«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА», 1987, ТОМ 18, ВЫП. 3

УДК 530.12:531.51

НЕОДНОЗНАЧНОСТЬ ПРЕДСКАЗАНИЙ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ

А. А. Логунов, Ю. М. Лоскутов

Московский государственный университет, Москва

Показано, что в то время как предсказания релятивистской теории гравитации для гравитационных эффектов однозначны и согласуются с известными экспериментальными данными, соответствующие предсказания общей теории относительности неоднозначны. При этом в одних эффектах указанная неоднозначность проявляется в первом порядке по константе гравитационного взаимодействия, а в других — во втором. Отсутствие в общей теории относительности законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения вещества и гравитационного поля вместе взятых, а также ее неспособность давать однозначно определенные предсказания о гравитационных явлениях с необходимостью ведут к отказу от общей теории относительности как физической теории.

Predictions of relativistic theory of gravitation (RTG) for gravitational effects are unambiguous and in accordance with known experimental data are. At the same time, the corresponding predictions of general relativity theory (GRT) are not unambiguous. Hence, for some of the effects such ambiguity displays itself in first-order terms in powers of the gravitational constant G, for other — in second — order ones. The absence both the energy-momentum and angular momentum conservation laws for matter and gravitation field taken together in GRT and besides its incapacity to give simple definite predictions for gravitational effects leads inevitably to the refusal from GRT as the physical theory.

ВВЕДЕНИЕ

При создании общей теории относительности (ОТО) А. Эйнштейн исходил, как известно, из принципа эквивалентности сил инерции и гравитации. Он писал: «Излагаемая теория возникла на основе убеждения, что пропорциональность инертной и тяжелой масс является точным законом природы, который должен находить свое отражение уже в самих основах теоретической физики. Это убеждение я стремился отразить в ряде предыдущих работ, в которых делалась попытка свести тяжелую массу к инертной; это стремление привело меня к гипотезе о том, что поле тяжести (однородное в бесконечно малом объеме) физически можно полностью заменить ускоренной системой отсчета. Наглядно эту гипотезу можно сформулировать так:

наблюдатель, находящийся в закрытом ящике, никаким способом не может установить, покоится ящик в статическом гравитационном поле или же находится в пространстве, свободном от гравитационных полей, но движется с ускорением, вызываемым приложенными к ящику силами (гипотеза эквивалентности)» [1, с. 227]. И далее: «Вся теория возникла на основе убеждения, что в гравитационном поле все физические процессы протекают так же, как и без гравитационного поля, но в соответствующим образом ускоренной (трехмерной) системе координат (гипотеза эквивалентности)» [1, с. 400]. Формулируя принцип эквивалентности, Эйнштейн фактически отошел от представления о гравитационном поле как поле Фарадея — Максвелла, что нашло свое отражение во введенной им псевдотензорной характеристике гравитационного поля. Впервые обратил внимание на вытекающие из этого следствия Гильберт. В [2] он писал: «Я утверждаю,... что для общей теории относительности, т. е. в случае общей инвариантности гамильтоновой функции, уравнений энергии, которые... соответствуют уравнениям энергии в ортогонально-инвариантных теориях, вообще не существует. Я даже мог бы отметить это обстоятельство как характерную черту общей теории относительности». К сожалению, это высказывание Гильберта было, по-видимому, не понято современниками, поскольку ни сам Эйнштейн, ни другие физики не осознали того факта, что в ОТО в принципе невозможны законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения. А когда Шредингер показал [3], что соответствующим выбором трехмерной системы координат все компоненты псевдотензора энергии-импульса гравитационного поля вне массивного шара можно обратить в нуль, Эйнштейн ответил на это словами [1, с. 627]: «Что же касается соображений Шредингера, то их убедительность заключается в аналогии с электродинамикой, в которой напряжения и плотность энергии любого поля отличны от нуля. Однако я не могу найти причину, почему так же должно обстоять дело и для гравитационных полей. Гравитационные поля можно задавать, не вводя напряжений и плотности энергии», или еще [1, с. 423]: «...для бесконечно малой области координаты всегда можно выбрать таким образом, что гравитационное поле будет отсутствовать в ней». Но вот что удивительно. Лишая гравитационное поле понятия плотности энергии-импульса, Эйнштейн, с другой стороны, говорил (причем почти одновременно) о гравитационных волнах и их излучении.

В 1918 г. Эйнштейн вновь вернулся к проблеме энергии-импульса (см. [1, 4]). Не сомневаясь в своих рассуждениях, он пришел к заключению, что в ОТО имеются законы сохранения. Впоследствии эта работа часто отмечалась (и используется разными авторами почти до сих пор) как работа, в которой проблема энергии-импульса якобы решена. Однако вывод Эйнштейна в ней (как и вывод Клейна [5]) является ошибочным, ибо он базируется на операциях с некоторой исходной величиной J_σ, которая при более внимательном рассмотрении оказывается просто равной нулю (подробнее см. [6]), чего авторы [4, 5] не заметили. Бытующие и поныне в некоторых статьях и книгах (см., например, [7]) «выводы» (следуя Эйнштейну) законов сохранения в ОТО не выдерживают никакой критики, так как все они практически основаны на действиях с псевдотензорной характеристикой гравитационного поля, вследствие чего энергии поля, пользуясь ее определением в ОТО, обычными преобразованиями пространственных (трехмерных) координат можно придать любое наперед заданное значение (хотя выбор таких координат ничем не может быть ограничен и не должен сказываться на физических результатах). Именно это обстоятельство (подробнее см. [8, 9]), не замеченное авторами [10—13], делает их утверждение о якобы полученном ими на основе гамильтонова формализма однозначном положительно определенном значении массы системы, состоящей из вещества и гравитационного поля, и вывод [13] о том, что проблема энергии-импульса гравитационного поля в теории Эйнштейна решена, неверными. Более глубокий анализ ОТО показывает, что она в принципе несовместна с законами сохранения (а ряд физиков, понимая это, расценивает отказ ОТО от законов сохранения даже как важнейший принципиальный шаг вперед в развитии физики). Отсутствие в ОТО законов сохранения энергии-импульса, влекущее за собой неоднозначность ее теоретических предсказаний для значения инертной массы [14, 15], вступает в явное противоречие с экспериментально подтверждаемым фактом равенства инертной и активной гравитационной масс — а ведь Эйнштейн считал, что этот фундаментальный факт должен лежать в основе теории; однако он не видел, что в ОТО этот факт не имеет места.

Итак, тщательный анализ ОТО неизбежно приводит к однозначному выводу об отсутствии в ней законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения. Вместе с тем до сих пор не известно ни одного экспериментального факта, прямо или косвенно ставящего под сомнение справедливость этих законов как в макро-, так и в микромире. Более того, именно эти законы, будучи критериями правильности той или иной теории, подчас приводили и по сию пору приводят к фундаментальным открытиям (достаточно вспомнить историю с открытием нейтрино).

