

РАСПАДЫ ОСНОВНОГО МЕЗОННОГО ОКТЕТА В КВАНТОВОЙ КИРАЛЬНОЙ ТЕОРИИ

М. К. Волков

Объединенный институт ядерных исследований

В рамках квантовой киральной теории поля с использованием однопетлевого приближения описаны все основные распады пионов, каонов и η -мезонов. Результаты находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными.

The all main decays of the pions, kaons and η -mesons are described in chiral quantum field theory using the one-loop approximation. The results are in satisfactory agreement with experimental data.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время существует большое количество моделей, объясняющих многообразные распады мезонов основного октета. Наиболее удачные из них основаны на использовании алгебры токов и рассмотрении кварковой структуры частиц. Соответствующая литература столь обширна, что трудно выделить отдельные работы для ссылок. Поэтому ограничимся здесь лишь упоминанием известных книг, посвященных изложению основных принципов алгебры токов и их приложениям [1, 2].

Менее популярен другой подход, связанный с использованием киральных лагранжианов и квантовой теории поля. После получения ряда интересных соотношений между амплитудами различных пионных и каонных распадов, этот подход относительно мало использовался. Все основные результаты, полученные еще в конце 60-х годов, были извлечены из рассмотрения только так называемого «древесного» приближения. Однако, дальнейшие исследования (см., например, [3] и приведенные там ссылки) показали, что и следующий шаг, связанный с изучением однопетлевого приближения, также вполне оправдан и содержит в себе богатую информацию, отсутствующую в древесном приближении.

В обзоре [3] достаточное место уделено обсуждению проблем, связанных с правоммерностью использования теории возмущений

в киральной теории поля при изучении низкоэнергетических процессов. Не будем здесь подробно останавливаться на этих вопросах. Укажем только на еще одно обстоятельство, оправдывающее использование однопетлевого приближения. В целом ряде случаев помимо низкоэнергетической теории возмущений правильную информацию об изучаемых процессах однопетлевого приближение обеспечивает в силу особых свойств так называемых аномальных диаграмм [4, 5]. Такие распады как $(\pi^0, \eta, K_L) \rightarrow \gamma\gamma$, $(\eta, K_L) \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ идут только через аномальные барионные петли. Как было показано еще Адлером [4], высшие порядки здесь принципиально не могут дать значительных вкладов*.

Цель настоящего обзора заключается не в тщательном обсуждении характерных черт каждого из мезонных распадов, а в попытке дать общую, возможно более полную картину всех основных распадов мезонного октета, исходя из простейшей модели киральной квантовой теории поля. Мы не претендуем на точность, превосходящую 20—30% при вычислении амплитуд, поэтому исходим из самых грубых предположений, позволяющих сохранить лишь наиболее общие черты киральных лагранжианов. Так, предполагается, что $F_\pi = F_K = F_\eta = F = 96$ Мэв. Массы барионов считаются равными (кроме случая, когда вычисляется форм-фактор K_{13} -распада). Массовые члены в мезонном октете вводятся по схеме, предложенной Гелл — Маном — Оаксом — Реннером [6]. Взаимодействие с электромагнитным полем вводится минимальным градиентно-инвариантным способом. Слабые взаимодействия описываются стандартной схемой ток \times ток с введением угла Кабиббо в адронные токи. Адронные токи строятся по известному рецепту из кирального лагранжиана [1,7]. η -Мезон считается чисто октетным состоянием.

Таким образом, будет использовано минимальное количество параметров: константа сильной связи g ($g^2/4\pi \approx 14,7$), константа электромагнитного взаимодействия e ($\alpha = e^2/4\pi \approx 1/137$), константа слабого взаимодействия $G = 10^{-5}/M^2$, масса протона M , масса каона m_K , константа перенормировки аксиального тока $g_A \approx 1,25$, угол Кабиббо $\theta \approx 0,26$ и параметр смешивания f и d связи в $SU(3)$ теории $a \approx 2/3$. Все остальные величины будут выражаться через эти константы**.

* Аномальные диаграммы, которые изучались Адлером [4], это диаграммы, содержащие аксиально-векторные вершины. Будем здесь использовать диаграммы с псевдоскалярными вершинами. Однако все эти диаграммы связаны друг с другом преобразованиями, указанными в разд. 1.

** Константа $F \approx g_A M/g$ (тождество Голдбергера—Треймана). Массы мезонного октета выражаются через массу m_K и угол Кабиббо. Массы барионного октета считаются равными и, как правило, не входят в выражения для амплитуд в однопетлевом приближении.

Отсюда видно, что в нашей теории нет ни одного произвольного параметра. И один лишь тот факт, что в такой теории в однопетлевом приближении удастся описать все главные распады мезонов из основного октета, сам по себе безусловно представляет большой интерес*.

Главное внимание в этом обзоре будем уделять результатам, следующим из однопетлевого приближения, поскольку результаты, связанные с древесным приближением, достаточно хорошо известны. Там, где существуют древесные борновские члены, в основном будут обсуждаться структурные константы форм-факторов соответствующих распадов. Если же процессы идут только через петлевые диаграммы, будем обсуждать также ширину или вероятность распада мезонов.

В разд. 1 приводятся киральные лагранжианы $SU(3) \times SU(3)$ -теории и массовые члены. Даны выражения для токов и лагранжианы электромагнитных и слабых взаимодействий.

В разд. 2 обсуждаются лептонные, радиационные и полулептонные распады пионов: $\pi^\pm \rightarrow \mu\nu (e\nu)$, $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, $\pi^\pm \rightarrow \mu\nu\gamma (e\nu\gamma)$, $\pi^\pm \rightarrow \pi^0 e\nu$.

В разд. 3 описываются радиационные распады η -мезона $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ и нелептонный распад $\eta \rightarrow 3\pi$. Сделаны замечания качественного характера относительно распада $\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$.

Наконец, в последнем параграфе описаны лептонные, радиационные, полулептонные и нелептонные распады каонов: $K^\pm \rightarrow \mu\nu (e\nu)$, $K_L \rightarrow \gamma\gamma$, $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$, K_{13} , K_{14} и $K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$.

1. ЛАГРАНЖИАНЫ СИЛЬНЫХ, СЛАБЫХ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В КИРАЛЬНОЙ ТЕОРИИ

В обзоре [3] были разобраны различные способы получения кирально-инвариантных лагранжианов, описывающих сильные взаимодействия элементарных частиц. Приведем здесь $SU(3) \times SU(3)$ инвариантный лагранжиан в наиболее удобной экспоненциальной параметризации

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2, \tag{1}$$

где \mathcal{L}_1 — лагранжиан мезон-мезонного взаимодействия; \mathcal{L}_2 — лагранжиан мезон-барионного взаимодействия;

$$\mathcal{L}_1 = \frac{F^2}{4} \text{Sp} \{ \partial_\mu \exp(i\xi) \partial_\mu \exp(-i\xi) \}, \tag{2}$$

* Из наиболее вероятных распадов мезонов только распад $\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$ резко расходится с теоретическими предсказаниями. Заметим, что этот распад измерен с не очень высокой точностью [8].

здесь $\xi = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i M_i / F$; M_i — поля мезонного октета; λ_i — матрицы Гелл-Мана в $SU(3)$ -теории [1]

$$\exp(i\xi) = \{d_{ij}\} \quad (1 \leq i, j \leq 3). \quad (3)$$

Описывающий сильные мезон-барионные взаимодействия лагранжиан \mathcal{L}_2 имеет следующий вид:

$$\mathcal{L}_2 = \bar{B}_i (i\gamma_\mu D^\mu - M) B_i - a_{ijk} \bar{B}_i \gamma_\mu \gamma_5 B_j D^\mu M_k, \quad (4)$$

где $a_{ijk} = (g/M) [ad_{ijk} - i(1-a)f_{ijk}]$; B_i — поля барионного октета;

$\gamma_\mu, \gamma_5 = -\begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$ — матрицы Дирака; D^μ — ковариантные производные:

$$\left. \begin{aligned} D^\mu B_i &= \partial^\mu B_i - \frac{1}{2F^2} f_{ijm} f_{klm} B_j M_l \partial^\mu M_k + O(M^4) B; \\ D^\mu M_i &= \partial^\mu M_i - \frac{1}{6F^2} f_{ilm} f_{jnm} M_l M_n \partial^\mu M_j + O(M^5). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Для дальнейших расчетов нам понадобится лишь часть лагранжиана (4), содержащая низшие степени полей M_i . Удобно сделать преобразования барионных полей, чтобы избавиться от связи с производной в членах лагранжиана (4), содержащих мезонные поля в первой степени. Эти преобразования имеют вид

$$B_i = \Psi_i - ia_{ijk} \gamma_5 \Psi_j M_k - a_{ilm} a_{jkm} \Psi_j M_l M_k / 2 - \dots \quad (6)$$

После преобразований (6) те части лагранжиана (4), которые дают вклады в однопетлевое приближение, приобретают вид

$$\mathcal{L}_2^{(1)} = i2M a_{ijk} \bar{\Psi}_i \gamma_5 \Psi_j M_k; \quad (7)$$

$$\mathcal{L}_2^{(2)} = 2M a_{kjm} a_{ilm} \bar{\Psi}_j \Psi_i M_l M_k; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2^{(3)} &= \frac{i}{2F^2} \bar{\Psi}_i \gamma_\mu \Psi_l M_j \partial^\mu M_k \{ f_{ilm} f_{kjm} (g_A^2 - 1) + \\ &+ g_A^2 \left[\frac{2}{3} a^2 (\delta_{ij} \delta_{kl} - \delta_{ik} \delta_{jl}) + 2a(a-1) f_{kjm} (f_{ilm} - id_{ilm}) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь было использовано тождество Голдбергера — Треймана $g \approx g_A M / F$.

Чтобы учесть массовые члены мезонного октета, будем следовать схеме нарушения $SU(3) \times SU(3)$ -группы, предложенной Гелл-Маном, Оаксом, Ренером [6] и развитой далее в [9]. В этих работах предложено описывать нарушение киральной симметрии, используя представление $(3, 3^*) \otimes (3^*, 3)$ -группы, по которому

преобразуется матрица $\exp(i\xi)$. Тогда лагранжиан, нарушающий киральную симметрию, будет иметь вид

$$\bar{\mathcal{L}}_3 = \frac{C}{\sqrt{6}} \text{Sp} \{ (\lambda_0 - \sqrt{2} \lambda_8) \exp(i\xi) \}. \quad (10)$$

Здесь матрица $\lambda_0 = \sqrt{2/3} I$ и

$$(\lambda_0 - \sqrt{2} \lambda_8) / \sqrt{6} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что лагранжиан (10) нарушает только $SU(3) \times SU(3)$ -группу. $SU(2) \times SU(2)$ -группа сохраняется. Это соответствует учету масс только у каонов и η -мезонов. Чтобы ввести массы и в пионные члены лагранжиана L_1 , необходимо сделать дополнительный поворот на угол Кабиббо вокруг седьмой оси в лагранжиане (10) [9]. Тогда он принимает вид

$$\mathcal{L}_3 = \frac{C}{2\sqrt{6}} [\text{Sp} \{ \exp(i\lambda_7\theta) (\lambda_0 - \sqrt{2} \lambda_8) \times$$

$$\times \exp(-i\lambda_7\theta) \exp(i\xi) \} + \text{Sp} \{ (-\theta) \}] = C [\sin^2 \theta d_{22} + \cos^2 \theta d_{33}], \quad (11)$$

где d_{22} и d_{33} — элементы матрицы $\exp(i\xi)$ [см. (3)]. Выбирая константу C , равной $m_{K^0}^2 F^2$, получаем хорошее соответствие со всеми массами мезонного октета, вплоть до расщепления масс заряженных и нейтральных пионов и каонов. Действительно, сохраняя в (11) только члены квадратичные по мезонным полям, получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_3^{(2)} = & -m_{K^0}^2 \left\{ \sin^2 \theta \frac{\pi^2}{2} + \bar{K}^0 K^0 + \cos^2 \theta \bar{K}^+ K^+ + \right. \\ & \left. + \frac{1+3\cos^2 \theta}{6} \eta^2 - \frac{\sin^2 \theta}{\sqrt{3}} \pi^0 \eta \right\}. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} 1) \quad m_{K^0}^2 &= 0,248 (G\epsilon\epsilon)^2; & 2) \quad m_{K^+}^2 &= m_{K^0}^2 \cos^2 \theta = 0,231 (G\epsilon\epsilon)^2; \\ 3) \quad m_{\pi^+}^2 &= m_{K^0}^2 \sin^2 \theta = 0,018 (G\epsilon\epsilon)^2; & 4) \quad m_{\eta}^2 &= m_{K^0}^2 (1/3 + \cos^2 \theta) = \\ & & & = 0,31 (G\epsilon\epsilon)^2. \end{aligned} \quad (12)$$

