

ЯДЕРНЫЕ ВЕРШИННЫЕ КОНСТАНТЫ

Л. Д. Блохинцев

Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ им. М. В. Ломоносова,
Москва

И. Борбей

Центральный институт физических исследований АН ВНР, Будапешт

Э. И. Долинский

Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ им. М. В. Ломоносова,
Москва

Дан обзор свойств ядерных вершинных констант, их связей с ядерными волновыми функциями и другими величинами, а также их значений для некоторых легких ядер.

The properties of the nuclear vertex constants, the relations between them and the nuclear wave functions and other quantities, as well as their values for some light nuclei are reviewed.

ВВЕДЕНИЕ

В обзоре рассматриваются свойства и методы нахождения ядерных вершинных констант (ЯВК) — величин, которые с точностью до кинематических факторов совпадают с амплитудами виртуального или реального распада (или синтеза) ядра a на два фрагмента b и c ($a \rightleftharpoons b + c$) на массовой поверхности. Понятие ЯВК прочно вошло в теоретическую ядерную физику в последнее десятилетие вместе с проникновением в нее дисперсионно-теоретических методов, основывающихся на принципах унитарности и аналитичности. Эти методы, развитые сначала в физике частиц, сейчас широко применяются для описания ядерных реакций, в первую очередь прямых реакций и реакций в малонуклонных системах. В дисперсионной теории ядерная реакция описывается как последовательность некоторых промежуточных, виртуальных процессов, в числе которых важную роль играют процессы распада ядер на два фрагмента и процессы синтеза этих фрагментов в конечные продукты реакции.

ЯВК являются фундаментальными, безмодельными величинами, аналогичными по физическому смыслу перенормированным константам связи в физике частиц и имеющими тот же статус,

что и другие привычные характеристики ядра, такие, как масса, спин, четность, электромагнитные моменты. Для описания свойств, скажем, нуклона наряду с массой, спином, внутренней четностью, электрическим зарядом, магнитным моментом необходимо знать константы связи его с мезонами, характеризующие процессы виртуального испускания мезонов нуклоном. Точно так же каждое ядро в определенном состоянии характеризуется не только массой, спином и т. п., но и ЯВК (одной или несколькими, в зависимости от спиновой кинематики распада).

В рамках традиционного рассмотрения атомного ядра как системы взаимодействующих нуклонов, описываемой волновой функцией, являющейся решением нерелятивистского уравнения Шредингера, ЯВК для распада $a \rightarrow b + c$ пропорциональна коэффициенту в асимптотике волновой функции относительного движения фрагментов b и c . Поэтому ЯВК можно вычислять в различных ядерных моделях. С другой стороны, в настоящее время имеется много методов оценки ЯВК на основе экспериментальных данных по упругому ядерному рассеянию и ядерным реакциям. Сравнение эмпирических и теоретических значений ЯВК может дать ценную информацию об используемых ядерных моделях, в частности о виде нуклон-нуклонных сил.

В первом разделе обзора обсуждаются общие свойства амплитуд виртуальных распадов и ЯВК и устанавливается связь ЯВК с другими величинами, извлекаемыми из данных по ядерным реакциям, а также с ядерными волновыми функциями. Обсуждение основано на нерелятивистском формализме, что позволяет получить общие формулы, справедливые при произвольных спинах частиц. Второй раздел посвящен описанию различных методов нахождения ЯВК. Наконец, в третьем разделе собрана имеющаяся информация о ЯВК, в основном для малонуклонных систем.

1. ЯДЕРНЫЕ ВЕРШИННЫЕ ЧАСТИ В НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ

Общие свойства ядерных вершинных частей и констант. В этом пункте обсуждаются общие свойства трехлучевых вершинных частей — амплитуд реальных или виртуальных распадов ядра на два ядра — и дано определение ядерных вершинных констант. Обсуждение проводится на основе нерелятивистского формализма, и используются лишь общие принципы нерелятивистской инвариантности и законы сохранения. Предполагается, однако, что все частицы взаимодействуют посредством ядерных сил конечного радиуса. Необходимая модификация некоторых из изложенных утверждений и формул при учете дальнедействующих кулоновских сил обсуждается в конце этого раздела.

В дальнейшем используются следующие обозначения: m_i , p_i , E_i , J_i , M_i и g_i — масса, импульс, кинетическая энергия, спин,

проекция спина и радиус-вектор центра масс ядра i ;

$$\left. \begin{aligned} m_{ij} &= m_i + m_j; \quad \mu_{ij} = m_i m_j / m_{ij}; \\ \varepsilon_{jk}^i &= m_j + m_k - m_i = (\chi_{jk}^i)^2 / 2\mu_{jk}; \\ \mathbf{q}_{ij} &= (m_j \mathbf{p}_i - m_i \mathbf{p}_j) / m_{ij}; \quad \mathbf{v}_{ij} = \mathbf{q}_{ij} / q_{ij}; \\ E_{ij} &= E_i + E_j - (\mathbf{p}_i + \mathbf{p}_j)^2 / 2m_{ij}; \quad \sigma_i = E_i - \mathbf{p}_i^2 / 2m_i; \quad \hat{J} = 2J + 1; \end{aligned} \right\} (1)$$

\mathbf{q}_{ij} и E_{ij} — импульс и кинетическая энергия относительного движения частиц i и j . Величины \mathbf{q}_{ij} , E_{ij} и σ_i — инварианты преобразований Галилея. Для реальных частиц (на массовой поверхности) $\sigma_i = 0$ и $E_{ij} = q_{ij}^2 / 2\mu_{ij}$.

Вектор состояния $| \mathbf{p}M \rangle$ свободной частицы с импульсом \mathbf{p} и проекцией спина M нормирован условием

$$\langle \mathbf{p}'M' | \mathbf{p}M \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{p}' - \mathbf{p}) \delta_{M'M}. \quad (2)$$

Амплитуда \mathcal{M}_{fi} любого процесса $i \rightarrow f$ связана с матричным элементом S -матрицы S_{fi} по состояниям, нормированным согласно (2), соотношением

$$S_{fi} = \delta_{fi} - i (2\pi)^4 \mathcal{M}_{fi} \delta(\mathcal{P}_f - \mathcal{P}_i) \delta(\mathcal{E}_f - \mathcal{E}_i - Q), \quad (3)$$

где \mathcal{P}_i и \mathcal{E}_i (\mathcal{P}_f и \mathcal{E}_f) — суммы импульсов и кинетических энергий начальных (конечных) частиц; Q — разность масс начальных и конечных частиц. Кроме отдельных формул, где \hbar и c выписаны явно, всюду $\hbar = c = 1$.

Рассмотрим распад (реальный или виртуальный), идущий за счет сильных взаимодействий:

$$a (\alpha_a J_a M_a) \rightarrow b (\alpha_b J_b M_b) + c (\alpha_c J_c M_c), \quad (4)$$

где α_i — дополнительные квантовые числа, нужные для полного задания состояния ядра i . Исходя из принципов нерелятивистской инвариантности, общее выражение для амплитуды распада можно записать в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{M_b M_c}^M = & \sqrt{4\pi} \sum_{l m_l m_s} G_{abc}(ls; \sigma_a, \sigma_b, \sigma_c) (l m_l m_s | J_a M_a) \times \\ & \times (J_b M_b J_c M_c | m_s) Y_{l m_l}(\mathbf{v}_{bc}). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $(j_1 m_1 j_2 m_2 | j_3 m_3)$ — коэффициент Клебша — Гордана; $Y_{l m_l}$ — нормированная сферическая функция, удовлетворяющая условию $Y_{l m_l}^*(\mathbf{v}) = (-1)^{m_l} Y_{l -m_l}(\mathbf{v})$; $G_{abc}(ls; \sigma_i)$ — инвариантные амплитуды — ядерные вершинные форм-факторы (ЯВФ), зависимость которых от квантовых чисел $\alpha_i J_i$ не указана явно. В силу инвариантности S -матрицы в нерелятивистской теории относительно

преобразований Галилея, вращений и инверсии пространственных координат ЯВФ зависят только от инвариантных комбинаций энергий и импульсов частиц a , b и c . Если все три частицы находятся вне массовой поверхности, то ЯВФ зависят от трех инвариантов, в качестве которых мы выбрали σ_a , σ_b и σ_c .

Суммирование в (5) распространяется на значения спина s и орбитального момента l канала распада, ограниченные законами сохранения углового момента и пространственной четности:

$$\left. \begin{aligned} |J_b - J_c| \leq s \leq J_b + J_c; \\ |J_a - s| \leq l \leq J_a + s; \\ (-1)^l = \xi_{abc}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где $\xi_{abc} = \xi_a \xi_b \xi_c$, ξ_i — внутренняя четность частицы i . Подсчетом (см., например, [1]) числа значений s и l , удовлетворяющих условиям (6), находим число N независимых ЯВФ $G_{abc}(ls; \sigma_i)$, входящих в (5):

$$N = \begin{cases} \frac{1}{2} N(J_a J_b J_c) & \text{при четном } N(J_a J_b J_c); \\ \frac{1}{2} [N(J_a J_b J_c) + \xi_{abc} (-1)^{J_a + J_b + J_c}] & \text{при нечетном } N(J_a J_b J_c), \end{cases} \quad (7)$$

где

$$N(J_a J_b J_c) = \begin{cases} (2J_a + 1)(J_b + J_c - |J_b - J_c| + 1) & \text{при } J_a \leq |J_b - J_c|; \\ 1 + J_a + J_b + J_c + 2[J_a J_b + J_a J_c + J_b J_c] - & \\ - (J_a^2 + J_b^2 + J_c^2) & \text{при } |J_b - J_c| \leq J_a \leq J_b + J_c; \\ (2J_b + 1)(2J_c + 1) & \text{при } J_b + J_c \leq J_a. \end{cases} \quad (8)$$

Если частицы b и c тождественны, то амплитуда (5) должна быть симметрична (антисимметрична) относительно перестановок этих частиц, если они — бозоны (фермионы). Это требование приводит к дополнительному ограничению

$$(-1)^s = \xi_a, \quad (9)$$

которое, вообще говоря, уменьшает число независимых ЯВФ по сравнению с даваемым формулой (7).

Используя соотношение

$$\langle \mathbf{p}_a M_a | \mathcal{M} | \mathbf{p}_b M_b, \mathbf{p}_c M_c \rangle = (-1)^{J_a + M_a + J_b + M_b + J_c + M_c} \times \\ \times \langle -\mathbf{p}_b - M_b, -\mathbf{p}_c - M_c | \mathcal{M} | -\mathbf{p}_a - M_a \rangle, \quad (10)$$

вытекающее из инвариантности S -матрицы [относительно обращения времени [2], для амплитуды процесса синтеза

$$b(\alpha_b J_b M_b) + c(\alpha_c J_c M_c) \rightarrow a(\alpha_a J_a M_a) \quad (11)$$

из (5) получаем выражение

$$\mathcal{M}_{M_a}^{M_b M_c} = \sqrt{4\pi} \sum_{l m_l m_s} G_{abc}(ls; \sigma_a, \sigma_b, \sigma_c) \times \\ \times (l m_l m_s | J_a M_a) (J_b M_b J_c M_c | m_s) Y_{l m_l}^*(\mathbf{v}_{bc}), \quad (12)$$

которое отличается от (5) лишь заменой $Y_{l m_l}(\mathbf{v}_{bc})$ на $Y_{l m_l}^*(\mathbf{v}_{bc})$.

Иногда, например при рассмотрении обменной полюсной диаграммы (рис. 3), удобнее использовать для амплитуды распада (4) выражение

$$\mathcal{M}_{M_b M_c}^{M_a} = \sqrt{4\pi} \sum_{l j m_l m_j} G_{abc}(lj; \sigma_a, \sigma_b, \sigma_c) (j m_j J_b M_b | J_a M_a) \times \\ \times (l m_l J_c M_c | j m_j) Y_{l m_l}(\mathbf{v}_{bc}), \quad (13)$$

отличающееся от (5) схемой связи угловых моментов. ЯВФ $G_{abc}(ls; \sigma_i)$ и $G_{abc}(lj; \sigma_i)$ связаны соотношениями

$$\left. \begin{aligned} G_{abc}(lj; \sigma_i) &= \sum_s w_{sj} G_{abc}(ls; \sigma_i); \\ G_{abc}(ls; \sigma_i) &= \sum_j w_{sj} G_{abc}(lj; \sigma_i), \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

в которых

$$w_{sj} = (-1)^{J_b + J_c - s} (\hat{s} \hat{j})^{1/2} W(J_b J_c J_a l; sj); \quad (15)$$

W — коэффициент Рака. Из (14), (15) следует:

$$\left. \begin{aligned} \sum_s [G_{abc}(ls; \sigma_i)]^2 &= \sum_j [G_{abc}(lj; \sigma_i)]^2; \\ \sum_s [G_{abc}(ls; \sigma_i)]^2 &= \sum_j [G_{abc}(lj; \sigma_i)]^2. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

При пренебрежении эффектами, нарушающими изотопическую инвариантность ядерных сил, в формуле (5) можно явно ввести изоспиновый коэффициент Клебша — Гордана $(T_b M_{T_b} T_c M_{T_c} | T_a M_{T_a})$, где T_i и M_{T_i} — изоспин частицы i и его проекция.

Значения ЯВФ на массовой поверхности

$$G_{abc}(ls) \equiv G_{abc}(ls; \sigma_a, \sigma_b, \sigma_c) |_{\sigma_a = \sigma_b = \sigma_c = 0} \quad (17)$$

по физическому смыслу эквивалентны перенормированным константам связи «полей» a, b и c [3, 4]. Поэтому величины $G_{abc}(ls)$ будем называть ядерными вершинными константами (ЯВК). Они имеют размерность (длина)^{1/2} и будут измеряться в единицах ферми^{1/2}.

Используя общие принципы S -матричной теории сильных взаимодействий [4, 5] и предполагая, что в окрестности полюса

на физическом листе, отвечающего одночастичному промежуточному состоянию, все амплитуды рассеяния или реакций аналитичны и однозначны (т. е. полюс не находится на разрезе), можно показать, что для виртуального распада ядерно-стабильной частицы a на две ядерно-стабильные частицы b и c фаза ЯВК определяется соотношением

$$G_{abc}(ls) = \pm i^l |G_{abc}(ls)|. \quad (18)$$

В дальнейшем будем говорить, что имеет место «нормальный» случай, если выполнено (18).

Связь ЯВК с другими величинами, определяемыми из данных по ядерным реакциям. В разд. 2 рассмотрены различные дисперсионные методы нахождения ЯВК из экспериментальных данных по упругому ядерному рассеянию и ядерным реакциям. В основе этих методов лежит тот факт, что амплитуды и дифференциальные сечения имеют полюса по энергии и косинусу угла рассеяния, соответствующие одночастичным промежуточным состояниям в прямом или перекрестном канале. Для единообразия и удобства изложения мы получим здесь выражения через ЯВК для величин, определяемых из эксперимента с помощью различных дисперсионных методов. Подчеркнем, что при выводе этих выражений не используются какие-либо модельные предположения о механизме реакции или структуре ядер. Единственное ограничение состоит в том, что применяется нерелятивистский формализм.

Сначала приведем некоторые общие формулы и определения. Дифференциальное сечение реакции $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ для неполяризованных частиц в системе центра инерции (Π -система) следующим образом выражается через амплитуду \mathcal{M} , нормированную согласно (3):

$$d\sigma/d\Omega \equiv \sigma(E, z) = (\mu_{12}\mu_{34}/4\pi^2) (q_{34}/q_{12}) |\overline{\mathcal{M}}|^2; \quad (19)$$

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 \equiv (\hat{f}_1 \hat{f}_2)^{-1} \sum_{M_1 M_2 M_3 M_4} |\mathcal{M}_{M_1 M_2 M_3 M_4}(q_{12}, q_{34})|^2, \quad (20)$$

где

$$E \equiv E_{12} = q_{12}^2/2\mu_{12}; \quad z \equiv \cos \theta = \mathbf{v}_{12} \cdot \mathbf{v}_{34}; \quad (21)$$

E и θ — кинетическая энергия сталкивающихся частиц и угол рассеяния в Π -системе (θ — угол между импульсами частиц 1 и 3). В частности, для упругого рассеяния $1 + 2 \rightarrow 1 + 2$

$$d\sigma/d\Omega = (\mu_{12}^2/4\pi^2) |\overline{\mathcal{M}}|^2, \quad (22)$$

причем амплитуда \mathcal{M} и амплитуда рассеяния f^C в Π -системе в обычной нормировке связаны соотношением

$$f_{M_1 M_2 M'_1 M'_2}^C(q_{12}, q'_{12}) = -(\mu_{12}/2\pi) \mathcal{M}_{M_1 M_2 M'_1 M'_2}(q_{12}, q'_{12}), \quad (23)$$

где q_{12} и q'_{12} — относительные импульсы до и после рассеяния.

Амплитуды рассеяния вперед f^C в Ц-системе и f^L в лабораторной \mathbb{L}_2 -системе, в которой частица 1 с импульсом \mathbf{p}_1 падает на покоящуюся частицу-мишень 2, связаны соотношением

$$f_{M_1 M_2 M'_1 M'_2}^L(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}'_1) |_{\mathbf{p}'_1 = \mathbf{p}_1} = (m_{12}/m_2) f_{M_1 M_2 M'_1 M'_2}^C(\mathbf{q}_{12}, \mathbf{q}'_{12}) |_{\mathbf{q}'_{12} = \mathbf{q}_{12}}, \quad (24)$$

где \mathbf{p}'_1 — импульс частицы 1 после рассеяния.

Введем усредненные по проекциям спинов амплитуды упругого рассеяния вперед в Ц- и \mathbb{L}_2 -системах, которые фигурируют в дисперсионных соотношениях для амплитуд рассеяния вперед [6] (см. разд. 2):

$$f_{12}^C(E_{12}) = (\hat{J}_1 \hat{J}_2)^{-1} \sum_{M_1 M_2} f_{M_1 M_2 M_1 M_2}^C(\mathbf{q}_{12}, \mathbf{q}_{12}); \quad (25a)$$

$$f_{12}^L(E_1) = (\hat{J}_1 \hat{J}_2)^{-1} \sum_{M_1 M_2} f_{M_1 M_2 M_1 M_2}^L(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_1), \quad (25b)$$

где

$$E_1 = (m_{12}/m_2) E_{12} = p_1^2/2m_1 \quad (26)$$

— кинетическая энергия частицы 1 в \mathbb{L}_2 -системе. Усредненные по спинам амплитуды $f_{12}^L(E_1)$ и $f_{12}^C(E_{12})$ также связаны соотношением (24). Из (23), (24) и (25b) получаем выражение для $f_{12}^L(E_1)$ через \mathcal{M} -амплитуду, записанную в Ц-системе:

$$f_{12}^L(E_1) = - (m_1/2\pi \hat{J}_1 \hat{J}_2) \sum_{M_1 M_2} \mathcal{M}_{M_1 M_2 M_1 M_2}(\mathbf{q}_{12}, \mathbf{q}_{12}). \quad (27)$$

Из условия унитарности S -матрицы вытекает известная оптическая теорема:

$$\text{Im } f_{12}^L(E_1) = (p_1/4\pi) \sigma_t(E_1), \quad (28)$$

где $\sigma_t(E_1)$ — полное сечение взаимодействия частиц 1 и 2 при энергии E_1 .

Обратимся к выводу выражений для вычетов амплитуд рассеяния f^L в прямом и обменном полюсах. Рассмотрим процесс упругого рассеяния $b + c \rightarrow b + c$ (b — снаряд, c — мишень) и предположим, что усредненная по спинам амплитуда рассеяния вперед $f_{bc}^L(E_b)$ в \mathbb{L}_c -системе имеет «прямой» полюс в E_b -плоскости, отвечающий полюсной диаграмме Фейнмана (рис. 1). Эта диаграмма описывает рассеяние через промежуточное состояние a , являющееся связанным ядерно-стабильным состоянием системы $b + c$. Очевидно, что для нахождения вычета амплитуды $f_{bc}^L(E_b)$ в прямом полюсе достаточно вычислить вклад в эту амплитуду только от полюсной диаграммы. Согласно общим правилам записи амплитуд нерелятивистских диаграмм Фейнмана [7, 8], \mathcal{M} -ампли-

туда диаграммы, изображенной на рис. 1, в Ц-системе имеет вид

$$\begin{aligned} & \mathcal{M}_{M_b M_c M'_b M'_c}(\mathbf{q}_{bc}, \mathbf{q}'_{bc}) = \\ & = \sum_{M_a} \mathcal{M}_{M_a}^{M_b M_c} (\sigma_a + i\delta)^{-1} \mathcal{M}_{M_b M'_c}^{M_a}, \quad \delta \rightarrow +0, \end{aligned} \quad (29)$$

где σ_a определено в (1), а $\mathcal{M}_{M_a}^{M_b M_c}$ и $\mathcal{M}_{M_b M'_c}^{M_a}$ — амплитуды виртуальных процессов $b + c \rightarrow a$ и $a \rightarrow b' + c'$ ($b' \equiv b, c' \equiv c$) в вершинах диаграммы, даваемые формулами (12) и (5), в которых следует положить $\sigma_b = \sigma_c = \sigma_{b'} = \sigma_{c'} = 0$, так как начальные и конечные частицы находятся на массовой поверхности. Величина σ_a

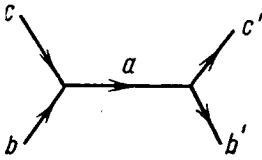


Рис. 1.

