(KJ + 2) = AXN(I)
7 CONTINUE
CALL FUMILI (S, M, N1, N2, N3, EPS, AKAPPA, ALAMBD, IT, MC)
CALL ERRORF(M)
TAUI = ALOG(2.)/A(3)
PRINT 10, TAUI
10 FORMAT(/3X, 5HTAU1 =,E20.5)
IF(NDA.LT.NDAT) GO TO 30
STOP
END

SUBROUTINE ARITNM(Y)
COMMON/A/A(100)/DF/DF(100)/X/X(10)
DF(1) = EXP(-A(3) × X(1))
DF(2) = EXP(-A(4) × X(1))
DF(3) = -A(1) × X(1) × DF(1)
DF(4) = -A(2) × X(1) × DF(2)
Y = A(1) × DF(1) × A(2) × DF(2)
RETURN
END

```

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Braunsfurth J., Korner N. J. «Nucl. Instr. Meth.», 1965, v. 34, p. 202.
2. Bengston B., Moszynski M. «Nucl. Instr. Meth.», 1969, v. 75, p. 152.
3. Akimov Yu. K. e.a. «Nucl. Instr. Meth.», 1972, v. 104, p. 581.
4. Морозов В. А., Муминов Т. М. ПТЭ, 1970, т. 2, с. 53.
5. Lindskog J., Sundstrom T. «Arkiv. Fys.», 1963, Bd 24, S 199.
6. Морозов В. А., Муминов Т. М. ПТЭ, 1973, т. I, с. 79.
7. Fauret D. Preprint Univ. Lyon. Lycen-6924, 1969.
8. Bay Z. «Phys. Rev.», 1950, v. 77, p. 419.
9. Newton T. D. «Phys. Rev.», 1950, v. 77, p. 490.
10. Sundstrom T. «Nucl. Instr. Meth.», 1962, v. 16, p. 153.
11. Birk M., Goldring G., Walfson Y. «Phys. Rev.», 1959, v. 116, p. 730.
12. Weaver R. S., Bell R. E. «Nucl. Instr. Meth.», 1960, v. 9, p. 149.
13. Malmkog S. G. «Nucl. Phys.», 1965, v. 62, p. 37.
14. Bostrom L. e.a. «Nucl. Instr. Meth.», 1966, v. 44, p. 61.

15. Olsen B., Bostrom L. «Nucl. Instr. Meth.», 1966, v. 44, p. 65.
16. Falk W. R. Thesis Ph. D. Univ. Brit. Columbia, Vancouver, Canada, 1965.
17. Sparrman P. «Nucl. Instr. Meth.», 1966, v. 41, p. 177.
18. Sparrman P., Falk F. «Arkiv Fys.», 1966, Bd. 32, S. 447.
19. Dumont A. M., Camhy-Val C. «Nucl. Instr. Meth.», 1973, v. 106, p. 413.
20. Gardner D. G. e.a. «Chem. Phys.», 1959, v. 31, p. 978.
21. Kaczorowski R., Pietrzyk B. Raport Nr. 142211A PL. Warszawa, 1972.
22. Horvath D. e.a. Proc. Int. Symp. Nucl. Electronics, Budapest, 1973.
23. Tao S. J. «IEEE Trans. Nucl. Phys.», 1968, v. 15, p. 175.
24. Bacon R. H. «Amer. J. Phys.», 1953, v. 24, p. 428.
25. Dick L. e.a. «C.R. Acad. Sci.», 1956, v. 242, p. 1880; «J. Phys. Radium», 1956, v. 17, p. 583.
26. Kierkegaard P. Eldrup M. «Comp. Phys. Comm.», 1972, v. 3, p. 240.
27. Lichtenberger P. C., Stevens J. R., Newton T. D. Proc. Int. Conf. Positron Annihilation, Kingston, 1971.
28. Gunther C. Dissertation. Bonn, 1964.
29. Соколов С. Н., Силин М. Н. Препринт ОИЯИ, Д-810, 1961.
30. Будзыньски М. и др. Препринт ОИЯИ Р6-7846, Дубна, 1974.
31. Bleck I. e. a. «Phys. Lett. B.», 1968, v. 26, p. 134.