

Взаимодействие антипротонов низких энергий с ядрами

О. Д. Далькаров, В. А. Карманов

Физический институт им. П. Н. Лебедева АН СССР, Москва

Изложены и проанализированы первые результаты по взаимодействию антипротонов с ядрами, полученные в экспериментах на накопительном кольце антипротонов низких энергий (LEAR), введенном в строй в ЦЕРН в конце 1983 г. В отличие от протонов тех же энергий (~ 50 МэВ) упругое \bar{p} -ядерное рассеяние носит ярко выраженный дифракционный характер и хорошо описывается в рамках приближения Глаубера — Ситенко с учетом кулоновского взаимодействия. Эффективный радиус ядра, определяемый из рассеяния антипротонов, оказывается значительно (в 1,5 раза для ^{12}C) увеличенным по сравнению с радиусом, определенным из рассеяния протонов и электронов. Обсуждаются возможные причины применимости подхода Глаубера — Ситенко для антипротонов при столь низких энергиях. Показана возможность определения параметров $\bar{p}N$ -амплитуды (в частности, отношения ее действительной и мнимой частей) из ядерных данных. Приведены данные по выходу ядер ^3He в $\bar{p}^4\text{He}$ -аннигиляции. Анализируется \bar{p} -ядерный оптический потенциал. Рассмотрены явления компенсации немассовых и неадиабатических эффектов в амплитуде реакции $\bar{p}d \rightarrow e^+e^-n$, приводящие к специфическим экспериментальным следствиям. Обсуждаются длины \bar{p} -ядерного рассеяния и сдвиги уровней антипротонных атомов.

The first results on the antiproton-nucleus interactions at low energy obtained in the experiments with Low Energy Antiproton Ring (LEAR) putting into operation in CERN in the end of 1983 are reviewed. In contrast with protons of the same energy (~ 50 MeV) the elastic \bar{p} -nuclear scattering manifests a very pronounced diffractive-like behaviour and these data are well described by Glauber-Sitenko model including Coulomb effects. The effective nuclear radius found from the antiproton-nucleus scattering is a much larger (1.5 times for ^{12}C) in comparison with electron- or proton-nucleus scattering. The possible reasons of the applicability of Glauber — Sitenko approach for so low energy antiproton scattering are discussed. The possibility of establishing the $\bar{p}N$ -amplitude parameters (in particular real-to-imaginary ratio) from nuclear data is shown. The yields of ^3He in $\bar{p}^4\text{He}$ annihilation are regarded. The \bar{p} -nucleus optical potential is discussed. The compensations between non-adiabatic and off-shell effects for $\bar{p}d \rightarrow e^+e^-n$ reaction amplitude which lead to the specific experimental consequences are considered. The \bar{p} -nucleus scattering lengths and level shifts of antiprotonic atoms are discussed.

ВВЕДЕНИЕ

В исследовании взаимодействия антипротонов низких энергий (от нескольких мегаэлектрон-вольт до ~ 100 МэВ) с ядрами в последние годы начался качественно новый этап, обозначивший появление

новой самостоятельной области — антипротонной физики низких энергий. В значительной степени эта область обязана своим рождением принципиально новым экспериментальным возможностям, которые появились после ввода в строй в ЦЕРН в середине 1983 г. уникального накопительного кольца антипротонов низких энергий — LEAR (Low Energy Antiproton Ring). В этом накопительном кольце, в отличие, например, от $Spp\bar{S}$ -коллайдера, антипротоны не ускоряются, а, напротив, замедляются почти до нулевых энергий (минимальный импульс антипротонов равен 100 МэВ/с, т. е. минимальная энергия ~ 5 МэВ). Другое отличие состоит в том, что на LEAR реализован выведенный антипротонный пучок, импульс антипротонов в котором варьируется от 100 МэВ/с до 1 ГэВ/с. По сравнению с имеющимися в настоящее время антипротонными пучками [BNL (США) и КЕК (Япония)] антипротонный пучок LEAR имеет принципиальное преимущество: он практически моноэнергетичен во всем интервале импульсов, а его интенсивность, особенно в области малых импульсов (≤ 300 МэВ/с), составляет $6 \cdot 10^5 \bar{p}/с$, что в среднем в 10 000 раз превышает интенсивность других пучков. Достигнутое в настоящее время разрешение уже составляет $\Delta p/p \sim 10^{-3}$, однако в ближайшие год-два (ориентировочно конец 1987 г.) планируется введение электронного охлаждения, что позволит получить разрешение порядка $\Delta p/p \sim 10^{-5} \div 10^{-6}$.

Набор статистики, который требовал ранее месяцы и годы работы, теперь на LEAR может быть выполнен за несколько часов. Понятно, что создание такого уникального инструмента для исследований с помощью антипротонов низких энергий, как LEAR, должно повлечь за собой появление качественно новых теоретических идей. Подтверждением этого являются первые эксперименты [1] по рассеянию антипротонов низких энергий на ядрах, выполненные на LEAR, и последовавшая вслед за ними активность теоретиков, направленная на понимание того, как выглядят ядра в «антипротонном свете». В результате стало ясно, что антипротон-ядерное рассеяние может быть весьма информативным в решении ряда задач ядерной физики. К ним относятся:

1. **Исследование механизма ядерных реакций.** В рассеянии адронов на ядрах сразу несколько проблем оказываются сплетенными в один тугой узел. Так, для применимости подхода Глаубера — Ситенко [2, 3], успешно используемого при анализе адрон-ядерного рассеяния при высоких энергиях $\gtrsim (1 \text{ ГэВ})$, требуется одновременное выполнение двух основных условий: а) прямолинейность траектории адрона в ядре (эйкональное приближение); б) возможность пренебречь движением внутриядерных нуклонов за время пролета адрона через ядро (адиабатическое приближение). Пренебрегается, в частности, перерассеянием внутриядерных нуклонов друг на друге. Опыт расчетов показывает, что оба эти приближения работают значительно лучше, чем это можно было бы ожидать из простых оценок, причем оказалось [4] (рис. 1), что в случае антипротонов механизм Глаубера —

Ситенко [2, 3] остается справедливым вплоть до энергии ~ 50 МэВ, тогда как для рассеяния протонов этой энергии он резко противоречит эксперименту. Почему это происходит и каковы реальные пределы применимости подхода Глаубера — Ситенко?

Чтобы ответить на эти вопросы, следует по отдельности изучить пределы применимости каждого из указанных выше приближений.

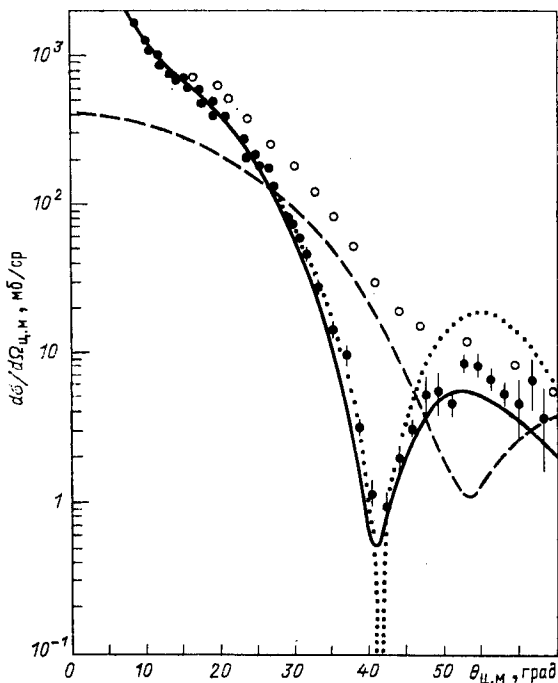


Рис. 1. Упругие дифференциальные сечения рассеяния $\bar{p}^{12}\text{C}$ (сплошная кривая) и $p^{12}\text{C}$ (штриховая кривая) при кинетической энергии $T_{-} = 46,8$ МэВ. Точечная кривая — $\bar{p}^{12}\text{C}$ -сечение в модели абсолютно черной сферы [формула (16) при $R_{\text{ef}} = 3,96$ фм]. Экспериментальные данные из работы [1]

Для протонного пучка это сделать невозможно, выполнение или нарушение условий а) и б) происходит одновременно, так как обеспечивается одной причиной — большим или малым импульсом налетающего адрона. Антипротоны позволяют разделить условия а) и б). Дело в том, что $\bar{p}N$ -рассеяние при низких энергиях чрезвычайно резко направлено вперед, более того, с уменьшением энергии наклон конуса * возрастает. Для сравнения, наклон конуса в $\bar{p}p$ -рассеянии

* Амплитуда pN -рассеяния зависит от квадрата переданного импульса q^2 экспоненциально $\left[\sim \exp\left(-\frac{1}{2} B q^2\right) \right]$, параметр B в экспоненте называется наклоном конуса [см. также ниже формулу (10)].

[5] равен $35,6 \text{ (ГэВ/с)}^2$ при энергии $\sim 50 \text{ МэВ}$, в то же время упругое pp -рассеяние при 50 МэВ практически изотропно [6], наклон конуса в pp -рассеянии при энергии больше 1 ГэВ не превышает 6 (ГэВ/с)^2 , а наклон конуса в $\bar{p}p$ -рассеянии даже при сверхвысоких энергиях (при энергии коллайдера, т. е. $\sim 100 \text{ ТэВ}$ в лабораторной системе) не превышает 15 (ГэВ/с)^2 . Отметим, что столь большие значения наклона конуса встречались до сих пор только в рассеянии адронов на ядерных мишенях (например, в $\pi^- \text{ } ^4\text{He}$ -рассеянии при энергии π^- -мезонов около 200 ГэВ , см. сводку данных в работе [7]). Это специфическое свойство $\bar{p}N$ -рассеяния может обеспечить применимость условия а) в случае, когда не видно причин для выполнения условия б), т. е. дает уникальную возможность независимо, на основании опытных данных, судить о применимости адиабатического приближения. Впервые эти две проблемы оказываются разделенными.

Следует отметить, что при теоретическом исследовании механизма рассеяния адронов на ядрах был обнаружен целый ряд очень любопытных фактов. Многие, казалось бы, не связанные друг с другом эффекты (например, перерассеяния внутриядерных нуклонов и сход с массовой поверхности в амплитудах) почти полностью сокращают друг друга [8]. Попытка улучшить приближение Глаубера — Ситенко, учитывая только один из этих эффектов, лишь ухудшает результат. Эти факты, обнаруженные в рассеянии на дейтроне, до сих пор имеют статус отдельных и ограниченных наблюдений, т. е. остается не до конца выясненным, что будет при учете более сложных диаграмм и в случае более тяжелых ядер. Кроме того, к поиску глубоких причин этих явлений вызывают эстетические чувства исследователей: наблюдая сокращение нескольких значительных вкладов, невозможно отделаться от ощущения, что должна существовать такая теория, в которой эти вклады отсутствуют с самого начала. С этими наболевшими вопросами мы сталкиваемся и в антипротон-ядерном рассеянии, но в условиях более точного опыта и с новым пробником в руках — антипротоном.

2. Исследование структуры ядра. Благодаря тому, что механизм рассеяния антипротонов низких энергий на ядрах дается подходом Глаубера — Ситенко, т. е. оказывается значительно более простым, чем в случае протонов, антипротоны дают новые возможности в исследовании структуры ядра. Кроме того, в неупругом рассеянии $\bar{p} \text{ } ^{12}\text{C}$ с возбуждением уровней остаточного ядра был обнаружен следующий важный факт [1]: в спектре возбуждения ядерных уровней антипротонами сплошной спектр значительно меньше, чем в реакции $^{12}\text{C} (p, p') \text{ } ^{12}\text{C}^*$. На рис. 2 показан спектр возбуждения ядра в реакции $^{12}\text{C} (\bar{p}, \bar{p}') \text{ } ^{12}\text{C}^*$ при определенном угле вылета рассеянного антипротона. Отчетливо наблюдаются уровни с энергиями $4,44, 9,64, 15,1 \text{ МэВ}$, два из которых ($9,64 \text{ МэВ}$ и $15,1 \text{ МэВ}$) лежат в сплошном спектре (из-за отсутствия энергетического запрета на развал ядра). Видно, что антипротоны обеспечивают высокую резкость изображения пиков, отвечающих возбуждению ядерных уровней. В «про-

тонном свете» это изображение менее контрастно. Для сравнения дифференциальное сечение в сплошном спектре вблизи 10 МэВ для протонов составляет 0,66 мб/(ср·МэВ) при угле 35° и 0,75 мб/(ср·МэВ) при угле 25°, в то время как для антипротонов эти сечения не превышают 0,1 мб/(ср·МэВ) [1]. Этот факт представляется весьма интересным для ядерной физики, так как указывает на принципиальную

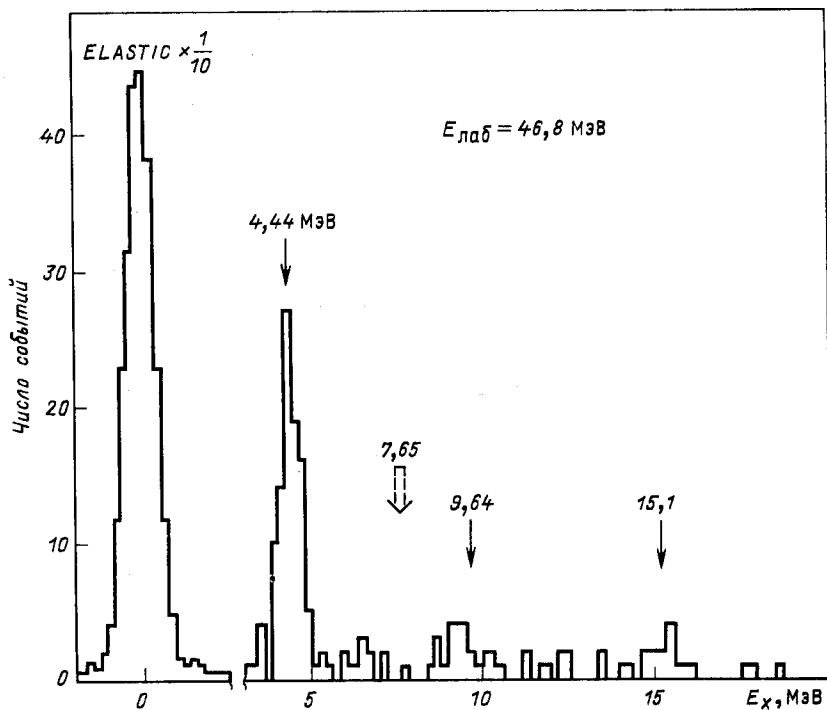


Рис. 2. Энергетический спектр возбуждения конечных состояний в $\bar{p}^{12}\text{C}$ -рассеянии на угле 25° [1]. Отложено число событий как функция энергии возбуждения остаточного ядра ^{12}C . Упругий пик уменьшен в 10 раз

возможность изучения состояний, лежащих в сплошном спектре (таких, например, как гигантские резонансы в тяжелых ядрах) при существенно лучших фоновых условиях.

3. Нахождение из ядерных данных параметров $\bar{p}N$ -амплитуды.

Наиболее неопределенным параметром $\bar{p}N$ -амплитуды является отношение ϵ ее действительной и мнимой частей. Обычно оно находится из весьма трудных опытов по интерференции, вызванной кулоновским и сильным взаимодействиями. Данные различных групп противоречат друг другу (рис. 3.). В ядре из-за многократных перерассеяний антипротона на внутриядерных нуклонах происходит интерференция $\bar{p}N$ -амплитуд, отвечающих рассеянию на различных нуклонах, даже

при отсутствии кулоновского взаимодействия. Сечение в дифракционных минимумах оказывается пропорциональным e^2 [4]. Учет кулоновского взаимодействия антипротона с ядром, весьма существенного при низких энергиях, искажает эту зависимость, но не ослабляет ее. Антипротон-ядерное взаимодействие играет здесь роль третьей стороны и позволяет решить, какое из значений ϵ оказывается истинным. Забегая вперед, отметим, что ядерные данные заставляют предпочесть значение ϵ , полученное на LEAR.