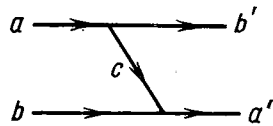


Рис. 2

выражается через кинетическую энергию E_b падающей частицы b в Ц-системе:

$$\sigma_a = (m_c/m_a) (E_b - E_b^{\text{dir}}), \quad (30)$$

где

$$E_b^{\text{dir}} = - (m_a/m_c) \varepsilon_{bc}^a \quad (31)$$

— положение прямого полюса амплитуды $f_{bc}^L(E_b)$ в E_b -плоскости. Определяя вычет в прямом полюсе обычным соотношением

$$r_{abc}^{\text{dir}} = \lim_{E_b \rightarrow E_b^{\text{dir}}} (E_b - E_b^{\text{dir}}) f_{bc}^L(E_b) \quad (32)$$

и используя формулы (29), (30), (12), (5), (27) и соотношения ортогональности коэффициентов Клебша — Гордана, получаем

$$r_{abc}^{\text{dir}} = - \frac{m_a m_b}{2\pi m_c} \frac{\hat{J}_a}{\hat{J}_b \hat{J}_c} \sum_{ls} G_{abc}^a(ls), \quad (33)$$

где суммирование идет по значениям l и s , ограниченным условиями (6). В нормальном случае, согласно (6) и (18), знак вычета определяется внутренними четностями частиц a, b и c :

$$\text{sign } r_{abc}^{\text{dir}} = - \text{sign } \xi_{abc}. \quad (34)$$

Рассмотрим теперь процесс упругого рассеяния $b + a \rightarrow b + a$ (b — снаряд, a — мишень) и найдем вычет усредненной по спидам

амплитуды рассеяния вперед $f_{ba}^L(E_b)$ в Π_a -системе в обменном полюсе, отвечающем полюсной диаграмме Фейнмана, изображенной на рис. 2. Эта диаграмма описывает механизм рассеяния частиц b и a за счет обмена ядерно-стабильной частицей c . В Π -системе \mathcal{M} -амплитуда диаграммы на рис. 2 имеет вид

$$\mathcal{M}_{M_b M_a M'_b M'_a}(\mathcal{Q}_{ba}, \mathcal{Q}'_{ba}) = (-1)^{2J_b} \sum_{M_c} \mathcal{M}_{M'_b M'_a}^{M_a} (\sigma_c + i\delta)^{-1} \mathcal{M}_{M_b M_c}^{M_c}, \quad (35)$$

где $\mathcal{M}_{M'_b M'_a}^{M_a}$ и $\mathcal{M}_{M_b M_c}^{M_c}$ по-прежнему даются формулами (5) и (12). По сравнению с амплитудой необменной полюсной диаграммы (см. рис. 1) амплитуда обменной диаграммы (см. рис. 2) содержит дополнительный фазовый фактор $(-1)^{2J_b}$, который возникает в результате учета тождественности частиц. Наличие этого фактора можно доказать разными способами, например используя стандартный формализм многочастичной теории рассеяния [9], в котором явно учитываются эффекты тождественности нуклонов (см., например, [10], а также [11], где приведены окончательные «рабочие» формулы для учета эффектов тождественности), либо рассматривая сначала обменный полюс как прямой полюс в кросс-канале $\bar{b} + a \rightarrow \bar{b} + a$ и учитывая, что внутренние четности частицы b и ее античастицы \bar{b} одинаковы (противоположны), если b — бозон (фермион) [12]. Для рассеяния вперед величина σ_c в (35) выражается через кинетическую энергию E_b частицы b в Π_a -системе:

$$\sigma_c = -(m_a/m_c) (E_b - E_b^{\text{exch}}), \quad (36)$$

где

$$E_b^{\text{exch}} = -(m_c/m_a) \varepsilon_{bc}^a \quad (37)$$

— положение обменного полюса амплитуды $f_{ba}^L(E_b)$ в E_b -плоскости. Определяя вычет $r_{ba}^L(E_b)$ соотношением

$$r_{abc}^{\text{exch}} = \lim_{E_b \rightarrow E_b^{\text{exch}}} (E_b - E_b^{\text{exch}}) f_{ba}^L(E_b) \quad (38)$$

и используя формулы (35), (36), (5), (12) и (27), получаем

$$r_{abc}^{\text{exch}} = (-1)^{2J_b} \frac{\mu_{bc}}{2\pi f_b} \sum_{l_s} G_{abc}^2(l_s), \quad (39)$$

где суммирование идет по значениям l_s и s , ограниченным условиями (6). В нормальном случае (18)

$$\text{sign } r_{abc}^{\text{exch}} = \text{sign} [(-1)^{2J_{bc}} \xi_{abc}]. \quad (40)$$

Заметим, что в силу (16) правые части формул (33) и (39) можно записать через ЯВК $G_{abc}(lj)$. Из (33) и (39) получаем отношение

вычетов r_{abc}^{exch} и r_{abc}^{dir} усредненных по спинам амплитуд $f_{ba}^L(E_b)$ и $f_{bc}^L(E_b)$ упругого ba - и bc -рассеяния вперед:

$$r_{abc}^{\text{exch}}/r_{abc}^{\text{dir}} = (-1)^{2J_b+1} m_c^2 \hat{J}_c / m_a^2 \hat{J}_a. \quad (41)$$

Это отношение определяется чисто кинематическими факторами.

Вычеты ρ_{abc}^{dir} и ρ_{abc}^{exch} усредненных по спинам амплитуд $f_{bc}^C(E_{bc})$ и $f_{ba}^C(E_{ba})$ упругого bc - и ba -рассеяния вперед в Ц-системах в прямом (см. рис. 1) и обменном (см. рис. 2) полюсах соответственно, определенные соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \rho_{abc}^{\text{dir}} &= \lim_{E_{bc} \rightarrow E_{bc}^{\text{dir}}} (E_{bc} - E_{bc}^{\text{dir}}) f_{bc}^C(E_{bc}), \quad E_{bc}^{\text{dir}} = -\varepsilon_{bc}^a; \\ \rho_{abc}^{\text{exch}} &= \lim_{E_{ba} \rightarrow E_{ba}^{\text{exch}}} (E_{ba} - E_{ba}^{\text{exch}}) f_{ba}^C(E_{ba}); \\ E_{ba}^{\text{exch}} &= -(m_c/m_{ba}) \varepsilon_{bc}^a, \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

с помощью формул (24) и (26) выражаются через вычеты соответствующих амплитуд в Л-системах:

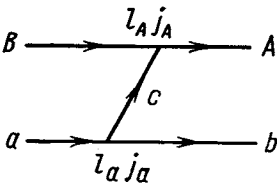
$$\left. \begin{aligned} \rho_{abc}^{\text{dir}} &= (m_c/m_{bc})^2 r_{abc}^{\text{dir}}; \\ \rho_{abc}^{\text{exch}} &= (m_{ba}/m_a)^2 r_{abc}^{\text{exch}}. \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Найдем выражение через ЯВК величины

$$R_{abc, \text{ABc}}^{\text{exch}} = \lim_{z \rightarrow z_p} (z - z_p)^2 \sigma(E, z), \quad (44)$$

где $\sigma(E, z)$ — дифференциальное сечение реакции $a + B \rightarrow b + A$ в Ц-системе, а $z = z_p$ — положение обменного полюса амплитуды реакции по переменной $z = \cos \theta$, который отвечает механизму передачи частицы c от ядра a к ядру B . Этот механизм описывается полюсной диаграммой, изображенной на рис. 3. Величина (44) определяется из экспериментальных данных по $\sigma(E, z)$ в методе аналитического продолжения в полюс [13, 14] и в методе вычитания сингулярности [15] (см. разд. 2).

Рис. 3



Наряду с полюсным членом, отвечающим диаграмме рис. 3, амплитуда реакции содержит «фоновый» член, конечный при $z = z_p$ и не дающий вклада в (44). Поэтому для нахождения $R_{abc, \text{ABc}}^{\text{exch}}$ достаточно найти сечение $\sigma_{\text{pole}}(E, z)$, соответствующее только полюсной амплитуде реакции. При этом удобнее воспользоваться для трехлучевых вершинных частей $a \rightarrow b + c$ и $B + c \rightarrow A$ выражениями типа (13), а не (5), так как в этом случае полу-

чается более компактная формула (выражение для $\sigma^{\text{pole}}(E, z)$ в ls -схеме связи в вершинах получено в работе [16]). Амплитуда диаграммы рис. 3 имеет вид

$$\begin{aligned} & \mathcal{M}_{M_a M_B M_b M_A}(q_{aB}, q_{bA}) = \\ & = \sum_{M_c} \mathcal{M}_{M_b M_c}^{M_a}(q_{bc}) (\sigma_c + i\delta)^{-1} \mathcal{M}_{M_A}^{M_B M_c}(q_{Bc}), \end{aligned} \quad (45)$$

где $\mathcal{M}_{M_b M_c}^{M_a}$ дается формулой (13), $\mathcal{M}_{M_A}^{M_B M_c}$ — аналогичной формулой, а величина σ_c выражается через косинус угла рассеяния $z = \cos \theta$:

$$\sigma_c = q_{aB} q_{bA} (z - z_p) / m_c. \quad (46)$$

Положение обменного полюса в z -плоскости дается формулой

$$z_p = [(1 + g^2) E + \epsilon_{Bc}^A - g^2 \epsilon_{bc}^a] / 2g \sqrt{EE'}, \quad (47)$$

где

$$\begin{aligned} g^2 &= m_b m_B / m_a m_A; \quad E = q_{aB}^2 / 2\mu_{aB}; \\ E' &= q_{bA}^2 / 2\mu_{bA} = E + Q; \quad Q = m_a + m_B - m_b - m_A = \epsilon_{Bc}^A - \epsilon_{bc}^a. \end{aligned} \quad (48)$$

Из (45), (46), (19), (20) получаем

$$\begin{aligned} \sigma^{\text{pole}}(E, z) &= \frac{m_c^2}{16\pi^2 EE'} \frac{q_{bA}}{q_{aB}} \frac{\hat{J}_A}{\hat{J}_B} \frac{1}{(z - z_p)^2} \times \\ &\times \sum_{n=0}^{n_{\max}} S_{abc}^n(q_{bc}) S_{ABc}^n(q_{Bc}) P_n(z_{aA}). \end{aligned} \quad (49)$$

Здесь

$$\begin{aligned} S_{abc}^n(q_{bc}) &= \sum_{l_a l'_a j_a} (-1)^{J_c - j_a} (\hat{l}_a \hat{j}_a)^{1/2} (l_a 0 l'_a 0 | n 0) \times \\ &\times W(l_a l'_a J_c J_c; n j_a) G_{abc}(l_a j_a; q_{bc}) G_{abc}^*(l'_a j_a; q_{bc}); \end{aligned} \quad (50)$$

$S_{ABc}^n(q_{Bc})$ дается формулой, получаемой из (50) заменами индексов $a \rightarrow A, b \rightarrow B$;

$$\begin{aligned} z_{aA} \equiv v_{bc} v_{Bc} &= \frac{g(E + E') - (1 + g^2) \sqrt{EE'} z}{2g \sqrt{EE'} \sqrt{z_a - z} \sqrt{z_A - z}}; \\ z_a &= \frac{g^2 E + E'}{2g \sqrt{EE'}}; \quad z_A = \frac{E + g^2 E'}{2g \sqrt{EE'}}; \end{aligned} \quad (51)$$

$P_n(z_{aA})$ — полином Лежандра; суммирование по n в (49) идет по четным значениям от $n = 0$ до $n = n_{\max}$, где

$$n_{\max} = \min \{ 2l_a^{\max}; 2l_A^{\max}; 2J_c - [1 - (-1)^{2J_c}] / 2 \}; \quad (52)$$

l_a^{\max} и l_A^{\max} — максимальные значения орбитальных моментов l_a и l_A в вершинах $a \rightarrow b + c$ и $B + c \rightarrow A$, разрешенные условиями (6).

Так как на диаграмме рис. 3 частицы a , b и A , B находятся на массовой поверхности, то входящие в (45) ЯВФ зависят только от одной переменной σ_c . В силу тождеств

$$\sigma_c = -q_{bc}^2/2\mu_{bc} - \varepsilon_{bc}^a = -q_{Bc}^2/2\mu_{Bc} - \varepsilon_{Bc}^A \quad (53)$$

ЯВФ для вершин $a \rightarrow b + c$ и $B + c \rightarrow A$ можно считать функциями относительных импульсов q_{bc} и q_{Bc} соответственно, как это предполагается в (50). ЯВФ $G_{abc}(l_{aj_a}; q_{bc})$ можно представить в форме [17]:

$$G_{abc}(l_{aj_a}; q_{bc}) = (q_{bc}/i\kappa_{bc}^a)^{l_a} g_{abc}(l_{aj_a}; q_{bc}^2) G_{abc}(l_{aj_a}), \quad (54)$$

где фактор $(q_{bc}/i\kappa_{bc}^a)^{l_a}$ учитывает пороговое поведение ЯВФ при $q_{bc} \rightarrow 0$, а «приведенный» ЯВФ $g_{abc}(l_{aj_a}; q_{bc}^2)$ аналитичен в q_{bc}^2 -плоскости с разрезом вдоль отрицательной вещественной полуоси от $q_{bc}^2 = -(q_{bc}^0)^2$ до $q_{bc}^2 = -\infty$ и, по определению, равен 1 при $q_{bc} = i\kappa_{bc}^a$ (на массовой поверхности). ЯВФ для вершины $B + c \rightarrow A$ представляется в аналогичной форме. В силу (46) и (53) при фиксированном значении энергии E в физической области ЯВФ $G_{abc}(l_{aj_a}; q_{bc})$ и $G_{ABc}(l_{Aj_A}; q_{Bc})$ являются аналитическими функциями z . Однако выражение $\sigma^{\text{pole}}(E, z)$, даваемое формулами (49) — (51), не является аналитической функцией z из-за наличия в нем комплексно-сопряженных ЯВФ. Если произвести в (50) замены

$$\begin{aligned} G_{abc}^*(l_{aj_a}; q_{bc}) &\rightarrow G_{abc}^*(l_{aj_a}; q_{bc}^*); \\ G_{ABc}^*(l_{Aj_A}; q_{Bc}) &\rightarrow G_{ABc}^*(l_{Aj_A}; q_{Bc}^*), \end{aligned} \quad (55)$$

то получаемое в итоге выражение $\tilde{\sigma}^{\text{pole}}(E, z)$ станет аналитической функцией z , которая при физических значениях z ($-1 \leq z \leq 1$) совпадает с функцией $\sigma^{\text{pole}}(E, z)$. Поскольку в упомянутых выше методах аналитического продолжения в полюс и вычитания сингулярности предполагается, что измеряемые на опыте значения дифференциального сечения $\sigma(E, z)$ в физической области совпадают со значениями некоторой аналитической функции, то при вычислении (44) следует вместо $\sigma^{\text{pole}}(E, z)$ использовать $\tilde{\sigma}^{\text{pole}}(E, z)$. Предполагая, что приведенный ЯВФ $g_{abc}(l_{aj_a}; q_{bc}^2)$ является вещественно-определенной аналитической функцией на первом листе q_{bc}^2 -плоскости ($|\arg q_{bc}^2| < \pi$), т. е. что

$$g_{abc}^*(l_{aj_a}; (q_{bc}^2)^*) = g_{abc}(l_{aj_a}; q_{bc}^2), \quad (56)$$

из (54) получаем

$$G_{abc}^*(l_a j_a; q_{bc}^*) |_{q_{bc}=i\kappa_{bc}^a} = (-1)^{l_a} G_{abc}^*(l_a j_a), \quad (57)$$

и аналогично для вершины $B + c \rightarrow A$. В итоге из (44), (49) — (51), (55) и (57) находим

$$\begin{aligned} R_{adc, ABc}^{\text{exch}} &\equiv \lim_{z \rightarrow z_p} (z - z_p)^2 \tilde{\sigma}^{\text{pole}}(E, z) = \\ &= \frac{m_c^2}{16\pi^2 E E'} \frac{q_{bA}}{q_{aB}} \frac{\hat{J}_A}{\hat{J}_B} \xi_{abAB} \sum_{n=0}^{n_{\text{max}}} S_{abc}^n S_{ABc}^n P_n(z_0), \end{aligned} \quad (58)$$

где $\xi_{abAB} = \xi_a \xi_b \xi_A \xi_B$ — произведение внутренних четностей начальных и конечных частиц;

$$\begin{aligned} S_{abc}^n &= \xi_{abc} S_{abc}^n(q_{bc}) |_{q_{bc}=i\kappa_{bc}^a} = \sum_{l_a l_a'} (-1)^{J_c - j_a} (\hat{l}_a \hat{l}_a')^{1/2} (l_a 0 l_a' 0 | n 0) \times \\ &\times W(l_a l_a' J_c J_c; n j_a) G_{abc}(l_a j_a) G_{abc}^*(l_a' j_a); \end{aligned} \quad (59)$$

S_{ABc}^n дается аналогичной формулой;

$$z_0 \equiv z_{aA} |_{z=z_p} = \frac{(1 - g^2) E + \varepsilon_{Bc}^A + g^2 \varepsilon_{bc}^a}{2g \sqrt{\varepsilon_{Bc}^A \varepsilon_{bc}^a}}. \quad (60)$$

Благодаря свойствам симметрии коэффициентов Клебша — Гордана и Рака величины S_{abc}^n и S_{ABc}^n вещественны. Из (52) следует, что если спин передаваемой частицы $J_c = 0$ или $1/2$, то $n_{\text{max}} = 0$. В этом случае по чисто кинематической причине выражение (58) упрощается и принимает вид

$$\begin{aligned} R_{abc, ABc}^{\text{exch}} &= \frac{m_c^2}{16\pi^2 E E'} \frac{q_{bA}}{q_{aB}} \frac{\hat{J}_A}{\hat{J}_B \hat{J}_c} \xi_{abAB} \times \\ &\times \sum_{l_a' j_a} |G_{abc}(l_a j_a)|^2 \sum_{l_A j_A} |G_{ABc}(l_A j_A)|^2, \quad J_c = 0 \text{ или } 1/2. \end{aligned} \quad (61)$$

Такой же вид формула (58) принимает и при $J_c \geq 1$, если по каким-либо динамическим причинам, связанным со структурой ядерных состояний, хотя бы в одной из вершин $a \rightarrow b + c$ либо $B + c \rightarrow A$ доминирует ЯВК с нулевым орбитальным моментом канала распада, т. е. можно считать, что $l_a = 0$ либо $l_A = 0$, и вкладом от членов с $l_a \neq 0$ или $l_A \neq 0$ в S_{abc}^n или S_{ABc}^n можно пренебречь. В нормальном случае (18) формулу (61) можно запи-

сать в форме

$$R_{abc, A Bc}^{\text{exch}} = \frac{m_c^2}{16\pi^2 E E'} \frac{q_{bA}}{q_{aB}} \frac{\hat{J}_A}{\hat{J}_B \hat{J}_c} \times$$

$$\times \sum_{l_a j_a} G_{abc}^2(l_a j_a) \sum_{l_A j_A} G_{ABc}^2(l_A j_A), \quad J_c = 0 \text{ или } 1/2. \quad (62)$$

Из (58) для реакции $a + B \rightarrow b + A$ находим формулу для обменного упругого рассеяния $a + b \rightarrow b + a$ (см. рис. 2) путем замен $B \rightarrow b, A \rightarrow a, \theta \rightarrow \pi - \theta$:

$$R_{abc}^{\text{exch}} \equiv R_{abc, abc}^{\text{exch}} = \frac{m_c^2}{16\pi^2 E^2} \frac{\hat{J}_a}{\hat{J}_b} \sum_{n=0}^{n_{\text{max}}} (S_{abc}^n)^2 P_n(z_0), \quad (63)$$

где теперь

$$\left. \begin{aligned} z_p &= -[(1 + g^2) + (1 - g^2)(e_{bc}^a/E)]/2g; \\ z_0 &= [(1 + g^2) + (1 - g^2)(E/e_{bc}^a)]/2g; \\ g &= m_b/m_a; \quad E = E_{ba}; \quad z = \cos \theta; \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

θ — угол между импульсами частицы b в Ц-системе до и после рассеяния.

Рассмотрим далее рассеяние в нормальном случае (18). Тогда

$$(S_{abc}^0)^2 = (4\pi^2 (\hat{J}_b)^2 / \mu_{bc}^2 \hat{J}_c) (r_{abc}^{\text{exch}})^2, \quad (65)$$

где r_{abc}^{exch} определен формулами (38) и (39), и из (63) и (65) получаем

$$R_{abc}^{\text{exch}} = (\hat{J}_a \hat{J}_b / 4 \hat{J}_c) (m_a / m_b E)^2 (r_{abc}^{\text{exch}})^2 \left[1 + \sum_{n=2}^{n_{\text{max}}} (S_{abc}^n / S_{abc}^0)^2 P_n(z_0) \right]. \quad (66)$$

Из (66) следует, что если в обменном упругом рассеянии спин передаваемой частицы $J_c = 0$ или $1/2$ ($n_{\text{max}} = 0$), то комбинации ЯВК, входящие в r_{abc}^{exch} и R_{abc}^{exch} , одинаковы. Если же $J_c \geq 1$, то эти комбинации, вообще говоря, различны, т. е. значение R_{abc}^{exch} дает дополнительную информацию о ЯВК по сравнению со значением только величины r_{abc}^{exch} [или r_{abc}^{dir} , см. (33)]. Поскольку полиномы Лежандра $P_n(z_0)$ при $n = 2, 4, \dots$ быстро меняются с изменением энергии E , то, определяя R_{abc}^{exch} при $n_{\text{max}}/2 + 1$ разных энергиях, можно получить $n_{\text{max}}/2 + 1$ разных комбинаций ЯВК $|S_{abc}^n|, n = 0, 2, \dots, n_{\text{max}}$.

В качестве примеров рассмотрим обсуждаемые в дальнейшем процессы упругого рассеяния нейтрона на тритоне и дейтона на α -частице. В обоих случаях амплитуды рассеяния содержат вклады от обменных диаграмм, изображенных на рис. 4 (обмен дейтоном). В обеих вершинах $t \rightleftharpoons d + n$ и $\alpha \rightleftharpoons d + d$ кинематически допустимы значения $(l, j) = (0, 1)$ и $(2, 1)$. С помощью фор-

мул (39) и (63), в которых следует положить $a = t$, $b = n$ и $c = d$, для nt -рассеяния получаем

$$r_{ind}^{exch} = -(6\pi\lambda_N)^{-1} (G_{t0}^2 + G_{t2}^2); \tag{67}$$

$$R_{ind}^{exch} = \frac{16}{3} \left(\frac{\hbar c}{E_n} \right)^2 (r_{ind}^{exch})^2 \left[1 + 4\rho_t^2 \left(\frac{1 - \rho_t/\sqrt{8}}{1 + \rho_t^2} \right)^2 P_2(z_0) \right], \tag{68}$$

где $\lambda_N = \hbar/m_N c = 0,2103$ ферми — комптоновская длина волны нуклона; $\hbar c = 197,3$ Мэв·ферми;

$$G_{t0} \equiv G_{tnd} (l=0, j=1); G_{t2} \equiv G_{tnd} (l=2, j=1);$$

$$\rho_t = G_{t2}/G_{t0}; z_0 = 5/3 + E_n/\epsilon_{dn}^t; \epsilon_{dn}^t = 6,2575 \text{ Мэв}; \tag{69}$$

E_d — лабораторная энергия падающих нейтронов в мегаэлектрон-вольтах; G_{il}^2 измеряются в ферми.

Для $d\alpha$ -рассеяния аналогично получаем

$$r_{add}^{exch} = (6\pi\lambda_N)^{-1} (G_{dd0}^2 + G_{dd2}^2); \tag{70}$$

$$R_{add}^{exch} = \frac{9}{4} \left(\frac{\hbar c}{E_d} \right)^2 (r_{add}^{exch})^2 \left[1 + 4\rho_{dd}^2 \left(\frac{1 - \rho_{dd}/\sqrt{8}}{1 + \rho_{dd}^2} \right)^2 P_2(z_0) \right]^2, \tag{71}$$

где

128

$$G_{dd0} \equiv G_{add} (l=0, j=1); G_{dd2} \equiv G_{add} (l=2, j=1);$$

$$\rho_{dd} = G_{dd2}/G_{dd0}; z_0 = 5/4 + E_d/2\epsilon_{dd}^\alpha; \epsilon_{dd}^\alpha = 23,847 \text{ Мэв}; \tag{72}$$

E_d — лабораторная энергия падающих дейтонов в мегаэлектрон-вольтах.

