

УДК 539.143+539.17.01

ТРАДИЦИОННАЯ ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА КАК ТЕСТ ЯДЕРНОЙ ЭКЗОТИКИ

Э. Е. Саперштейн

Институт Атомной энергии им. И. В. Курчатова, Москва

В. Е. Стародубский

Ленинградский институт ядерной физики АН СССР, Ленинград

Обзор посвящен проверке экзотических гипотез о свойствах нуклона в ядерной среде в явлениях традиционной ядерной физики. Подробно рассмотрена гипотеза разбухания нуклона, предложенная для объяснения эффекта EMC. Анализируются следствия этой гипотезы для зарядовых плотностей, сечений рассеяния быстрых электронов и протонов на ядрах. Рассмотрены также аномалия Нолена — Шиффера, кулоновское правило сумм для неупругого рассеяния электронов, y -скейлинг и некоторые другие ядерные процессы. Оказывается, что из анализа многих рассмотренных явлений можно оценить допустимый масштаб ядерной экзотики. Так, из рассмотрения прецизионных данных по упругому рассеянию электронов с энергией 500—700 МэВ с использованием распределений плотностей, вычисленных на основе самосогласованной теории конечных ферми-систем, получено ограничение на величину разбухания нуклона масштаба $\alpha = \delta r_N / r_N \lesssim 10\%$. Аналогичный анализ для протонов с энергией 0,8—1,0 ГэВ с использованием теории Глаубера дает $\alpha \lesssim 6\%$. Еще более жесткое ограничение $\alpha \lesssim 3\%$ следует из данных по y -скейлингу в ^{56}Fe .

The review examines possibilities of testing of some exotic hypotheses concerning properties of a nucleon inside nuclear medium by means of conventional nuclear physics. The hypothesis of nucleon swelling suggested as one of the explanations of the EMC effect is discussed in detail. We analyse consequences of this idea for charge densities and cross sections for elastic scattering of electrons and protons by nuclei at intermediate energies. The other phenomena: the Nolen — Schiffer anomaly, the Coulomb sum rule for inclusive electron scattering, the y -scaling, hadron total cross sections are also considered from this point of view. It is turned out that the analysis of most of these processes enables one to obtain limitations on the magnitude of the exotic component in nuclei. From the analysis of high precision data for elastic electron scattering at 500—700 MeV with nucleon density distributions calculated within the framework of the selfconsistent theory of finite Fermi-systems we obtain an upper limit on the magnitude of possible increase of a nucleon size $\alpha = \delta r_N / r_N \lesssim 10\%$. Further, the analysis of proton scattering at 0.8—1.0 GeV with the help of the Glauber theory a limit $\alpha \lesssim 6\%$ was obtained. Finally, y -scaling for ^{56}Fe yields even harder restriction $\alpha \lesssim 3\%$.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время общепризнано, что квантовая хромодинамика (КХД) кварков и глюонов является точной теорией сильных взаимодействий. В этом смысле кварковые и глюонные степени свободы определяют структуру атомных ядер. Однако практически в рамках

КХД возможно последовательно описывать только жесткие процессы, связанные с взаимодействием частиц на малых относительных расстояниях $r \leq 1/M$, где M — характерная адронная масса. Описание явлений на больших расстояниях тесно связано с нерешенной проблемой конфайнмента (невыветание цветных объектов) и встречает пока непреодолимые технические трудности. В частности, нерешенной остается проблема описания свойств нуклона в терминах кварков и глюонов в рамках КХД. В свете этого надеяться на построение теории ядра, исходя из первых принципов КХД, в обозримом будущем не приходится. По этой причине при описании ядер перспективнее выглядят более простые приближенные подходы, мотивированные КХД в сочетании с микроскопическими теориями традиционного типа, оперирующими нуклонными и мезонными степенями свободы.

Важнейшим для современной теории ядра является вопрос о том, насколько удачно выбраны эти степени свободы. В какой мере оправдано описывать ядра в терминах нуклонов, мезонов и Δ -изобар? Должны ли в волновой функции ядра присутствовать со значительным весом мультикварковые конфигурации ($6q$, $9q$ и т. д.)? В какой мере свойства нуклонов в ядре отличаются от свойств свободных нуклонов?

Ответ на эти вопросы существенно затруднен невозможностью нахождения точного решения задачи многих тел. Такое решение существует только в случае самых легких ядер. Для средних и тяжелых ядер с наибольшим успехом применяются микроскопические подходы с феноменологическими взаимодействиями. К их числу относятся метод Хартри — Фока (ХФ) с эффективными силами и самосогласованная теория конечных ферми-систем (ТКФС), называемая здесь также квазичастичным лагранжевым методом (КЛМ). В этих подходах вместо нуклонов вводятся квазичастицы, отвечающие возбуждениям системы вблизи ферми-поверхности. Взаимодействие между квазичастицами имеет малый радиус и характеризуется несколькими параметрами, определяемыми из опыта.

Существует значительный круг ядерных процессов, в которых структура ядра представлена в основном одночастичным распределением плотности. В этих случаях квазичастичное описание позволяет сделать заключение о свойствах самих частиц — нуклонов. Такая возможность основана на известных теоремах Хоенберга — Кона [1] и Кона — Шэма [2] о равенстве плотностей частиц и квазичастиц. Эти теоремы выведены в рамках теории многих тел и носят общий характер.

Если теперь вернуться к кварковым и глюонным степеням свободы в ядрах, то их прямое и явное проявление следовало бы ожидать в некоторых специальных условиях, таких, например, как жесткие взаимодействия при высоких энергиях. Поиски «ядерной экзотики» в такого рода процессах вызывают в последние годы повышенный интерес. Хорошо известным примером такого рода является открытый

в 1983 г. эффект ЕМС [3]. Он заключается в заметном различии структурных функций свободного и связанного в ядре нуклонов.

Этот эффект породил множество объяснений, большинство из которых апеллирует к ядерной экзотике. Так, было сделано предположение о значительной примеси мультикварковых конфигураций, была высказана гипотеза разбухания нуклона в ядерной среде и т.п. Эта гипотеза [4] возникла естественным образом как качественное объяснение наблюдаемого в эффекте ЕМС смягчения распределения кварков по импульсам внутри нуклонов ядра. Разбухание нуклона (т.е. увеличение радиуса конфайнмента, определяющего область, в которой движутся кварки) можно связать с вероятностью перекрытия волновых функций нуклонов на малых расстояниях [4]. Возможны, однако, и другие механизмы эффекта разбухания [5].

В дальнейшем мы увидим, что существует возможность проверки экзотических моделей и гипотез в ядерной физике низких энергий при использовании прецизионных экспериментальных данных и современных методов теории ядра.

Авторы работ [6—8] были, по-видимому, первыми, кто осознал важность теста экзотических моделей нуклона в различных низкоэнергетических ядерных процессах. К сожалению, они во многих случаях использовали результаты не самых совершенных ядерно-структурных расчетов. Как будет показано ниже, это привело к результатам, противоречащим тем, которые следуют из более корректного анализа.

В данном обзоре будут рассмотрены различные явления традиционной ядерной физики, в которых мог бы проявиться эффект разбухания нуклона в ядре. К их числу относятся: продольная и поперечная функции отклика в инклюзивном квазиупругом электрон-ядерном рассеянии (e, e'); γ -скейлинг в (e, e')-реакции при высоких энергиях, детали зарядовых плотностей ядер (^{208}Pb , разность плотностей $^{206}\text{Pb} - ^{205}\text{Tl}$); упругое рассеяние электронов и протонов промежуточных энергий на ядрах; полные сечения реакций взаимодействия адронов высокой энергии с ядрами; аномалия Полене — Шиффера в разности масс зеркальных ядер. Будет продемонстрировано, что упругое рассеяние электронов и протонов на ядрах является весьма чувствительным и эффективным средством изучения обсуждаемого эффекта разбухания. Оно позволяет установить довольно жесткие ограничения сверху на возможное увеличение радиуса нуклона в ядерном веществе.

1. ИНКЛЮЗИВНОЕ (e, e')-РАССЕЯНИЕ

Функции отклика. Изучение функций отклика ядер в инклюзивном неупругом рассеянии электронов имеет давнюю историю [9]. Как известно, неупругое рассеяние неполяризованных электронов на ядрах характеризуется двумя независимыми структурными функциями отклика: продольной $R_L(|\mathbf{q}|, \omega)$ и поперечной

$R_T(|\mathbf{q}|, \omega)$ (\mathbf{q} — переданный ядру импульс, ω — переданная энергия). Дважды дифференциальное сечение $\frac{d^2\sigma}{d\Omega_2 dE_2}$ выражается через R_L и R_T следующим образом:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_2 dE_2} = \sigma_M \left[\left(\frac{q^2}{|\mathbf{q}|^2} \right)^2 R_L(|\mathbf{q}|, \omega) + \left(\frac{1}{2} \frac{q^2}{|\mathbf{q}|^2} + \text{tg}^2 \frac{\Theta}{2} \right) R_T(|\mathbf{q}|, \omega) \right], \quad (1)$$

где

$$\sigma_M = \frac{\tilde{\alpha}^2}{4E_1^2} \frac{\cos^2(\Theta/2)}{\sin^4(\Theta/2)}, \quad q^2 = \omega^2 - \mathbf{q}^2, \quad \omega = E_1 - E_2,$$

$\tilde{\alpha} = 1/137$, Θ — угол рассеяния; E_1 и E_2 — начальная и конечная энергии электронов.

Функции R_L и R_T выражаются через мнимые части скалярной (спин $S = 0$) и спиновой ($S = 1$) компонент протонного поляриза- ционного оператора $\Pi^p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega)$:

$$R_{L, T}(|\mathbf{q}|, \omega) = -\frac{2}{\pi} \text{Im} \int d^3r_1 d^3r_2 e^{i\mathbf{q}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} \Pi_{S=0, 1}^p(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega). \quad (2)$$

Поляризационный оператор Π_p определяется суммой двух диаграмм, изображенных на рис. 1, где первая диаграмма описывает отклик системы невзаимодействующих частиц, а вторая учитывает нуклонные корреляции (Γ_{pp} — полная амплитуда взаимодействия двух протонов).

Наряду с функциями отклика изучают следующие интегралы:

$$S_{L, T}(|\mathbf{q}|) = \int_0^\infty d\omega R_{L, T}(|\mathbf{q}|, \omega). \quad (3)$$

Величина S_L особенно интересна, поскольку для нее имеется точное асимптотическое кулоновское правило сумм:

$$S_L(|\mathbf{q}|) \xrightarrow{|\mathbf{q}| \rightarrow \infty} Z (\tilde{G}_E^p(|\mathbf{q}|))^2. \quad (4)$$

Здесь Z — заряд ядра; $\tilde{G}_E^p(|\mathbf{q}|)$ — электрический формфактор протона, включающий релятивистскую поправку Дарвина — Фолди:

$$\tilde{G}_E^p(|\mathbf{q}|) = G_E^p(q) / (\sqrt{1 + |\mathbf{q}|^2/4m^2}), \quad (5)$$

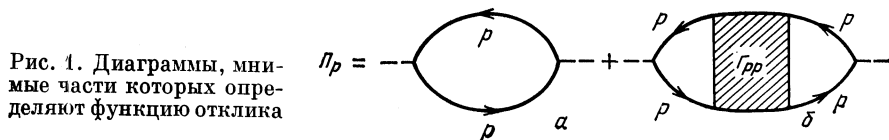
где $G_E^p(q)$ — собственный протонный формфактор; m — масса протона.