В отсутствие веских экспериментальных оснований для отказа от законов сохранения как фундаментальных законов природы представляется правильнее пожертвовать концептуальными положениями ОТО, но не законами сохранения. Физически приемлемой, по нашему мнению, может быть только теория, согласующаяся с законами сохранения и объясняющая всю совокупность гравитационных эффектов (в том числе и равенство инертной и активной гравитационной масс). Другими словами, необходимо сделать кардинальный шаг: отказаться от ОТО как физической теории, и в первую очередь от отождествления гравитационного поля с метрикой риманова пространства, признав гравитационное поле, как и любое другое физическое поле, объективной реальностью со всеми присущими физическим полям атрибутами, на основе чего и строить теорию. Отказ от концептуальных положений ОТО позволяет (на уровне постулата) вернуться к понятию пространства Минковского как фундаментального пространства, поскольку только в этом пространстве имеют место интегральные законы сохранения как энергии-импульса, так и момента количества движения замкнутых систем. Одновременно от теории необходимо потребовать, чтобы она была общековариантной и, стало быть, применимой при любом выборе координатных систем четырехмерного пространства. Именно такой подход и реализован в релятивистской теории гравитации (РТГ), сущность которой излагается ниже (подробнее см., например, 15—17]).

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ РТГ

РТГ базируется на следующих положениях.

1. Пространство x^μ Минковского есть фундаментальное пространство.

2. Гравитационное поле в указанном пространстве описывается симметричным тензором второго ранга $\Phi^{\mu\nu}$ и является реальным физическим полем, обладающим плотностью энергии-импульса, нулевой массой покоя и спиновыми состояниями 2 и 0.

3. Движение вещества под действием гравитационного поля $\Phi^{\mu\nu}$ в пространстве Минковского с метрикой $\gamma^{\mu\nu}$ эквивалентно его движению в эффективном римановом пространстве с метрикой $g^{\mu\nu}$, определяемой (в силу универсальности гравитационных взаимодействий) «подключением» гравитационного поля $\Phi^{\mu\nu}$ к метрическому тензору $\gamma^{\mu\nu}$ (принцип геометризации [16—19]) по правилу:

$$\tilde{g}^{\mu\nu} \equiv \sqrt{-g}\, g^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma}\,\gamma^{\mu\nu} + \sqrt{-\gamma}\,\Phi^{\mu\nu} \equiv \tilde{\gamma}^{\mu\nu} + \tilde{\Phi}^{\mu\nu}. \qquad (1)$$

При этом метрический тензор $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского и тензор гравитационного поля $\Phi^{\mu\nu}$ в этом пространстве являются первичными понятиями, а риманово пространство и его метрика $g^{\mu\nu}$ — вторичными, обязанными своим происхождением гравитационному полю и универсальности его действия.

4. Плотность лагранжиана гравитационного поля является квадратичной функцией ковариантных (первого порядка) производных $D_\lambda \tilde{g}^{\mu\nu}$ по метрике $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского.

На основе этих положений релятивистская теория гравитации строится однозначно.

Положение 1, возрождая фундаментальность пространства Минковского, позволяет вернуться к прежнему принципу относительности, сформулированному в свое время Пуанкаре следующим образом [20]: «Законы физических явлений будут одинаковыми как для покоящегося наблюдателя, так и для наблюдателя, находящегося в состоянии равномерного поступательного движения, так что мы не имеем и не можем иметь никаких средств, чтобы различить, находимся ли мы в таком движении или нет». В данной формулировке принцип относительности не исключает возможности пользоваться неинерциальными системами координат, а утверждает лишь эквивалентность систем отсчета, принадлежащих одному определенному классу. В РТГ этот принцип обобщается следующим образом [1, с. 126]: «Какую бы физическую систему отсчета мы ни избрали (инерциальную или неинерциальную), всегда можно указать бесконечную совокупность других систем, таких, в которых все физические явления (в том числе и гравитационные) протекают одинаково с исходной системой отсчета, так что мы не имеем и не можем иметь никаких экспериментальных возможностей различить, в какой именно системе отсчета из этой бесконечной совокупности мы находимся».

В соответствии с положением 2 из общего тензорного поля $\Phi^{\mu\nu}$ должны быть исключены лишние состояния со спинами 1 и 0′. Так как в пространстве Минковского любой симметричный тензор второго ранга может быть однозначно разложен (см. [21, 22]) по неприводимым представлениям, соответствующим спиновым состояниям 2, 1, 0 и 0′, исключение лишних состояний осуществляется однозначно. В галилеевых координатах условие их исключения суть подчинение поля $\Phi^{\mu\nu}$ уравнению [15—17]:

$$\partial_\mu \Phi^{\mu\nu} = 0. \tag{2}$$

В ковариантной записи уравнение (2) принимает вид

$$D_\mu \Phi^{\mu\nu} = 0, \tag{2a}$$

где D_μ — ковариантная производная по метрике $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского.

В соответствии с положением 4 удовлетворяющая требованию общей ковариантности скалярная плотность лагранжиана $\mathcal{L}_g$ $(\tilde{\gamma}^{\mu\nu}, \tilde{\Phi}^{\mu\nu})$ гравитационного поля определяется однозначно и оказывается равной [15—17, 23]:

$$\mathcal{L}_g = -\frac{1}{16\pi}\,\tilde{g}^{\mu\nu}\,(G^\lambda_{\mu\rho}G^\rho_{\nu\lambda} - G^\lambda_{\mu\nu}G^\rho_{\lambda\rho}), \tag{3}$$

где

$$G^\lambda_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\,g^{\lambda\rho}\,(D_\mu g_{\rho\nu} + D_\nu g_{\rho\mu} - D_\rho g_{\mu\nu}). \tag{4}$$

Плотность лагранжиана (3) удовлетворяет также калибровочному принципу * надкоординатных преобразований (см. [17, 23]), и поэтому сам принцип может быть положен в основу построения РТГ.

* Следует особо подчеркнуть, что в ОТО, исходя из произвольности координатных преобразований, построить скалярную плотность лагранжиана, которая была бы квадратичной по первым производным, нельзя.

Полная плотность лагранжиана вещества и гравитационного поля в силу положения 3 и сказанного выше принимает вид

$$\mathscr{L} = \mathscr{L}_g(\tilde{\gamma}^{\mu\nu}, \tilde{\Phi}^{\mu\nu}) + \mathscr{L}_m(\tilde{g}^{\mu\nu}, \Phi_\lambda),$$

где Φ_λ — поля вещества. Совместно с (2а) это приводит к следующей системе основных (равноправных по своей значимости) уравнений РТГ для вещества и гравитационного поля [15—17]:

$$\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta \tilde{g}^{\mu\nu} = 16\pi t^{\mu\nu}, \tag{5}$$

$$D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0, \tag{6}$$

в которой $t^{\mu\nu}$ — плотность симметричного тензора энергии-импульса вещества и гравитационного поля в пространстве-времени Минковского. Полезно заметить, что если бы в основу построения РТГ был положен калибровочный принцип надкоординатных преобразований [17, 23] и масса покоя гравитационного поля формально считалась бы отличной от нуля (хотя и сколь угодно малой), то с его помощью можно было бы однозначно получить обобщенную функцию Лагранжа, приводящую к системе лагранжевых уравнений, которые при стремлении массы покоя поля к нулю тождественно переходили бы в систему уравнений (5), (6). Наиболее просто уравнения (5), (6) записываются в галилеевых координатах инерциальной системы отсчета:

$$\square\, \tilde{g}^{\mu\nu} = 16\pi t^{\mu\nu}, \tag{5a}$$

$$\partial_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \tag{6a}$$

Из (5), (6) естественно следует закон сохранения энергии-импульса полной системы:

$$D_\mu t^{\mu\nu} = 0, \tag{7}$$

а, кстати, на основании (5а) и (6а) все интегралы движения можно выявить, пользуясь свойствами группы Пуанкаре, поскольку сами уравнения ковариантны относительно преобразований этой группы.