В то же время экспериментальные значения масс мезонов

$$m_{K^+}^2 = 0,244 (G\epsilon\epsilon)^2; \quad m_{\pi^+}^2 = 0,019 (G\epsilon\epsilon)^2; \quad m_{\eta}^2 = 0,3 (G\epsilon\epsilon)^2.$$

Диагонализуя часть лагранжиана $\mathcal{L}_3^{(2)}$, содержащую нейтральные поля η и π^0 , с помощью преобразования

$$\pi^0 = \cos \varphi \pi^{0'} + \sin \varphi \eta'; \quad \eta = -\sin \varphi \pi^{0'} + \cos \varphi \eta',$$

получаем

$$\Delta \mathcal{L}(\eta', \pi^{0'}) = -\frac{m_{K^0}^2}{2} \{ \sin^2 \theta [\cos^2 \varphi (\pi^{0'})^2 + \sin^2 \varphi (\eta')^2] + \\ + (\cos^2 \theta + 1/3) [\cos^2 \varphi (\eta')^2 + \sin^2 \varphi (\pi^{0'})^2] - \frac{\sin^2 \theta}{\sqrt{3}} \sin 2\varphi \times \\ \times [(\eta')^2 - (\pi^{0'})^2].$$

Здесь

$$\operatorname{ctg} 2\varphi = -(1 + 3 \cos 2\theta) / (2 \sqrt{3} \sin^2 \theta) \approx -15 \quad (\varphi \approx -0,032).$$

При этих преобразованиях масса η -мезона меняется незначительно, а масса π^0 -мезона становится равной

$$m_{\pi^0}^2 = 0,016 (G_{\theta\theta})^2. \quad (12')$$

Экспериментальное значение $m_{\pi^0}^2 = 0,018 (G_{\theta\theta})^2$. Отсюда видно, что лагранжиан (11) дает не только хорошие значения для абсолютных величин масс мезонного октета, но и правильные значения для разностей масс заряженных и нейтральных каонов и пионов, причем нейтральный каон оказывается тяжелее заряженного, а нейтральный пион легче заряженного пиона! Недиagonальные члены лагранжиана (11) позволяют объяснить, также, такие нестандартные распады мезонов, как $\eta \rightarrow 3\pi$ [9].

Перейдем теперь к обсуждению электромагнитных и слабых взаимодействий мезонов. Взаимодействие с электромагнитным полем A_μ вводится в лагранжиан обычным градиентно-инвариантным способом

$$\partial_\mu \chi^\pm \rightarrow (\partial_\mu \pm ieA_\mu) \chi^\pm, \quad (13)$$

где χ^\pm — поля заряженных мезонов и барионов

$$\chi^\pm = (\pi^\pm, K^\pm, p, \Sigma^\pm, \Xi^\pm).$$

Это приводит к появлению электромагнитного лагранжиана вида

$$\mathcal{L}_{\text{эм}} = -eA_\mu J_{\text{эм}}^\mu, \quad (14)$$

где

$$J_{\text{эм}}^\mu = J_3^\mu + J_8^\mu / \sqrt{3} \quad (15)$$

— электромагнитный ток адронов.

Слабое взаимодействие адронов с лептонами описывается произведением двух заряженных токов:

$$\mathcal{L}_{\text{сл}}^{(1)} = G [J_{\mu(A)}^+ J_{(A)}^\mu + J_{\mu(A)}^+ J_{(\pi)}^\mu] / \sqrt{2}. \quad (16)$$

Здесь $J_{(\pi)}^\mu(x)$ — ток лептонов:

$$J_{(\pi)}^\mu(x) = : \bar{\nu}_{(\mu)} (1 - \gamma_5) \gamma^\mu \mu : + : \bar{\nu}_{(e)} (1 - \gamma_5) \gamma^\mu e : \quad (17)$$

μ , e и $\nu_{(\mu, e)}$ — поля мюона, электрона и соответствующих нейтрино. Адронные токи берутся в форме Кабиббо

$$J_{(A)}^\mu = \cos \theta (V - A)_{1+i2}^\mu + \sin \theta (V - A)_{4+i5}^\mu, \quad (18)$$

где $V_{k+i l} = V_k + iV_l$ — векторный ток; $A_{k+i l} = A_k + iA_l$ — аксиальный ток; $J_{(A)}^\mu = J_{(B)}^\mu + J_{(M)}^\mu$ — сумма барионного и мезонного токов.

Барионные токи имеют вид *:

$$\left. \begin{aligned} (V_{(B)})_i^\mu &= -i\bar{B}_k \gamma^\mu f_{ikl} B_l; \\ (A_{(B)})_i^\mu &= F\bar{B}_k \gamma^5 \gamma^\mu a_{ikl} B_l. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Мезонные токи

$$\lambda_i (J_{(M)})_i^\mu = \lambda_i (V_{(M)} - A_{(M)})_i^\mu = -iF^2 \exp(i\xi) \partial^\mu \exp(-i\xi). \quad (20)$$

Токи (19) и (20) непосредственно получаются из киральных лагранжианов (2) и (4) при использовании стандартной процедуры, изложенной, например в работе [1].

Более сложная ситуация имеет место при описании слабых адрон-адронных взаимодействий. Здесь также можно выбрать форму универсального взаимодействия вида ток \times ток:

$$\mathcal{L}_{\text{сл}}^{(2)} = (G/\sqrt{2}) J_{\mu(A)}^+ J_{(A)}^\mu \quad (21)$$

с заряженными адронными токами, имеющими форму (18)–(20). Однако, чтобы описать взаимодействие мезонов, соответствующее правилу $|\Delta T| = 1/2$ и изменению странности $|\Delta S| = 1$, необходимо наряду с заряженными токами ввести взаимодействия нейтральных токов. Следуя Сакураи [10] выберем это взаимодействие в форме

$$\mathcal{L}_{\text{сл}}^{(3)} = \sqrt{2} G d_{6kl} (J_{(M)})_k^\mu (J_{(M)})_l^\mu. \quad (22)$$

Для описания распадов, соответствующих правилу $|\Delta T| = 3/2$ и $|\Delta S| = 1$, будем рассматривать совместно лагранжианы (21) и (22), предварительно сделав и в последнем поворот вокруг седьмой оси на угол Кабиббо [11]. Это приводит к следующей форме лагранжиана, соответствующего правилу $|\Delta T| = 3/2$ и $|\Delta S| = 1$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{сл}}^{(4)} &= (G/\sqrt{2}) [(J_{(M)})_{1-12}^\mu (J_{(M)})_{4+i5}^\mu + \\ &+ (J_{(M)})_{1+i2}^\mu (J_{(M)})_{4-i5}^\mu] (\cos \theta \sin \theta - 2 \sin^2 \theta). \end{aligned} \quad (23)$$

Лагранжианы (22) и (23) вполне удовлетворительно описывают все нелептонные распады каонов.

*В барионные токи могут входить и мезонные поля. Однако в дальнейших приложениях такие токи не понадобятся и не будем их здесь выписывать.

2. ОСНОВНЫЕ РАСПАДЫ ПИОНОВ

Итак, закончено обсуждение лагранжианов, возникающих в квантовой киральной теории и описывающих слабые, сильные и электромагнитные взаимодействия адронов и лептонов. Неполиномиальные лагранжианы взяты в наиболее удобной для приложений — экспоненциальной форме*. Для дальнейших вычислений нам будут необходимы только низшие по степеням константы F^{-1} члены разложения этих неполиномиальных лагранжианов.

Как показывают оценки в однопетлевом приближении все вклады в амплитуду в основном определяются барионными петлями. Вклады от пионных петель или малы, или отсутствуют вообще. Поэтому в дальнейшем будут изучаться только барионные петли.

Расходимости, возникающие в барионных петлях, устраняются обычными методами ренормируемой теории поля (типа, например, перенормировки массы мезонов и т. п.). Такая ситуация возникает в результате использования свойств градиентной инвариантности теории и частичного сохранения аксиального тока (в частности, тождества Голдбергера — Треймана). Тем самым, несмотря на использование нелинейной реализации киральной симметрии, удастся обойтись обычными методами теории поля, без привлечения специальных методов, характерных для неполиномиальных теорий**.

Покажем теперь, как на основе приведенных в § 1 лагранжианов в древесном и однопетлевом приближении можно получить довольно полную картину всех распадов основного мезонного октета.

Начнем с изучения пионных распадов. Для большей наглядности выпишем ту часть слабого лагранжиана, которая ответственна за слабые взаимодействия пионов и нуклонов с лептонами (вместе с электромагнитным полем)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{сл}}^{(\pi, n)} = & -\sqrt{2} L_{\mu}^{(+)} : \left[F (\partial^{\mu} \pi^{-} - ieA^{\mu} \pi^{-}) + \right. \\ & \left. + i (\pi^{-} \partial^{\mu} \pi^{0} - \pi^{0} \partial^{\mu} \pi^{-}) - \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\Psi}_p \gamma^{\mu} (1 + g_A \gamma_5) \Psi_n \right] : \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь

$$L_{\mu}^{(+)} = \cos \theta \frac{G}{\sqrt{2}} : \bar{\mu} (\bar{e}) \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) \nu :$$

* Та или иная форма выбора кирального лагранжиана не влияет на окончательные результаты, являясь лишь вопросом удобства вычислений [3].

** Суперпропагаторный метод [38] используется лишь при оценке вкладов от мезонных петель. Но поскольку эти вклады оказываются малыми, они не будут здесь рассмотрены.

$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu$ ($e^\pm \nu$). Перейдем теперь к описанию основного распада пионов $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu$ ($e^\pm \nu$). Этот распад определяет основную константу киральной теории F . Покажем, что древесное приближение полностью определяет значение этой константы. Учет однопетлевого приближения — следующего шага теории возмущений

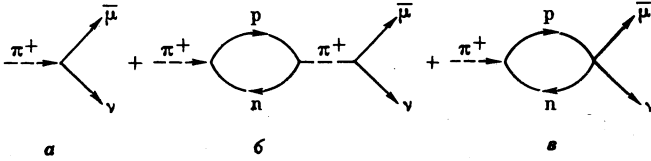


Рис. 1. Древесные и барионные петлевые диаграммы, описывающие процесс $\pi^+ \rightarrow \mu \nu$.

по параметру F^{-1} — дает лишь незначительную поправку к первому шагу, пропорциональную массе пиона*.

В древесном приближении амплитуда распада $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu$ имеет вид (рис. 1, а)

$$T_{\pi \rightarrow \mu \nu}^{(0)} = i \sqrt{2} F p^\mu l_\mu^{(+)}, \tag{25}$$

где

$$l_\mu^{(+)} = \cos \theta \frac{G}{\sqrt{2}} : \bar{u}_{(\mu)} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_{(\nu)} :$$

— лептонный ток; p^μ — импульс пиона. Отсюда для вероятности распада $W_{(\pi \rightarrow \mu \nu)}$, получаем [12]:

$$W_{(\pi \rightarrow \mu \nu)} = (G^2 \cos^2 \theta / 4\pi) F^2 m_\mu^2 m_\pi (1 - m_\mu^2 / m_\pi^2)^2. \tag{26}$$

Сравнивая это выражение с экспериментальным значением $W_{(\pi \rightarrow \mu \nu)}^{\text{эксп}} = 3,84 \cdot 10^7 \text{ сек}^{-1}$, находим

$$F = 96 \text{ Мэв}. \tag{27}$$

В однопетлевом приближении процесс $\pi^+ \rightarrow \mu \nu$ описывается двумя диаграммами (см. рис. 1, б и в).