Выражение, совпадающее с правой частью (4), возникает из мнимой части диаграммы на рис. 1, а при условии $|\mathbf{q}| > 2 p_F$ (p_F — импульс Ферми). Корреляционный вклад, изображенный диаграммой

на рис. 1, б, должен убывать при $|\mathbf{q}| \rightarrow \infty$ значительно быстрее, чем правая часть (4) [10].

Экспериментальные данные, в которых продольный и поперечный отклики разделены, существуют лишь для нескольких ядер при $|\mathbf{q}| \lesssim 500 \div 600$ МэВ/с [9]. При этом асимптотическое правило сумм (4) превышает соответствующие экспериментальные значения примерно на 20—40%. Известно, что неучтенный здесь вклад обменных токов в S_L значительно меньше, чем это значение.

В [6, 11, 12] было предложено интерпретировать возникшее расхождение как свидетельство в пользу модификации протонного форм-



фактора в среде. При этом вопрос о роли корреляций не анализировался. Для описания данных потребовалось увеличение радиуса протона примерно на 20—30% в ^{12}C .

В [7] модифицированный нуклонный формфактор рассчитывался в рамках одного из вариантов солитонной модели. В этой модели кварки в нуклоне удерживаются неким нелинейным скалярным полем χ . Влияние других нуклонов на волновую функцию кварка учитывалось в приближении среднего поля Хартри, образованного скалярным мезоном σ (притяжение) и векторным мезоном ω (отталкивание). Скалярное поле уменьшает массу кварка, что ведет к увеличению его кинетической энергии. С этим связано возрастание внутреннего давления внутри солитона и увеличение его радиуса. Последний зависит от плотности ядерного вещества $\rho(r)$.

В [6] рассчитывались функции R_L и R_T для ядер ^{12}C , ^{40}Ca и ^{56}Fe , где по условиям эксперимента [9] $|\mathbf{q}| \simeq 400 \div 600$ МэВ/с. Диаграмма рис. 1, а вычислялась в модели ферми-газа и в релятивистской одночастичной модели. Релятивистские волновые функции были: плоские волны для состояний непрерывного спектра и решения уравнения Дирака в потенциальном поле для связанных состояний. Оказалось, что при использовании свободного нуклонного формфактора в продольной функции отклика R_L имеется существенное превышение над экспериментом, в среднем на фактор 2 (рис. 2). При этом в поперечной функции отклика R_T наблюдается неплохое описание данных вплоть до квазиупругого максимума (рис. 3).

При использовании нуклонного формфактора, модифицированного ядерной средой [6], возникает существенное подавление функций R_L и R_T . Оно заметно улучшает согласие с данными в продольном отклике и в то же время ухудшает его в поперечном. Это есть прямое следствие более резкого убывания формфактора протона с ростом q^2 в случае возрастания радиуса протона. Как видно, ситуация доволь-

но неопределенная, и все же авторы [6] сделали вывод об обнаружении эффекта разбухания нуклона в ядрах из данных по (e, e') -реакции.

В [13] был проведен более детальный анализ продольного отклика в ^{12}C , ^{40}Ca и ^{56}Fe с учетом нуклонных корреляций в приближении случайных фаз (ПСФ). Эффект конечности ядра учитывался в приб-

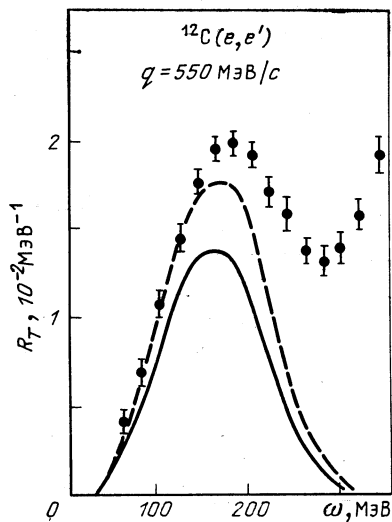
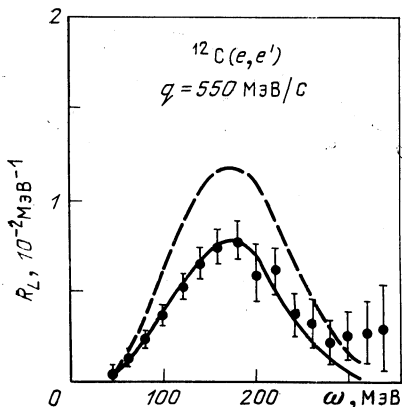


Рис. 2. Зависимость продольной функции отклика $R_L(q, \omega)$ для реакции $^{12}\text{C}(e, e')$ от переданной энергии ω :

пунктирная линия — расчет со свободным нуклонным формфактором; сплошная — с формфактором, модифицированным средой [6]

Рис. 3. То же, что на рис. 2, для поперечной функции отклика

лижению локальной плотности. В этом случае выражение (2) приобретает вид:

$$R_L(q, \omega) = -\frac{2}{\pi} \int d^3r d^3R e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \text{Im} \Pi^p(\mathbf{r}, \mathbf{R}, \omega); \quad (6)$$

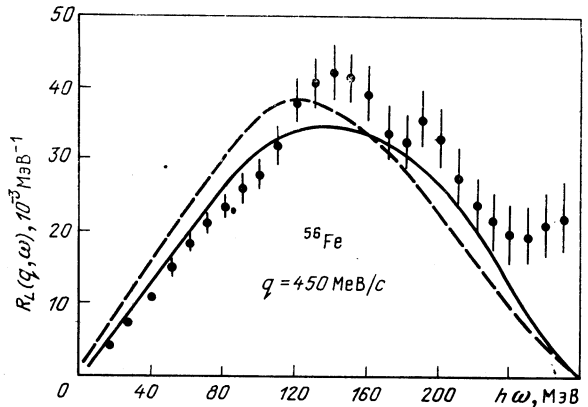
$$R_L(q, \omega) = -\frac{2}{\pi} \int d^3R \text{Im} \Pi^p(q, p_F(R), \omega), \quad (7)$$

где $p_F(R)$ — локальный импульс Ферми. В рамках ПСФ для ядер с $N=Z$ $R_L(q, \omega)$ имеет вид [13]:

$$R_L(q, \omega) = -4 \text{Im} \int_0^{R_0} R^2 dR \Pi^0 \left[\frac{1}{1-F^+(q, \omega) \Pi^0} + \frac{1}{1-F^-(q, \omega) \Pi^0} \right], \quad (8)$$

где $\Pi^0 = \Pi^0(q, p_F(R), \omega)$ — поляризационный оператор невзаимодействующего ферми-газа; R_0 — классическая точка поворота, а

Рис. 4. Эффект корреляций в продольной функции отклика для (e, e') -реакции на ^{56}Fe [13]: сплошная линия — корреляции включены; штриховая — без корреляций



$F^\pm := F^{nn} \pm F^{np}$ — амплитуды эффективного взаимодействия нуклонов в среде в канале частица — дырка. Зависимость $F^\pm(q, \omega)$ от ω не учитывалась, а зависимость от q выбиралась в следующем виде:

$$F^\pm(q^2) = \Lambda^\pm(q^2) \frac{2\pi^2 \hbar^2}{p_F(R) m^*(R)} f^\pm(R); \quad (9)$$

$$\Lambda^\pm(q^2) = \left(\frac{\mu_\pm^2}{q^2 + \mu_\pm^2} \right)^{p_\pm}, \quad (10)$$

где $m^*(R)$ — зависящая от координаты эффективная масса нуклона, а μ_\pm и p_\pm — параметры, выбираемые для каждого ядра отдельно ($\mu_\pm \simeq 400 \div 500$ МэВ/с, $p_+ \simeq 2 \div 3$, $p_- \simeq 1$) [13].

Величина $f^+(R)$ находилась из известного соотношения [14], связывающего эту величину с модулем сжимаемости ядерной материи K с учетом зависимости амплитуды от плотности. Для нахождения $f^-(R)$ использовалась связь этой величины с коэффициентом энергии симметрии [14].

Выполненные в рамках описанной схемы расчеты приводят к сравнительно небольшому вкладу корреляций масштаба — 10% (рис. 4). Поэтому для согласования с экспериментом потребовалось увеличить зарядовый радиус протона на 13% в ^{12}C , на 23% в ^{40}Ca и на 21% в ^{56}Fe [13]. Эти числа выбраны из условия наилучшего согласия с кулоновским правилом сумм (рис. 5).

Следует отметить, что выбор q^2 -зависимости амплитуды F^+ в форме (10) существенно отличается от вида этой зависимости в КЛМ [15] и в методе ХФ с силами Скирма [16]. В этих подходах $F^+(q^2)$ имеет вид: $F^+(q^2) = a + bq^2$. Коэффициент b однозначно связан с поверхностной энергией ядра [15]. Поскольку $b > 0$, $F^+(q^2)$ быстро растет с ростом q^2 . В противоположность этому $F^+(q^2)$ в форме (9) быстро убывает, что ведет к занижению корреляционного вклада при больших q^2 . Вызывает также определенное опасение использование приближения локальной плотности в случае легких и средних ядер.

Более реалистический расчет продольной функции отклика R_L в ^{12}C с использованием волновых функций конечных ядер был выпол-

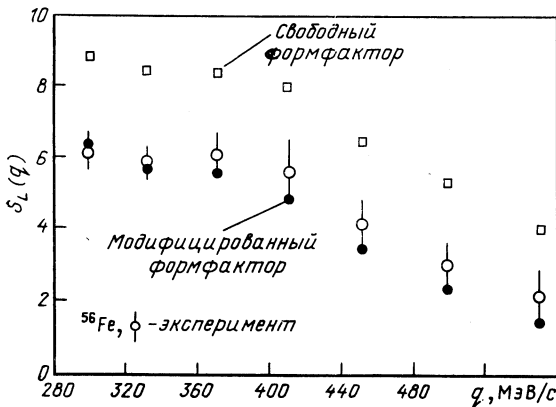


Рис. 5. Проинтегрированная по энергии продольная функция отклика в сравнении с кулоновским правилом сумм [13]

нен в первой из работ [17]. В качестве эффективного нуклонного взаимодействия использовалась G -матрица, построенная для одного из вариантов боннского NN -потенциала. Наряду с обычными конфигурациями $1p - 1h$, включаемыми в приближении случайной фазы, учитывались также состояния типа $2p - 2h$. Проведенный авторами анализ показал, что используемый базис достаточно полон для описания отклика ядра при переданных импульсах $q \lesssim 300$ МэВ/с. В этой области им удалось добиться весьма хорошего согласия с правилом сумм при использовании формфактора свободного протона. Для больших q теоретическое правило сумм остается значительно больше экспериментального. По мнению авторов, это результат недостаточной полноты используемого базиса.