Основные уравнения (5), (6) РТГ можно записать также в виде [15—17]:

$$\sqrt{-g}\, R_{\mu\nu} = 8\pi \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right), \tag{8}$$

$$D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \tag{9}$$

Здесь $T_{\mu\nu}$ — плотность тензора энергии-импульса вещества в эффективном римановом пространстве, имеющем, как это следует из (1), чисто полевую природу, а

$$R_{\mu\nu} = D_\lambda G^\lambda_{\mu\nu} - D_\mu G^\lambda_{\nu\lambda} + G^\rho_{\mu\nu} G^\lambda_{\rho\lambda} - G^\rho_{\mu\lambda} G^\lambda_{\nu\rho} \tag{10}$$

играет (!) роль тензора кривизны второго ранга этого пространства. Поскольку выражения (4), (10) в (8) могут быть сведены к адекватным выражениям:

$$\left.\begin{aligned} R_{\mu\nu} &= \partial_\lambda \Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \partial_\mu \Gamma^\lambda_{\nu\lambda} + \Gamma^\rho_{\mu\nu}\Gamma^\lambda_{\rho\lambda} - \Gamma^\rho_{\mu\lambda}\Gamma^\lambda_{\nu\rho}; \\ \Gamma^\lambda_{\mu\nu} &= \frac{1}{2} g^{\lambda\rho}\left(\partial_\mu g_{\rho\nu} + \partial_\nu g_{\rho\mu} - \partial_\rho g_{\mu\nu}\right), \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

уравнения (8) будут эквивалентны уравнениям Гильберта — Эйнштейна. Таким образом, мы видим, что в РТГ кроме уравнений Гильберта — Эйнштейна (8) обязательно должны выполняться еще и общековариантные уравнения (9), определяющие структуру гравитационного поля; решения, удовлетворяющие (8), но не удовлетворяющие (9), физически бессодержательны.

Особо следует подчеркнуть, что, во-первых, **все полевые переменные в уравнениях РТГ являются функциями пространственно-временных координат мира Минковского**, как это требуют положения 1, 2, а, во-вторых, поскольку выбор системы координат в РТГ полностью определяется заданием метрического тензора $\gamma^{\mu\nu}$ пространства Минковского, полевые уравнения (9) в принципе не могут иметь никакого отношения к координатным условиям. Переход от одних четырехмерных координат пространства Минковского к каким-либо другим координатам в этом пространстве может быть осуществлен однозначным преобразованием с отличным от нуля якобианом. Отметим также, что полевые уравнения (9), наделенные свойством устранять из спиновых состояний поля $\Phi^{\mu\nu}$ нефизические состояния 1 и 0′ [см. (2а)], обладают еще одним принципиальным свойством — отделять все, относящееся к силам инерции, от всего того, что имеет отношение к истинному гравитационному полю $\Phi^{\mu\nu}$. Как будет видно из дальнейшего, именно эти уравнения и приводят к однозначности предсказаний РТГ для гравитационных эффектов.

Надо сказать, что аналогичные (6а) условия использовались иногда и ранее в ОТО как координатные гармонические условия [24—26], причем в некотором смысле им отдавалось определенное предпочтение. Особое внимание этим условиям уделял В. А. Фок [25, 26]. Вместе с тем с подобной предпочтительностью одних координат другим, и тем более с их абсолютизацией, никак нельзя согласиться с точки зрения ОТО. Ограниченность такого выделения координат подчеркивал и сам В. А. Фок [26, с. 476]: «Сделанные выше замечания о привилегированном характере гармонической системы координат ни в коем случае не должны быть понимаемы в смысле какого-либо запрещения пользоваться другими координатными системами. Ничто не может быть более чуждым нашей точке зрения, чем такое ее толкование». И далее: «...Существование гармонических координат хотя и является фактом первостепенного теоретического и практического значения, но никоим образом не исключает возможности пользоваться другими, негармоническими координатными системами». И все-таки расчеты [27, 28] времени гравитационного запаздывания радиосигнала показали (см. также ниже), что теоретические предсказания ОТО в гармонических координатах не совпадают с ее предсказаниями в шварцшильдовой метрике. Неодинаковые предсказания ОТО в указанных метриках получаются и для времени обращения спутника вокруг статического сферически-симметричного тела [29], как, впрочем, и для всех иных гравитационных эффектов (см. разд. 2).

2. АНАЛИЗ ГРАВИТАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ

Чтобы отчетливее представить, какое важное значение имеют полевые уравнения РТГ (9), рассмотрим сначала основные гравитационные характеристики и эффекты, пользуясь лишь одними уравнениями (8). А поскольку они адекватны уравнениям Гильберта — Эйнштейна, такой подход позволит одновременно сделать определенные выводы и об ОТО. Анализ будет проведен на примере статической сферически-симметричной задачи.

1. **Общее решение уравнений (8) вне статического сферически-симметричного тела массы M; неопределенность метрики риманова пространства.** Взяв (при условленной арифметизации пространства) в качестве пространственно-временных координат $x^0 \equiv t$, $x^1 \equiv r$, $x^2 \equiv \theta$, $x^3 \equiv \varphi$, которые в уравнениях (8) будут обычными координатами пространства Минковского, метрические коэффициенты $g_{\mu\nu}$, определяющие инвариантный интервал $ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu$, можно для данной задачи искать в общем виде

$$ds^2 = B(r)\, dt^2 - 2N(r)\, dt\, dr - A(r)\, dr^2 - C(r) \times \times (d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2). \qquad (12)$$

Решениями уравнений (8) будут

$$B(r) = 1 - \frac{2M}{\sqrt{C(r)}}, \quad A(r) = \left[\frac{C'^2(r)}{4C(r)} - N^2(r)\right]\left[1 - \frac{2M}{\sqrt{C(r)}}\right]^{-1}, \qquad (13)$$

где $C'(r) \equiv dC(r)/dr$, при этом функции $C(r)$ и $N(r)$ остаются произвольными. Таким образом, метрика риманова пространства оказывается неопределенной. Требование соответствия с ньютоновским потенциалом при $r \gg M$ приведет лишь к ограничению функционального поведения $C(r)$ в области $r \gg M$, например:

$$C(r)\,|_{r \gg M} \to r^2\,[1 + f(r)]^2, \quad f(r)\,|_{r \to \infty} \to 0. \qquad (14)$$

В остальном $C(r)$ останется, как и $N(r)$, произвольной. В ОТО эту неоднозначность устраняют, накладывая на полученные для метрических коэффициентов решения какие-либо координатные, заведомо нековариантные условия. Однако формулировка этих условий — процедура далеко не невинная. От их выбора (в заданной системе координат, т. е. при установленной арифметизации пространства) существенно зависит функциональная структура метрических коэффициентов [см. (13)] и, в частности, их функциональная зависимость от GM, что ведет в итоге к несовпадению предсказаний ОТО для гравитационных эффектов в разных получаемых метриках. А поскольку в ОТО нет и в принципе не может быть никакой привилегированности одних координатных условий перед другими, то и ее предсказания в принципе не могут быть однозначными, а целиком будут зависеть от частного характера выбираемых условий. В РТГ дело обстоит иначе, так как подчинение гравитационного поля общековариантным уравнениям (9) в инерциальной системе отсчета однозначно дает

$$N(r) = 0, \; C(r) = (r + M)^2, \tag{15}$$

т. е.

$$B(r) = \frac{r-M}{r+M}, \quad A(r) = \frac{r+M}{r-M}, \tag{16}$$

и метрика эффективного риманова пространства оказывается полностью определенной.

