

## ВТОРИЧНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ЯДЕРНОМ $\beta$ -РАСПАДЕ

*И. С. Баткин, Ю. Г. Смирнов*

Воронежский государственный университет, Воронеж

Рассмотрены вторичные эффекты, сопровождающие ядерный  $\beta$ -распад. Проведен анализ теоретических и экспериментальных работ, посвященных изучению внутреннего тормозного излучения (ВТИ) при  $\beta$ -распаде. Обсуждены различные теоретические подходы, используемые при расчете характеристик ВТИ. Указано на существенность вклада ядерных диаграмм для запрещенных  $\beta$ -переходов.

Детально обсуждены механизмы ионизации внутренних оболочек атома в процессе  $\beta$ -распада. Отмечена существенная роль вклада прямого процесса в автоионизацию.

В заключительной части обзора рассмотрены некоторые вторичные эффекты ( $\beta$ -распад в связанное состояние,  $\beta$ -распад в сверхсильных магнитных полях), представляющие определенный интерес для астрофизических исследований.

The secondary effects accompanying the nuclear  $\beta$ -decay are considered. Theoretical and experimental studies of the inner bremsstrahlung (IB) in  $\beta$ -decay are analysed. Various theoretical approaches to calculate the IB characteristics are discussed. Importance of the contribution of nuclear diagrams is shown for the forbidden  $\beta$ -transitions.

A thorough analysis is made for the mechanism of ionization of the atomic inner shells in  $\beta$ -decay. Importance of the direct-process to autoionization is established.

The concluding part of the review is devoted to some secondary effects ( $\beta$ -decay into the bound state,  $\beta$ -decay in superstrong magnetic fields) of interest for astrophysical investigations.

### ВВЕДЕНИЕ

$\beta$ -Распад ядер сопровождается рядом вторичных эффектов, таких, как перестройка электронной оболочки атома, излучение тормозных  $\gamma$ -квантов, появление моноэнергетических лептонов и т. д. Ко вторичным эффектам относится и влияние внешних условий на характеристики ядерного  $\beta$ -распада.

Относительные вероятности вторичных эффектов, как правило, малы, а теоретическое описание лежит на стыке различных областей физики, и это создает определенные трудности при построении последовательной теории. Между тем исследование вторичных эффектов интересно по нескольким причинам.

1. Тормозное излучение при  $\beta$ -распаде следует учитывать при некоторых спектрометрических измерениях в ядерной физике. Поляризация внутреннего тормозного излучения (ВТИ) служит источником информации о поляризации  $\beta$ -распадных электронов и, следовательно, о свойствах гамильтониана слабого взаимодействия.

2. В теоретическом рассмотрении вторичных эффектов приходится учитывать диаграммы, матричные элементы которых определяются функцией Грина ядра.

3. Расчет перестройки атомной оболочки интересен как возможность проверки атомных волновых функций и механизмов, вызывающих эти превращения.

4. Некоторые вторичные эффекты могут найти свое применение в астрофизике.

Нетрудно и дальше продолжить этот список.

Настоящий обзор не в состоянии включить все вторичные эффекты при  $\beta$ -распаде. Ограничимся рассмотрением ВТИ при  $\beta$ -распаде, встряски внутренних оболочек атома и  $\beta$ -распада в экстремальных условиях. Первые две проблемы объединены единством теоретического подхода, интерес к третьей вызван возможностью астрофизических приложений. Подробное рассмотрение ВТИ при электронном захвате дано в обзоре [2].

## 1. ВНУТРЕННЕЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, СОПРОВОЖДАЮЩЕЕ $\beta$ -РАСПАД ЯДЕР

При ядерном  $\beta$ -распаде экспериментально наблюдается  $\gamma$ -излучение с непрерывным спектром. Такое излучение получило название внутреннего тормозного излучения (ВТИ). Процессы, вызывающие ВТИ, можно описать следующими диаграммами:

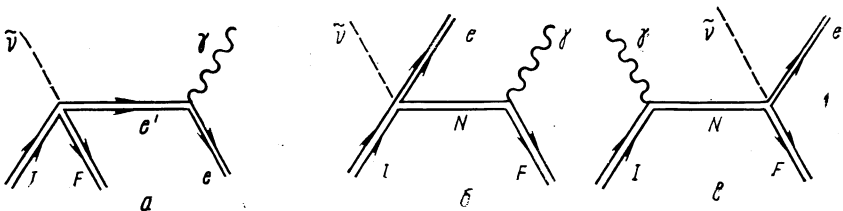


Диаграмма *a* соответствует «прямому» внутреннему тормозному излучению, а диаграммы *b* и *c* описывают вклад виртуальных возбуждений ядра в непрерывное  $\gamma$ -излучение, сопровождающее  $\beta$ -распад.

История изучения ВТИ при  $\beta$ -распаде насчитывает более сорока лет. Начиная с пионерской работы Астона [1], многократно

проводились экспериментальные измерения характеристик ВТИ. Многие авторы принимали участие в построении теории ВТИ [3—13]. Однако полные расчеты для всех измеренных изотопов не проведены и до настоящего времени.

Значительное число работ посвящено расчету диаграммы *a*. Основная трудность в этих расчетах состоит в корректном учете кулоновского поля ядра в промежуточном и конечном состояниях.

Теоретические подходы можно разбить на две группы. Одни авторы, используя диаграммную технику, рассчитывают характеристики ВТИ в различных порядках теории возмущения по взаимодействию электрона с ядром [2—7]. В указанных работах волновая функция и функция Грина электрона строятся в приближении плоских волн. В другом теоретическом подходе [8—13] строятся точные функции Грина и волновые функции электрона в кулоновском потенциале ядра, и при расчетах используется разложение в ряды по сферическим гармоникам. Основная сложность этого подхода состоит в необходимости вычисления медленно сходящихся радиальных интегралов.

Расчет диаграмм *b* и *c* проведен в [20—23]. В [20] не учитывается возможное влияние резонансных уровней, а в [21, 22] в качестве промежуточного состояния выбран единственный низколежащий виртуальный уровень. В [23] расчет проведен в одночастичном приближении с учетом непрерывного спектра. Заметим, что переходы, обязанные диаграммам *b* и *c*, в [20] называются «обходными» (detour) переходами, а в [21, 22] —  $\beta$ -распадом через виртуальное состояние. В последнее время чаще используют терминологию работы [20], и мы будем придерживаться названия «обходные» переходы.

**Использование теории возмущения для расчета характеристик ВТИ.** Впервые теоретические расчеты вероятности ВТИ были проведены в работах [3, 4] в первом порядке теории возмущения по внешнему электромагнитному полю (диаграмма 1*a* на рис. 1). Формулы, приведенные в [3, 4], получили название приближения

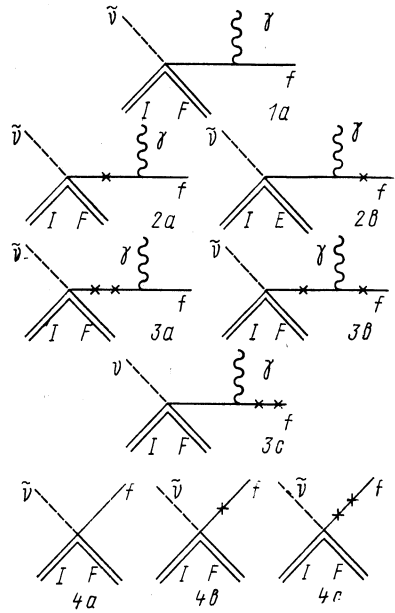


Рис. 1.

КУБ по начальным буквам фамилий авторов. Следующий шаг был сделан в работах [5, 6], авторы которых учли влияние кулоновского поля ядра в первом порядке по  $\alpha Z$ . Эффекты второго порядка по  $\alpha Z$  учтены в [7].

Рассмотрим ряд теории возмущения, описывающий внутреннее тормозное излучение. Он описывается диаграммами, представленными на рис. 1. Диаграмма 1а соответствует процессу испускания кванта ВТИ без учета взаимодействия электрона с ядром и определяется следующим матричным элементом:

$$M_{1a} = \sum_i \frac{\langle f | \hat{H}_\gamma | i \rangle \langle i | \hat{H}_\beta | \nu \rangle}{E_0 - E_i}. \quad (1)$$

Здесь  $|i\rangle$ ,  $\langle f|$  — начальное и конечное состояния электрона;  $|\nu\rangle$  — волновая функция нейтрино;  $\langle f | \hat{H}_\gamma | i \rangle$  — матричный элемент взаимодействия с электромагнитным полем:

$$\langle f | \hat{H}_\gamma | i \rangle = (2\pi\alpha/k)^{1/2} u^+(\mathbf{p}_f) \alpha \varepsilon u(\mathbf{p}_i), \quad (2)$$

где  $\alpha = e^2 = 1/137$ ;  $\alpha$  — матрица Дирака;  $u(\mathbf{p})$  — биспиноры, удовлетворяющие уравнению Дирака

$$(\alpha \mathbf{p} + \beta) u(\mathbf{p}) = E u(\mathbf{p})$$

и нормированные условием  $u^+(\mathbf{p}) u(\mathbf{p}) = 1$ . (Используется система единиц  $m_e = \hbar = c = 1$ .) Ограничиваясь рассмотрением разрешенных и однократно запрещенных переходов, запишем матричный элемент ядерного  $\beta$ -распада в виде

$$\langle f | \hat{H}_\beta | \nu \rangle = g N_s u^+(\mathbf{p}_f) \hat{O}_s u(\mathbf{v}). \quad (3)$$

Здесь  $g$  — константа слабого взаимодействия;  $N_s$  — ядерный матричный элемент;  $\hat{O}_s$  — оператор слабого взаимодействия; индекс  $s$  принимает два значения, соответствующие векторному  $V$  и аксиально-векторному  $A$  типам взаимодействия:

$$\begin{aligned} \hat{O}_V &= \beta; & N_V &= \int 1; \\ \hat{O}_A &= i\beta\sigma; & N_A &= \lambda \int \sigma. \end{aligned}$$

Проведем в (1) суммирование по спинам промежуточных состояний. В результате получим

$$M_{1a} = - \left( \frac{2\pi\alpha}{k} \right)^{1/2} g N_s \frac{u^+(\mathbf{p}) \alpha \varepsilon [\hat{H}(\mathbf{p}_2) + W_e] \hat{O}_s u(\mathbf{q})}{W_2^2 - W_e^2}. \quad (4)$$

Здесь  $\hat{H}(\mathbf{p}_2) = \alpha \mathbf{p}_2 + \beta$ ;  $W_e = W + k$ ;  $W_2^2 = p_2^2 + 1$ ;  $\mathbf{p}_2 = \mathbf{p} + \mathbf{k}$ ;  $W$  — энергия электрона в конечном состоянии.

Влияние кулоновского поля в первом порядке по  $\alpha Z$  описывается диаграммами 2a и 2e. Выбирая экранированный кулоновский потенциал в виде

$$V(r) = \alpha Z \exp(-\lambda_0 r)/r,$$

имеем:

$$M_{2a} = -4\pi\alpha Z g N_s \left( \frac{2\pi\alpha}{k} \right)^{1/2} \frac{1}{2\pi^3} \times \\ \times \int \frac{u^+(\mathbf{p}) \alpha \mathbf{e} [\hat{H}(\mathbf{p}_2) + W_e]}{(q_1^2 + \lambda_0^2) [(q_1 + \mathbf{p}_2)^2 - p_e^2 - i\epsilon] (W_2^2 - W^2)} \times \\ \times [\hat{H}(\mathbf{q}_1 + \mathbf{p}_2) + W_e] \hat{O}_s u(\mathbf{q}) d\mathbf{q}_1; \quad (5)$$

$$M_{2b} = -4\pi\alpha Z g N_s (2\pi\alpha/k)^{1/2} (1/2\pi^3) \times \\ \times \int \frac{u^+(\mathbf{p}) [\hat{H}(\mathbf{p}_2) + W] \alpha \mathbf{e} [\hat{H}(\mathbf{q} + \mathbf{p}_2) + W_e] \hat{O}_s u(\mathbf{q}) d\mathbf{q}_1}{(q_1^2 + \lambda_0^2) [(q_1 + \mathbf{p})^2 - p_e^2 - i\epsilon] [(q_1 + \mathbf{p}_2)^2 - p_e^2 - i\epsilon]}, \quad (6)$$

где  $p_e^2 = W_e^2 - 1$ .

Нетрудно записать матричные элементы диаграмм, описывающих взаимодействие электронов с внешним полем во втором порядке по  $\alpha Z$ . Соответствующие достаточно громоздкие выражения приведены в работе [7].

Как правило, измеряемой величиной является отношение числа квантов тормозного излучения к полному числу  $\beta$ -распадаемых электронов:

$$S(k) = dW(k)/N_\beta dk d\Omega_k, \quad (7)$$

где

$$\frac{dW(k)}{dk d\Omega_k} = \frac{k^2}{(2\pi)^8} \int_1^{W_0 - k} dW p W (W_0 - W - k)^2 \times \\ \times \int d\Omega_p \int d\Omega_q |M_{1a} + M_{2a} + M_{2b} + M_{3a} + M_{3b} + M_{3c}|^2; \quad (8)$$

$$N_\beta = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_1^{W_0} dW p W (W_0 - W)^2 \int d\Omega_p \int d\Omega_q |M_{4a} + M_{4b} + M_{4c}|^2; \quad (9)$$

$$M_{4a} = g N_s u^+(\mathbf{p}_f) \hat{O}_s u(\mathbf{q}); \quad (10)$$

$$M_{4b} = 4\pi\alpha Z g N_s \frac{1}{(2\pi)^8} \int d\mathbf{p}_1 \frac{u^+(\mathbf{p}) [\hat{H}(\mathbf{p}_1) + W] \hat{O}_s u(\mathbf{q})}{(p_1^2 - p^2 - i\epsilon) [|\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}|^2 + \lambda_0^2]}; \quad (11)$$

$$M_{4c} = \frac{(4\pi e^2 Z)^2 g N_s}{(2\pi)^8} \times \\ \times \int \frac{d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 [\hat{H}(\mathbf{p}_2) + W] [H(\mathbf{p}_1) + W] \hat{O}_s u(\mathbf{q})}{(p_1^2 - p^2 - i\epsilon) (p_2^2 - p^2 - i\epsilon) [|\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}|^2 + \lambda_0] [|\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}|^2 + \lambda_0]}. \quad (12)$$

Заметим, что при проведении расчетов необходимо в числителе и знаменателе (7) оставлять члены одного и того же порядка по  $\alpha Z$ , поэтому  $S(k)$  довольно слабо зависит от  $Z$ . Указанный факт впервые отмечен Льюисом и Фордом в работе [6].

Приближению плоских волн соответствует член  $|M_{1a}|^2$ , первому порядку по  $\alpha Z$  — произведение  $M_{1a} \text{Re} [M_{2a} + M_{2b}]$ , и, наконец, второму порядку по  $\alpha Z$  соответствуют  $|M_{2a} + M_{2b}|^2$  и  $M_{1a} \text{Re} [M_{3a} + M_{3b} + M_{3c}]$ .

Таким образом, при проведении расчетов в первом порядке по  $\alpha Z$  достаточно вычислить реальные части интегралов (5), (6), (11) [7] методом, предложенным в [14].

В результате будем иметь:

$$\text{Re} M_{2a} = 0; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{Re} M_{2b} = & -\pi\alpha Z \frac{W}{2p} \left(\frac{2\pi\alpha}{k}\right)^{1/2} gN_s \times \\ & \times \frac{u^+(\mathbf{p}) \alpha e [\hat{H}(\mathbf{p}_2) + W_e] \hat{O}_s u(\mathbf{q})}{W_s^2 - W_e^2}; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{Re} M_{4b} = \pi\alpha Z (W/2p) gN_s u^+(\mathbf{p}) \hat{O}_s u(\mathbf{q}). \quad (15)$$

Следовательно,

$$\text{Re} M_{4b} = \pi\alpha Z (W/2p) M_{4a}; \quad \text{Re} [M_{2a} + M_{2b}] = \pi\alpha Z (W/2p) M_{1a}. \quad (16)$$

Для вычисления формы спектра ВТИ воспользуемся (8). После суммирования по проекциям спина электрона в конечном состоянии в первом порядке по  $\alpha Z$  получим:

$$\begin{aligned} \frac{dS(k)}{dk d\Omega} = & \frac{\alpha}{4\pi^2 k f_0} \int_{1+k}^{W_0} dW_e p W_e \left\{ \frac{W_e^2 + W^2}{W_e (W - p \cos \theta)} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{(W - p \cos \theta)^2} - 1 \right\} (E - E_0)^2 \left( 1 + \pi\alpha Z \frac{W_e}{2p_e} \right); \end{aligned} \quad (17)$$

$$f_0 = \int_1^{W_0} \left( 1 + \pi\alpha Z \frac{W}{2p} \right) p E (E_0 - E)^2 dE, \quad (18)$$

где  $\theta$  — угол между направлениями  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{k}$ .

Выражения (17), (18) пригодны для описания ВТИ нормально запрещенных  $\beta$ -переходов. В случае уникальных переходов первого порядка запрета эти выражения модифицируются [6].

Формулы (17), (18) впервые получены Льюисом и Фордом [6]. Если в этих формулах пренебречь членами порядка  $\alpha Z$ , то получим формулы, известные в литературе под названием приближения КУБ. Во многих случаях, особенно для  $\beta$ -излучателей с большой граничной энергией и малым  $Z$ , формулы (17), (18) удовлетворительно описывают экспериментальные данные.

При расчете матричных элементов, соответствующих второму порядку по  $\alpha Z$ , интегралы берутся аналитически, однако вычисление формы спектра по полученным выражениям удастся выполнить только с помощью ЭВМ [7].