Из (68) и (71) видно, что одновременное знание r^{exch} и R^{exch} либо знание энергетической зависимости R^{exch} позволяет оценить

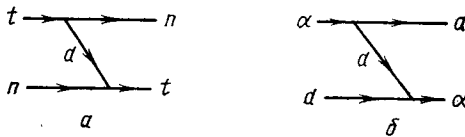


Рис. 4

отношение ρ , т. е. получить информацию о примеси D -волны в вершине. Существенно то, что даже малая примесь D -волны может сильно изменять значения R^{exch} . Например, в случае nt -рассеяния при $E_n = 10$ Мэв значение R_{ind}^{exch} возрастает примерно на 6, 30 и 60% при включении примеси D -волны, отвечающей $\rho_t^2 = 10^{-3}$, $5 \cdot 10^{-3}$ и 10^{-2} соответственно, хотя изменением r_{ind}^{exch} при этом можно пренебречь.

Мы так подробно остановились на вопросе о связи величин r^{dir} , r^{exch} и R^{exch} друг с другом и с ЯВК не только ввиду его

важности, но и потому, что ни в одной из теоретических работ, посвященных извлечению этих величин из эксперимента, этот вопрос систематически не исследовался. Этим, по-видимому, объясняется, что в некоторых работах содержатся неверные общетеоретические утверждения либо неверно интерпретируются результаты анализа экспериментальных данных. Так, в обзоре Дубнички и Думбрайса [18] фактически утверждается, что величины r^{dir} , r^{exch} и R^{exch} содержат одинаковые комбинации ЯВК (см. формулы (5.15), (5.18) и текст на с. 164 работы [18]). На с. 164 работы [18] без каких-либо оснований категорически утверждается, что «...вершинные константы G^2 не связаны однозначным образом с этими фундаментальными величинами (имеются в виду величины типа r^{dir} , r^{exch} либо R^{exch} . — Прим. авт.) и зависят от специфических предположений и моделей». Из изложенного выше неверность этих утверждений очевидна. В работе [14], посвященной анализу данных по nt -рассеянию методом продолжения дифференциального сечения в обменный дейтонный полюс, неверно интерпретируются полученные результаты. Во-первых, фактически извлекаемая величина $(3/16) (E_n/\hbar c)^2 R_{\text{ind}}^{\text{exch}}$ отождествляется с величиной $(r_{\text{ind}}^{\text{exch}})^2$, что строго верно лишь при $\rho_t = 0$. Во-вторых, величина $r_{\text{ind}}^{\text{exch}}$ ошибочно отождествляется с величиной $r_{\text{ind}}^{\text{dir}}$, которая определена в работе [19] из анализа данных по nd -рассеянию с помощью дисперсионного соотношения для амплитуды рассеяния вперед $f_{nd}^L(E_n)$, хотя в данном случае $r_{\text{ind}}^{\text{exch}} = (2/3) r_{\text{ind}}^{\text{dir}}$. Поэтому совпадение численного значения $r_{\text{ind}}^{\text{exch}} \approx 0,38$, найденного в работе [14] (с учетом исправления ошибки в [20]), со значением $r_{\text{ind}}^{\text{dir}} = 0,382$ из работы [19], фактически свидетельствует о том, что результат из работы [14] неверен, ибо отличается примерно в 1,5 раза от всех других надежных оценок ЯВК G_{10}^2 (см. разд. 3 данного обзора). Отметим также, что приведенные в работах [14, 20, 21] вычеты r^{exch} в ряде случаев имеют неверные знаки, не согласующиеся с правилом (40).

Причиной подобных ошибок в работах [14, 18, 20, 21] явилось то, что в них при выводе связей между величинами типа r^{exch} и R^{exch} использовалась следующая довольно произвольная процедура. Для вершины $a \rightleftharpoons b + c$ конструировался некий релятивистский эффективный лагранжиан, с помощью которого находились соответствующие фейнмановские амплитуды и величины типа r^{exch} и R^{exch} . При этом в эффективном лагранжиане учитывался какой-либо один тип связи полевых операторов, отвечающих частицам a , b и c , и соответственно вводилась только одна вершинная константа связи (ЯВК). Другие возможные типы связей, допустимые законами сохранения четности, углового момента и т. п. и требованиями релятивистской инвариантности, не учитывались, хотя в релятивистской теории число возможных типов связей полей и отвечающих им констант связи, вообще говоря,

даже больше, чем в нерелятивистской теории. Так, релятивистская амплитуда виртуального распада $d \rightarrow p + n$ содержит 4 инвариантных форм-фактора [22], из которых в нерелятивистском пределе «выживают» лишь два, соответствующие S - и D -состоянию дейтона. В отдельных случаях использованный эффективный лагранжиан имел сугубо релятивистскую природу и не отвечал какому-либо возможному типу связи в нерелятивистском пределе (см., например, [21]), так как в этом пределе лагранжиан имел малость $\sim (v/c)^2$, например малость $\sim (\epsilon_{bc}^a/m_a)$. Вообще, применение релятивистского формализма для описания нерелятивистских ядерных процессов является неоправданным, так как, с одной стороны, при этом сильно усложняются вычисления из-за сложности релятивистской кинематики и сложности релятивистского описания процессов с участием частиц с большими спинами, а с другой стороны, конечные формулы оказываются излишне громоздкими вследствие того, что наряду с членами ~ 1 они содержат многочисленные пренебрежимо малые члены $\sim (v/c)^2$. Именно по этим причинам с самого начала развития дисперсионной теории прямых ядерных реакций [23, 24] был разработан нерелятивистский диаграммный формализм [25—27], а впоследствии в ряде работ рассматривалась теория нерелятивистских вершинных частей, нерелятивистские методы вычисления вкладов от различных особенностей и т. п. [8, 28, 29].

В заключение приведем формулы, связывающие ЯВК с вычетом парциальной амплитуды S -матрицы упругого рассеяния частиц b и c в полюсе, отвечающем связанному состоянию a системы $b + c$, и с шириной распада резонансного состояния.

Парциальную амплитуду S -матрицы для упругого bc -рассеяния определим соотношением *

$$\langle l's' | S^I(q_{bc}) | ls \rangle = \delta_{ll'} \delta_{ss'} - (i/\pi) q_{bc} \Gamma_{bc} \langle l's' | \mathcal{M}^I(q_{bc}) | ls \rangle, \quad (73)$$

где s и l — спин и орбитальный момент канала; I — полный угловой момент. Парциальные амплитуды \mathcal{M} -матрицы определены разложением

$$\begin{aligned} & \mathcal{M}_{M_b M_c M'_b M'_c}(q_{bc}, q'_{bc}) = \\ & = 4\pi \sum_{\substack{I s l' s' \\ M m_l m_s m'_l m'_s}} (l' m'_l s' m'_s | IM) (J_b M'_b J_c M'_c | s' m'_s) Y_{l' m'_l}(\mathbf{v}'_{bc}) \times \\ & \times \langle l's' | \mathcal{M}^I(q_{bc}) | ls \rangle (l m_l s m_s | IM) (J_b M_b J_c M_c | s m_s) Y_{l m_l}^*(\mathbf{v}_{bc}). \quad (74) \end{aligned}$$

Дифференциальное сечение рассеяния выражается через амплитуду \mathcal{M} с помощью формул (22), (20). Парциальные амплитуды

* Для бесспиновых частиц $\langle l | S^I(q_{bc}) | l \rangle \equiv S_l \equiv \exp(2i\delta_l)$, где δ_l — фаза рассеяния.

с $I = J_a$ имеют полюс при $q_{bc} = i\kappa_{bc}^a$ и вычет в этом полюсе равен

$$\begin{aligned} & \text{res} \langle l's' | S^{J_a}(q_{bc}) | ls \rangle \Big|_{q_{bc}=i\kappa_{bc}^a} = \\ & = \lim_{q_{bc} \rightarrow i\kappa_{bc}^a} (q_{bc} - i\kappa_{bc}^a) \langle l's' | S^{J_a}(q_{bc}) | ls \rangle = \\ & = -(i/\pi) (\mu_{bc}c/\hbar)^2 G_{abc}(l's') G_{abc}(ls). \end{aligned} \quad (75)$$

Формула (75) непосредственно вытекает из формул (29), (5), (74) и (73). В нормальном случае (18) для вычета диагонального матричного элемента из (75) получаем

$$\text{res} \langle ls | S^{J_a}(q_{bc}) | ls \rangle \Big|_{q_{bc}=i\kappa_{bc}^a} = (-1)^l (i/\pi) (\mu_{bc}c/\hbar)^2 |G_{abc}(ls)|^2. \quad (76)$$

Если распад $a \rightarrow b + c$ энергетически возможен, т. е. a — резонансное состояние с массой $m_a = m_b + m_c + E_0 - i\Gamma/2$, то ЯВК $G_{abc}(ls)$ можно связать с парциальной шириной $\Gamma_{abc}(ls)$ распада резонанса по каналу (bcs) . Для узкого резонанса ($\Gamma \ll E_0$) имеем [17]:

$$|G_{abc}(ls)|^2 \approx (\pi/q_{bc}\mu_{bc}c^2) \Gamma_{abc}(ls), \quad q_{bc} = (2\mu_{bc}E_0)^{1/2}/\hbar. \quad (77)$$

Связь ЯВФ и ЯВК с ядерными волновыми функциями. В нерелятивистской теории, в которой сложное ядро рассматривается как связанное состояние системы нуклонов, ЯВФ для распада стабильного ядра a на стабильные ядра b и c можно выразить через волновые функции ядер a , b и c . Соответствующие формулы проще всего получить, вычисляя вычет амплитуды упругого bc -рассеяния вне массовой поверхности по энергии в полюсе, отвечающем ядерно-стабильной частице a . Этот вычет равен произведению амплитуд виртуальных процессов $b + c \rightarrow a$ и $a \rightarrow b + c$:

$$\text{res } \mathcal{M} = \sum_{M_a} \mathcal{M}_{M_a}^{M_b M_c} \cdot \mathcal{M}_{M_b M_c}^{M_a}. \quad (78)$$

Согласно [10, 11], \mathcal{M} -амплитуда упругого bc -рассеяния имеет вид *

$$\begin{aligned} & \langle q'b'c' | \mathcal{M}(E) | qbc \rangle = \\ & = \langle q'b'c' | V_{bc} P_{bc} [1 + (E - H + i\delta)^{-1} V_{bc}] | qbc \rangle, \quad \delta \rightarrow +0. \end{aligned} \quad (79)$$

Здесь $H = H_b + H_c + T_{bc} + V_{bc}$; H_b и H_c — гамильтонианы ядер b и c ; $T_{bc} = -\nabla_{\mathbf{r}}^2/2\mu$ — оператор относительной кинетической энергии b и c ; $\mathbf{r} = \mathbf{r}_b - \mathbf{r}_c$; V_{bc} — оператор взаимодействия b и c ; P_{bc} — оператор антисимметризации по переменным нуклонов, входящих в состав разных ядер — b и c ; $|b\rangle =$

* В этом и следующем пунктах всюду: $\mathbf{q} = \mathbf{q}_{bc}$; $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{bc}$; $\mu = \mu_{bc}$; $\varepsilon = \varepsilon_{bc}^a$; $\kappa = \kappa_{bc}^a$.

$= | \alpha_b J_b M_b \rangle (| b' \rangle = | \alpha_b J_b M_b' \rangle)$ и $| c \rangle = | \alpha_c J_c M_c \rangle (| c' \rangle = | \alpha_c J_c M_c' \rangle)$ — антисимметричные нормированные внутренние волновые функции ядер b и c ;

$$H_b | b \rangle = -\varepsilon_b | b \rangle, \quad H_c | c \rangle = -\varepsilon_c | c \rangle, \quad (80)$$

ε_b и ε_c — полные энергии связи ядер b и c ; $| \mathbf{q} \rangle$ и $| \mathbf{q}' \rangle$ — плоские волны, описывающие относительное движение b и c до и после рассеяния, нормированные согласно (2). В (79)

$$E = -\varepsilon_b - \varepsilon_c + E_{bc}, \quad E_{bc} = q^2/2\mu + \sigma_b + \sigma_c = q'^2/2\mu + \sigma_b' + \sigma_c'. \quad (81)$$

При $q' \neq q$, $E_{bc} \neq q^2/2\mu$, $E_{bc} \neq q'^2/2\mu$ формула (79) дает наиболее общее выражение для амплитуды рассеяния вне массовой поверхности в нерелятивистском прединтерферометрическом формализме.

В формализме изоспина [11]

$$P_{bc} = 1 - \sum_{i_b i_c} P_{i_b i_c} + \sum_{\substack{i_b < j_b \\ i_c < j_c}} P_{i_b i_c} P_{j_b j_c} - \dots, \quad (82)$$

где $P_{i_b i_c}$ — оператор транспозиции, переставляющий пространственные и спин-изоспиновые координаты нуклона i_b из b и нуклона i_c из c . Полное число перестановочных операторов в правой части (82) равно

$$N_{bc} = (A_b + A_c)! / A_b! A_c!, \quad (83a)$$

где A_b и A_c — массовые числа ядер b и c . При антисимметризации отдельно по протонам и по нейтронам оператор P_{bc} равен произведению двух операторов типа (82), действующих соответственно на переменные протонов и нейтронов. В этом случае

$$N_{bc} = (Z_b + Z_c)! (N_b + N_c)! / Z_b! Z_c! N_b! N_c!, \quad (83b)$$

где Z_b (Z_c) и N_b (N_c) — числа протонов и нейтронов в ядре b (c).

Используя тождество $P_{bc} P_{bc} / N_{bc} = P_{bc}$, запишем (79) в форме

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{q}' b' c' | \mathcal{M}(E) | \mathbf{q} b c \rangle &= \langle \mathbf{q}' b' c' | V_{bc} P_{bc} | \mathbf{q} b c \rangle + \\ &+ \sum_{a_n} \langle \mathbf{q}' b' c' | V_{bc} P_{bc} N_{bc}^{-1/2} | a_n \rangle (E - E_{a_n} + i\delta)^{-1} \times \\ &\times \langle a_n | N_{bc}^{-1/2} P_{bc} V_{bc} | \mathbf{q} b c \rangle, \end{aligned} \quad (84)$$

где $| a_n \rangle = | \alpha_{a_n} J_{a_n} M_{a_n} \rangle$ — полная система антисимметричных и нормированных собственных функций гамильтониана H : $H | a_n \rangle = E_{a_n} | a_n \rangle$.

Из (84) видно, что амплитуда рассеяния имеет полюс при $E = E_a = -\varepsilon_a$, где $| a \rangle = | \alpha_a J_a M_a \rangle$ — связанное состояние системы $b + c$. Сравнивая вычет в этом полюсе с (78), находим ампли-

туду виртуального распада $a \rightarrow b + c$:

$$\mathcal{M}_{M_b M_c}^M a(\mathbf{q}) = \langle \mathbf{q}bc | V_{bc} P_{bc} N_{bc}^{-1/2} | a \rangle. \quad (85)$$

Поскольку $P_{bc} | a \rangle = N_{bc} | a \rangle$, то

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{M_b M_c}^M a(\mathbf{q}) &= N_{bc}^{1/2} \langle \mathbf{q} \alpha_b J_b M_b \alpha_c J_c M_c | V_{bc} | \alpha_a J_a M_a \rangle = \\ &= N_{bc}^{1/2} \int \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \Psi^+(\alpha_b J_b M_b; \tau_b) \Psi^+(\alpha_c J_c M_c; \tau_c) \times \\ &\quad \times V_{bc}(\tau_b, \tau_c, \mathbf{r}) \Psi(\alpha_a J_a M_a; \tau_b, \tau_c, \mathbf{r}) d\tau_b d\tau_c d\mathbf{r}, \end{aligned} \quad (86)$$

где τ_b и τ_c — совокупность внутренних координат (включая спиновые либо спин-изоспиновые) ядер b и c *. Из (86) и (5) находим выражение для ЯВФ:

$$\begin{aligned} G_{abc}(ls; q) &= (4\pi N_{bc})^{1/2} \int_0^\infty j_l(qr) r^2 dr \times \\ &\times \int \Psi^+(\alpha_b J_b \alpha_c J_c ls J_a M_a; \tau_b, \tau_c, \mathbf{n}) V_{bc}(\tau_b, \tau_c, \mathbf{r}) \times \\ &\quad \times \Psi(\alpha_a J_a M_a; \tau_b, \tau_c, \mathbf{r}) d\tau_b d\tau_c d\Omega_n, \quad \mathbf{n} \equiv \mathbf{r}/r, \end{aligned} \quad (87)$$

где j_l — сферическая функция Бесселя;

$$\begin{aligned} &\Psi(\alpha_b J_b \alpha_c J_c ls J_a M_a; \tau_b, \tau_c, \mathbf{n}) = \\ &= \sum_{m_l m_s M_b M_c} (l m_l s m_s | J_a M_a) (J_b M_b J_c M_c | s m_s) \times \\ &\quad \times i^l Y_{l m_l}(\mathbf{n}) \Psi(\alpha_b J_b M_b; \tau_b) \Psi(\alpha_c J_c M_c; \tau_c). \end{aligned} \quad (88)$$

Подставляя в (86) $V_{bc} = H - H_b - H_c - T_{bc}$ и учитывая (80), находим второе выражение для амплитуды распада:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{M_b M_c}^M a(\mathbf{q}) &= -N_{bc}^{1/2} \left(\frac{q^2}{2\mu} + \varepsilon \right) \langle \mathbf{q} \alpha_b J_b M_b \alpha_c J_c M_c | \alpha_a J_a M_a \rangle = \\ &= -N_{bc}^{1/2} \left(\frac{q^2}{2\mu} + \varepsilon \right) \int \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) I_{abc}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \end{aligned} \quad (89)$$

где

$$\begin{aligned} I_{abc}(\mathbf{r}) &= \int \Psi^+(\alpha_b J_b M_b; \tau_b) \Psi^+(\alpha_c J_c M_c; \tau_c) \times \\ &\quad \times \Psi(\alpha_a J_a M_a; \tau_b, \tau_c, \mathbf{r}) d\tau_b d\tau_c \end{aligned} \quad (90)$$

* Предполагается, что все внутренние волновые функции ядер трансляционно-инвариантны, т. е. волновая функция ядра, содержащего A нуклонов, зависит от $3(A - 1)$ относительных пространственных координат.

— интеграл перекрытия внутренних волновых функций ядер a , b и c , который можно представить в виде

$$I_{abc}(\mathbf{r}) = \sum_{lsm_l m_s} (lm_l sm_s | J_a M_a) \times \\ \times (J_b M_b J_c M_c | sm_s) i^l Y_{lm_l}(\mathbf{n}) I_{abc}(ls; \mathbf{r}). \quad (91)$$

Суммирование по l и s в (91) идет по значениям, ограниченным условиями (6). Из (89) и (91) получаем формулу (5) для амплитуды распада, в которой ЯВФ

$$G_{abc}(ls; q) = -(\pi N_{bc})^{1/2} \mu^{-1} (q^2 + \kappa^2) \int_0^\infty j_l(qr) I_{abc}(ls; r) r^2 dr. \quad (92)$$

В (92), по определению, $\sigma_a = E_{bc} + \varepsilon = 0$, а инвариант q связан с инвариантами σ_b и σ_c соотношением

$$q^2 = -\kappa^2 - 2\mu(\sigma_b + \sigma_c). \quad (93)$$

Радиальные части интегралов перекрытия $I_{abc}(ls; r)$ являются решениями системы уравнений (см., например, [30, 31]), которые получаются стандартным методом из уравнения Шредингера для $\Psi(\alpha_a J_a M_a; \tau_a)$ путем подстановки в него разложения

$$\Psi(\alpha_a J_a M_a; \tau_a) = \sum_{bcl s} I_{abc}(ls; r) \Psi(\alpha_b J_b \alpha_c J_c ls J_a M_a; \tau_b, \tau_c, \mathbf{n}) \quad (94)$$

по полной системе ортонормированных функций (88), причем \sum_{bc} обозначает суммирование по всем состояниям подсистем b и c , для которых переход $a \rightarrow b + c$ разрешен правилами отбора для сильных взаимодействий.

Благодаря инвариантности ядерных гамильтонианов относительно пространственных вращений и обращения времени радиальные функции $I_{abc}(ls; r)$ всегда можно выбрать вещественными (см., например, § 2, гл. 1 и Приложение 2 в монографии [32]). Мы будем предполагать, как обычно (см., например, [30]), что характер асимптотики функции $I_{abc}(ls; r)$ при больших r полностью определяется энергией связи ε :

$$I_{abc}(ls; r) \approx C_{abc}(ls) r^{-1} \exp(-\kappa r), \quad r \rightarrow \infty, \quad (95)$$

где $C_{abc}(ls)$ — вещественная константа.

Надо сказать, что это предположение, очевидное для виртуального распада двухнуклонного ядра, требует специального доказательства в случае распада многонуклонного ядра на два фрагмента. Насколько известно авторам, в литературе нет строгого доказательства соотношения (95). Более того, имеются указания на то, что в отдельных случаях асимптотическое поведение может отличаться от (95), а именно затухание при больших r может быть

более слабым, чем предсказывается формулой (95) [33]. К такому выводу приводит, например, исследование особенностей треугольных вершинных диаграмм Фейнмана — типа изображенной на рис. 5 — по переменной σ_c при $\sigma_a = \sigma_b = 0$ либо по переменной σ_b при $\sigma_a = \sigma_c = 0$.

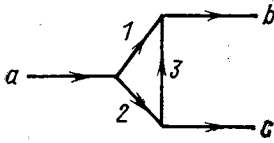


Рис. 5

В некоторых случаях, например для вершин $^{16}\text{O} \rightarrow ^{13}\text{N}(^{13}\text{C}) + ^3\text{H}(^3\text{He})$ или $^{20}\text{Ne} \rightarrow ^{17}\text{F}(^{17}\text{O}) + ^3\text{H}(^3\text{He})$, собственная особенность треугольной диаграммы (аномальный порог) $q^2 = -q_\Delta^2$ ($q_\Delta > 0$) приведенного ЯВФ $g_{abc}(ls; q^2)$ [см. (54)] на физическом листе q^2 -плоскости оказывается правее точки $q^2 = -\kappa^2$, отвечающей массовой поверхности: $q_\Delta < \kappa$. Так как согласно (92)

$$I_{abc}(ls; r) = -2\pi^{-3/2} N_{bc}^{-1/2} \mu^{-1} \int_0^\infty j_l(qr) G_{abc}(ls; q) \frac{q^2 dq}{(q^2 + \kappa^2)}, \quad (96)$$

то при $q_\Delta < \kappa$ аномальный порог дает вклад в асимптотику вида [33]

$$I_{abc}^\Delta(ls; r) \sim r^{-2} \exp(-q_\Delta r), \quad r \rightarrow \infty, \quad (97)$$

спадающий медленнее, чем член вида (95), возникающий от полюсного знаменателя $(q^2 + \kappa^2)^{-1}$. Для окончательного вывода о возможности аномальной асимптотики типа (97), безусловно, требуется более полный анализ уравнений для функций $I_{abc}(ls; r)$.