2. **Тензор кривизны $R_{\mu\nu\alpha\beta}$, неопределенность геометрии риманова пространства.** Подставляя решения уравнений (8) в выражение тензора Римана — Кристоффеля

$$R_{\mu\nu\alpha\beta} = \frac{1}{2}(\partial_\alpha\partial_\nu g_{\mu\beta} + \partial_\mu\partial_\beta g_{\nu\alpha} - \partial_\mu\partial_\alpha g_{\nu\beta} - \partial_\nu\partial_\beta g_{\mu\alpha}) + \\ + g_{\lambda\sigma}(\Gamma^\lambda_{\mu\beta}\Gamma^\sigma_{\nu\alpha} - \Gamma^\lambda_{\nu\beta}\Gamma^\sigma_{\mu\alpha}), \tag{17}$$

получаем следующие отличные от нуля значения его компонент:

$$\left.\begin{aligned} &R_{0101} = \frac{MC'^2}{2C^{5/2}}, \quad R_{0202} = -\frac{MB}{\sqrt{C}}, \quad R_{0303} = -\frac{MB}{\sqrt{C}}\sin^2\theta, \\ &R_{1212} = \frac{MA}{\sqrt{C}}, \quad R_{1313} = \frac{MA}{\sqrt{C}}\sin^2\theta, \quad R_{2323} = -2M\sqrt{C}\sin^2\theta, \\ &R_{1202} = \frac{MN}{\sqrt{C}}, \quad R_{1303} = \frac{MN}{\sqrt{C}}\sin^2\theta, \quad R^{\mu\nu\alpha\beta}R_{\mu\nu\alpha\beta} = \frac{48M^2}{C^3}, \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

где функции $B(r)$ и $A(r)$ указаны в (13). Отсюда видно, что в исходных координатах (при заданной арифметизации) тензор кривизны риманова пространства в силу его зависимости от двух произвольных функций $C(r)$ и $N(r)$ оказывается неопределенным. Введение же сюда с целью доопределения тензора кривизны тех или иных координатных условий привело бы лишь к тому, что в каждом отдельном случае мы бы имели в одной и той же системе координат разные тензоры кривизны и соответственно свое предсказание для эффектов, т. е. по существу получалась бы та же неоднозначность, только проявлялась бы она через произвол координатных условий. В РТГ этой проблемы вообще нет, так как в ней, благодаря уравнениям (9), приводящим к единственности выражений $B(r)$ и $A(r)$ [см. (15), (16)], тензор кривизны эффективного риманова пространства и соответственно предсказания для гравитационных эффектов не могут быть неоднозначными.

3. **Динамические уравнения и их первые интегралы.** В соответствии с (12) лагранжиан $\mathscr{L}$ пробной частицы в заданном выше поле можно [30] представить в виде

$$\mathscr{L}=B(r)\left(\frac{dt}{d\sigma}\right)^2-2N(r)\left(\frac{dt}{d\sigma}\right)\left(\frac{dr}{d\sigma}\right)-$$
$$-A(r)\left(\frac{dr}{d\sigma}\right)^2-C(r)\left[\left(\frac{d\theta}{d\sigma}\right)^2+\sin^2\theta\left(\frac{d\varphi}{d\sigma}\right)^2\right], \qquad (19)$$

где σ — параметр, характеризующий движение пробной частицы по траектории (для частиц с ненулевой массой покоя можно нормировать σ так, чтобы $\sigma = s$, но для фотонов, например, $ds/d\sigma = 0$, т. е. константа пропорциональности σ и s обращается в нуль, и поэтому в общем случае нормировать σ удобнее независимо от s). Перейдем в (19) к новым переменным τ, ρ, θ, φ, связанным с исходными переменными t, r, θ, φ равенствами:

$$d\tau=dt-\frac{N(r)}{B(r)}dr,\quad \rho=\sqrt{C(r)},\quad \theta=\theta,\quad \varphi=\varphi. \qquad (20)$$

Тогда

$$\mathscr{L}=\widetilde{B}(\rho)\left(\frac{d\tau}{d\sigma}\right)^2-\widetilde{A}(\rho)\left(\frac{d\rho}{d\sigma}\right)^2-\rho^2\left[\left(\frac{d\theta}{d\sigma}\right)^2+\sin^2\theta\left(\frac{d\varphi}{d\sigma}\right)^2\right], \qquad (19а)$$

где

$$\widetilde{B}(\rho)=1-\frac{2M}{\rho},\quad \widetilde{A}(\rho)=\left(1-\frac{2M}{\rho}\right)^{-1}. \qquad (21)$$

Принимая за плоскость движения пробной частицы плоскость $\theta = \pi/2$, отсюда получаем уравнения:

$$\frac{d}{d\sigma}\left(\widetilde{B}\frac{d\tau}{d\sigma}\right)=0,$$
$$\frac{d}{d\sigma}\left(2\widetilde{A}\frac{d\rho}{d\sigma}\right)+\frac{\partial\mathscr{L}}{\partial\rho}=0,$$
$$\frac{d}{d\sigma}\left(\rho^2\frac{d\varphi}{d\sigma}\right)=0.$$

Полагая $d\tau/d\sigma=\widetilde{B}^{-1}$, приходим к следующим первым интегралам движения:

$$\frac{\rho^2}{\widetilde{B}(\rho)}\left(\frac{d\varphi}{d\tau}\right)=l=\mathrm{const}, \qquad (22)$$

$$\frac{\widetilde{A}(\rho)}{\widetilde{B}^2(\rho)}\left(\frac{d\rho}{d\tau}\right)^2+\frac{l^2}{\rho^2}-\frac{1}{\widetilde{B}(\rho)}=-\varepsilon=\mathrm{const}. \qquad (23)$$

В случае, если пробной частицей является частица безмассовая, ε в (23) приравнивается нулю. В исходных переменных пространства

Минковского t, r, θ, φ эти интегралы движения (при $\theta = \pi/2$) имеют вид:

$$\frac{C\dot{\varphi}}{B - N\dot{r}} = l = \text{const}, \tag{22a}$$

$$\frac{A\dot{r}^2}{(B - N\dot{r})^2}\left(1 - \frac{4CN^2}{C'^2}\right)^{-1} + \frac{l^2}{C} - \frac{1}{B} = -\varepsilon = \text{const}, \tag{23a}$$

где $\dot{\varphi} \equiv d\varphi/dt$, $\dot{r} \equiv dr/dt$. В случае РТГ для $B(r)$, $N(r)$, $A(r)$ и $C(r)$ нужно взять выражения (15), (16).