Расчет характеристик ВТИ с использованием релятивистской кулоновской функции Грина электрона. Для наших целей гамильтониан  $\beta$ -взаимодействия удобно записать в виде разложения по мультиполям [19]:

$$\hat{H}_\beta = g \sum_{KLM} (-1)^{K+M} [(\psi_F^\dagger \hat{O}_{KLV}^M \psi_I) (\varphi_e^\dagger \hat{O}_{KLV}^{-M} \varphi_\nu) - \lambda (\psi_F^\dagger \hat{O}_{KLA}^M \psi_I) (\varphi_e^\dagger \hat{O}_{KLA}^{-M} \varphi_\nu)] + \text{э.с.} \quad (19)$$

Здесь  $\psi_F$ ,  $\psi_I$  — волновые функции ядра в конечном и начальном состояниях;  $\varphi_e$  и  $\varphi_\nu$  — волновые функции электрона и нейтрино;  $g$  — константа слабого взаимодействия;  $\lambda = 1, 19$ ;  $\hat{O}_{KLV}^M$  и  $\hat{O}_{KLA}^M$  — сферические тензорные операторы ранга  $K$  для векторного и аксиально-векторного вариантов взаимодействия соответственно. Явный вид этих операторов приведен в [19].

Используя (19), запишем выражения для амплитуды ВТИ:

$$A = eg \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \sum_{KLM\kappa} (-1)^{K+M} \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}_2 \times \\ \times \left\{ \int_{\Omega_1} d\Omega_1 [\psi_F^\dagger T_{KLV}^M \tau^- (1 - \lambda \gamma_5) \psi_I] \right\} \times \\ \times \left\{ \int_{\Omega_2} d\Omega_2 [\varphi_e^\dagger \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_2) \boldsymbol{\varepsilon} \gamma G_E(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) (1 + \gamma_5) T_{KLV}^{-M} \varphi_\nu] \right\}. \quad (20)$$

Здесь  $\int_{\Omega_1}$  и  $\int_{\Omega_2}$  означают интегрирование по угловым переменным;

$T_{KLV}^M$  — неприводимый тензорный оператор ранга  $K$ :

$$T_{KLV}^M(\hat{r}) = \sum_\nu i^L \langle LM - \nu \kappa \nu | KM \rangle (\sigma_\nu \gamma_5)^\nu Y_L^{M-\nu}(\hat{r}),$$

где  $\gamma$ ,  $\gamma_5$  — дираковские матрицы в стандартном представлении [14];  $\boldsymbol{\varepsilon}$ ,  $\mathbf{k}$  — соответственно вектор поляризации и волновой вектор тормозного  $\gamma$ -кванта;  $G_E(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  — релятивистская функция Грина электрона в кулоновском поле ядра. При построении кулоновской релятивистской функции Грина обычно используются два подхода, основанные соответственно на решении либо квадрированного, либо стандартного уравнения Дирака.

В работе Глаубера и Мартина [15] получена функция Грина электрона в кулоновском поле ядра, соответствующая квадриро-

ванному уравнению Дирака:

$$[\hat{p}^2 + 1 - (E + k + Ze^2/r)^2 - i\alpha_r Ze^2/r^2] \mathcal{G}_E(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (21)$$

В работе [15] приведено аналитическое выражение для функции Грина  $\mathcal{G}_E(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_E(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = & \frac{1}{2\mu} \sum_{\substack{\kappa m p \\ s=\pm 1}} \frac{\kappa + \gamma}{2\gamma r_{>} r_{<}} \left\{ \frac{\Gamma(t_s + \gamma - i\eta)}{\Gamma(2t_s + 2\gamma)} \times \right. \\ & \times M_{i\eta, \gamma + s/2}(-2i\mu r_{<}) \times \\ & \times W_{i\eta, \gamma + s/2}(-2i\mu r_{<}) \left( 1 - is \frac{\alpha Z}{\kappa + \gamma} \alpha_{r_1} \right) \times \\ & \times \left( 1 - is \frac{\alpha Z}{\kappa + \gamma} \alpha_{r_2} \right) \times \\ & \times \Omega_{\kappa-1/2, \gamma+t_s-1, m}(\hat{r}_1) \Omega_{\kappa-1/2, \gamma+t_s-1, m}(\hat{r}_2). \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mu &= \sqrt{E^2 - 1}; \quad \gamma = \sqrt{\kappa^2 - (\alpha Z)^2}; \quad \eta = \alpha Z E / \mu; \\ t_s &= (1 - s)/2; \quad \alpha_r = \alpha \mathbf{r} / |\mathbf{r}|; \end{aligned}$$

$M$  и  $W$  — функции Уиттекера. Шаровые биспиноры в (22) определены соотношением

$$\Omega_{LM}^p(\hat{r}) = \sum_{\mu} \langle LM - \mu \frac{1}{2} \mu | JM \rangle Y_L^{M-\mu}(\hat{r}) \chi_{\mu}^p. \quad (23)$$

Формула (22) использовалась для расчета характеристик ВТИ при  $\beta$ -распаде в [9, 10, 12], а при электронном захвате в [16, 17]. Проводя в (20) интегрирование по частям (см., например, [16]), запишем амплитуду перехода с использованием функции Грина  $\mathcal{G}_E(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ :

$$\begin{aligned} A = & eg \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \sum_{KLM\kappa} (-1)^{K+M} \int d\mathbf{r}_1 \int d\mathbf{r}_2 \times \\ & \times \left\{ \int_{\Omega_1} d\Omega_1 [\psi_F^{\dagger} T_{KL\kappa}^M (1 - \lambda\gamma_5) \psi_I] \right\} \times \\ & \times \left\{ \int_{\Omega_2} d\Omega_2 [\varphi_e^{\dagger} \varepsilon \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_2) \Gamma \mathcal{G}_E(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \times \right. \\ & \times (1 + \gamma_5) T_{KL\kappa}^M \varphi_{\nu}] \left. \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь  $\Gamma = 2\mathbf{p} + k(s + \gamma_5)\sigma$ , где  $s = \pm 1$  — собственные числа оператора проекции спина кванта ВТИ на направление движения.



Заметим, что в (24) по  $r_1$  проводится интегрирование в пределах, ограниченных объемом ядра. В этом случае  $|\mu r_1| \ll 1$ , и для функции Уиттекера  $M_{i\eta, \gamma \pm 1/2}$  справедливо разложение

$$M_{i\eta, \gamma \pm 1/2}(-2i\mu r) = (-2i\mu r)^{1/2 + \gamma \pm 1/2}. \tag{25}$$

Кроме того, можно считать, что  $r_< = r_1$ , а  $r_> = r_2$ . В этом приближении для функции Грина получим

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_E(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = & i \sum_{\kappa m p} (-2i\mu r_1)_j^{\gamma-1} V_\kappa(-2i\mu r_2) \times \\ & \times (1 + i\omega_\kappa \alpha_{r_1})(1 + i\omega_\kappa \alpha_{r_2}) \times \\ & \times \Omega_{\kappa-1/2, \kappa-1, m}^p(\hat{r}_1) \Omega_{\kappa-1/2, \kappa-1, m}^{p+}(\hat{r}_2). \end{aligned} \tag{26}$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} \omega_\kappa &= \alpha Z / (\kappa + \gamma); \\ V_\kappa(-2i\mu r) &= \frac{(\kappa + \gamma) \Gamma(\gamma - i\eta)}{2\gamma \Gamma(2\gamma)} \frac{1}{2} W_{i\eta, \gamma-1/2}(-2i\mu r). \end{aligned} \right\} \tag{27}$$

Представим волновые функции нейтрино,  $\gamma$ -кванта и электрона в виде разложения по сферическим гармоникам:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_e^+(\mathbf{r}) &= \sqrt{4\pi} \sum_{\kappa \mu_e} (2l_e + 1)^{1/2} \langle l_e 0 \frac{1}{2} \sigma_e | j_e \sigma_e \rangle D_{\mu_e \sigma_e}^{j_e^*}(\theta_e) \times \\ & \times \exp(-i\Delta_{\kappa_e}) \langle \kappa_e \mu_e |; \\ \varphi_\nu^j(\mathbf{r}) &= \sqrt{4\pi} \sum_{\kappa_\nu \mu_\nu} (2l_\nu + 1)^{1/2} \langle l_\nu 0 \frac{1}{2} \sigma_\nu | j_\nu \sigma_\nu \rangle \times \\ & \times D_{\mu_\nu \sigma_\nu}^{j_\nu}(\theta_\nu) | \kappa_\nu \mu_\nu \rangle; \\ \epsilon^* \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) &= -s \sqrt{4\pi} \sum_{J\Lambda\lambda} i^\Lambda (2\Lambda + 1)^{1/2} j_\Lambda(kr) \times \\ & \times \langle \Lambda 0 1 s | J s \rangle Y_{J\Lambda\lambda}^*(\hat{r}) D_{\lambda s}^{J^*}(\theta_\nu). \end{aligned} \right\} \tag{28}$$

Здесь  $\kappa = (l - j)(2j + 1)$ ;  $\Delta_{\kappa_e}$  — кулоновская фаза электрона;  $Y_{J\Lambda\lambda}(\hat{r})$  — векторная сферическая функция:

$$Y_{J\Lambda\lambda}(\hat{r}) = \sum_{\mu} \langle \Lambda \lambda - \mu 1 \mu | J \lambda \rangle Y_{\Lambda}^{\lambda - \mu}(\hat{r}) \chi_{\mu} \tag{29}$$

и

$$| \kappa \mu \rangle = \begin{pmatrix} g_\kappa(r) \Omega_\kappa^\mu(\hat{r}) \\ i f_\kappa(r) \Omega_{-\kappa}^\mu(\hat{r}) \end{pmatrix} \tag{30}$$

( $g_\kappa(r)$  и  $f_\kappa(r)$  — большая и малая компоненты радиальных волновых функций лептонов).

Подставляя (26) — (28) в (24), учитывая (30) и используя  $\xi$ -приближение для ядерных матричных элементов  $\beta$ -распада [13], получим следующее выражение для амплитуды перехода:

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{(4\pi)^3}{\sqrt{2k}} egs \sum_{\substack{KLYMJ\Lambda\lambda \\ \kappa\mu\kappa_e\mu_e\kappa_\nu\mu_\nu\lambda}} (-1)^{K+M+J+\Lambda+\lambda} \times \\
 & \times \prod_{l_e l_\nu \Lambda}^{1/2} \left\langle l_e 0 \frac{1}{2} \sigma_e | j_e \sigma_e \right\rangle \left\langle l_\nu 0 \frac{1}{2} \sigma_\nu | j_\nu \sigma_\nu \right\rangle \times \\
 & \times \langle \Lambda 0 1 s | J s \rangle \exp(-i\Delta_{\kappa_e}) D_{\mu_e \sigma_e}^{j_e^*}(\theta_e) D_{\mu_\nu \sigma_\nu}^{j_\nu}(\theta_\nu) \times \\
 & \times D_{\lambda s}^{J^*}(\theta_\nu) B_{KLY}^{JA} [I_i, I_f; \kappa, \kappa_e, \kappa_\nu], \tag{31}
 \end{aligned}$$

где  $\prod_{abc\dots}^{1/2} = \sqrt{(2a+1)(2b+1)(2c+1)\dots}$ . Использование  $\xi$ -приближения позволяет факторизовать параметр  $B_{KLY}^{JA}$  на электронную и ядерную части:

$$\begin{aligned}
 & B_{KLY}^{JA} [I_i, I_f; \kappa, \kappa_e, \kappa_\nu] = \\
 & = \mathcal{M}_{KLY} [I_i, I_f] \mathcal{L}_{KLY}^{JA} [\kappa, \kappa_e, \kappa_\nu]. \tag{32}
 \end{aligned}$$

Здесь  $\mathcal{M}_{KLY}$  и  $\mathcal{L}_{KLY}^{JA}$  — ядерный и электронный матричные элементы:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{KLY} [I_i, I_f] = & \langle I_f || (qr)^{j_\nu-1/2} (-2i\mu r)_J^{\nu-1} \times \\
 & \times T_{KLY} (1 - \lambda\gamma_5) \tau^- || I_i \rangle; \tag{33}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{KLY}^{JA} [\kappa, \kappa_e, \kappa_\nu] = & \langle \kappa_e || j_\Lambda(kr) Y_{J\Lambda\Lambda}(\hat{r}) \times \\
 & \times \Gamma V_\kappa (1 + i\omega_\kappa \alpha r) || \kappa_\nu \rangle. \tag{34}
 \end{aligned}$$

С помощью (31) нетрудно получить выражение для матрицы плотности, описывающей характеристики тормозного излучения. Оно достаточно громоздкое, поэтому в настоящей работе не приводится (см. [9, 10, 12]). Как уже отмечалось, в эксперименте измеряют относительную вероятность ВТИ, т. е. число тормозных фотонов, отнесенное к общему числу  $\beta$ -распадных электронов.

Использование (32) приводит к тому, что в выражении для относительной вероятности ядерные матричные элементы сокращаются (в  $\xi$ -приближении), и характеристики ВТИ определяются только лептонными матричными элементами.

Основная трудность при теоретическом рассмотрении характеристик ВТИ состоит в вычислении лептонного матричного элемента  $\mathcal{L}_{KLY}^{JA}$ , куда входит радиальный интеграл типа

$$I = \int_0^\infty r^2 dr j_\Lambda(kr) M_{i\alpha, \beta}(ipr) W_{i\gamma, \delta}(i\mu r). \tag{35}$$

Асимптотически подынтегральное выражение при  $r \rightarrow \infty$  ведет себя как  $\sin(pr)/r$ , поэтому интеграл при верхнем пределе сходится медленно.

Интегралы типа (31) выражаются через гипергеометрическую функцию нескольких переменных  $F_A$  [17], но прямые расчеты гипергеометрического ряда провести не удастся. В работах [9, 10] осуществлен переход от функции  $F_A$  к сходящимся рядам Горна, однако в промежуточных преобразованиях членами порядка

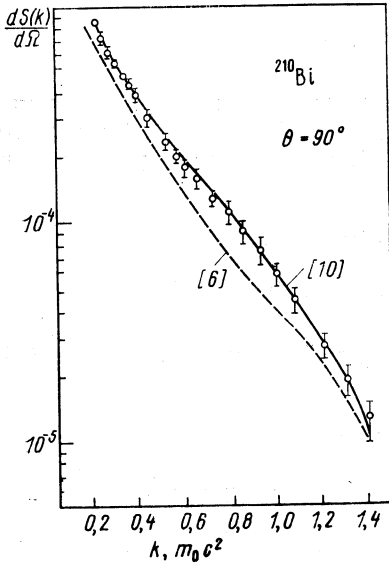


Рис. 2. Сравнение результатов теоретических расчетов с экспериментальными данными работы [40]

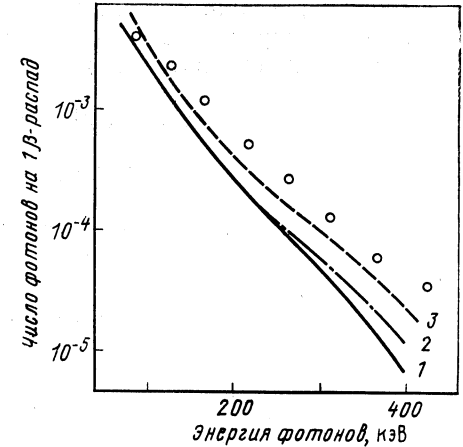


Рис. 3. Форма спектра ВТИ, сопровождающего уникальный однократно запрещенный  $\beta$ -переход  $^{90}\text{Sr}:\gamma$   
 1 — расчет по теории КУБ [3, 4]; 2 — расчет по формулам Льюиса — Форда [6]; 3 — расчет по формулам работы [12]. Экспериментальные данные вкаты и в [55]

$(\alpha Z)^2$  пренебрегалось, поэтому окончательную точность расчетов [9, 10] оценить трудно. На рис. 2 сравниваются теоретические расчеты [10] с экспериментальными значениями для ядра  $^{210}\text{Bi}$ . Для сравнения приведены результаты расчетов по формулам Льюиса — Форда. Как видно из рис. 2, расчеты [10] хорошо согласуются с экспериментом.

В [12] проведен расчет характеристик ВТИ с использованием амплитуды (24), причем интеграл типа (30) рассчитан численными методами. Результаты расчета интегрального спектра ВТИ уникального однократно запрещенного  $\beta$ -перехода изотопа  $^{90}\text{Sr}$  представлены на рис. 3. Видно, что согласие с экспериментом лучше, чем в теории Льюиса — Форда.

Функцию Грина, построенную Глаубером и Мартином, можно использовать только для чисто кулоновских потенциалов. Поэтому в указанном подходе трудно учитывать эффекты экранирования.

Существует другая возможность построения функции Грина — использовать стандартное уравнение Дирака. В этом случае функцию Грина можно представить в виде

$$G_E(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{\kappa\mu} |\kappa\mu\rangle_s \langle \kappa\mu |_r, \quad (36)$$

где  $\langle \kappa\mu |_r$  и  $|\kappa\mu\rangle_s$  — регулярное и сингулярное в нуле решения уравнения Дирака, определяемые формулой (30). Выражение для амплитуды перехода совпадает с (31), только лептонный матричный элемент принимает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{KLV}^{J\Lambda}[\kappa_e, \kappa] &= G_{J\Lambda 1}[\kappa_e, -\kappa] \times \\ &\times \int r^2 dr j_\Lambda(kr) g_{\kappa_e}^*(r) f_\kappa^{(s)}(r) - \\ &- G_{J\Lambda 1}[-\kappa_e, \kappa] \int r^2 dr j_\Lambda(kr) f_{\kappa_e}^*(r) g_\kappa^{(s)}(r). \end{aligned} \quad (37)$$

Здесь

$$\begin{aligned} G_{KLV}[\kappa_1, \kappa_2] &= \\ &= \frac{(-1)^{l_1}}{\sqrt{2\pi}} \prod_{K\gamma l_1 j_1 l_2 j_2}^{1/2} \langle l_1 0 l_2 0 | L 0 \rangle \left\{ \begin{matrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ L & \gamma & K \\ l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \end{matrix} \right\}. \end{aligned} \quad (38)$$

Расчет матричных элементов по формуле (37) приведен в [11, 18, 142] причем в [18, 142] для получения радиальных волновых функций численно решается уравнение Дирака с экранированным кулоновским потенциалом.