Для надежного извлечения параметров $N\bar{N}$ -амплитуд из ядерных данных нужно быть уверенным в механизме процесса и иметь надеж-

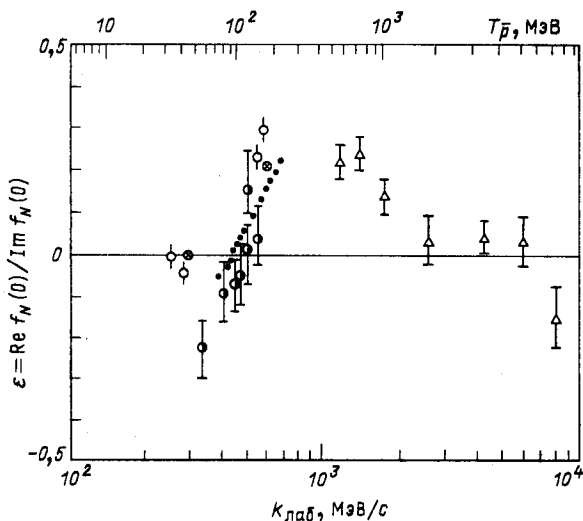


Рис. 3. Отношение ϵ действительной и мнимой частей $p\bar{N}$ -амплитуды: \circ — данные LEAR [24]; \bullet — данные [29]; \bullet — данные [61]; Δ — данные [62]; \otimes — значения ϵ , полученные в [4] из $p\bar{N}$ -ядерных данных

ные данные по свойствам ядра (плотность, переходные формфакторы и т. д.). Поэтому исследование указанных выше трех направлений практически представляет собой единую задачу.

Из сказанного ясны задачи, стоящие перед новой областью исследований, которой, как уже говорилось, является взаимодействие антипротонов с ядрами. В настоящей статье мы обсудим эти задачи и изложим полученные результаты.

В разд. 1 мы подробно обсудим условия применимости приближения Глаубера — Ситенко и явления компенсаций различных поправок к нему. В разд. 2 мы напомним формализм Глаубера — Ситенко для упругого рассеяния и с его помощью проанализируем данные [1] по рассеянию антипротонов на ядрах ^{12}C , ^{40}Ca и ^{208}Pb и данные КЕК и BNL для ^{27}Al и ^{64}Cu . В разд. 3 мы обсудим $p\bar{N}$ -ядерный опти-

ческий потенциал. В разд. 4 анализируется сечение реакции $\sigma_r = \sigma_{\text{tot}} - \sigma_{\text{el}}$. В разд. 5 сначала приводятся формулы для амплитуды рассеяния антипротонов на ядрах с возбуждением уровня конечного ядра. Эти формулы, в которых вся информация о процессе возбуждения уровня содержится в электромагнитном факторе перехода, получаются в приближении однократного неупругого соударения, применяемого при дальнейшем упрощении исходных формул теории Глаубера — Ситенко. Затем расчеты сравниваются с данными LEAR по возбуждению антипротонами уровня 2^+ (4,44 МэВ) ядра ^{12}C . В разд. 6 рассмотрена реакция аннигиляции $\bar{p}d \rightarrow e^+e^-n$, в амплитуде которой также имеются любопытные компенсации, приводящие к нетривиальным экспериментальным следствиям. Изложены также данные LEAR по выходу ядер ^3He в аннигиляции \bar{p} в ^4He . В разд. 7 обсуждаются длины рассеяния антипротонов на ядрах ^{12}C и ^{16}O и сопоставляются с экспериментом вычисляемые через эти длины сдвиги уровней антипротонных атомов. В заключении мы подводим итоги и кратко обсуждаем задачи, стоящие перед теорией и экспериментом.

1. О ПРИМЕНИМОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ ГЛАУБЕРА — СИТЕНКО

В теории Глаубера — Ситенко [2, 3] картина рассеяния частиц на ядрах дается прямой аналогией с оптикой: падающая частица, а точнее, плоская волна, подобно потоку световых лучей проходит через ядро, рассеиваясь на нуклонах ядра и частично поглощаясь ими. Нуклоны считаются неподвижными за время прохождения частицы через ядро, т. е. частица как бы производит мгновенную фотографию ядра. Амплитуда рассеяния получается усреднением по всем положениям рассеивателей (нуклонов). Как уже говорилось, такая картина предполагает одновременное выполнение условий эйкональности и адиабатичности.

а. **Эйкональное приближение.** Условия, при которых справедливо эйкональное приближение, и поправки к нему были выяснены в [9—16, 71]. При малом переданном импульсе $qR \ll 1$ эйкональное приближение справедливо при условии $kR \gg 1$. Другими словами, длина волны падающего пучка $\lambda = 1/k$ должна быть много меньше размера ядра. Если же $qR \gg 1$, то для применимости эйконального приближения требуется выполнение более сильного условия [13]: $kR \gg \frac{1}{8} (qR)^2$. Эти условия выполняются, например, в рассеянии на ядрах протонов с энергией около 1 ГэВ. В этом случае приближение Глаубера — Ситенко хорошо описывает экспериментальные данные [17]. Из рис. 1 (светлые кружки, штриховая кривая) видно, что при энергии около 50 МэВ протон-ядерное рассеяние не описывается теорией Глаубера — Ситенко и вообще не имеет дифракционного характера. Это кажется естественным, поскольку при низкой энергии ни одно из перечисленных выше условий, на первый

взгляд, не выполнено. Энергии 50 МэВ соответствует импульс падающего нуклона порядка 300 МэВ/с, сравнимый с импульсами внутриядерных нуклонов. С другой стороны, как видно из рис. 1, при той же самой энергии рассеяние антипротонов на ^{12}C носит ярко выраженный дифракционный характер и хорошо описывается теорией Глаубера — Ситенко. Этот же вывод следует и из анализа рассеяния антипротонов на ядрах ^{40}Ca и ^{208}Pb при энергиях 48,6 МэВ и около 180 МэВ (см. ниже). Можно предположить, что в данном случае справедливость эйконального приближения обеспечивается чрезвычайно узким конусом вперед в $\bar{p}N$ -рассеянии. Упрощая, можно сказать, что антипротон низкой энергии движется прямолинейно потому, что не может рассеяться в сторону.

Отметим, что появление столь узкого конуса при малых энергиях и его сужение с уменьшением энергии, в свою очередь, обусловлены тем, что даже при самых низких энергиях в $\bar{N}N$ -рассеянии существен вклад нескольких парциальных волн, отвечающих ненулевым орбитальным моментам. Это явление, как показано в [18], не связано с аннигиляционными процессами, а определяется наличием спектра квазиядерных $\bar{N}N$ -состояний, соответствующих ненулевым орбитальным моментам l относительного движения N и \bar{N} (уровни предсказываются практически во всех-спин-изоспиновых состояниях [19]). Именно это и приводит к значительному усилению вклада в $\bar{p}p$ -рассеяние при малых энергиях парциальных волн вплоть до $l = 3$. Полное число парциальных волн (учитывая различные спин-изоспиновые состояния) составляет ≥ 20 . Интерференция между парциальными волнами приводит к резкой направленности вперед в $\bar{p}N$ -рассеянии при низких энергиях.

Угловые распределения в $\bar{p}N$ -рассеянии описывались также в других моделях с помощью построения аннигиляционного потенциала [64—66].

Подчеркнем, что амплитуда $\bar{p}N$ -рассеяния ведет себя резко, как функция переданного импульса. Именно эта зависимость входит в формулы Глаубера — Ситенко. В угловых распределениях эта зависимость смягчается, но все же остается гораздо более острой, чем для pp -рассеяния при тех же энергиях [20].

Острая зависимость $N\bar{N}$ -амплитуды от переданного импульса соответствует ее большому радиусу в координатном представлении. Это увеличивает эффективный радиус ядра в \bar{p} -ядерном взаимодействии по сравнению с взаимодействием нуклона с ядром (в случае ядра ^{12}C — в полтора раза [4]). Ясно, что при длине волны, сравнимой с размером рассеивателя, заметное увеличение размера рассеивателя улучшает условия оптического приближения.

Другая возможная причина, способствующая малости неэйкональных поправок, состоит, согласно работе [71], в сильном поглощении антипротона в ядре.

В приближении Глаубера — Ситенко учитываются диаграммы, в которых налетающая частица может рассеяться на нуклоне ядра не более одного раза, т. е. максимальная кратность рассеяния частицы в ядре есть A . Для дейтрона это диаграмма двукратного рассеяния (рис. 4). Отклонение траектории антинуклона от прямолинейной и движение внутриядерных нуклонов могут приводить к эффектам многократного рассеяния. Для рассеяния на дейтроне соответствующая диаграмма показана на рис. 5. Согласно оценке [12, 21], вклад n -кратного перерассеяния ($n > 2$) по отношению к амплитуде двукратного рассеяния при малых переданных импульсах пропорционален $(\sigma_{el}/\sigma_{tot})^{n-2}$. Для антинуклонов с импульсом 300 МэВ/с

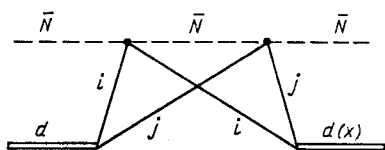


Рис. 4. Диаграмма двукратного рассеяния на дейтроне

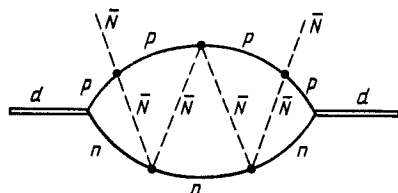


Рис. 5. Диаграмма, отвечающая многократному перерассеянию падающей частицы на нуклонах в дейтроне

$\sigma_{el}/\sigma_{tot} \approx 1/3$, что может приводить к заметной поправке в рассеянии на дейтроне. Тем не менее применение теории Глаубера — Ситенко для $\bar{p}d$ -рассеяния при низких и средних энергиях дало неплохие результаты [22, 23] (в обзорах [23, 63] обсуждаются также и другие аспекты $\bar{p}N$ - и $\bar{p}A$ -взаимодействий).

б. Компенсация неадиабатических и немассовых эффектов. Во введении мы уже отмечали, что теория Глаубера — Ситенко для рассеяния адронов на ядрах в сильной степени опирается на так называемое адиабатическое приближение. Суть этого приближения состоит в том, что рассматривается картина взаимодействия налетающей частицы с совокупностью свободных неподвижных «замороженных» нуклонов, которая затем усредняется по всевозможным взаимным положениям нуклонов с помощью волновых функций начального и конечного ядерных состояний. Обращаясь к оптической аналогии, можно сказать, что мы имеем дело с картиной дифракции рентгеновского излучения на медленно колеблющейся кристаллической решетке.

Удивительным здесь оказался тот факт, что выполненные в адиабатическом приближении расчеты хорошо описывают экспериментальные данные, казалось бы, далеко вне области применимости этого приближения, например, при больших переданных импульсах. Дело обстоит так, как если бы в случае дифракции рентгеновского излучения параметр решетки менялся с частотой, близкой к частоте падающего излучения, а дифракционная картина тем не менее остава-

лась бы устойчивой. Это затягивание области применимости до недавнего времени представлялось непонятным, так как существуют сравнительно большие эффекты, которые в таких схемах не учитываются. Речь идет о следующих явлениях: а) нуклоны в ядре нестатичны, они движутся и претерпевают отдачу в процессе взаимодействия с налетающей частицей, функция распространения которой в результате этого меняется; б) частицы внутри ядра виртуальны, т. е. связь энергии и импульса у них не такая, как у свободных. За счет этого амплитуды элементарных актов должны вычисляться вне массовой поверхности; в) в процессе прохождения налетающей частицы через ядро внутриядерные нуклоны могут перерассеиваться друг на друга, что также существенно меняет физическую картину по сравнению с адиабатической.

В литературе имеется большое число работ, посвященных более или менее точному учету каждого из этих эффектов. Результат оказался малоутешительным: включение каждой из этих поправок по отдельности лишь ухудшало согласие с экспериментом. Напрашивается естественный вывод о том, что успех простой физической картины взаимодействия налетающего адрона со свободными, неподвижными нуклонами связан со взаимной компенсацией поправок от этих эффектов. На первый взгляд такая компенсация выглядит невозможной или, по крайней мере, случайной, вследствие разной физической природы поправок. Однако более пристальное рассмотрение позволяет установить довольно прозрачные физические связи этих эффектов, основанные на соотношении, аналогичном тождеству Уорда в квантовой электродинамике.

Возможные причины компенсации различных неадиабатических и немассовых эффектов были прослежены на наиболее простом примере — упругом рассеянии адронов на дейтроне [8]. С этой целью были рассмотрены фейнмановские диаграммы, соответствующие одно- и двукратному рассеянию налетающего адрона на нуклонах дейтрона. Диаграмма на рис. 4 соответствует глауберовской или «теневого» поправке рассеяния адрона на дейтроне. Диаграммы на рис. 6 описывают такой процесс, когда налетающий адрон рассеивается последовательно на разных (рис. 6, а, индексы i и j отвечают нуклонам) или одном и том же нуклоне в дейтроне (рис. 6, б). Изображенные на рис. 4, 6, 7 фейнмановские диаграммы исчерпывают все возможности для одно- и двукратного рассеяния.

Для сравнения неадиабатических поправок в диаграммах на рис. 6 необходимо, прежде всего, исключить «лишнее» np -рассеяние, выразив амплитуду этого рассеяния через дейтронную вершинную функцию. Это делается с помощью интегрального соотношения, связывающего амплитуду np -рассеяния $t(\mathbf{p}, \mathbf{k}, E)$ вне энергетической поверхности с вершинной функцией $M_d(\mathbf{k})$:

$$\frac{M_d(\mathbf{k})}{\epsilon_d + E} = - \int d^3p \frac{\varphi_d(\mathbf{p}) t(\mathbf{p}, \mathbf{k}, E)}{E - \frac{\mathbf{p}^2}{m} + i0}, \quad (1)$$

здесь $M_d(\mathbf{k}) = \left(\frac{\mathbf{k}^2}{m} + \varepsilon_d\right)\varphi_d(\mathbf{k})$; $\varphi_d(\mathbf{k})$ — волновая функция дейтрона в импульсном пространстве; \mathbf{k} — относительный импульс нуклонов в дейтроне. Соотношение такого типа близко по смыслу к известному тождеству Уорда в квантовой электродинамике. Не выписывая громоздких формул, соответствующих явному виду диаграмм на рис. 4, 6, поясним теперь качественно результат такого сравнения [8]. Обозначим ΔM разность между точным выражением для

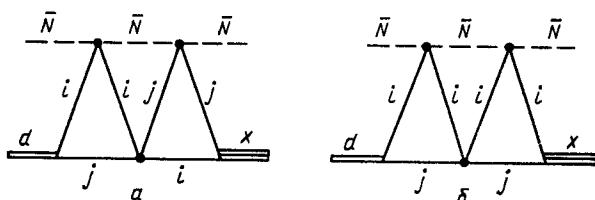


Рис. 6. Диаграммы, описывающие перерассеяние внутриядерных нуклонов друг на друге между актами рассеяния на них налетающего адрона (анти-нуклона):

a — адрон рассеивается на разных нуклонах; *б* — адрон рассеивается на одном и том же нуклоне

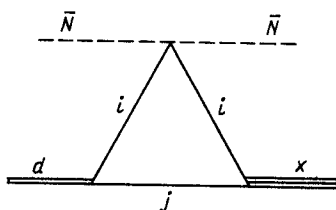


Рис. 7. Диаграмма однократного рассеяния

глауберовской диаграммы (рис. 4) и выражением, полученным в адиабатическом пределе, т. е. считая нуклоны покоящимися. Величина ΔM как раз и отвечает неадиабатической поправке к диаграмме на рис. 4. Сложим ΔM с точным выражением для диаграммы рис. 6, *a*. С помощью соотношения (1) в работе [8] было показано, что их сумма близка к нулю. Таким образом, неадиабатическая поправка к глауберовской диаграмме (рис. 4) сокращается с вкладом диаграммы на рис. 6, *a*, описывающей процесс, в котором между последовательными перерассеяниями адрона на разных нуклонах дейтрона эти нуклоны успевают перерассеяться друг на друге. Точность взаимной компенсации при малых переданных импульсах параметр, характеризующий степень компенсации, становится равным $\frac{1}{8}(qR)^2$, где R — радиус дейтрона.