4. **Трехмерные пространственные интервалы на геодезической и их неопределенность.** Пользуясь выражением бесконечно малого трехмерного интервала в римановом пространстве

$$dl^2 = \left(\frac{g_{0k}g_{0n}}{g_{00}} - g_{kn}\right) dx^k dx^n, \quad k, \ n = 1, \ 2, \ 3, \tag{24}$$

найдем конечное расстояние между точками 1 $(r_1, \theta_1, \varphi_1)$ и 2 $(r_2, \theta_2, \varphi_2)$, принадлежащими некоторой геодезической. Полагая плоскость, в которой лежит геодезическая, плоскостью $\theta = \pi/2$, в переменных ρ, φ из (24) получаем

$$dl^2 = \tilde{A}(\rho)\, d\rho^2 + \rho^2\, d\varphi^2,$$

что совместно с (22), (23) — при $\varepsilon = 0$ — дает

$$dl^2 = \tilde{A}(\rho)\left[1 - \frac{\rho_0^2 \tilde{B}(\rho)}{\rho^2 \tilde{B}(\rho_0)}\right]^{-1} d\rho^2,$$

где $\rho_0 = \sqrt{C(r_0)}$, r_0 — точка геодезической, ближайшая к центральному гравитационному источнику (перицентр). В первом порядке по G расстояние точек 1, 2 от перицентра будет определяться интегралом:

$$l_{1,2} = \int\limits_{\rho_0}^{\rho_{1,2}} d\rho \left(1 - \frac{\rho_0^2}{\rho^2}\right)^{-1/2}\left[1 + \frac{M}{\rho} + \frac{M\rho_0}{\rho(\rho + \rho_0)}\right],$$

откуда имеем

$$l_{1,2} = \sqrt{\rho_{1,2}^2 - \rho_0^2} + M \ln \frac{\rho_{1,2} + \sqrt{\rho_{1,2}^2 - \rho_0^2}}{\rho_0} + \\ + M\left(\frac{\rho_{1,2} - \rho_0}{\rho_{1,2} + \rho_0}\right)^{1/2}, \quad \rho_{1,2} \equiv \sqrt{C(r_{1,2})}. \tag{25}$$

Расстояние l между точками 1, 2 будет выражаться соответственно суммой или разностью l_1 и l_2 в зависимости от того, расположены ли они по разные или по одну сторону от перицентра. В случае радиальной геодезической расстояние между точками 1, 2 будет определяться в том же порядке по G выражением

$$l = \rho_2 - \rho_1 + M \ln (\rho_2/\rho_1). \tag{26}$$

Из (25), (26) следует, что расстояние, взятое по геодезической между фиксированными точками r_1 и r_2 в гравитационном поле, однозначно устанавливается только в РТГ благодаря уравнениям (9). При этом, устремляя $G \to 0$, т. е. выключая гравитационное поле, мы естественным путем будем переходить к геометрическому расстоянию в пространстве Минковского, а это, в свою очередь, позволяет вполне точно определить действие гравитационного поля. В ОТО же в силу произвольности координатных условий расстояние между фиксированными точками r_1 и r_2 оказывается нефиксированным, и в зависимости от выбора функции $C(r)$ мы будем иметь различные физические результаты.

5. **Сила, действующая на покоящуюся частицу.** Сила, действующая на покоящуюся в гравитационном поле пробную частицу массой m, обычно определяется в точке r выражением

$$F^r = -m\Gamma^1_{00}\left(\frac{dx^0}{ds}\right)^2 = -\frac{2mM}{C'\sqrt{C}}. \tag{27}$$

При произвольности $C(r)$, что имеет место в ОТО, значение этой силы, измеряемой, кстати, экспериментально, также произвольно. Например, в простейшем случае однопараметрического решения [31]

$$N(r) = 0, \quad C(r) = [r + (\lambda + 1) M]^2 \tag{28}$$

получим

$$F^r(\lambda) = -\frac{mM}{[r+(\lambda+1)M]^2}, \tag{27a}$$

где λ — свободный параметр (в РТГ $\lambda = 0$).

6. **Смещение перицентра траектории и неоднозначность.** Пользуясь (22), (23), придем к следующему уравнению, определяющему траекторию пробной частицы в поле центрального источника [32]:

$$u'^2 = \frac{1-\varepsilon}{l^2} + \frac{2\varepsilon M}{l^2} u - u^2 + 2Mu^3, \quad u \equiv 1/\rho \tag{29}$$

Решение этого уравнения можно искать в виде

$$u = (1 + e\cos\psi)/p, \quad \psi = \psi(\varphi).$$

Для определения фокального параметра p, эксцентриситета e и функции $\psi(\varphi)$ получим согласно (29) уравнения:

$$\frac{1-\varepsilon}{l^2} - \frac{1+e^2}{p^2} + \frac{2\varepsilon M}{pl^2} + \frac{2M}{p}\,\frac{1+3e^2}{p^2} = 0;$$

$$-\frac{1}{p} + \frac{\varepsilon M}{l^2} + \frac{M}{p}\,\frac{3+e^2}{p} = 0;$$

$$\psi'^2 = 1 - \frac{6M}{p} - \frac{2M}{p}\, e\cos\psi.$$

С точностью величин порядка G^2 отсюда находим

$$\psi(\varphi)=\varphi-\frac{3M}{p}\left(\varphi+\frac{e}{3}\sin\varphi\right)-$$
$$-\frac{9M^2}{2p^2}\left[\left(1+\frac{e^2}{6}\right)\varphi+\frac{4}{3}e\sin\varphi-\frac{2}{3}e\varphi\cos\varphi-\frac{e^2}{36}\sin 2\varphi\right]. \qquad (30)$$

Что касается p и e, то их лучше выразить через ρ_0 и ρ_1, соответствующие перигею и апогею:

$$p=2\rho_1\rho_0/(\rho_1+\rho_0),\ e=(\rho_1-\rho_0)/(\rho_1+\rho_0).$$

Для смещения перицентра (30) с учетом равенства $\psi(2\pi+\Delta\varphi)=2\pi$ дает

$$\Delta\varphi=\frac{6\pi M}{p}\left[1+\frac{9M}{2p}\left(1+\frac{e^2}{18}\right)\right], \qquad (31)$$

куда вместо p и e нужно подставить их выражения через $\rho_0=\sqrt{C(r_0)}$ и $\rho_1\sqrt{C(r_1)}$, после чего станет ясно, что во втором порядке по G смещение перицентра в силу произвольности $C(r)$ оказывается также произвольным. Например, для однопараметрического решения (28) из (31) имеем

$$\Delta\varphi_\lambda=\frac{6\pi M}{p_0}\left\{1-\frac{(\lambda+1)M}{p_0}(1+e_0^2)+\frac{9M}{2p_0}\left(1+\frac{e_0^2}{18}\right)\right\},$$
$$p_0=\frac{2r_1r_0}{r_1+r_0},\ e_0=\frac{r_1-r_0}{r_1+r_0}. \qquad (31a)$$

Как видно, неоднозначность предсказания ОТО для смещения перицентра входит здесь в члены второго порядка по G. В РТГ, благодаря уравнению (9), смещение перицентра становится однозначно определенным и равным (31a) при $\lambda=0$.

7. **Отклонение лучей и неоднозначность.** В случае распространения лучей способом, примененным в п. 6, находим [32]:

$$\frac{1}{p}=\frac{M}{C(r_0)}\left[1-\frac{2M}{\sqrt{C(r_0)}}\right];$$
$$e=1+\left(\sqrt{C(r_0)}/M\right);$$
$$\psi(\varphi)=\varphi-\frac{M}{\sqrt{C(r_0)}}\sin\varphi-\frac{M^2}{C(r_0)}\left[\frac{15}{4}\varphi-\sin\varphi-\frac{1}{8}\sin 2\varphi\right],$$

что для отклонения лучей в поле центрального гравитационного источника дает

$$\Delta\varphi=\frac{4M}{\sqrt{C(r_0)}}\left[1+\frac{M}{\sqrt{C(r_0)}}\left(\frac{15\pi}{16}-1\right)\right], \qquad (32)$$

где r_0 — перицентр траектории луча. Для метрики (28) отсюда получаем

$$\Delta\varphi_\lambda=\frac{4M}{r_0}\left[1-\frac{(\lambda+1)M}{r_0}+\frac{M}{r_0}\left(\frac{15\pi}{16}-1\right)\right]. \qquad (32a)$$

В эффекте отклонения луча света гравитационным полем неоднозначность предсказаний ОТО также проявляется в членах второго порядка по G. В РТГ ($\lambda = 0$) эта неоднозначность не появляется.