Сравнение результатов расчетов в различных теоретических подходах приведено в табл. 1 на примере ВТИ изотопа  $^{35}\text{S}$ . Выбор этого ядра обусловлен низкой граничной энергией  $\beta$ -перехода. Дело в том, что при проведении вычислений с использованием амплитуды (31) приходится проводить суммирование по парциальным сферическим гармоникам тормозного кванта и электрона в конечном состоянии. Сходимость суммы зависит от граничной энергии  $\beta$ -спектра, и для  $^{35}\text{S}$  в сумме достаточно оставить всего несколько членов. Результаты, приведенные в табл. 1, свидетельствуют о том, что различные теоретические подходы в рассматриваемом случае неплохо согласуются друг с другом.

Отметим, что проведение расчетов диаграммы  $a$  с использованием точной функции Грина электрона для  $\beta$ -переходов произ-

Т а б л и ц а 1

**Теоретические значения вероятности ВТИ ( $\times 10^5$ )  
на один  $\beta$ -распад в  $^{35}\text{S}$**

$k, m_0c^2$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
КУБ [3, 4]	326	73	18,1	4,1	0,56
Льюис, Форд [6]	324	74	20,2	5,2	0,82
Голд, Шпрух [8]	—	—	—	—	1,06
Вин-Мау [9]	324	76	24,2	6,5	1,12
Струцинский, Поллок [11]	326	—	—	6,4	1,14
И. С. Баткин, Ю. Г. Смирнов [142]	317	76,9	21,6	5,26	0,85

вольного порядка запрета с большой граничной энергией связано в основном с трудностями вычислительного характера.

**Вклад ядерных диаграмм во внутреннее тормозное излучение.**

Для анализа характеристик внутреннего тормозного излучения в большинстве случаев достаточно считать диаграмму *a*. Дело в том, что вероятность испускания  $\gamma$ -кванта пропорциональна  $\alpha/m^2$  ( $m$  — масса излучателя), поэтому вклад диаграмм *b* и *e* достаточно мал. Однако если в силу каких-либо причин  $\beta$ -распадная вершина в *a* становится аномально малой, то увеличивается вклад ядерных диаграмм.

Матричный элемент обходного перехода, согласно диаграммам *b* и *e*, можно представить в виде

$$M_{\text{обх}} = \sum_N \frac{\langle f | \hat{H}_\beta | N \rangle \langle N | \hat{H}_\gamma | i \rangle}{E_i - E_N - k} + \sum_N \frac{\langle f | \hat{H}_\gamma | N \rangle \langle N | \hat{H}_\beta | i \rangle}{E_i - E_N - q - E}. \quad (39)$$

Здесь  $|i\rangle$ ,  $|N\rangle$  и  $|f\rangle$  — волновые функции начального, промежуточного и конечного состояний ядра.

Оценка ядерных матричных элементов  $\beta$ - и  $\gamma$ -переходов показывает, что вклад обходных переходов при  $\beta$ -распаде различной степени запрета определяется табл. 2. Как видно, в большинстве случаев  $\beta$ -распадная вершина носит разрешенный характер. Используя  $\xi$ -приближение, нетрудно видеть, что однократно запрещенные переходы определяются комбинациями ядерных

Т а б л и ц а 2

Тип основного перехода	$\Delta l$	$\Delta \pi$	Матричные элементы, определяющие обходной переход		Примеры
			$\langle \hat{H}_\beta \rangle$	$\langle \hat{H}_\gamma \rangle$	
Разрешенный	0	Нет	Нет вклада		
»	1	Нет	$\int I$ или $\int \sigma$	$M1$	$^{32}\text{P}$
Запрещенный	1	Да	$\int I$ или $\int \sigma$	$E1$	
Запрещенный	2	Да	$\int \sigma$	$E1$	$^{204}\text{Tl}$ $^{137}\text{Cs}$
»	2	Нет	$\int \sigma$	$M1$	$^{36}\text{Cl}$
»	3	Нет	$\int \sigma$	$E2$	
»	3	Да	$\int r, \int [\sigma, r], \int \alpha$	$M1$	$^{87}\text{Rb}$

матричных элементов, аналогичными  $\int I$  и  $\int \sigma$ . В этом случае форму спектра излучения, связанного с обходными переходами, можно представить в виде [23, 79]

$$\frac{dW(\mathbf{k}, \mathbf{p}, \mathbf{q})}{dE dk d\Omega_e d\Omega_\gamma} = \frac{\alpha g^2}{4\pi^4} k^{2\Lambda+1} p E (E_0 - E - k)^2 F_0(Z, E) T, \quad (40)$$

где

$$T = \frac{\Lambda+1}{\Lambda [(2\Lambda+1)!!]^2} \left[ |Q_1|^2 + |Q_2|^2 + \left\{ \frac{I_i I_N K}{I_f I_N \Lambda} \right\} (2I_N + 1) (Q_1 Q_2^* + \text{к. с.}) \right] \quad (41)$$

и

$$Q_1 = \sum_{E_N} \frac{\langle I_f \| M_\gamma(\Lambda) \| I_N \rangle \langle I_N \| (1 - \lambda \gamma_b) T_{K_0 \gamma \tau^-} \| I_i \rangle}{(E_i - E_N - q - E) [(2I_N + 1) (2I_i + 1) (2K + 1)]^{1/2}}; \quad (42)$$

$$Q_2 = \sum_{E_N} \frac{\langle I_f \| (1 - \lambda \gamma_b) T_{K_0 \gamma \tau^-} \| I_N \rangle \langle I_N \| M_\gamma(\Lambda) \| I_i \rangle i}{(E_i - E_N - k) [(2I_N + 1) (2I_i + 1) (2K + 1)]^{1/2}}. \quad (43)$$

Здесь  $\Lambda$  — мультипольность  $\gamma$ -перехода. Приведенный ядерный матричный элемент  $\langle I_b \| M_\gamma(\Lambda) \| I_a \rangle$  определен в [24]. Основная трудность в проведении расчетов по формуле (40) состоит в вычислении параметров  $Q_1$  и  $Q_2$ , которые существенно зависят от деталей ядерной структуры.

В качестве примера приведем расчет в рамках простой одночастичной модели. В этом случае  $Q_1$  и  $Q_2$  выражаются через интег-

ралы от одночастичной функции Грина типа:

$$m = \int R_f(r_1) r_1^2 G_{E_f - E_0 - q}(r_1, r_2) \tau^- R_f(r_2) dr_1 dr_2, \quad (44)$$

где  $R_f$  и  $R_f$  — одночастичные радиальные волновые функции начального и конечного состояний ядра. В [23] при построении функции Грина используются регулярное и нерегулярное в нуле решения уравнения Шредингера с потенциалом Вудса — Саксона.

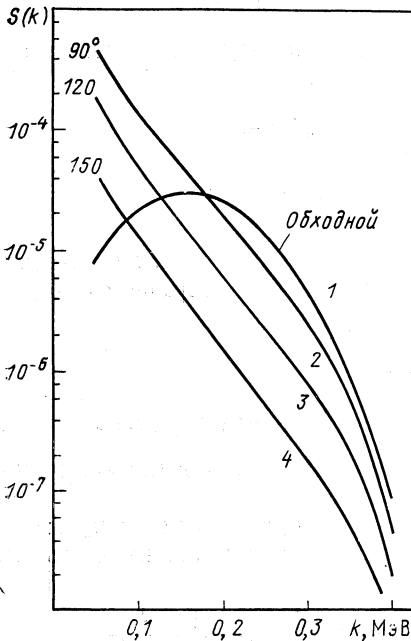


Рис. 4. Учет влияния обходных переходов на форму спектра ВТИ  $^{137}\text{Cs}$  [23]

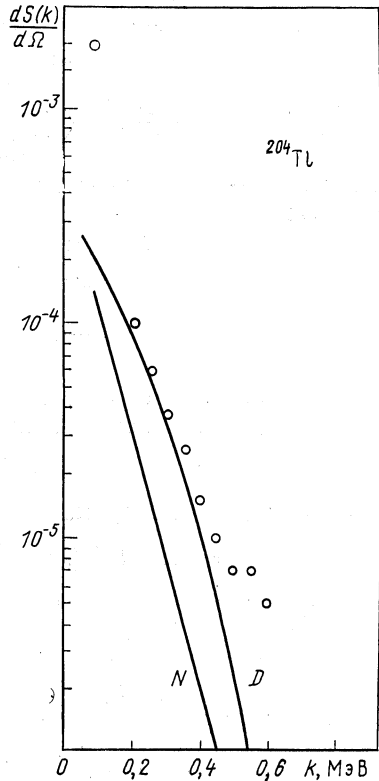


Рис. 5. Сравнение результатов эксперимента по изучению ВТИ [46] с расчетами по формулам Льюиса — Форда — Нильссона (N) и Форда — Мартина (D)

Такой способ расчета использован для описания ВТИ однократно запрещенного уникального  $\beta$ -перехода  $^{137}\text{Cs}$ . Результаты расчета представлены на рис. 4 (кривая 1). Для сравнения кривыми 2, 3, 4 представлены результаты расчета прямого ВТИ по формулам (17) для разных углов. Видно, что с увеличением угла вклад обходных переходов увеличивается.

Отметим, что в формуле (40) не учитывается интерференция прямых и обходных диаграмм. Учет интерференционных членов выполнен в [20] для однократно запрещенных уникальных  $\beta$ -переходов с использованием некоторых упрощающих предположений. Как видно из табл. 2, в этом случае  $\gamma$ -вершина обладает типом  $E1$ , а  $\beta$ -вершина носит разрешенный характер. Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} \langle f | \hat{H}_\beta | i \rangle &= -\frac{g\lambda}{\sqrt{2}} \left\langle f \left| \sum_{p=1}^A \{ \sigma \tau^- \}_p | i \right\rangle u^+(\mathbf{p}) \sigma (1 + \gamma_5) u(\mathbf{q}); \right. \\ \langle f | \hat{H}_\gamma | i \rangle &= -\left( \frac{2\pi\alpha}{k} \right)^{1/2} \left\langle f \left| \sum_{p=1}^A \left\{ \mathbf{e}^* \boldsymbol{\alpha} \frac{1 + \tau_3}{2} \right\}_p | i \right\rangle, \right. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

где  $\tau^-$ ,  $\tau_3$  — изотопические матрицы. Используем известное соотношение

$$\begin{aligned} \langle f | \sum_{p=1}^A \{ -i\boldsymbol{\alpha} (1 + \tau_3) \}_p | i \rangle &= \\ = (E_f - E_i) \langle f | \sum_{p=1}^A \{ \mathbf{r} (1 + \tau_3) \}_p | i \rangle. \end{aligned} \quad (46)$$

Предположим, что энергия кванта ВТИ значительно меньше энергии ядерного возбуждения в дочернем и материнском ядрах:

$$k \ll E_f - E_i.$$

В этом случае нетрудно получить

$$M_{\text{обх}} = (1/2) ig\lambda (\pi\alpha/k)^{1/2} u^+(\mathbf{p}) \mathbf{e}^* \boldsymbol{\sigma} (1 + \gamma_5) u(\mathbf{q}) B_{ij}, \quad (47)$$

где  $B_{ij}$  — матричный элемент уникального однократно запрещенного  $\beta$ -перехода [20].

Окончательно для относительной вероятности испускания кванта ВТИ под определенным углом к направлению вылета электрона имеем

$$\begin{aligned} \frac{dS(\mathbf{k}, \mathbf{p}, \mathbf{q})}{dk d\Omega_\gamma dE} &= \frac{e^2}{k\pi^2 N_\beta} p q^2 \left( 1 + \alpha Z \pi \frac{E}{p} \right) \left\{ \frac{p_1^2 + q^2}{4(E - np)^2} \times \right. \\ &\times [E(W_e^2 + W_1^2) - 2W_e(nnp_1 + 1)] + \\ &+ \left. \frac{k}{2(E - np)} [(2E + k/2)(p^2 - (np)^2) - Enp_1 + kpp_1] + k^2 E \right\}. \end{aligned} \quad (48)$$

Здесь

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p} + \mathbf{k}; \quad \mathbf{n} = \mathbf{k}/k; \quad p = \sqrt{E^2 - 1}; \quad W_e = E + k;$$

$$W_1^2 = p_1^2 + 1;$$

$$N_\beta = 2 \int_m^{w_0} dW (W_0 - W)^2 W p [p^2 + (W_0 - W)^2 \left( 1 + \alpha Z \pi \frac{E}{p} \right)].$$



Формула (48) носит название формулы Форда — Мартина. Она довольно хорошо описывает эксперимент [39, 46, 57, 73], особенно в области больших углов между направлениями вылета электронов и квантов ВТИ. Для примера на рис. 5 приведены результаты сравнения измерения спектра ВТИ ядра  $^{204}\text{Tl}$  для угла  $120^\circ$  с теоретическими расчетами Льюиса — Форда — Нильссона и Форда — Мартина. Заметим, что при изучении ВТИ при электронном захвате учет обходных переходов также приводит к улучшению согласия теории и эксперимента.

**Экспериментальные работы, посвященные изучению внутреннего тормозного излучения при  $\beta$ -распаде.** Экспериментальному изучению внутреннего тормозного излучения, сопровождающего  $\beta$ -распад ядер, посвящено значительное число работ. Эксперименты проводились как по одноканальной методике, так и на спектрометрах  $\beta\gamma$ -совпадений. В качестве детекторов  $\gamma$ -излучения в первых работах использовались пропорциональные счетчики, в последнее время начали применять Ge (Li)-детекторы, но большинство авторов использовало сцинтилляционные спектрометры с кристаллами NaI (Tl).  $\gamma$ -Кристалл экранировался обычно поглотителем из легких материалов для предотвращения попадания  $\beta$ -частиц. Иногда для этой цели электроны отклонялись магнитным полем. При такой методике измерялся проинтегрированный по углам спектр ВТИ. Для изучения, как правило, выбирались чистые  $\beta$ -излучатели, чтобы не было максирующего ВТИ  $\gamma$ -излучения. Перссон и Йоханссон [36] впервые применили для изучения ВТИ методику  $\beta\gamma$ -совпадений, при которой спектральное распределение квантов внутреннего тормозного излучения измерялось для выделенных углов между направлениями вылета  $\beta$ -частиц и квантов ВТИ.

В табл. 3—5 представлены результаты экспериментального изучения ВТИ при  $\beta$ -распаде и их сравнение с теоретическими расчетами по формулам КУБ [3, 4] с кулоновскими поправками Нильссона [5] или Льюиса — Форда [6], а для запрещенных переходов и с расчетами Форда и Мартина [20] с учетом обходных переходов. Введены следующие обозначения и сокращения:

$E_0$  — граничная энергия  $\beta$ -спектра изучаемого изотопа;

ПС — пропорциональный счетчик;

ОСГС — одноканальный сцинтилляционный  $\gamma$ -спектрометр;

ОСГС (МО) — одноканальный сцинтилляционный  $\gamma$ -спектрометр с отклонением  $\beta$ -частиц магнитным полем;

$\beta\gamma$ -СС — сцинтилляционный спектрометр  $\beta\gamma$ -совпадений;

ДКССА — двухкристальный комптоновский спектрометр со сложением амплитуд;

ОГС (МО) с ППД — одноканальный  $\gamma$ -спектрометр с полупроводниковым Ge (Li)-детектором и отклонением  $\beta$ -частиц магнитным полем.

Таблица 3

ВТИ, сопровождающее разрешенный  $\beta$ -распад

Исследуемая область спектра, кэВ	Методика	Сравнение с теорией	Литература
$^{32}\text{P}$ , $E_0 = 1710$ кэВ; $\lg ft = 7,9$			
50—300	ОСГС	Согласие с теорией, КУБ в форме спектра; превышение экспериментальных значений над теоретическими	[28]
3—30	ПС	Хорошее согласие с теорией КУБ	[29]
20—250	ОСГС, угловая $\beta\gamma$ -корреляция	Хорошее согласие с теорией КУБ в форме спектра и в форме корреляционной кривой	[30]
30—130	ОСГС, угловая $\beta\gamma$ -корреляция	Хорошее согласие с теорией КУБ в форме спектра и в форме корреляционной кривой	[31]
80—900	ОСГС	Согласие с теорией КУБ в форме спектра в пределах 10%	[32]
10—400	ОСГС	Хорошее согласие с теорией КУБ	[33]
20—1000	ОСГС	Согласие в пределах 5% с теорией КУБ в интервале 20—500 кэВ, далее увеличивающееся превышение экспериментальных значений над теоретическими (на 70% при 1000 кэВ)	[34]
80—1100	ОСГС(МО)	Экспериментальные результаты превышают теоретические значения КУБ на 150% по всему спектру	[35]
25 <sup>0</sup> —1000	$\beta\gamma$ -СС, углы 25, 45, 90°	Хорошее согласие с теориями КУБ Нильссона и Льюиса—Форда для всех углов в пределах погрешностей эксперимента	[36]

Продолжение табл. 3

Исследуемая область спектра, кэВ	Методика	Сравнение с теорией	Литература
200—300 350, 680 и 1000	$\beta\gamma$ -СС с магнитным спектрографом $90^\circ$	Хорошее согласие с теорией КУБ с кулоновскими поправками Нильссона и Льюиса—Форда в пределах 10%	[37]
20—1215	ОСГС	Согласие с теорией КУБ до 200 кэВ, далее увеличивающееся превышение экспериментальных значений над теоретическими (до 80% при 1215 кэВ)	[38]
20—1200	ОСГС	Хорошее согласие с теорией Льюиса—Форда в форме спектра	[39]
100—1200	$\beta\gamma$ -СС, углы 25, 45 и $90^\circ$	Хорошее согласие с теорией КУБ с кулоновскими поправками Нильссона для всех углов	[40]
30—1400	ДКССА	Превышение экспериментальных данных теоретическими значениями КУБ до 150% при 1400 кэВ	[41]
300—1600	ДКССА + $\beta$ -канал	Хорошее согласие с теорией КУБ—Нильссона до 950 кэВ, далее увеличивающееся превышение, достигающее 300% при 1600 кэВ	[43]
100—1200	ОСГС	Согласие с теорией Льюиса—Форда в пределах 15%	[42]
30—1400	ОСГС, интегральные угловые $\beta\gamma$ -корреляции	Хорошее согласие с теорией Льюиса—Форда до 500 кэВ, далее увеличивающееся превышение экспериментальных значений над теоретическими (до 100% на конце спектра); в угловой корреляции хорошее согласие с теорией КУБ	[44]
60—1400	ОСФС, ОСГС(МО)	Критическое рассмотрение одноканальной методики; согласие с теорией КУБ—Нильссона в пределах 6% в интервале 60—1060 кэВ	[45]