Вклады от этих диаграмм в амплитуду имеют вид [13]

$$T^{(б)} = T^{(0)} \Pi (p^2) / (m^2 - p^2); \tag{28а}$$

$$\begin{aligned} T^{(в)} &= -l_\mu^{(+)} g_A \frac{M}{F} \frac{\sqrt{2}}{(2\pi)^4} \int d^4 k \text{Sp} \{ \gamma^5 (M - \hat{k})^{-1} \gamma^\mu \gamma^5 (M - \hat{k} - \hat{p})^{-1} \} = \\ &= T^{(0)} R(m^2) \left(\frac{g_A M}{g F} \approx 1 \right). \end{aligned} \tag{28б}$$

* Заметим, что для $m_\pi = 0$ весь вклад в амплитуду процесса $\pi \rightarrow \mu \nu$ определяется только древесной диаграммой. Вклады всех остальных диаграмм полностью компенсируются и в сумме равны нулю (см. приложение в работе [13]).

Здесь $\Pi(p^2)$ — поляризационный оператор. Операторы $\Pi(p^2)$ и $R(p^2)$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Pi(p^2) &= -i \frac{2g^2}{(2\pi)^4} \int d^4k \operatorname{Sp} \{ \gamma^5 (M - \hat{k})^{-1} \gamma^5 (M - \hat{k} - \hat{p})^{-1} \} = \\ &= \text{const} + p^2 R(p^2) = \Pi(m^2) + \frac{\partial}{\partial p^2} \Pi(p^2) \Big|_{p^2=m^2} \times (p^2 - m^2) + \dots; \\ R(p^2) &= -i \left(\frac{g}{2\pi^2} \right)^2 \int \frac{d^4k}{(M^2 - k^2 - i\epsilon) [M^2 - (k-p)^2 - i\epsilon]}. \end{aligned}$$

Учет диаграммы рис. 1, б целиком сводится к перенормировке массы пиона и его функции. Действительно, совместный вклад в амплитуду от диаграмм рис. 1, а и 1, б можно записать в виде

$$\begin{aligned} T^{(0)} \left(1 + \frac{\Pi(p^2)}{m^2 - p^2} \right) &\approx T^{(0)} (m^2 - p^2) [m^2 - \Pi(m^2) - p^2 + \\ &+ \Pi'(p^2) |_{p^2=m^2} (m^2 - p^2) + \dots]^{-1} \approx T^{(0)} \frac{m^2 - p^2}{m^2 - p^2} Z_\pi \approx Z_\pi T^{(0)}(\bar{m}), \end{aligned}$$

где $\bar{m}^2 = m^2 - \Pi(m^2)$ — перенормированная масса пиона; Z_π — константа перенормировки пионного поля

$$Z_\pi = [1 + \Pi'(p^2) |_{p^2=m^2}]^{-1}. \quad (29)$$

Тогда полный вклад в амплитуду от всех трех диаграмм (см. рис. 1)

$$T = T^{(0)} [Z_\pi + R(m^2)] = T^{(0)} [1 - m^2 R'(m^2)],$$

где $R'(m^2) = (1/6) [g_A/(2\pi F)]^2$.

В результате для константы F получаем

$$F \{ 1 - (1/6) [g_A m / (2\pi F)]^2 \} = F(m^2) = 96 \text{ Мэв}, \quad (30)$$

откуда $F = 97 \text{ Мэв}$.

Тем самым видно, что учет следующего шага теории возмущений по сильной константе приводит всего лишь к однопроцентной поправке для F . В дальнейшем этой поправкой будем пренебрегать*.

$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. Рассмотрим теперь процесс $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ (рис. 2). Впервые этот процесс был вычислен в однопетлевом приближении еще

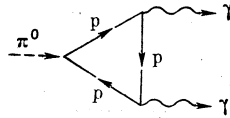
* Более корректно схему перенормировок для процесса $\pi \rightarrow \mu\nu$ можно изложить так.

Борновский член для перенормированных величин записывается в форме $\bar{T}^0 = T^0 Z_\pi^{-1} Z_F^{-1}$, причем, в силу частичного сохранения аксиального тока, аксиальная вершина рис. 1, а не должна перенормировываться при учете высших порядков теории возмущений, т.е. $Z_\pi^{-1} Z_F^{-1} = 1$; $Z_F^{-1} = Z_\pi$. После совместного рассмотрения диаграмм рис. 1, а и б, получаем $\bar{T} = T^{(0)} Z_F^{-1} = T^{(0)} Z_\pi$. Наконец, объединение этого выражения с вкладом от диаграммы рис. 1, в дает

$$T = T^{(0)} (Z_F^{-1} + R) = T^{(0)} \{ 1 - (1/6) [g_A m / (2\pi F)]^2 \}.$$

в работе Стейнбергера в 1949 г. [14]. С тех пор его изучению с различных позиций были посвящены многочисленные работы (см., например, [4, 5]). Этот процесс интересен тем, что он противоречит выводам стандартного подхода алгебры токов. Чтобы объяснить его в рамках этой теории, необходимо переопределить дивергенцию аксиального тока, введя туда аномальные члены (в отличие от обычного определения, следующего из ЧСАТ). Объяснение этого эффекта связано с недостаточностью быстрой сходимостью треугольной диаграммы, содержащей две векторные и одну аксиально-векторную вершины. Именно через эту диаграмму и идет процесс распада

Рис. 2. Барийная петлевая диаграмма, описывающая процесс $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$



$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ (см. рис. 2). Такие диаграммы называются аномальными. В работах [4, 5] обсуждаются различные типы таких диаграмм.

Наличие аномальных диаграмм приводит к возникновению своеобразной ситуации при вычислении вероятностей соответствующих процессов. Оказывается, что аномальные петлевые диаграммы могут существовать лишь в низших порядках теории возмущений и они почти целиком определяют амплитуды распадов. Действительно, в более высоких порядках диаграммы начинают сходиться быстрее, аномальные диаграммы исчезают и вступает в право стандартная алгебра токов, запрещающая появление ненулевых вкладов от таких диаграмм. Тем самым полная вероятность распада, например, $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, принципиально оказывается связанной с учетом лишь одной треугольной диаграммы. Похожая ситуация возникает и при вычислении некоторых других процессов, например, $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$, $K_L \rightarrow \gamma\gamma$, $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$. Поэтому однопетлевое приближение при расчете таких процессов играло бы определяющую роль, даже при отсутствии удовлетворительной теории возмущений при низких энергиях.

После этих общих замечаний приведем выражение для амплитуды распада $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, следующее из диаграммы рис. 2:

$$T_{\mu\nu}^{(\pi^0)} = -if_{(\pi^0)}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}q_1^\alpha q_2^{\beta *}$$

где

$$f_{(\pi^0)} = \frac{e^2 g_A}{(2\pi)^2 F} = \frac{g_A m \alpha}{\pi F m} \approx 0,56 \frac{\alpha}{m}; \tag{31}$$

$\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ — полностью асимметричный тензор; q_1 и q_2 — импульсы фотонов. Экспериментальное значение $f_{(\pi^0)}$ [8]:

$$f_{(\pi^0)}^{\text{эксп}} = (8/m)\sqrt{(\pi/m)\Gamma_{(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)}} \approx 0,47 (\alpha/m). \tag{32}$$

$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu \gamma$. Подробное описание этого процесса можно найти в работах [13, 15, 16]. Борновское приближение $T_\mu^{(0)}$ определяется диаграммами, изображенными на рис. 3:

$$T_\mu^{(0)} = i \sqrt{2} e F \left[g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu (p - q)_\nu}{pq} \right] l_\nu^{(+)} - ieG \cos \theta F \bar{u}_{(\mu)} \gamma_\mu (\hat{k} + \hat{q} - m_{(\mu)})^{-1} \hat{p} (1 + \gamma_5) u_{(\nu)}.$$

Здесь p , k и q — импульсы пиона, мюона и фотона; $m_{(\mu)}$ — масса мюона. Однопетлевое приближение, которое в основном нас и инте-

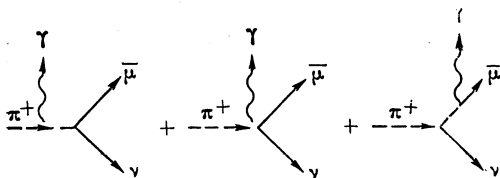


Рис. 3. Древесные диаграммы, описывающие процесс $\pi^+ \rightarrow \bar{\mu} \nu \gamma$

ресует, связано с диаграммами, изображенными на рис. 4,5 (стрелками на рисунках указаны места, из которых может излучаться фотон. В результате получаем пять диаграмм в случае, изображен

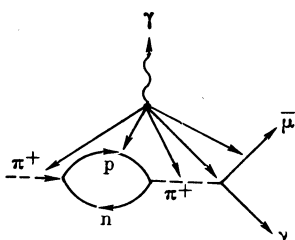


Рис. 4. Пять барионных петлевых диаграмм, описывающих процесс $\pi^+ \rightarrow \bar{\mu} \nu \gamma$ (типа 1б)

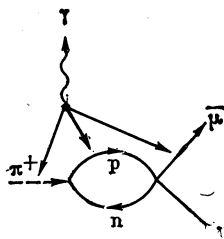


Рис. 5. Три барионные петлевые диаграммы, описывающие процесс $\pi^+ \rightarrow \bar{\mu} \nu \gamma$ (типа 1в)

ном на рис. 4, и три диаграммы для рис. 5). Вклады от этих диаграмм имеют вид:

$$T_\mu^{(4)} = \left\{ -R(m^2) - \frac{1}{6} [g_A m / (2\pi F)]^2 \right\} T_\mu^{(0)};$$

$$T_\mu^{(5)} = R(m^2) T_\mu^{(0)} - i \sqrt{2} e [i h_V \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_\alpha q_\beta - h_A (g_{\mu\nu} p q - p_\mu q_\nu)] l_\nu^{(+)}, \quad (33)$$

где $h_V = g_A / 8\pi^2 F$; $h_A = g_A^2 / 6 (2\pi)^2 F$.

Тем самым, учет нуклонных петель приводит: 1) к перенормировке константы F [см. (30)]; 2) к появлению в амплитуде членов, описывающих структурное излучение.

Для отношения $h_A/h_V = \gamma$ получаем $\gamma = g_A/3 \approx 0,42$, что соответствует одному из экспериментальных значений [17] *: $\gamma \approx 0,4$; $\gamma \approx -2$.

Отметим, что в однопетлевом приближении выполняются следующие из алгебры токов соотношения между константами $f_{(\pi^0)}$ [см. формулу (34)] и h_V [15, 16], а также между константой h_A и поляризуемостью пиона β , вычисленной в однопетлевом приближении [19].

Первое соотношение $h_V = f/2e^2$ объясняется тривиально, поскольку эти константы находятся из похожих диаграмм (см. рис. 2 и рис. 5, когда фотон излучается из нуклонной петли).

Если коэффициент поляризуемости пиона β определить из процесса $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ согласно формуле

$$T_{\mu\nu}^{(\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi)} = T_{\mu\nu}^{(0)} + 2e^2\beta_V(g_{\mu\nu}q^1q^2 - q_\mu^1q_\nu^2),$$

где q^1 и q^2 — импульсы фотонов, то в однопетлевом приближении с нуклонными петлями для $\beta^{(n)}$ получается значение [19]: $\beta^{(n)} = g_A^2/6 (2\pi F)^2$. Отсюда следует простая связь между $\beta^{(n)}$ и h_A : $h_A = F\beta^{(n)}$, которая является одним из следствий алгебры токов [16] **.

$\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu$. Изучение пионных распадов закончим рассмотрением β -распада заряженного пиона (рис. 6). Вычисление этого

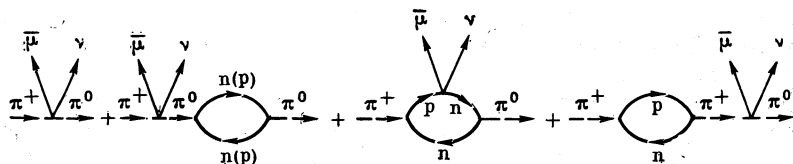


Рис. 6. Древесные и барионные петлевые диаграммы, описывающие β -распад π^+

процесса полностью аналогично вычислению электромагнитного форм-фактора пиона [20] и приводит к следующему выражению для амплитуды распада $\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu$:

$$T_{(\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu)} = T^{(0)} \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{g_A}{2\pi F} \right)^2 q^2 \right] - \frac{\sqrt{2}}{6} \left(\frac{g_A}{2\pi F} \right)^2 (m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0}^2) q^\mu l_\mu^{(+)}, \quad (34)$$

где $T^{(0)} = \sqrt{2} (p_{\pi^+} + p_{\pi^0})^\mu l_\mu^{(+)}$; $q = p_{\pi^+} - p_{\pi^0}$.