8. **Гравитационное красное смещение и неоднозначность.** В случае, например, метрики (28) стандартными методами легко находим обусловленное гравитационным полем относительное смещение частоты радиосигнала

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \left(\frac{M}{r_2} - \frac{M}{r_1}\right)\left[1 + \frac{M}{2}\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) - \lambda M\left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1}\right)\right],$$

где r_2 и r_1 — положения источника и приемника (в РТГ $\lambda = 0$). Таким образом, ОТО не дает определенного предсказания и для эффекта красного смещения частоты.

9. **Время обращения пробного тела по орбите и неоднозначность** [29]. Время обращения пробного тела по «эллиптической» траектории (в плоскости $\theta = \pi/2$) можно получить, пользуясь (23), с последующим переходом к переменным t, r, $\theta = \pi/2$, φ. С учетом поправок порядка G третий закон Кеплера в случае метрики (12), (13) примет вид

$$T = \pi\frac{(\rho_1+\rho_0)^{3/2}}{\sqrt{2M}}\left\{1 + \frac{6M}{\rho_1+\rho_0}\left[1 - \frac{\rho_1+\rho_0}{2\rho_1}\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_1}}\right]\right\} - \int\limits_{r_2}^{r_0}\frac{N(r)}{B(r)}\,dr, \qquad (33)$$

где $\rho_0 = \sqrt{C(r_0)}$, $\rho_1 = \sqrt{C(r_1)}$, r_0 и r_1 — точки перигея и апогея при $\varphi_0 = 0$ и $\psi(\varphi_1) = \pi$, а последний интегральный член берется в пределах от r_2 при $\varphi_2 = 2\pi$ до r_0 при $\psi(\varphi_3 > 2\pi) = 2\pi$. Неоднозначность в данном эффекте возникает в первом порядке по G и проявляется в двух метрических коэффициентах: $C(r)$ и $N(r)$. Без полевых уравнений (9) время обращения спутника по орбите целиком будет зависеть от конкретного выбора функций $C(r)$ и $N(r)$. Например, в метрике (28)

$$T(\lambda) = \pi\frac{(r_1+r_0)^{3/2}}{\sqrt{2M}}\left\{1 + \frac{M}{r_1+r_0}\left[3(\lambda+1) + 6\left(1 - \frac{r_1+r_0}{2r_1}\sqrt{\frac{r_0}{r_1}}\right)\right]\right\}.$$

В РТГ (см. [29]) результат однозначен и получается отсюда при $\lambda = 0$. Разность ΔT времен обращения $T(\lambda = 0)$ и $T(\lambda = -1)$, соответствующих гармонической и шварцшильдовой метрикам, будет равной

$$\Delta T = (3\pi/\sqrt{2})\sqrt{(r_1+r_0)GM},$$

что для спутника на низкой орбите Земли составляет около 5 мкс.

Кстати, если в РТГ в определяющем время обращения T интеграле разложить функции $B(r)$, $A(r)$ и $C(r)$ в ряд по G, введя в него ради общности рассмотрения параметры γ и β [31]:

$$B(r) \simeq 1 - \frac{2M}{r} + \beta\frac{2M^2}{r^2};$$

$$A(r) \simeq 1 + \gamma\frac{2M}{r}; \quad C(r) \simeq 1 + \gamma\frac{2M}{r},$$

то вместо $T(\lambda)$ при $\lambda=0$ мы получили бы

$$T=\pi\frac{(r_1+r_0)^{3/2}}{\sqrt{2M}}\left\{1+\frac{M}{r_1+r_0}\left[\gamma+2\beta+\right.\right.$$

$$\left.\left.+2(2+2\gamma-\beta)\left(1-\frac{r_1+r_0}{2r_1}\sqrt{\frac{r_0}{r_1}}\right)\right]\right\},$$

что по измерению T (и знании γ из других опытов) позволило бы экспериментально установить значение β.

10. **Скорость пробного тела в перигее и неоднозначность** [29]. Пользуясь первыми интегралами движения, находим

$$v_0^2=\frac{2Mr_0^2}{(1+\alpha)\rho_0^3}\left[1-\frac{2M}{\rho_0}(1-\alpha)\right],$$

где $\alpha\equiv\rho_0/\rho_1=[C(r_0)/C(r_1)]^{1/2}$, т. е. неоднозначность v_0^2 без уравнения (9) опять налицо; для метрики (28)

$$v_0^2(\lambda)=\frac{2M}{(1+\alpha_0)r_0}\left[1-2(\lambda+1)\frac{M}{r_1+r_0}-\right.$$

$$\left.-(\lambda+1)\frac{2M}{r_0}-(\lambda+3)\frac{M}{r_0}(1-\alpha_0)\right],\quad \alpha_0=r_0/r_1.$$

В РТГ скорость v_0 спутника в перигее при введении в разложения $B(r)$, $A(r)$ и $C(r)$ параметров γ и β имеет вид [31]:

$$v_0^2=\frac{2M}{(1+\alpha_0)r_0}\left\{1-\frac{2M}{r_0}\left[1-\alpha_0+\gamma\frac{1+\alpha_0-\alpha_0^2}{1+\alpha_0}+\beta\frac{1+\alpha_0}{2}\right]\right\}.$$

Если опыт с достаточной для выделения гравитационных эффектов точностью позволил бы определить скорость спутника в перигее, то β можно было бы найти и отсюда.

11. **Эффект Широкова и неоднозначность.** Как известно [33], эффект Широкова состоит в возникновении колебаний пробной частицы при ее малом отклонении от исходной (круговой) орбиты. Частоты возникающих (радиальных и азимутальных) колебаний доступны экспериментальной проверке, и поэтому рассмотрение эффекта представляет интерес. Пользуясь уравнениями девиации или (29), (30), легко получаем следующие выражения для периодов радиальных (T_r) и азимутальных (T_θ) колебаний в первом порядке по G:

$$T_r=\frac{2\pi}{\Omega}\left(1+\frac{3M}{2\rho_0}\right),\quad T_\theta=\frac{2\pi}{\Omega}\left(1-\frac{3M}{2\rho_0}\right),\tag{34}$$

где $\rho_0=\sqrt{C(r_0)}$; $\Omega\equiv(M/\rho_0^3)^{1/2}$; r_0 — радиус круговой орбиты. Для метрики (28) отсюда следует

$$T_r(\lambda)=\frac{2\pi}{\Omega_0}\left[1+(2+\lambda)\frac{3M}{2r_0}\right],\quad T_\theta(\lambda)=$$

$$=\frac{2\pi}{\Omega_0}\left[1+\lambda\frac{3M}{2r_0}\right],\quad \Omega_0=\left(\frac{M}{r_0^3}\right)^{1/2}.$$

Фигурирующая здесь неоднозначность сказывается уже на поправках первого порядка по G.