Продолжение табл. 3

Исследуемая область спектра, кэВ	Методика	Сравнение с теорией	Литература
50—1600	ОСГС	Небольшие отклонения экспериментального спектра от теории КУБ—Нильссона	[65]
100—1300	$\beta\gamma$ -СС, углы 15, 20, 30, 45, 60, 90 и 120°	Хорошее согласие с теорией Льюиса—Форда и Нильссона для углов 60, 90 и 120°; при 15 и 20° превышение над теоретическими значениями в 2—5 раз; при 30 и 45° превышение до 100% в разных участках спектра	[46]
30—1250	ОСГС	Удовлетворительное согласие с теориями КУБ—Нильссона и Льюиса—Форда до 200 кэВ, далее некоторое превышение экспериментальных значений над теоретическими	[66]

 $^{36}_{16}\text{S}; E_0 = 167,4 \text{ кэВ}; \lg ft = 5,0$ 

60—170	ОСГС	Хорошее согласие с теорией КУБ	[47]
50—130	ОСГС	Превышение экспериментальных значений над теоретическими значениями Льюиса—Форда (на 10% при 50 кэВ, на 46% при 127 кэВ)	[48]
20—110	ОСГС(МО)	Большое превышение экспериментальных значений над теоретическими значениями КУБ—Нильссона по всему спектру (в четыре раза при 90 кэВ)	[35]
30—115	ОГС(МО) с ППД	Удовлетворительное согласие с теоретическими расчетами КУБ—Нильссона в пределах погрешностей эксперимента	[67]
25—150	ОСГС	Экспериментальные данные превышают теоретические значения КУБ—Нильссона	[65]

Продолжение табл. 3

Исследуемая область спектра, кэВ	Методика	Сравнение с теорией	Литература
25—120	ОСГС	При энергии выше 50 кэВ экспериментальные точки лежат выше всех теоретических кривых КУБ, Льюиса—Форда и Нильссона	[68]
$^{45}_{22}\text{Ca}$ ; $E_0 = 252$ кэВ; $\lg ft = 6,0$			
67—260	ОСГС	Экспериментальные значения на порядок меньше теоретических КУБ, Нильссона и Льюиса—Форда	[51]
40—215	ОСГС	Согласие с теорией КУБ ниже 130 кэВ, далее возрастающее превышение экспериментальных значений над теоретическими, достигающее 35% при энергии 215 кэВ	[62]
30—240	ОСГС	Отклонение от теории КУБ—Нильссона	[65]
30—210	ОСГС	Согласие с теорией КУБ до 155 кэВ, выше—согласие с теорией Льюиса—Форда	[68]

Результаты сравнения экспериментальных работ с теоретическими расчетами для ВТИ, сопровождающего разрешенные  $\beta$ -переходы  $^{32}\text{P}$ ,  $^{35}\text{S}$  и  $^{45}\text{Ca}$ , приведены в табл. 3.

Больше всего экспериментальных работ было посвящено изучению ВТИ при  $\beta$ -распаде  $^{32}\text{P}$ . Это классическое ядро, к которому применимы расчеты по упрощенным формулам КУБ с кулоновскими поправками Нильссона или Льюиса—Форда ( $Z$  мало, высокая граничная энергия распада). Действительно, у большинства авторов наблюдается хорошее согласие экспериментальных результатов с теоретическими расчетами [3—6], по крайней мере, в области энергий квантов ВТИ ниже 1000 кэВ [28—33, 36, 37, 39, 40, 42, 45, 46].

Однако больше всего теоретических расчетов проводилось для ВТИ при  $\beta$ -распаде  $^{35}\text{S}$  [3—6, 8, 9, 11] ввиду того, что разрешенный характер распада, низкая граничная энергия перехода и малое  $Z$  позволяют использовать упрощающие расчеты при-

ближения ( $\alpha Z \ll 1$ , энергия электрона мала по сравнению с  $m_0c^2$  и т. д.). Однако экспериментально это ядро оказалось изучено не столь хорошо, как  $^{32}\text{P}$ , ввиду значительных трудностей, возникающих в связи с необходимостью регистрации мягкого излучения. Из шести экспериментальных работ, посвященных изучению ВТИ  $^{35}\text{S}$  с использованием одноканальной методики, лишь две [47, 67] находятся в удовлетворительном согласии с существующими теориями. Несогласие теоретических расчетов с экспериментальными результатами в данном случае, скорее всего, обусловлено несовершенством экспериментов. Для примера на рис. 6 приведены результаты сравнения эксперимента [67] с расчетами

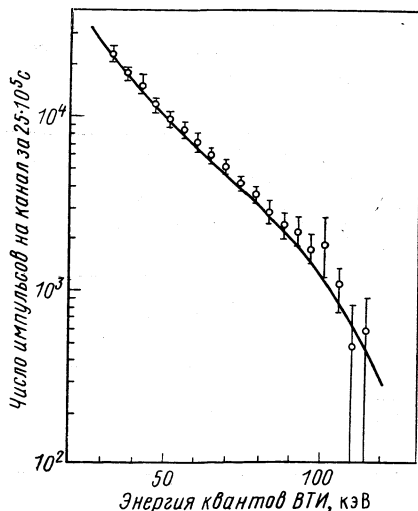


Рис. 6. Результаты экспериментального изучения спектра ВТИ  $^{35}\text{S}$  [67] и его сравнение с расчетами по формулам КУБ — Нильссона [3—5] (сплошная кривая)

по формулам КУБ — Нильссона [3—5]. В случае ВТИ  $^{45}\text{Ca}$  согласие между результатами немногочисленных экспериментальных работ и теоретическими расчетами отсутствует, за исключением [68].

В табл. 4 собраны результаты измерения спектров ВТИ, сопровождающего не уникальные  $\beta$ -переходы первого ( $^{143}\text{Pr}$ ,  $^{147}\text{Pm}$ ,  $^{169}\text{Er}$ ,  $^{185}\text{W}$ ,  $^{203}\text{Hg}$  и  $^{210}\text{Bi}$ ) и второго ( $^{36}\text{Cl}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ ) порядка запрета. Для  $^{143}\text{Pr}$  и  $^{147}\text{Pm}$  нет согласия между результатами экспериментальных работ разных авторов. В одних работах [47, 50, 70] наблюдается согласие с теорией КУБ — Нильссона в пределах погрешностей эксперимента, в других — экспериментальные точки несколько превышают теоретические кривые. А результаты, описанные в [51], вообще кажутся сомнительными ввиду явных методических упущений в выполнении эксперимента и обработке полученных данных. Экспериментальная форма спектра ВТИ  $^{210}\text{Bi}$  находится в довольно хорошем согласии с расчетной кривой КУБ — Нильссона. По изучению ВТИ  $^{169}\text{Er}$ ,  $^{185}\text{W}$ ,  $^{203}\text{Hg}$ ,  $^{36}\text{Cl}$  и  $^{137}\text{Cs}$  имеются лишь единичные экспериментальные работы [64, 71—75], результаты которых согласуются с теорией либо частично в отдельных участках спектра, либо вообще не согласуются.

Результаты измерения внутреннего тормозного излучения при распаде ядер, имеющих уникальные однократно запрещенные

Таблица 4

ВТИ, сопровождающее неуникальные запрещенные  $\beta$ -переходы

Исследуемая область спектра, кэВ	Методика	Сравнение с теорией	Литература
$^{143}_{81}\text{Pr}$ ; $E_0 = 933$ кэВ; $\lg ft = 7,6$ ; $\Delta I = 0$ (да)			
20—500	ПС	Отличие по форме и интенсивности от теоретической кривой КУБ (на 60% при 20 кэВ, на 140% при энергиях выше 80 кэВ)	[26, 27]
20—600	ОСГС	Экспериментальные значения превышают теоретические значения КУБ—Нильссона по всему спектру в 1,5 раза	[49]
50—550	$\beta\gamma$ -СС угол $90^\circ$	Хорошее согласие с теорией КУБ—Нильссона в пределах погрешностей эксперимента	[50]
40—830	ОСГС	Превышение теоретической кривой Льюиса—Форда в диапазоне 500—830 кэВ	[69]
$^{147}_{81}\text{Pm}$ ; $E_0 = 225$ кэВ; $\lg ft = 7,5$ ; $\Delta I = 0$ (да)			
35—100	ОСГС	Хорошее согласие с теорией КУБ по всему спектру	[47]
20—160	ПС	Экспериментальная кривая отличается от теоретической КУБ по форме и интенсивности	[26]
50—220	ОСГС	Громадное расхождение (до двух порядков величины) эксперимента и теории	[51]
15—160	ОСГС	Превышение экспериментальных значений над теоретическими значениями КУБ—Нильссона по всему спектру (в 1,37 раза при 25 кэВ, в 2,45—при 150 кэВ)	[49]
50—160	ОСГС	Хорошее согласие с теорией Льюиса—Форда в форме спектра	[70]

## Продолжение табл. 4

Исследуемая область спектра, кэВ	Методика	Сравнение с теорией	Литература
$^{169}\text{Er}$ ; $E_0 = 340$ кэВ; $\lg ft = 6,4$ ; 58%; $\Delta I = 0$ (нет); $E_0 = 331,6$ кэВ; $\lg ft = 6,5$ ; 42%; $\Delta I = 1$ (да)			
50—290	ОСГС	Хорошее согласие с теорией КУБ в диапазоне 70—210 кэВ, за пределами его значительное превышение над теоретическими значениями	[71]
$^{185}\text{W}$ ; $E_0 = 429$ кэВ; $\lg ft = 6,5$ ; $\Delta I = 1$ (да)			
60—370	ОСГС	Хорошее согласие с теорией КУБ в диапазоне 78—200 кэВ, вне этой области значительное превышение теоретических значений КУБ, Нильсона и Льюиса — Форда	[72]
60—380	ОСГС	Хорошее согласие с теорией КУБ в диапазоне 70—220 кэВ, вне этой области даже учет обходных эффектов по теории Форда и Мартина не может объяснить наблюдаемую интенсивность фотонов ВТИ	[73]
$^{203}\text{Hg}$ ; $E_0 = 210$ кэВ; $\lg ft = 6,4$ ; $\Delta I = 1$ (да)			
40—180	$\beta\gamma$ -совпадение квантов ВТИ с линией 279 кэВ	Экспериментальные точки лежат ниже теоретических расчетов по формулам Льюиса — Форда особенно в области низких энергий квантов ВТИ; предполагается, что учет экранирования может улучшить согласие теории с экспериментом	[64]
$^{210}\text{Bi}$ ; $E_0 = 1160$ кэВ; $\lg ft = 8,0$ ; $\Delta I = 1$ (да)			
50—300	ОСГС	Хорошее согласие с теорией КУБ	[28]
20—250	ОСГС	Хорошее согласие с теорией КУБ	[30]



Продолжение табл. 4

Исследуемая область спектра, кэВ	Методика	Сравнение с теорией	Литература
30—135	ОСГС	Согласие в пределах 20% с теорией КУБ	[31]
30—250	ОСГС	Хорошее согласие с теорией КУБ	[47]
30—300	ОСГС	Хорошее согласие с теорией КУБ	[52]
80—750	$\beta\gamma$ -СС; углы 25, 45, 90°	Хорошее согласие с теорией КУБ—Нильссона для 25 и 45°; при 90° экспериментальные точки расположены несколько выше теоретической кривой	[40]
90—550	ОСГС	Хорошее согласие с теориями КУБ—Нильссона и Льюиса—Форда	[42]
100—900	$\beta\gamma$ -СС; углы 15, 20, 30, 45, 60, 90, 120°	Удовлетворительное согласие с теорией Нильссона при углах 30—120° ниже 500 кэВ, далее некоторое превышение, возрастающее с увеличением энергии; при 15 и 20° превышение по всему спектру	[46]
$^{37}\text{Cl}$ ; $E_0 = 712$ кэВ; $\lg ft = 13,3$ ; $\Delta I = 2$ (нет)			
80—700	ОСГС (МО)	Существенное превышение экспериментальных значений над теоретическими значениями КУБ—Нильссона и Льюиса—Форда	[74]
$^{137}\text{Cs}$ ; $E_0 = 1176$ кэВ; $\lg ft = 12,1$ ; $\Delta I = 2$ (нет)			
700—1100	ОСГС	Экспериментальные данные намного превышают теоретические значения КУБ и Льюиса—Форда	[75]

**ВТИ, сопровождающее уникальные однократно  
запрещенные  $\beta$ -переходы**

Исследуемая область спектра, кэВ	Методика	Сравнение с теорией	Литература
$^{88}\text{Sr}$ ; $E_0 = 1463$ кэВ; $\lg ft = 8,6$			
200—500 500—900 900—1100	$\beta\gamma$ -СС, углы 45 и 70°	Удовлетворительное согласие с теорией Льюиса—Форда в высокоэнергетической области; в области низких энергий некоторое превышение над теоретическими значениями при обоих углах	[54]
100—1100	$\beta\gamma$ -СС, углы 25, 45 и 90°	Согласие с теорией Льюиса—Форда для малых углов в области больших энергий; для всех углов экспериментальные значения превышают теоретические (до 100%)	[40]
$^{90}\text{Sr}$ ; $E_0 = 546$ кэВ; $\lg ft = 9,3$			
80—480	ОСГС	Превышение экспериментальных значений над теоретическими значениями Льюиса—Форда, возрастающее с увеличением энергии квантов ВТИ во всей исследуемой области	[55]
$^{90}\text{Y}$ ; $E_0 = 2270$ кэВ; $\lg ft = 8,0$			
15—380	ОСГС	Хорошее согласие с теорией КУБ на краях спектра, в области 100—250 кэВ некоторое превышение экспериментальных значений над теоретическими	[52]
200—2000	ОСГС	Превышение экспериментальных значений над теоретическими значениями Льюиса—Форда, возрастающее с увеличением энергии; с учетом обходных переходов теоретическая кривая сближается с экспериментальными точками	[39]
300—1200	ОСГС, интегральные угловые $\beta\gamma$ -корреляции	Превышение по всему спектру над теоретическими значениями КУБ; в угловой корреляции—хорошее согласие с теорией КУБ	[56]

Продолжение табл. 5

Исследуемая область спектра, кэВ	Методика	Сравнение с теорией	Литература
100—1750	$\beta\gamma$ -СС, углы 25, 45 и $90^\circ$	Согласие с теоретической кривой Льюиса—Форда в начале спектра, при увеличении энергии и угла наблюдается возрастающее превышение экспериментальных значений над теоретическими	[40]
50—1900	ОСГС	Согласие с теорией Льюиса—Форда ниже 500 кэВ, далее—увеличивающееся с энергией превышение экспериментальных значений над теоретическими	[55]
200—1600	$\beta\gamma$ -СС, углы 22,5; 30; 45 и $90^\circ$	Хорошее согласие с теорией КУВ при всех углах и во всей области измеренных энергий в пределах погрешностей эксперимента (погрешности значительные)	[44]
$E_\beta > 550$ : а) $E_\gamma > 125$ ; б) $E_\gamma > 511$	Интегральная угловая $\beta\gamma$ -корреляция	Хорошее согласие (для обоих случаев) в форме корреляционной кривой с расчетами Форда—Мартина с учетом обходных переходов при углах 20, 60 и $90^\circ$ ; при 120, 150 и $165^\circ$ —превышение над теоретическими значениями	[57]
550—1990	ОСГС	Согласие с теорией Форда—Мартина выше 1690 кэВ, ниже—превышение	[78]
150—1300	$\beta\gamma$ -СС; углы 15, 20, 30, 45, 60, 90, $120^\circ$	Превышение в 2—3 раза расчетов Льюиса—Форда по всему спектру и при всех углах; учет обходных переходов по формулам Форда—Мартина приводит к некоторому сближению расчетов с экспериментальными данными, хотя расхождение остается	[46]
70—1640	ОСГС	Согласие с теорией Льюиса—Форда в области 70—400 кэВ, с теорией Форда—Мартина, учитывающей обходные переходы, в области 400—925 кэВ; выше 925 кэВ—значительное превышение экспериментальных значений над теоретическими	[76]

## Продолжение табл. 5

Исследуемая область спектра, кэВ	Методика	Сравнение с теорией	Литература
$^{91}_{39}\text{Y}$ ; $E_0 = 1545$ кэВ; $\lg ft = 8,5$			
30—135	ОСГС	Хорошее согласие с теорией КУВ в форме спектра в пределах 20%	[31]
200—1000	$\beta\gamma$ -СС, углы 25, 45, 90°	Хорошее согласие с теориями Льюиса—Форда и Нильссона только в начале и в конце спектра, в середине—превышение экспериментальных значений над теоретическими, увеличивающееся с ростом угла	[40, 53]
80—400	ОСГС	Ниже 150 кэВ согласие с теорией Нильссона, выше—превышение над теоретическими значениями	[59]
100—1300	ОСГС	В диапазоне 200—600 кэВ хорошее согласие с теоретическими расчетами Форда—Мартина с учетом обходных переходов; вне этой области значительное превышение экспериментальной интенсивности над расчетной	[77]
100—1000	ОСГС	Превышение над теоретическими значениями Нильссона в диапазоне 100—600 кэВ около 60%, выше 600 кэВ—более чем на 100%	[58]
$^{137}_{55}\text{Cs}$ ; $E_0 = 514$ кэВ; $\lg ft = 9,5$			
70—310	$\beta\gamma$ -СС, угол 90°	Экспериментальные точки в основном укладываются между теоретическими кривыми Льюиса—Форда и Форда—Мартина	[63]
$^{204}_{81}\text{Tl}$ ; $E_0 = 765$ кэВ; $\lg ft = 9,9$			
90—550	ОСГС	Выше 300 кэВ согласие с расчетами Нильссона, ниже—заметное превышение над расчетами (около 60% при 100 кэВ и 35% при 250 кэВ)	[58]

Продолжение табл. 5

Исследуемая область спектра, кэВ	Методика	Сравнение с теорией	Литература
40—400	$\beta\gamma$ -СС, угол $90^\circ$	Превышение над теоретическими расчетами КУБ по всему диапазону почти в два раза	[60]
108—760	ОСГС	Большое расхождение экспериментальных и теоретических значений (до двух порядков величины)	[51]
100—700	$\beta\gamma$ -СС, углы 15, 20, 30, 45, 60, 90, $120^\circ$	При всех углах значительное превышение экспериментальных значений над теоретическими значениями Льюиса—Форда и Нильссона, особенно в области больших энергий квантов ВТИ; хорошее согласие с теорией Форда—Мартина с учетом обходных переходов ниже 500 кэВ при углах $45\text{—}120^\circ$	[46]
75—735	ОСГС	Хорошее согласие с теорией Нильссона в диапазоне 300—500 кэВ, вне этой области превышение экспериментальных значений над теоретическими; вклада обходных переходов не обнаружено	[61]
90—625	ОСГС	Эксперимент согласуется с теорией Форда—Мартина с учетом обходных переходов в области 150—400 кэВ, в диапазоне 400—625 кэВ экспериментальная интенсивность приближается к рассчитанной по теории КУБ, ниже 150 кэВ экспериментальные точки намного выше обеих теоретических кривых	[73]

$\beta$ -переходы ( $^{89}\text{Sr}$ ,  $^{90}\text{Sr}$ ,  $^{90}\text{Y}$ ,  $^{91}\text{Y}$ ,  $^{137}\text{Cs}$ ,  $^{204}\text{Tl}$ ), представлены в табл. 5. Видно, что большинство экспериментальных спектров превышает теоретические кривые КУБ — Нильссона и Льюиса — Форда, особенно в области больших энергий тормозных квантов и на больших углах между направлениями вылета  $\beta$ -частиц и фотонов. В ряде случаев удается сблизить экспериментальные данные и теоретические кривые учетом вклада обходных переходов [39, 46, 57, 63, 73, 76, 77, 79].