При нормальной асимптотике из (95) и (92) получаем выражение для ЯВК через асимптотическую нормировочную константу:

$$G_{abc}(ls) \equiv \lim_{q \rightarrow i\kappa} G_{abc}(ls; q) = -i^l (\pi N_{bc})^{1/2} (\hbar/\mu c) C_{abc}(ls). \quad (98)$$

Фаза ЯВК согласуется с (18). Заметим, что вопрос об определении ЯВК и о ее фазе в случае аномальной асимптотики требует дальнейшего исследования.

Подставляя (98) в (75), находим выражение для вычета S -матрицы упругого рассеяния через асимптотические нормировочные константы *:

$$\text{res} \langle l's' | S^J a(q) | ls \rangle |_{q=i\kappa} = -i^{l'+l+1} N_{bc} C_{abc}(l's') C_{abc}(ls). \quad (99)$$

Для практических вычислений ЯВК на основе модельных ядерных волновых функций полезной может оказаться формула (87), в которой для этой цели надо положить $q = i\kappa$. В силу (98) формула (87) при $q = i\kappa$ дает интегральное выражение для асимпто-

* Для одноканального бесспинового случая формула (99) была получена впервые в работах [34, 35]. Для многоканального бесспинового случая эта формула выведена в книге [36].

тической нормировочной константы $C_{abc}(ls)$. Подобное выражение для асимптотической нормировки интеграла перекрытия волновых функций тритона и дейтона было выведено недавно в работе [37], где отмечалось удобство его для практического расчета, особенно в том случае, когда используются волновые функции в импульсном представлении.

При анализе данных по прямым ядерным реакциям в рамках «традиционных» теорий, использующих шредингеровский формализм волновых функций и межчастичных потенциалов взаимодействия (теория Батлера [38], борновское приближение с искаженными волнами [39] и т. п.), информация о структуре ядер извлекается обычно в виде приведенных ширин и спектроскопических факторов. Приведем формулы, связывающие эти величины с ЯВК. Обобщенный спектроскопический фактор $S_{abc}(ls)$ определим соотношением

$$S_{abc}(ls) = N_{bc} Z_{abc}(ls), \tag{100}$$

где

$$Z_{abc}(ls) = \int_0^\infty I_{abc}^2(ls; r) r^2 dr. \tag{101}$$

Из условия нормировки $\Psi(\alpha_a J_a M_a; \tau_a)$ и (94) следует, что

$$\sum_{bc ls} Z_{abc}(ls) = 1. \tag{102}$$

Если состояния ядер описываются моделью оболочек, то для виртуального распада $a \rightarrow b + N$ (N — нуклон) просуммированный по спину канала s обобщенный спектроскопический фактор совпадает со спектроскопическим фактором $S(l)$, определенным формулой (II.15) из работы [40]. Введем нормированную радиальную функцию

$$R_{abc}(ls; r) = Z_{abc}^{-1/2}(ls) I_{abc}(ls; r). \tag{103}$$

Учитывая, что при достаточно больших $r \geq r_0$ (r_0 — радиус канала)

$$R_{abc}(ls; r) \approx R_{abc}(ls; r_0) h_l^{(1)}(ixr)/h_l^{(1)}(ixr_0), \tag{104}$$

где $h_l^{(1)}(x)$ — сферическая функция Ганкеля первого рода, и определяя парциальную приведенную ширину $\theta_{abc}^2(ls)$ соотношением*

$$\theta_{abc}^2(ls) = r_0^3 R_{abc}^2(ls; r_0)/3, \tag{105}$$

* Для виртуального испускания нуклона ($a \rightarrow b + N$) $\theta_{abN}^2(ls)$ совпадает с одночастичной приведенной шириной θ_0^2 , определенной формулой (II.14) в работе [40].

из (95), (98), (100), (103) — (105) находим искомую формулу:

$$G_{abc}(ls) = (3\pi/r_0)^{1/2} (\hbar/\mu c) S_{abc}^{1/2}(ls) \theta_{abc}(ls) [\kappa r_0 h_l^{(1)}(i\kappa r_0)]^{-1}. \quad (106)$$

Приведенные ширины $\theta_{abc}^2(ls)$ экспоненциально зависят от радиуса канала r_0 . В противоположность этому вычисленные по формуле (106) ЯВК не зависят от r_0 с той точностью, с которой верна формула (104). Это замечание, конечно, носит чисто практический характер, ибо теоретически ЯВК вообще не зависят от r_0 .

Кулоновские эффекты в трехлучевых вершинах. До сих пор предполагалось, что виртуальный распад $a \rightarrow b + c$ обусловлен

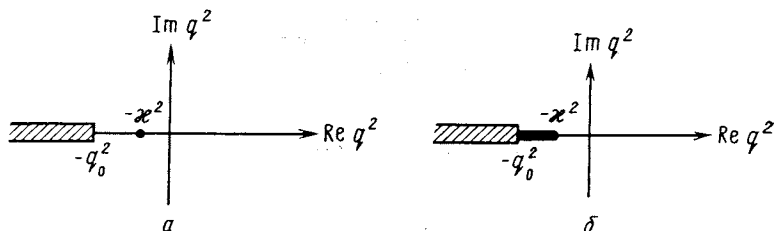


Рис. 6

сильными взаимодействиями. Если частицы b и c — заряженные, то между ними возможно также кулоновское взаимодействие. Учет последнего приводит к качественно новым эффектам. В част-

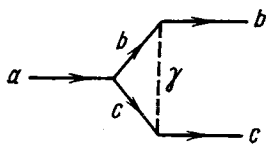


Рис. 7

ности, меняются аналитические свойства приведенных ЯВФ $g_{abc}(ls; q^2)$ в q^2 -плоскости. При наличии лишь сильных взаимодействий функция $g_{abc}(ls; q^2)$ аналитична в q^2 -плоскости с разрезом $(-q_0^2, -\infty)$, причем в нормальном случае * точка $q^2 = -q_0^2$ всегда находится левее точки $q^2 = -\kappa^2$ (рис. 6, а). Ситуация меняется, когда становится существенным электро-

магнитное (в частности, кулоновское) взаимодействие между частицами. Это видно уже из рассмотрения простейшего вершинного графика (рис. 7), описывающего упругое взаимодействие b и c за счет обмена фотоном (в статическом пределе для бесспиновых частиц этот график описывает кулоновское взаимодействие b и c в первом порядке).

Графику на рис. 7 отвечает точка ветвления [41] $q^2 = -q_\Delta^2 = -\kappa^2$, от которой начинается «упругий» кулоновский разрез (рис. 6, б). Этот дополнительный разрез важен в том случае, когда

* Ниже предполагается, что имеет место нормальная асимптотика (95) интегралов перекрестия.

кулоновский параметр η для связанного состояния $a = b + c$, определенный формулой (109), достаточно велик.

Для строгой оценки кулоновских эффектов в нерелятивистских ЯВФ надо решать систему связанных уравнений для радиальных частей интегралов перекрытия $I_{abc}(ls; r)$. Поскольку эта задача в литературе не рассматривалась, мы используем результаты рассмотрения влияния кулоновских эффектов на ЯВФ и ЯВК в двухчастичной потенциальной модели [42, 43]. Такой подход позволяет достаточно аккуратно выделить вклад в ЯВФ от «упругого» кулоновского разреза.

В согласии с работой [43] представим радиальную часть интеграла перекрытия в виде

$$I_{abc}(ls; r) = I_{abc}^C(ls; r) + I_{abc}^N(ls; r), \quad (107)$$

где

$$I_{abc}^C(ls; r) = C_{abc}(ls) r^{-1} W_{-\eta, l+\frac{1}{2}}(2\kappa r); \quad (108)$$

$C_{abc}(ls)$ — вещественная константа;

$$\eta = \mu Z_b Z_c e^2 / \hbar \kappa \quad (109)$$

— кулоновский параметр для связанного состояния $a = b + c$; $Z_i e$ — заряд частицы i ; $W_{-\eta, l+1/2}(2\kappa r)$ — функция Уиттекера [44]. При $r \rightarrow \infty$

$$\left. \begin{aligned} I_{abc}^C(ls; r) &\approx C_{abc}(ls) r^{-1} \exp[-\kappa r - \eta \ln(2\kappa r)]; \\ I_{abc}^N(ls; r) &\sim \exp[-(\kappa + \gamma)r], \end{aligned} \right\} \quad (110)$$

где $\gamma > 0$ и в двухчастичной потенциальной модели определяет спадание «хвоста» ядерного потенциала: $V^N(r) \sim \exp(-\gamma r)$. В соответствии со (107) ЯВФ, определенный формулой (92), можно записать в форме [43]:

$$G_{abc}(ls; q) = (q/i\kappa)^l g_{abc}(ls; q^2) G_{abc}^r(ls), \quad (111)$$

где

$$G_{abc}^r(ls) = -\exp[i\pi(l + \eta)/2] (\pi N_{bc})^{1/2} (\hbar/\mu c) C_{abc}(ls) \quad (112)$$

— так называемая перенормированная ЯВК, а приведенный ЯВФ есть сумма двух членов — чисто кулоновского и ядерно-кулоновского:

$$g_{abc}(ls; q^2) = g_{abc}^C(l; q^2) + g_{abc}^N(ls; q^2), \quad (113)$$

причем

$$\begin{aligned} g_{abc}^C(l; q^2) &= \exp(-i\pi\eta/2) (q^2 + \kappa^2)^l (\kappa/q)^l \times \\ &\times \int_0^\infty j_l(qr) W_{-\eta, l+\frac{1}{2}}(2\kappa r) r dr, \end{aligned} \quad (114)$$

а $g_{abc}^N(l; q^2)$ дается аналогичной формулой, в которой вместо функции Уиттекера стоит функция $C_{abc}^{-1}(ls) r I_{abc}^N(l; r)$. Спектральное представление для кулоновского приведенного ЯВФ имеет вид [43]:

$$g_{abc}^C(l; q^2) \equiv g_{abc}^C(l; t) = \exp(-i\pi\eta/2) [(l+1)!/\Gamma(l+1+\eta)] t \times \\ \times \int_0^\infty \tau^{l+\eta} (1 + \sqrt{1+\tau})^{-2\eta} (\tau+t)^{-l-2} d\tau, \quad t = 1 + (q^2/\kappa^2). \quad (115)$$

При $q^2 \rightarrow -\kappa^2$

$$\left. \begin{aligned} g_{abc}^C(l; q^2) &= \exp(-i\pi\eta/2) \Gamma(1-\eta) (t/4)^\eta [1 + O(t)]; \\ g_{abc}^N(l; q^2) &= O(t). \end{aligned} \right\} \quad (116)$$

При $\eta = 0$

$$g_{abc}^C(l; q^2)|_{\eta=0} = 1. \quad (117)$$

Функция $g_{abc}^C(l; q^2)$ имеет точку ветвления степенного типа при $q^2 = -\kappa^2$ и полностью учитывает вклад в приведенный ЯВФ (113) от упругого кулоновского разреза $(-\kappa^2, -\infty)$. Ближайшая особенность функции $g_{abc}^N(l; q^2)$ находится при $q^2 = -(\kappa + \gamma)^2$, а в точке $q^2 = -\kappa^2$ она регулярна.

Из (111), (113) и (116) видно, что при наличии отталкивающего кулоновского взаимодействия теряет смысл данное в первом пункте определение ЯВК как значения ЯВФ на массовой поверхности [см. (17)], так как $G_{abc}(ls; q)|_{q=i\kappa} = 0$ (в случае притягивающего кулоновского взаимодействия ($\eta < 0$) это определение также бессмысленно, ибо тогда $G_{abc}(ls; q)|_{q=i\kappa} = \infty$). Можно, однако, ввести перенормированную ЯВК, определив ее соотношением [43]

$$G_{abc}^r(ls) = \lim_{q \rightarrow i\kappa} [\mathcal{F}G_{abc}(ls; q)/g_{abc}^C(l; q^2)], \quad (118)$$

где $\mathcal{F}G_{abc}(ls; q)$ — главный член разложения нерегулярной части $G_{abc}(ls; q)$ в окрестности особой точки $q = i\kappa$ на физическом листе. Если $\eta < 1$, то в (118) вместо $\mathcal{F}G_{abc}(ls; q)$ входит просто $G_{abc}(ls; q)$.*

Вычет парциального S -матричного элемента упругого bc -рассеяния в полюсе $q = i\kappa$ выражается через перенормированную ЯВК с помощью формулы

$$\text{res} \langle l's' | S^J_a(q) | ls \rangle |_{q=i\kappa} = - (i/\pi) (\mu c/\hbar)^2 G_{abc}^r(l's') G_{abc}^r(ls), \quad (119)$$

которая аналогична формуле (75) при отсутствии кулоновского взаимодействия. Из (119) и (112) получаем выражение для этого

* О физическом смысле процедуры перенормировки см. [43, 45, 46].

вычета через асимптотические нормировочные постоянные:

$$\text{res} \langle l's' | S^{J_a}(q) | ls \rangle |_{q=i\kappa} = -i^{l'+l+1} \exp(i\pi\eta) C_{abc}(l's') C_{abc}(ls), \quad (120)$$

которое для одноканального бесспинового случая совпадает с известным результатом [36, 47].

Отметим, наконец, что формулы (104) — (106), связывающие спектроскопический фактор и приведенную парциальную ширину с ЯВК, очевидным образом модифицируются при учете кулона: ЯВК переходит в перенормированную ЯВК, а функцию $\kappa r h_l^{(1)}$ ($i\kappa r$) следует заменить на функцию $-i^{-l-\eta} W_{-\eta, l+\frac{1}{2}}(2\kappa r)$.

2. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЯВК

Периферийная модель. Периферийная модель (ПМ) для описания бинарных прямых ядерных реакций была предложена в работе [48] (см. также [49]). В основе модели лежит тот достаточно надежно установленный факт, что прямая реакция — преимущественно периферийный, «поверхностный» процесс, протекающий при больших относительных орбитальных моментах l и l' сталкивающихся и разлетающихся частиц. Главную роль в таком процессе играют дальнедействующие эффективные взаимодействия, генерируемые одной или небольшим числом ближайших к физической области особенностей амплитуды реакции по косинусу угла рассеяния $z = \cos \theta$ в Ц-системе. Эти особенности дают доминирующий вклад в периферийные парциальные амплитуды с $l \geq L$ и $l' \geq L'$, которые могут быть либо вычислены достаточно аккуратно, либо выражены в простой форме через известные факторы и небольшое число параметров, имеющих ясный физический смысл (например, через ЯВК в случае полюсного механизма; см. ниже). В отличие от этого, низшие парциальные амплитуды (малые l, l') определяются многими, как близкими, так и далекими, особенностями амплитуды по z и E (E — относительная кинетическая энергия сталкивающихся частиц), и аккуратное вычисление или простая параметризация их практически невозможны. Предполагается, однако, что их суммарный вклад в сечение при малых или больших углах θ (в зависимости от механизма реакции) мал из-за деструктивной интерференции, а также из-за относительного подавления их при большом числе открытых каналов реакций. (Это предположение подтверждается расчетами, проведенными в модели трех тел [50] и методом связанных каналов [51].) Поэтому при расчете дифференциального сечения в ПМ учитываются только периферийные парциальные амплитуды, а при вычислении последних ограничиваются вкладом одной или небольшого числа ближайших особенностей по z , отвечающих простейшим диаграммам Фейнмана.

В части, касающейся вычисления периферийных парциальных амплитуд, ПМ существенно опирается на теорему, гласящую, что асимптотическое поведение коэффициентов f_l в разложении аналитической функции $f(z)$ по полиномам Лежандра $P_l(z)$ при $l \rightarrow \infty$ полностью определяется положением и типом наиболее близкой к физической области $[-1, 1]$ особой точки функции $f(z)$ [5, 52]. В частности, если $f(z)$ — амплитуда диаграммы Фейнмана с n внутренними линиями и ν вершинами, то в окрестности собственной особой точки $z = z_0$ этой диаграммы [41, 53]

$$f(z) \approx C \times \begin{cases} (z_0 - z)^\gamma, & \gamma \neq 0, 1, 2, \dots; \\ -(z_0 - z)^\gamma \ln(z_0 - z), & \gamma = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (121)$$

где $\gamma = (3n - 4\nu + 3)/2$, и, согласно [52], при $l \rightarrow \infty$ вклад в f_l от этой особенности дается выражением

$$f_l \approx C (\pi/2)^{1/2} \varepsilon_\gamma (\text{sh } \beta_0)^{\gamma/2} l^{-(\gamma+3/2)} \exp[-\beta_0(l+1/2)],$$

$$\varepsilon_\gamma = \begin{cases} 1/\Gamma(-\gamma), & \gamma \neq 0, 1, 2, \dots; \\ (-1)^\gamma \gamma!, & \gamma = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (122)$$

где $z_0 = \text{ch } \beta_0$; $\beta_0 > 0$ (считаем, что $z_0 > 1$; если $z_0 < -1$, то $z_0 = -\text{ch } \beta_0$).

Отмеченная теорема не может, конечно, гарантировать, что асимптотический режим, наступающий в пределе очень больших l , сохранится вплоть до физически интересных «поверхностных» значений $l \gtrsim kR$, дающих главный вклад в сечение реакции. Конкретная ситуация зависит как от расположения особенностей, так и от их «мощностей». Если первое можно установить, исследуя особенности диаграмм Фейнмана [25—27, 54], то относительно второго априори мало что известно. Поэтому предположения ПМ поневоле являются гипотетическими и должны быть подвергнуты экспериментальной проверке. Такая проверка к настоящему времени осуществлена [17, 43, 49, 55—63] для прямых реакций передачи $B(a, b)A$, для которых ближайшей является полюсная особенность $z = z_p$ [см. (47)], отвечающая диаграмме на рис. 3. К таким реакциям относятся обычно реакции срыва (d, p), (t, d) и обратные, а также ряд других реакций передачи нуклона или кластера. Сравнение с опытом показало, что для хорошего количественного описания сечений реакций срыва при малых углах достаточно учесть вклад только от полюса $z = z_p$ и эффектов упругого перерассеяния частиц во входном и выходном каналах [60], а вкладом от других, более далеких особенностей по z , в частности от особенностей, возникающих вследствие зависимости при-

веденных ЯВФ [см. (54)] от переданного импульса, можно пренебречь [64].

Реакции «полюсного» типа особенно удобны для получения информации о ЯВК. В общем случае дифференциальные сечения таких реакций в ПМ имеют вид [17, 48, 65]:

$$\sigma(E, z) = \sum_{j_a j_A} \sum_{j_M} \left| \sum_{l_a l_A} G_{abc}(l_a j_a) G_{ABc}(l_A j_A) \times \right. \\ \left. \times W(l_a j_a l_A j_A; J_c J) T_{LL'}(l_a l_A J M; E, z) \right|^2, \quad (123)$$

где G_{abc} и G_{ABc} — ЯВК для вершин $a \rightarrow b + c$ и $B + c \rightarrow A$; $T_{LL'}$ — известная функция E и θ , зависящая от орбитальных моментов l_a и l_A в вершинах полюсной диаграммы на рис. 3, переданного в реакции углового момента J , его проекции M ($-J \leq M \leq J$) и параметров обрезания L и L' по орбитальным моментам l и l' входного и выходного каналов ($l \geq L, l' \geq L'$). При учете эффектов упругого перераспределения в дифракционном приближении [66] каждая полюсная парциальная амплитуда $M_{l'l'}(E)$, входящая в разложение $T_{LL'}$ по парциальным волнам, дополнительно умножается на фактор $\exp[i(\delta_l + \varphi_{l'})]$, где δ_l и $\varphi_{l'}$ — фазы упругого aB - и bA -рассеяния [60]. Суммирование по j_a, l_a и j_A, l_A в (123) распространяется на значения, ограниченные условиями типа (6). Структура формулы (123) упрощается в важных частных случаях. Так, если спин передаваемой частицы $J_c = 0$ или $1/2$, то каждому значению $j_a(j_A)$ соответствует только одно значение $l_a(l_A)$ и формула (123) принимает вид

$$\sigma(E, z) = \sum_{j_a j_A} |G_{abc}(l_a j_a) \cdot G_{ABc}(l_A j_A)|^2 \sigma_{LL'}(j_a j_A; E, z). \quad (124)$$

Если $l_a = 0$, то

$$\sigma(E, z) = |G_{abc}(0J_c)|^2 \sum_{l_A} \left(\sum_{j_A} |G_{ABc}(l_A j_A)|^2 \right) \sigma_{LL'}(l_A; E, z). \quad (125)$$

Итак, объединение в ПМ идеи о доминирующей роли ближайших особенностей по z [23, 24, 67] с идеей о периферийности прямых процессов в l -пространстве приводит к простой параметризации сечений реакций передачи нуклона или кластера в терминах ЯВК. Подгоняя вычисленные по формулам (123) — (125) сечения к экспериментальным в области малых [для реакций типа (d, p)] или больших (для обменного упругого рассеяния) углов, можно найти ЯВК. Таким методом в работах [56, 57] впервые были получены оценки ЯВК ${}^4\text{He} \rightarrow {}^3\text{He} + n, t \rightarrow d + n, {}^3\text{He} \rightarrow d + p$, согласующиеся с их современными оценками. Впоследствии в ПМ производились оценки ЯВК ${}^4\text{He} \rightarrow d + d$ [62], ${}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + d$ [68] и др., а также многочисленные оценки ЯВК для виртуального или

реального (из резонансного состояния) испускания нуклона сложным ядром [17, 43, 55, 57—60].