В последнее время появилось несколько работ, в которых исследовалось влияние короткодействующих корреляций в ядерной материи на кулоновское правило сумм [17]. Показано, что при использовании реалистического нуклон-нуклонного взаимодействия удается почти полностью воспроизвести наблюдаемое на опыте его подавление. Отметим также последнюю из работ [7], в которой в рамках модели Валечки рассчитывалась релятивистская функция отклика. В ней также получена близкая к эксперименту степень подавления (несколько больше, чем в ^{12}C , и несколько меньше, чем в ^{40}Ca).

Следует отметить, что существует и чисто экспериментальное свидетельство против введения модифицированного протонного формфактора для описания кулоновского правила сумм. Если бы изменение протонного радиуса было ответственно за расхождение с этим правилом сумм, то согласно (4) значения $S_L(q)$ для ядер с одинаковым Z должны бы быть очень близки. Эксперимент [9] же, выполненный на изотопах ^{48}Ca и ^{40}Ca , дал: $S_L(^{48}\text{Ca})/S_L(^{40}\text{Ca}) = 1,20 \pm 0,04$ при $q \simeq 500$ МэВ/с. Отличие этого отношения от единицы довольно близко к значению расхождения теории с экспериментом в случае одного ядра (см. рис. 5).

Отметим также, что для легчайших ядер ^3He и ^4He существуют строгие соотношения, связывающие $S_L(q)$ с упругим формфактором ядра [18]. В случае ^3He сравнение с экспериментом показывает, что соответствующее соотношение выполняется в пределах эксперимента-

льных погрешностей ($\sim 3\%$) при использовании свободных нуклонных формфакторов.

Свидетельством против разбухания нуклона является также ситуация, сложившаяся в описании поперечной функции отклика R_T . Хорошее согласие с экспериментом для R_T достигается при использовании свободного нуклонного формфактора [6]. Использование же формфактора, отвечающего возросшему радиусу, неизбежно приводит к ухудшению описания.

В целом можно сказать, что анализ функций отклика ядер в квазиупругом электронном рассеянии не дает достаточно весомых свидетельств в пользу модификации формфактора протона в ядерной среде. Проблема более корректного учета корреляций еще ждет своего решения. Современный уровень теории ядра позволяет выполнить соответствующие расчеты, хотя технически они довольно сложны.

y -Скейлинг. Мы видели, что при описании функций отклика ядер в (e, e') -рассеянии при $q \lesssim 600$ МэВ/с и $\omega \lesssim 200$ МэВ имеется трудность, связанная с вычислением корреляционных поправок. Эту трудность, однако, можно обойти, перейдя к рассмотрению (e, e') -реакции при существенно больших q и ω . В этой области кинематических переменных сечение обладает интересным свойством, носящим название y -скейлинг. Оно было предсказано теоретически [19] и подтверждено экспериментально [20]. Переменная y естественным образом возникает из закона сохранения энергии при больших ω и q в пренебрежении корреляциями и обменными токами. Она имеет смысл продольной (по \mathbf{q}) компоненты импульса нуклона в ядре $y = k_{\parallel} = m\omega/q - q/2$ (начальная энергия нуклона мишени и поперечная компонента его импульса в данном случае пренебрежимо малы). Свойство y -скейлинга состоит в том, что сечение инклюзивного (e, e') -рассеяния, поделенное на элементарное сечение $e - N$ -взаимодействия и известную функцию $dy/d\omega$, зависит только от $y = y(q, \omega)$, но не от q и ω в отдельности:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(q, \omega)/\sigma_{eN}(q) \frac{dy}{d\omega} = F(y). \quad (11)$$

Функция $F(y)$ имеет смысл вероятности найти нуклон с импульсом $y = k_{\parallel}$. Точка $y = 0$ отвечает упругому рассеянию на покоящемся нуклоне, область $y < 0$ относится к низкоэнергетическому крылу квазиупругого пика.

Особенности скейлингового поведения позволяют изучать как механизм реакции, так и свойства нуклона, на котором происходит рассеяние (его формфактор и массу). Так, если связанный нуклон увеличился в размере, это приведет к изменению сечения $\sigma_{eN}(q)$ и, следовательно, к зависящему от q изменению $F(y)$. Это означает нарушение y -скейлинга. Оно будет особенно заметно, если при фиксированном y данные охватывают широкий диапазон по q .

На рис. 6 показана реализация скейлинговой зависимости для ^{56}Fe по данным SLAC ($E_e = 2 \div 36$ ГэВ, $q = 3 \div 12$ Ф $^{-1}$) в случае

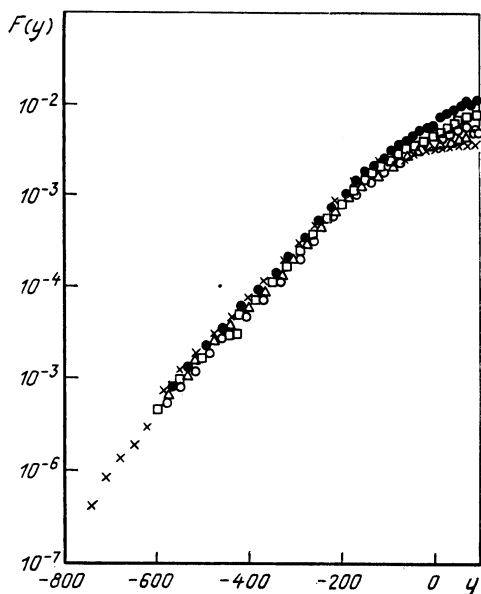
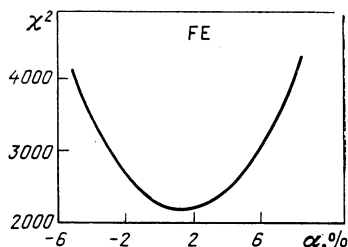


Рис. 6. Скейлинговая функция $F(y)$ для реакции $^{56}\text{Fe}(e, e')$ в случае свободных нуклонных формфакторов [21]

Рис. 7. Зависимость величины χ^2 , характеризующей точность скейлинга, от параметра разбухания нуклона [21]



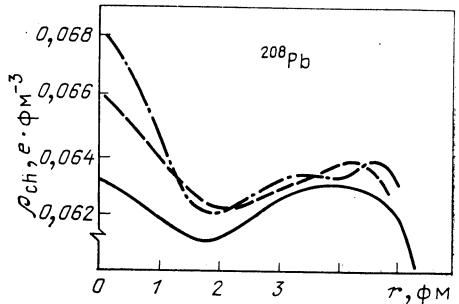
использования в (11) свободного сечения σ_{eN} [21]. Экспериментальные точки, взятые при разных ω и q , но при одном и том же y , выстраиваются в одну линию $F(y)$ (реализация y -скейлинга). При увеличении размера связанного нуклона качество y -скейлинга ухудшается. Это видно из рис. 7, где приведена зависимость χ^2 (характеризующая степень размывания линии) от относительного увеличения радиуса нуклона [21]. Наряду с изменением радиуса здесь было введено изменение массы нуклона согласно соотношению $\Delta m/m = -\Delta r/r$, имеющемуся в модели мешков. Видно, что минимум χ^2 достигается при значениях радиуса, близких к радиусу свободного нуклона. С учетом возможных неопределенностей сделано заключение [21], что $\Delta r/r \leq 3\%$, т.е. исключается значительное разбухание нуклона в ядре.

2. ПРОЯВЛЕНИЕ ВОЗМОЖНОГО ЭФФЕКТА РАЗБУХАНИЯ НУКЛОНА В ОДНОЧАСТИЧНЫХ ПЛОТНОСТЯХ ЯДЕР И ИХ ОПИСАНИЕ В КЛМ

В этом разделе обсуждаются работы [7,8], в которых исследовалось проявление эффекта разбухания протона в зарядовой плотности ^{208}Pb и разности плотностей $^{206}\text{Pb} - ^{205}\text{Tl}$. Подробно рассматривается проблема вычисления одночастичных нуклонных плотностей в самосогласованных подходах теории ядра. Кратко изложен способ вычисления этих плотностей в формализме КЛМ. Приводятся результаты расчетов зарядовых плотностей различных ядер на основе этого метода. Будет показано, что они хорошо согласуются с экспериментом без введения какого-либо разбухания нуклонов.

Влияние разбухания протонов на зарядовую плотность ^{208}Pb и разность плотностей $^{206}\text{Pb} - ^{205}\text{Tl}$. В [7] эти плотности рассчитывались путем свертки теоретических плотностей распределения точечных протонов с зарядовым формфактором протона, модифицированным ядерной средой. В качестве точечных распределений использовались результаты теории ХФ с эффективными силами, зависящими от плотности [22], и релятивистской теории среднего поля

Рис. 8. Зарядовая плотность $\rho_{ch}(r)$ в центральной области ^{208}Pb , рассчитанная в теории релятивистского среднего поля со свободным протонным формфактором (штрихпунктирная линия) и модифицированным ядерной средой формфактором (пунктирная) [17]; сплошная линия — модельно-независимая плотность $\rho_{ch}(r)$



(РСП) [23]. В случае РСП увеличение радиуса протона при вычислении свертки приводит к улучшению описания зарядовой плотности ^{208}Pb (рис. 8). Однако в случае плотности ХФ эта процедура приводит к ухудшению согласия с экспериментом [7]. Известно, что точность использованного варианта ХФ теории [22] в целом значительно выше, чем точность теории РСП. Имеются и другие расчеты зарядовой плотности ^{208}Pb [24, 25], весьма хорошо согласующиеся с экспериментом без всякой модификации протонного формфактора. Несмотря на это, авторы работ [7] сделали вывод о том, что анализ зарядовой плотности ^{208}Pb свидетельствует о возрастании нуклонного радиуса в среде ($\sim 25\%$ в центре ^{208}Pb).

Обратимся теперь к обсуждению разности зарядовых плотностей $\delta\rho$ ($^{206}\text{Pb} - ^{205}\text{Tl}$), извлеченной из прецизионных данных по упругому рассеянию электронов на соседних ядрах [26]. Отсюда можно получить информацию о волновой функции добавленного к ^{205}Tl протона и его спектроскопическом факторе. Эта разность чувствительна также к формфактору добавленного протона и возможным его модификациям в среде.

На рис. 9 разность $\delta\rho(r)$, определенная из так называемого модельно-независимого анализа сечений упругого рассеяния электронов, сравнивается с результатом ХФ расчета [8]. В этом расчете использовался единичный спектроскопический фактор для состояния $3s_{1/2}$ и свободный протонный формфактор. Как видно, форма $\delta\rho(r)$ передается хорошо, однако, имеется различие в абсолютном значении.