## 2. ИОНИЗАЦИЯ ВНУТРЕННИХ ОБОЛОЧЕК АТОМА В ПРОЦЕССЕ $\beta$ -РАСПАДА

При  $\beta$ -распаде ядер возможно образование вакансий на внутренних электронных оболочках атома, причем электрон переходит либо в состояние непрерывного спектра, либо в незаполненное связанное состояние. Первый процесс обычно называют автоионизацией, второй — «встряхиванием». Оба эти механизма иногда объединяются под одним названием — встряска внутренних оболочек. Часто встречаются и другие названия этого процесса: автоионизация, внутренняя ионизация и т. д. Если не учитывать в процессе встряски вероятности посадки электрона в связанное состояние (относительный вклад этого механизма в общую вероятность встряски не превышает 15% [88]), то термины, приведенные выше, практически эквивалентны.

Образование вакансий на внутренних оболочках происходит в результате совместного действия двух механизмов: изменения заряда при  $\beta$ -распаде и прямого взаимодействия  $\beta$ -частиц с атомными электронами. Первый механизм получил в литературе название встряски (ВС), второй — прямых соударений (ПС).

Впервые процесс автоионизации атома в процессе  $\beta$ -распада был предсказан в работах Е. Л. Фейнберга [80] и А. Б. Мигдала [81]. Работы [80] и [81] дали качественное объяснение последующих экспериментов

В дальнейшем теоретическое исследование процесса внутренней ионизации проводилось многими авторами [86—98].

В работе [87] в приближении внезапности проводится расчет вероятности внутренней ионизации  $K$ -оболочки ( $P_K$ ) с использованием хартри-фоковских волновых функций. При этом не учитывается ни принцип Паули, ни изменение фазового объема из-за распределения энергии  $\beta$ -распада между тремя частицами:  $\beta$ -распадным электроном, электроном встряски и нейтрино.

Авторы работ [88, 89] учли изменение фазового объема, а в [90] впервые проведена антисимметризация волновых функций электронов в конечном состоянии.

В [87—92] теоретические расчеты проводятся без последовательного учета вклада прямого механизма, хотя его роль и обсуждалась многими авторами.

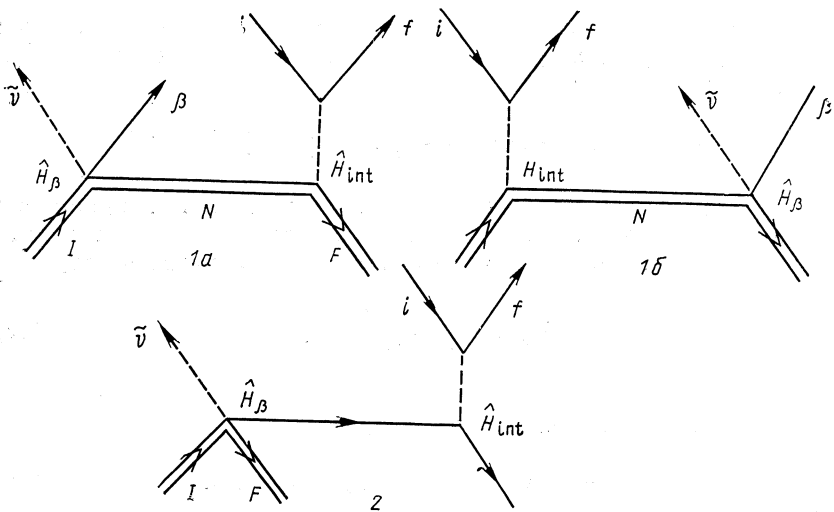
В пионерской работе Е. Л. Фейнберга [80] оценка роли прямого механизма выполнена в приближении плоских волн. Найдено, что его относительный вклад в полную вероятность внутренней ионизации  $K$ -оболочки составляет величину порядка  $B_K / \bar{E}_\beta$ , где  $B_K$  — энергия связи  $K$ -электрона;  $\bar{E}_\beta$  — средняя энергия  $\beta$ -частицы. В последующей работе Е. Л. Фейнберг заметил [93], что роль прямого механизма может значительно возрасти в конце энергетического спектра электронов автоионизации.

Отметим, что приближение плоских волн, использованное в [80, 93], справедливо лишь при достаточно больших энергиях  $\beta$ -частицы (т. е.  $\bar{E}_\beta \gg B_K$ ), но в этом случае вкладом прямого механизма можно пренебречь. В то же время в области энергий, где вклад прямого механизма достаточно велик, оценки, проведенные в [80, 93], не применимы.

В работе [94] также предприняты попытки оценить вклад прямого механизма в рассматриваемый процесс, однако полученные там результаты носят лишь качественный характер.

Авторы работы [96] провели теоретическое описание процессов внутренней ионизации на основе диаграммной техники. Вклад прямого механизма рассчитан с учетом кулоновских эффектов. Для волновых функций и функции Грина использовалось нерелятивистское приближение.

**Амплитуда и вероятность возбуждения внутренних оболочек атома.** Во втором порядке теории возмущения (в первом порядке по электромагнитному взаимодействию) процессы возбуждения электронной оболочки атома при  $\beta$ -распаде можно описать следующими диаграммами:



Здесь индексы  $I, F, N$  обозначают начальное, конечное и промежуточное состояние ядра;  $i$  и  $f$  — начальное и конечное состояния электронной оболочки;  $\nu$  — нейтрино (антинейтрино);  $\beta'$  и  $\beta$  — промежуточное и конечное состояния  $\beta$ -частицы. Если рассматривается  $\beta^-$ -распад, то наряду с диаграммами 1а, 1б и 2 следует учитывать аналогичные диаграммы, но с обменом состоянием  $|\beta\rangle$  с состоянием электрона, покидающего оболочку атома  $|f\rangle$ .

При получении выражения для полной вероятности в дальнейшем будет учитываться вклад от таких диаграмм.

Рассмотрим матричный элемент, соответствующий диаграммам 1а и 1б:

$$M_a = \sum_N \frac{\langle F, f | \hat{H}_c | i, N \rangle \langle N, \beta | \hat{H}_\beta | \nu I \rangle}{E_N - E_F + E_i - E_f}; \quad (49)$$

$$M_b = \sum_N \frac{\langle F, \beta | \hat{H}_\beta | \nu, N \rangle \langle N, f | \hat{H}_c | i, I \rangle}{(E_N - E_F - E_\nu - E_\beta)}. \quad (50)$$

Здесь  $\hat{H}_\beta$  — гамильтониан слабого взаимодействия, ответственный за  $\beta^\pm$ -распад (электронный захват) ядра;  $\hat{H}_c$  — гамильтониан электромагнитного взаимодействия электронной оболочки атома и ядра:

$$\hat{H}_c = e^2 \sum_{ep} (1 - \alpha_e \alpha_p) \frac{\exp(ik | \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_p |)}{|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_p|}. \quad (51)$$

Индекс  $p$  служит для обозначения протонов,  $e$  — электронов;  $k = (E_f + |B_K|)/\hbar c$ , где  $E_f$  — энергия электрона встряски. При выполнении условий:

$$E_f/m_e c^2 \ll 1; \quad ka = [(E_f + |B_K|)/|B_K|] \alpha Z/2 \ll 1$$

вместо (51) можно пользоваться нерелятивистскими приближениями (пренебрежение произведением  $ka$  по сравнению с единицей эквивалентно пренебрежению эффектами запаздывания):

$$\hat{H}_c = e^2 \sum_{ep} \frac{1}{|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_e|}. \quad (52)$$

Выполняется закон сохранения энергии:

$$E_I - E_F = E_0 = E_f - E_i + E_\beta + E_\nu. \quad (53)$$

Разложим  $|\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_e|^{-1}$  в ряд по отношению  $r_p/r_e$ :

$$\hat{H}_c = Ze^2 \sum_e r_e^{-1} + e^2 \mathbf{D} \mathcal{F} + \dots, \quad (54)$$

где

$$\mathbf{D} = \sum_p \mathbf{r}_p; \quad \mathcal{F} = \sum_e \mathbf{r}_e/r_e^3.$$



Подставляя (54) в (49) и (50), получаем:

$$\left. \begin{aligned}
 M_a &= - \frac{Z_F \langle F, \beta | \hat{H}_\beta | \nu, I \rangle \mathcal{M}_{fi}^{(0)}}{E_f - E_i} + \\
 &+ \sum_N \frac{\langle F | D | N \rangle \langle N, \beta | \hat{H}_\beta | \nu, I \rangle \mathcal{M}_{fi}^{(1)}}{E_N - E_F + E_i - E_f}; \\
 M_b &= \frac{Z_I \langle F, \beta | \hat{H}_\beta | \nu, I \rangle \mathcal{M}_{fi}^{(0)}}{E_0 - E_\nu - E_\beta} + \\
 &+ \sum_N \frac{\langle F, \beta | \hat{H}_\beta | \nu, N \rangle \langle N | D | I \rangle \mathcal{M}_{fi}^{(1)}}{E_N - E_F - E_\nu - E_\beta}.
 \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

Здесь  $Z_I, Z_F$  — зарядовые числа ядер в состояниях  $I, F$  соответственно;

$$\mathcal{M}_{fi}^{(0)} = \left\langle f \left| \sum_e \frac{e^2}{r_e} \right| i \right\rangle; \quad \mathcal{M}_{fi}^{(1)} = \langle f | e^2 \mathcal{P} | i \rangle. \quad (56)$$

Легко видеть, что

$$\langle F | D | N \rangle \mathcal{M}_{fi}^{(1)} \sim (R/a) \mathcal{M}_{fi}^{(0)}, \quad (57)$$

где  $R$  — радиус ядра;  $a$  — радиус электронной оболочки. Даже для тяжелых элементов  $R/a \ll 1$ , поэтому в большинстве случаев в формулах (55) достаточно ограничиться первым членом.

Ситуация может измениться при рассмотрении запрещенных  $\beta$ -переходов с большими значениями  $\lg f_0 t$ . В этих случаях среди промежуточных состояний могут быть такие, для которых  $\beta$ -переход, определяемый матричными элементами  $\langle N, \beta | \hat{H}_\beta | \nu, I \rangle$  или  $\langle F, \beta | \hat{H}_\beta | \nu, N \rangle$ , имеет меньшую степень запрещенности, чем  $\beta$ -переход из  $I$  в  $F$ . Тогда возможно, что последующие члены в матричных элементах  $M_a$  и  $M_b$  внесут заметный вклад в процесс возбуждения электронной оболочки атома. Рассмотренный механизм аналогичен обходным переходам во ВТИ, рассмотренным в разд. 1, поэтому члены соответствующего типа мы также будем называть обходными.

Рассмотрим разрешенные и однократно запрещенные неуникальные  $\beta$ -переходы. Матричный элемент, соответствующий сумме диаграмм 1а и 1в (обозначим его  $M_{sh}$ ) с учетом (55), равен

$$\begin{aligned}
 M_{sh} &= M_a + M_b = \\
 &= (Z_I - Z_F) / (E_f - E_i) \langle F, \beta | \hat{H}_\beta | \nu, I \rangle \mathcal{M}_{fi}^{(0)}, \quad (58)
 \end{aligned}$$

где  $Z_I - Z_F = \pm 1$  для  $\beta^\pm$ -распада соответственно.

Матричный элемент, описываемый диаграммой 2, определяет вероятность ионизации электронной оболочки атома в результате прямого соударения  $\beta$ -распадного электрона с атомными электро-

нами. Он имеет вид

$$M_2 \equiv M_d = \int \Phi_F^*(\mathbf{r}) \hat{H}_\beta \Phi_I(\mathbf{r}) \varphi_\nu^*(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E_{\beta'}) \times \\ \times V(\mathbf{r}') \Psi_\beta(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}', \quad (59)$$

где

$$V(\mathbf{r}') = \left\langle f \left| \sum_e \frac{e^2}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_e|} \right| i \right\rangle; \quad (60)$$

$\Phi_I$ ,  $\Phi_F$  — ядерные волновые функции;  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E_{\beta'})$  и  $\Psi_\beta(\mathbf{r}')$  — функция Грина и волновая функция электрона;  $\varphi_\nu(\mathbf{r})$  — волновая функция нейтрино. В (60) так же, как и в (52), запаздывание не учитывается.

При рассмотрении  $\beta^-$ -распада примем во внимание, что система двух вылетающих электронов может находиться в синглетном ( $S = 0$ ) или триплетном ( $S = 1$ ) спиновых состояниях. Учитывая симметрию двухэлектронной волновой функции, матричный элемент для процесса автоионизации с учетом обмена представим в виде

$$M^{(S)} = (1/\sqrt{2}) [1 + (-1)^S \hat{\mathcal{P}}] (M_{sh} + M_d). \quad (61)$$

Здесь  $\hat{\mathcal{P}}$  — обменный оператор, меняющий пространственные состояния  $\beta^-$ -частицы и электрона, покидающего атомную оболочку.

Вероятность возбуждения электронной оболочки с появлением в конечном состоянии трех частиц с импульсами  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{p}_\beta$  и  $\mathbf{p}_\nu$  имеет вид

$$dW^{(S)} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| M^{(S)} \right|^2 \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \frac{d\mathbf{p}_\beta}{(2\pi\hbar)^3} \times \\ \times \frac{d\mathbf{p}_\nu}{(2\pi\hbar)^3} \delta(E_0 - E_f + E_i - E_\beta - E_\nu). \quad (62)$$

Здесь  $E_0$  — верхняя граница  $\beta$ -спектра.

Если поляризация вылетевших частиц не фиксируется, то в (62) возможно провести суммирование по спиновым магнитным квантовым числам электронов в конечном состоянии. В результате

$$dW = \sum_{S=0}^1 (2S+1) dW^{(S)} = dW^{(0)} + 3dW^{(1)}. \quad (63)$$

Заметим, что данная процедура автоматически учитывает наличие двух возможных спиновых состояний связанного электрона заполненной оболочки. Следовательно, при расчете полной вероятности ионизации, например  $K$ -оболочки, с использованием (63) не требуется введения дополнительных множителей, отражающих количество электронов в  $K$ -оболочке.

Рассмотрим автоионизацию  $K$ -оболочки атома. В этом случае с точностью до членов порядка  $1/Z$  можно записать:  $E_i - E_i = E_p - B_K$ .

Чтобы получить выражения для формы спектра и углового распределения вылетающих частиц, проинтегрируем (62) по  $p_\alpha$  и  $p_\beta$ . Имеем

$$dW_K(E_p, \theta) = \frac{pE_p dE_p d\Omega}{16\pi^3 \hbar^{10} c^7} \int_{\varepsilon_0}^{E_0 + B_K - E_p} dE_\beta p_\beta E_\beta E_\nu^2 \times \sum_S (2S + 1) |M^{(S)}|^2. \tag{64}$$

Здесь  $\varepsilon_0$  — энергия покоя электрона;  $E_\nu = E_0 + B_K - E_\beta - E_p$ ;  $p_\beta = (1/c) (E_\beta^2 - \varepsilon_0^2)^{1/2}$ ;  $p = (1/c) (E_p^2 - \varepsilon_0^2)^{1/2}$ ;  $d\Omega = \sin \Theta d\Theta d\varphi$ ,  $\Theta$  — угол между направлениями вылета электронов.

Для получения полной вероятности следует в формуле (64) провести интегрирование по  $dE_p$  и  $d\Omega$ :

$$W_K = \int_{\varepsilon_0}^{E_0 + B_K} \int_{\Omega} dW_K(E_p, \Theta). \tag{65}$$

В эксперименте обычно измеряется отношение вероятности ионизации электронной оболочки атома к полной вероятности  $\beta$ -распада. Относительную дифференциальную вероятность автоионизации  $K$ -оболочки можно рассчитать по формуле

$$dW_K = \lambda_\beta^{-1} dW_K, \tag{66}$$

где скорость  $\beta$ -распада определяется выражением

$$\lambda_\beta = \frac{1}{2\pi^3 \hbar^7} \int_{\varepsilon_0}^{E_0} F(Z_F, \varepsilon) (E_0 - \varepsilon)^2 (\varepsilon^2 - \varepsilon_0^2)^{1/2} C(Z_F, \varepsilon) \varepsilon d\varepsilon. \tag{67}$$

Здесь  $F(Z_F, \varepsilon)$  — кулоновская функция Ферми;  $C(Z_F, \varepsilon)$  — форм-фактор  $\beta$ -перехода. В случае разрешенных, а также однократно запрещенных неуникальных  $\beta$ -переходов, для которых применимо  $\xi$ -приближение [13],  $C(Z_F, \varepsilon)$  практически не зависит от энергии  $\beta$ -частицы  $\varepsilon$ :

$$C(Z_F, \varepsilon) \approx |M_N|^2, \tag{68}$$

где  $M_N$  — комбинация ядерных матричных элементов для  $\beta$ -перехода  $I \rightarrow F$ .