* См. также работу [18], где данные, соответствующие положительному значению γ , измерены с погрешностью, равной приблизительно 27% ($\gamma \approx 0,44 \pm 0,12$).

** В β дают вклад также и мезонные петли. Однако при $(q^1q^2) \ll m_\pi^2$ их вклад на порядок меньше, чем $\beta^{(n)}$.

Последний член в формуле (34) пренебрежимо мал, порядка $O(m_e/m_\pi)$. Интересно отметить, что радиус слабого взаимодействия пиона совпадает с электромагнитным радиусом [20] *.

До сих пор мы рассматривали только нуклонные петлевые диаграммы, в соответствии с простым лагранжианом (24). Если принять во внимание более полные лагранжианы (7) и (16) и учесть остальные гиперонные петли, то это приведет к следующим заменам в полученных ранее формулах:

$$g_A^2 \rightarrow g_A^2 \left[1 + \frac{28}{27} \left(\frac{M_n}{M_\Sigma} \right)^2 + \frac{1}{9} \left(\frac{M_n}{M_\Xi} \right)^2 \right] \approx 1,7g_A^2,$$

$$g_A \rightarrow g_A \left[1 + \frac{1}{13} \frac{M_n}{M_\Xi} \right] \approx 1,24g_A,$$

или в пренебрежении разностями масс барионного октета,

$$g_A^2 \rightarrow 2,1g_A^2; \quad g_A \rightarrow 1,3g_A.$$

В результате получаем

$$f_{(\pi^0)} \approx 0,7 \frac{\alpha}{m}, \quad \gamma \approx 0,5.$$

Соотношения между константами h_V , h_A , $f_{(\pi^0)}$ и β не изменяются.

На этом закончим изучение пионных распадов. Здесь были рассмотрены наиболее характерные распады пионов, для объяснения которых использовались лагранжианы, типичные для киральной теории сильных и слабых взаимодействий (см. разд. 1). Такие распады, как $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$ или $\pi^\pm \rightarrow e^\pm \nu e^-$, мы не будем здесь рассматривать, так как они объясняются на основе уже рассмотренных распадов $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, и $\pi^\pm \rightarrow e^\pm \nu\gamma$, когда один фотон превращается в лептонную пару [21]. Поэтому перейдем сразу к изучению распадов η -мезона.

3. ОСНОВНЫЕ РАСПАДЫ η -МЕЗОНА

Прежде чем приступить к описанию большого количества распадов заряженных и нейтральных каонов, полезно рассмотреть менее разнообразные виды распадов последнего члена мезонного октета — η -мезона. Остановимся здесь на описании четырех наиболее вероятных распадов η -мезона: $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$, $\eta \rightarrow 3\pi^0$ и $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. В заключение скажем несколько слов также о распаде $\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$. Такие распады, как $\eta \rightarrow \mu^+\mu^-$, $\eta \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ и $\eta \rightarrow \pi^+\pi^- e^+ e^-$ не будем здесь обсуждать, как и для пионов. Они целиком определяются более простыми распадами $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, $\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$ и $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ [21].

* Как показано в работе [20] вклад от мезонных петель мал по сравнению с вкладом от барионов. Поэтому здесь мезонные петли не рассмотрены.

$\eta \rightarrow \gamma\gamma$. Наиболее вероятным распадом η -мезона, как и π^0 -мезона, является распад $\eta \rightarrow \gamma\gamma$. Он идет через аномальную треугольную барионную диаграмму, подобную той, которая изображена на рис. 2. Его амплитуда [22]

$$T_{\mu\nu}^{(\eta)} = -f_{(\eta)}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}q_1^\alpha q_2^\beta,$$

где

$$f_{(\eta)} = \frac{e^2 g_A a}{2\sqrt{3}\pi^2 F} = \frac{2a g_A m_\eta}{\sqrt{3}\pi F} \frac{\alpha}{m_\eta} = 1,7\alpha/m_\eta. \quad (35)$$

Экспериментальное значение [8]

$$f_{(\eta)}^{\text{эксп}} = \frac{8}{m_\eta} \sqrt{\pi\Gamma_{(\eta\rightarrow\gamma\gamma)}/m_\eta} = 1,5\alpha/m_\eta. \quad (36)$$

Согласие с экспериментальными данными здесь значительно лучше, чем при распаде пиона.

$\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$. В описании распада $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ участвуют два вида барионных петлевых диаграмм аномального типа (рис. 7) [22].

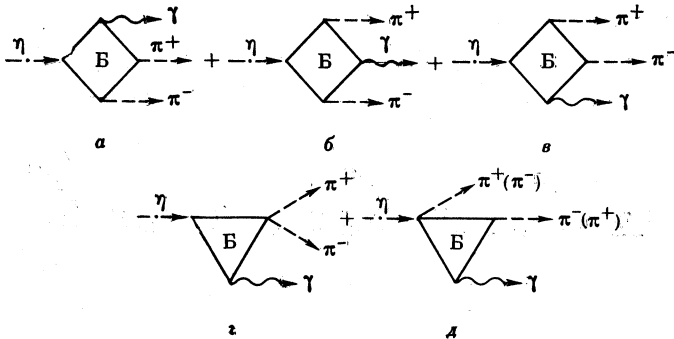


Рис. 7. Барионные петлевые диаграммы, описывающие распад $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$

Это четырехугольные диаграммы с сильными вершинами, соответствующими лагранжиану $\mathcal{L}_2^{(1)}$, и треугольные диаграммы с вершинами $\mathcal{L}_2^{(1)}$ и $\mathcal{L}_2^{(3)}$ [см. формулы (7) и (9)]. Треугольные диаграммы с одной из вершин типа $\mathcal{L}_2^{(2)}$ равны нулю.

Амплитуда процесса $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ имеет вид

$$T_\mu = \frac{e g_A C_\eta}{8\sqrt{3}F^3\pi^2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} (p^+)^{\nu} (p^-)^{\alpha} q^{\beta},$$

где p^+ , p^- и q — импульсы π^+ -мезона, π^- -мезона и фотона соответственно; $C_\eta = C_\eta^{(1)} + C_\eta^{(2)}$ — факторы, учитывающие вклады от

барийонных четырехугольных диаграмм $C_\eta^{(1)}$, и треугольных диаграмм $C_\eta^{(2)}$:

$$C_\eta^{(1)} = 2g_A^2 [1 + (2a - 1)^3] \approx 3,24;$$

$$C_\eta^{(2)} = 6a [1 - g_A^2 (4a^2 - 3(2a - 1))] \approx -0,86.$$

Как и в большинстве других процессов, вклад от лагранжиана $\mathcal{L}_2^{(1)}$ оказывается определяющим. Для ширины распада получаем выражение

$$\Gamma_{\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma} = \alpha \left(\frac{g_A C_\eta}{3} \right)^2 \left(\frac{m_\eta}{\sqrt{2} 4\pi F} \right)^6 \left[1 - \left(\frac{2m_\pi}{m_\eta} \right)^2 \right]^5 m_\eta T_\eta, \quad (37)$$

где

$$T_\eta = \int_0^1 dx x^3 (1-x)^{3/2} [(1 - (2m_\pi/m_\eta)^2)^{-1} - x]^{-1/2} = 0,034.$$

В результате приходим к следующей численной оценке

$$\Gamma_{(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma)} = 35 \text{ эв.} \quad (38)$$

Экспериментальное значение [8]

$$\Gamma_{(\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma)}^{\text{эксп}} = 41 \text{ эв.} \quad (39)$$

Как и при распаде $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ теоретические оценки ширины процесса $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ хорошо согласуются с экспериментальными данными.

$\eta \rightarrow 3\pi$. В описании процесса $\eta \rightarrow 3\pi$ определяющую роль играет лагранжиан (11), нарушающий группу $SU(3) \times SU(3)$ [9].

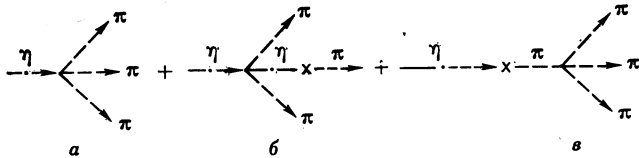


Рис. 8. Древесные диаграммы, описывающие распад $\eta \rightarrow 3\pi$

Те части полных лагранжианов (2) и (11), которые принимают участие в описании этого процесса в древесном приближении, имеют вид

$$\mathcal{L}_{(\pi\eta)} = \frac{m_\pi^2}{\sqrt{3}} : \pi^0 \eta \left(1 - \frac{\pi^2}{6F^2} \right) : + \frac{m_\pi^2}{12F^2} : \eta^2 \pi^2 : , \quad (11a)$$

$$\mathcal{L}_{(\pi\pi)} = \frac{1}{6F^2} : [(\pi \partial_\mu \pi)^2 - \pi^2 (\partial_\mu \pi)^2] : + \frac{m_\pi^2}{24F^2} : (\pi^2)^2 : \quad (2a)$$

Соответствующие диаграммы приведены на рис. 8. Для процесса $\eta \rightarrow 3\pi^0$ вклады от диаграмм рис. 8, б и в взаимно сокращаются и амплитуда целиком определяется диаграммой рис. 8, а.

$$T_{(\eta \rightarrow 3\pi^0)} = -im_\pi^2 / (3\sqrt{2} F^2). \quad (40)$$

Это приводит к выражению для ширины распада $\eta \rightarrow 3\pi^0$:

$$\Gamma_{(\eta \rightarrow 3\pi^0)} \approx 1 \text{ кэв}, \quad (41)$$

которое в четыре раза превосходит экспериментальное значение

$$\Gamma_{\eta \rightarrow 3\pi^0}^{\text{эксп}} = 0,26 \text{ кэв}. \quad (42)$$

В амплитуду распада $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ дают вклад все три диаграммы (см. рис. 8):

$$T_{(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)} = -im_\pi^2(3m_\eta^2 - m_\pi^2 - 6m_\eta\omega_{\pi^0})/[3\sqrt{3}F^2(m_\eta^2 - m_\pi^2)], \quad (43)$$

где ω_{π^0} — энергия вылетающего π^0 -мезона. Здесь для ширины распада получается значение

$$\Gamma_{(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)} = 0,66 \text{ кэв}, \quad (44)$$

которое также лишь по порядку величины согласуется с экспериментальным

$$\Gamma_{(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)}^{\text{эксп}} = 0,2 \text{ кэв}. \quad (45)$$

В лучшем согласии с экспериментом находится отношение $\Gamma_{(\eta \rightarrow 3\pi^0)}/\Gamma_{(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)}$. И очень хорошо согласуется с экспериментальными данными параметр наклона в процессе $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (см. [23]):

$$T_{(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)} = a_\eta \{1 - \sigma_\eta (s_3 - s_0)/m_\pi^2\}, \quad (46)$$

где

$$s_3 = (p_\eta - p_{\pi^0})^2; \quad s_0 = (s_1 + s_2 + s_3)/3 = m_\pi^2 + m_\eta^2/3; \\ s_i = (p_\eta - p_{\pi_i})^2; \quad \sigma_\eta = -\frac{3m_\pi^2}{m_\eta^2 - m_\pi^2} = -0,19 \quad (47)$$

в то время как экспериментальное значение [24]

$$\sigma_\eta^{\text{эксп}} = -0,19 \pm 0,02. \quad (48)$$

Интересно отметить, что выражение для величины σ_η полностью совпадает с аналогичным выражением для параметра наклона процесса $K \rightarrow 3\pi$ (см. [23]).

Итак, в рамках тех грубых предположений, из которых мы исходили, сохраняя лишь наиболее существенные черты киральной теории, полученную картину распадов η -мезонов можно считать вполне удовлетворительной. Существует большое количество работ, где сделаны попытки описания распада $\eta \rightarrow 3\pi$ с учетом более тонких эффектов (например, учет $\eta - \eta'$ -смешивания и пр.). Укажем здесь несколько статей, в которых можно найти ссылки и на предыдущие работы по той же теме (см. например, [25]).