Авторы [8] устранили это различие путем введения модифицированного средой формфактора протона, предполагая спектроскопический фактор $3s_{1/2}$ состояния равным единице. Однако следует от-

метить, что последнее предположение противоречит недавним экспериментам по реакциям передачи [27] и $(e, e'p)$ [28]. Эти данные указывают на то, что имеется фрагментация $3s_{1/2}$ состояния масштаба 20—30% в области низких энергий возбуждения. Эта фрагментация обусловлена в основном связью с низколежащими коллективными состояниями (фононами). Так, состояние $|3s_{1/2}^{-1}\rangle$ сильно смешано с состоянием $|2d_{3/2}^{-1} \otimes 2^+\rangle_{J=1/2}$, где 2^+ — фонон ($J^\pi = 2^+$) в ^{206}Pb . С учетом экспериментального спектроскопического фактора

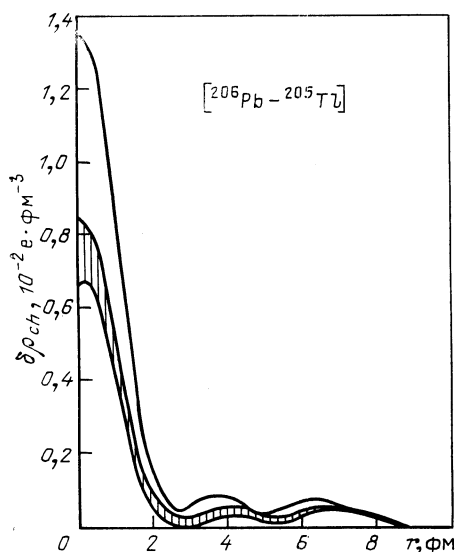


Рис. 9. Разность зарядовых плотностей ^{206}Pb и ^{205}Tl , рассчитанная в рамках ХФ с эффективными силами [26]. Заштрихованная область — эксперимент

$[\sim (0,7 - 0,8)]$ удается хорошо описать разность $\delta\rho$ ($^{206}\text{Pb} - ^{205}\text{Tl}$) без введения ядерной модификации протонного форм-фактора [21]. Ниже будет показано, что аналогичный результат получается и в КЛМ.

Распределение плотности частиц в основном состоянии системы многих тел. В дальнейшем мы покажем, что весьма жесткие ограничения на возможное изменение нуклонного радиуса в среде можно получить из анализа сечений упругого рассеяния электронов и протонов промежуточных энергий.

В этих процессах ядерная структура представлена, главным образом, одночастичными нуклонными плотностями. Поэтому проблема их наиболее точного вычисления очень важна. Как отмечалось во введении, в квазичастичных подходах вычисление этих плотностей основывается на теореме Кона — Шэма [2] о равенстве плотностей частиц и квазичастиц. Эта теорема, в свою очередь, опирается на теорему Хюенберга — Кона [1], согласно которой энергия основного состояния системы многих тел есть функционал плотности частиц $\rho(r)$: $E = E[\rho]$. Плотность частиц основного состояния отвечает минимуму этого функционала при условии $\int d^3r \rho = N$, где N — полное число частиц.

Допустим теперь, что нам известен истинный функционал энергии $E[\rho]$. Запишем его в виде

$$E[\rho] = \int d^3r \left[\frac{p_F^2}{2m} \tau(\mathbf{r}) + W(\rho(\mathbf{r})) \right], \quad (12)$$

где τ — плотность кинетической энергии. Множитель $p_F^2/2m$ введен для того, чтобы распределение $\tau(\mathbf{r})$ было нормировано, как обычная плотность ρ . В основном состоянии функция τ может быть выражена через функцию ρ и ее производные [29]. В этом смысле представление (12) не нарушает теорему Хоенберга — Кона.

Будем, следуя логике [2], искать $\rho(\mathbf{r})$ и $\tau(\mathbf{r})$ в виде

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{\lambda} n_{\lambda} |\varphi_{\lambda}(\mathbf{r})|^2; \quad (13)$$

$$\tau(\mathbf{r}) = \frac{1}{p_F^2} \sum_{\lambda} n_{\lambda} |\nabla \varphi_{\lambda}(\mathbf{r})|^2, \quad (14)$$

где n_{λ} — числа заполнения квазичастиц, равные 1 для занятых и 0 для незанятых состояний. Условие минимума функционала $E[\rho]$ при варьировании по $\varphi_{\lambda}^*(\mathbf{r})$ приводит к уравнению Шредингера для $\varphi_{\lambda}(\mathbf{r})$ с потенциалом $U = \delta W/\delta \rho$. Разумеется представление $E[\rho]$ в форме (12) не единственное. Так, в функционале Вотрена — Бринка [16] кинетический член записывается в виде $\tau f(\rho)$. В результате для $\varphi_{\lambda}(\mathbf{r})$ возникает уравнение с зависящей от координаты эффективной массой.

Плотность (13) по смыслу есть плотность квазичастиц. Но поскольку она осуществляет минимум функционала $E[\rho]$, она совпадает с плотностью частиц системы. Этот факт составляет принципиальную основу для применения квазичастичного подхода к описанию таких ядерных реакций, куда входят ядерные плотности.

В реальных вычислениях всякий используемый функционал энергии (назовем его квазичастичным функционалом $E_q[\rho]$) в какой-то мере отличается от истинного. Соответственно и минимизирующая его плотность ρ_q отличается от истинной плотности ρ . Их связь можно записать в виде

$$\rho(\mathbf{r}) = \int d^3r' f_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rho_q(\mathbf{r}'), \quad (15)$$

где $f_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ имеет смысл квазичастичного формфактора. Более точно, формфактором является зависящий от координаты фурье-образ функции $f_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ по переменной $\mathbf{r} - \mathbf{r}' : f_q((\mathbf{r} + \mathbf{r}')/2, q)$. Его разложение по степеням q^2 запишем в виде:

$$f_q\left(\frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{2}, q\right) = 1 + \alpha_2 \left(\frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{2}\right) q^2 + \alpha_4 \left(\frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{2}\right) q^4 + \dots \quad (16)$$

Первый член в правой части (16) равен 1 в силу нормировки ρ_q на число частиц. При определенных условиях коэффициент α_2 может быть сделан очень малым. По существу, отличие f_q от 1 есть мера отличия квазичастичного функционала энергии от истинного. Хорошее согласие рассчитанных в КЛМ плотностей с экспериментальными [24] позволяет считать, что с высокой точностью $f_q \simeq 1$, т.е. $\rho_q(\mathbf{r}) \simeq \rho(\mathbf{r})$. В случае, если бы возникли заметные расхождения

для плотностей, этот факт следовало бы рассматривать как сигнал к усовершенствованию функционала энергии. Именно этим принципом мы и будем руководствоваться.

Отметим, что в упомянутых теоремах Хюенберга — Кона — Шэма речь шла о плотности точечных, т.е. бесструктурных, частиц. Определяющая сечения рассеяния электронов зарядовая плотность $\rho_{ch}(r)$ получается сверткой точечных протонной и нейтронной плотностей $\rho_p(\mathbf{r})$ и $\rho_n(\mathbf{r})$ с соответствующими распределениями заряда $f_p(\mathbf{r})$ и $f_n(\mathbf{r})$ внутри протона и нейтрона:

$$\rho_{ch}(r) = \int d^3r' [f_p(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \rho_p(\mathbf{r}') + f_n(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \rho_n(\mathbf{r}')]. \quad (17)$$

Функции $f_p(r)$ и $f_n(r)$ так же, как и в [30], выбраны в виде

$$f_p(r) = (8\pi a_0^3)^{-1} \exp(-r/a_0), \quad a_0 = 0,25 \text{ фм};$$

$$f_n(r) = (8\pi a_1^3)^{-1} \exp(-r/a_1) - (8\pi a_2^3)^{-1} \exp(-r/a_2),$$

$$a_1 = 0,22 \text{ фм}, \quad a_2 = 0,242 \text{ фм}.$$

Значение a_0 увеличено на 10% по сравнению с соответствующим значением из [30] в результате учета релятивистской поправки Дарвина — Фолди ($a_0^2 \rightarrow a_0^2 + \frac{1}{8m^2}$). В дальнейшем при расчете сечений рассеяния электронов и протонов мы будем использовать точечные нуклонные плотности, рассчитанные в рамках КЛМ.

Формализм КЛМ. Исходным пунктом для построения квазичастичного лагранжиана [15] является вид квазичастичного массового оператора $\Sigma_q(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \varepsilon)$ в теории ферми-жидкости. Для него используется следующая линейная по p^2 и ε форма:

$$\Sigma_q(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \varepsilon) = \Sigma_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{2m\varepsilon_F^0} \mathbf{p}\Sigma_1\mathbf{p} + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_F^0} \Sigma_2(\mathbf{r}) \equiv \xi_i \Sigma_i(\mathbf{r}), \quad (18)$$

где $\xi_0 = 1$; $\xi_1 = \hat{p}_2^2 / (2m\varepsilon_F^2)$; $\xi_2 = \hat{\varepsilon} / \varepsilon_F^0$, $\varepsilon_F^0 = p_F^2 / (2m)$; p_F — импульс Ферми ядерной материи. Массовый оператор Σ_q имеет смысл среднего поля, действующего на квазичастицу. В теории ХФ присутствуют только первые два члена разложения (18), а член $\sim \Sigma_2$ отсутствует. Это слагаемое определяет вес квазичастичной компоненты в точной одночастичной волновой функции посредством фактора

$$Z(\mathbf{r}) = (1 - \Sigma_2(\mathbf{r}) / \varepsilon_F^0)^{-1}. \quad (19)$$

Основным объектом КЛМ является квазичастичная функция Грина G_q , которая определяется уравнением Дайсона

$$[\varepsilon - \varepsilon_F^0 - \Sigma_q(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \varepsilon)] G_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \varepsilon) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (20)$$

Как видно из (20), оператор G_q диагонален на функциях ψ_λ , удовлетворяющих уравнению

$$\left[\varepsilon_F^0 + \Sigma_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{2m\varepsilon_F^0} \mathbf{p}\Sigma_1\mathbf{p} \right] \psi_\lambda(\mathbf{r}) = \varepsilon_\lambda (1 - \Sigma_2(\mathbf{r}) / \varepsilon_F^0) \psi_\lambda(\mathbf{r}). \quad (21)$$

Это уравнение есть уравнение движения квазичастиц. В [15] показано, что существует квазичастичный лагранжиан L_q такой, что отвечающее ему уравнение движения Лагранжа совпадает с уравнением (21). Вариационное определение L_q таково:

$$\delta L_q(t) = \int d^3r \left[i \frac{\partial}{\partial \tau} - \varepsilon_p^0 - \Sigma_q(\mathbf{r}, \mathbf{p}; t, i \frac{\partial}{\partial \tau}) \right] \delta G_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t, \tau) \Big|_{\substack{\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r} \\ \tau \rightarrow -0}}. \quad (22)$$

Лагранжиан L_q можно записать в виде суммы $L_q = L_q^0 + L_q'$, где L_q^0 — лагранжиан невзаимодействующих квазичастиц. Из (22) видно, что отвечающая L_q^0 плотность функции Лагранжа \mathcal{L}_q^0 равна:

$$\mathcal{L}_q^0(\mathbf{r}, t) = \left(i \frac{\partial}{\partial \tau} - \varepsilon_p^0 \right) G_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t, \tau) \Big|_{\substack{\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r} \\ \tau \rightarrow -0}}. \quad (23)$$

Удобно ввести следующие функции:

$$v_0(\mathbf{r}, t) = G_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}; t, \tau = -0) = \sum_{\lambda} n_{\lambda} |\psi_{\lambda}(\mathbf{r}, t)|^2; \quad (24)$$

$$\begin{aligned} v_1(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{2m\varepsilon_F^0} \nabla \nabla' G_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t, \tau = -0) \Big|_{\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}} = \\ &= \frac{1}{2m\varepsilon_F^0} \sum_{\lambda} n_{\lambda} |\nabla \psi_{\lambda}(\mathbf{r}, t)|^2; \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} v_2(\mathbf{r}, t) &= \frac{i}{\varepsilon_F^0} \frac{\partial}{\partial \tau} G_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}; t, \tau) \Big|_{\tau \rightarrow -0} = \\ &= \frac{1}{2i\varepsilon_F^0} \sum_{\lambda} n_{\lambda} [\dot{\psi}_{\lambda}^*(\mathbf{r}, t) \psi_{\lambda}(\mathbf{r}, t) - \psi_{\lambda}^*(\mathbf{r}, t) \dot{\psi}_{\lambda}(\mathbf{r}, t)]. \end{aligned} \quad (26)$$

Они имеют смысл плотности квазичастиц, плотности кинетической энергии и плотности полной энергии квазичастиц соответственно. В сокращенной записи эти плотности можно записать в виде

$$v_i(\mathbf{r}, t) = \xi_i G_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}; t, \tau = -0) = \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} \xi_i G_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}; t, \varepsilon), \quad (27)$$

где ξ_i определены в (18).