Дисперсионный K -матричный подход. Идея о важной роли ближайших особенностей по z при описании прямых реакций используется и в дисперсионном K -матричном подходе (ДКП) [69—71], где она скомбинирована с принципом унитарности S -матрицы. В ДКП применяется формализм K -матрицы реакции, связанной с S - и T -матрицами соотношениями

$$S = (1 - iK/2)(1 + iK/2)^{-1}; \quad T = K(1 + iK/2)^{-1}, \quad (126)$$

причем $S = 1 - iT$, т. е. $T = (2\pi)^4 \mathcal{M}$, где \mathcal{M} — матрица определена в (3). В ДКП матричные элементы K -матрицы $K_{fi}(E, z)$ считаются аналитическими функциями z и предполагается, что основной вклад в них вносят ближайшие особенности по z . Матричные элементы $K_{fi}(E, z)$ имеют в z -плоскости только те особенности $T_{fi}(E, z)$, которые являются собственными особенностями неприводимых диаграмм Фейнмана для процесса $i \rightarrow f$ [70, 71]. Под неприводимыми (приводимыми) понимаются диаграммы, которые нельзя (можно) представить в виде двух или более соединенных внутренними линиями блоков, таких, что каждый блок описывает разрешенный при данной энергии физический процесс. Отсюда следует, что если $T_{fi}(E, z)$ имеет полюс в точке $z = z_p$, то и $K_{fi}(E, z)$ имеет полюс по z в той же точке и с тем же вычетом. Аналогично если $T_{fi}(E, z)$ имеет в z -плоскости аномальную логарифмическую особенность, то и $K_{fi}(E, z)$ имеет эту особенность, причем скачки T_{fi} и K_{fi} на соответствующих разрезах совпадают.

В соответствии с этим при описании прямых реакций в ДКП в качестве $K_{fi}(E, z)$ берется сумма простейших диаграмм Фейнмана — полюсных, треугольных и т. п. При этом в T -матрице учитывается бесконечная цепочка, состоящая из этих диаграмм, соединенных линиями, отвечающими частицам на массовой поверхности. Основным достоинством ДКП является то, что при любой приближенной, но эрмитовой K -матрице S -матрица остается унитарной.

ДКП применяли в ряде работ для анализа экспериментальных данных по дифференциальным сечениям процессов упругого рассеяния, в которых существенную роль при больших углах рассеяния θ играют полюсные механизмы обмена нуклоном или кластером, отвечающие диаграмме на рис. 2. Анализ таких процессов позволяет найти соответствующие ЯВК.

В работах [69, 70] в ДКП анализировалось упругое $N\alpha$ -рассеяние на большие углы при энергиях ниже порога развала α -частицы. Используя в качестве K -матрицы амплитуду полюсной диаграммы, отвечающей обмену тритоном или ${}^3\text{He}$ (для pa - и pa -рассеяния соответственно), авторам удалось хорошо описать изме-

ренное сечение в задней полусфере и найти ЯВК $\alpha \rightarrow t + p$ и $\alpha \rightarrow {}^3\text{He} + n$. При этом, однако, s -фазу рассеяния, для которой наиболее существен вклад от более далеких особенностей, пришлось считать подгоночным параметром. В этой работе было также выяснено, что учет вклада двукратного обмена тритоном или ${}^3\text{He}$ в K -матрицу практически не меняет результаты. Однако включение в K -матрицу треугольной диаграммы, описывающей рассеяние налетающего нуклона на одном из нуклонов α -частицы, позволило хорошо описать эксперимент во всей области углов рассеяния.

В работе [72] ДКП применяли для анализа упругого αt -рассеяния при $E_\alpha = 8,25 \text{ Мэв}$. Как и в работах [69, 70], s -фаза подгонялась. Помимо чисто полюсного приближения для K -матрицы (обмен протоном) учитывали (путем решения соответствующего интегрального уравнения) вклад в K -матрицу от многократного обмена протоном, который оказался существенным, заметно улучшив согласие теории с опытом. Отметим, что в работе [72] знак полюсного вклада в K -матрицу надо изменить. Это не сказывается на значении ЯВК $G_{\alpha t p}^2 = 10,0 \text{ ферми}$ для вершины $\alpha \rightarrow t + p$, извлеченном в чисто полюсном приближении для K -матрицы, но значение $G_{\alpha t p}^2$, полученное из расчетов с интегральным уравнением, меняется с 12,2 на 7,1 ферми.

Наконец, в работе [73] в ДКП в полюсном приближении (обмен дейтоном) анализировалось упругое $\alpha - {}^6\text{Li}$ -рассеяние на большие углы при $E_\alpha = 3,0 \text{ Мэв}$ и оценивалась ЯВК ${}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + d$.

Проведенные в ДКП расчеты показали, что при параметризации K -матрицы в терминах ближайших особенностей по z удастся описать дифференциальные сечения упругого рассеяния в более широком интервале углов, чем при аналогичной параметризации T -матрицы и использовании чисто периферийного приближения — ПМ. Это объясняется тем, что унитаризация вкладов от ближайших особенностей в ДКП позволяет аппроксимировать парциальные амплитуды рассеяния в большем интервале значений l , продвинутом к меньшим l . Выяснилось, однако, что учет только ближайшей обменной полюсной особенности или даже совокупности особенностей, отвечающих бесконечному ряду K -матричных лестничных диаграмм [72], не обеспечивает еще хорошего описания самых низких парциальных амплитуд — в рассмотренных случаях s -фаз рассеяния. По сравнению с ПМ результаты расчетов по ДКП более чувствительны к значениям ЯВК, так как последние входят в унитаризованные парциальные амплитуды T -матрицы нелинейным образом. Вместе с тем в рассмотренных пока немногочисленных примерах значения ЯВК, полученные из анализа сечения рассеяния в области обменного пика ($\theta \sim 180^\circ$) в рамках ПМ и ДКП при учете одних и тех же особенностей по z , оказались близкими.

До сих пор ДКП применялся для оценки ЯВК из данных по упругому рассеянию в тех случаях, когда все неупругие каналы были закрыты или почти закрыты. По мере открытия неупругих каналов анализ, естественно, усложняется из-за быстрого увеличения числа матричных элементов K -матрицы, которые необходимо параметризовать в терминах ближайших особенностей в z -плоскости. Это накладывает известные ограничения на область практического применения ДКП для анализа экспериментальных данных, по крайней мере на современном этапе развития дисперсионной теории прямых реакций.

Метод искаженных волн. Борновское приближение с искаженными волнами или, короче, метод искаженных волн (МИВ) — наиболее широко применяемый метод анализа данных по прямым реакциям передачи нуклона или кластера (см., например, [39]) в рамках традиционного формализма волновых функций и потенциалов межчастичных взаимодействий. В принципе, МИВ пригоден для получения информации о ЯВК, однако применяемая обычно параметризация амплитуды реакции в этом методе неудобна для этих целей.

В качестве примера рассмотрим классическую реакцию дейтонного срыва $B(d, p)A$ при энергии выше кулоновского барьера (см. рис. 3). В этом случае дифференциальное сечение в МИВ представляется в форме [39]:

$$\sigma(E, z) = S_{ABn}(lj) \sigma^{\text{МИВ}}(E, z), \quad (127)$$

где $S_{ABn}(lj)$ — спектроскопический фактор для отделения нейтрона, определенный формулами (100) и (101), а $\sigma^{\text{МИВ}}$ — так называемое приведенное, или одночастичное, сечение (для простоты считаем, что l и j принимают по одному значению). При вычислении $\sigma^{\text{МИВ}}$ входящую в соответствующую амплитуду реакции $\mathcal{M}^{\text{МИВ}}$, нормированную на единицу радиальную часть интеграла перекрытия $R_{ABn}(lj; r)$ [см. (103)], обычно аппроксимируют одночастичной волновой функцией $\psi_{lj}(r)$, рассчитанной для потенциала Вудса — Саксона с фиксированными геометрическими параметрами радиуса (r_0) и диффузности (a) и глубиной, подгоняемой по экспериментальной энергии отделения нейтрона*, так что

$$\psi_{lj}(r) \approx -i^l b_{lj} \chi_{lj}^{(1)}(ikr), \quad r > R, \quad (128)$$

где R порядка радиуса ядра. Спектроскопический фактор $S_{ABn}(lj)$ оценивают из отношения $\sigma(E, z)$ к $\sigma^{\text{МИВ}}(E, z)$ в области главного максимума углового распределения при малых углах.

В работах [60, 74] было обращено внимание на то, что описанный метод параметризации и расчета сечения реакции передачи

* В зарубежной литературе эту процедуру называют «well-depth»-процедурой.

нуклона в отдельных терминах $S_{ABn}(lj)$ и $\psi_{lj}(r)$ неадекватен физической картине протекания поверхностной реакции. Во-первых, входящие в $\sigma^{\text{МИБ}}$ низкие парциальные амплитуды реакции ($l < kR$) нельзя аккуратно вычислить по МИБ, ибо для этого надо явно учесть связи между разными каналами реакций [51]. Во-вторых, в поверхностной реакции в области главного максимума углового распределения наиболее существенный вклад дают периферийные парциальные амплитуды ($l \gtrsim kR$), при вычислении которых можно использовать аппроксимацию (128), так что абсолютная величина этих амплитуд определяется произведением $S_{ABn}^{1/2}(lj) b_{lj}$. В-третьих, величины b_{lj} крайне чувствительны к значениям геометрических параметров r_0 и a (см., например, [75]), для выбора которых априори нет единого обоснованного рецепта. Так, из микроскопических расчетов интегралов перекрытия [76] следует, что геометрические параметры эквивалентного вудс-саксоновского потенциала, для которого функция $\psi_{lj}(r)$ наилучшим образом аппроксимирует микроскопически рассчитанную функцию $R_{ABn}(lj; r)$, сильно зависят от состояния и существенно отличаются от используемых обычно «стандартных» значений $r_0 \approx 1,25$ ферми, $a \approx 0,6$ ферми. Это и неудивительно, так как эквивалентный одночастичный потенциал должен учитывать не только влияние среднего поля, но и эффекты остаточных взаимодействий между нуклонами в ядре. По указанным причинам извлекаемые в рамках МИБ эмпирические значения $S_{ABn}(lj)$ практически оказываются модельно-зависимыми величинами. Они сильно зависят как от значений геометрических параметров, используемых в well-depth-процедуре, так и от значений параметров оптических потенциалов, если в сечение $\sigma^{\text{МИБ}}$ большой вклад вносит область внутри ядра ($l < kR$). Если последнее не имеет места, например если вклад области внутри ядра подавляется вследствие естественного затухания искаженных волн и осциллирующей подынтегральной функции (для достаточно тяжелых ядер) либо введением обрезания радиальных интегралов на нижнем пределе (как это часто делают в случае легких ядер, чтобы добиться согласия вычисленных угловых распределений с измеренными), то абсолютная величина сечения фактически определяется не $S_{ABn}(lj)$, а произведением $S_{ABn}(lj) \cdot b_{lj}^2$. Именно это произведение можно оценить на основе экспериментальных данных практически модельно-независимым образом. Но, согласно формулам (128), (95), (98), (100), (101) и (103), указанное произведение непосредственно связано с ЯВК для вершины $A \rightarrow B + n$:

$$|G_{ABn}(lj)|^2 = \pi (\hbar/\mu_{Bn}c)^2 S_{ABn}(lj) b_{lj}^2. \quad (129)$$

Поэтому при соответствующей модификации МИБ, а именно при отбрасывании неверно вычисляемых низких парциальных амплитуд, его можно применять для оценки ЯВК. В работах [60, 74]

на примере реакции (d, p) при $E_d = 12$ Мэв на ядрах 1р-оболочки (от ${}^6\text{Li}$ до ${}^{14}\text{N}$) продемонстрировано, что ЯВК для отделения нейтрона от конечного ядра, полученные по ПМ и модифицированному МИВ с обрезанием радиальных интегралов при $R = 4$ ферми (такое обрезание вводилось в оригинальной работе [77], в которой измерялись сечения указанных реакций и производился их анализ по МИВ), а также методом вычитания сингулярности (см. следующий пункт), хорошо согласуются друг с другом (см. разд. 3).

Сказанное выше относится не только к реакции (d, p) при энергии выше кулоновского барьера, но и к реакциям (d, p) , (t, d) и аналогичным при энергиях ниже кулоновского барьера, а также к реакциям передачи нуклона, вызванным тяжелыми ионами при любых энергиях. Во всех этих реакциях из-за сильного кулоновского отталкивания либо из-за комбинированного действия кулоновского отталкивания и сильного поглощения (для тяжелых ионов) процесс передачи протекает на больших расстояниях. Поэтому из анализа данных по МИВ можно извлечь величину Sb^2 или произведение двух таких величин $(Sb^2)_1(Sb^2)_2$ в случае реакции между сложными ядрами. Это обстоятельство, а также тот факт, что комбинация Sb^2 слабо зависит от модельных параметров, были подмечены в ряде работ [78—82]. Однако ни в одной из них не было дано ясной физической интерпретации величины Sb^2 как ЯВК. Более того, утверждалось даже [80], что величина Sb^2 не несет новой физической информации и введение ее — просто попытка найти менее модельно-зависимую величину, чем S .

Методы продолжения в полюс и вычитания сингулярности. Идеино метод продолжения в полюс (МП) и метод вычитания сингулярности (МВС) восходят к работе Чью [83], в которой впервые было указано на возможность определения пион-нуклонной константы связи путем экстраполяции дифференциального сечения нуклон-нуклонного рассеяния в обменный пионный полюс в z -плоскости. Практически эта возможность была реализована в работах [84] и др. Впоследствии в ряде работ [85, 86] были разработаны более эффективные математические методы полиномиальной экстраполяции сечения в нефизическую область, основанные на технике оптимальных конформных отображений. Обзор этих методов и подробная библиография содержатся в работах [87, 88].

К задаче определения ЯВК из данных по дифференциальным сечениям упругого ядерного рассеяния МП в обменный полюс в z -плоскости впервые был применен в работе [13] (см. также [89]), а затем использовался для этой цели в работах [14, 20, 21, 90]. Метод вычитания сингулярности для определения ЯВК из данных по дифференциальным сечениям упругого рассеяния и реакций передачи нуклона или кластера был предложен в работе [15] и применен затем в работах [63, 91, 92]. МВС в работе [15] сходен с методом, использованным в работах [85], но в отличие от послед-

него в нем явно не используются модельные соображения при определении мощности вычитаемой сингулярности, а применяется другой технический прием. Мы поясним идейную основу МП и МВС, не вдаваясь в технические детали, связанные с проблемами оптимальной полиномиальной аппроксимации, оценки ошибок и т. п., которые достаточно подробно обсуждены в цитированных обзорах и оригинальных статьях.

Начнем с МВС. В этом методе, как и в МП, предполагается, что дифференциальное сечение $\sigma(E, z)$ реакции $B(a, b)A$ в Ц-системе является аналитической функцией $z = \cos \theta$. Пусть полюс $z = z_p$, отвечающий диаграмме на рис. 3, является ближайшей к физической области $[-1, 1]$ особенностью амплитуды реакции. Тогда в согласии со сказанным в разд. 1 $\sigma(E, z)$ можно записать в виде

$$\sigma(E, z) = R^{\text{exch}}/(z_p - z)^2 + P/(z_p - z) + \sigma_0(E, z). \quad (130)$$

Здесь z_p дается (47); $R^{\text{exch}} \equiv R_{\text{abc, ABe}}^{\text{exch}}$ определено формулами (58), (59) в общем случае и формулами (61), (62) — в частных случаях; P — некоторая константа; функция $\sigma_0(E, z)$ регулярна при $z = z_p$, и, по предположению, ее ближайшая особенность $z = z_0$ расположена дальше от физической области, чем полюс $z = z_p$ (точнее говоря, точка $z = z_0$ лежит вне эллипса $\mathcal{E}(z_p)$, проходящего через точку $z = z_p$, с фокусами в точках $z = \pm 1$ и большой полуосью, равной $(|z_p + 1| + |z_p - 1|)/2$). Разложим функции $(z_p - z)\sigma(E, z)$ и $(z_p - z)^2\sigma(E, z)$ в ряды по полиномам Лежандра $P_l(z)$, сходящиеся внутри эллипсов $\mathcal{E}(z_p)$ и $\mathcal{E}(z_0)$ соответственно:

$$(z_p - z)\sigma(E, z) = \frac{R^{\text{exch}}}{(z_p - z)} + [P + (z_p - z)\sigma_0(E, z)] = \quad (131)$$

$$= R^{\text{exch}} \sum_{l=0}^{\infty} \hat{l} Q_l(z_p) P_l(z) + \sum_{l=0}^{\infty} \hat{l} a_l P_l(z) = \quad (132)$$

$$= \sum_{l=0}^{\infty} \hat{l} A_l P_l(z), \quad (133)$$

$$(z_p - z)^2\sigma(E, z) = R^{\text{exch}} + [(z_p - z)P + (z_p - z)^2\sigma_0(E, z)] = \quad (134)$$

$$= \sum_{l=0}^{\infty} \hat{l} B_l P_l(z), \quad (135)$$

где $Q_l(z_p)$ — функция Лежандра второго рода [44]; a_l — коэффициент в разложении «фонового» члена в квадратных скобках в (131). Согласно (132), (133), A_l можно представить в виде суммы вкладов от полюсного члена A_l^p и фонового члена a_l :

$$A_l = A_l^p + a_l, \quad A_l^p = R^{\text{exch}} Q_l^s(z_p), \quad (136)$$

причем A_l^p удовлетворяют известному рекуррентному соотношению [44]:

$$z_p A_l^p - (2l+1)^{-1} [l A_{l-1}^p + (l+1) A_{l+1}^p] = 0. \quad (137)$$

Используя рекуррентное соотношение для $P_l(z)$, из (133), (135) — (137) находим связь B_l с фоновыми коэффициентами a_l :

$$B_l = z_p a_l - (2l+1)^{-1} [l a_{l-1} + (l+1) a_{l+1}]. \quad (138)$$

Согласно (122), при $l \rightarrow \infty$

$$A_l^p \sim \exp(-\beta_p l), \quad a_l \sim \exp(-\beta_0 l), \quad (139)$$

где $\beta_0 > \beta_p > 0$. Поэтому при достаточно больших $l \geq l_0$ в (136) можно пренебречь a_l по сравнению с A_l^p и определить R^{exch} из соотношений

$$R^{\text{exch}} \approx A_l / Q_l(z_p), \quad l \geq l_0. \quad (140)$$

Основной вопрос состоит в оценке значения l_0 . Для этого можно воспользоваться коэффициентами B_l в разложении (135). Действительно, из упомянутой в первом пункте этого раздела асимптотической теоремы, а также непосредственно из (138), (139) вытекает

$$B_l = (z_p - z_0) a_l [1 + O(1/|z_p - z_0|l)], \quad l \rightarrow \infty. \quad (141)$$

Поэтому соотношение (140) заведомо справедливо при таких $l \geq l_0 \gg 1$, для которых

$$|B_l/(z_p - z_0)| \ll A_l. \quad (142)$$

До сих пор считалось, что сечение $\sigma(E, z)$ задано во всем интервале $[-1, 1]$. Однако из опыта $\sigma(E, z)$ известно лишь в отдельных точках этого интервала и с погрешностями. Поэтому для функций (131) и (134) можно найти лишь полиномиальные аппроксимации в виде конечных сумм по $P_l(z)$. Иными словами, известны лишь конечные числа N_A и N_B статистически-значимых коэффициентов A_l и B_l . Предположим, что фоновые коэффициенты a_l не удовлетворяют рекуррентному соотношению (137). Тогда, согласно (138), из незначимости B_l при $l \geq N_B$ следует незначимость a_l при $l \geq N_B - 1$. Если $N_A \geq N_B$, то из $N = N_A - N_B + 1$ коэффициентов A_l с $l = N_B - 1, N_B, \dots, N_A - 1$ можно найти R^{exch} с помощью (140). Наиболее надежный результат получаем при $N \geq 3$, так как тогда можно проверить выполнение рекуррентного соотношения (137). При $N = 2$ контроль состоит в согласованности двух значений R^{exch} , найденных из A_l с $l = N_B - 1, N_B$.

Практически для оценки R^{exch} в МВС применяется следующая процедура, которой метод обязан своим названием. Вводится

в рассмотрении функции

$$(z_p - z) \sigma(E, z) - \frac{R}{(z_p - z)} = \sum_{l=0}^{\infty} \hat{b}_l(R) P_l(z), \quad (143)$$

где R — варьируемый параметр (искомая мощность полюса в сечении), а коэффициенты $b_l(R)$ линейно зависят от R :

$$b_l(R) = (R^{\text{exch}} - R) Q_l(z_p) + a_l. \quad (144)$$

При каких-либо двух значениях R , например при $R = 0$ и $R \neq 0$, находят все значимые коэффициенты $b_l(R)$. Если $R \neq R^{\text{exch}}$, то число таких значимых коэффициентов равно N_A . Затем определяют число N_B значимых коэффициентов B_l . При $N_A \geq N_B$ из $N = N_A - N_B + 1$ коэффициентов $b_l(0)$ и $b_l(R)$ с $l \geq N_B - 1$ находят R^{exch} по формуле

$$R^{\text{exch}} = R b_l(0) / [b_l(0) - b_l(R)]. \quad (145)$$

В МП величина R^{exch} оценивается путем продолжения в точку $z = z_p$ полиномиальной аппроксимации экспериментальных значений функции (134), т. е. для оценки используется формула

$$R^{\text{exch}} = \lim_{z \rightarrow z_p} (z_p - z)^2 \sigma(E, z) \approx \sum_{l=0}^{N_B-1} \hat{b}_l P_l(z_p). \quad (146)$$

Математически МВС и МП эквивалентны, т. е. должны давать согласующиеся значения R^{exch} , но контроль истинности получаемых значений R^{exch} нагляднее и легче осуществляется в МВС.

По сравнению с изложенным выше в реальных расчетах по МП и МВС вводятся два важных усовершенствования. Во-первых, производится конформное отображение (КО) $w = w(z)$ исходной z -плоскости. Обычно используют КО на внутренность эллипса с фокусами в точках $w = \pm 1$ [85, 88]. При этом отрезок $-1 \leq z \leq 1$ переходит в отрезок $-1 \leq w \leq 1$, полюс $w_p = w(z_p)$ остается внутри эллипса, а все остальные особенности, включая идущие от точек ветвления разрезы, переходят на эллипс. Это асимптотически ускоряет сходимость полиномиальных приближений для функции (134), точнее — для функции $(w_p - w)^2 \sigma(E, z(w))$ [87, 88], так как теперь область голоморфности и область сходимости полиномиальных рядов совпадают. Поэтому удается обеспечить лучшую полиномиальную аппроксимацию указанной функции в физической области при меньшем числе подгоняемых параметров (коэффициентов разложения типа B_l), что важно ввиду ограниченной точности эксперимента. Из соотношений типа (138) или (141) ясно, что одновременно обеспечивается более быстрое «вымирание» фоновых эффектов в коэффициентах разложения функции

$(w_p - w) \sigma(E, z(w))$, что приводит к более аккуратному определению R^{exch} из соотношений типа (140) или (145).

Во-вторых, в ряде работ [15, 90] используются полиномы, ортонормированные на совокупности экспериментальных точек с весом процедуры метода наименьших квадратов [93]. Коэффициенты разложений по таким полиномам являются некоррелированными, а их стандартные отклонения равны 1. Это упрощает вычисление погрешностей и делает статистически-независимыми оценки R^{exch} , полученные в МВС из разных коэффициентов (если, конечно, экспериментальные ошибки — чисто статистические). Все изложенные выше соображения сохраняют силу, лишь рекуррентные соотношения для полиномов Лежандра заменяются на известные рекуррентные соотношения Форсайта [93] и соответственно изменяются формулы (137), (138) и др.