$\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$. Описание распадов η -мезона закончим обсуждением процесса $\eta \rightarrow \pi^0\gamma\gamma$. Он резко отличается от всех остальных мезон-

ных распадов тем, что может идти лишь через мезонные петли. Эта ситуация подобна той, которая возникала при описании поляризуемости нейтральных мезонов (см. например, [19, 26]).

Напомним, что во все мезонные процессы в однопетлевом приближении определяющие вклады дают барионные петли. Мезонные петли или вообще не возникают (для нечетного количества внешних мезонных концов в диаграмме), или их вклады существенно меньше, чем от барионов, и ими можно пренебречь. При распаде $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ вклады от барионных петель полностью сокращаются и остаются лишь вклады от мезонных петель. Этот факт сразу заставляет ожидать подавления вероятности распада $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ по сравнению, например, с распадами $\eta \rightarrow \gamma \gamma$ или $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$, где вся амплитуда определяется барионными петлями. Действительно, расчеты показывают, что такое подавление имеет место*. Однако, экспериментальные значения для ширины распадов $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ и $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ почти равны! Это единственное грубое расхождение предсказаний киральной теории с существующим в настоящее время экспериментом. Следует, правда, отметить, что измерение распада $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$ сделано с не очень высокой точностью (см., например, [8]).

4. ОСНОВНЫЕ РАСПАДЫ КАОНОВ

В отличие от распадов η -мезона, которые идут без участия слабых вершин, все распады каонов обязательно связаны со слабыми взаимодействиями. В этом смысле пионы занимают промежуточное положение. Действительно, большинство пионных распадов, как уже известно, также связано со слабыми взаимодействиями частиц, однако, возможны распады без слабых вершин, например, распад $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$.

ЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ

$K^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu$ ($e^\pm \nu$). Изучение каонных распадов естественно начать с наиболее характерного распада $K^\pm \rightarrow \mu^\pm \nu$ ($e^\pm \nu$).

* Каждая из отдельных барионных диаграмм, возникающих в процессе $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma \gamma$, дает вклад в ширину, равный нескольким сотым электрон-вольта. Однако, в сумме все эти вклады точно сокращаются. Оставшиеся вклады от пионных петель меньше каждого из барионных и в ширину процесса дают вклад, более чем на три порядка отличающийся от экспериментального значения.

Напомним, что подобная ситуация имела место и при вычислении поляризуемости мезонов [19, 26]. Для заряженных мезонов основной вклад в поляризуемость дают барионные петлевые диаграммы. Вклад от мезонных петлевых диаграмм на порядок меньше, чем от барионных, и при вычислении поляризуемости заряженных мезонов мезонными петлями можно пренебречь. Однако, при вычислении поляризуемости нейтральных мезонов вклады от барионных петель полностью сокращаются, а от мезонных — остаются. Поэтому, у нейтральных мезонов поляризуемость оказывается все же не равной нулю, но на порядок величины меньше, чем у заряженных.

В древесном приближении, используя лагранжиан слабого взаимодействия (16), получаем амплитуду

$$T_{(K^+ \rightarrow \bar{\mu}\nu)} = i\sqrt{2} F \operatorname{tg} \theta p^\mu l_\mu^{(+)}, \quad (49)$$

где p^\pm — импульс каона; $l_\mu^{(+)}$ — тот же лептонный ток, что и в (25); θ — угол Кабиббо. В результате приходим к следующему выражению для вероятности распада $K^+ \rightarrow \bar{\mu}\nu$:

$$W_{(K^+ \rightarrow \bar{\mu}\nu)} = \frac{G^2 \sin^2 \theta}{4\pi} F^2 m_\mu^2 m_K (1 - m_\mu^2/m_K^2)^2 = 4,8 \cdot 10^7 \text{ сек}^{-1}, \quad (50)$$

в то время как экспериментальное значение [8]

$$W_{(K^+ \rightarrow \bar{\mu}\nu)}^{\text{экс}} = 5,1 \cdot 10^7 \text{ сек}^{-1}. \quad (51)$$

Отсюда видно, что при используемом значении угла Кабиббо $\theta \approx 0,26$ константы F_π и F_K можно считать равными.

Учет однопетлевого приближения опять приводит к конечной поправке, имеющей тот же вид, что и в (30), только с массой каона в квадратных скобках. Эта поправка существенно больше, чем при распаде пиона. Однако и она не выходит за пределы погрешности 20—30% в определении амплитуды, на которую мы претендуем. Поэтому, как и в предыдущем случае, ей можно пренебречь.

РАДИАЦИОННЫЕ РАСПАДЫ

$K_L \rightarrow \gamma\gamma$. Следуя работе [27], вероятность распада $K_L \rightarrow \gamma\gamma$ можно выразить через вероятности распадов $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ и $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$,

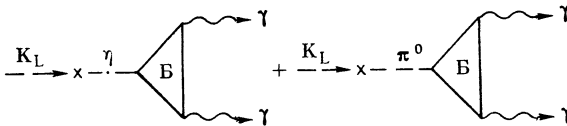


Рис. 9. Барийные петлевые диаграммы, описывающие распад $K_L \rightarrow \gamma\gamma$

используя полюсные диаграммы, описывающие переходы $K_L \rightarrow \eta$ и $K_L \rightarrow \pi^0$ (рис. 9). Действительно, из лагранжиана (22) получаем

$$\bar{\mathcal{L}}_{\text{сн}}^{(3)} = \sqrt{2} GF^2 \partial_\mu K_L \partial_\mu [\pi^0 + \eta/\sqrt{3}] \approx a K_L [\pi^0 + \eta/\sqrt{3}], \quad (52)$$

где $a = \sqrt{2} GF^2 m_K^2 \approx 4 \cdot 10^{-2} \text{ (Мэв)}$.

Лагранжиан (52) сразу же позволяет связать вероятность распада $K_L \rightarrow \gamma\gamma$ с вероятностями подобных распадов пиона и η -мезона:

$$W_{(K_L \rightarrow \gamma\gamma)} = \frac{a^2}{3m_{K_L}^4} \left[\left(\frac{m_\eta^2}{m_{K_L}^2} - 1 \right)^{-1} - 3 \left(1 - \frac{m_\pi^2}{m_{K_L}^2} \right)^{-1} \right]^2 W_{(\eta \rightarrow \gamma\gamma)}^{(m_\eta \rightarrow m_{K_L})}, \quad (53)$$

где $W_{(\eta \rightarrow \gamma\gamma)}^{(m_\eta \rightarrow m_{K_L})}$ — вероятность распада $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ (или $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$), в котором масса η -мезона заменена массой каона. Она имеет вид (см. формулу (35) и [28])

$$W_{(\eta \rightarrow \gamma\gamma)}^{(m_\eta \rightarrow m_{K_L})} = \frac{m_{K_L}}{3\pi} \left(\frac{\alpha a g_A m_{K_L}}{4\pi F} \right)^2.$$

В результате приходим к следующей численной оценке [29]

$$W_{(K_L \rightarrow \gamma\gamma)} = 8,5 \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1}, \quad (54)$$

в то время как экспериментальное значение равно

$$W_{(K_L \rightarrow \gamma\gamma)}^{\text{эксп}} = 9,5 \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1}. \quad (55)$$

$K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$. Распад $K_s \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ легко объясняется на основе распада $K_s \rightarrow \pi^+\pi^-$, когда фотон излучается одним из заряженных пионов. Поэтому не будем здесь останавливаться на его

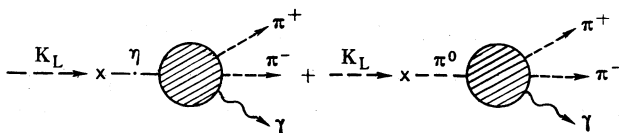


Рис. 10. Барийные петлевые диаграммы, описывающие распад $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ (см. также рис. 7.)

описании *. Поскольку распад $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-$ запрещен, то и распад $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$, в отличие от распада $K_s \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$, не может идти в древесном приближении. Подобно распаду $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$, он идет лишь через барионные петли аномального типа. Поэтому естественно попытаться, как и в предыдущем случае, связать вероятность распада $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ с вероятностью распада $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$, используя полюсные диаграммы (рис. 10), которые возникают благодаря лагранжиану (52) (см., например, [29]).

* Это же замечание относится и к другим распадам подобного типа, например, $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$. Распады $K \rightarrow 2\pi$ будут рассмотрены несколько позже.

Это приводит к выражению для вероятности распада $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$, полностью повторяющему форму аналогичного выражения для распада $K_L \rightarrow \gamma\gamma$ *

$$W_{(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma)} = \frac{a^2}{3m_{K_L}^4} \left[\left(\frac{m_\eta^2}{m_{K_L}^2} - 1 \right)^{-1} - 3 \left(1 - \frac{m_\pi^2}{m_{K_L}^2} \right)^{-1} \right]^2 W_{(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma)}^{(m_\eta \rightarrow m_{K_L})}. \quad (56)$$

При замене массы m_η на массу m_{K_L} величина $W_{(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma)}$ заметно уменьшается [см. (37) и (38)]:

$$W_{(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma)}^{(m_\eta \rightarrow m_{K_L})} = 1,8 \cdot 10^{16} \text{ сек}^{-1}, \quad (57)$$

или

$$\Gamma_{(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma)}^{(m_\eta \rightarrow m_{K_L})} = 12 \text{ эв.}$$

В результате для вероятности распада $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ получаем несколько заниженное значение

$$W_{(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma)} = 3,1 \cdot 10^2 \text{ сек}^{-1}. \quad (58)$$

Экспериментальное значение в три раза больше [8]

$$W_{(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma)}^{\text{эксп}} = 11 \cdot 10^2 \text{ сек}^{-1}. \quad (59)$$

Интересно отметить тот факт, что, если в (53) и (56) для вероятностей распадов η -мезона использовать экспериментальные значения, то для распада $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ согласие с экспериментальными данными заметно улучшается, а для $K_L \rightarrow \gamma\gamma$ остается практически тем же

$$\overline{W}_{(K_L \rightarrow \gamma\gamma)} = 8,3 \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1}; \quad \overline{W}_{(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma)} = 10,5 \cdot 10^2 \text{ сек}^{-1}.$$

В этом случае оба значения хорошо согласуются с экспериментальными данными! Та же ситуация имеет место, если не менять массы $m_\eta \rightarrow m_{K_L}$ в (53) и (56). Скрывается ли здесь какой-нибудь физический смысл — сказать трудно.

Однако, в том, что получены заниженные значения вероятностей распадов K_L -мезонов, есть определенный смысл. Действительно, здесь учтены не все промежуточные мезоны, которые могут участвовать в полюсных диаграммах. Если выйти за рамки октета, то лагранжиан (52) можно переписать в форме [27]:

$$\overline{\mathcal{L}}_{\text{сл}}^{(3)} = aK_L (\pi^0 + \eta_8/\sqrt{3} + \sqrt{2/3}\eta_0 - \sqrt{2}\eta_c), \quad (52')$$

* Блок, изображенный на рис. 10, соответствует совокупности петлевых диаграмм, приведенных на рис. 7.

где $\eta_0 \approx \eta'$ — синглетный η -мезон; $\eta_c = X_c$ — мезон с шарман. Учет тяжелого η_c -мезона не существует, а учет η_0 -мезона может привести к появлению в квадратных скобках (56) члена, имеющего вид [29]:

$$\Delta \approx \sqrt{6} \frac{C_{\eta'}}{C_{\eta}} \frac{g_{\eta'pp}}{g_{\pi^0pp}} \left(\frac{m_{\eta'}^2}{m_{K_L}^2} - 1 \right)^{-1},$$

где $C_{\eta} \approx 2,4$ — коэффициент из (37); $C_{\eta'}$ — аналогичный коэффициент, возникающий из связи синглетного η_0 -мезона с барионной петлей и приближенно равного 4,8; $g_{\eta'pp}$ — константа связи сильного взаимодействия η' -мезона с протонами. Из распада $\eta' \rightarrow \gamma\gamma$ можно получить приближенную оценку $g_{\eta'pp} \approx 0,5g_{\pi^0pp}$. В результате для Δ получаем значение $\Delta \approx 0,9$, что приводит к увеличению значения $W_{K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma}$:

$$W_{(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma)} \approx 8,4 \cdot 10^2 \text{ сек}^{-1}.$$

Это значение существенно лучше согласуется с экспериментальными данными, чем (58). Однако, ввиду довольно грубого характера наших оценок, подчеркнем здесь лишь чисто качественную сторону возможности учета других промежуточных мезонных состояний. А именно, что такой учет приводит к увеличению теоретической оценки значения вероятности распада K_L -мезона.