С учетом (68)  $\lambda_\beta$  принимает вид

$$\lambda_\beta = (|M_N|^2 / 2\pi^3 \hbar^7 c^6) f_0(Z_F, E_0), \tag{69}$$

где

$$f_0(Z_F, E_0) = \int_{\varepsilon_0}^{E_0} F(Z, \varepsilon) (E - \varepsilon_0)^2 (\varepsilon^2 - \varepsilon_0^2)^{1/2} \varepsilon d\varepsilon.$$

Нетрудно видеть, что для разрешенных и неуникальных однократно запрещенных  $\beta$ -переходов относительная вероятность автоионизации не зависит от ядерных матричных элементов.

**Приближения, используемые при теоретическом расчете вероятности внутренней ионизации  $K$ -оболочки.** В полученных формулах для вероятности встряски учитывается вклад двух механизмов: внезапного изменения заряда ядра при  $\beta$ -распаде (диаграммы 1а и 1б) и прямых соударений (диаграмма 2). Заметим, что рассмотрение ведется во втором порядке теории возмущения.

Из (58) и (62) нетрудно получить предельные случаи, соответствующие приближениям, используемым при теоретических расчетах различными авторами.

Прежде всего отметим, что если взаимодействие (52) учитывать в первом порядке теории возмущения (малость  $1/Z$ ), то выполняется следующее приближенное соотношение:

$$\frac{M_{fi}^{(0)}}{E_f - E_i} = \frac{\langle f | \sum \frac{e^2}{r_e} | i \rangle}{E_f - E_i} = \langle f (Z_F) | i (Z_I) \rangle,$$

где  $| a (Z_A) \rangle$  означает состояние  $a$  электронной оболочки в атоме с зарядом  $Z_A$ .

Матричный элемент  $\xi_E = \langle f (Z_F) | i (Z_I) \rangle$  обычно используется при расчете вероятности автоионизации внутренних оболочек атома.

Отличие различных теоретических работ состоит, в частности, в способе расчета матричного элемента  $\xi_E$ . В первых работах для вычисления  $\xi_E$  использовались нерелятивистские водородоподобные функции. Авторы [96] провели детальные расчеты, используя нерелятивистские ( $Z \leq 20$ ) и релятивистские хартри-фоковские волновые функции. В [88—90] расчеты проводились на основе водородоподобных релятивистских функций.

Если в (64) пренебречь обменным слагаемым (изменив соответственно нормировку) и оставить только матричный элемент  $M_{sh}$ , то выражение для относительной вероятности внутренней ионизации примет вид

$$dW_K(E_p, \Theta) = \frac{pE_p dE_p d\Omega}{4\pi^3 \hbar^3 c^7} \left| \frac{M_{pK}^0}{B_K - E_p} \right|^2 \frac{f_0(Z, E_0 - E_p + B_K)}{f_0(Z, E_0)}. \quad (70)$$

Формула (70) использовалась для расчетов в [88, 89]. Если выполняются условия  $E_0 \gg B_K$  и  $E_0 \gg E_p$ , то нетрудно видеть, что

$$f_0(Z, E_0 - E_p + B_K) \approx f_0(Z, E_0)$$

и

$$dW_K(E_p, \Theta) = \frac{pE_p dE_p d\Omega}{4\pi^3 \hbar^3 c^7} \left| \frac{M_{pK}^0}{B_K - E_p} \right|^2. \quad (71)$$

Формула (71) получена в первых работах [80, 81] в так называемом приближении внезапности. Иногда это приближение называют двухшаговой моделью [90], потому что процесс автоионизации рассматривается как последовательность двух независимых процессов:  $\beta$ -распада ядра и ионизации электронной оболочки вследствие внезапного изменения заряда ядра.

Используя нерелятивистские водородоподобные функции, из (71) получим

$$dW_K(E_p) = \frac{32\alpha^2 p E_p dE_p}{\hbar (B_K - E_p)^2} \frac{a_0}{Z} \frac{y^5}{(y^2 + 1)^2} \times \\ \times \frac{\exp[-4y \operatorname{arctg}(1/y)]}{[1 - \exp(-2\pi y)]}, \quad (72)$$

где  $y = \alpha Z E_p / pc$ ;  $a_0$  — боровский радиус.

Для получения полной вероятности ионизации  $K$ -оболочки в формуле (72) следует провести интегрирование по  $E_p$ . Численные расчеты дают  $W_K \approx 0,7/Z^2$ .

Двухшаговая модель [формула (71)] использовалась для расчетов в работах [86, 87, 96—98].

Впервые учет принципа Паули для электронов в конечном состоянии для процесса встряски проведен в [90]. Расчетная формула этой работы переходит в (64), если в последней пренебречь матричным элементом прямых соударений  $M_d$  и учесть приближенное равенство.

В [91, 92] получены выражения для формы спектра электронов автоионизации, совпадающие с соответствующими формулами работы [90], однако интегральная вероятность уменьшена вдвое из-за наличия двух электронов в конечном состоянии. Такое уменьшение представляется сомнительным, потому что действие принципа Паули, связанное с наличием двух частиц в конечном состоянии, уже получило свое отражение при выводе формулы (64).

Как уже отмечалось, расчеты матричного элемента  $M_{pK}^0$  в [88—90] проводились с использованием релятивистских волновых функций. Однако выражения для матричных элементов не являются релятивистски инвариантными из-за пренебрежения эффектами запаздывания. Учет эффектов запаздывания невозможно провести в рамках моделей работ [87] (двухшаговое приближение) и [90] (одношаговое приближение). Корректные расчеты следует проводить с использованием теории возмущения по формулам (51), (58) и (64).

Роль прямого механизма наиболее полно изучалась в плоско-волновом приближении в работах Е. Л. Фейнберга [80, 93]. Он рассчитал матричный элемент  $M_d$ , используя релятивистское приближение для функции Грина (не учитывая кулоновские эффекты) и  $\beta$ -распадного электрона и полагая  $E_\beta \gg E_p$ ,  $E_\beta \gg$

$\gg |B_K|$ . В этом приближении матричные элементы  $M_{sh}$  и  $M_a$  в выражении для полной вероятности не интерферируют:

$$dW_K(E_p, \Theta) = dW_K^{sh}(E_p, \Theta) + dW_K^a(E_p, \Theta), \quad (73)$$

причем ( $\hbar = m_e = c = 1$ )

$$dW_K^a(E_p, \Theta) = \frac{4\alpha^5 Z^3 E_\beta (E_\beta - E_p - B_K)}{\pi p_\beta^2 p^3 [p^2 \cos^2 \Theta + (\alpha Z)^2]} dE_p d\Omega_p. \quad (74)$$

Полная вероятность ионизации в результате прямого механизма

$$dW_K(E_p) = \frac{4\alpha^2 B_K E_\beta (E_\beta - E_p - B_K)}{\pi E_\beta^2 [(E_\beta - E_p - B_K)^2 - 1]} \operatorname{arctg} \left( \frac{E_p}{B_K} \right)^{1/2} dE_p. \quad (75)$$

Используя приближение  $E_\beta \gg E_p \gg B_K$ , выражение (75) можно упростить:

$$dW_K(E_p) = (2\alpha^2 B_K E_\beta^2 / p_\beta^2 E_p^2) dE_p. \quad (76)$$

Формулы (75) и (76) часто используют для учета вклада прямых соударений в полную вероятность автоионизации. Очевидно, что численную погрешность, вносимую использованными приближениями, оценить достаточно трудно, поэтому расчеты по формулам (75) и (76) во многих случаях носят только оценочный характер. Результаты теоретических расчетов в различных приближениях помещены в табл. 6. Там же приведены имеющиеся экспериментальные значения вероятности автоионизации  $K$ -оболочки.

**Расчет вероятности автоионизации в нерелятивистском приближении.** В качестве примера использования формул (58) и (64) проведем расчеты вероятности автоионизации, ограничиваясь нерелятивистским приближением. Одна из целей подобного расчета — выяснить роль прямого механизма в процессе автоионизации. Наиболее значительный вклад прямых соударений в вероятность ионизаций следует ожидать в области низких энергий  $\beta$ -электронов [80], где применимость нерелятивистского приближения представляется вполне оправданной.

Рассмотрим процесс автоионизации  $K$ -оболочки атома. Это позволяет в суммах по электронным переменным [см. (56)] оставить только один член,<sup>3</sup> соответствующий  $K$ -электрону.

Волновая функция электрона с энергией  $E > 0$  и импульсом  $p$  имеет вид [127] (используется система единиц  $\hbar = e = m_e = 1$ ):

$$\psi_p(\mathbf{r}) = 4\pi \sum_{\lambda\mu} i^\lambda \exp(-i\sigma_\lambda(E)) Y_{\lambda\mu}^*(\hat{p}) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) R_{p\lambda}(\mathbf{r}), \quad (77)$$

Таблица 6

Теоретические и экспериментальные значения вероятностей автоионизации ( $\times 10^4$ ) К-оболочки различных нуклидов\*

Ядро	$E_0$ , кэВ	$V_K/E_0$	$P_K$ (FM)	$P_K$ (C)	$P_K$ (LC)	$P_K$ (JZ)	$P_K$ (SC)	$P_K$ эксп
$^4_2\text{He}$	3510	$4,6 \cdot 10^{-5}$	2306	2690	2761	2690	2291	$1040 \pm 20$ [100]
$^{32}_{16}\text{P}$	1710	0,0014	29,5	39,6	53,64	39,4	29,07	47 [101] 99 [102] 72 [103]
$^{36}_{16}\text{S}$	167,4	0,017	26,3	33,7	38,8	26,7	23,36	$23 \pm 7$ [104] 20 [105]
$^{45}_{20}\text{Ca}$	252	0,018	17,5	21,5	25,7	17	15,42	$24,3 \pm 3,9$ [110]
$^{39}_{17}\text{Cl}$	715	0,0045	—	—	—	28,3	—	$22,1 \pm 3,8$ [107]
$^{58}_{28}\text{Ni}$	67	0,134	9,45	11,5	5,2	3,09	4,31	$2,8 \pm 0,3$ [108] $4,6 \pm 0,4$ [109]
$^{79}_{34}\text{Se}$	160	0,088	—	—	—	3,24	—	—
$^{88}_{38}\text{Sr}$	1463	0,012	5,18	6,54	8,64	5,71	4,71	$8,6 \pm 0,7$ [106, 110]
$^{90}_{38}\text{Sr}$	546	0,031	5,18	6,54	6,86	4,5	4,16	$6,5 \pm 0,8$ [110] $5,4 \pm 1,0$ [111] $3,6 \pm 0,4$ [112]
$^{90}_{39}\text{Y}$	2270	0,008	4,95	6,23	8,65	5,7	4,62	$7,0 \pm 1,0$ [111] $7,4 \pm 1,4$ [110] $5,0 \pm 1,1$ [112]
$^{94}_{41}\text{Nb}$	160	0,125	4,55	5,66	2,67	1,93	2,12	$4,4 \pm 0,15$ [112] $3,4 \pm 0,4$ [113]

\*  $P_K$  (FM) — расчет по модели Фейнберга — Мидала [80, 81];  $P_K$  (C) — расчеты, проведенные в [87];  $P_K$  (LC) — в [90, 120];  $P_K$  (SC) — в [88, 122];  $P_K$  (JZ) — в [91].

Продолжение табл. 6

Ядро	$E_0$ , кэВ	$B_K/E_0$	$P_K$ (FM)	$P_K$ (C)	$P_K$ (LC)	$P_K$ (JZ)	$P_K$ (SC)	$P_K$ эквп
$^{292}_{83}\text{Tc}$	292	0,076	4,08	5,17	3,13	2,29	2,03	$4,8 \pm 0,3$ [114] $3,89 \pm 0,16$ [115] $3,9 \pm 0,3$ [110]
$^{247}_{46}\text{Pd}$	35	0,729	3,76	4,59	0,0142	0,0054	0,0142	—
$^{198}_{48}\text{In}$	1987	0,015	3,3	3,6	5,42	3,35	2,91	$5,4 \pm 0,4$ [116]
$^{135}_{55}\text{Cs}$	210	0,178	2,77	3,39	0,682	0,665	0,559	—
$^{143}_{81}\text{Pr}$	930	0,047	2,5	3,03	2,91	1,80	1,79	$2,88 \pm 0,2$ [117] $2,92 \pm 0,16$ [109] $4,3 \pm 0,9$ [35] $3,0 \pm 0,3$ [118]
$^{141}_{81}\text{Pm}$	225	0,208	2,4	2,88	0,771	0,451	0,66	$3,9 \pm 0,5$ [47] $0,93 \pm 0,14$ [114] $0,81 \pm 0,09$ [110] $0,4 \pm 0,04$ [108] $0,98 \pm 0,08$ [119]
$^{151}_{62}\text{Sm}$	76	0,638	2,35	2,82	0,023	0,011	0,023	$0,036 \pm 0,005$ [119] $0,023 \pm 0,003$ [121]
$^{169}_{80}\text{Er}$	335	0,175	2,10	2,47	0,836	0,495	0,687	$2,4 \pm 0,4$ [144] $1,0 \pm 0,2$ [119]
$^{189}_{74}\text{W}$	429	0,167	1,93	2,25	0,823	0,476	0,662	$1,0 \pm 0,3$ [119] $1,0 \pm 0,2$ [110]
$^{203}_{80}\text{Hg}$	214	0,401	1,81	2,1	0,146	0,077	0,138	$0,11 \pm 0,035$ [123] $0,15 \pm 0,045$ [124]
$^{201}_{81}\text{Tl}$	765	0,115	1,79	2,08	1,14	0,663	0,83	$1,0 \pm 0,1$ [125] $1,02 \pm 0,03$ [126] $1,12 \pm 0,11$ [109]
$^{219}_{83}\text{Bi}$	1160	0,08	1,74	2,04	1,48	0,887	1,05	$1,2 \pm 0,5$ [147] $1,3 \pm 0,2$ [52] $1,23 \pm 0,1$ [119]



где  $\sigma_\lambda(E) = \arg \Gamma(\lambda + 1 - iZ/p)$  и радиальная функция  $R_{p\lambda}(r)$  определена следующим образом:

$$R_{p\lambda}(r) = \sqrt{\frac{2\pi Z}{p}} \left[ 1 - \exp\left(-2\pi \frac{Z}{p}\right) \right]^{-1/2} \times \\ \times \prod_{s=1}^{\lambda} \left[ S^2 + \left(\frac{Z}{p}\right)^2 \right]^{1/2} \frac{(2pr)^\lambda \exp(-ipr)}{(2\lambda+1)!} F\left(i \frac{Z}{p} + \lambda + 1, 2\lambda + 2, 2ipr\right). \quad (78)$$

В формуле (59) используется кулоновская функция Грина электрона. Разложим  $G(r, r'; E)$  в ряд по сферическим функциям:

$$G(r, r'; E) = \sum_{lm} g_l(r, r'; E) Y_{lm}^*(\hat{r}) Y_{lm}(\hat{r}'). \quad (79)$$

Для радиальной функции Грина  $g_l(r, r'; E)$  имеем [99]:

$$g_l(r, r'; E) = -\frac{\Gamma(iZ/p + l + 1)}{\Gamma(2l + 2)} \frac{1}{ipr r'} M_{\nu, l+1/2}(2ipr_{<}) \times \\ \times W_{\nu, l+1/2}(2ipr_{>}), \quad (80)$$

где  $\nu = -iZ/p$ . Заметим, что функция Грина  $g_l(r, r'; E)$  по координате  $r$  интегрируется вместе с ядерными волновыми функциями. Это позволяет в (80) провести факторизацию, полагая  $r_{<} = r$  и  $r_{>} = r'$ .

Рассмотрим разрешенный либо однократно запрещенный  $\beta$ -распад в  $\xi$ -приближении. Тогда в разложении функции Грина (79) можно положить  $l = 0$ . В этом случае радиальная функция Грина  $g_0(r, r'; E)$  в области  $r \leq R$  слабо зависит от  $r$ . Поэтому в (80) можно принять  $r = 0$ . Аналогичные рассуждения справедливы и для волновой функции  $\beta$ -частицы. Это позволяет в матричном элементе  $\langle F, \beta | \hat{H}_\beta | \nu, I \rangle$  при использовании волновой функции электрона в виде (77) также полагать  $\lambda = 0$  и  $r = 0$ . Таким образом,

$$g_0(0, r'; E) = \sqrt{F_0(Z, E)} \eta(r' E), \quad (81)$$

где

$$\eta(r' E) = -2 \exp\left(\frac{\pi Z}{2p}\right) \left[ \frac{\Gamma(iZ/p + 1)}{\Gamma(-iZ/p + 1)} \right]^{1/2} \frac{W_{\nu, 1/2}(2ipr')}{r'}. \quad (82)$$

Выберем волновую функцию основного состояния электрона  $|i\rangle$  и волновую функцию нейтрино  $\varphi_\nu(\mathbf{r})$  в следующем виде:

$$|i\rangle = (Z_2^{3/2}/\sqrt{\pi}) \exp(-Zr); \quad \varphi_\nu(\mathbf{r}) = \exp(ip_\nu r).$$

Разложим оператор кулоновского взаимодействия в ряд по сферическим функциям:

$$\frac{1}{r - r_e} = \sum_{L, M} \frac{4\pi}{2L + 1} \frac{r_{<}^L}{r_{>}^{L+1}} Y_{LM}^*(\hat{r}') Y_{LM}(\hat{r}_e).$$

После интегрирования в формулах (58) и (59) по угловым переменным получим:

$$M_{sh}(E_\beta, E_p) = M_N \sqrt{F_0(Z, E_\beta)} (E_p - B_K)^{-1} 2 \sqrt{4\pi} Z^{3/2} \times \\ \times \exp[-i\sigma_0(E_p)] \int_0^\infty \exp(-Zr) R_{p0}(r) r dr \equiv \\ \equiv M_N \sqrt{F_0(Z, E_\beta)} L_s(E_p); \quad (83)$$

$$M_d(E_\beta, E_p, E) = M_N \sqrt{F_0(Z, E)} 2 \sqrt{4\pi} Z^{3/2} \times \\ \times \sum_{\kappa} (-1)^\kappa \exp[i(\sigma_\kappa(E_\beta) + \sigma_\kappa(E_p))] P_\kappa(\cos \Theta) \times \\ \times Q_{\kappa E}(E_\beta, E_p) \equiv M_N \sqrt{F_0(Z, E)} L_d(E_\beta, E_p, E). \quad (84)$$

В формулах (83), (84)  $P_\kappa(\cos \Theta)$  — полином Лежандра;  $E = E_\beta + E_p - B_K$ ;

$$Q_{\kappa E}(E_\beta, E_p) = \int_0^\infty R_{p\beta\kappa}(r_1) \exp(-Zr_1) dr_1 \left\{ \frac{1}{r_1^{\kappa-1}} \int_0^{r_1} R_{p\kappa}(r_2) \times \right. \\ \left. \times \eta(r_2, E) r_2^{\kappa+2} dr_2 + r_1^{\kappa+2} \int_{r_1}^\infty R_{p\kappa}(r_2) \eta(r_2, E) \frac{dr_2}{r_2^{\kappa-1}} \right\}. \quad (85)$$

Заметим, что интеграл в (83) можно рассчитать аналитически [127]. Однако, поскольку нас будет интересовать относительный вклад прямых соударений, а интегралы в (84) будут рассчитываться численно, для нахождения (83) также используем численные методы.