12. **Гравитационное запаздывание радиосигнала и неоднозначность [27, 28, 31].** Время распространения сигнала t_{21} от точки 1 (r_1, φ_1) до точки 2 (r_2, φ_2) можно рассчитать, прибегнув к (22), (23) с последующим переходом к переменным t, r, φ. Ограничиваясь первым порядком по G, в итоге получаем (при $\varphi_2 - \varphi_1 > \pi/2$):

$$t_{21} = \sqrt{\rho_2^2 - \rho_0^2} + \sqrt{\rho_1^2 - \rho_0^2} +$$
$$+ M \left\{ 2 \ln \frac{\rho_2 + \sqrt{\rho_2^2 - \rho_0^2}}{\rho_1 - \sqrt{\rho_1^2 - \rho_0}} + \left(\frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_2 + \rho_0} \right)^{1/2} + \left(\frac{\rho_1 - \rho_0}{\rho_1 + \rho_0} \right)^{1/2} \right\} +$$
$$+ \int_{r_1}^{r_2} \frac{N(r)}{B(r)}\, dr, \quad \rho_{1,2,0} = \sqrt{C(r_{1,2,0})}, \tag{35}$$

где r_0 — точка максимального сближения радиоимпульса с центральным источником гравитационного поля. Как видно, время распространения оказалось связанным с двумя произвольными функциями $C(r)$ и $N(r)$, причем произвол этот* сказывается опять в первом порядке по G. При распространении сигнала от точки 1 к точке 2 и обратно зависимость t_{121} от функции $N(r)$ исчезает. В метрики (28):

$$t_{21}(\lambda) = \sqrt{r_2^2 - r_0^2} + \sqrt{r_1^2 - r_0^2} +$$
$$+ M \left\{ 2 \ln \frac{r_2 + \sqrt{r_2^2 - r_0^2}}{r_1 - \sqrt{r_1^2 - r_0^2}} + (\lambda + 2) \left[\sqrt{\frac{r_2 - r_0}{r_2 + r_0}} + \sqrt{\frac{r_1 - r_0}{r_1 + r_0}} \right] \right\}. \tag{36}$$

Результат РТГ следует отсюда при $\lambda = 0$. При $r_0 \ll r_1, r_2$ это дает

$$t_{21}(\lambda) = R + 2M \ln \frac{r_1 + r_2 + R}{r_1 + r_2 - R} + 2\lambda M, \tag{37}$$

где R — расстояние (по прямой) между точками 1 и 2, т. е. расстояние в пространстве Минковского. Если бы в РТГ в разложениях $B(r)$, $A(r)$ и $C(r)$ были введены параметры γ и β, то

$$t_{21}(\lambda = 0) = R + (1 + \gamma) M \ln \frac{r_1 + r_2 + R}{r_1 + r_2 - R}$$

и время истинно гравитационной задержки сигнала определялось бы одним логарифмическим членом.

Отметим еще одно важное обстоятельство, связанное с измерением времени распространения радиосигнала. Если применяемую ныне на практике процедуру сравнения экспериментальных данных для t_{21} (или t_{121}) с теоретическими рассматривать очень схематично, то суть ее можно свести к следующему. Поскольку экспериментаторы располагают возможностью определять времена обращения пробных тел по траекториям, проходящим через точки 1, 2 (например,

---

* Можно убедиться, что в первом порядке по G переход в (35) от r_k к реальным расстояниям, вычисленным в соответствующей метрике (с учетом размеров центрального тела), не меняет вывода о неоднозначности.

Земли и Меркурия вокруг Солнца), и полное время t_{21} (или t_{121}) распространения сигнала, то для сравнения теоретических результатов с данными опытов в формулу для времени распространения сигнала (при $r_0 \ll r_{1,2}$) вместо пространственных переменных $r_{1,2}$ подставляют их выражения через соответствующие времена обращения $T_{1,2}$, вычисляемые также теоретически. Нетрудно убедиться, что в результате такой подстановки фигурировавшие в t_{21} и $T_{1,2}$ (при $N = 0$) неоднозначности в данном случае компенсируются и полное время t_{21} однозначно свяжется с временами T_1 и T_2. Однако это ни в коей мере не доказывает однозначности теоретических предсказаний, ибо в ОТО теоретик располагает лишь уравнениями Гильберта — Эйнштейна в исходной системе координат (при условленной арифметизации пространства) и налагаемыми (причем неоднозначным образом) на метрические коэффициенты координатными условиями. И только рамки экспериментальных возможностей диктуют (но уже после проведения расчетов) необходимость выразить в полученных (исходных) результатах одни величины через вычисленные аналогичным способом другие. Естественно, что в итоге такой операции исходные неоднозначности могут скомпенсироваться, как это имело место в приведенном выше случае, но этим достигается (если достигается) только компенсация неоднозначностей, а не радикальное их устранение из теоретических предсказаний, получаемых лишь на базе исходных теоретических предпосылок. А если бы опыт проводился с пролетающим «по ту сторону» Солнца естественным или искусственным объектом (и затем покидающим Солнечную систему), то как бы в этом случае можно было поступить? Конечно, аналогичная процедура подстановок вполне допустима и в РТГ. Однако в РТГ есть еще то принципиальное преимущество, что, полагая в полученных результатах константу G равной нулю, мы всегда будем получать величины, относящиеся к пространству Минковского, а вычтя их из исходного результата — получать однозначные предсказания и для гравитационных эффектов (полностью обязанных проявлению гравитационного поля).

Рассмотрим в заключение один мысленный эксперимент, отчетливо демонстрирующий неоднозначность предсказаний ОТО.

Пусть в инерциальной системе отсчета два пробных тела, разнесенных на некоторое расстояние, закреплены в точках A и B, а в точке 0, очень близкой к линии AB, но (примерно) равноудаленной от A и B, укреплена «игла», на которую можно насадить массивное (малых размеров) тело M. Поставим на полученной «установке» два опыта. Сначала, отведя тело M от установки на расстояние, много большее AB (в бесконечность), определим время t_0 распространения светового сигнала от A к B и обратно. Затем, вернув тело M и «насадив» его на иглу, повторим измерения. В присутствии тела M время t_0 заменится t, а их разность и даст время гравитационного запаздывания $\Delta t = t - t_0$. Если теперь вычислить во втором случае время распространения t, пользуясь, например, гармоническим и шварцшильдовским решениями (в обоих решениях значению $r = 0$ должно соответствовать положение иглы), а потом вычесть из полученного результата t_0, то времена запаздывания для разных решений окажутся разными, т. е. по крайней мере одно из предсказаний не совпадет с экспериментальным и комментарии, как говорится, излишни.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше на различных примерах изучения гравитационных эффектов мы показали, что для каждой задачи при одних и тех же физических условиях имеется множество решений уравнения Гильберта — Эйнштейна, каждое из которых дает свое предсказание для эффектов. Какое из решений следует взять — на это ОТО не может дать ответа, поскольку координатные условия, к которым обычно прибегают в ОТО, полностью произвольны, а их выбор в прямом смысле зависит от «вкусов» исследователя. Все это неизбежно подводит к общему выводу об органической неспособности ОТО давать однозначные предсказания для гравитационных эффектов.

В чем же коренная причина такой неоднозначности? Мы видим ее в следующем.