Из (23), (25) и (26) следует, что

$$\mathcal{L}_q^0(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_F^0 [v_2(\mathbf{r}, t) - v_1(\mathbf{r}, t)]. \quad (28)$$

Лагранжиан взаимодействия L_q' определяется вариационным условием

$$\delta L_q'(t) = - \int d^3r \Sigma_q \left(\mathbf{r}, \mathbf{p}; t, i \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \delta G_q(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t, \tau) \Big|_{\substack{\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r} \\ \tau \rightarrow -0}}. \quad (29)$$

Взяв Σ_q в виде (18), получим:

$$\delta L_q'(t) = - \int d^3r \Sigma_i(\mathbf{r}, t) \delta v_i(\mathbf{r}, t), \quad (30)$$

где, как и раньше, подразумевается сумма по $i = 0, 1, 2$.

Таким образом,

$$\Sigma_i(\mathbf{r}) = -\frac{\delta L'_q(\mathbf{r})}{\delta v_i(\mathbf{r})}. \quad (31)$$

Из определения плотностей v_i следует, что

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_0}{\partial \psi_\lambda^*} &= n_\lambda \psi_\lambda; & \frac{\partial v_1}{\partial (\nabla \psi_\lambda^*)} &= n_\lambda \nabla \psi_\lambda / (2m\varepsilon_F^0); \\ \frac{\partial v_2}{\partial \psi_\lambda^*} &= in_\lambda \dot{\psi}_\lambda / (2\varepsilon_F^0); & \frac{\partial v_2}{\partial \dot{\psi}_\lambda^*} &= -in_\lambda \psi_\lambda / (2\varepsilon_F^0). \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

С помощью этих соотношений нетрудно убедиться, что уравнение Лагранжа

$$\frac{\delta L_q}{\delta \psi_\lambda^*} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\delta L_q}{\delta \dot{\psi}_\lambda^*} - \nabla_\alpha \frac{\delta L_q}{\delta (\nabla_\alpha \psi_\lambda^*)} = 0 \quad (33)$$

с лагранжианом, определяемым формулами (28), (30), совпадает с уравнением движения квазичастиц в форме (21).

Для лагранжиана L_q , зависящего от плотностей v_i , легко вычислить 4-ток. Его пространственная компонента согласно каноническим правилам равна

$$j_\alpha(\mathbf{r}) = i \sum_\lambda \left[\psi_\lambda^*(\mathbf{r}) \frac{\delta L_q}{\delta (\nabla_\alpha \psi_\lambda^*(\mathbf{r}))} - \psi_\lambda(\mathbf{r}) \frac{\delta L_q}{\delta (\nabla_\alpha \psi_\lambda(\mathbf{r}))} \right]. \quad (34)$$

Используя (32), находим

$$j_\alpha(\mathbf{r}) = \frac{\delta L_q}{\delta v_1(\mathbf{r})} \frac{1}{\varepsilon_F^0} j_\alpha^0(\mathbf{r}), \quad (35)$$

где

$$j_\alpha^0 = \frac{i}{2m} \sum_\lambda n_\lambda (\psi_\lambda^* \nabla_\alpha \psi_\lambda - \psi_\lambda \nabla_\alpha \psi_\lambda^*). \quad (36)$$

Аналогично находится временная компонента 4-тока, имеющая смысл плотности барионного заряда:

$$j_0(\mathbf{r}) = i \sum_\lambda \left[\psi_\lambda^*(\mathbf{r}) \frac{\delta L_q}{\delta \psi_\lambda^*(\mathbf{r})} - \psi_\lambda(\mathbf{r}) \frac{\delta L_q}{\delta \psi_\lambda(\mathbf{r})} \right] = \frac{v_0}{\varepsilon_F^0} \frac{L_q}{v_2(\mathbf{r})}. \quad (37)$$

Отсюда с помощью (19), (28) и (30) находим

$$v_0(\mathbf{r}) = Z(\mathbf{r}) j_0(\mathbf{r}) \equiv Z(\mathbf{r}) \rho_q(\mathbf{r}), \quad (38)$$

где $\rho_q(\mathbf{r})$ — обычная квазичастичная плотность, нормированная на полное число частиц N . Она совпадает с плотностью частиц $\rho(\mathbf{r})$ в силу теоремы Кона — Шэма. Плотность $v_0(\mathbf{r})$ нормирована на N с весом $Z^{-1}(\mathbf{r})$ из-за явной зависимости L_q от v_2 .

Полная энергия квазичастиц E_q , отвечающая лагранжиану L_q , дается интегралом

$$E_q = \int d^3 \mathbf{r} \mathcal{H}_q(\mathbf{r}), \quad (39)$$

где плотность квазичастичного гамильтониана \mathcal{H}_q имеет вид

$$\mathcal{H}_q(\mathbf{r}) = \sum_{\lambda} \left[\dot{\psi}_{\lambda}^*(\mathbf{r}) \frac{\delta L_q}{\delta \dot{\psi}_{\lambda}^*(\mathbf{r})} + \dot{\psi}_{\lambda}(\mathbf{r}) \frac{\delta L_q}{\delta \dot{\psi}_{\lambda}(\mathbf{r})} \right] - \mathcal{L}_q(\mathbf{r}). \quad (40)$$

Поскольку введенный нами лагранжиан L_q зависит от $\dot{\psi}_{\lambda}$ и $\dot{\psi}_{\lambda}^*$ только через плотность $v_2(\mathbf{r})$, выражение (40) можно записать в виде

$$\mathcal{H}_q(\mathbf{r}) = v_2(\mathbf{r}) \frac{\delta L_q}{\delta v_2(\mathbf{r})} - \mathcal{L}_q(\mathbf{r}). \quad (41)$$

Как показано в [15], энергия E_q совпадает с полной энергией связи системы E_0 . Это утверждение аналогично известной теореме Ландау — Латтинжера о равенстве числа частиц числу квазичастиц.

Плотности v_0 и v_1 аналогичны ХФ-плотностям $\rho(\mathbf{r})$ и $\tau(\mathbf{r})$ из [16]. Плотность v_2 не имеет ХФ-аналога; она возникла из-за учета явной зависимости Σ_q от энергии.

При конструировании квазичастичного лагранжиана в КЛМ используется полиномиальная форма L'_q по v_i и ∇v_0 . При этом минимальный лагранжиан, учитывающий эффекты скоростной и энергетической зависимостей, содержит плотности v_1 и v_2 в первой степени. Это связано с тем, что и эффективную массу $m^*(\mathbf{r})$, и перенормировочный множитель $Z(\mathbf{r})$ можно считать зависящими только от плотности квазичастиц. В этом случае, как следует из (41), $\mathcal{H}_q(\mathbf{r})$ не зависит явно от $v_2(\mathbf{r})$. В терминах функций ψ_{λ} $\mathcal{H}_q(\mathbf{r})$ выглядит точно так же, как и соответствующий ХФ-функционал с эффективными силами Скирма [16]. Все отличие между ХФ и КЛМ сосредоточено в правой части уравнения (21) для ψ_{λ} .

Уравнения ХФ обычно получают на основе эффективного гамильтониана с помощью вариационного принципа [16]. Уравнения (21) также можно получить на основе \mathcal{H}_q , только вместо обычного условия нормировки одночастичных функций нужно требовать выполнения условия нормировки с весом

$$\int d^3 r \psi_{\lambda}^*(\mathbf{r}) (1 - \Sigma_2(\mathbf{r})/\varepsilon_F^2) \psi_{\lambda}(\mathbf{r}) = 1. \quad (42)$$

Очевидно, что можно перейти к функциям

$$\varphi_{\lambda}(\mathbf{r}) = Z^{-1/2}(\mathbf{r}) \psi_{\lambda}(\mathbf{r}), \quad (43)$$

имеющим стандартную нормировку на 1 и удовлетворяющим уравнению

$$h\varphi_{\lambda} = \varepsilon_{\lambda} \varphi_{\lambda}, \quad (44)$$

где

$$h = Z^{1/2}(\mathbf{r}) \left[\frac{p^2}{2m} + \Sigma_0(\mathbf{r}) + \frac{1}{2m\varepsilon_F^0} \mathbf{p} \Sigma_1(\mathbf{r}) \mathbf{p} \right] Z^{1/2}(\mathbf{r}). \quad (45)$$

В терминах функций $\varphi_\lambda(\mathbf{r})$ плотность $\rho(\mathbf{r})$ имеет стандартный ХФ-вид (13).

Чтобы получить уравнения (44) из вариационного принципа для энергии, нужно выразить плотность гамильтониана (41) через функции ρ и τ . При этом простому выражению для L_q в терминах плотностей v_i соответствует весьма сложная запись \mathcal{H}_q через плотности ρ и τ .

В КЛМ используется плотность лагранжиана взаимодействия \mathcal{L}'_q следующего вида:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_q = & -C_0 \left\{ \frac{\lambda_{00}}{2} [(v_0^+)^2 - r_p^2 (\nabla v_0^+)^2] + \frac{\lambda'_{00}}{2} (v_0^-)^2 + \lambda_{01} v_0^+ v_1^+ + \lambda'_{01} v_0^- v_1^- + \right. \\ & \left. + \lambda_{02} v_0^+ v_2^+ + \frac{2}{3} \frac{\gamma}{\rho_0} v_0^+ v_0^n v_0^p \right\} + \mathcal{L}_c + \mathcal{L}_{sl}. \end{aligned} \quad (46)$$

Здесь $v_i^\pm = v_i^n \pm v_i^p$; $C_0 = 300 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^3$; λ_{00} , λ'_{00} , λ_{01} , λ'_{01} , λ_{02} , γ , r_p^2 — свободные параметры; \mathcal{L}_c и \mathcal{L}_{sl} — кулоновский и спин-орбитальный члены \mathcal{L}'_q . Их явный вид приведен в [15].