Рассмотрим теперь оставшиеся диаграммы на рис. 6, *б* и 7. Вследствие того, что нуклон в ядре связан, соответствующие амплитуды

адрон-нуклонного рассеяния находятся вне энергетической поверхности (напомним, что в теории Глаубера — Ситенко всегда входят амплитуды рассеяния на свободном нуклоне). Тем не менее можно показать [8], что амплитуда, отвечающая сумме диаграмм на рис. 6, 6 и 7, близка к амплитуде диаграммы однократного рассеяния (рис. 7), но с элементарной амплитудой, взятой при энергии, отвечающей рассеянию на свободном нуклоне. Аналогичный результат был получен в [67]. Итак, имеет место взаимная компенсация эффекта схода амплитуд адрон-нуклонного рассеяния с энергетической поверхности и явления перерассеяния нуклонов между актами рассеяния адрона на одном и том же нуклоне в дейтроне. Точность компенсации имеет тот же порядок, что и в случае неадиабатических поправок.

Таким образом, рассеяние адрона на дейтроне в приближении одно- и двукратного рассеяния выглядит так, как если бы адрон рассеивался на неподвижном нуклоне и амплитуда рассеяния находилась на энергетической поверхности. Этот результат обобщается как на случай неупругого рассеяния (с развалом дейтрона), так и на случай учета перерассеяний высшей кратности [8].

В случае сложных ядер эйкональные, френелевские и неадиабатические поправки изучались в работе [16] в рамках потенциальной модели. Все эти поправки оказались одного порядка. Было также показано, что если в качестве элементарных амплитуд подставлять не амплитуды, вычисленные в эйкональном приближении, а точные амплитуды, например, извлеченные из экспериментальных данных (что практически и делается), то этим уже учитывается часть поправок, содержащих $1/k$, и поэтому условия применимости подхода Глаубера — Ситенко ослабляются. С другой стороны, в работе [67] было показано, что компенсация между немассовыми эффектами и вкладом перерассеяний может разрушаться при $A \gtrsim 3$.

Детального исследования сокращения различных поправок, аналогичного [8], для рассеяния адронов на сложных ядрах до сих пор проведено не было. Поэтому изложенные выше результаты для адрон-дейтронного рассеяния можно рассматривать лишь как наводящие (хотя и довольно убедительные) соображения в пользу адиабатического приближения в рассеянии медленных антипротонов на сложных ядрах. Более точно о степени компенсации неадиабатических и немассовых эффектов можно сейчас судить лишь на основе сравнения с экспериментальными данными. Подчеркнем еще раз, что рассеяние антипротонов низких энергий на ядрах представляет собой в этом смысле уникальный процесс вследствие независимости выполнения требований эйкональности и условий для рассмотренных выше компенсаций.

2. УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ

В работах Глаубера [2] и Ситенко [3] была получена формула для амплитуды рассеяния адрона на ядре A с переходом ядра из состояния i в состояние f , которая выражает амплитуду через фазы адрон-

нуклонного рассеяния и ядерные волновые функции:

$$F_{ij} = i \frac{k}{2\pi} \int d^2b \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{b}) \int d\tau \varphi_f^*(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A) \times \\ \times \left(1 - \exp\left(2i \sum_1^A \eta_h(\mathbf{b}_h - \mathbf{b})\right) \right) \varphi_i(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A). \quad (2)$$

Здесь $\eta_h(\mathbf{b})$ — фаза рассеяния адрона на k -м нуклоне в представлении прицельного параметра; ψ_i, ψ_f — ядерные волновые функции; τ — координаты нуклонов. Эта формула является исходной для получения приближенных выражений, используемых в численных расчетах как упругого, так и неупругого рассеяния.

Рассматриваемое ниже рассеяние антипротонов низких энергий на ядрах уникально тем, что одновременно с применимостью приближения Глаубера — Ситенко очень важными оказываются кулоновские эффекты, которые существенно влияют на сечение в дифракционных минимумах и при малых углах. В отличие от рассеяния адронов высоких энергий на ядрах, где кулоновские эффекты приводят к малым поправкам, в $\bar{p}A$ -рассеянии в области низких энергий это влияние существенно даже для легких ядер. В рамках подхода Глаубера — Ситенко кулоновские эффекты учитываются добавлением к ядерной фазе рассеяния кулоновской фазы. Предполагается, что волновая функция ядра в (2) факторизуется. Это позволяет перейти от многочастичных ядерных волновых функций к значительно более простой величине — ядерной плотности. После ряда преобразований амплитуда (2) упругого рассеяния на ядре A с учетом кулоновских эффектов может быть представлена в следующей форме [2, 17]:

$$\exp(i\chi_s) F_{el}(q) = F_c(q) + ik \int_0^\infty J_0(qb) \exp(i\chi_0(b)) [1 - \exp(i(\chi_N(b) + \chi_1(b)))] b db, \quad (3)$$

где

$$F_c(q) = -2\xi \frac{k}{q^2} \exp(i\varphi_c); \quad (4)$$

$$\varphi_c = -2\xi \ln\left(\frac{q}{2k}\right) + 2\eta, \quad \eta = \arg \Gamma(1 + i\xi); \quad (5)$$

$$\chi_0(b) = 2\xi \ln(kb); \quad (6)$$

$$\chi_1(b) = 8\pi\xi \int_0^\infty \rho(r) \left\{ \ln \left[\frac{1 + (1 - b^2/r^2)^{1/2}}{b/r} \right] - (1 - b^2/r^2)^{1/2} \right\} r^2 dr, \quad (7)$$

причем кулоновская фаза $\chi_c = \chi_0 + \chi_1$, $J_0(qb)$ — функция Бесселя. Параметр ξ в формулах (3)–(6) есть $\xi = -Z\alpha m/k$, где Z — заряд ядра, $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$. Знак минус в формуле для ξ отвечает случаю кулоновского притяжения. В (3) входит несущественная

фаза экранировки $\chi_s = -2\xi \ln(2kR_s)$. Ядерная фаза χ_N имеет вид [2]:

$$\chi_N(b) = \frac{A}{2\pi k} \int \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{b}) f_N(q) \Phi(q) d^2q, \quad (8)$$

где

$$\Phi(q) = \int \rho(r) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) d^3q, \quad (9)$$

\mathbf{q} — переданный ядру импульс; k — импульс налетающего адрона; $\rho(r)$ — ядерная плотность (нормированная на 1). Мы считаем, что входящая в (7) плотность заряда $\rho(r)$ совпадает с ядерной плотностью. Амплитуда рассеяния на нуклоне есть

$$f_N(q) = \frac{k\sigma(i+\epsilon)}{4\pi} \exp\left(-\frac{1}{2} Bq^2\right). \quad (10)$$

При энергии $T_{\bar{p}} = 46,8$ МэВ мы использовали следующие параметры $\bar{p}N$ -амплитуд [24]: $\sigma_{\bar{p}p} = 240$ мб; $\sigma_{\bar{p}n} = 200$ мб; $\epsilon_{\bar{p}p} = \epsilon_{\bar{p}n} = 0$; $B_{\bar{p}p} = B_{\bar{p}n} = 35,6$ (ГэВ/с) $^{-2} = 1,4$ фм 2 . Значение $\sigma_{\bar{p}n}$ было нами найдено, исходя из $\sigma_{\bar{p}d} = 380$ мб [25] с учетом поправки на экранирование. В формуле (8) были сделаны необходимые изменения, учитывающие различие амплитуд рассеяния на протоне и нейтроне. Они состоят в том, что фаза $\chi_N(b)$ определялась полусуммой выражений (8) с $\bar{p}p$ - и $\bar{p}n$ -амплитудами.

При энергии 180 МэВ параметры $\bar{p}N$ -амплитуд следующие [5, 24]: $\sigma_{\bar{p}p} = 157$ мб; $\sigma_{\bar{p}n} = 136$ мб; $\epsilon_{\bar{p}p} = \epsilon_{\bar{p}n} = 0,2$; $B_{\bar{p}p} = B_{\bar{p}n} = 22,2$ (ГэВ/с) $^2 = 0,86$ фм 2 .

Ядерная плотность при $4 \leq A \leq 16$ параметризуется в виде [26]:

$$\rho(r) = [AR^3\pi^{3/2}]^{-1} \left[4 + \frac{2}{3}(A-4) \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right] e^{-\frac{r^2}{R^2}}, \quad (11)$$

где для ^{12}C $R^2 = 2,50$ фм 2 и для ^{16}O $R^2 = 2,92$ фм 2 [26]. С параметризацией (11) фаза $\chi_N(b)$ вычисляется аналитически. Для более тяжелых ядер плотность дается формулой Вудса — Саксона:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{\tau}\right)}, \quad (12)$$

где $R = r_0 A^{1/3}$; $r_0 = 1,07$ фм; $\tau = 0,545$ фм [27]; $\rho_0 = 7,675 \cdot 10^{-3}$ фм $^{-3}$ для ^{20}Ne ; $\rho_0 = 4 \cdot 10^{-3}$ фм $^{-3}$ для ^{40}Ca и $\rho_0 = 0,8732 \cdot 10^{-3}$ фм $^{-3}$ для ^{208}Pb .

Аналитическое вычисление фазы $\chi_N(b)$ с плотностью (12) невозможно, а численный расчет более громоздок, чем в случае рассеяния адронов высоких энергий, поскольку из-за большого параметра B в (10) амплитуду $f_N(q)$ нельзя вынести из-под знака интеграла в (8). Мы вычислили фазу $\chi_N(b)$ двумя способами.

1. Аппроксимировали плотность (12) формулой

$$\rho(r) = \sum_{n=1}^{12} c_n \exp(-nr^2/r_a^2), \quad (13)$$

с которой фаза $\chi_N(b)$ вычисляется аналитически. Параметры в формуле (13) приведены в [4].

2. С плотностью (12) аналитически был вычислен формфактор (9) $\Phi(\mathbf{q})$ (см. [28]). После подстановки $\Phi(\mathbf{q})$ в (8) фаза $\chi_N(b)$ находилась численно.

Отдача ядра учитывается умножением амплитуды на фактор $\exp(\langle r^2 \rangle q^2/6A)$ [17].

Отметим, что без учета кулоновских эффектов амплитуда упругого рассеяния имеет вид

$$F_{el}(q) = ik \int_0^\infty \Gamma(b) J_0(qb) b db, \quad (14)$$

где

$$\Gamma(b) = 1 - \exp(i\chi_N(b)). \quad (15)$$

Приводимые ниже расчетные сечения очень чувствительны к параметрам $\bar{p}N$ -амплитуды (10), и особенно к отношению действитель

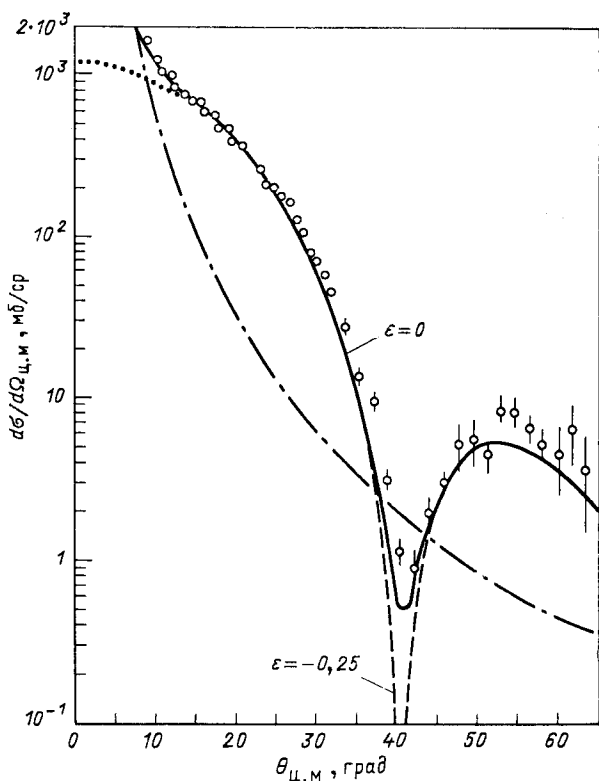


Рис. 8. Дифференциальное сечение упругого рассеяния $\bar{p}^{12}\text{C}$ при энергии 46,8 МэВ:

сплошная кривая соответствует $\epsilon = 0$; пунктирная — $\epsilon = -0,25$; точечная — чисто ядерному рассеянию; штрихпунктирная — кулоновскому рассеянию на точечном заряде Z_e .
 Данные из работы [1], кривые — из [4]

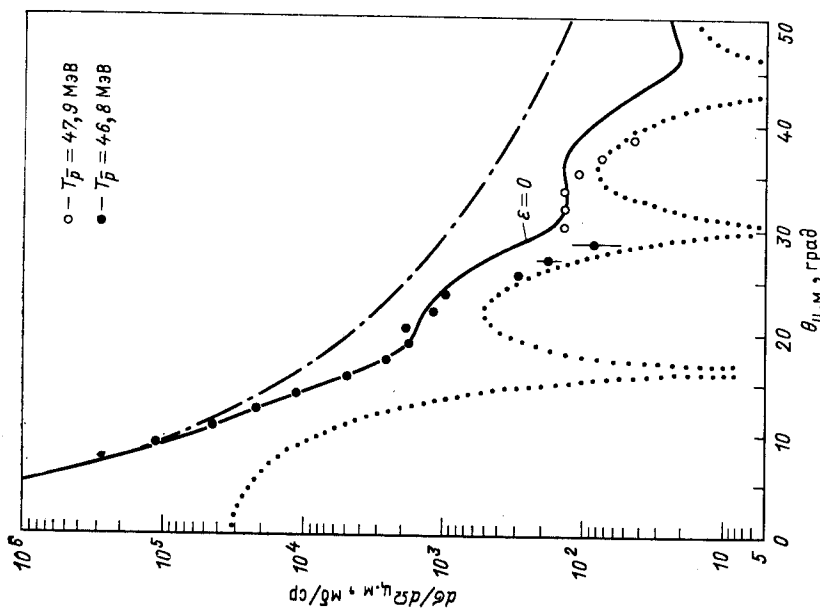


Рис. 10. Дифференциальное сечение упругого рассеяния $n^{46}Pb$. Обозначения те же, что и на рис. 8

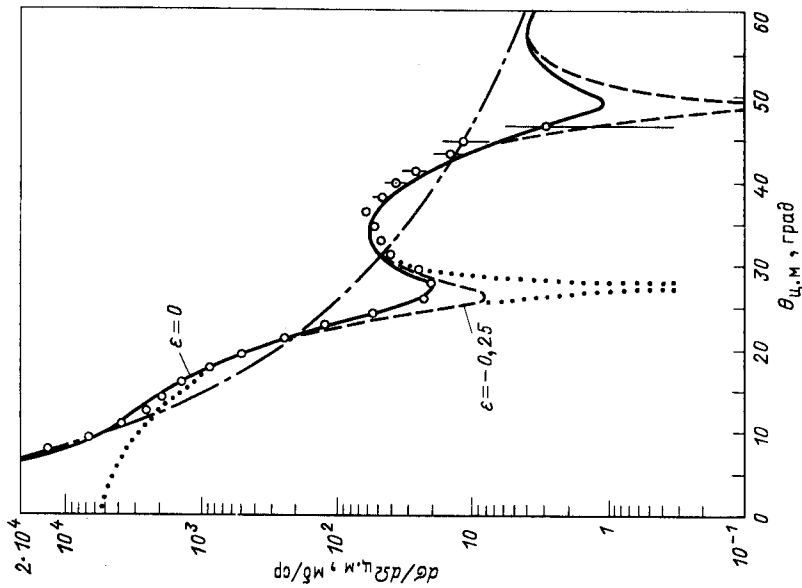


Рис. 9. Дифференциальное сечение упругого рассеяния $n^{40}Ca$ при энергии 46,8 МэВ. Обозначения те же, что и на рис. 8

ной и мнимой частей ϵ . В настоящее время неопределенности в значении ϵ весьма велики, а данные различных групп противоречат друг другу. Это видно из сводки данных, показанной на рис. 3. В наших расчетах мы будем использовать значение ϵ , полученное в эксперименте LEAR, но для сравнения приведем расчеты и со значением ϵ из [29].