Анализ двухэлектронной функции конечного состояния, построенной с учетом принципа Паули, позволяет конкретизировать вид обменного оператора  $\hat{\mathcal{F}}$  в (61). Введем обозначение

$$\Psi_{p, p_\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_\beta) = \Psi_p(\mathbf{r}) \Psi_{p_\beta}(\mathbf{r}_\beta) \quad (86)$$

( $p = \sqrt{2E}$ ,  $p_\beta = \sqrt{2E_\beta}$ ). Пространственную часть двухэлектронной волновой функции можно представить в виде:

$$\Psi^{(S=0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_\beta) = (1/\sqrt{2}) [\Psi_{p, p_\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_\beta) + \Psi_{p, p_\beta}(\mathbf{r}_\beta, \mathbf{r})] = \\ = (1/\sqrt{2}) (1 + \hat{\mathcal{F}}_{E_p, E_\beta}) \Psi_{p, p_\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_\beta); \quad (87)$$

$$\Psi^{(S=1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_\beta) = (1/\sqrt{2}) [\Psi_{p, p_\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_\beta) - \Psi_{p, p_\beta}(\mathbf{r}_\beta, \mathbf{r})] = \\ = (1/\sqrt{2}) (1 - \hat{\mathcal{F}}_{E_p, E_\beta}) \Psi_{p, p_\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_\beta). \quad (88)$$

Обменный оператор  $\hat{\mathcal{F}}_{E_p, E_\beta}$  переставляет индексы  $p$  и  $p_\beta$  и, следовательно, энергии частиц  $E_p$  и  $E_\beta$ . Объединяя (87) и (88), имеем

$$\Psi^{(S)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_\beta) = (1/\sqrt{2}) [1 + (-1)^S \hat{\mathcal{F}}_{E_p, E_\beta}] \Psi_{p, p_\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_\beta). \quad (89)$$

Использование волновой функции  $\Psi^{(S)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_\beta)$  эквивалентно учету обменных диаграмм и позволяет представить матричный элемент  $M^{(S)}$  в виде

$$M^{(S)} = (1/\sqrt{2}) [1 + (-1)^S \hat{\mathcal{F}}_{E_p, E_\beta}] \{M_{sh}(E_\beta, E_p) + M_d(E_\beta, E_p, E)\}. \quad (90)$$

Сравнение формул (90) и (61) показывает, что  $\hat{\mathcal{F}} = \hat{\mathcal{F}}_{E_p, E_\beta}$ . Используя (83), (84), (87) и (88) для относительной вероятности автоионизации  $K$ -оболочки, получим

$$W_h(E_p) = \frac{4\alpha Z^3 p E_p}{\pi f_0(Z_F, E_0)} \int_{E_0}^{E_0 + B_K - E_p} dE_\beta p_\beta E_\beta^2 \sum_{S=0}^1 \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{2S+1}{2\kappa+1} \left| \times \right. \\ \times [1 + (-1)^S \hat{\mathcal{F}}_{E_p, E_\beta}] \left\{ \frac{\sqrt{F(Z_F, E_\beta)}}{|E_p - B_K|} \int_0^\infty \exp(-Zr) R_{p, 0}(r) r dr \delta_{\kappa, 0} - \right. \\ \left. - Q_{\kappa E}(E_\beta, E_p) \sqrt{F(Z_F, E)} \right\}^2. \quad (91)$$

Радиальный интеграл  $Q_{\kappa E}$  определен формулой (85),  $\alpha = 1/137$ . В табл. 6а даны результаты расчетов по формуле (91) [95].

Таблица 6а  
Значения полной вероятности ионизации  $W_K (\times 10^{-4})$  [95]

Изотоп	<sup>35</sup> S	<sup>45</sup> Ca	<sup>63</sup> Ni	<sup>147</sup> Pm	<sup>151</sup> Sm
$W_K^{(s)}$	25,2	26,8	3,27	0,39	0,011
$W_K^{(d)}$	5,6	5,2	1,84	0,30	0,017
$W_K$	22,8	23,1	4,95	0,72	0,031

В качестве примера на рис. 7 приведены формы спектра электронов встряски для изотопов <sup>45</sup>Ca и <sup>147</sup>Pm [95]. Из рис. 7 и табл. 6а видно, что вклад механизма прямых соударений значителен и существенно превышает оценку, выполненную в работе [80].

Оценка [80] получена в приближении плоских волн для волновых функций и функции Грина вылетающих электронов. Однако основной вклад в вероятность ионизации в прямом механизме вносят  $\beta$ -электроны, обладающие относительно малой энергией, и использование приближения плоских волн может существенно исказить реальную физическую картину.

Заметим, что матричные элементы  $M_s$  и  $M_d$ , рассчитанные с учетом кулоновских эффектов, интерферируют. Поэтому попытки определить вклад прямого механизма без учета интерференции,

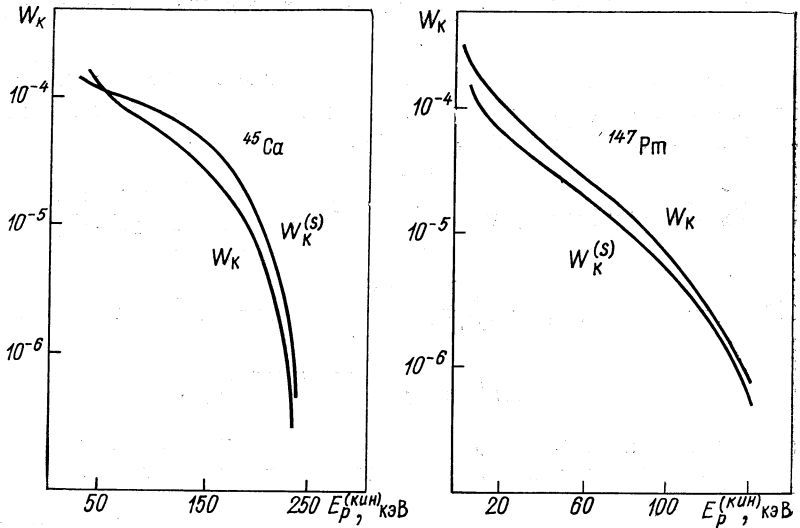


Рис. 7. Относительный вклад прямого механизма в форму спектра электронов встряски

предпринятые в работах [88, 91], представляются недостаточно последовательными. На наш взгляд, лучшим экспериментальным способом определения вклада прямого механизма является изучение углового распределения в совпадениях  $ee$ -электронов. Дело в том, что механизм «внезапности» (диаграммы I,  $a$  и I,  $b$ ) приводит к изотропному угловому распределению, в то время как прямое выбивание связанных электронов приводит к появлению анизотропии в угловом распределении.

### 3. $\beta$ -РАСПАД В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ

В последнее время привлекают внимание ядерные процессы в экстремальных условиях: в полностью ионизированной плазме, сверхсильных магнитных полях и т. п. Такой интерес вызван несколькими причинами:

1) в физике появились источники мощных электромагнитных полей (лазеры), которые в отдельных случаях могут создавать напряженности поля, сравнимые с внутриатомными полями [128];

2) в астрофизике стали известны источники сверхсильных магнитных полей (нейтронные звезды) [129] с напряженностями, достигающими по некоторым оценкам  $10^{13}$ — $10^{14}$  Тл [130].

В указанных условиях могут существенно меняться характеристики ядерного  $\beta$ -распада.

Здесь мы рассмотрим некоторые случаи  $\beta$ -распада в экстремальных условиях. Рассчитаем вероятность  $\beta$ -распада в связанных состояниях и проанализируем влияние сильного магнитного поля на распаднне характеристики нейтрона и протона.

**$\beta$ -Распад в связанных состояниях.** Существует ряд ядер,  $\beta$ -распад которых имеет аномально малую граничную энергию. В этих случаях важную роль может играть  $\beta$ -распад в связанные состояния. Указанная разновидность  $\beta$ -распада состоит в том, что электрон в конечном состоянии занимает одно из вакантных мест в электронной оболочке атома [131—134].

Согласно работе [138] вероятность  $\beta$ -распада в непрерывный спектр определяется выражением

$$P_C = \frac{g^2 |f_0|^2}{2\pi^3} \int_1^{E_0} F_1^2(Z, E) E p q^2 C_N(E) dE. \quad (92)$$

Здесь  $C_N$  — форм-фактор  $\beta$ -распада, зависящий в общем случае от ядерных матричных элементов и комбинации волновых функций.

$\beta$ -Распад в связанные состояния определяется формулой, аналогичной той, которая используется для расчета вероятности электронного захвата:

$$P_B = (g^2/4\pi^2) q^2 C_{N_i}. \quad (93)$$

Здесь  $q = E_0 + \varepsilon_B$ ,  $\varepsilon_B$  — энергия электронного состояния, которое он занимает после  $\beta$ -распада;  $C_{N_i}$  — форм-фактор электронного захвата. В случае запрещенных переходов выражения для  $C_{N_i}$  приведены, например, в [138]. Для разрешенных и уникальных запрещенных  $\beta$ -переходов отношение  $P_B/P_C$  не зависит от ядерных матричных элементов. Его можно представить в виде

$$P_B/P_C = (\pi/2) q^2 |\Psi_e(R)|^2 / f_0(Z, E_0); \quad (94)$$

$$(P_B/P_C)_{\text{ун}} = (\pi/24) g^4 |\Psi_e(R)|^2 / f_{\text{ун}}(Z, E_0), \quad (95)$$

где

$$f_0(Z, E_0) = \int_1^{E_0} F(Z, E) pE (E_0 - E)^2 dE;$$

$$f_{\text{ун}}(Z, E_0) = \int_1^{E_0} F(Z, E) pE (E_0 - E)^2 \left( \frac{1}{12} q^2 \mathcal{L}_0 \right) dE;$$

$\Psi_e(R)$  — плотность электронных волновых функций в области ядра;  $\mathcal{L}_0$  — параметр, табулированный в [138]. В формулах (94) и (95) не учитываются эффекты обмена и неполного перекрывания волновых функций начального и конечного состояний атома в процессе  $\beta$ -распада [138].

Результаты расчета относительной вероятности  $\beta$ -распада в связанные состояния для нейтральных и полностью ионизированных атомов ряда изотопов приведены в табл. 7. Электронные волновые

Таблица 7

Относительные вероятности  $\beta$ -распада в связанные состояния\*

Изотоп	$E_0$ , в единицах $m_0c^2$	Тип распада	А	Б
$^3\text{H}$	1,036	Разрешенный	$6,8 \cdot 10^{-3}$	—
$^{63}\text{Ni}$	1,13	Разрешенный	1,0	0,01
$^{93}\text{Zc}$	1,066	Уникальный	18,5	0,02
$^{93}\text{Zc}$	1,12	Второй запрещенный	4,5	0,01
$^{106}\text{Ru}$	1,078	Разрешенный	7,0	0,02
$^{151}\text{Sm}$	1,106	Разрешенный	9,0	0,01
$^{171}\text{Tm}$	1,058	Первый запрещенный	46,0	0,02
$^{187}\text{Re}$	1,019	Уникальный	$9 \cdot 10^3$	0,1
$^{210}\text{Pb}$	1,027	Первый запрещенный	$6 \cdot 10^2$	0,06
$^{228}\text{Ra}$	1,041	Первый запрещенный	200	0,03
$^{227}\text{Ac}$	1,046	Первый запрещенный	160	0,02
$^{241}\text{Pu}$	1,041	Первый запрещенный	260	0,02

Примечание: А — расчет для полностью ионизированного атома; Б — расчет для нейтрального атома.

функции связанных состояний выбраны в водородоподобном приближении.

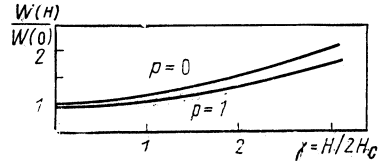
Для уникальных однократно запрещенных переходов скорость захвата в связанные состояния значительно увеличивается из-за более резкой зависимости вероятности процесса от энергии нейтрино.

Как видно из приведенных результатов, распад в связанные состояния оказывает заметное влияние на время жизни некоторых ядер в случае полностью ионизированных атомов. Это обстоятель-

ство может оказаться существенным при рассмотрении вопроса о происхождении элементов.

**$\beta$ -Распад нейтрона в магнитном поле.** Распад нейтрона играет важную роль в астрофизических процессах, поэтому влияние сильного магнитного поля на его распаднне характеристики изучалось несколькими авторами [135—137]. Мы будем следовать работе [136], где напряженности магнитного поля рассматривались в широком диапазоне от  $H \ll H_c$  до  $H \gg H_c$  ( $H_c = 4,414 \cdot 10^9$  Тл).

Рис. 8. Зависимость вероятности  $\beta$ -распада поляризованного нейтрона от напряженности магнитного поля [136]



Вероятность  $\beta$ -распада нейтрона в сильном магнитном поле в основном определяется поведением электронной волновой функции в начале координат. Действием магнитного поля на нуклоны в работе [136] пренебрегалось.

Как следует из [136], вероятность  $\beta$ -распада поляризованного нейтрона в магнитном поле определяется выражением

$$W(\mathcal{F}) = \sum_{n=0}^N W(\mathcal{F}, n), \quad (96)$$

где  $\mathcal{F}$  — степень поляризации нейтрона;  $N = E(p\delta/\gamma)$ ;

$$W(\mathcal{F}, n) = (g^2\gamma/\pi^3) (1 + 3\lambda^2) [1 - (\delta_{n0}/2) (1 - \mathcal{F}\Lambda)] \{ (p_0^2 - 4\gamma n)^{1/2} (1 + p_0^2/3 + (8/3)\gamma n) - W_0 (1 + 4\gamma n) \sin h^{-1} [(p_0^2 - 4\gamma n)/(1 + 4\gamma n)]^{1/2} \}, \quad (97)$$

$$\lambda = 1,19; \quad \Lambda = 2\lambda(1 - \lambda)/(1 + 3\lambda^2);$$

$$p_0^2 = W_0^2 - 1; \quad \gamma = H/2H_c.$$

В пределе сильных и слабых полей суммирование в (96) удается выполнить. В результате:

а)  $\gamma \ll 1$  — слабые поля

$$W(\mathcal{F}) = W_0 [1 - 0,063\mathcal{F}(H/H_c) + 0,17(H/H_c)^2], \quad (98)$$

б)  $\gamma \gg 1$  — сильные поля

$$W(\mathcal{F}) = 0,77W_0 (1 - 0,082\mathcal{F}) H/H_c. \quad (99)$$

Влияние магнитного поля в области  $\gamma \sim 1$  на  $\beta$ -распад нейтрона демонстрируется на рис. 8. Видно, что с увеличением  $\gamma$  вероятность распада увеличивается.

**$\beta$ -Распад протонов в сильном магнитном поле.** В нормальном состоянии протон является стабильной частицей. Однако в сверхсильном магнитном поле, когда энергия уровней Ландау протона становится соизмеримой с разностью масс протона и нейтрона, возможен  $\beta$ -распад протона [139].

Возможен другой механизм влияния внешнего магнитного поля, который тоже приводит к  $\beta$ -распаду, но действует в системе двух протонов. В [140] показано, что в системе двух протонов при наложении достаточно сильного однородного магнитного поля возможно появление связанного состояния. Этот эффект резко увеличивает вероятность  $\beta$ -распада  $pp$ -системы с образованием дейтона.

Рассмотрим поведение двух протонов в однородном постоянном магнитном поле. Удобно воспользоваться относительными координатами  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  и координатами центра тяжести  $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$  ( $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$  — координаты протонов). В этом представлении движение центра масс отделяется и гамильтониан относительного движения двух протонов примет вид

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{m_p} \nabla_r^2 + \frac{e^2}{16m_p c} [\mathbf{H}\mathbf{r}]^2 + V_N(r) + e^2/r \right] \varphi(\mathbf{r}) = \varepsilon \varphi(\mathbf{r}), \quad (100)$$

где  $V_N(r)$  — ядерный потенциал взаимодействия двух протонов. Получить точное решение уравнения (100) не удастся, поэтому для приближенного решения перейдем в цилиндрическую систему координат и сделаем несколько предположений.

1. Магнитное поле сильное. Выполняется условие  $(\mu e^2/\hbar^2)/(eH\hbar/m_p c) \ll 1$ . Это значит, что действие магнитного поля сильнее, чем кулоновского.

2. Движение по координате  $\rho$  в магнитном поле слабо зависит от ядерного взаимодействия, т. е.  $R_N \ll a_H$ , где  $R_N$  — радиус действия ядерных сил,  $a_H = \sqrt{\hbar c/eH}$ .