В терминах плотностей v_i плотность гамильтониана \mathcal{H}_q имеет также простой вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_q(\mathbf{r}) = & \varepsilon_F^0 v_1^+ + C_0 \left\{ \frac{\lambda_{00}}{2} [(v_0^+)^2 - r_p^2 (\nabla v_0^+)^2] + \right. \\ & \left. + \frac{\lambda'_{00}}{2} (v_0^-)^2 + \lambda_{01} v_0^+ v_1^+ + \lambda'_{01} v_0^- v_1^- + \frac{2}{3} \frac{\gamma}{\rho_0} v_0^+ \psi v_0^n v_0^p \right\} + \mathcal{H}_c + \mathcal{H}_{sl}, \end{aligned} \quad (47)$$

где $\mathcal{H}_c = -\mathcal{L}_c$; $\mathcal{H}_{sl} = -\mathcal{L}_{sl}$.

Напомним, что $v_0^{n,p}(\mathbf{r}) = Z(\mathbf{r}) \rho^{n,p}(\mathbf{r})$, где множитель $Z(\mathbf{r})$ сам зависит от плотности. Для выбранного \mathcal{L}'_q в форме (46) можно получить, что

$$Z(\mathbf{r}) = [1 - C_0 \lambda_{02} v_0^+(\mathbf{r}) / \varepsilon_F^0]^{-1} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - 4C_0 \lambda_{02} \rho^+(\mathbf{r}) / \varepsilon_F^0}}. \quad (48)$$

Поэтому $v_0(\mathbf{r})$ зависит от $\rho(\mathbf{r})$ нелинейным образом. Более сложно выглядит связь $v_1(\mathbf{r})$ и $\tau(\mathbf{r})$:

$$v_1^{n,p}(\mathbf{r}) = Z(\mathbf{r}) \tau^{n,p} + \frac{1}{4m\varepsilon_F^0} \frac{dZ}{d\rho^+} \nabla_\alpha \rho^+ \left[\nabla_\alpha \rho^{n,p} + \frac{\rho^{n,p}}{2Z} \frac{dZ}{d\rho^+} \nabla_\alpha \rho^+ \right]. \quad (49)$$

Использование этих выражений для v_0 , v_1 и Z в (47) позволит выразить \mathcal{H}_q через τ , ρ и производные от ρ . Однако соответствующее выражение будет иметь весьма сложный вид. Изобрести такую конструкцию в качестве анзаца попросту невозможно. Разумеется, может иметь место и противоположная ситуация, когда очень сложный лагранжиан отвечает простому гамильтониану (например, скирмов-

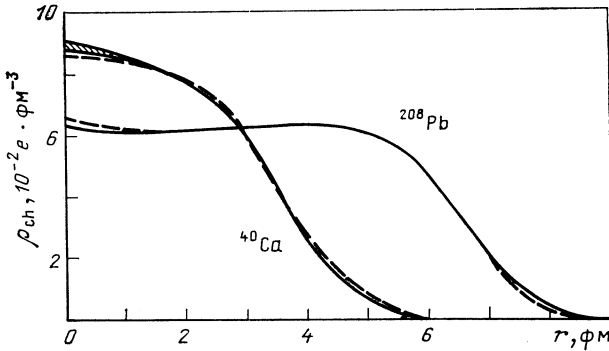


Рис. 10. Зарядовые плотности ^{40}Ca и ^{208}Pb , рассчитанные в рамках КЛМ [15] (штриховая линия), и соответствующие модельно-независимые распределения (сплошные линии)

скому). Подчеркнем, что в лагранжиане содержится больше информации, чем в гамильтониане. Так, член $\sim \lambda_{02} v_0 v_2$, определяющий величину $Z(r)$, присутствует в \mathcal{L}'_q . Если же задавать \mathcal{H}_q , то информация о факторе $Z(r)$ отсутствует.

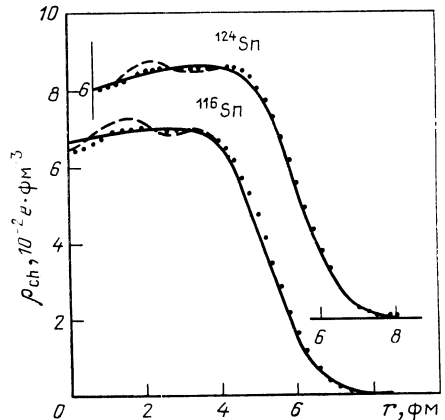
Результаты расчетов зарядовых плотностей в рамках КЛМ. Параметры плотности квазичастичного лагранжиана (46) определялись по энергетическим характеристикам: полным энергиям связи и одночастичным спектрам магических ядер. При этом было достигнуто и достаточно хорошее описание зарядовых плотностей. В качестве примера на рис. 10, 11 показаны плотности ^{40}Ca , ^{208}Pb , $^{116,124}\text{Sn}$. Видно, что степень согласия с экспериментом не требует введения какой-либо модификации протонного формфактора. Имеется согласие примерно такого же качества и для других ядер, рассчитанных в КЛМ [31].

В этом подходе удается достаточно хорошо описать и разность зарядовых плотностей $\delta\rho$ [$^{206}\text{Pb} - ^{205}\text{Tl}$], обсуждавшуюся выше (рис. 12) [32]. Основная причина этого состоит в том, что в отличие от метода ХФ в КЛМ спектроскопический фактор одночастичного состояния отличен от 1 ($Z \simeq 0,8$). Это связано с учетом зависимости эффективного взаимодействия квазичастиц от энергии.

Факт хорошего описания плотностей в КЛМ является

Рис. 11. Зарядовые плотности изотопов ^{116}Sn и ^{124}Sn :

сплошная линия — эксперимент; точечная — расчет КЛМ [32]; штриховая — расчет ХФ с силами [25]



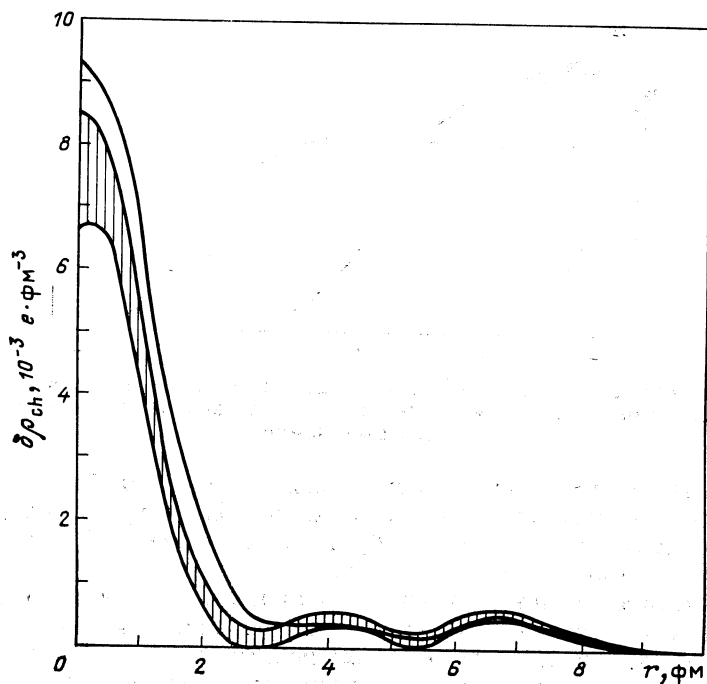


Рис. 12. Разность зарядовых плотностей ^{206}Pb и ^{205}Tl , рассчитанная в КЛМ [32] (сплошная линия). Заштрихованная область — эксперимент

проявлением теорем Хоенберга — Кона — Шэма. Ведь параметры функционала энергии были выбраны из условия наилучшего описания энергий связи ядер.

Обсуждавшиеся в этом разделе «экспериментальные» зарядовые плотности были получены из сечений упругого рассеяния электронов на ядрах с помощью так называемого модельно-независимого анализа. Эта процедура, однако, неизбежно приносит погрешности, дополнительные к погрешностям исходных данных. По этой причине свойства формфактора протона в ядерном веществе лучше изучать непосредственно на самих сечениях. Кроме того, в этом случае легко отделить область больших переданных импульсов, где свойства нуклонного формфактора проявляются сильнее всего. Этому посвящен следующий раздел.

3. УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ

В [33] различные самосогласованные подходы в теории ядра сравнивались между собой с точки зрения качества описания сечений упругого рассеяния электронов высокой энергии на ядрах.

Расчет сечений проводился в рамках фазового анализа для уравнения Дирака в центральном кулоновском поле ядра. Соответствующие формулы приведены в [34]. Известно, что при $q \lesssim 3 \text{ фм}^{-1}$ поправки к этой схеме за счет обменных токов, а также дисперсионные поправки малы.

Ядерная структура в этом процессе представлена в основном зарядовой плотностью $\rho_{ch}(r)$. Эта величина рассчитывалась с помощью процедуры свертки (17) теоретических точечных распределений протонов $\rho_p(r)$ и нейтронов $\rho_n(r)$ с соответствующими распределениями заряда внутри протона $f_p(r)$ и нейтрона $f_n(r)$. В отличие от случая КЛМ в ХФ-расчете учитывался также вклад в $\rho_{ch}(r)$ от спин-орбитальной плотности

$$\rho_{sl}(\mathbf{r}) = \sum_{\lambda} n_{\lambda} (\sigma \mathbf{l})_{\lambda\lambda} \Phi_{\lambda}^*(\mathbf{r}) \Phi_{\lambda}(\mathbf{r}). \quad (50)$$

Оказалось, что среди ХФ-функционалов к лучшему описанию сечений приводит функционал Тондье [35], отвечающий модифицированным силам Скирма. Однако наилучший результат получается при использовании плотностей $\rho_{ch}(r)$, рассчитанных в КЛМ. Это можно увидеть на рис. 13, где показаны сечения упругого рассеяния электронов, отвечающих зарядовым плотностям в различных самосогласованных методах.

Для количественной характеристики точности описания сечений в [33] рассчитывалась величина

$$\chi_0^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\sigma_i^{th} - \sigma_i^{exp})^2 / (\sigma_i^{exp})^2. \quad (51)$$

Она определяет среднюю относительную теоретическую погрешность. Расчеты проводились для пяти ядер (^{40}Ca , ^{58}Ni , $^{116,124}\text{Sn}$, ^{208}Pb), для которых имеются прецизионные экспериментальные данные. Анализ χ_0^2 охватывал данные в области $q \lesssim 2,5 \text{ фм}^{-1}$, где и ошибки эксперимента меньше, и теория рассеяния более надежна. Результаты этого анализа приведены в табл. 1. Как видно, в случае

Т а б л и ц а 1. Значения χ_0^2 (электронное рассеяние), %, для различных вариантов самосогласованного расчета

Ядро	ХФ - СИИ	ХФ - Т	КЛМ
^{40}Ca	49,6	9,5	13
^{58}Ni	—	7,0	2,3
^{116}Sn	—	5,3	4,2
^{124}Sn	—	8,7	2,7
^{208}Pb	67,1	5,9	5,5
Среднее по ядрам χ_0^2	—	7,3	5,5