На рис. 8—10 показаны сечения упругого рассеяния антипротонов на ядрах ^{12}C , ^{40}Ca и ^{208}Pb при энергиях 46,8 и 47,8 МэВ в сравнении с данными [1]. Сплошные кривые — расчет с учетом кулоновского рассеяния при $\epsilon = 0$ (значение LEAR [24], см. рис. 3). Для иллюстрации величины кулоновского рассеяния штрихпунктирной кривой на рис. 8—10 показано кулоновское сечение рассеяния на точечном заряде [квадрат модуля амплитуды (4)]. Точечной кривой показано сечение при $\epsilon = 0$ без учета кулоновского рассеяния. В минимуме сечения на рис. 8 и во втором минимуме на рис. 9 точечная кривая практически совпадает со штриховой кривой. Штриховыми кривыми показаны сечения при $\epsilon = -0,25$ [29]. Заполнение дифракционных минимумов при $\epsilon = 0$ и их чрезмерное углубление при $\epsilon = -0,25$ происходят за счет кулон-ядерной интерференции, причем сечения весьма чувствительны к значению ϵ (за исключением ядра ^{208}Pb , где преобладающая роль кулоновских эффектов ослабляет чувствительность сечения к ϵ). Высокая чувствительность сечения к ϵ объясняется тем, что в отсутствие кулоновского рассеяния сечение в дифракционных минимумах пропорционально ϵ^2 [4]*. При наличии кулон-ядерной интерференции зависимость сечения в минимумах от ϵ становится более сложной, но по-прежнему остается очень высокой, причем сечение становится чувствительным к знаку ϵ . Этот факт отмечался ранее в [17].

Итак, при значении $\epsilon = 0$ достигается хорошее описание сечений на ядрах ^{12}C , ^{40}Ca и ^{208}Pb при энергии 46,8 МэВ. Значение $\epsilon = -0,25$ исключается экспериментальными данными [1] по рассеянию антипротонов на ядрах.

С другой стороны, существенно, что рассеяние протонов той же энергии на ^{12}C не обнаруживает выраженного дифракционного поведения [1], а расчеты сечения p ^{12}C в рамках модели Глаубера — Ситенко не согласуются с экспериментом (см. рис. 1).

На рис. 11—13 показаны сечения упругого рассеяния антипротонов на ядрах ^{12}C , ^{40}Ca и ^{208}Pb при энергиях 179,7 и 180,3 МэВ в сравнении с данными [1]. При этой энергии сечения остаются весьма чувствительными к ϵ . При $\epsilon = 0,2$, согласующемся с данными LEAR [24] и не противоречащем данным [30], имеется хорошее описание экспериментальных данных по антипротон-ядерным сечениям.

* При пренебрежении кулоновским рассеянием (не оправданным при энергии около 50 МэВ) сечения при $\epsilon = 0$ имеют чрезмерно глубокие минимумы, а при $\epsilon = -0,25$ расчетное сечение \bar{p} ^{12}C случайно совпадает с экспериментальными данными (см. [4]). Без учета кулоновского рассеяния сечения на ^{40}Ca и ^{208}Pb [1] не могут быть описаны ни при каком значении ϵ .

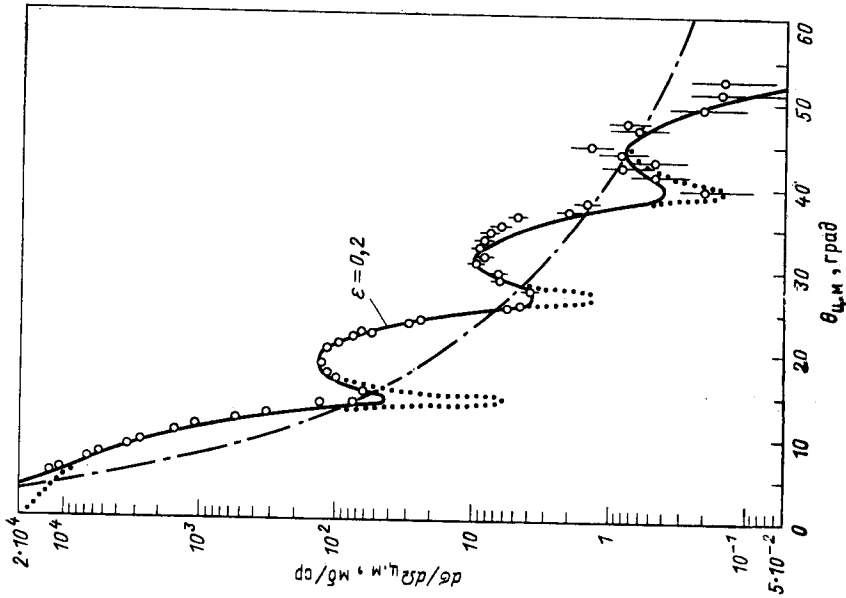


Рис. 12. Дифференциальное сечение упругого рассеяния $\bar{p}^{40}\text{Ca}$ при энергии 179,7 МэВ. Обозначения те же, что и на рис. 8

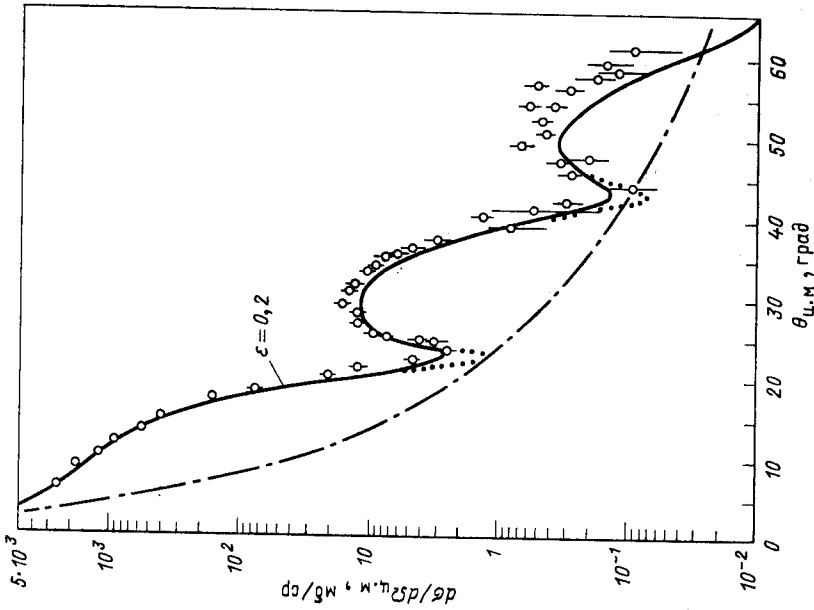


Рис. 11. Дифференциальное сечение упругого рассеяния $\bar{p}^{12}\text{C}$ при энергии 179,7 МэВ ($\epsilon = 0,2$). Обозначения те же, что и на рис. 8

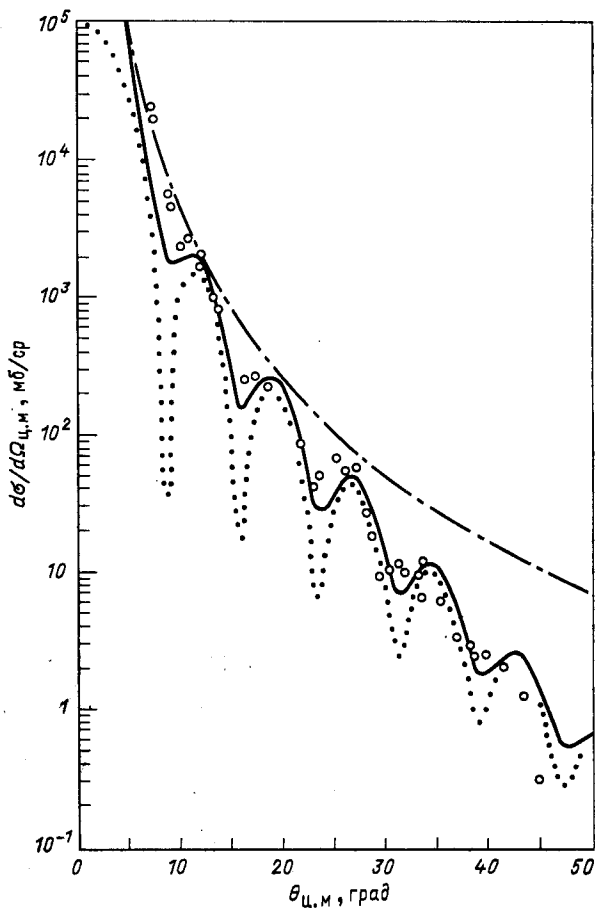


Рис. 13. Дифференциальное сечение упругого рассеяния $\bar{p}^{208}\text{Pb}$ при энергии 180,3 МэВ. Обозначения те же, что и на рис. 8

В работе [28] были вычислены дифференциальные сечения упругого рассеяния антипротонов на ядрах ^{27}Al и ^{64}Cu в интервале импульсов антипротонов 450—900 МэВ/с. Эти сечения показаны на рис. 14 и 15. Они хорошо согласуются с данными КЕК [31] и BNL [32] и также весьма чувствительны в минимумах к значению ϵ .

Следует, однако, отметить, что значения сечений в минимумах могут быть чувствительны не только к ϵ , но и к поправкам к приближению Глаубера — Ситенко, а также, согласно [33], к \bar{pN} -амплитуде с переворотом спина. Поэтому точность, с которой можно извлечь ϵ из ядерных данных, следует выяснять независимым изучением значений указанных поправок. Для выяснения этого вопроса могут ока-

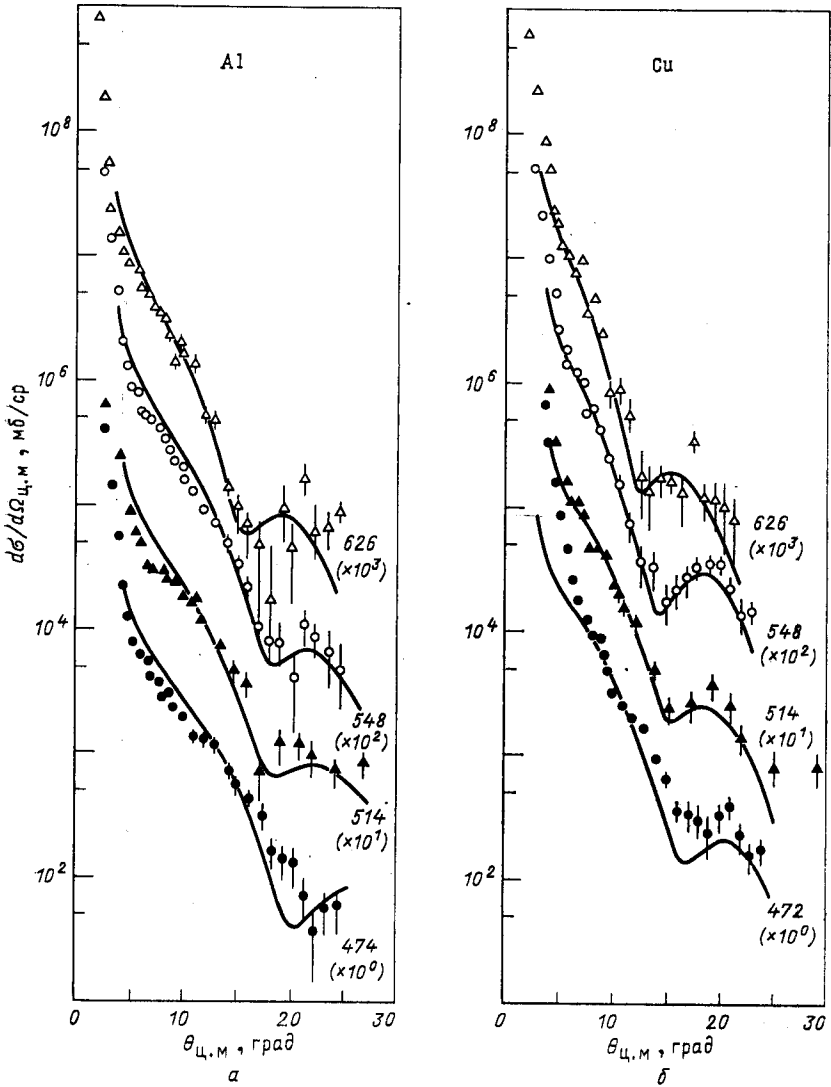


Рис. 14. Дифференциальные сечения упругого рассеяния $\bar{p}^{27}\text{Al}$ и $\bar{p}^{64}\text{Cu}$ при импульсах антипротонов (в МэВ/с), показанных на рисунке. Расчет (сплошные кривые) из [28]. При импульсе 514 МэВ/с данные из [32], при остальных импульсах — из [31]

заться полезными недавно появившиеся данные по поляризации антипротонов в $\bar{p}A$ -рассеянии [34], а также сравнительный анализ сечений рассеяния антипротонов на ядрах ^{16}O и ^{18}O , измеренных в [35].

Таким образом, использование ядерных данных позволяет уменьшить неоднозначность, которая существует сейчас в определении ϵ в области низких энергий. Видно, что включение в рассмотрение анти-

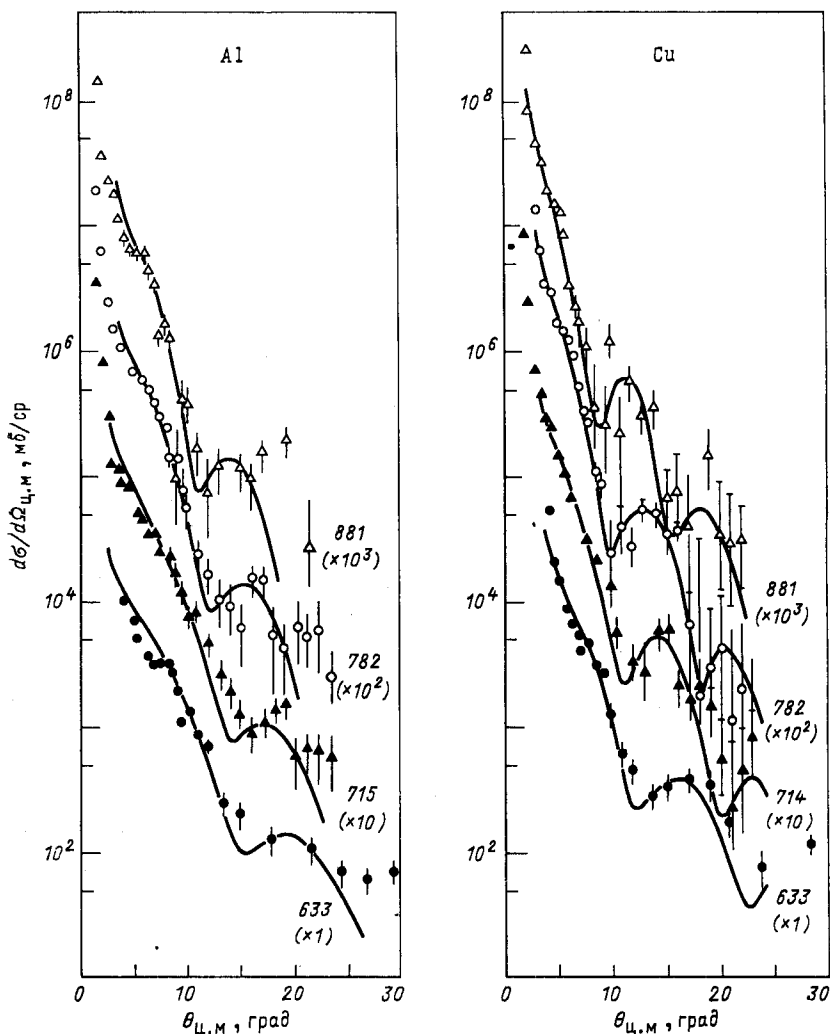


Рис. 15. То же, что на рис. 14. При импульсе 633 МэВ/с данные из [32], при остальных импульсах — из [31]

протон-ядерных данных дает возможность, сделать выбор в пользу данных LEAR.