В связи с применением оптимальных КО заметим, что строгие теоремы относительно ускорения сходимости относятся к асимптотической области, т. е. справедливы для полиномиальных приближений степени $n \rightarrow \infty$ [87]. На практике из-за ограниченной экспериментальной точности приходится иметь дело с конечными n , например с $n = 3, 4$. Накопленный в физике частиц опыт показывает, однако, что даже при небольших n разложения в w -плоскости сходятся быстрее и менее чувствительны к влиянию «фоновых» особенностей, перемещенных на границу эллипса сходимости. Тем не менее трудно согласиться с высказываемым иногда мнением [14, 88] о полной модельной независимости результатов вычислений, основанных на технике КО. Модельность таких вычислений кроется, во-первых, в том, что разные КО с разной степенью полноты учитывают аналитическую структуру амплитуды, и, во-вторых, в том, что утверждения асимптотических теорем переносятся на полиномиальные приближения конечного порядка. Сказанное подтверждают, например, результаты работы [94], в которой из данных по упругому np -рассеянию извлекалась пион-нуклонная константа связи f^2 . Применялись три разных КО, которые позволяли одинаково хорошо аппроксимировать функцию $(w_p - w)^2 \sigma(E, z(w))$ в физической области при одинаковой степени $n = 4$ аппроксимирующих полиномов. Несмотря на это, оценки f^2 , полученные продолжением разных аппроксимаций в обменный пионный полюс, существенно (до 15%) различаются, ибо использованные КО по-разному отражают аналитику амплитуды np -рассеяния.

При применении как МП, так и МВС определенно можно рассчитывать на успех лишь в том случае, если в экспериментальном углевом распределении достаточно четко проявляется обменный пик, отвечающий полюсному механизму, изображенному на рис. 3. В этом смысле физическое условие применимости таких методов анализа экспериментальных данных, как ПМ, МИВ, МП

и МВС, по существу одинаково. Это продемонстрировано в работах [60, 63, 74], где показано, что ПМ, МИВ и МВС дают близкие оценки ЯВК в тех случаях, когда первые два подхода хорошо описывают угловые распределения. Попытки применить МП для анализа данных по упругому рассеянию, для которых указанное условие не соблюдается, оказываются малоуспешными и приводят к нестабильным значениям ЯВК, очень сильно меняющимся с изменением энергии [20, 21]. В этой связи упомянем работу [95], в которой обращено внимание на неприменимость МП для анализа данных по реакциям, в которых проявляются резонансы по энергии E , и с этих позиций подвергаются сомнению оценки ЯВК, полученные в работах [20, 21].

В заключение отметим работу [96], в которой было предложено использовать приближения в виде дробно-рациональных функций вместо полиномиальных приближений в МП, и работу [97], в которой сделана попытка приближенно учесть в рамках МП эффекты кулоновских искажений во входном и выходном каналах, приводящие к модификации полюсной особенности $z = z_p$ (полюс превращается в точку ветвления) *.

Дисперсионное соотношение для амплитуды рассеяния вперед. Дисперсионное соотношение для амплитуды упругого рассеяния вперед (ДСВ) впервые применялось к рассеянию нуклона на дейтоне в работе [98]. Но лишь после работ [6, 99] ДСВ стали активно использоваться для определения ЯВК. Мы изложим кратко этот метод анализа экспериментальных данных, отсылая читателя за теоретическими и практическими деталями к обзору [6] и цитируемым ниже оригинальным статьям.

Рассмотрим упругое рассеяние $1 + 2 \rightarrow 1 + 2$. Пусть $f(E_1)$ — усредненная по проекциям спинов частиц релятивистская амплитуда рассеяния вперед в \mathbb{L}_2 -системе, зависящая от релятивистской кинетической энергии

$$E_1 = (m_1^2 + p_1^2)^{1/2} - m_1 \tag{147}$$

бомбардирующей частицы 1 в \mathbb{L}_2 -системе. В нерелятивистском пределе амплитуда $f(E_1)$ совпадает с амплитудой $f_{12}^L(E_1)$, определенной формулами (25б), (27), (28). В релятивистском случае формула (28), задающая нормировку и фазу $f(E_1)$, сохраняется, но связь E_1 и импульса p_1 определяется формулой (147), а не (26). Согласно [6], ДСВ для амплитуды $f(E_1)$ с одним вычитанием при

* Пользуясь случаем, укажем, что предложенный в работе [91] способ учета кулоновских эффектов в вершинах полюсной диаграммы на рис. 3 некорректен, так как в этом способе кулоновские эффекты, исключаемые из полюсного члена, возникают в фоновых членах. Кроме того, в формуле (4) этой работы показатели степеней η_x и η_B надо изменить на $2\eta_x$ и $2\eta_B$.

$E_1 = 0$ можно записать в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} f(E_1) = f(0) + \frac{p_1^2}{2\pi^2} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\sigma_t(E'_1) dp'_1}{(p_1'^2 - p_1^2)} + \\ + \sum_\alpha \frac{r_\alpha E_1}{(E_1 - E_1^\alpha) E_1^\alpha} + \frac{E_1}{\pi} \int_{-2m_1}^{E_1^{\text{cut}}} \frac{\operatorname{Im} f(E'_1) dE'_1}{(E'_1 - E_1) E'_1} - \\ - \frac{E_1}{4\pi^2} \int_0^\infty \frac{[\bar{\sigma}_t(E'_1) - \sigma_t(E'_1)]}{(E'_1 + 2m_1)(E'_1 + E_1 + 2m_1)} p'_1 dE'_1. \end{aligned} \quad (148)$$

Здесь $\sigma_t(E_1)$ и $\bar{\sigma}_t(E_1)$ — полные сечения взаимодействия частицы 1 и ее античастицы $\bar{1}$ с частицей-мишенью 2 при энергии E_1 . Символ \mathcal{P} означает интеграл в смысле главного значения. Сумма по α включает вклады от прямых и обменных полюсов амплитуды $f(E_1)$, причем вычеты r_α в этих полюсах в нерелятивистском пределе выражаются через ЯВК с помощью формул типа (32), (33), (38), (39). (Заметим, что величины r_α в (148) противоположных по знаку соответствующим величинам r_β в формуле (59) работы [6], в которой вычет амплитуды $f(E_1)$ в полюсе $E_1 = E_1^\beta$ определен как $-r_\beta$.)

Задача определения ЯВК в методе ДСВ сводится к определению вычетов r_α . Так как положения полюсов E_1^α известны (они задаются массами частиц), то r_α можно найти, если вычислить все остальные члены в формуле (148). $\operatorname{Re} f(E_1)$ и $f(0)$ и интеграл по физической области [2-й член в правой части (148)] выражаются через измеряемые величины — фазы рассеяния и полное сечение σ_t^* . Однако прямое вычисление 4-го и 5-го членов в правой части (148), включающих вклад от «нефизического» разреза $-\infty \leq E_1 \leq E_1^{\text{cut}}$ ($E_1^{\text{cut}} < 0$), сопряжено с трудностями, вызванными отсутствием надежной информации об $\operatorname{Im} f(E_1)$ на участке нефизического разреза $(-2m_1, E_1^{\text{cut}})$ и отсутствием или неполнотой экспериментальных данных по сечению σ_t . Согласно оценкам [6], вклад 5-го члена при не очень больших E_1 мал. Так, для рассеяния нуклона на ядре ${}^4\text{He}$ при $E_1 \sim 100 \text{ Мэв}$ абсолютная величина 5-го члена составляет менее 2% от абсолютной величины амплитуды $f(E_1)$. Поэтому в практических расчетах 5-й член обычно не учитывается. Вкладом 4-го члена либо пренебрегают, если начало разреза $E_1 = E_1^{\text{cut}}$ расположено далеко от низкоэнергетической части физической области по сравнению с положениями

* $\operatorname{Re} f(E_1)$ можно найти также из анализа кулоновско-ядерной интерференции при малых углах (для рассеяния заряженных частиц) или из дифференциального сечения рассеяния вперед, используя значения $\operatorname{Im} f(E_1)$, даваемые оптической теоремой (для нейтральных частиц) [6, 18]. †

полюсов E_1^α [19], либо этот вклад так или иначе параметризуется, например, в форме небольшого числа эффективных полюсов (с каждым таким полюсом связаны два параметра — положение полюса и вычет в нем) [6, 100].

В практических расчетах вводят обычно функцию расхождения

$$\Delta(E_1) \equiv \operatorname{Re} f(E_1) - f(0) - \frac{p_1^2}{2\pi^2} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{\sigma_t(E_1') dp_1'}{p_1'^2 - p_1^2}, \quad (149)$$

которую вычисляют на основе экспериментальных данных в некотором интервале физических значений E_1 . В наиболее благоприятной ситуации, когда вклады 4-го и 5-го членов в правой части (148) в этом интервале несущественны:

$$\Delta(E_1) \approx \sum_\alpha \frac{r_\alpha E_1}{(E_1 - E_1^\alpha) E_1^\alpha} \quad (150)$$

и вычеты r_α можно найти из подгонки (150) к вычисленным значениям $\Delta(E_1)$. Такой метод применялся, например, при анализе данных по nd -рассеянию в работе [19], где были найдены ЯВК [точнее, их комбинации, см. (33) и (39)] для вершин $t \rightarrow d + n$ и $d \rightarrow p + n$. Аналогичный метод, но с введением эффективных полюсов для аппроксимации вклада нефизических разрезов использован при анализе $n\alpha$ -рассеяния в работах [6, 100], где оценивалась ЯВК $\alpha \rightarrow {}^3\text{He} + n$. Оказалось, что эмпирические значения этой ЯВК существенно зависят от числа вводимых эффективных полюсов (1 или 2 полюса). Процедура аппроксимации нефизических разрезов набором эффективных полюсов критиковалась за ее неоднозначность в работе [101], где был предложен иной способ нахождения величин r_α , основанный на разложении функции вычета

$$R(E_1) = \frac{\Delta(E_1)}{E_1} \prod_\alpha (E_1 - E_1^\alpha) E_1^\alpha \quad (151)$$

в ряд по степеням E_1 и экстраполяция обрезанного степенного ряда в полюс $E_1 = E_1^\alpha$. Этот метод был существенно усовершенствован в работе [102], в которой для ослабления влияния близлежащих нефизических разрезов и уменьшения числа подгоночных параметров в полиномиальной аппроксимации функции вычета $R(E_1)$ производилось конформное отображение исходной E_1 -плоскости.

В заключение отметим важные работы [103—106], в которых ДСВ были распространены на случай рассеяния заряженных частиц. В этом случае возникает ряд специфических проблем, связанных с бесконечным радиусом действия кулоновских сил. Учет кулоновского взаимодействия приводит к модификации

как самих ДСВ [104], так и методов нахождения вычетов, в частности вычетов в обменных полюсах [105] (строго говоря, обменные полюса становятся точками ветвления).

Другие методы. Отметим некоторые другие методы, которые использовались для оценки ЯВК.

В расчеты парциальных амплитуд рассеяния дисперсионным N/D -методом ЯВК входят как параметры и могут быть определены из сравнения с опытом. Таким способом определялись ЯВК $t \rightarrow d + n$ [107, 108] и ${}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + d$ [109] (значение последней ЯВК см. в [110]).

В работе [110] указано на возможность извлечения значений ЯВК из данных по зарядовым форм-факторам ядер. В этом подходе предполагается, что в быстро меняющуюся при малых переданных импульсах q часть структурного форм-фактора («body form factor» в зарубежной литературе) основной вклад вносят амплитуды простейших диаграмм Фейнмана, имеющих близкие к точке $q = 0$ особенности по q . В итоге ЯВК удается выразить через среднеквадратичные зарядовые радиусы ядер и известные величины (энергии связи, массы). Этим способом в работах [110, 111] были найдены ЯВК $d \rightarrow p + n$ и ${}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + d$. В работе [112] для оценки ЯВК G_{abp} , характеризующей виртуальное испускание протона ядром a ($a \rightarrow b + p$), использовался тот факт, что абсолютная нормировка «хвоста» плотности зарядового распределения $\rho(r)$ (точнее, той ее части, которая соответствует структурному форм-фактору) пропорциональна $|G_{abp}|^2$ [110]. Плотность $\rho(r)$ конструировалась на основе данных по зарядовому форм-фактору, полученных из упругого рассеяния электронов на ядре. Таким методом были определены величины $|G_{abp}|^2$ для ряда ядер от ${}^4\text{He}$ до ${}^{40}\text{Ca}$, а также ЯВК ${}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + d$. Данные по зарядовым форм-факторам использовались для оценки ЯВК также в работе [113].

ЯВК можно определять из реакций квазиупругого выбивания нуклонов или кластеров из ядер $(p, 2p)$, (p, pd) , $(\alpha, 2\alpha)$ и др. Для анализа таких реакций в области пика квазиупругого рассеяния обычно используют импульсное приближение с плоскими или искаженными волнами, а в последнее время и периферийную модель (ссылки на соответствующие теоретические статьи см. в [114—116]). Оценки ЯВК из реакций выбивания по точности пока уступают оценкам ЯВК из бинарных реакций. Причины этого кроются как в несовершенстве теории трехчастичных реакций, так и в недостаточной, как правило, точности экспериментальных данных (особенно при высоких энергиях, где можно надеяться на лучшие условия применимости импульсного приближения или периферийной модели).

Теоретические расчеты ЯВК. ЯВК можно найти, если известны волновые функции ядер, участвующих в виртуальном распаде,

используя формулу (98), связывающую ЯВК с коэффициентом в асимптотике радиальной части интеграла перекрытия.

Для простейшего случая виртуального распада $d \rightarrow p + n$ асимптотические коэффициенты S - и D -состояний дейтона и соответствующие им ЯВК рассчитывались с различными нуклон-нуклонными потенциалами (разд. 3).

Для ядра ${}^3\text{H}({}^3\text{He})$ ЯВК, отвечающая распаду $t \rightarrow d + n$ в S -состояние относительного движения d и n , вычислялась в ряде работ [117—119] путем решения трехнуклонного интегрального уравнения Фаддеева с разными NN -потенциалами. Результаты этих расчетов суммированы в разд. 3 и демонстрируют довольно сильную зависимость значения ЯВК от вида NN -потенциала. В работах [118, 119] была вычислена также ЯВК для распада тритона на синглетный дейтон (виртуальное состояние дейтона) и нейтрон, которая оказалась очень сильно зависящей от вида NN -потенциала.

Для ядра ${}^4\text{He}$ ЯВК, отвечающие распадам ${}^4\text{He} \rightarrow {}^3\text{He} + n$ и ${}^4\text{He} \rightarrow d + d$, рассчитаны в работе [120] путем решения четырехнуклонного интегрального уравнения Фаддеева — Якубовского с сепарабельным S -волновым потенциалом Ямагучи (разд. 3).

ЯВК для виртуального распада ${}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + d$ в S -состояние относительного движения α и d вычислялась в модели трех тел ($\alpha + n + p$) [121], а также в различных $(\alpha + d)$ -кластерных моделях (см. разд. 3).

Для более тяжелых ядер пока неизвестны микроскопические расчеты ЯВК на основе заданных NN -потенциалов.

3. ЯВК ДЛЯ КОНКРЕТНЫХ ЯДЕР

В этом разделе собраны имеющиеся значения ЯВК для легчайших ядер ($A \leq 6$); кратко обсуждаются также ЯВК для более тяжелых ядер. Информация о ЯВК для рассматриваемых нами вершин частично содержится также в работах [29, 122—127]. Для всех этих вершин аномальная асимптотика вида (97) не имеет места, и мы будем считать, что фазы ЯВК определяются соотношением (18).

Вершина $d \rightarrow p + n$. Для этой вершины законы сохранения разрешают 2 набора l и s : $l = 0, s = 1$ [$G_{dpn}(01) \equiv G_{d0}$] и $l = 2, s = 1$ [$G_{dpn}(21) \equiv G_{d2}$]. Значения G_{d0}^2 и $\rho_d^2 \equiv (G_{d2}/G_{d0})^2$ приведены в табл. 1. Во 2-м столбце таблицы указан метод, с помощью которого получено данное значение. Как видно из табл. 1, теоретические значения G_{d0}^2 и ρ_d^2 , вычисленные согласно (98) путем решения уравнения Шредингера, для различных реалистических потенциалов оказываются близкими: $G_{d0}^2 = (0,43 \pm 0,01)$ ферми, $\rho_d^2 = (6,7 \div 7,2) \cdot 10^{-4}$. К тому же значению $G_{d0}^2 = 0,43$ ферми приводит использование ДСВ для nd - [49] и pd -рассеяния [405], а так-

ЯВК для вершины $d \rightarrow p + n$

| № | Метод определения ЯВК | $G_{d_0}^2$, ферми | $\rho_d^2 \times 10^4$ | Литература |
|----|---|------------------------|------------------------|------------|
| 1 | РУШ* Хамады — Джонстона | 0,440 | 7,24 | [128] |
| 2 | РУШ модифицированный Хамады — Джонстона | 0,433 | 6,99 | [128] |
| 3 | РУШ Рйда с жестким кором | 0,429 | 6,71 | [129] |
| 4 | РУШ Рйда с мягким кором | 0,426 | 6,87 | [129] |
| 5 | РУШ Пелтола с жестким кором | 0,432 | 6,90 | [130] |
| 6 | РУШ Пелтола с мягким кором | 0,433 | 6,93 | [130] |
| 7 | ДСВ, nd -рассеяние | $0,43 \pm 0,01$ | — | [19] |
| 8 | ПМ, pd -рассеяние | $0,40 \pm 0,01$ | — | [61] |
| 9 | МИВ, подбарьерная реакция $^{208}\text{Pb}(d,p)^{209}\text{Pb}$ с поляризованными дейтонами | — | $5,40 \pm 0,80$ | [131] |
| 10 | ДСВ, pd -рассеяние | 0,43 | — | [105] |
| 11 | МП, nd -рассеяние | $0,32 - 0,43$ | — | [20] |
| 12 | МП, pd -рассеяние | $0,399 \pm 0,005$ | — | [96] |

* РУШ — решение уравнения Шредингера для указанного потенциала.

же применение формулы (76) к амплитуде np -рассеяния в триплетном S -состоянии, записанной в приближении эффективного радиуса:

$$\mathcal{M}_{np}(q_{np}) = 4\pi\lambda_N [\kappa + iq_{np} - (\kappa^2 + q_{np}^2) r_t / 2]^{-1}; \quad G_{d_0}^2 = 8\pi\kappa (1 - \kappa r_t)^{-1} \lambda_N^2, \quad (152)$$

где r_t — триплетный эффективный радиус. Единственное феноменологическое значение $\rho_d^2 = (5,40 \pm 0,80) \cdot 10^{-4}$ (9-я строка табл. 1) получено путем анализа в рамках МИВ данных по тензорной анализирующей способности в реакции $^{208}\text{Pb}(d,p)^{209}\text{Pb}$ * при энергии поляризованных дейтонов 9 Мэв.

Отметим, что значения ЯВК, полученные с помощью ДСВ и МП (строки 7, 10—12 табл. 1), относятся, строго говоря, к комбинации $G_{d_0}^2 + G_{d_2}^2$, но ввиду малости ρ_d^2 можно считать, что $G_{d_0}^2 + G_{d_2}^2 \approx G_{d_0}^2$.

Величина $G_{d_0}^2$ определялась также в работе [132] с помощью МП из данных по pd -рассеянию при низких энергиях, однако пренебрежение кулоновскими эффектами и, по-видимому, низкая точность экспериментальных данных приводят к большому разбросу извлеченных значений $G_{d_0}^2$, и мы их не приводим.

В целом можно сделать вывод, что ЯВК для вершины $d \rightarrow p + n$ известны с хорошей точностью (особенно G_{d_0}) и их значения можно использовать при извлечении ЯВК для более сложных ядер.

Вершины $t \rightarrow d + n$, $\tau \rightarrow d + p$ ($t \equiv {}^3\text{H}$, $\tau \equiv {}^3\text{He}$). Для этих вершин $l = 0$, $s = 1/2$ или $l = 2$, $s = 3/2$ *. В пренебрежении эффектами, нарушающими изотопическую инвариантность, $G_{tdn}(ls) = G_{\tau dp}(ls) = G_{Tl}$. ЯВК G_{Tl}^2 , выраженные в ферми, следующим образом связаны с величинами $C^2({}^3\text{H})$, $D^2({}^3\text{H})$ и r_t , использованными в работах [117, 123, 19]:

$$\left. \begin{aligned} G_{T0}^2 &= 27\pi\kappa_{dN}^T \lambda_N^2 C^2({}^3\text{H})/4 = 3 \cdot 10^4 D^2({}^3\text{H})/2 (\hbar c)^2; \\ r_t &= -r_{TNd}^{\text{dir}} = (4\pi\lambda_N)^{-1} (G_{T0}^2 + G_{T2}^2), \end{aligned} \right\} (153)$$

где $\lambda_N = \hbar/m_N c = 0,2103$ ферми; $(\hbar c)^2 = 3,89 \cdot 10^4$ Мэв²·ферми²; величины $C^2({}^3\text{H})$ и r_t безразмерны, а $D^2({}^3\text{H})$ выражена в единицах 10^4 Мэв²·ферми³. Отметим также, что для произвольной вершины $a \rightarrow b + c$ с $l = 0$ ЯВК $G_{abc}^2(0s)$ выражаются через безразмерную величину $\tilde{g}_{bc;0}^a$ из работы [122]:

$$G_{abc}^2(0s) = 2\pi^2 (\hbar/\mu_{bc} c) (\tilde{g}_{bc;0}^a)^2. \quad (154)$$

Имеющаяся информация о значениях G_{T0}^2 собрана в табл. 2; немногочисленные сведения о $\rho_T^2 \equiv G_{T2}^2/G_{T0}^2$ приведены ниже в тексте. Буквы t и τ в 3-м столбце таблицы указывают, к какой из вершин относится данное значение. В первых трех строках, отвечающих анализу различных реакций (и при различных энергиях) в рамках ПМ, приведены усредненные результаты, включающие данные по обоим вершинам. Следующие четыре строки отвечают дисперсионным методам: ДСВ и N/D -методу. В случае ДСВ реально определялась величина r_{tdn}^{dir} , и приведенные значения относятся к комбинации $G_{T0}^2 + G_{T2}^2$, однако ввиду малости ρ_T^2 (см. ниже) $G_{T0}^2 + G_{T2}^2 \approx G_{T0}^2$.