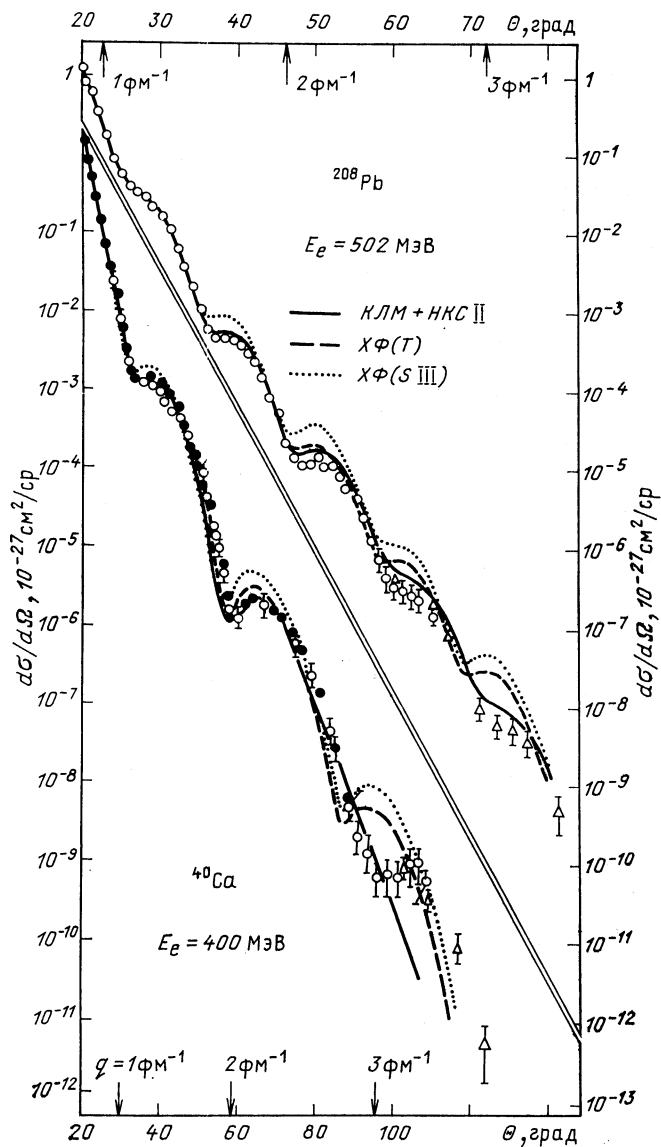


Рис. 13. Сечения упругого рассеяния электронов на ^{208}Pb ($E_e = 502 \text{ МэВ}$) и ^{40}Ca ($E_e = 400 \text{ МэВ}$), рассчитанные с различными плотностями. Рисунок взят из [33]

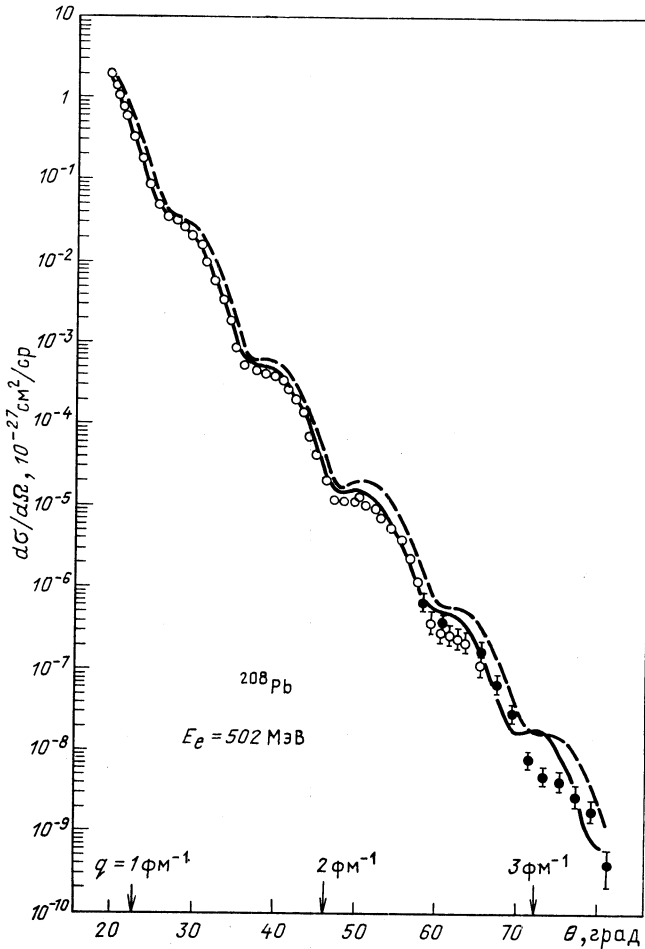


Рис. 14. Чувствительность сечения упругого рассеяния электронов на ^{208}Pb ($E_e = 502 \text{ МэВ}$) к изменению зарядового радиуса протона: сплошная линия $\alpha = 0,2$, штриховая — $\alpha = 0$

XF-расчета с силами Скирма SIII погрешность очень велика (около 60%). В случае сил Тондье (T) погрешность значительно меньше (в среднем около 7%). Расчет на основе КЛМ «выигрывает» и по отношению к этому варианту: средняя погрешность примерно 5%. Такая точность описания сечений с плотностями КЛМ достаточна для того, чтобы исследовать вопрос о возможном изменении зарядового радиуса протона в ядре. Этот вопрос анализировался в [36].

Для оценки того, как влияет изменение зарядового радиуса протона на значение сечения, можно воспользоваться борновским приби-

лижением, в котором

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim |\rho_{ch}(q)|^2 \simeq |f_p(q) \rho_p(q)|^2, \quad (52)$$

формфактор протона $f_p(q)$, отвечающий экспоненциальному распределению (17), равен:

$$f_p(q) = (1 + q^2 a_0^2)^{-2}. \quad (53)$$

В выражении (52), используемом лишь для оценки, нейтронный вклад опущен. В точном расчете он, разумеется, учтен.

Если предположить, что нуклоны в ядре разбухают, то естественно произвести замену $a_0 \rightarrow a_0(1 + \alpha)$. Параметр α характеризует относительное увеличение радиуса. Используя (52) и (53) для относительного изменения сечения, получаем:

$$\delta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = - \frac{8q^2 a_0^2}{1 + q^2 a_0^2} \alpha. \quad (54)$$

Коэффициент, стоящий перед $(-\alpha)$, равен 0,4 при $q = 1$ фм⁻¹; 1,4 при $q = 2$ фм⁻¹ и 2,6 при $q = 3$ фм⁻¹. В области $q \leq 3$ фм⁻¹ для перечисленных выше ядер имеются экспериментальные данные по сечениям с погрешностями менее 5%. В идеальном случае применимости борновского приближения и точной теории ядра для нуклонных плотностей можно было бы рассчитывать на определение значения α из (54) с погрешностью не хуже 2—3%. Эта оценка, как мы увидим ниже, в основном подтверждается точным расчетом в рамках фазового анализа для уравнения Дирака. Результаты такого расчета [36] для ¹¹⁶Sn и ²⁰⁸Pb при различных значениях параметра разбухания α приведены на рис. 14 и 15. Эффект изменения зарядового радиуса протона замечен на глаз. Количественно его можно характеризовать величиной χ_0^2 , определенной в (51). Результаты для каждого из пяти обсуждаемых ядер приведены в табл. 2. Из этой таблицы видно, что

Таблица 2. Значения χ_0^2 (электронное рассеяние) при различных значениях параметра разбухания α

Ядро	α , %			
	-10	0	10	20
⁴⁰ Ca	0,103	0,130	0,168	0,214
⁵⁸ Ni	0,010	0,023	0,055	0,100
¹¹⁶ Sn	0,135	0,042	0,007	0,015
¹²⁴ Sn	0,103	0,027	0,003	0,017
²⁰⁸ Pb	0,024	0,021	0,038	0,070

значение χ_0^2 имеет минимум при $\alpha \simeq -10\%$ для Ca и Ni, при $\alpha = 10\%$ для двух изотопов Sn и при $\alpha \simeq 0$ в случае Pb. Усреднение

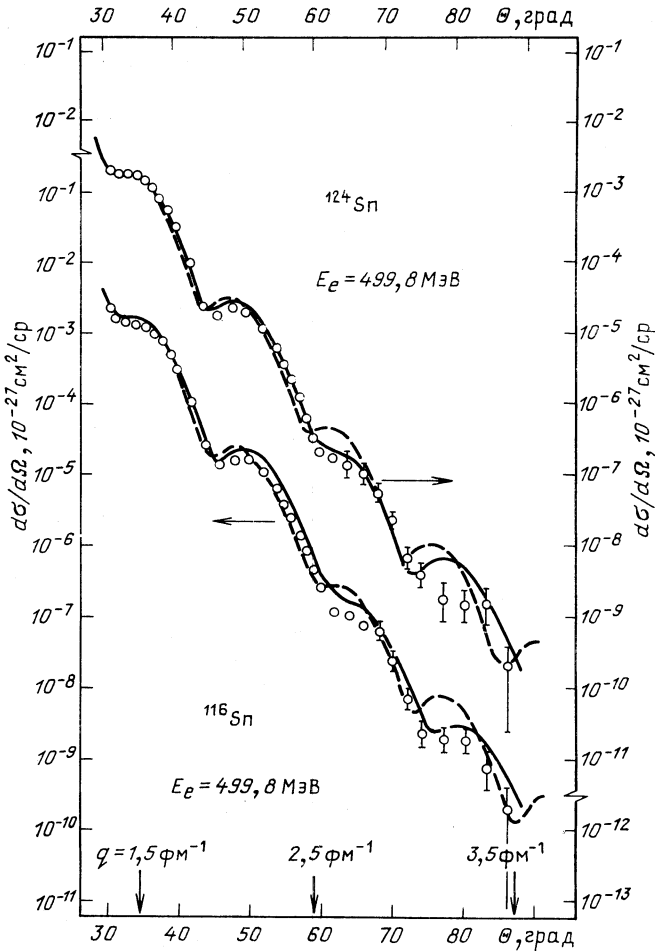


Рис. 15. То же, что на рис. 14 для ^{116}Sn и ^{124}Sn при $E_e = 500 \text{ МэВ}$

по всем этим ядрам дает $\alpha = (-3 \pm 12)\%$ [36]. Таким образом, анализ сечений упругого рассеяния электронов свидетельствует против заметного разбухания протона в ядерной среде. Увеличение протонного радиуса в пределах 10% не исключается. Если сделать естественное допущение, что нейтроны и протоны, помещенные в ядерную среду, ведут себя сходным образом, то полученное ограничение можно отнести и к нейтрону. Прямая проверка гипотезы разбухания одновременно для протонов и нейтронов может быть осуществлена в анализе сечений упругого рассеяния протонов промежуточных энергий на ядрах. Эта проблема обсуждается в следующем разделе

4. УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ПРОТОНОВ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЭНЕРГИЙ

Если бы размер связанного нуклона увеличивался в среде, то это должно было бы приводить не только к смягчению его форм-фактора, но и к увеличению его сечения взаимодействия с налетающим адроном. Среди разнообразных адрон-ядерных реакций, в которые входит такое сечение, особое место занимает упругое рассеяние протонов с энергией около 1 ГэВ на ядрах [37]. Эта область активно изучалась теоретически и экспериментально. Здесь имеются многочисленные измерения высокой точности дифференциальных сечений упругого рассеяния в достаточно большом диапазоне импульсов $q \leq 3,5 \text{ фм}^{-1}$. С другой стороны, это — область применимости дифракционной теории многократного рассеяния Глаубера [38]. В этой теории структура ядра представлена одно-, двух-, трех- и т. д. многочастичными плотностями основного состояния, из которых главный вклад дают одночастичные плотности. Последние, как мы уже говорили, могут быть вычислены с высокой точностью в рамках КЛМ. Об этом, в частности, говорит достигнутое с использованием результатов КЛМ хорошее описание упругого рассеяния электронов высокой энергии на ядрах. Как было продемонстрировано в предыдущем разделе, характерные расхождения между теорией и экспериментом не превышают 10—20%.