Обсуждение радиационных распадов K_L -мезонов закончим замечанием, касающимся возможности существования вкладов от петлевых барионных диаграмм, где странность меняется на барионных линиях. Такого типа диаграммы обсуждались в работах [30]. Наше замечание сводится к следующему. Если взять лагранжиан для барион-барионных переходов с изменением странности в форме, предложенной в [31], то вклады от петлевых диаграмм с такими вершинами взаимно сокращаются.

Действительно, лагранжиан, полученный в [31], имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}} &= D \{d_{6ij} + i f_{6ij}\} \bar{B}_i B_j = \\ &= D \{\bar{p}\Sigma^+ + \bar{\Sigma}^+ p + \text{нейтральные барионы}\}, \end{aligned} \quad (60)$$

где $D = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ МэВ}$. Этот лагранжиан выводится из лагранжиана слабого взаимодействия барионов и достаточно хорошо объясняет распады барионов с изменением странности (см., например, [31]). Если теперь каон будет взаимодействовать непосредственно с барионной петлей, излучающей фотоны, а изменение странности в барионной петле, возникающее в вершине с каоном, будет ликвидироваться лагранжианом (60), то такие петли в принципе возможны, но они полностью сокращаются друг с другом. Действительно, из лагранжиана (7) получаем

$$\mathcal{L}_{2(K_L)}^{(1)} = ig(2a-1) K_L (\bar{p}\gamma_5 \Sigma^+ - \bar{\Sigma}^+ \gamma_5 p + \dots). \quad (61)$$

Легко видеть, что петли с вершинами вида (60) и (61) взаимно сокращаются и вклад от таких диаграмм в амплитуду процесса $K_L \rightarrow \gamma\gamma$ равен нулю; то же относится и к процессу $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$. Определяющий вклад в эти процессы дают полюсные диаграммы.

ПОЛУЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ

K_{l_s} -распады. Среди всех прочих распадов каонов заметное место занимают полулептонные распады. Это K_{l_s} и $K_{l_s^*}$ -распады, имеющие вид: $K^- \rightarrow \pi^0 + l + \bar{\nu}$; $K_L^0 \rightarrow \pi^+ + l + \bar{\nu}$; $K^- \rightarrow \pi^+ + \pi^- + l + \bar{\nu}$.

Объяснение этих распадов с позиций алгебры токов приводит к несколько противоречивым результатам, а некоторые величины принципиально нельзя вычислить в этом подходе (например, матричный элемент векторного тока в процессе K_{l_s} [2]). Поэтому методы квантовой киральной теории поля приобретают здесь особый интерес. Рассмотрим подробно процессы $K^- \rightarrow \pi^0 + l + \bar{\nu}$ и $K^- \rightarrow \pi^+ + \pi^- + e + \bar{\nu}$.

Будем интересоваться не полной вероятностью распада $K^- \rightarrow \pi^0 + l + \bar{\nu}$, которая хорошо объясняется уже в древесном приближении, а значением его форм-факторов*. В общем виде амплитуду этого процесса можно представить в форме

$$T_{(K^- \rightarrow \pi^0 + l + \bar{\nu})} = \frac{i}{\sqrt{2}} \{ (p_K + p_\pi)^\mu f_{(+)}(q^2) + (p_K - p_\pi)^\mu f_{(-)}(q^2) \} \bar{l}_\mu^{(-)}, \quad (62)$$

где p_K и p_π — импульсы каона и пиона; $q^2 = (p_K - p_\pi)^2$; f_\pm — форм-факторы, являющиеся скалярными функциями переменной q^2 ; $\bar{l}_\mu^{(-)} = G/\sqrt{2} \sin \theta \bar{u}_\nu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u_l$. При изучении форм-факторов обычно используется линейная параметризация данных

$$f_{(\pm)}(q^2) = f_{(\pm)}(0) \{ 1 + \lambda_{(\pm)} q^2 / m_\pi^2 \},$$

где постоянные λ_\pm называются параметрами наклона (см. также, подобную формулу (46) в распаде $\eta \rightarrow 3\pi$). Экспериментаторы час-

* В древесном приближении для амплитуды этого распада получаем

$$T_{(K_{l_s}^0)}^0 = \frac{i}{\sqrt{2}} (p_K + p_\pi)^\mu \bar{l}_\mu^{(-)}.$$

Отсюда для вероятности распада следует значение

$$W_{(K_{l_s}^0)} = 4,2 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}.$$

Экспериментальное значение

$$W_{(K_{l_s}^0)}^{\text{экс}} = 3,9 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}.$$

то используют еще один форм-фактор, являющийся комбинацией форм-факторов $f_{(+)}$ и $f_{(-)}$:

$$f_{(0)} = f_{(+)} + \frac{q^2}{m_K^2 - m_\pi^2} f_{(-)} = f_{(0)} \{1 + \lambda_{(0)} q^2 / m_\pi^2\}.$$

В борновском приближении амплитуда распада K_{l3} имеет вид:

$$T_{(K_{l3})}^{(0)} = \frac{i}{\sqrt{2}} (p_K + p_\pi)^\mu \bar{l}_\mu^{(-)}. \quad (63)$$

При точной $SU(3)$ -симметрии однопетлевое приближение дает вклады только в форм-факторы $f_{(+)}(q^2)$ и $f_{(-)}(q^2)$, но не в $f_{(0)}(q^2)$. Поэтому, чтобы получить нетривиальное выражение и для форм-фактора $f_{(0)}(\lambda_{(0)} \neq 0)$, следует учесть нарушение $SU(3)$ -группы.

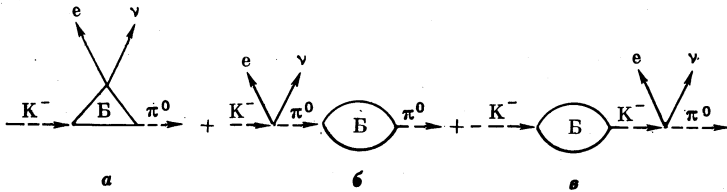


Рис. 11. Барийные петлевые диаграммы, описывающие форм-факторы распада K_{l3}

Можно это сделать, вводя физические массы барионов, но сохраняя $SU(3)$ симметричные связи между вершинами, следующие из лагранжианов (7) и (16). В однопетлевом приближении возникает три типа барийных диаграмм, изображенных на рис. 11*.

Вклады в амплитуду от этих диаграмм можно представить в виде [32]:

$$T_{(K_{l3})}^{(a)} = \sqrt{2} \frac{g^2}{(2\pi)^4} \bar{l}_\mu^{(-)} \left\{ J^\mu(2n, \Sigma) + 2 \left(\frac{10}{3} a^2 - 4a + 1 \right) J^\mu(2\Sigma, n) + (2a - 1)^2 J^\mu(2E, \Sigma) + 2 \left(1 - \frac{2}{3} a^2 \right) J^\mu(2\Sigma, E) \right\}; \quad (64)$$

$$T_{(K_{l3})}^{(б+в)} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{g^2}{(2\pi)^4} (p_K + p_\pi)^\mu \bar{l}_\mu^{(-)} \left\{ I(n, n, p_\pi) + (2a - 1)^2 I(E, E, p_\pi) + \frac{4}{3} (4a^2 - 6a + 3) I(\Sigma, \Sigma, p_\pi) + \left(\frac{20}{3} a^2 - 8a + 3 \right) I(n, \Sigma, p_K) + \left(\frac{8}{3} a^2 - 4a + 3 \right) I(\Sigma, E, p_K) \right\}, \quad (65)$$

* В K_{l3} -распад могут давать вклады и мезонные петли. Но ввиду их малости можно ими пренебречь. Оценка мезонных петель дана в работе [32].

где*

$$J^\mu(2n, \Sigma) = \int d^4k \frac{\text{Sp} \{ \gamma^5 (M_n + \hat{k}) \gamma^5 (M_n + \hat{k} + \hat{p}_\pi) \gamma^\mu (M_\Sigma + \hat{k} + \hat{p}_K) \}}{(M_n^2 - k^2) (M_n^2 - (k + p_\pi)^2) (M_\Sigma^2 - (k + p_K)^2)},$$

$$I(n, \Sigma, p_K) = \frac{\partial}{\partial p^2} \int d^4k \frac{\text{Sp} \{ \gamma^5 (M_n + \hat{k}) \gamma^5 (M_\Sigma + \hat{k} + \hat{p}) \}}{(M_n^2 - k^2) (M_\Sigma^2 - (k + p)^2)} \Big|_{p^2 = m_K^2}$$

Интегралы J^μ и I выражаются через один и тот же расходящийся интеграл $R(M, \bar{M}, p^2)$ и различные конечные части:

$$R(M, \bar{M}, p^2) = \int \frac{d^4k}{(M^2 - k^2) (\bar{M}^2 - (k + p)^2)}.$$

Все расходящиеся интегралы R , содержащиеся в (64) и (65), взаимно сокращаются. Оставшиеся конечные выражения можно вычислить полностью, но для простоты приведем здесь только их разложения по малым значениям γ , δ и q^2/M^2 с точностью до второго порядка

$$\gamma = (\bar{M} - M)/M; \quad \delta = m_K^2/M^2 (m_\pi^2/M^2 \approx 0).$$

В результате полный вклад в амплитуду от всех однопетлевых барийонных диаграмм можно представить в виде

$$T_{K_{13}}^\mu = i \frac{\sqrt{2}}{3} \left(\frac{g}{4\pi} \right)^2 \bar{l}_\mu^{(-)} \left\{ \mathcal{T}^\mu(2n, \Sigma) + \right. \\ \left. + 2 \left(\frac{10}{3} a^2 - 4a + 1 \right) \mathcal{T}^\mu(2\Sigma, n) + (2a - 1)^2 \mathcal{T}^\mu(2\Sigma, \Sigma) + \right. \\ \left. + 2(1 - 2a^2/3) \mathcal{T}^\mu(2\Sigma, \Xi) \right\}, \quad (66)$$

где

$$\mathcal{T}^\mu(2M_i, \bar{M}_i) = (p_K + p_\pi)^\mu \left[-\gamma_i^2 (1 - \gamma_i/2) + \right. \\ \left. + (q^2/M_i^2) (1 - 3\gamma_i/4 + \delta_i/10) \right] - (p_K - p_\pi)^\mu \times \\ \times [\delta_i + \gamma_i (1 - 3\delta_i/4 - \gamma_i) + (q^2/M_i^2) (\delta_i/10 - \gamma_i/5 + \delta_i\gamma_i/4 - \gamma_i^2/10)].$$

Объединяя это выражение с борновским членом (63) и подставляя численные значения величины $\mathcal{T}^\mu(2M_i, \bar{M}_i)$, получаем

$$T_{(K_{13})}^\mu = i \frac{\bar{l}_\mu^{(-)}}{\sqrt{2}} \left\{ (p_K + p_\pi)^\mu \left[1 + \frac{2}{3} \left(\frac{g}{4\pi} \right)^2 \left(-0,06 + 1,43 \frac{q^2}{M_n^2} \right) \right] + \right. \\ \left. + (p_K - p_\pi)^\mu \frac{2}{3} \left(\frac{g}{4\pi} \right)^2 \left(-0,81 + 0,025 \frac{q^2}{M_n^2} \right) \right\}. \quad (67)$$

* Здесь в диаграммах рис. 11, б и в проведена перенормировка массы мезона, подобно тому, как это делалось выше.