Значение $G_{T0}^2 = (1,04 \pm 0,19)$ ферми (8-я строка табл. 2) отвечает среднему значению $D^2({}^3\text{H}) = (2,7 \pm 0,5) \cdot 10^4$ Мэв²·ферми³, приведенному в [123] и вытекающему из анализа подбарьерных и надбарьерных реакций (t, d) на ядрах ${}^{12}\text{C}$, ${}^{26}\text{Mg}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{90}\text{Zr}$ и ${}^{208}\text{Pb}$ в рамках МИВ [134].

В строках 9—11 табл. 2 приведены значения G_{T0}^2 , полученные проделанием в обменный дейтронный полюс экспериментальных дифференциальных сечений упругого $p\tau$ - или nt -рассеяния при различных энергиях $E_{p,n} < 20$ Мэв. Непосредственно определяемой величиной являлась R_{ind}^{exch} [см. (68), (67)]; указанные в таблице значения получены в пренебрежении G_{T2}^2 . В работе [97] (10-я строка табл. 2) учитывалось кулоновское взаимодействие между протоном и ${}^3\text{He}$, однако примененная для этой цели процедура не вполне ясна; кроме того, не учитывались кулоновские

* Отметим, что в обоих случаях $j = 1$, где $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{J}_d$. Поэтому

$$[G_{tdN}(l, j = 1)]^2 = [G_{TdN}(l, s)]^2; T = t, \tau; N = n, p.$$

Таблица 2

ЯВК для вершин $t \rightarrow d+n$, $\tau \rightarrow d+p$

| № | Метод определения ЯВК | $G_{T_0}^2$, ферми | Литература |
|--|--|---------------------------|-------------------|
| 1 | ПМ, реакции $d(d, p)t$, $\tau(n, d)d$, $\tau(n, t)p$, $t(p, \tau)n$, $\tau(p, \tau)p$ | $1,11 \pm 0,07 (t, \tau)$ | [58, 61, 133] |
| 2 | ПМ, реакции (d, t) и (τ, d) на сложных ядрах | $1,11 \pm 0,07 (t, \tau)$ | [57] |
| 3 | Объединенные результаты ПМ | $1,11 \pm 0,05 (t, \tau)$ | [57, 58, 61, 133] |
| 4 | ДСВ, nd -рассеяние | $1,01 \pm 0,11 (t)$ | [19] |
| 5 | ДСВ с конформным отображением по энергетической переменной, nd -рассеяние | $0,92 \pm 0,13 (t)$ | [102] |
| 6 | N/D -метод, nd -рассеяние | $1,43 (t)$ | [107] |
| 7 | N/D -метод, nd -рассеяние | $1,06 \pm 0,07 (t)$ | [108] |
| 8 | МИВ | $1,04 \pm 0,19 (t)$ | [123, 134] |
| 9 | МП, pt -рассеяние (без учета кулоновского взаимодействия) | $1,02 (\tau)$ | [90] |
| 10 | МП, pt -рассеяние (с учетом кулоновского взаимодействия) | $1,12 \pm 0,03 (\tau)$ | [97] |
| 11 | МП, nt -рассеяние | $1,50 (t)$ | [14, 20] |
| 12 | МВС, реакция $d(d, p)t$ | $1,15 \pm 0,03 (t)$ | [15] |
| 13 | Низкоэнергетическая параметризация амплитуды nd -рассеяния | $1,05 (t)$ | [135] |
| Решение уравнения Фаддеева для NN-потенциалов | | | |
| 14 | Рида с мягким кором | $1,02 \pm 0,01 (t)$ | [117] |
| 15 | Сепарабельный Ямагучи | $1,9 (t)$ | [118] |
| 16 | Малфлига — Тьона | $1,6 (t)$ | [119] |
| 17 | Даревича — Грина | $1,4 (t)$ | [119] |
| 18 | Бресселя — Кермана — Рубена | $1,03 (t)$ | [119] |
| Решение уравнений для интерполяционной волновой функции с NN-потенциалами! | | | |
| 19 | Прямоугольная яма | $0,6 (t)$ | [136] |
| 20 | Эйкемайера — Хагенбройха | $0,4 (t)$ | [136] |

эффекты в вершине ${}^3\text{He} \rightleftharpoons d + p$. Значение $1,15 \pm 0,03$ ферми (12-я строка) отвечает комбинации $G_{T_0}^2 + G_{T_2}^2$. Величина $G_{T_0}^2 = 1,05$ ферми (13-я строка) получена в [135] на основе параметризации дублетной S -фазы ${}^2\delta_0$ nd -рассеяния при низких энергиях.

Остальные значения $G_{T_0}^2$, приведенные в табл. 2, найдены из волновых функций ${}^3\text{H}$, полученных путем решения уравнений Фаддеева или уравнений для интерполяционных волновых функций [137, 138]; при этом в [117] использовалась аналитическая аппроксимация решения с последующим продолжением ЯВФ в точку $q_{nd} = ik_{nd}$ [см. (92)], а в [118, 119] величина G_{T_0} находилась непосредственно из уравнений Фаддеева с помощью интегральных формул, подобных формулам (32), (33) работы [37].

Значения $G_{T_0}^2$, полученные в рамках интерполяционного подхода с помощью формулы (98) (строки 19 и 20 табл. 2), заметно ниже остальных значений $G_{T_0}^2$, что может быть связано с использованием наинизшего приближения метода K -гармоник в конкретных расчетах в [136].

Что касается величины ρ_T^2 , то единственная имеющаяся о ней информация получена в рамках ПМ [57, 58, 61, 133]. Первым трем строкам табл. 2 отвечают соответственно следующие значения ρ_T^2 : $(2,8 \pm 0,9) \cdot 10^{-2}$, $(6,0 \pm 1,0) \cdot 10^{-2}$ и $(4,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-2}$.

Из табл. 2 видно, что эмпирические значения $G_{T_0}^2$, извлеченные из данных по ядерным реакциям с помощью различных методов, хорошо согласуются между собой (за исключением результатов работ [107] и [14, 20]) *: $G_{T_0}^2 \approx 1,0 \div 1,1$ ферми. В то же время разброс теоретических значений $G_{T_0}^2$, полученных с различными NN -потенциалами, заметно больше. Интересно отметить, что потенциалы, имеющие правильный однопионный «хвост» (Рида и Бреселя — Кермана — Рубена), приводят к близким значениям $G_{T_0}^2$, согласующимся с эмпирическими. Величина ρ_T^2 нуждается в дальнейшем уточнении.

Вершины $\alpha \rightarrow t + p$, $\alpha \rightarrow \tau + n$ ($\alpha \equiv {}^4\text{He}$). Для распадов $\alpha \rightarrow t + p$ и $\alpha \rightarrow \tau + n$ с однозначностью $l = 0$, $s = 0$; обозначая $G_{tp} \equiv G_{\alpha tp}(00)$ и $G_{\tau n} \equiv G_{\alpha \tau n}(00)$, имеем в рамках изотопической инвариантности $G_{tp} = -G_{\tau n} \equiv G_{TN}$. ЯВК G_{TN}^2 , выраженная в ферми, связана с безразмерными величинами r_0 , R_N и C^2 из работ [100, 101, 113]:

$$G_{TN}^2 = (16\pi/3) \lambda_N r_0 = (16\pi/3) \lambda_N R_N = (32/9) \pi \lambda_{TN}^2 \lambda_N^2 C^2. \quad (155)$$

Значения G_{TN}^2 , найденные различными методами, представлены в табл. 3. Буквы tp и τn в 3-м столбце указывают, к какой из двух вершин относится данное значение. Величина G_{TN}^2 в 1-й строке получена усреднением результатов, найденных в ПМ для различных реакций и включающих обе вершины. В строках 2—4 приведены значения G_{TN}^2 , определенные методом ДСВ для упругого $N\alpha$ -рассеяния. При этом в работе [101] при выводе ДСВ для $p\alpha$ -рассеяния выделялась явно амплитуда чисто резерфордовского $p\alpha$ -рассеяния, а также факторы проницаемости, отвечающие кулоновскому взаимодействию p и α в начальном и конечном состояниях для механизма передачи тритона; кулоновские эффекты в вершине $\alpha \rightarrow t + p$ не учитывались. Не останавливаясь подробно на остальных значениях G_{TN}^2 , приведенных в табл. 3, отметим лишь, что некоторая завышенность единственного теоретического

* Как уже отмечалось выше, утверждение авторов работ [14, 20] о совпадении их результата с результатом Лохера [19] ошибочно. Кроме того, обработка одним из нас (И. Борбеем) тем же методом (МП) и тех же данных, что и в работах [14, 20], вместо $G_{T_0}^2 = 1,50$ ферми дала $G_{T_0}^2 = 2,66$ ферми.

Таблица 3

ЯВК для вершин $\alpha \rightarrow t + p$, $\alpha \rightarrow \tau + n$

| № | Метод определения ЯВК | G_{tp}^2 или $G_{\tau n}^2$, ферми | Литература |
|----|--|--|--------------|
| 1 | ПМ, реакции $\tau(d, p)\alpha$, $\alpha(p, d)\tau$, $\alpha(p, \alpha)p$ | $7,3 \pm 0,4$ (TN) | [49, 58, 62] |
| 2 | ДСВ, $n\alpha$ -рассеяние | $11,3 \pm 1,4$ (τn) | [100] |
| 3 | ДСВ с конформным отображением по энергетической переменной, $n\alpha$ -рассеяние | $14,4 \pm 2,8$ (τn) | [102] |
| 4 | ДСВ с учетом кулоновского взаимодействия, $p\alpha$ - и $n\alpha$ -рассеяние | $13,4 \pm 1,1$ (tp) $10,6 \pm 1,1$ (τn) | [101] |
| 5 | МП, $n\alpha$ -рассеяние | $8,5 \pm 1,3$ (τn) | [13] |
| 6 | Параметризация волновой функции относительного движения t и p или τ и n в ${}^4\text{He}$ | $6,7$ (tp) $7,1$ (τn) | [113] |
| 7 | ДКП, $p\alpha$ - и $n\alpha$ -рассеяние | $7,0$ (tp) $8,0 - 8,5$ (τn) | [69, 70] |
| 8 | ДКП, $t\alpha$ -рассеяние | $7,1 - 10,0$ (tp) | [72] |
| 9 | Обменный механизм $\tau\alpha$ -рассеяния | $17,5$ (τn) | [139] |
| 10 | Расчет с помощью уравнений Фаддеева — Якубовского с сепарабельным NN -потенциалом Ямагучи | $17,9 \pm 1,7$ (TN) | [120] |

значения $G_{TN}^2 = 17,9 \pm 1,7$ ферми (10-я строка) по сравнению с эмпирическими может быть обусловлена заметной пересвязанностью α -частицы для NN -потенциала, использованного в [120]. Из табл. 3 следует, что ЯВК G_{tp}^2 и $G_{\tau n}^2$ известны пока с меньшей точностью, чем ЯВК G_{T0}^2 . Как и следовало ожидать, $G_{tp}^2 \approx G_{\tau n}^2$.

Вершина $\alpha \rightarrow d + d$. Для этой вершины $l = s = 0$ или $l = s = 2$. Данные по ЯВК $G_{dd0}^2 \equiv [G_{\alpha dd}(00)]^2$ приведены в табл. 4. Значение $G_{dd0}^2 = 0,43$ ферми, сильно отличающееся от остальных значений табл. 4, вытекает [в пренебрежении $G_{\alpha dd}^2(22)$] из сред-

Таблица 4

ЯВК для вершины $\alpha \rightarrow d + d$

| № | Метод определения ЯВК | G_{dd0}^2 , ферми | Литература |
|---|---|---------------------|------------|
| 1 | ПМ, $d\alpha$ -рассеяние и реакции (d, α) на сложных ядрах | 12—30 | [62] |
| 2 | Расчет с помощью уравнений Фаддеева — Якубовского с сепарабельным NN -потенциалом Ямагучи | $18,1 \pm 1,3$ | [120] |
| 3 | МП, $d\alpha$ -рассеяние | 0,43 | [21] |

него значения $\Gamma_{\alpha dd}^{\text{exch}} = 0,108$, приведенного в [21]; отдельным значениям $\Gamma_{\alpha dd}^{\text{exch}}$, найденным в [21] с помощью МП при разных энергиях, отвечают значения G_{dd0}^2 в интервале 0,15—0,69 ферми. Отме-

тим, что этот результат не удалось воспроизвести при аналогичном анализе в рамках МП этих же данных, проведенном одним из нас (И. Борбеем); из этого анализа следует $G_{dd0}^2 = 8 \div 33$ ферми.

ЯВК G_{dd0}^2 связана с величиной C_{0bs}^2 , использованной в работе [127], соотношением

$$G_{dd0}^2 = 6\pi\kappa_{dd}^{\alpha} \lambda_N^2 C_{0bs}^2. \quad (156)$$

Кроме величины C_{0bs} , которая отличается лишь тривиальными множителями от асимптотической константы $C_{\alpha dd}(00)$ [см. (95)], в [127] рассматривается также величина $C = C_{0bs}/\sqrt{P_{dd}}$, где P_{dd} — вероятность $(d + d)$ -состояния в ${}^4\text{He}$; четкое определение P_{dd} в [127] отсутствует. В связи с этим следует отметить, что значение C в отличие от C_{0bs} не может быть найдено из эксперимента, и поэтому неясно, как получены эмпирические значения C^2 , собранные в [127]. Смысл теоретических значений C^2 , приведенных в [127] со ссылкой на [140], также непонятен, потому что в [140] вычисляется лишь величина D_0^2 , возникающая в расчетах сечений реакций в рамках МИВ и связанная с ЯВФ $G_{\alpha dd}(00; q = 0)$, а не с ЯВК $G_{dd0} = G_{\alpha dd}(00; q = i\kappa_{dd}^{\alpha})$; ввиду большой энергии связи ${}^4\text{He}$ значения ЯВФ при $q = 0$ и $q = i\kappa_{dd}^{\alpha}$ могут резко различаться. Более того, в [140] использовалась гауссова волновая функция ${}^4\text{He}$, которая не имеет асимптотики (95) и для которой, следовательно, величина C теряет смысл.

Таким образом, ЯВК G_{dd0}^2 известна пока лишь с плохой точностью. Сведений о ЯВК $G_{\alpha dd}^2$ (22) не имеется. В принципе, как указывалось выше, ее можно определить с помощью МП из анализа упругого $d\alpha$ -рассеяния при разных энергиях.

Вершина ${}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + d$. В этом случае $l = 0$, $s = 1$ или $l = 2$, $s = 1$. Основная информация о $G_{\alpha d}^2 \equiv G_{\text{Li}\alpha d}^2(00)$ собрана в табл. 5. Ввиду низкого порога развала ${}^6\text{Li}$ на $\alpha + d$ ($\epsilon_{\alpha d}^{6\text{Li}} = 1,47$ Мэв) кулоновский параметр η для вершины ${}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + d$ не мал ($\eta = 0,30$) и кулоновские эффекты в вершине, обсуждаемые в конце разд. 1, существенны. Поэтому в табл. 5 отдельно приводятся значения, найденные без учета ($G_{\alpha d}^2$) и с учетом [$(G_{\alpha d}^r)^2$] этих эффектов.

В 1-й строке табл. 5 приведено значение, полученное по формуле

$$G_{\alpha d}^2 = P_{\alpha d} C_{\text{Li}\alpha d}^{2\text{r}} (2\pi\kappa_{\alpha d}^{6\text{Li}}/\mu_{\alpha d}^2), \quad (157)$$

где $C_{\text{Li}\alpha d}$ — коэффициент в асимптотике волновой функции ${}^6\text{Li}$ в канале $\alpha + d$, а $P_{\alpha d}$ характеризует вероятность состояния $\alpha + d$ в ${}^6\text{Li}$ [126]; значению $G_{\alpha d}^2 = 0,19$ ферми отвечают приведенные в [126] значения $C_{\text{Li}\alpha d}^2 = 5,7$ и $P_{\alpha d} = 0,7$, причем 5,7 является средним значением, найденным из различных (в основном кластерных) волновых функций ${}^6\text{Li}$, не учитывающих куло-

Таблица 5

ЯВК для вершины ${}^6\text{Li} \rightarrow \alpha + d$

| № | Метод определения ЯВК | $G_{\alpha d}^2$, ферми | $(G_{\alpha d}^r)^2$, ферми | Литература |
|----|---|--------------------------|------------------------------|------------|
| 1 | Феноменологические кластерные волновые функции | 0,19 | | [126] |
| 2 | Волновая функция модели трех тел | 0,35 | | [121] |
| 3 | Кластерная волновая функция | | 0,72 | [141] |
| 4 | Расчет зарядового форм-фактора ${}^6\text{Li}$ | 0,13—0,20 | 0,3—0,4 | [410, 111] |
| 5 | Расчет распределения заряда в ${}^6\text{Li}$ | | 0,27 | [112] |
| 6 | N/D -метод, $d\alpha$ -рассеяние | 0,13 | | [109] |
| 7 | Анализ упругого $d\alpha$ -рассеяния | 0,10 | | [122] |
| 8 | ДСВ, $d\alpha$ -рассеяние | | 0,22±0,01 | [142] |
| 9 | Метод молекулярной волновой функции, $\alpha{}^6\text{Li}$ -рассеяние | | 0,58±0,06 | [143] |
| 10 | ПМ, $d{}^6\text{Li}$ -рассеяние | 0,39±0,09 | 0,83±0,11 | [68] |
| 11 | МИВ, реакция ${}^6\text{Li}(p, {}^3\text{He}){}^4\text{He}$ | | 0,42 | [144] |
| 12 | Импульсное приближение с обрезанием, реакция ${}^6\text{Li}(p, pd){}^4\text{He}$ | 0,12—0,31 | | [145] |
| 13 | Импульсное приближение с обрезанием, реакция ${}^6\text{Li}(p, pd){}^4\text{He}$ | | 0,18—0,68 | [68] |
| 14 | Импульсное приближение с искаженными волнами, реакция ${}^6\text{Li}(p, pd){}^4\text{He}$ | 0,27—0,33 | | [146] |
| 15 | Импульсное приближение, реакция ${}^6\text{Li}(p, pd){}^4\text{He}$ | 0,096±0,05 | | [147] |
| 16 | Импульсное приближение, реакция ${}^6\text{Li}(p, pd){}^4\text{He}$ | 0,114 | | [148] |
| 17 | Полуосное приближение, реакция ${}^6\text{Li}(p, pd){}^4\text{He}$ | 0,061 | | [149] |
| 18 | Импульсное приближение с обрезанием, реакция ${}^6\text{Li}(d, 2d){}^4\text{He}$ | 0,37 | 0,54—1,41 | [68, 150] |
| 19 | Импульсное приближение с обрезанием, реакция ${}^6\text{Li}(\alpha, 2\alpha){}^2\text{H}$ | 0,12 | | [151] |
| 20 | Импульсное приближение с обрезанием, реакция ${}^6\text{Li}(\alpha, 2\alpha){}^2\text{H}$ | 0,028±0,013 | | [152] |
| 21 | ПМ, реакция ${}^6\text{Li}(\alpha, 2\alpha){}^2\text{H}$ | 0,3—1,0 | 0,75—2,5 | [115] |
| 22 | Импульсное приближение с искаженными волнами, реакция ${}^6\text{Li}(\alpha, 2\alpha){}^2\text{H}$ | 0,10±0,04 | | [153] |
| 23 | Полуосное приближение, реакция ${}^6\text{Li}(\alpha, 2\alpha){}^2\text{H}$ | 0,050±0,006 | | [154] |
| 24 | Импульсное приближение с искаженными волнами, реакции ${}^6\text{Li}(e, ed){}^4\text{He}$ и ${}^6\text{Li}(e, e\alpha){}^2\text{H}$ | 0,22—0,23 | | [155] |

новского взаимодействия между α - и d -кластерами. Во 2-й строке представлено значение $G_{\alpha d}^2$, полученное по формулам (95), (98) из волновой функции ${}^6\text{Li}$, найденной в [121] путем решения уравнения Шредингера в модели трех тел (α, p, n) с сепарабельными NV - и αN -потенциалами без учета кулоновского взаимодействия. Значение $(G_{\alpha d}^r)^2$ в 3-й строке получено из кластерной волновой функ-

ции [144]; αd -взаимодействие описывалось суммой ядерного потенциала типа Вудса — Саксона и кулоновского потенциала.

В строках 4 и 5 выписаны значения, найденные из данных по зарядовому форм-фактору ${}^6\text{Li}$ (см. разд. 1). Величины $G_{\alpha d}^2$, полученные из анализа упругого $d\alpha$ -рассеяния при низких энергиях, приведены в строках 6—8. Обратим внимание на значение $(G_{\alpha d}^r)^2 = (0,22 \pm 0,01)$ ферми, найденное методом ДСВ [142] с учетом кулоновского взаимодействия α и d . Следует, однако, отметить, что в [142] учитывался лишь вклад от полюса ${}^6\text{Li}$ в прямом канале; при этом пренебрегалось полюсной диаграммой с обменом дейтоном, вклад которой может быть существен из-за большого значения ЯВК $G_{d\alpha}^2$. Следующие три строки содержат значения $G_{\alpha d}^2$, полученные путем анализа бинарных процессов при низких энергиях в рамках различных моделей в предположении механизма обмена дейтоном [α - ${}^6\text{Li}$ -рассеяние и реакция ${}^6\text{Li}(p, {}^3\text{He}){}^4\text{He}$] или α -частицей (d - ${}^6\text{Li}$ -рассеяние). Во всех трех случаях учитывалось кулоновское $d\alpha$ -взаимодействие.

Остальные значения $G_{\alpha d}^2$, представленные в табл. 5, определены из анализа экспериментальных данных по квазиупругому выбиванию d - или α -кластеров из ${}^6\text{Li}$ в интервале энергий бомбардирующих частиц от 10 до 700 Мэв. Методом теоретического анализа служило либо импульсное приближение (с плоскими или искаженными волнами, с обрезанием или без обрезания радиальных интегралов), либо полюсная периферийная модель реакции квазиупругого выбивания [68, 115]. Расчеты проводились для различных волновых функций относительного движения α - и d -кластеров в ${}^6\text{Li}$ как с учетом, так и без учета кулоновского взаимодействия между кластерами.

Из табл. 5 видно, что учет вершинных кулоновских эффектов приводит к увеличению ЯВК $G_{\alpha d}^2$ более чем в 2 раза. К сожалению, разброс значений $G_{\alpha d}^2$ и $(G_{\alpha d}^r)^2$ очень велик, а различная точность методов их определения не позволяет вывести средние значения $G_{\alpha d}^2$ и $(G_{\alpha d}^r)^2$. Поэтому вывод Лима [126] о том, что $C_{\text{Li-}\alpha\text{-}d}^2 = 5,7$ ($G_{\alpha d}^2 = 0,19$ ферми) представляется пока преждевременным. Наблюдающийся разброс оценок $G_{\alpha d}^2$ и $(G_{\alpha d}^r)^2$ требует дальнейших усилий по уточнению значений этих констант.