На рис. 16 показана функция $\Gamma(b)$, определяющая по формуле (14) амплитуду чисто ядерного рассеяния. Она практически совпадает с единицей внутри ядра как в случае рассеяния антинуклонов, так и нуклонов (см. [4]). Это значит, что ядро для этих частиц представляет собой абсолютно черный (в центральной области) шар с размытым краем. По этой причине в выполненном нами расчете сечения

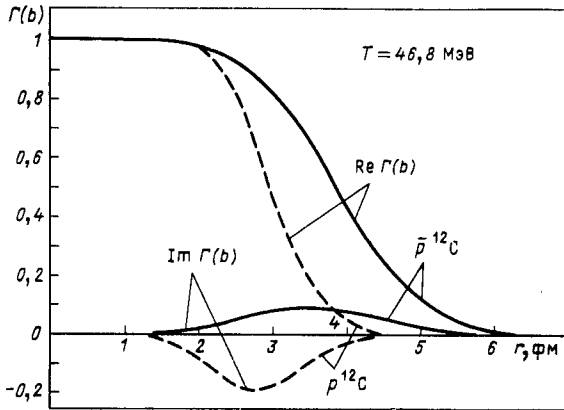


Рис. 16. Функция профиля $\Gamma(b)$ [см. формулу (15)] для рассеяния $\bar{p}^{12}\text{C}$ (сплошные кривые) и $p^{12}\text{C}$ (штриховые кривые)

антипротон-ядерных взаимодействий оказывается несущественной спиновая структура $\bar{p}N$ -амплитуды (10), весьма существенная в $\bar{p}p$ -рассеянии.

Найдем эффективный радиус абсолютно черной сферы R_{ef} . Мы определяем его из условия, чтобы сечение рассеяния на черной сфере радиуса R_{ef}

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k^2 R_{\text{ef}}^2}{q^2} J_1^2(qR_{\text{ef}}) \quad (16)$$

совпало при $\theta = 0$ с квадратом модуля амплитуды (14). Отметим, что для применимости формулы (16), как и приближения Глаубера, требуется, чтобы $kR_{\text{ef}} \gg 1$. Из формул (14) и (16) находим

$$R_{\text{ef}}^2 = 2 \left| \int_0^\infty \Gamma(b) b db \right|. \quad (17)$$

Для $\bar{p}^{12}\text{C}$ получаем $R_{\text{ef}} = 3,96$ фм, что соответствует коэффициенту r_0 в формуле $R = r_0 A^{1/3}$, равному 1,73 фм, по сравнению с принятым значением $r_0 = 1,07$ фм и $R = 1,07 \cdot 12^{1/3} = 2,45$ фм. Для $p^{12}\text{C}$ -рассеяния $R_{\text{ef}} = 3,06$ фм [4].

Отметим также, что модель черной сферы [см. формулу (16)] хорошо воспроизводит сечение рассеяния p на ^{12}C до первого минимума $q \leq 1 \text{ фм}^{-1}$ (см. рис. 1). Превышение расчета над данными при $q > > 1 \text{ фм}^{-1}$ связано с усилением дифракции за счет резкого края.

3. ОПТИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ

Другие имеющиеся в настоящее время подходы к описанию рассеяния антипротонов низких энергий на ядрах направлены на выяснение структуры оптического потенциала \bar{p} -ядро. В одних работах [36—38] этот потенциал выводился микроскопически, в других [39—42] данные [1] были использованы для получения параметров оптического потенциала. Устойчивость параметров таких потенциалов проверялась в ряде работ [1, 39, 40]. Ниже мы сравним потенциалы для энергии антипротонов 46,8 МэВ, полученные Бэти и др. [39] и Гарретой и др. [1], с вычисленным в эйконольном приближении [4], и покажем, что эти потенциалы практически совпадают. Близость вычисленного нами оптического потенциала к феноменологическим потенциалам является дополнительным аргументом в пользу эйконольного приближения, так как отсюда следует, что расчет с оптическим потенциалом в эйконольном приближении дает по существу тот же результат, что и точный расчет с оптическими потенциалами. С другой стороны, точный микроскопический вывод оптического потенциала, чему посвящен ряд работ [36—48], на сегодня представляет собой чрезвычайную трудную задачу. Поэтому не удивительно, что полученные микроскопически с учетом влияния среды на функцию распространения антипротона в ядерной материи оптические потенциалы не дают столь полного беспараметрического описания взаимодействия \bar{p} -ядро при низких энергиях, как дифракционная теория.

Оптический потенциал, отвечающий амплитуде Глаубера — Ситенко, может быть найден из формулы (8). В случае рассеяния на потенциале фаза в эйконольном приближении имеет вид

$$\chi(b) = -\frac{m}{k} \int V(q) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{b}) \frac{d^3q}{(2\pi)^3}, \quad (18)$$

где $V(q)$ — 3-мерный фурье-образ потенциала. Из сравнения (8) и (18) получаем

$$V_N(r) = \frac{2\pi A}{k} \int f_N(q) \Phi(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} \frac{d^3q}{(2\pi)^3}. \quad (19)$$

Подставляя (11) в (9) и затем в (19), находим

$$V_N(r) = -\frac{Ak\sigma(1+\epsilon)}{2\pi^{3/2}m\tilde{R}^3} \left[1 - (1 - 4/A) \frac{R^2}{\tilde{R}^2} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r^2}{\tilde{R}^2} \right) \right] \exp(-r^2/\tilde{R}^2), \quad (20)$$

где $\tilde{R}^2 = R^2 + 2B$.

Кулоновский потенциал имеет вид

$$V_c(r) = -4\pi Ze^2 \left(\frac{1}{r} \int_0^r \rho(r') r'^2 dr' + \int_r^\infty \rho(r') r' dr' \right). \quad (21)$$

На рис. 17 и 18 показаны потенциалы, вычисленные по формулам (20), (21) при энергиях 46,8 и 179,3 МэВ для ядра ^{12}C и потенциалы из работы [1]. Видно, что доминирует $\text{Im } V_N(r)$, причем мнимые части потенциала $V_N(r)$ и оптического потенциала из работы [1] очень близки друг к другу при $r > 1,5 \div 2$ фм. Заметное отличие мнимых частей при $r < 2$ фм ($T_{\bar{p}} = 46,8$ МэВ) и $r < 1,5$ фм ($T_{\bar{p}} = 179,7$ МэВ) совершенно несущественно, так как при $r < 2$ фм функция $\Gamma(b)$ с высокой точностью равна 1 (см. рис. 16), и изменение фазы $\chi_N(b)$ практически не изменяет черноту абсолютно черного ядра в этой области.

Подставляя оптический потенциал (20) вместе с кулоновским потенциалом (21) в уравнение Шредингера, мы должны получить тот же результат для амплитуды, что и в приближении Глаубера — Ситенко (с точностью до поправок к эйкоальному приближению). В то же время значение и знак $\text{Re } V_N(r)$ определяются поведением ϵ для элементарной $\bar{p}N$ -амплитуды, а радиус потенциала связан с параметром наклона в $\bar{p}N$ -рассеянии. Поэтому подход Глаубера — Ситенко кажется нам более привлекательным, поскольку дает ясные и удобные для аналитического анализа формулы для \bar{p} -ядерных амплитуд.

Отметим, что из явного выражения для \bar{p} -ядерного потенциала в эйкоальном приближении видна причина заметного увеличения (в 1,5 раза) радиуса ядра для рассеяния антипротонов. В формуле (20) $R_{\text{ef}}^2 \simeq \tilde{R}^2 + 2B$. В случае антипротонов низких энергий $B \simeq R^2/2$, т. е. параметр наклона конуса B порядка квадрата радиуса ядерной плотности, известной из рассеяния электронов. Это дает $R_{\text{ef}}^2 \simeq 2R^2$, т. е. $R_{\text{ef}} = 1,5 R$.

4. СЕЧЕНИЕ РЕАКЦИИ

Сечение реакции есть разность между полным и упругим сечениями: $\sigma_r = \sigma_{\text{tot}} - \sigma_{\text{el}}$. Полное сечение σ_{tot} выражается с помощью оптической теоремы через амплитуду рассеяния на нулевой угол, а упругое сечение σ_{el} — интегрированием квадрата упругой амплитуды по углам. Как уже подчеркивалось, в амплитуде, особенно при малых углах, доминирует вклад кулоновского рассеяния. Этот вклад, однако, полностью выпадает из разности $\sigma_r = \sigma_{\text{tot}} - \sigma_{\text{el}}$. Это видно из следующей формулы, полученной в [3]:

$$\sigma_r = \int d^2b \int d\tau \left\{ 1 - \exp \left(-4 \text{Im} \sum_1^A \eta_k(\mathbf{b}_k - \mathbf{b}) \right) \right\} |\psi_i(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_A)|^2. \quad (22)$$

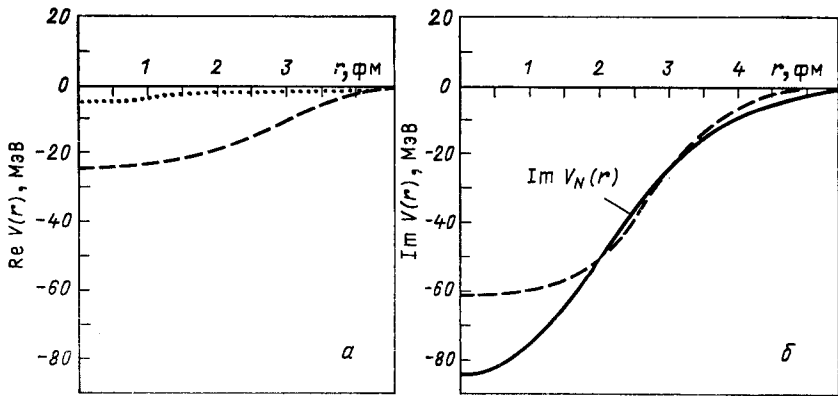


Рис. 17. Оптический потенциал \bar{p} ^{12}C -рассеяния при $T_p = 46,8$ МэВ:

сплошные кривые — вычисленный в [4] теоретический потенциал, отвечающий амплитуде Глаубера — Ситенко [расчет по формуле (20)]; штриховые кривые — феноменологический потенциал из работы [1] (параметризация Вудса — Саксона), точечной кривой обозначен кулоновский потенциал для рассеяния на ядре [формула (21)]. Поскольку $\epsilon = 0$, сплошная кривая на рис. 17, а совпадает с осью абсцисс

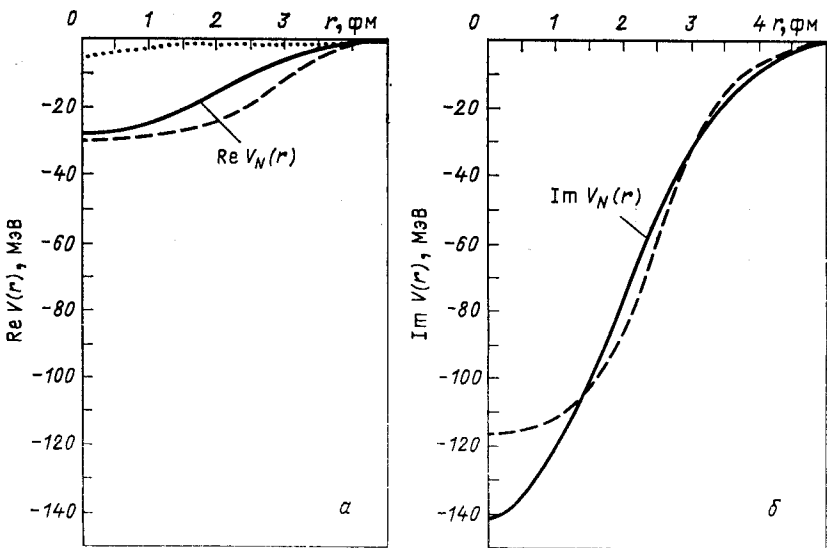


Рис. 18. Оптический потенциал \bar{p} ^{12}C -рассеяния при $T_p = 179,7$ МэВ. Обозначения кривых такие же, как и на рис. 17

Кулоновская фаза, которая добавляется к η_h , действительна, и поэтому не дает вклада в сечение реакции (22). После преобразований сечение реакции приобретает вид

$$\sigma_r = 2\pi \int_0^{\infty} [1 - \exp(-2 \operatorname{Im} \chi_N(b))] b db, \quad (23)$$

где фаза $\chi_N(b)$ дается формулой (8). Отметим два обстоятельства: 1. Было бы ошибкой пытаться получить сечение реакции, исходя из формулы (3) для амплитуды. Эта формула применима при углах $\theta > 1/kR_s$, что с большим запасом достаточно для расчетов упругих сечений, но все же не позволяет применять к амплитуде (3) оптическую теорему. 2. Кулоновское рассеяние не влияет на σ_r только в приближении Глаубера — Ситенко. Вне рамок этого приближения кулоновские эффекты могут сказываться на значении σ_r .

На рис. 19 показано сечение реакции для взаимодействия антипротонов с ядром ^{20}Ne . Видно, что расчетные сечения превышают экспериментальные данные [43] на 10—15%. Возможная причина этого расхождения может состоять в следующем. В расчетах предполагалось, что наклоны B в $\bar{p}p$ -и $\bar{p}n$ -рассеянии одинаковы. Вообще говоря, это не так. По наклону конуса в $\bar{p}n$ -рассеянии нет экспериментальных данных, а с теоретической точки зрения кажется весьма вероятным, что этот наклон меньше, чем в $\bar{p}p$ -рассеянии. Дело в том, что наклон конуса в $\bar{p}p$ -рассеянии определяется вкладом $\bar{p}p$ -резонансов с изоспином, равным 0 и 1, тогда как $\bar{p}n$ -система находится в состоянии только с изоспином 1. Уменьшение наклона конуса в $\bar{p}n$ -рассеянии на 10% привело бы к уменьшению расчетного сечения

реакции и к его совпадению с экспериментальными данными. Отметим, что этот же эффект (уменьшение $B_{\bar{p}n}$ по сравнению с $B_{\bar{p}p}$) привел бы к небольшому смещению минимума дифференциального сечения $\bar{p}A$ -рассеяния в область больших q ($\Delta q/q \sim 5\%$) и уменьшению сечения приблизительно на 10%, что привело бы к лучшему согласию с экспериментом (см. рис. 8—13).