Сравнивая (67) и (62), приходим к выражениям для форм-факторов $f_{(+)}$ и $f_{(-)}$:

$$f_{(+)} = 0,95 + 0,024q^2/m_\pi^2; \quad f_{(-)} = -0,63 + 0,004q^2/m_\pi^2 \quad (68)$$

Отсюда легко вывести и формулу для $f_{(0)}(q^2)$ *:

$$f_{(0)}(q^2) = f_{(0)}(0) (1 + \lambda_{(0)} q^2/m_\pi^2) = 0,95 - 0,027q^2/m_\pi^2. \quad (69)$$

Из (68) и (69) находим следующие значения для величин, измеряемых на эксперименте:

$$\xi = f_{(-)}(0)/f_{(+)}(0) = -0,7; \quad \lambda_{(+)} \approx 0,025; \quad \lambda_{(0)} \approx -0,028. \quad (70)$$

Экспериментальные данные, приведенные в работе [33], таковы

$$|\lambda_{\text{эксп}}^+ = 0,025 \pm 0,007; \quad \lambda_{\text{эксп}}^0 = -0,017 \pm 0,011. \quad (71)$$

Легко видеть, что они полностью согласуются с полученными теоретическими оценками.

K_{l_4} -распады. Рассмотрим процесс распада $K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \bar{e} + \nu$. Амплитуду этого процесса принято записывать в следующей форме:

$$T_{K_{l_4}} = \frac{i}{m_K} \left\{ f(p^- + p^+)^\mu + g(p^- - p^+)^\mu + r(p_K - p^- - p^+)^\mu + \right. \\ \left. + ih/m_K^2 \varepsilon^{\mu\nu\sigma} (p_K)^\nu (p^- + p^+)^\rho (p^- - p^+)^\sigma \right\} \bar{l}_\mu^{(-)}, \quad (72)$$

где p^- , p^+ и p_K — импульсы π^- , π^+ и K^+ -мезонов; f , g и r — аксиальные форм-факторы и h — векторный форм-фактор.

Поскольку в аксиальный форм-фактор основной вклад дает древесное приближение, ограничимся при вычислении f , g и r только его рассмотрением. В этом приближении существуют две диаграммы. Первая из них имеет одну вершину и описывается частью лагранжиана (16), имеющего вид:

$$\mathcal{L}_{\text{ст}}^{(1)} = \frac{\sqrt{2}}{3F} [\pi^- (K^+ \partial_\mu \pi^+ + \pi^+ \partial_\mu K^+) - 2K^+ \pi^+ \partial_\mu \pi^-] \bar{L}_\mu^{(-)},$$

где $\bar{L}_\mu^{(-)} = \sin \theta \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{\nu} \gamma^\mu (1 + \gamma^5) e$. Эта диаграмма почти полностью определяет всю вероятность распада K_{l_4} и форм-факторы f и g . Соответствующая ей амплитуда имеет форму

$$T_{K_{l_4}}^{(1)} = i \frac{\sqrt{2}}{3F} (3p^+ + q)^\mu \bar{l}_\mu^{(-)},$$

где $q = p_K - p^- - p^+$. Однако для правильного определения форм-фактора r весьма существенным оказывается учет еще и двувершин-

* Пренебрегая разностью масс барионов ($\gamma_i = 0$), сразу получаем что $\lambda_{(0)} = 0$ (если в (66) учесть члены m_π^2/M_π^2).

ной полюсной диаграммы, содержащей пропагатор каона *. Эта диаграмма описывается лагранжианами

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{(сп)(K)}^{(1)} &= -\sqrt{2} F \partial_\mu K^+ \bar{L}_\mu^{(-)}; \\ \overline{\mathcal{L}}_1^{(\pi^2 K^2)} + \overline{\mathcal{L}}_3^{(\pi^2 K^2)} &= \frac{(-1)}{6F^2} \{ \pi^+ \pi^- \partial_\mu \bar{K}^+ \partial_\mu K^+ + \\ &+ \partial_\mu \pi^+ \partial_\mu \pi^- \bar{K}^+ K^+ + (\pi^+ \overleftrightarrow{\partial}_\mu \pi^-) (\bar{K}^+ \overleftrightarrow{\partial}_\mu K^+) - \\ &- \pi^+ \partial_\mu \pi^- K^+ \partial_\mu \bar{K}^+ - \pi^- \partial_\mu \pi^+ \bar{K}^+ \partial_\mu K^+ - (m_K^2 + m_\pi^2) \pi^+ \pi^- \bar{K}^+ K^+ \}, \end{aligned}$$

являющимися частями лагранжианов $\mathcal{L}_{сп}^{(1)}$ и $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_3$. В результате амплитуда, соответствующая полюсной диаграмме, примет вид

$$T_{K_{14}}^{(2)} = i \frac{\sqrt{2}}{6F} \left(1 + 6 \frac{p_K p^-}{q^2 - m_K^2} \right) q^\mu \bar{l}_\mu^{(-)}$$

Складывая эти две амплитуды, для аксиальных форм-факторов получаем следующие значения:

$$\begin{aligned} f = g &= m_K / \sqrt{2} F; \\ r &= \sqrt{2} \frac{m_K}{F} \frac{q p^+}{m_K^2 - q^2} = \begin{cases} 0, & p^+ = 0, \\ \frac{m_K}{\sqrt{2} F}, & p^- = 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (73)$$

что находится в полном согласии с результатами, ранее полученными в алгебре токов [2, 23].

Вычисление векторного форм-фактора h полностью аналогично вычислению амплитуд распадов $\eta \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ и $K_l \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ [22, 29]. В амплитуду здесь опять дают вклады четырехугольные диаграммы с сильными вершинами типа $\mathcal{L}_2^{(1)}$ и треугольные диаграммы с одной вершиной типа $\mathcal{L}_2^{(1)}$ и одной вершиной типа $\mathcal{L}_2^{(3)}$ (см. рис. 7, $a - \delta$, где вместо η -мезона должен стоять K^+ -мезон, а вместо фотона — лептонная пара).

Оставляя в интегралах только не зависящие от импульсов члены, получаем для амплитуды, соответствующей четырехугольным диаграммам, выражение

$$T_{K_{14}}^\square = - \frac{g_A C^\square}{\sqrt{2} 8\pi^2 F^3} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (p_R)^\nu (p^-)^\rho (p^+)^\sigma \bar{l}_\mu^{(-)},$$

где

$$C^\square = -24g_A^2 \alpha (1 - 2\alpha + 4\alpha^2/3) \approx -6,5.$$

* Важная роль, которую играет эта диаграмма для правильного описания поведения r , была отмечена Вайнбергом [2].

В треугольных диаграммах содержатся вершины типа $\mathcal{L}_2^{(3)}$. В интегралах, описывающих эти диаграммы, опять оставляем только постоянные члены. В результате для соответствующих коэффициентов C^Δ получаем

$$C_{(\pi^+\pi^-)}^\Delta = C_{(K^+\pi^-)}^\Delta = 6\alpha [-1 + g_A^2 (3 - 6\alpha + (32/9)\alpha^2)];$$

$$C_{(K^+\pi^+)}^\Delta = (16/3)g_A^2\alpha^3; \quad C^\Delta \approx 1,7.$$

Полный вклад от всех барионных петель в векторную часть амплитуды K_{l_4} распада

$$T_{K_{l_4}}^{(h)} = \frac{g_A C}{\sqrt{2} 8\pi^2 F^3} \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (p_K)^\nu (p^+ + p^-)^\rho (p^+ - p^-)^\sigma \bar{l}_\mu^{(-)}, \quad (74)$$

где

$$C = 6\alpha - g_A^2 [1 + (2\alpha - 1)^3] \approx 2,4^*.$$

Окончательно приходим для векторного форм-фактора h к следующему значению:

$$h = -\frac{g_A C}{\sqrt{2} \pi^2} \left(\frac{m_K}{2F}\right)^3 \quad (75)$$

Для сравнения полученных здесь результатов с известными экспериментальными данными [34—36] прежде всего грубо оценим полную вероятность распада K_{l_4} , используя лишь ту часть амплитуды (72), которая содержит форм-факторы f и g . В результате приходим к формуле

$$W_{K_{l_4}} \approx \frac{40^{-10}}{6\pi m_K} \left[\frac{\sin \theta m_\pi^5}{(8\pi)^2 m_K M_p^2 F} \right]^2 \mathcal{I}, \quad (76)$$

где фазовый интеграл

$$\mathcal{I} = \int_1^{(a-1)^2} dx \sqrt{(a^2-1)^2 + x[x-2(a^2+1)]} [x^3 - 8(x^2-1) - 1/x + 12x \ln x] \approx 355 \quad (a = m_K/m_\pi)$$

Здесь были использованы значения f и g , найденные в древесном приближении [(73)]. Из (76) получаем $W_{K_{l_4}}^{\text{др}} \approx 1,7 \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1}$. Экспериментальное значение [34]: $W_{K_{l_4}}^{\text{эксп}} = (3,26 \pm 0,15) \cdot 10^3 \text{ сек}^{-1}$. Имея в виду, что здесь было использовано лишь грубое древесное

* Заметим, что коэффициент C в точности равен аналогичному коэффициенту, возникавшему при описании распада $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ [см. разд. 3]. Амплитуды $T_{K_{l_4}}^{(h)}$ и $T_{\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma}$ связаны простым соотношением

$$[T_{K_{l_4}}^{(h)} = \sqrt{6} T_{\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma} \bar{e}_\mu^{(-)} \bar{e}^{(-)}] e$$

приближение, такое согласие можно считать вполне удовлетворительным. Численные оценки для f , g и h получаются следующие:

$$f = g \approx 4, \quad h = -3,7. \quad (77)$$

Подчеркнем, что величина h определена здесь со значительно большей точностью, чем форм-факторы f и g . Это произошло потому, что для определения h однопетлевое приближение играет принципиально важную роль также, как и для описания распада $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ (диаграммы аномального типа). Для вычисления f и g основное значение имеет древесное приближение. Следующее, однопетлевое приближение не может слишком сильно изменить полученные оценки [формулы (73), (77)].

Подобная ситуация уже имела место, например, при аналогичных расчетах для длин рассеяния S волн $\pi\pi$ -системы [3,37]. Для a_0^0 там были получены следующие оценки в древесном и однопетлевом приближениях *

$$a_0^{0(\text{др})} \approx 0,15m_\pi^{-1}; \quad a_0^{0(\text{др}+\text{одноп})} \approx 0,18m_\pi^{-1}. \quad (78)$$

При рассмотрении однопетлевого приближения для аксиальных форм-факторов возникает значительно большее количество барионных петлевых диаграмм, чем для векторного форм-фактора, причем многие из них приводят к расходящимся интегралам. Используя специальные методы регуляризации, характерные для неполиномиальных теорий (например, суперпропагаторный метод [38]), вклады этих диаграмм также можно вычислить и получить более полную информацию о форм-факторах f , g и r , в частности, можно найти параметр наклона λ форм-фактора f , экспериментальное значение которого дано в работе [34].

Однако, ограничимся здесь рассмотрением только древесного приближения при вычислении f , g и r **. При сравнении же с экспериментом отношения h/f , которое часто приводится во многих экспериментальных работах, для f можно использовать последнюю экспериментальную оценку, данную в работе [34], а для h — полученное здесь теоретическое значение. В результате имеем

$$h^T = -3,7; \quad f_{\text{эксп}}^{[34]} = 6,15 \pm 0,15; \quad h^T/f_{\text{эксп}} \approx -0,6 \quad (79)$$

* В работе [37] массовые члены пионов вводились по схеме Гюрсея. Это приводит к $a_0^{0(\text{др})} \approx 0,12m_\pi^{-1}$. При введении массовых членов по (14) получаем (78).

** Предварительные расчеты, принимающие во внимание только сходящиеся четырехугольные диаграммы (обычно дающие основные вклады в однопетлевом приближении), показывают, что с их учетом значения f и g увеличиваются на 30%.

Экспериментальные значения следующие:

$$1) h = -2,95 \pm 0,75; h/f = -0,48 \pm 0,12;$$

$$a_0^2 = (0,28 \pm 0,05) m_{\pi}^{-1} [34]$$

$$2) h/f = -0,71 \pm 0,23; a_0^2 = (0,17 \pm 0,13) m_{\pi}^{-1} [35]$$

$$3) h/f = -0,97 \pm 0,46 [36].$$

Теоретические оценки для h , полученные в [39] на основе модели ρ -доминантности, таковы: $1,5 \leq |h| \leq 5$. Результат, близкий к (79), получен также в работе [40]. Отсюда видно, что полученное значение векторного форм-фактора h хорошо согласуется с известными экспериментальными и теоретическими оценками.

НЕЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ

$K \rightarrow 2\pi$ - и $K \rightarrow 3\pi$ -распады. Алгебра токов приводит к хорошим результатам при описании распадов $K \rightarrow 3\pi$, соответствующих правилу $|\Delta T| = 1/2$. Более сложная ситуация возникает при описании распадов $K \rightarrow 2\pi$, соответствующих как правилу $|\Delta T| = 1/2$, так и $|\Delta T| = 3/2$. Во многих работах имеется весьма подробное изложение современного состояния этого вопроса (см., например, [1, 2, 23]). Поэтому не будем здесь подробно излагать все проблемы, существующие в этой области, а кратко опишем только те результаты, которые можно получить в древесном приближении в киральной теории, если использовать лагранжианы (2), (11), (22) и (23).

Все результаты, полученные в алгебре токов по описанию нелептонных распадов, соответствующих правилу $|\Delta T| = 1/2$, хорошо воспроизводятся в древесном приближении киральной теории при использовании лагранжиана (22), предложенного Сакураи, вместе с основными мезонными лагранжианами (2) и (11). Кроме того, с помощью лагранжиана (23), можно описать и распады, соответствующие правилу $|\Delta T| = 3/2$ (см. [11]). Результа-

Таблица вероятностей распадов $K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$

Виды распадов	Теория [11]	Эксперимент [41]
$K^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ (10^{10} сек^{-1})	0,37	$0,364 \pm 0,006$
$K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ (10^{10} сек^{-1})	0,81	$0,796 \pm 0,007$
$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ (10^{10} сек^{-1})	$0,17 \cdot 10^{-2}$	$(0,1691 \pm 0,0024) \cdot 10^{-2}$
$K^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ (10^6 сек^{-1})	3,84	$4,14 \pm 0,13$
$K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ (10^6 сек^{-1})	2,56	$2,44 \pm 0,06$
$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$ (10^6 сек^{-1})	4,82	$4,51 \pm 0,02$
$K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0$ (10^6 сек^{-1})	1,23	$1,36 \pm 0,06$

ты соответствующих вычислений собраны в таблице. Легко видеть, что они находятся в очень хорошем согласии с экспериментальными данными [41].

Приведем еще значения параметров наклона в распадах $K \rightarrow 3\pi$. Для этого запишем амплитуду процесса $K \rightarrow 3\pi$ в форме, аналогичной формуле (46):

$$T_{(K \rightarrow 3\pi)} = a \left\{ 1 - \frac{\sigma}{m_\pi^2} (s_3 - s_0) \right\}, \quad (80)$$

где

$$s_3 = (p_K - p_{\pi_3})^2; \quad s_0 = m_K^2/3 + m_\pi^2.$$

Тогда для параметров наклона $\sigma(+00)$, $\sigma(+ - 0)$ и $\sigma(++ -)$ трех распадов ($K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\pi^0$, $K_L \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$, $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$) получаем

$$\begin{aligned} \sigma(+00) &= \sigma(+ - 0) = -2\sigma(++ -) = -3(m_\pi/m_K)^2 = -0,23, \\ a(+00) &= \frac{(-1)}{\sqrt{2}} a(+ - 0) = \frac{1}{2} a(++ -) = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{m_K^{\frac{1}{2}}}{3(m_K^2 - m_\pi^2)}. \end{aligned} \quad (81)$$

Экспериментальные данные для параметров наклона равны [41]

$$\begin{aligned} \sigma(+00) &= -0,255 \pm 0,009; \quad \sigma(+ - 0) = -0,200 \pm 0,017; \\ \sigma(++ -) &= 0,103 \pm 0,005. \end{aligned} \quad (82)$$

Эти данные находятся в хорошем соответствии с теоретическими предсказаниями, также как и значения для вероятностей распадов (см. таблицу).

На этом закончим изучение распадов мезонного октета. Картина представленная здесь почти полностью охватывает все многообразие распадов основного мезонного октета.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем краткий итог проведенным здесь вычислениям.

1. В работе [3] уже приводились аргументы в пользу правомерности использования теории возмущений по константе связи $1/F$ в квантовых киральных теориях при низких энергиях взаимодействующих частиц. Успех ее объясняется тем, что в силу свойств киральной динамической симметрии низкоэнергетическое разложение амплитуд по степеням энергий начинают в первых порядках совпадать с разложениями по степеням $1/F$. (Подобно той ситуации, которая имеет место в электродинамике. Там это следствие градиентной инвариантности теории, здесь — киральной инвариантности.) В настоящей работе на основании конкретных расчетов можно еще раз убедиться в этом факте. Действительно, там где существуют борновские члены, рассмотрение следующего

шага теории возмущений — однопетлевого приближения — дает лишь небольшие поправки к первому порядку. Для тех же физических величин, значения которых впервые появляются лишь в однопетлевом приближении (структурные константы распадов, форм-факторы распадов, а иногда и сами вероятности, как, например, для распадов $(\pi^0, \eta) \rightarrow \gamma\gamma$, $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ и др.), это приближение дает основную информацию, что легко обнаружить при сравнении полученных чисел с экспериментальными данными.

2. В однопетлевом приближении основные вклады в амплитуды дают барионные петли. Мезонные петли или вообще отсутствуют (при нечетном количестве внешних мезонных концов), или вклад их оказывается существенно меньшим, чем от барионных петель.

3. Среди барионных петель часто встречаются петли так называемого 'аномального типа [4, 5]. Целый ряд распадов целиком определяется только такими диаграммами. Эти диаграммы, даже помимо обычной теории возмущений, принципиально дают определяющие вклады в вероятности соответствующих процессов.

4. Несмотря на то, что здесь используется нелинейный вариант киральной теории с неполиномиальными лагранжианами, что соответствует перенормируемой теории, все расходимости в однопетлевом приближении в барионных диаграммах можно ликвидировать обычными методами перенормируемых теорий поля. Это следствие двух законов сохранения. Одного точного — сохранение векторного электромагнитного тока или градиентная инвариантность теории. Другого приближенного — частичное сохранение аксиального тока (ЧСАТ).

При вычислении мезонных петлевых диаграмм (в таких процессах, как, например, K_{13} -распады и $\pi^+ \rightarrow \pi^0 e \nu$) приходится использовать специальные методы, характерные для неполиномиальных теорий (например, суперпропагаторный метод [38]). Однако оценки показывают, что вклады этих петель пренебрежимо малы, по сравнению с барионными вкладами. Поэтому их можно не рассматривать*.

5. Один из немногих случаев, когда вклады от барионных петель полностью сокращаются, а вклады от пионных петель остаются, связан с описанием распада $\eta \rightarrow \pi^0 \gamma\gamma$. Однако, и в этом случае нет необходимости прибегать к специальным методам регуляризации, так как здесь одной градиентной инвариантности теории оказывается вполне достаточно, чтобы получить конечный результат для пионных петель (как это было и при вычислении значения поляризуемости нейтральных мезонов, см. [3, 19]).

* То, что суперпропагаторный метод дает вполне разумные оценки для петлевых мезонных диаграмм, доказывает, например, расчет электромагнитного радиуса мезонов [3]. Результаты расчетов хорошо соответствуют экспериментальным данным и другим известным моделям (ρ -доминантность).

Тем более странным оказывается большое расхождение (фактически, единственное среди всего многообразия мезонных распадов!) теоретических предсказаний для этого процесса с существующими в настоящее время экспериментальными данными. Это заставляет обратить особое внимание на теоретическое и экспериментальное изучение данного процесса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адлер С., Дашен Р. Алгебра токов. Пер. с англ. М., «Мир», 1970.
2. Трейман С., Джекив Р., Гросс Д. Лекции по алгебре токов. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1977.
3. Волков М. К., Первушин В. Н. «УФН», 1976, т. 120, с. 364; Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов. М., Атомиздат, 1978.
4. Adler S., Bardeen W. «Phys. Rev.», 1969, v. 182, p. 1517; Bardeen W. «Phys. Rev.», 1969, v. 184, p. 1848.
5. Терентьев М. В. «УФН», 1974, т. 112, с. 37.
6. Gell-Mann M., Oakes R. J., Renner B. «Phys. Rev.», 1968, v. 175, p. 2195.
7. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М., «Наука», 1973.
8. «Rev. of Mod. Phys.», 1976, v. 48, N 2, part. II.
9. Oakes R. J. «Phys. Lett. B», 1969, v. 29, p. 683; v. 30, p. 262; Ebrahim E., Serdaroglu M. «Phys. Lett. B», 1974, v. 48, p. 338.
10. Sakurai J. «Phys. Rev.», 1967, v. 156, p. 1508.
11. Калиновский Ю. Л., Первушин В. Н. Препринт ОИЯИ, P2-10175, Дубна, 1976.
12. Окунь Л. Б. Слабое взаимодействие элементарных частиц. М., Физматгиз, 1963.
13. Волков М. К., Первушин В. Н.—«Ядерная физика», 1975, т. 22, с. 366.
14. Steinberger I. «Phys. Rev.», 1949, v. 76, p. 1180.
15. Бардин Д. Ю., Биленький С. М.—«Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 557; Бардин Д. Ю., Иванов Е. А. «ЭЧАЯ», 1976, т. 7, с. 726.
16. Терентьев М. В.—«Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 162.
17. Depommier D. e.a.—«Phys. Lett.», 1963, v. 7, p. 285.
18. Stetz A. e.a. «Nucl. Phys. B», 1978, v. 138, p. 285.
19. Волков М. К., Первушин В. Н.—«Ядерная физика», 1975, т. 22, с. 346.
20. Волков М. К., Первушин В. Н.—«Ядерная физика», 1974, т. 19, с. 652.
21. Pratar M., Smith J.—«Phys. Rev. D», 1972, v. 5 (8), p. 2020.
22. Волков М. К.—«Ядерная физика», 1978, т. 27, с. 758.
23. Де Альфаро В. и др. Токи в физике адронов. Пер. с англ. М., «Мир», 1976.
24. «Phys. Rev.», 1966, v. 149, с. 1044.
25. Matsubara Y., Tameike S.—«Progr. Theor. Phys.», 1977, v. 57, p. 1679; Golestaneh A. A.—«Phys. Rev. D», 1977, v. 15, p. 124; Langacker P., Pagels H.—«Phys. Rev. D», 1974, v. 10, p. 2904.
26. Pervushin V. N., Volkov M. K.—«Phys. Lett. B», 1975, v. 55 p. 405;—«Phys. Lett. B», 1975, v. 58, p. 177.
27. Gaillard M. K., Lee B. W.—«Phys. Rev. D», 1974, v. 10, p. 897.
28. Биленький С. М. Введение в диаграммную технику Фейнмана. М., Атомиздат, 1971.
29. Волков М.К.—«Ядерная физика», 1978, т. 28, с. 162.
30. Rockmore R., Wong T. F.—«Phys. Rev. Lett.», 1972, v. 28, p. 1736;—«Phys. Rev. D», 1973, v. 7, p. 3425.

31. Gronau M.—«Phys. Rev. Lett.», 1972, v. 28, p. 188; «Phys. Rev. D», 1972, v. 5, p. 118.
32. Kazakov D. I., Pervushin V. N., Volkov M. K.—«Phys. Lett. B», 1976, v. 64, p. 201.
33. Braun H. e.a. «Nucl. Phys. B», 1975, v. 89, p. 210.
34. Rosselet L. e.a.—«Phys. Rev. D», 1977, v. 15, p. 574.
35. Beier E. W. e.a.—«Phys. Rev. Lett.», 1973, v. 30, p. 399.
36. Basile P. e.a.—«Phys. Lett. B», 1971, v. 36, p. 619.
37. Волков М. К., Первушин В. Н.—«Ядерная физика», 1974, т. 20, с. 762.
38. Volkov M. K.—«Ann. Phys.», 1968, v. 49, p. 202; «ТМФ», 1971, т. 6, с. 21.
39. Berends F. A., Donnachie A., Oades G. C.—«Phys. Rev.», 1968, v. 171, p. 1457. Mohant A. K., Marshak R. E.—«Nuovo simento A», 1967, v. 52, p. 965.
40. Терентьев М. В., Соловьев В. В.—«Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 153.
41. «Particle Data Group, Rev. of Mod. Phys.», 1976, v. 48, N 2.