Как известно, риманова геометрия должна определяться в некоторой системе координат (при условленной арифметизации пространства) заданием десяти компонент метрического тензора в каждой точке пространства-времени (при этом выбор системы координат должен быть совершенно произвольным, а переход от одних координат к другим осуществляется тензорным преобразованием). Поскольку десять уравнений Гильберта — Эйнштейна содержат четырнадцать неизвестных независимых величин, то, вообще говоря, их решение будет удовлетворяться при четырех произвольных метрических коэффициентах. Другими словами, в заданной системе координат (при заданной арифметизации пространства) одни уравнения Гильберта — Эйнштейна не могут определить римановой геометрии [см. также (13), (18)]. Для определения неизвестных метрических коэффициентов в заданной системе координат в ОТО вводят так называемые координатные условия, подчиняя метрические коэффициенты четырем дополнительным в принципе нековариантным уравнениям. При этом на выбор координатных условий в ОТО не накладывается никаких ограничений. Совместно с выбранными условиями уравнения Гильберта — Эйнштейна дают возможность определить в заданной системе координат метрический тензор риманова пространства-времени и рассчитать соответствующие гравитационные эффекты. Но одновременно в ОТО считается, что от выбора координатных условий результаты теоретических предсказаний для гравитационных эффектов зависеть не будут. А это — глубокое заблуждение! От выбора координатных условий существенно зависит функциональная структура метрических коэффициентов и, в частности, их функциональная связь с GM, а, следовательно, в заданной системе координат (при условленной арифметизации пространства) разным координатным условиям будут соответствовать разные метрические тензоры риманова пространства-времени. Если теперь вспомнить теорему А. З. Петрова (доказательство см. в [34]), суть которой состоит в том, что при известных уравнениях всех времениподобных и всех изотропных геодезических линий в какой-либо системе координат метрический тензор пространства-времени в этой системе определяется с точностью до постоянного множителя (т. е. с физической точки зрения, изучая движение света и пробных тел, можно, в принципе, экспериментально установить геометрию пространства-времени), то согласно ей разные метрические тензоры римановой геометрии в данной системе координат должны вести к разным предсказаниям о движении света и пробных тел. Поскольку же в ОТО разным координатным условиям соответствуют разные метрические тензоры (в заданной системе координат, т. е. при заданной арифметизации пространства), а на выбор координатных условий никаких ограничений нет, то в силу сказанного выше, как бы ни высказывались на этот счет «эксперты» ОТО, можно утверждать, что ОТО в принципе не способна давать определенных предсказаний о гравитационных эффектах, в чем состоит еще один ее принципиальный недостаток.

В РТГ система общековариантных уравнений — полная система. РТГ возрождает понятие о пространстве Минковского как фундаментальном пространстве и понятие о гравитационном поле в нем как физическом поле в духе Фарадея — Максвелла. Все это вместе взятое и приводит в итоге к тому, что в РТГ строго выполняются законы сохранения энергии импульса и момента количества движения материи в целом и ее предсказания для гравитационных эффектов однозначны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Эйнштейн А.** Сборник научных трудов. Т. 1. М.: Наука, 1956: см. также: Принцип относительности: Сб. статей классиков релятивизма/Под ред. В. К. Фредерик и Д. Л. Иваненко. М.: ОНТИ, 1935; **Принцип** относительности: Сб. статей. Составитель А. А. Тяпкин. М.: Атомиздат, 1973.
2. **Hilbert D.**//Göttingen Nachrichten. 1917. Bd 4. S. 21.
3. **Schrödinger E.**//Phys. Z. 1918. N 19. S. 4.
4. **Einstein A.**//Sitzunsber. pr. Akad. Wiss. 1918. Bd 1. S. 448—459.
5. **Klein F.**//Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Klasse, 1918; Эйнштейновский сборник. М.: Наука, 1985.
6. **Денисов В. И., Логунов А. А.** Итоги науки и техники: Современные проблемы математики. М.: ВИНИТИ, 1982. Т. 21.
7. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теория поля. М.: Наука, 1973.
8. **Власов А. А., Денисов В. И.**//ТМФ. 1982. Т. 53. С. 406—418.
9. **Денисов В. И., Логунов А. А.**//ЭЧАЯ. 1982. Т. 13. Вып. 4.
10. **Brill D., Deser S., Faddeev L.**//Phys. Lett. A. 1968. Vol. 26. P. 538—540.
11. **Choquet-Bruhat I., Marsden J. E.**//Math. Phys. 1976. Vol. 51. P. 283—291.
12. **Choen R., Yan S. T.**//Math. Phys. 1979. Vol. 65. P. 45—54.
13. **Фаддеев Л. Д.** Препринт ЛОМИ АН СССР Р-8-81. Л., 1981.
14. **Денисов В. И., Логунов А. А.**//ТМФ. 1982. Т. 50. С. 3—12.

15. **Логунов А. А., Мествиришвили М. А.**//ТМФ. 1984. Т. 61. С. 327—339.
16. **Логунов А. А., Мествиришвили М. А.** Основы релятивистской теории гравитации. М.: Изд-во МГУ, 1985.
17. **Логунов А. А., Мествиришвили М. А.**//ЭЧАЯ. 1986. Т. 17. Вып. 1.
18. **Логунов А. А.** Лекции по теории относительности и гравитации: Современный анализ проблемы. М.: Изд-во МГУ, 1985.
19. **Логунов А. А., Денисов В. И., Власов А. А. и др.**//ТМФ. 1979. Т. 40. С. 291—328.
20. **Poincare H.**//Bull. des Sciences Math. 1904. Vol. 28. Ser. 2. P. 302.
21. **Fronsdal C.**//Supl. Nuovo cimento. 1958. Vol. 9. P. 416—423.
22. **Barnes K. J.**//J. Math. Phys. 1965. Vol. 6. P. 788—794.
23. **Логунов А. А., Мествиришвили М. А.** Калибровочное преобразование в релятивистской теории гравитации. Препринт ИФВЭ 85-181. Серпухов. 1985.
24. **De-Donder.** La Gravifique Eisteinienne. Paris. 1921; Teorie des Champs Gravifique, Paris, 1926.
25. **Fock V. A.**//J. Phys. 1939. Bd 81—116; Rev. Mod. Phys. 1957. Vol. 29. P. 325—333.
26. **Фок В. А.** Теория пространства, времени и тяготения. М.: Физматгиз, 1961.
27. **Логунов А. А., Лоскутов Ю. М.**//ДАН СССР. 1985. Т. 285. № 3. С. 615—618.
28. **Логунов А. А., Лоскутов Ю. М.**//ТМФ. 1986. Т. 66. № 1. С. 150—154.
29. **Логунов А. А., Лоскутов Ю. М.**//ТМФ. 1986. Т. 67. № 1. С. 3—8.
30. **Брумберг В. А.** Релятивистская небесная механика. М.: Наука, 1972.
31 **Логунов А. А., Лоскутов Ю. М.**//ТМФ. 1986. Т. 67. № 2. С. 163—176.
32. **Логунов А. А., Лоскутов Ю. М., Чугреев Ю. В.** Объясняет ли общая теория относительности гравитационные эффекты? М.: Изд-во МГУ, 1986.
33. **Shirokov M. F.**//Gen. Rel. and Grav. 1973. Vol. 4. N 2. P. 131—136.
34. **Петров А. З.** Новые методы в ОТО. М.: Наука, 1966.