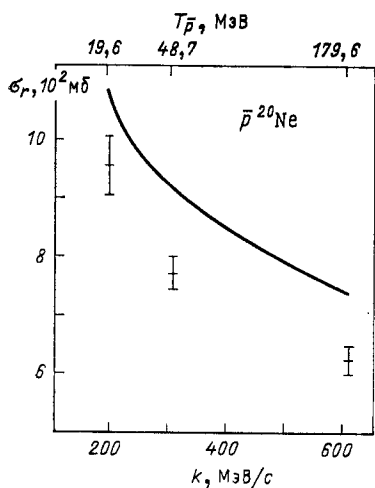


Рис. 19. Сечение реакции для взаимодействия антипротонов с ядром ^{20}Ne . Расчетная кривая из [28], экспериментальные данные из [43]

5. СЕЧЕНИЕ С ВОЗБУЖДЕНИЕМ ЯДЕРНЫХ УРОВНЕЙ

Амплитуда рассеяния с возбуждением ядерного уровня дается формулой (2) при $i \neq f$. Далее используется приближение однократного неупругого соударения (ОНС) [44, 45], в рамках которого предполагается, что возбуждение уровня происходит в результате однократного акта. После преобразований амплитуда неупругого рассеяния с возбуждением ядерного уровня натуральной четности с моментом и проекций M на направление падающего пучка в приближении ОНС выражается через электромагнитный формфактор перехода и амплитуду упругого рассеяния. Кулоновские эффекты в неупругом рассеянии мы учитываем с помощью кулоновской фазы в амплитуде упругого рассеяния, входящей в неупругую амплитуду. Подчеркнем, что в этом приближении (однократный) акт возбуждения уровня осуществляется только за счет сильного взаимодействия налетающего адрона с внутриядерным нуклоном. Выражение для неупругой амплитуды, полученное в [44, 45], после учета кулоновского рассеяния удобно преобразовать к виду

$$e^{i\chi_s} F_{\text{inel}}^M(q) = \int_0^{\infty} G_{JM}(b) J_M(qb) db, \quad (24)$$

где

$$G_{JM}(b) = C_{JM} A f_N(0) \tilde{S}_{JM}(b) b \times \exp[i(\chi_N(b) + \chi_0(b) + \chi_1(b))]; \quad (25)$$

фазы χ_0 , χ_1 , χ_N даются формулами (6) — (8);

$$C_{JM} = (-1)^M \frac{2\pi^{1/2}}{(2J+1)^{1/2}} Y_{JM}^* \left(\frac{\pi}{2}, 0 \right); \quad (26)$$

$$\tilde{S}_{JM}(b) = \int_0^{\infty} S_J(q) e^{-\frac{1}{2}Bq^2} J_M(qb) q dq, \quad (27)$$

а $S_J(q)$ определяет электромагнитный формфактор неупругого перехода и параметризуется в виде

$$S_J(q) = q^J (a_1 + b_1 q^2 + c_1 q^4) e^{-\alpha q^2}, \quad (28)$$

что позволяет вычислить интеграл (27) аналитически (см. [4]). Параметры в (28) известны из данных по неупругому рассеянию электронов. Для возбуждения уровня 2^+ (4,44 МэВ) ядра ^{12}C мы использовали следующие их значения [46]: $a_1 = 0,25$; $b_1 = -0,021$; $c_1 = 0,0004$; $\alpha = 0,54$ [в формуле (28) q , фм $^{-1}$].

На рис. 20 и 21 показаны расчеты неупругих сечений $\bar{p}^{12}\text{C}$ с возбуждением уровня 2^+ (4,44 МэВ) соответственно при энергиях 46,8 и 179, 7 МэВ. Имеется удовлетворительное описание антипротонных данных [1] (сплошные кривые). В случае протонных данных

расчет (штриховая кривая на рис. 20) не согласуется с экспериментом, как и для упругого рассеяния (см. рис. 1).

Некоторое превышение антипротонных данных над расчетом на рис. 20 при $\theta > 35^\circ$ ($q > 0,8 \text{ фм}^{-1}$) может быть связано с несколькими причинами. В частности: а) с неопределенностями в факторе перехода (28); б) с уменьшением точности приближения Глаубера — Ситенко при рассеянии на большие углы; в) с коллективной природой возбуждаемого уровня 2^+ и с неприменимостью в этом случае

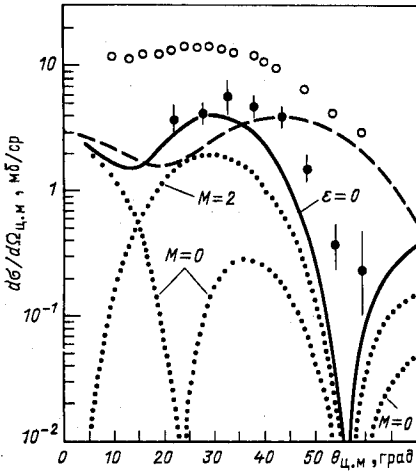


Рис. 20. Дифференциальные сечения неупругого [с возбуждением уровня 2^+ ($4,44 \text{ МэВ}$)] $\bar{p}^{12}\text{C}$ - и $p^{12}\text{C}$ -рассеяния (сплошная и пунктирная кривые соответственно) при энергии $46,8 \text{ МэВ}$: точечные кривые — сечения $d\sigma_0/d\Omega$ и $d\sigma_2/d\Omega$ для $\bar{p}^{12}\text{C}$ -рассеяния с определенной проекцией спина ($M=0, 2$) возбужденного ядра $^{12}\text{C}^*(2^+)$ на ось пучка ($d\sigma/d\Omega = d\sigma_0/d\Omega + 2d\sigma_2/d\Omega$). Экспериментальные данные взяты из [1], кривые — из [4]

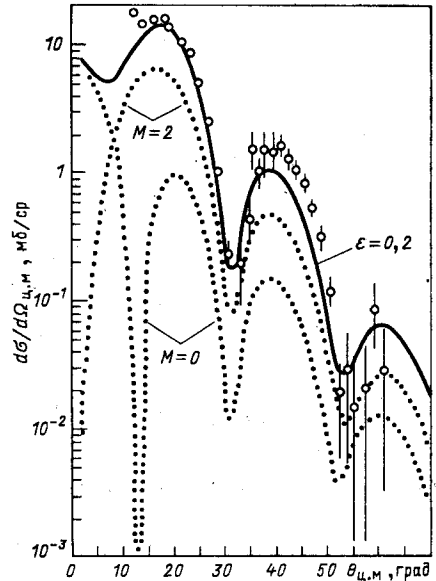


Рис. 21. Дифференциальное сечение неупругого [с возбуждением уровня 2^+ ($4,44 \text{ МэВ}$)] рассеяния $\bar{p}^{12}\text{C}$ при энергии $179,7 \text{ МэВ}$ ($\epsilon = 0,2$). Обозначения те же, что и на рис. 20

приближения ОНС. В связи с возможностью в) отметим, что модель, в которой уровень 2^+ ($4,44 \text{ МэВ}$) является коллективным (вращательным), увеличивает расчетное сечение неупругого рассеяния протонов с энергией 1 ГэВ на ^{12}C (см. [47]) по сравнению с расчетом в оболочечной модели [26] и приводит к лучшему описанию эксперимента. Аналогичное превышение эксперимента над расчетом в рамках ОНС в области правее максимума наблюдалось и в сечении возбуждения уровня ^{16}O ($3^-, 6,13 \text{ МэВ}$) π^+ -мезонами высокой энергии [48]. Это расхождение исчезло в модели, предполагающей уровень

($3^-, 6,13$ МэВ) вращательным, причем расчет [49] выполнялся без приближения ОНС, но в рамках теории Глаубера — Ситенко (рис. 22). В этой связи представляют несомненный интерес аналогичные исследования влияния структуры ядра на взаимодействие антипротонов с ядрами.

Подчеркнем, что амплитуда возбуждения уровня весьма чувствительна к поверхности ядра [44, 45]. Действительно, множитель $e^{i\chi_N} = 1 - \Gamma(b)$ в формуле (25) равен 0 внутри ядра и переходит в

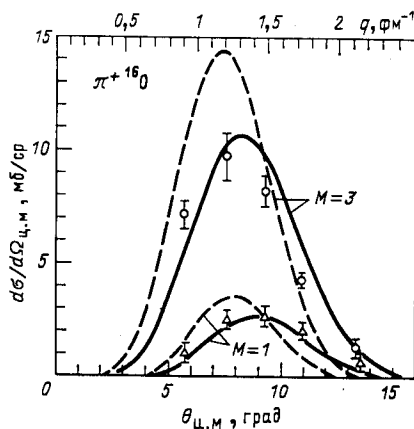


Рис. 22. Дифференциальные сечения возбуждения уровня 3^- ($6,13$ МэВ) ядра ^{16}O пионами с импульсом 2 ГэВ/с, отвечающие проекциям $M = 1$ и $M = 3$ момента ядра $^{16}\text{O}^*$ (3^-) на направление пучка:

сплошные кривые — расчет [49] по формулам Глаубера — Ситенко [2, 3], штриховые — расчет в приближении однократного неупругого соударения. Экспериментальные данные из работы [48]: Δ — $M = 1$, \circ — $M = 3$

1 вне ядра. Функция $\tilde{S}(b)$, напротив, быстро затухает вне ядра. Таким образом, интеграл (24) определяется областью перекрытия вблизи поверхности ядра. Поэтому функция $G_{JM}(b)$, определяющая амплитуду (24), отлична от нуля только в области перекрытия вблизи поверхности ядра.

Отметим, что расчет сечения возбуждения уровня в модели черной сферы с резким краем оказывается очень грубым и занижает результат в 2—3 раза.

Мы приводим также на рис. 20 и 21 предсказания для антипротонных сечений с проекциями M спина возбужденного ядра на ось пучка, равными 0 и 2:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} + 2 \frac{d\sigma_2}{d\Omega},$$

согласно формуле (26) $C_{21} = 0$, следовательно, $d\sigma_1/d\Omega = 0$. Изменение этих сечений, имеющих, как видно из рисунка, весьма сложную угловую зависимость, явилось бы более детальной проверкой теории.

Сечение $d\sigma_M/d\Omega$ можно легко получить из угловых распределений γ -квантов, испускаемых при переходе ядра в основное состояние. Такие эксперименты для ядра ^{16}O на пучке π^+ -мезонов и протонов

высокой энергии были выполнены в [48]. Угловое распределение γ -квантов определяется поляризационной матрицей плотности возбужденного ядра:

$$\rho_{MM'}(q) = F_{\text{inel}}^M(q) F_{\text{inel}}^{M*'}(q) / \sum_M |F_{\text{inel}}^M(q)|^2. \quad (29)$$

Из выражений (24) — (27) следует:

$$\rho_{MM'} = \rho_{-M, -M'}, \rho_{M, -M'} = (-1)^{M'} \rho_{MM'}, \rho_{-MM'} = (-1)^M \rho_{MM'}.$$

Поэтому для уровня с $J = 2$ матрица плотности определяется только тремя независимыми элементами: ρ_{00} , ρ_{22} , ρ_{20} [согласно формуле (26) амплитуда $F_{\text{inel}}^M(q)$ отлична от нуля только для проекций M , имеющих одинаковую четность с J]. Угловое распределение γ -квантов, испускаемых в переходе $J \rightarrow 0$, может быть получено из формулы

$$W(\theta_\gamma, \varphi_\gamma, q) = \sum_{MM'} \rho_{MM'}(q) Y_{JM}^{(\lambda)}(\theta_\gamma, \varphi_\gamma) Y_{JM}^{*(\lambda)}(\theta_\gamma, \varphi_\gamma), \quad (30)$$

где $Y_{JM}^{(\lambda)}(\theta_\gamma, \varphi_\gamma)$ — известные шаровые векторы фотона; θ_γ — угол между направлением падающего пучка и импульсом γ -кванта; φ_γ — угол между плоскостью рассеяния (\vec{p} , \vec{p}') и плоскостью, образованной импульсами падающего пучка и γ -кванта. Явные выражения для угловых распределений γ -квантов, испускаемых при высечивании ядер с $J = 2$ и $J = 3$, приведены в [4].

6. АННИГИЛЯЦИОННЫЕ КАНАЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

До сих пор мы рассматривали лишь такие неупругие реакции, в которых ядро в процессе рассеяния налетающего антипротона переходило в одно из низколежащих возбужденных состояний. Представляют интерес и другие неупругие реакции, в которых антипротон «исчезает» в ядерной материи, аннигилируя с нуклоном ядра. В этом случае в результате реакции образуются не только продукты развала ядра, но и состояния с барионным числом, равным нулю (системы из нескольких π - или K -мезонов, лептонные пары и т. д.). Аннигиляция антипротона в таком процессе происходит не на свободном нуклоне, а на нуклоне, связанном в ядре. Отсюда, казалось бы, появляется возможность получить информацию об амплитуде аннигиляции антипротон-нуклон в кинематической области, недоступной для исследования в реакциях с водородной мишенью. Однако, как мы уже отмечали ранее, в силу специфических компенсаций неадиабатических и немассовых эффектов процесс происходит так, как если бы налетающий антипротон взаимодействовал со свободным нуклоном, т. е. находящимся на массовой поверхности. Это явление, как будет видно, не позволяет из экспериментов с ядерной мишенью извлечь амплитуду аннигиляции в области, недоступной в свободной кинематике, но приводит к довольно любопытным предска-

заниям, касающимся аннигиляции медленных антипротонов в ядрах, которые могут быть проверены экспериментально.

Мы рассмотрим здесь пример, связанный с исследованием амплитуды рождения лептонных пар в аннигиляции медленных антипротонов в дейтерии, т. е. процесс $\bar{p} + d \rightarrow e^+e^- + n_s$ (здесь n_s — нейтрон-«наблюдатель»). Интерес к этой реакции обусловлен, главным образом, тем, что знание амплитуды элементарного процесса $\bar{p} \ll p \gg \rightarrow e^+e^-$ ($\ll p \gg$ — протон, связанный в ядре), фактически,

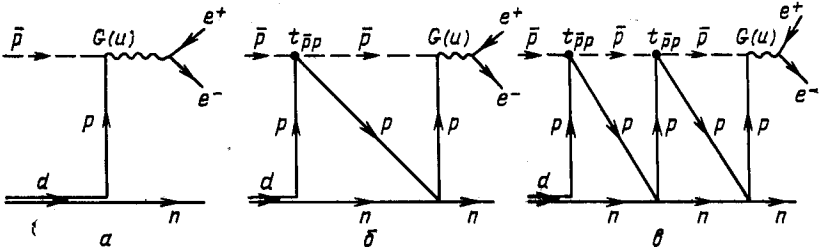


Рис. 23. Диаграммы, описывающие реакцию $\bar{p}d \rightarrow e^+e^-n_s$, когда $\bar{p}n$ -взаимодействием пренебрегается

эквивалентно исследованию электромагнитного формфактора протона в нефизической области, т. е. при $q^2 < 4m^2$, где q — четырехмерный импульс системы e^+e^- , m — масса нуклона.

Амплитуде такого процесса соответствует бесконечный ряд диаграмм на рис. 23, в которых между двумя последовательными $\bar{p} \ll p \gg$ -перерассеяниями протон дейтрона перерассеивается на нейтроне. В простейшую из них — диаграмму импульсного приближения (полюсную диаграмму) входит следующее выражение (амплитуда виртуального процесса $\bar{p}d \rightarrow \gamma^*n$):

$$M_0 = \varphi_d(\mathbf{p}_s) G(u). \tag{31}$$

Здесь $\varphi_d(\mathbf{p}_s)$ — волновая функция дейтрона; \mathbf{p}_s — импульс нейтрона-спектатора; $G(u)$ — амплитуда аннигиляции $\bar{p} \ll p \gg \rightarrow \gamma^*$ при энергии u , т.е. формфактор. Величина u :

$$u = \frac{(\mathbf{k} + \mathbf{p}_s)^2}{4m} - \frac{\mathbf{p}_s^2}{m} - \varepsilon_d = v - \frac{\mathbf{p}_s^2}{m} - \varepsilon_d \tag{32}$$

соответствует $u = \sqrt{q^2} - 2m$, т.е. полной энергии системы e^+e^- за вычетом двух нуклонных масс (k — импульс налетающего антипротона)

$$v = (\mathbf{k} + \mathbf{p}_s)^2/4m, \tag{33}$$

v — кинетическая энергия в системе центра масс свободных p и \bar{p} , ε_d — энергия связи дейтрона.