При выполнении указанных предположений будем искать решение в виде

$$\varphi(\rho, z) = \Phi(\rho) \eta(z). \quad (101)$$

Здесь  $\Phi(\rho)$  — волновая функция движения заряженной частицы в магнитном поле:

$$\Phi(\rho) = (1/\sqrt{2\pi} a_H) \exp(-\rho^2/4a_H^2).$$

Для нахождения  $\eta(z)$  следует решить уравнение

$$\left\{ -(\hbar^2/m_p) d^2/dz^2 + u(z) \right\} \eta(z) = E_z \eta(z), \quad (102)$$

где

$$u(z) = \int |\Phi(\rho)|^2 \left\{ V_N(\rho, z) + \frac{e^2}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right\} \rho d\rho. \quad (103)$$



Магнитное поле обеспечивает финитное движение по переменной  $\rho$ , поэтому для появления связанного состояния можно рассмотреть одномерное уравнение (102). Потенциал (103) симметричен по  $z$ , поэтому для наличия связанных (или квазистационарных) состояний необходимо, чтобы в начале координат потенциал и его производная были меньше нуля.

Численные расчеты показывают [140], что указанное условие выполняется при напряженностях внешнего магнитного поля порядка  $10^{12}$  Тл. В этом случае в системе  $pp$  появляется связанное состояние с энергией связи порядка 1 кэВ.

Используя волновую функцию (101), нетрудно оценить время жизни системы  $pp$  относительно  $\beta$ -распада:

$$p + p \rightarrow d + e^+ + \nu.$$

Получаем  $\tau_{pp} \sim 10^5$  с.

Вероятность образования связанного состояния при столкновении двух протонов зависит от физических условий (плотности протонов, электронов, температуры и т. п.). Отметим только, что практически во всех случаях вероятность образования связанного состояния  $pp$ -системы в сильном магнитном поле с последующим  $\beta$ -распадом оказывается значительно больше, чем вероятность  $\beta$ -распада протона в  $pp$ -столкновениях.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем обзоре рассмотрены далеко не все вторичные эффекты при  $\beta$ -распаде. Не анализируются эффекты в верхних электронных оболочках атома, в молекулах и твердых телах, не изучаются моноэнергетические электроны и позитроны. Список нерассмотренных задач нетрудно продолжить. Другими словами, изучение вторичных эффектов представляет обширное поле деятельности для теоретиков и экспериментаторов.

В заключение считаем своим приятным долгом выразить благодарность А. Н. Алмалиеву, В. Б. Бруданину, Б. А. Зону, И. В. Копытину и Т. А. Чураковой за обсуждение проблем, затронутых в настоящем обзоре.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Aston G. H.— Proc. Cambridge Philos. Soc., 1927, v. 23, p. 935.
2. Bambinek W. e.a.— Rev. Mod. Phys., 1977, v. 49, p. 77.
3. Knipp J. K., Unlenbeck J. E.— Physica, 1936, v. 3, p. 425.
4. Bloch E.— Phys. Rev., 1936, v. 50, p. 272.
5. Nilsson S. B.— Arkiv fys., 1956, v. 10, p. 467.
6. Lewis R. R., Ford G. W.— Phys. Rev., 1957, v. 107, p. 756.
7. Алмалиев А. Н., Баткин И. С. (в печати).
8. Gold W., Spruch L.— Phys. Rev., 1958, v. 113, p. 1060.

9. Vinh-Mau R.— Ann. Phys., 1961, v. 6, p. 1493.
10. Pham Xuan Yem. Thes. dost. sci. Phys. Fac. sci. Univ. Paris, 1966; Nucl. Phys., 1966, v. 85, p. 442.
11. Struzynski R. E., Pollok F.— Nucl. Phys., 1966, v. 79, p. 113.
12. Алмазиев А. Н., Баткин И. С.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1973, т. 37, с. 1981; 1974, т. 38, с. 108.
13. Weidenmüller H. A.— Rev. Mod. Phys., 1961, v. 33, p. 574.
14. Ахмезер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М., 1969.
15. Martin P. C., Glauber R. J.— Phys. Rev., 1958, v. 109, p. 1307.
16. Зон Б. А., Рапопорт Л. П.— Ядерная физика, 1968, т. 7, с. 528.
17. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм и произведений. М., 1963.
18. Баткин И. С., Чуракова Т. А., Смирнов Ю. Г. В кн.: Материалы семинара по теории атома и атомных спектров. Тбилиси, 1975, с. 161.
19. Фрауэнфельдер Г., Стеффен Р. В кн.: Альфа-, бета- и гамма-спектроскопия. М., Атомиздат, 1969, с. 124.
20. Ford G. W., Martin C. F.— Nucl. Phys. A, 1969, v. 134, p. 457.
21. Rose M. E., Perrin R., Foldy L. L.— Phys. Rev., 1962, v. 128, p. 1776.
22. Lassila K. E.— Phys. Rev., 1963, v. 131, p. 807.
23. Баткин И. С., Смирнов Ю. Г.— Ядерная физика, 1975, т. 21, с. 744.
24. Бор О., Моттельсон Т. Структура атомного ядра. Т. I. М., Мир, 1971.
25. Смирнов Ю. Г., Баткин И. С.— Ядерная физика, 1973, т. 18, с. 239.
26. Langevin-Joliot H.— С. г. Acad. sci., 1955, v. 241, N 19, p. 1286.
27. Langevin-Joliot H.— Ibid., 1956, v. 242, N 16, p. 1971.
28. Madansky L., Rasetti F.— Phys. Rev., 1951, v. 83, p. 187.
29. Renard G. A.— J. Phys. et radium, 1953, v. 13, p. 361.
30. Novey T. B.— Phys. Rev., 1952, v. 86, p. 619; 1953, v. 89, p. 672.
31. Bolgiano P., Madansky L., Rasetti F.— Ibid., 1953, v. 89, p. 679.
32. Goodrich M., Payne W. B.— Ibid., 1954, v. 94, p. 405.
33. Michalowicz A.— J. Phys. et radium, 1954, v. 15, p. 156.
34. Liden K., Starfelt N.— Phys. Rev., 1955, v. 97, p. 419.
35. Langevin-Joliot H.— Ann. Phys., 1957, v. 2, p. 16.
36. Persson B., Johansson S. A.— Nucl. Phys., 1959, v. 12, p. 432.
37. Thun J. E., Pettersson B. G., Siegbahn K.— Ibid., 1960, v. 18, p. 131.
38. Коротков К. А., Черников А. М.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1960, т. 24, с. 899.
39. Hakeem M. A., Goodrich M.— Nucl. Phys., 1962, v. 31, p. 322.
40. Persson B.— Nucl. Phys., 1964, v. 55, p. 49.
41. Коротков К. А., Шумейко А. П.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1965, т. 29, с. 2243.
42. Narasimha Murty K., Inanananda S.— Nuovo cimento B, 1966, v. 46, p. 217.
43. Коротков К. А., Крышкин В. И.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1965, т. 29, с. 2247.
44. Kreische W., Lampert W., Loos G.— Nucl. Phys. A, 1968, v. 107, p. 601.
45. Berényi D., Varga D.— Ibid., 1969, v. 138, p. 685.
46. Beattie R. J. D., Byrne J.— Ibid., 1971, v. 161, p. 650.
47. Boehm F., Wu C. S.— Phys. Rev., 1954, v. 93, p. 518.
48. Starfelt N., Svantesson N. L.— Ibid., 1955, v. 97, p. 708.
49. Starfelt N., Sederlund J.— Ibid., 1957, v. 105, p. 241.
50. Berényi D. e.a.— Nucl. Phys. A, 1969, v. 137, p. 80.
51. Singh B., Al-Dargazelly.— Phys. Rev. C, 1971, v. 3, p. 364.
52. Michalowicz A., Bouchez R.— J. phys. et radium, 1955, v. 16, p. 578.
53. Persson B.— Nucl. Phys., 1965, v. 67, p. 121.
54. Beletti S. e.a.— Nuovo cimento, 1962, v. 25, p. 254.
55. Bienlein J. K. e.a.— Nucl. Phys. A, 1967, v. 92, p. 549.

56. Kreische W.— Z. Phys., 1964, Bd 177, S. 274.
57. Kreische W. e.a.— Phys. Lett. B, 1969, v. 30, p. 614.
58. Narasimha Murty K., Inanananda S.— Proc. Phys. Soc. A, 1967, v. 90, p. 109.
59. Ricci R. A. — Physica, 1958, v. 24, p. 279.
60. Berényi D., Scharbert T., Vatai E.— Nucl. Phys. A, 1969, v. 137, p. 80.
61. Powar M. S., Singh M.— J. Phys. A, 1972, v. 5, p. 460.
62. Коротков К. А. и др.— Журн. эксперим. и теорет. физ., 1963, т. 44, с. 45.
63. Баткин И. С., Смирнов Ю. Г.— Ядерная физика, 1972, т. 16, с. 725.
64. Баткин И. С., Смирнов Ю. Г., Чернигин А. С.— Там же, 1974, т. 20, с. 1088.
65. Powar M. S., Singh M.— J. Phys. G.: Nucl. Phys., 1976, v. 2, N 1, p. 43.
66. Prasad Babu R., Narasimha Murty K., Narasimha Murty V. A.— Phys. Rev. C, 1976, v. 13, N 3, p. 1267.
67. Berényi D. e.a.— Nucl. Phys. A., 1975, v. 237, p. 215.
68. Prasad Babu R., Narasimha Murty K., Narasimha Murty V. A.— J. Phys. G.: Nucl. Phys., 1976, v. 2, N 5, p. 331.
69. Narayana D. G. S., Narasimha Murty K.— Z. Phys. A, 1977, v. 283, N 2, p. 145.
70. Prasad Babu R., Narasimha Murty V. A., Narasimha Murty K.— J. Phys. A.: Math. Nucl. and Gen., 1974, v. 7, N 18, p. 2295.
71. Prasad Babu R., Narasimha Murty K., Narasimha Murty V. A.— J. Phys. Soc., Japan, 1976, v. 40, N 3, p. 629.
72. Prasad Babu R., Narasimha Murty K., Narasimha Murty V. A.— Phys. Rev. C, 1976, v. 13, N 3, p. 1267.
73. Narayana D. G. S., Narasimha Murty K., Subrahmanyam V. V. V.— Indian J. Phys., 1976, v. 50, N 4, p. 465.
74. Venkataramaiah P., Sanjeevaiah H., Sanjeevaiah B.— Nucl. Phys. A, 1977, v. 289, N 1, p. 54.
75. Venkataramaiah P., Sanjeevaiah B.— Phys. Rev. C, 1977, v. 15, N 6, p. 2195.
76. Narayana D. G. S., Narasimha Murty K., Subrahmanyam V. V. V.— Indian J. Pure and Appl. Phys., 1976, v. 14, N 3, p. 206.
77. Narayana D. G. S., Narasimha Murty K., Subrahmanyam V. V. V. In: Proc. Nucl. Phys. and Solid State Phys. Symp. Calcutta, 1975, v. 18B, S. 1., s. a., p. 264.
78. Powar M. S., Singh M.— J. Phys. G.: Nucl. Phys., 1975, v. 1, N 4, p. 453.
79. Смирнов Ю. Г. Дис. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. Воронеж, 1975 (Воронежский гос. ун-т).
80. Feinberg E. L.— J. Phys. (USSR), 1941, v. 4, p. 423.
81. Migdal A. B.— Ibid., 1941, v. 4, p. 449.
82. Insh G. M., Balfour J. G., Gurran S. C.— Phys. Rev., 1952, v. 85, p. 805.
83. Freedman M. S., Wagner F. (Jr.), Engelkemer D. W.— Ibid., 1952, v. 88, p. 1155.
84. Jaffe A. A., Cohen S. G.— Ibid., 1953, v. 89, p. 454.
85. Huster E.— Z. Phys., 1953, Bd 136, S. 303.
86. Levinger J. S.— Phys. Rev., 1953, v. 90, p. 11.
87. Carlson T. A. e.a.— Ibid., 1968, v. 169, p. 27.
88. Stephas P., Crasemann B.— Ibid., 1967, v. 164, p. 1509.
89. Mord A. J.— Nucl. Phys. A, 1972, v. 192, p. 305.
90. Law J., Campbell J. L.— Ibid., 1972, v. 185, p. 529; Phys. Rev. C, 1975, v. 12, p. 984.
91. Isozumi Y., Shimizu S., Mukoyama T.— Lett. Nuovo cimento A, 1974, v. 10, p. 355; Nuovo cimento A, 1977, v. 41, p. 359.
92. Cooper J. W., Aberg T.— Nucl. Phys. A, 1978, v. 298, p. 239.
93. Фейнберг Е. Л.— Ядерная физика, 1965, т. 1, с. 612.

94. Weiner R. W.— Phys. Rev., 1966, v. 144, p. 127.
95. Баткин И. С. и др. В кн.: Тезисы докладов VI Всесоюзного совещания по теории атомов и атомных спектров. Воронеж, 1980, с. 132.
96. Schwartz H. M.— Phys. Rev., 1952, v. 86, p. 195; J. Chem. Phys., 1953, v. 21, p. 45.
97. Serber R., Snyder H. S.— Phys. Rev., 1952, v. 87, p. 152.
98. Green A. E. S.— Ibid., 1957, v. 107, p. 1646.
99. Рапопорт Л. П., Зон Б. А., Манаков Н. Л. Теория многофотонных процессов в атомах и молекулах. М., Атомиздат, 1978.
100. Carlsson T. A., Pleasonton F., Jonson C. H.— Phys. Rev., 1963, v. 129, p. 2220.
101. Renard G. A.— J. phys. et radium, 1955, v. 16, p. 575; 1957, v. 18, p. 684.
102. Charpak G.— Ibid., 1955, v. 16, p. 567.
103. Suzor F., Charpak G.— Ibid., 1959, v. 20, p. 25.
104. Rubinson W., Houland J. J.— Phys. Rev., 1954, v. 96, p. 1610.
105. Charpak G., Suzor F.— J. phys. et radium, 1959, v. 20, p. 31.
106. Hansen H. H., Parthasaradhi K.— Phys. Rev. C, 1974, v. 9, p. 1143.
107. Ljubičić A. e.a.— Phys. Rev. C, 1976, v. 13, p. 881.
108. Iozumi Y., Shimizu S.— Phys. Rev. C, 1971, v. 4, p. 552; Kitahara T., Iozumi Y., Shimizu S.— Ibid., 1972, v. 5, p. 1840.
109. Hansen H. H.— Ibid., 1976, v. 14, p. 281.
110. Hansen H. H. In: Proc. Intern. Conf. On Inner Shell Ionisation Phenomena and Future Application Atlanta, 1972. Atomic Energy Commission Report No. Conf-720404, v. 3, p. 2157.
111. E. der Mateosian.— Phys. Rev. A, 1971, v. 3, p. 573.
112. Legrand J., Blondol M., Brethton J. In: Proc. Intern. Conf. on Inner Shell Ionis Phenomena and Future Application Atlanta, 1972, Atomic Energy Comission Report No. CONF-720404, v. 3, p. 2167.
113. Jurčević M. e.a.— Canad. J. Phys., 1976, v. 54, p. 2024.
114. Sterphas P., Crasemann B.— Phys. Rev. C, 1971, v. 3, p. 2495.
115. Watson R. L., Chulick E. T., Howard R. W.— Ibid., 1972, v. 6, p. 2189.
116. Van Eijk C. W. E., Kooy R. W., Visscher M. J. C.— Ibid., 1974, v. 9, p. 2074.
117. Van Eijk C. W. E., Kooy R. W.— Phys. Lett. B, 1973, v. 46, p. 351.
118. Fischbeek H. J. e.a.— Phys. Rev. C, 1971, v. 3, p. 265.
119. Campbell J. L., Law J.— Canad. J. Phys., 1972, v. 50, p. 2451.
120. Law J., Campbell J. L. In: Proc. Intern. Conf. on Inner Shell Ionisation Phenomena and Future Application. Atlanta, 1972, Atomic Energy Comission Report. No. Conf.- 720404, v. 3, p. 2110.
121. Freedman M. S., Berry D. A.— Phys. Rev. Lett., 1975, v. 34, p. 406.
122. Mord A. J. In: Proc. Intern. Conf. on Inner Shell Ionisation Phenomena and Future Application. Atlanta, 1972. Atomic Energy Commission Report No. Conf.-720404, v. 3, p. 2079.
123. Bond A., Gupta O. P., Zide A.— Phys. Rev. C, 1974, v. 9, p. 1529.
124. Thibaud J. P., Briancon Ch., Walen R. J.— J. Phys. L, 1974, v. 35, p. 89.
125. Howard J. M., Seykora E. J., Waltner A. W.— Phys. Rev. A, 1971, v. 4, p. 1740.
126. Mord A. J.— Bull. Amer. Phys. Soc., 1972, v. 17, p. 89.
127. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., Наука, 1974.
128. Легохов В. С.— Успехи физ. наук, 1976, т. 118, с. 199.
129. Gunn J., Ostriker J.— Nature, 1969, v. 221, p. 454.
130. Шудьман Г. А.— Астрон. журн., 1975, т. 52, с. 1166.
131. Daudel R., Jean M., Lecoïn M.— J. phys. et radium, 1947, v. 8, p. 238.
132. Sherk P. M.— Phys. Rev., 1949, v. 75, p. 789.
133. Bahcall J. N.— Ibid., 1961, v. 124, p. 495.
134. Баткин И. С.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1976, т. 40, с. 1279.

135. Тернов И. М., Лысова Б. А., Коровина Л. И.— Вестн. МГУ. Сер. физ. астроф., 1965, т. 5, с. 58; Тернов И. М. и др.— Ядерная физика, 1978, т. 28, с. 1454.
136. Matese J. J., O'Connell R. F.— Phys. Rev., 1969, v. 180, p. 1289.
137. Fassio-Canuta L.— Ibid., 1969, v. 187, p. 2141.
138. Джелепов Б. С., Зырянова Л. Н., Суслов Ю. П. Бета-процессы. М.—Л., Наука, 1973.
139. Баранов И. Г.— Изв. вузов. Сер. физ., 1974, т. 4, с. 115.
140. Баткин И. С., Файнштейн А. Г. (в печати).
141. Ergman P. e.a.— Nucl. Phys. A, 1968, v. 112, p. 117.
142. Баткин И. С., Смирнов Ю. Г., Чуракова Т. А. В кн.: Тезисы докладов VI Всесоюзного совещания по теории атомов и атомных спектров. Воронеж, 1980, с. 131.