В работе [68] в рамках ПМ для упругого d - ${}^6\text{Li}$ -рассеяния назад помимо $G_{\alpha d}^2$ и $(G_{\alpha d}^r)^2$ оценивалась также величина примеси D -состояния: $\rho_{\alpha d}^2 \equiv [G_{\text{Li}\alpha d}^r(21)/G_{\alpha d}^r]^2$, и было получено $\rho_{\alpha d}^2 = 1,7 \cdot 10^{-2}$; значение $\rho_{\alpha d}^2$ практически не менялось при пренебрежении кулоновскими эффектами в вершине. Величину $\rho_{\alpha d}^2$ можно также оценить из анализа, проведенного в [144]: $\rho_{\alpha d}^2 = 2 \cdot 10^{-3}$. Эти две оценки различаются на порядок и вряд ли являются надежными. Несомненно, однако, что $\rho_{\alpha d}^2 \ll 1$, что согласуется с малым значением квадрупольного момента ${}^6\text{Li}$.

ЯВК для легких ядер. Для большого числа легких ядер с $A > 6$ ЯВК G_{ABn}^2 , отвечающие отделению нуклона от ядра, были найдены путем анализа данных по реакциям однонуклонной передачи [(d, p), (d, t), ($d, {}^3\text{He}$) и др.] в рамках ПМ [17, 43, 48, 55, 57—60]; рассматривались как основные, так и возбужденные состояния ядер A и B . Величины G_{ABn}^2 находились также с помощью МВС [60, 63]. В [20] ЯВК для вершин ${}^{12}\text{C}(\text{осн}) \rightarrow {}^{11}\text{C}(\text{осн}) + n$ и ${}^{14}\text{N}(\text{осн}) \rightarrow {}^{13}\text{N}(\text{осн}) + n$ были получены в рамках МП. Как отмечалось в разд. 2, при соответствующей модификации для определения ЯВК может быть использован и МИВ. Мы не будем приводить все известные ЯВК для легких ядер и ограничимся в качестве иллюстрации несколькими вершинами типа $A \rightarrow B + n$, для каждой из которых ЯВК были найдены тремя различными методами: ПМ, МВС и МИВ [74, 60] (табл. 6). Все ЯВК, приведенные в табл. 6, относятся к основным состояниям ядер A и B и отвечают орбитальному угловому моменту в вершине $l_A=1$; все они получены из анализа реакций (d, p) при энергии 12 Мэв. Мы видим, что ЯВК, определенные различными методами, неплохо согласуются между собой.

Таблица 6

ЯВК G_{ABn}^2 для некоторых легких ядер

| № | Ядро А | Ядро В | $-G_{ABn}^2$, ферми | | |
|---|--------------------|-------------------|----------------------|-----|-----|
| | | | ПМ | МВС | МИВ |
| 1 | ${}^{10}\text{Be}$ | ${}^9\text{Be}$ | 2,0 | 1,2 | 1,7 |
| 2 | ${}^{11}\text{B}$ | ${}^{10}\text{B}$ | 3,7 | 4,1 | 3,3 |
| 3 | ${}^{12}\text{B}$ | ${}^{11}\text{B}$ | 0,2 | 0,3 | 0,2 |
| 4 | ${}^{13}\text{C}$ | ${}^{12}\text{C}$ | 0,6 | 0,4 | 0,6 |
| 5 | ${}^{14}\text{C}$ | ${}^{13}\text{C}$ | 3,6 | 4,7 | 3,2 |

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время существуют разнообразные методы оценки ЯВК из данных по ядерным реакциям. Вряд ли какой-либо из них может претендовать на исключительную роль, хотя такие методы, как МП, МВС и ДСВ, могут оказаться более точными. Это, скорее всего, будет решено не теоретически, а путем накопления опыта в применении разных методов и сопоставления даваемых ими результатов. На сегодня конкретная информация о ЯВК слишком бедна и не позволяет сделать окончательных выводов. Ясно лишь одно — залогом успешного применения каждого метода является выполнение определенных физических условий, и в этом смысле возможности даже таких мощных методов, как МП, МВС и ДСВ, в сочетании с техникой оптимальных конформных отображений являются ограниченными.

Тот факт, что ЯВК играют важную роль в теории ядерных реакций, по-новому ставит проблему связи этой теории с теорией структуры ядра. А именно, структурные расчеты должны давать такую характеристику, как амплитуда «хвоста» интеграла перекрытия ядерных волновых функций. Пока эту задачу научились

достаточно точно решать только для простейших трех- и четырех-нуклонных систем в случае парного нуклон-нуклонного взаимодействия. При этом выяснилось, что ЯВК довольно сильно зависят от вида парного потенциала. Не исключено, что ЯВК окажутся столь же чувствительными к эффектам многочастичных сил и мезонным обменным эффектам. Уже сейчас можно определенно утверждать, что при расчетах ЯВК для сложных ядер в рамках ядерных моделей (например, в модели оболочек), они будут крайне чувствительными к геометрии среднего поля и смешиванию конфигураций.

Все это указывает на необходимость систематического накопления эмпирической информации о ЯВК. Для этого, в частности, надо располагать прецизионными (погрешность $\sim 1\%$) экспериментальными данными по дифференциальным сечениям рассеяния и реакций передачи. К сожалению, такие данные пока исключительно редки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колыбасов В. М. Общие свойства матрицы рассеяния и поляризационные эффекты в прямых ядерных реакциях. М., МИФИ, 1971.
2. Балдин А. М. и др. Кинематика ядерных реакций. М., Атомиздат, 1968.
3. Chew G. F. «Ann. Rev. Nucl. Sci.», 1959, v. 9, p. 29.
4. Берестецкий В. Б. «УФН», 1962, т. 76, с. 25.
5. Чью Дж. Аналитическая теория S-матрицы. Пер. с англ. М., «Мир», 1968.
6. Ericson T. E. O., Locher M. P. «Nucl. Phys. A», 1970, v. 148, p. 1.
7. Блохинцев Л. Д. Диаграммные методы в теории прямых ядерных реакций. М., МИФИ, 1971.
8. Долинский Э. И., Туровцев В. В., Ярмухамедов Р. «Ядерная физика», 1974, т. 19, с. 1003.
9. Блохинцев Л. Д. В кн.: Тезисы докладов XXVII Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л., «Наука», 1977, с. 254.
10. Гольдберггер М., Ватсон К. Теория столкновений. Пер. с англ. М., «Мир», 1967.
11. Борбей И., Долинский Э. И. «Ядерная физика», 1968, т. 7, с. 554; «Acta Phys. Acad. Sci. Hung.», 1968, v. 25, p. 141.
12. Долинский Э. И. В кн.: Тезисы докладов XXVII Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л., «Наука», 1977, с. 315.
13. Kisslinger L. S. «Phys. Rev. Lett.», 1972, v. 29, p. 505.
14. Dubnička S., Dumbrajs O. V., Nuchitiu F. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 217, p. 535.
15. Borbély I. «Phys. Lett. B», 1974, v. 49, p. 325.
16. Аль-Бейдови М. М. и др. «Ядерная физика», 1966, т. 4, с. 1122.
17. Dolinsky E. I., Dzhamalov P. O., Mukhamedzhanov A. M. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 202, p. 97.
18. Dubnička S., Dumbrajs O. V. «Phys. Repts.», 1975, v. 19, p. 141.
19. Locher M. P. «Nucl. Phys. B», 1970, v. 23, p. 116.
20. Dubnička S., Dumbrajs O. V. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 235, p. 417.
21. Dubnička S., Dumbrajs O. «Phys. Lett. B», 1975, v. 57, p. 327.
22. Bebel D., Biehl K.-J. «Monatsber. Dtsch. Acad. Wiss. Berlin», 1968, Bd 10, N 7, S. 538.
23. Шапиро И. С. «ЖЭТФ», 1961, т. 41, с. 1616.

24. Шапиро И. С. Теория прямых ядерных реакций. М., Госатомиздат, 1963; «УФН», 1967, т. 92, с. 549.
25. Блохинцев Л. Д., Долинский Э. И., Попов В. С. «ЖЭТФ», 1962, т. 42, с. 1636; «Nucl. Phys.», 1963, v. 40, p. 117.
26. Блохинцев Л. Д., Долинский Э. И., Попов В. С. «ЖЭТФ», 1962, т. 43, с. 1914.
27. Блохинцев Л. Д., Долинский Э. И., Попов В. С. «ЖЭТФ», 1962, т. 43, с. 2290.
28. Аль-Бейдови М. М. и др. «Вестн. МГУ. Сер. физ.», 1967, № 6, с. 3.
29. Блохинцев Л. Д., Долинский Э. И. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1975, т. 39, с. 2092.
30. Bergren T. «Nucl. Phys.», 1965, v. 72, p. 337.
31. Pinkston W. T., Satchler G. R. «Nucl. Phys.», 1965, v. 72, p. 641.
32. Бор О., Мотгельсон Б. Структура атомного ядра. Пер. с англ. М., «Мир», 1971.
33. Блохинцев Л. Д. В кн.: Тезисы докладов XXVI Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л., «Наука», 1976, с. 253.
34. Heisenberg W. «Zs. f. Phys.», 1943, Bd. 120, S. 513, 673.
35. Möller C. «Kgl. danske vid. selskab. Mat.-fys. medd.», 1945, Bd 23, N 1; 1946, Bd 22, N 19.
36. Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М., «Наука», 1966.
37. Lehman D. R., Gibson V. F. «Phys. Rev. C», 1976, v. 13, p. 35.
38. Батлер С. Ядерные реакции срыва. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
39. Frahn W. E. In: Theory of Nuclear Structure. Trieste Lectures, 1969. IAEA, Vienna, 1970, p. 297.
40. Macfarlane M. H., French J. V. «Rev. Mod. Phys.», 1960, v. 32, p. 567.
41. Ландау Л. Д. «ЖЭТФ», 1959, т. 37, с. 62.
42. Klarsfeld S. «Nuovo cimento», 1965, v. 39, p. 975.
43. Джамалов П. О., Долинский Э. И. «Ядерная физика», 1971, т. 14, с. 753.
44. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.
45. Okubo S., Feldman D. «Phys. Rev.», 1960, v. 117, p. 292.
46. Долинский Э. И., Мухамеджанов А. М. «Ядерная физика», 1966, т. 3, с. 252.
47. Переломов А. М., Попов В. С., Терентьев М. В. «ЖЭТФ», 1966, т. 51, с. 309.
48. Борбей И., Долинский Э. И., Туровцев В. В. «Ядерная физика», 1968, т. 8, с. 492.
49. Долинский Э. И. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1970, т. 34, с. 165.
50. Reiner A. S., Jaffe A. I. «Phys. Rev.», 1967, v. 161, p. 935; Shanley P. E., Aaron R. «Ann. Phys.», 1967, v. 44, p. 363.
51. Rawitscher G. H. «Phys. Rev.», 1967, v. 163, p. 1223; Rawitscher G. H., Mukherjee S. N. «Phys. Rev.», 1969, v. 181, p. 1518; Ohmura T. e.a. «Prog. Theor. Phys.», 1970, v. 44, p. 1242.
52. Попов В. С. «ЖЭТФ», 1964, т. 47, с. 2229.
53. Рудик А. П. «ЖЭТФ», 1961, т. 40, с. 1473; Polkinghorne J. C., Srepton G. R. «Nuovo cimento», 1960, v. 15, p. 289, p. 925.
54. Truglik E. «Nucl. Phys.», 1963, v. 48, p. 329; Блохинцев Л. Д., Труглик Э. «ЖЭТФ», 1967, т. 53, с. 2176; Blokhintsev L. D., Safronov A. N. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 180, p. 363; Блохинцев Л. Д., Сафронов А. Н., Шварц И. А. «ТМФ», 1975, т. 24, с. 90.
55. Долинский Э. И., Туровцев В. В. «Ядерная физика», 1969, т. 9, с. 515.
56. Долинский Э. И., Туровцев В. В. «Ядерная физика», 1969, т. 9, с. 765.
57. Борбей И., Долинский Э. И. «Ядерная физика», 1969, т. 10, с. 299.
58. Туровцев В. В., Ярмухамедов Р. «Ядерная физика», 1973, т. 17, с. 62.
59. Азимов С. А. и др. «Ядерная физика», 1975, т. 22, с. 225.

60. Долинский Э. И., Мухамеджанов А. М., Ярмухамедов Р. В. в кн.: Тезисы докладов XXVII Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л., «Наука», 1977, с. 316.
61. Borbely I. «Phys. Lett. B», 1971, v. 35, p. 388.
62. Baryshnikov A. G., Blokhintsev L. D. «Phys. Lett. B», 1971, v. 36, p. 205.
63. Borbely I. «Nucl. Phys. A», 1976, v. 262, p. 244.
64. Борбей И. и др. «Ядерная физика», 1977, т. 26, с. 516.
65. Борбей И., Долинский Э. И., Туровцев В. В. Препринт ОИЯИ, Р4-9840, Дубна, 1976.
66. Sopkovich N. J. «Nuovo cimento», 1962, v. 26, p. 186; Dar A. «Nucl. Phys.», 1966, v. 82, p. 354; Frahn W. E., Sharaf M. A. «Nucl. Phys. A», 1969, v. 133, p. 593.
67. Amado R. D. «Phys. Rev. Lett.», 1959, v. 2, p. 399.
68. Аваков Г. В. и др. «Проблемы физики ядра и космических лучей», 1977, вып. 7, с. 80.
69. Барышников А. Г. и др. «Письма в ЖЭТФ», 1972, т. 16, с. 414.
70. Baryshnikov A. G. e.a. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 224, p. 61.
71. Блохинцев Л. Д. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1973, т. 37, с. 1953.
72. Baryshnikov A. G., Blokhintsev L. D. «J. Phys. G», 1975, v. 1, p. 143.
73. Барышников А. Г., Блохинцев Л. Д. «Ядерная физика», 1975, т. 22, с. 101.
74. Борбей И., Долинский Э. И., Мухамеджанов А. М. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1976, т. 40, с. 2141.
75. Powell D. L., Dallimore P. J., Davison W. F. «Austral. J. Phys.», 1971, v. 24, p. 793.
76. So Y. K., Pinkston W. T., Davies K. T. R. «Particles and Nuclei», 1973, v. 6, p. 1.
77. Schiffer J. P. e.a. «Phys. Rev.», 1967, v. 164, p. 1274.
78. Dost M., Hering W. R. «Z. Naturforsch.», 1968, Bd 21a, S. 1015; «Phys. Lett. B», 1968, v. 26, p. 443.
79. Rapaport J., Kerman A. K. «Nucl. Phys. A», 1968, v. 119, p. 641.
80. Erskine J. R. «Phys. Rev. C», 1972, v. 5, p. 959.
81. Goldfarb L. J. B., Steed J. W. «Nucl. Phys. A», 1968, v. 116, p. 321.
82. Laumer H., Seaman G. G. «Phys. Rev. C», 1974, v. 10, p. 2159.
83. Chew G. F. «Phys. Rev.», 1958, v. 112, p. 1380.
84. Taylor J. G., Moravcsik M. J., Uratsky J. L. «Phys. Rev.», 1959, v. 113, p. 689; Cziffra P., Moravcsik M. J. «Phys. Rev.», 1959, v. 116, p. 226; Frazer W. R. «Phys. Rev.», 1961, v. 123, p. 2180.
85. Cutkosky R. E., Deo B. V. «Phys. Rev. Lett.», 1968, v. 20, p. 1272; «Phys. Rev.», 1968, v. 174, p. 1859.
86. Ciulli S. «Nuovo cimento A», 1969, v. 61, p. 787; v. 62, p. 301.
87. Чулли С., Помпониу К., Сабба-Штефэнеску И. «ЭЧАЯ», 1975, т. 6, вып. 1, с. 72.
88. Думбрайс О. В. «ЭЧАЯ», 1975, т. 6, вып. 1, с. 132.
89. Kisslinger L. S. In: Few Particle Problems. Nucl. Interaction Proc. Intern. Conf., Los Angeles, 1972. Amsterdam, 1972, p. 593.
90. Kisslinger L. S. «Phys. Lett. B», 1973, v. 47, p. 93.
91. Borbely I. «Lett. Nuovo cimento», 1975, v. 12, p. 527.
92. Borbely I., Nichitiu F. In: Proc. of the Fourth Polarization Symposium, Zürich, 1975. Basel, Birkhauser Verlag, 1975.
93. Худсон Д. Статистика для физиков. Пер. с англ. М., «Мир», 1970.
94. Choudhary A. R. «Lett. Nuovo cimento», 1976, v. 16, p. 307.
95. Nichitiu F. Inst. fiz. atom. Com. stat. energ. nucl. (Publs), 1975, N. 90.
96. Borbely I., Nichitiu F. «Lett. Nuovo cimento», 1976, v. 16, p. 89.
97. Kisslinger L. S., Nichols K. «Phys. Rev. C», 1975, v. 12, p. 36.
98. Blankenbecler R., Goldberger M. L., Halpern F. R. «Nucl. Phys.», 1959, v. 12, p. 629.
99. Ericson T. E. O., Locher M. P. «Phys. Lett. B», 1968, v. 27, p. 576.

100. Locher M. P. «Nucl. Phys. B», 1972, v. 36, p. 634.
101. Plattner G. R. e.a. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 206, p. 513.
102. Locher M. P. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 251, p. 493.
103. Viollier R. D. e.a. «Phys. Lett. B», 1972, v. 40, p. 625.
104. Viollier R. D. e.a. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 206, p. 498.
105. Bornand M., Plattner G. R., Alder K. «Phys. Lett. B», 1976, v. 62, p. 139.
106. Fang-Landau S. R., Locher M. P. «Nucl. Phys. B», 1973, v. 66, p. 210.
107. Avishai Y., Ebenhöf W., Rinat-Reiner A. S. «Ann. Phys.», 1969, v. 55, p. 341.
108. Bower R. «Ann. Phys.», 1972, v. 73, p. 372.
109. Fishbane P. H., Noble J. V. «Phys. Rev.», 1968, v. 171, p. 1150.
110. Блохинцев Л. Д. «Письма в ЖЭТФ», 1974, т. 19, с. 703.
111. Блохинцев Л. Д., Шварц И. А. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1977, т. 41, с. 139.
112. Буров В. В., Лукьянов В. К. В кн.: Труды Международной конференции по избранным вопросам структуры ядра. Дубна, ОИЯИ, 1976. Препринт Д-9682, ОИЯИ, 1976, с. 154.
113. Lim T. K. «Phys. Lett. B», 1974, v. 44, p. 341.
114. Avakov G. V., Dolinsky E. I., Turvtssev V. V. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 196, p. 529.
115. Avakov G. V., Dolinsky E. I. «Nucl. Phys. A», 1976, v. 270, p. 74.
116. Кольбасов В. М., Лексин Г. А., Шапиро И. С. «УФН», 1974, т. 113, с. 239.
117. Kim Y. E., Tubis A. «Phys. Rev. Lett.», 1972, v. 29, p. 1017.
118. Барышников А. Г., Блохинцев Л. Д., Народецкий И. М. «Письма в ЖЭТФ», 1974, т. 19, с. 608; «Phys. Lett. B», 1974, v. 51, p. 432.
119. Беляев В. Б., Иргазиев Б. Ф., Орлов Ю. В. «Ядерная физика», 1976, т. 24, с. 44.
120. Барышников А. Г., Блохинцев Л. Д., Народецкий И. М. «Письма в ЖЭТФ», 1974, т. 20, с. 516; «Nucl. Phys. A», 1976, v. 272, p. 327.
121. Rai M., Lehman D. E., Ghovanlou A. «Phys. Lett. B», 1975, v. 59, p. 327.
122. Rinat A. S., Kok L. P., Stingl M. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 190, p. 328.
123. Goldfarb L. J. V., Gonzales J. A., Phillips A. C. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 209, p. 77.
124. Dolinsky E. I., Mukhamedzhanov A. M. «Phys. Lett. B», 1974, v. 52, p. 17.
125. Lim T. K. «Phys. Lett. B», 1975, v. 55, p. 252.
126. Lim T. K. «Phys. Lett. B», 1975, v. 56, p. 321.
127. Lim T. K. «Phys. Rev. C», 1976, v. 14, p. 1423.
128. Humberstone J. W., Wallace J. B. G. «Nucl. Phys. A», 1970, v. 141, p. 362.
129. Reid R. V. «Ann. Phys.», 1968, v. 50, p. 411.
130. Peltola E. I. «Comment. phys.-math.», 1969, v. 36, p. 71.
131. Knutson L. D., Haerberli W. «Phys. Rev. Lett.», 1975, v. 35, p. 558.
132. Chowdhury K. R., Chowdhury A. R., Roy T. «Phys. Rev. C», 1976, v. 14, p. 1702.
133. Аль-Хор А. Р., Блохинцев Л. Д., Шварц И. А. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1970, т. 34, с. 2192.
134. Glover R. N. «Phys. Lett. B», 1969, v. 28, p. 551.
135. Барышников А. Г. Кандидатская диссертация, 1975. (М., НИИЯФ МГУ.)
136. Базь А. И., Схиртладзе В. С., Шитикова К. В. «Ядерная физика», 1977, т. 25, с. 281.
137. Захарьев Б. Н., Пустовалов В. В., Эфрос В. Д. «Ядерная физика», 1968, т. 8, с. 406.
138. Базь А. И., Жуков М. В. «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 60, 958.
139. Fuller R. C. «Phys. Rev. C», 1971, v. 4, p. 1968.
140. Amusa A. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 255, p. 419.
141. Watson J. W. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 198, p. 129.
142. Plattner G. R., Bornand M., Alder K. «Phys. Lett. B», 1976, v. 61, p. 21.
143. Bohlen H. e.a. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 179, p. 504.

144. Werby M. F. e.a. «Phys. Rev. C», 1973, v. 8, p. 106.
145. Liebert R. B., Purser K. H., Burman R. L. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 216, p. 335.
146. Jain A. K., Sarma N., Banerjee B. «Nucl. Phys. A», 1970, v. 142, p. 330.
147. Alder J. C. e.a. «Phys. Rev. C», 1972, v. 6, p. 18.
148. Sakamoto Y., Güer P., Takeuchi F. «Phys. Rev. C», 1974, v. 9, p. 2440.
149. Ghovanlou A., Prats F. «Phys. Rev. C», 1974, v. 10, p. 1309.
150. Miljanić D. e.a. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 215, p. 221.
151. Balashov V. V., Meboniya D. V. «Nucl. Phys. A», 1968, v. 107, p. 369.
152. Gaillard P. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1970, v. 25, p. 593.
153. Jain A. K., Sarma N. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 233, p. 145.
154. Dollhopf W. e.a. «Phys. Lett. B», 1975, v. 52, p. 425.
155. Toyama M., Sakamoto Y. «Nucl. Phys. A», 1976, v. 268, p. 469.