В работах [8, 50], используя метод суммирования фейнмановских диаграмм с учетом промежуточных перерассеяний, было показано,

что амплитуда перехода $\bar{p}d \rightarrow \gamma^*n$, соответствующая сумме всех диаграмм на рис. 23, будет равна

$$M = M_0 + M_1 + M_2 + \dots = \varphi_d(\mathbf{p}_s) G(v). \quad (34)$$

Сравнение формул (31) и (34) показывает, что добавление к полюсной диаграмме рис. 23, *a* бесконечного ряда диаграмм (две диаграммы из этого ряда показаны на рис. 23, *б* и *в*) приводит к удивительному и весьма нетривиальному результату: сумма всех диаграмм рис. 23 совпадает с полюсной диаграммой рис. 23, *a*, но со сдвинутым по сравнению с (31) аргументом формфактора G . Вместо формфактора $G(u)$, отвечающего аннигиляции $\bar{p}p \rightarrow \gamma^*$ и зависящего от энергии

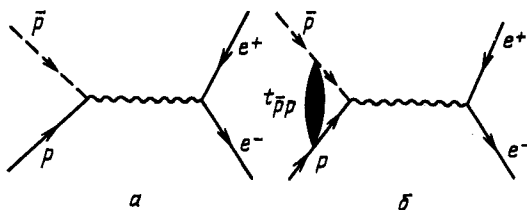


Рис. 24. Диаграммы, описывающие аннигиляцию $\bar{p}p \rightarrow e^+e^-$. $t_{\bar{p}p}$ — амплитуда упругого $\bar{p}p$ -рассеяния, которая входит также и в диаграммы рис. 23

u , способной принимать подпороговые значения, в результат входит этот же формфактор при энергии v , отвечающей аннигиляции на свободном протоне. Учет перерасеяний как бы выталкивает энергию в системе $\bar{p}p$ из-под порога. При выводе формулы (34) существенно использовалось то обстоятельство, что взаимодействие $\bar{p}p$ в начальном состоянии, определяющее амплитуду $\bar{p}p \rightarrow e^+e^-$ и формфактор $\bar{p}p \rightarrow \gamma^*$ (рис. 24), дается той же динамикой, что и $\bar{p}p$ -перерасеяния внутри дейтрона. Амплитуда $t_{\bar{p}p}$ на рис. 24 и 23 — это одна и та же амплитуда.

Порядок поправки к равенству (34) определяется соотношением $\Delta M \sim \varphi_d(p_s) \frac{|G(u) - G(v)|}{8}$ и, как показали модельные расчеты [8], не превышает 30%. Поправки к формуле (34), конечно, могут усложнить формулу (34) и исказить результат, но уже нет никаких оснований полагать, что они приведут к обратной замене аргумента v в формуле (34) аргументом u . Следует заметить, что, как мы видели выше на примере расчетов сечений рассеяния \bar{p} на ядрах в глауберовском приближении, такого сорта компенсации немассовых эффектов практически осуществляются с гораздо большей точностью.

Обсудим теперь физические следствия полученного результата. Из (34) следует, что, несмотря на то, что «кинетическая энергия» сталкивающихся антипротона и протона в с.ц.м. частиц e^+ и e^- , равная $u = \sqrt{q^2} - 2m$, может становиться отрицательной (т. е. мы оказываемся в «нефизической» области значений $q^2 \leq 4m^2$), тем не

менее формфактор, входящий в амплитуду аннигиляции $M(\bar{p} \llbracket p \rrbracket \rightarrow e^+e^-)$, эффективно зависит от энергии v [см. формулу (33)], соответствующей свободным \bar{p} и p . Это явление приводит к своеобразному эффекту «отражения», который возникает, если откладывать график формфактора G как функцию переменной u [см. формулу (32)]. Такая зависимость обычно и изучается, поскольку ошибочно считают, что из сечения реакции $\bar{p}d \rightarrow e^+e^-n$ извлекается формфактор при значении аргумента, равном энергии e^+e^- -пары, т. е. u . Пользуясь формулами (32), (33), можно подобрать кинематику так, что при монотонном убывании переменной u переменная v будет вести себя не монотонно, например, сначала v будет убывать до нуля, а затем возрастать. Известно, что электромагнитный формфактор протона растет при приближении к границе нефизической области, т. е. при $q^2 \rightarrow 4m^2 + 0$ (что соответствует $v \rightarrow +0$). Из-за немонотонного поведения переменной v на опыте будет наблюдаться пик.

Для проверки этого утверждения представляется интересным поставить следующий эксперимент: первоначально отбирать события с $p_s = 0$ и уменьшать импульс налетающего антипротона ($k \rightarrow 0$). Тогда из (33) ясно, что $v \rightarrow 0$, а $G(v)$ растет при приближении к порогу $\bar{p}p$ и при $v = 0$ достигает своего наибольшего значения (это соответствует $u = -\epsilon_d$). Далее необходимо отбирать события с $p_s > 0$ (импульс антипротона при этом должен быть равен $k = 0$). Это приведет к уменьшению u с ростом p_s и к росту $v = p_s^2/4m^2$. Вследствие того, что v с ростом p_s растет, формфактор $G(v)$ падает (мы удаляемся по величине v от «нефизической» области). Таким образом, появляется пик при $u = -\epsilon_d$. При других кинематических условиях этот пик может сместиться или вообще исчезнуть. Действительно, пусть минимальное значение импульса налетающего антипротона $k = k_0$, а нейтроны вылетают под углом 180° к направлению налетающего антипротона в лабораторной системе координат. Тогда значение $v = (k_0 - p_s)^2/4m^2$ при достаточно больших k_0 может не достигать нуля, а будет лишь уменьшаться с ростом p_s . Поэтому значение $G(v)$ будет расти, но точки максимума не достигнет. Сказанное выше иллюстрируется непосредственными расчетами величины G , график которой как функции энергии u показан на рис. 25. Кривая функции G для больших значений $v \geq 0$ (в физической области $q^2 \geq 4m^2$) взята из [51]. На рис. 25 ясно виден пик при $u = -\epsilon_d$. Область значений энергии u ниже порога довольно широка (до 10 МэВ), что делает вполне реальным экспериментальное наблюдение эффекта. Расширение области значений u станет возможным в случае рождения лептонных пар в аннигиляции медленных \bar{p} на ядрах более тяжелых, чем дейтерий, т. е. в процессах типа $\bar{p}A \rightarrow e^+e^- + A$.

Программа физических исследований на *LEAR*, о которой уже говорилось, включает среди первоочередных задач исследование ан-

нигиляции антипротонов в дейтерии с рождением лептонных пар. Это означает, что уже в самое ближайшее время мы получим ответ на обсуждаемые здесь вопросы.

Остановимся еще на одном процессе — взаимодействии \bar{p} с ядрами ${}^4\text{He}$ и ${}^{20}\text{Ne}$. Выполненный на *LEAR* эксперимент [52, 53] включал

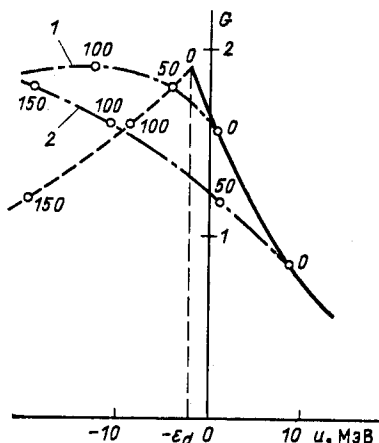


Рис. 25. Поведение формфактора $G(v) = G(u + p_s^2/m + \epsilon_d)$ как функции переменной $u = \sqrt{s} - 2m$, где $\sqrt{s} - 2m$ — эффективная масса e^+e^- -системы:

сплошная кривая отвечает нулевому импульсу нейтрона-спектратора ($p_s = 0$); штриховая кривая аннигиляции остановившихся антипротонов ($k = 0$). [Числа на кривых обозначают соответствующие значения импульса нейтрона-спектратора, МэВ/с; штрихпунктирные кривые 1 и 2 вычислены в кинематике, отвечающей вылету нейтрона на угол 180° по отношению к импульсу начального антипротона в л. с. (импульс антипротона 100 и 200 МэВ/с для кривых 1 и 2 соответственно)] [8]

измерения полных сечений [52], множественность заряженных частиц [52] и представляющее большой интерес для астрофизики (см. работы [68] и обзоры [54, 55]) измерение относительной вероятности выхода ${}^3\text{He}$ в \bar{p} ${}^4\text{He}$ -взаимодействии [53]. Результаты исследования

Таблица относительных выходов ядер ${}^3\text{He}$ в аннигиляции \bar{p} ${}^4\text{He}$

Кинетическая энергия антипротона $T_{\bar{p}}$, МэВ	Сечение образования ядра ${}^3\text{He}$ $\sigma({}^3\text{He})$, мб	Относительный выход ${}^3\text{He}$ $f({}^3\text{He})$
19,6	$93,2 \pm 7,9$	$0,136 \pm 0,012$
48,7	$58,6 \pm 4,0$	$0,118 \pm 0,008$
179,6	$35,7 \pm 2,8$	$0,101 \pm 0,008$

последнего процесса приведены в таблице. Из этих данных впервые была получена оценка количества антивещества в ранней Вселенной, которая оказалась равной [53]:

$$R = n_{\bar{p}}/n_p < (0,7 - 1,4) \cdot 10^{-3}.$$

Большой интерес представляют также новые экспериментальные данные по выходам странных частиц (Λ , $\bar{\Lambda}$, K_s^0) в аннигиляции антипротонов в сложных ядрах [69]. Эти выходы оказались существенно больше (в несколько раз), чем в аннигиляции на протоне (см. обзор [70]).

7. ДЛИНЫ РАССЕЯНИЯ АНТИНУКЛОНОВ НА ЯДРАХ ^{12}C И ^{16}O

Исследование ядерного взаимодействия антипротонов с ядрами при нулевых энергиях непосредственно связано с изучением спектра и свойств антипротонных атомов. Благодаря наличию сильного взаимодействия уровни антипротонных атомов оказываются сдвинутыми и уширенными по сравнению со своими невозмущенными (кулоновскими) значениями. В свою очередь, сдвиг и ширины уровней антипротонного атома (как и любого другого адронного атома) выражаются через парциальные амплитуды рассеяния при нулевой энергии, т. е. через соответствующие длины рассеяния антипротона на ядре.

Экспериментально наблюдаемый сдвиг уровня адронного атома $\Delta E_{n,l}$ связан с соответствующей длиной рассеяния адрона на ядре следующей формулой [56]:

$$\Delta E_{n,l} = E_{n,l}^c \frac{1}{[(2l+1)!!]^2} \frac{4}{n} a_l \frac{1}{r_B^{2l+1}} \prod_{p=1}^l \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (35)$$

где l — орбитальный момент; n — главное квантовое число; r_B — радиус соответствующей боровской орбиты; $E_{n,l}$ — энергия невозмущенного кулоновского уровня; $\Delta E_{n,l} = E_{n,l} - E_{n,l}^c$, где $E_{n,l}$ — экспериментальное значение энергии уровня. Отметим, что «выталкиванию», т. е. уменьшению (по абсолютному значению) энергии связи соответствует при таком определении положительный сдвиг $\Delta E_{n,l}$.

В случае антипротонных атомов углерода и кислорода измеренный рентгеновский спектр (переходы $4f - 3d$) дает возможность определить сдвиг $3d$ -уровней. Согласно экспериментальным данным:

$$E_{3,2} = \begin{cases} (4 \pm 10) \text{ эВ для } ^{12}\text{C} \text{ (данные [57]);} \\ (124 \pm 36) \text{ эВ для } ^{16}\text{O} \text{ (данные [58])}^*. \end{cases} \quad (36)$$

Эти значения сдвигов с помощью формулы (35) прямо выражаются через длины рассеяния a_2 (^{12}C) и a_2 (^{16}O). Используемый в предыдущих разделах метод расчета — приближение Глаубера — Ситенко — не может быть непосредственно применен к описанию рассеяния антипротонов на ядрах при нулевых энергиях, т. е. к нахождению длин рассеяния. В этом можно убедиться, если по формуле (14) найти парциальные амплитуды $f_l(k)$ и формально устремить k нулю: мы получим в этом случае абсурдный результат — неправиль-

* Согласно предварительным данным LEAR [59]: $\Delta E_{3,2} (^{16}\text{O}) = (120 \pm 20) \text{ эВ}$.

ное поведение $f_l(k) \sim k^{2l+1}$ при малых k и равные нулю длины рассеяния во всех парциальных волнах, так как

$$a_l = \lim_{k \rightarrow 0} f_l(k)/k^{2l}. \quad (37)$$

Однако результаты, обсуждаемые в предыдущих разделах, могут быть применимы и в этом случае, если воспользоваться тем, что рассеяние антипротонов низкой энергии на ядрах достаточно хорошо (по крайней мере в пределах первого дифракционного максимума) описывается в модели абсолютно черной поглощающей сферы (см. разд. 2 и рис. 1). С другой стороны, радиус такой сферы может быть точно вычислен с помощью глауберовского приближения [см. формулу (17)]. Если теперь предположить, что радиус поглощающей сферы не меняется при переходе к нулевым энергиям, то задача сведется к вычислению точной амплитуды рассеяния на комплексной потенциальной яме:

$$V(r) = \begin{cases} V_0 - iW_0, & r \leq R_{\text{ef}}; \\ 0, & r > R_{\text{ef}}, \end{cases} \quad (38)$$

где $W_0 > 0$, причем после вычисления a_l W_0 следует устремить к бесконечности. Входящий в (38) радиус R_{ef} для ядра ^{12}C был найден в разд. 2 [$R_{\text{ef}}(^{12}\text{C}) = 3,96$ фм]. Аналогичный радиус для ядра ^{16}O $R_{\text{ef}}(^{16}\text{O}) = 4,31$ фм. Отметим, что после вычисления в потенциале (38) фазы (18) и подстановки ее в (15) при $W_0 \rightarrow \infty$ получается ступенчатая функция $\Gamma(b)$, т. е. воспроизводятся формулы (16), (17). Вычисляя фазу рассеяния в потенциале (38), устремляя W_0 к бесконечности, выражая через фазу амплитуду $f_l(k)$ и подставляя ее в формулу (37), находим [4]:

$$a_l = - \frac{R_{\text{ef}}^{2l+1}}{(2l+1) [(2l-1)!!]^2}. \quad (39)$$

Отметим, что если рассеянию на потенциале (38) отвечает комплексная фаза, то в пределе бесконечно глубокой мнимой ямы мы получаем действительные фазу и длину рассеяния. Аналогичное явление было обнаружено [60] в модели связанных каналов при стремлении константы связи с неупругим каналом к бесконечности. Для $l = 2$ получаем: $a_2 = - \frac{1}{45} R_{\text{ef}}^5$. Отсюда, используя значение R_{ef} , вычисляем следующие значения d -волновых длин рассеяния:

$$a_2(^{12}\text{C}) = - 21,7 \text{ фм}^5, \quad a_2(^{16}\text{O}) = - 33,2 \text{ фм}^5. \quad (40)$$

Подстановка вычисленных длин рассеяния в формулу (35) приводит к следующим значениям сдвигов уровней:

$$E_{3,2} = \begin{cases} 6,3 \text{ эВ для } ^{12}\text{C}; \\ 81,3 \text{ эВ для } ^{16}\text{O}. \end{cases} \quad (41)$$

Эти значения находятся в хорошем согласии с приводимыми выше [см (36)] экспериментальными данными по сдвигам уровней.

Подчеркнем, что длина рассеяния (39) при $l = 2$ очень чувствительна к R_{ef} , которая, как уже отмечалось ранее, заметно превышает (более чем в 1,5 раза) радиус ядра и растет с уменьшением энергии (из-за увеличения параметра наклона B). Близость экспериментальных значений сдвигов уровней (36) с теоретическими значениями (41), в которые входит R_{ef} , относящийся к энергии 46,8 МэВ, можно интерпретировать как указание на то, что R_{ef} достигает насыщения при энергии порядка 50 МэВ и практически перестает расти с дальнейшим уменьшением энергии. Физический смысл этого явления прозрачен. При энергии порядка 50 МэВ относительный импульс \bar{p} и « N » достигает значения порядка внутриядерных импульсов и остается таким при дальнейшем уменьшении импульса пучка. Поэтому, даже если параметр наклона B в рассеянии на покоящемся нуклоне продолжает расти с уменьшением $T_{\bar{p}}$, это не скажется в рассеянии на ядре.

Таким образом, мы видим, что и при нахождении длин рассеяния и сдвигов уровней приближение Глаубера — Ситенко дает определенные преимущества по сравнению с феноменологическими оптическими потенциалами [39, 40], обычно используемыми для совместного описания данных по рассеянию при малых энергиях и сдвигов уровней антипротонных атомов. Знание механизма рассеяния антипротонов позволяет без свободных параметров вычислить эффективный радиус ядра, который выражается через параметры элементарной амплитуды и ядерную плотность. Затем уже вне рамок приближения Глаубера — Ситенко этот радиус можно использовать для вычисления сдвигов уровней антипротонных атомов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования взаимодействия антипротонов с ядрами на *LEAR* только начались и еще не развернулись в полном объеме. Несмотря на это, уже получен ряд важных экспериментальных результатов, позволяющих сделать следующие выводы.

1. Механизм упругого и неупругого (с возбуждением ядерных уровней) рассеяния антипротонов на ядрах (в отличие от рассеяния других адронов) дается теорией многократного рассеяния Глаубера — Ситенко вплоть до энергий антипротонов $T_{\bar{p}} \simeq 50$ МэВ.

2. Эффективный радиус ядра во взаимодействии антипротонов с ядром заметно больше (для ^{12}C — в 1,5 раза), чем в рассеянии электронов.

3. Сечения антипротон-ядерных реакций в дифракционных минимумах крайне чувствительны к отношению ϵ действительной и мнимой частей $\bar{p}N$ -амплитуды. Этот факт можно использовать для определения ϵ из ядерных данных. Антипротон-ядерные сечения могут оказаться полезными для определения и других параметров $\bar{p}N$ -амплитуды.

4. Сдвиги уровней антипротонных атомов $\bar{p}^{12}\text{C}$ и $\bar{p}^{16}\text{O}$ описываются с помощью длин рассеяния, вычисленных при эффективном радиусе R_{ef} , относящемся к энергии порядка 50 МэВ. Это показывает, что эффективный радиус перестает расти с уменьшением энергии при $T_{\bar{p}} < 50$ МэВ.

5. В \bar{p} ^4He -взаимодействии ядро ^3He образуется приблизительно в 10% случаев. Это число накладывает ограничение на долю антипротонов в ранней Вселенной по отношению к числу протонов (меньше чем 10^{-3}).

Эти результаты ставят новые вопросы перед теорией и экспериментом.

Среди теоретических проблем — определение причин и истинных пределов применимости приближения Глаубера — Ситенко в рассеянии антипротонов на ядрах со стороны малых энергий и больших углов. Подчеркнем, что в [4] нами был установлен только факт применимости приближения Глаубера—Ситенко, а не его причины. Конечно, когда имеется совпадение теории с экспериментом без исчерпывающих теоретических оснований для такого совпадения, то первый вопрос, на который следует ответить, заключается в том, не является ли это совпадение случайностью. Такая случайность, по нашему мнению, практически исключена выполненным в работах [4, 28] совместным анализом данных на ядрах ^{12}C , ^{20}Ne , ^{27}Al , ^{40}Ca , ^{64}Cu , ^{208}Pb при различных энергиях. Теперь особенно важно теоретически выяснить вклад поправок к механизму Глаубера — Ситенко в дифракционных минимумах, чтобы знать, в какой мере за заполнение минимумов ответственны эти поправки, а в какой — отношение действительной и мнимой частей элементарной амплитуды. Удивительным фактом является поразительная компенсация различных по своей физической природе эффектов: поправок на неадиабатичность движения нуклонов в ядре и сход элементарных амплитуд с массовой поверхностью. В принципе, такая компенсация возможна, но точность, с которой она реализуется в рассеянии медленных антипротонов, намного превосходит теоретические ожидания.

Среди экспериментальных проблем — измерение антипротон-ядерных сечений (желательно при $T_{\bar{p}} < 50$ МэВ), особенно детальное и точное в области дифракционных минимумов. Весьма информативными могут оказаться поляризационные эксперименты. Для более детального исследования механизма взаимодействия антипротонов с ядрами представляет интерес уточнение параметров $\bar{p}N$ -амплитуды (в частности, отношение действительной и мнимой частей и параметр наклона) в прямых экспериментах по $\bar{p}N$ -рассеению.

Требуются более точные измерения сечений рассеяния электронов на ядрах с возбуждением ядерных уровней с целью нахождения форм-факторов перехода, необходимых для расчетов неупругих антипротон-ядерных сечений.

Первые эксперименты на *LEAR* показали, что взаимодействие антипротонов низких энергий с ядрами представляет собой живую, быстро развивающуюся область исследований, обещающую новые и неожиданные результаты.

Авторы благодарны И. С. Шапиро за полезные и стимулирующие обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Garreta D., Birien P., Bruge G. e. a. // Phys. Lett. B. 1984. Vol. 135. P. 266—270; Vol. 139. P. 464; Vol. 149. P. 64—68.
2. Glauber R. G. // Lectures in theoretical physics. Vol. 1. /Ed. by W. E. Brittin, L. G. Dunham. N. Y.: Interscience, 1959. P. 315—414.
3. Ситенко А. Г. // Укр. физ. журн. 1959. Т. 4. С. 152—174; Теория ядерных реакций. М.: Энергоатомиздат, 1983.
4. Далькаров О. Д., Карманов В. А. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. С. 288—292; 1985. Т. 41. С. 47—50; ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 1122—1133; Phys. Lett. B. 1984. Vol. 147. P. 4—4; Nucl. Phys. A. 1985. Vol. 445. P. 579—599; Lebedev Physical Inst. Preprints N 77, 1984; N 55, 1985; N 75, 1985.
5. $\bar{N}N$ and $\bar{N}D$ Interactions — A Compilation. LBI-58. Berkley, 1972.
6. Kerman A. K., McManus M., Thaler R. M. // Ann. Phys. 1959. Vol. 8. P. 551—582.
7. Dakhno L. D., Nikolaev N. N. // Nucl. Phys. A. 1985. Vol. 436. P. 653—687.
8. Dalkarov O. D., Kolybasov V. M., Ksenzov V. G. // Nucl. Phys. A. 1983. Vol. 397. P. 498—518.
9. Osborn T. A. // Ann. of Phys. 1970. Vol. 58. P. 417—453.
10. Gottfried K. // Ann. of Phys. 1971. Vol. 66. P. 868—883.
11. Fäldt G. // Nucl. Phys. B. 1972. Vol. 46. P. 460—466.
12. Маринов М. С. Когерентное взаимодействие частиц высоких энергий с ядрами. М.: Изд. МИФИ, 1972.
13. Кольбасов В. М., Кондратюк Л. А. // ЯФ. 1973. Т. 18. С. 316—326; Phys. Lett. B. 1972. Vol. 39. P. 439—442.
14. Кондратюк Л. А. // Взаимодействие частиц высокой энергии с ядрами и новые ядерноподобные системы. М.: Атомиздат, 1972. С. 5—14.
15. Wallace S. Y. // Ann. of Phys. 1973. Vol. 78. P. 190—257.
16. Манаенков С. И. // ЯФ. 1978. Т. 27. С. 352—361.
17. Alkhasov G. D., Belostotsky S. L., Vorobyov A. A. // Phys. Repts. 1978. Vol. 42C. P. 89—144.
18. Dalkarov O. D., Myhrer F. // Nuovo cimento A. 1977. Vol. 40. P. 152—162.
19. Shapiro I. S. // Phys. Repts. 1978. Vol. 35C. P. 129—185.
20. Brückner W., Döbbling H., Güttner F. e. a. // Phys. Lett. B. 1986. Vol. 166. P. 113—188.
21. Pumplín Y. // Phys. Rev. 1968. Vol. 173. P. 1651—1659.
22. Кондратюк Л. А., Шматиков М. Ж., Бидзарри Р. // ЯФ. 1981. Т. 33. С. 795—801.
23. Кондратюк Л. А., Сапожников М. Г. // Материалы XX зимней школы ЛИЯФ, 1985. С. 298—309.
24. Brückner D., Döbbling H., Güttner F. e. a. // Phys. Lett. B. 1985. Vol. 158. P. 180—185.
25. Tripp R. D. // Proc. of the 5-th European Symposium on Nucleon-Antinucleon interactions, Bressanone (Italy), 23—28 June 1980. P. 519—544.
26. Bassel R. H., Wilkin C. // Phys. Rev. 1968. Vol. 174. P. 1179—1199.
27. Hofstadter R. // Ann. Rev. Nucl. Sci. 1957. Vol. 7. P. 231—273.
28. Далькаров О. Д., Карманов В. А., Трухов А. В. // ЯФ. 1987. Т. 45. С. 688—695.
29. Cresti M., Peruzzo L., Sartori G. // Phys. Lett. B. 1983. Vol. 132. P. 209—213.

30. Ashford V., Sainio M. E., Sakitt M. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 518—521.
31. Nakamura N., Chiba Y., Fujii T. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. P. 731—734.
32. Ashford V., Sainio M. E., Sakitt M. e. a. // Phys. Rev. C. 1984. Vol. 30. P. 1080—1083.
33. Alberi G., Birsa R., Bradamante F. e. a. // Phys. of the 5-th European Symposium on Nucleon-Antinucleon interactions, Bressanone (Italy), 23—28 June 1980. P. 51—54.
34. Kaseno M., Haigatsu R., Kawano K. e. a. // Phys. Lett. B. 1976. Vol. 61. P. 203—206.
35. Bruge G., Chaumeaux A., Biren P. e. a. // Phys. Lett. B. 1986. Vol. 169. P. 14—16.
36. Niskanen J. A., Green A. M. // Nucl. Phys. A. 1983. Vol. 404. P. 495—508.
37. Suzuki T. // Nucl. Phys. A. 1985. Vol. 444. P. 659—677.
38. Von Geramb H. V., Rikus L. // Proc. of the Tenth International Conf. "Particles and Nuclei", Heidelberg, July 30—August 3, 1984. Part G9. P. 10—12.
39. Batty C. J., Friedman E., Lichtenstadt J. // Phys. Lett. B. 1984. Vol. 142. P. 241—244.
40. Kubo K. I., Toki H., Igarashi M. // Nucl. Phys. A. 1985. Vol. 435. P. 708—726.
41. Batty C. J., Friedman E., Lichtenstadt J. // Nucl. Phys. A. 1985. Vol. 436. P. 621—638.
42. Lichtenstadt J., Yavin A. I., Janoulin S. e. a. // Phys. Rev. C. 1985. Vol. 32. P. 1096—1098.
43. Balestra F., Bossolasco S., Bussa M. P. e. a. // Nucl. Phys. A. 1986. Vol. 452. P. 573—590.
44. Балашов В. В. // Материалы 8-й зимней школы ЛИЯФ. Ч. 2. Л., 1973. С. 255—281. Mileev V. N., Mischenko T. V. // Phys. Lett. B. 1973. Vol. 47. P. 197—199.
45. Кондратюк Л. А., Симонов Ю. А. // Письма в ЖЭТФ. 1973. Т. 17. С. 619—621; Элементарные частицы. Вторая школа физики ИТЭФ. М.: Атомиздат, 1975. Вып. 1. С. 72—89.
46. Bouten M., van Leuven P. // Ann. Phys. 1967. Vol. 43. P. 421—427.
47. Антонов А. Н., Инопин Е. В. // ЯФ. 1972. Т. 16. с. 74—80.
48. Кирпичников И. В., Кузнецов В. А., Левинтов И. И., Старостин А. С. // ЯФ. 1985. Т. 41, С. 21—30; Препринты ИТЭФ-96, М., 1979; ИТЭФ-96, М., 1984; Кирпичников И. В., Кузнецов В. А., Старостин А. С. // ЯФ. 1984. Т. 40. С. 1377—1381; 1985. Т. 41. С. 18—20; Препринты ИТЭФ-119, М., 1981; ИТЭФ-94, М., 1984.; ИТЭФ-95, М., 1984.
49. Карманов В. А. // ЯФ. 1982. Т. 35. С. 848—861.
50. Далькаров О. Д., Ксензов В. Г. // ЯФ. 1980. Т. 32. С. 1439—1453.
51. Далькаров О. Д. // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 28. С. 183—187.
52. Balestra F., Batusov Yu. A., Bendiscioli G. e. a. // Proceedings of the VII Eur. Symp. Antiproton interactions, Durham, 1984. P. 251—258; Nucl. Phys. 1986. Vol. A452. P. 573—590; Phys. Lett. 1985. Vol. B165. P. 265—269.
53. Батусов Ю. А. и др. // Краткие сообщения ОИЯИ № 6-85, Дубна, 1985. С. 11—26.
54. Хлопов М. Ю. // Природа. 1985. Т. 5. С. 20—29.
55. Сапожников М. Г. // Природа. 1985. Т. 6. С. 70—81.
56. Lambert E. // Helv. Phys. Acta. 1969. Vol. 42. P. 667—673.
57. Robertson P., King T., Kunselman R. e. a. // Phys. Rev. C. 1977. Vol. 16. P. 1945—1962.
58. Poth H., Backenstoss G., Bergström T. e. a. // Nucl. Phys. A. 1978. Vol. 294. P. 435—449.
59. Poth H., Blüm P., Büche G. e. a. Preprint CERN-EP/85-75, 1985.
60. Kerbikov B. O., Ksenzov V. G., Kudryavtsev A. S. e. a. Preprint ИТЭФ-61. М., 1978.

61. Iwasaki H., Aihara H. Chiba J. e. a.//Phys. Lett. B. 1981. Vol. 103. P. 247—250; Nucl. Phys. A. 1985. Vol. 433. P. 580—604.
62. Kaseno H., Hamatsu R., Kowano K. e. a.//Phys. Lett. B. 1976. Vol. 61. P. 203—206; 1977. Vol. 68. P. 487.
63. Green A. M., Niskanen J. A. Preprint Univ. of Helsinki, No-HU-TFT-85-60, 1985.
64. Dover C., Richard J. M.//Phys. Rev. 1980. Vol. C21. P. 1466—1471.
65. Green A. M., Niskanen J. A.//Nucl. Phys. 1984. Vol. A430. P. 605—635.
66. Maruyama M., Ueda T.//Progr. Theoret. Phys. 1985. Vol. 74. P. 526—541.
67. Eisenberg J. M.//Ann. Phys. 1972. Vol. 71. P. 542—555.
68. Chechetkin V. M., Khlopov M. Yu., Sapozhnikov M. G.//Rev. Nuovo cimento. 1982. Vol. 5. N 5; Falomkin I. V., Pontecorvo G. B., Sapozhnikov M. G. e. a.//Nuovo cimento. 1984. Vol. A79. P. 193—204; Batusov Y. A., Falomkin I. V., Pontecorvo G. B. e. a.//Lett. Nuovo cimento. 1984. Vol. 41. P. 223—226; Ellis Y., Nanopoulos D. V., Sarkar S. e. a.//Nucl. Phys. 1985. Vol. B259. P. 175—188.
69. Miyano K., Noguchi Y., Fukawa M. e. a.//Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. P. 1725—1727.
70. Piragino G. Preprint CERN-EP/86-75, 1986.
71. Заварзина В. П., Сергеев В. А. Припринт ИЯИ АН СССР, П-0505, Москва, 1986, с. 1—20.