Разумеется, рассеяние электронов определяется практически только протонным распределением. Однако естественно считать, что и нейтронное распределение вычисляется примерно на том же уровне точности.

О точности глауберовского приближения. Имеются многочисленные попытки обосновать глауберовское приближение, исходя из теории многократного рассеяния Ватсона. Наиболее полное рассмотрение было сделано в [39], где учитывались поправки трех сортов: отклонение от эйконального распространения между двумя последовательными перерассеяниями налетающей частицы в ядре, фермидвижение нуклонов мишени и кинематические поправки, связанные с переходом от многочастичного оператора рассеяния к физическим двухчастичным амплитудам. На примере ${}^4\text{He}$ в [39] было показано, что имеется существенное сокращение между вкладами от этих поправок. В этом смысле применять стандартное глауберовское приближение лучше, чем использовать его с одной из поправок, указанных выше, и не учитывать остальных.

Отметим также, что, как было показано в [40, 41], суммарный эффект корреляционных поправок тоже мал, поскольку имеется взаимная компенсация вкладов от корреляций короткого радиуса (отталкивание нуклонов на малых расстояниях) и корреляций большого радиуса (виртуальное возбуждение коллективных состояний).

И все же программа полного и систематического учета различных поправок к глауберовскому приближению еще не завершена. В этой ситуации приходится апеллировать к опыту практических рас-

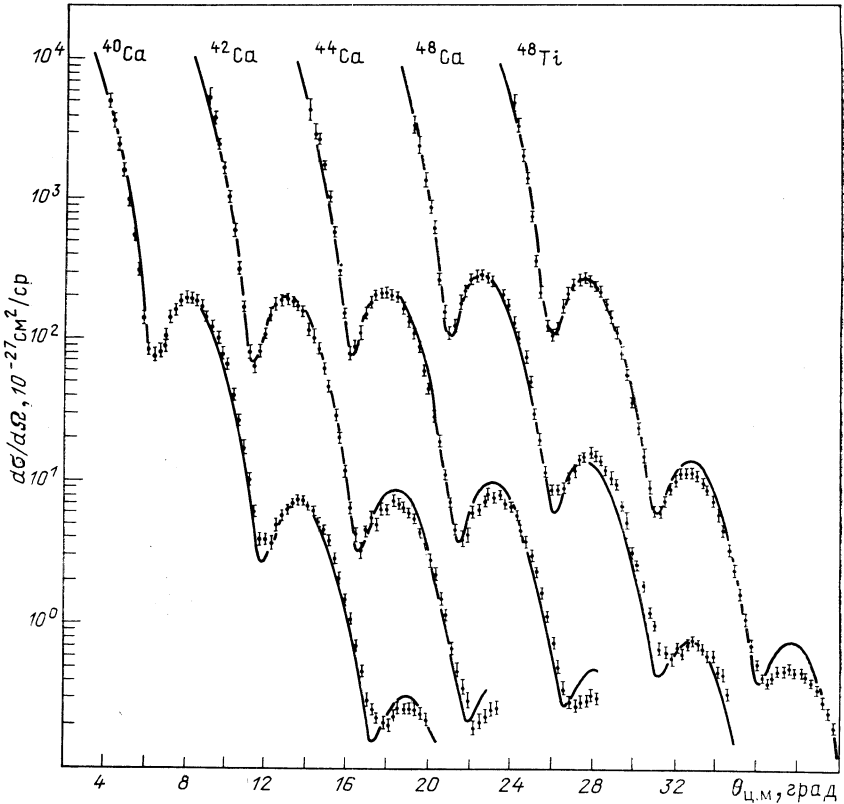


Рис. 16. Сечения упругого рассеяния протонов ($E_p = 1,04$ ГэВ) [46] на $^{40,42,44,48}\text{Ca}$ и ^{48}Ti (сдвинутые друг относительно друга на 5°), рассчитанные с плотностями КЛМ [15, 31]

четов. В конце 70-х годов был проведен ряд расчетов сечений упругого протон-ядерного рассеяния, в которых были использованы микроскопические ядерные плотности [42—44]. Точность описания данных была на уровне 20—30% при малых переданных импульсах q ; однако с ростом q расхождение между теорией и экспериментом увеличивалось, достигая фактора 2—3. Такой уровень точности, разумеется, не достаточен для анализа столь тонких эффектов, как эффект разбухания. Примечательно однако то, что все особенности описания протон-ядерных сечений (включая характер расхождений) повторялись в электронном рассеянии, где теория достаточно надежна. Этот факт наводил на мысль о том, что основным источником погрешностей в описании протонных сечений были дефекты используемых плотностей, а не теория Глаубера.

Существование в настоящее время гораздо более точных микроскопических ядерных плотностей делает актуальной задачу провер-

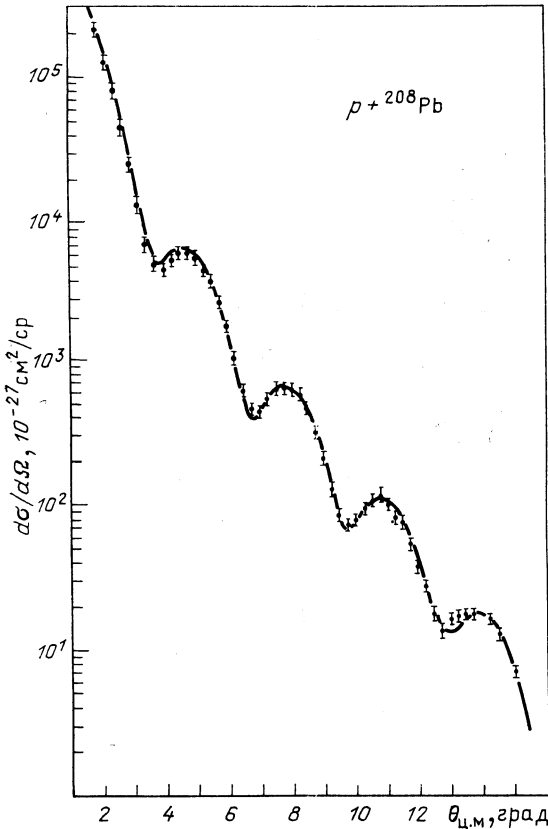


Рис. 17. Сечение упругого рассеяния протонов ($E_p = 1,0$ ГэВ [47]) на ^{208}Pb , рассчитанное с плотностями КЛМ [15, 31]

ки теории Глаубера на новом уровне точности. Такая проверка осуществлена нами на примере упругого рассеяния протонов на ядрах $^{40,42,44,48}\text{Ca}$, ^{48}Ti и ^{208}Pb [45] (рис. 16,17) при энергии 1 ГэВ и на ядрах ^{58}Ni , ^{90}Zr , $^{114,216}\text{Sn}$ при энергии 0,8 ГэВ (рис. 18). Детали расчета приведены в [43, 44]. Как видно из рисунков, отклонения от эксперимента весьма малы; они того же характера и масштаба, что в электронном рассеянии. Столь высокая точность глауберовского приближения несколько удивительна и требует нового теоретического

осмысления. Если же это принять за «экспериментальный факт», то возникает надежда на получение новой информации о масштабе предполагаемого разбухания нуклона в ядре из анализа дифференциальных сечений упругого протон-ядерного рассеяния при энергии около 1 ГэВ.

Анализ проявления эффекта разбухания в протонном рассеянии. В методе Глаубера амплитуда протон-ядерного рассеяния выражается через амплитуду свободного NN -взаимодействия, параметризуемую обычно в следующем виде [43, 44]:

$$f_{n,p}(q) = -\frac{ik\sigma_{p,n}}{4\pi} (1 - i\gamma_{p,n}) \exp\left(-\frac{\beta^2 q^2}{2}\right), \quad (55)$$

где при энергии 1 ГэВ:

$$\begin{aligned} \sigma_p &= 4,75 \text{ фм}^2, & \gamma_p &= -0,05, & \beta^2 &= 0,21 \text{ фм}^2; \\ \sigma_n &= 4,04 \text{ фм}^2, & \gamma_n &= -0,5; \end{aligned}$$

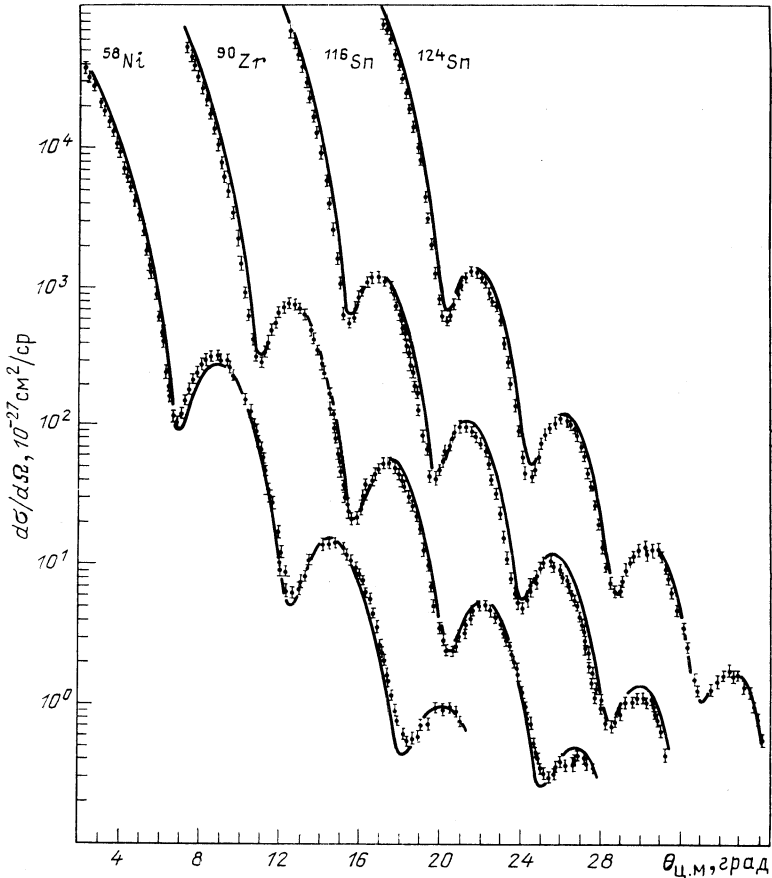


Рис. 18. Сечения упругого рассеяния протонов ($E_p = 0,8$ ГэВ [48]) на ^{58}Ni , ^{90}Zr , $^{116,124}\text{Sn}$ (сдвинутые относительно друг друга на 5°), рассчитанные с плотностями КЛМ [15, 31]

при энергии 0,8 ГэВ [49]

$$\sigma_p = 4,73 \text{ фм}^2, \quad \gamma_p = 0,056, \quad \beta^2 = 0,20 \text{ фм}^2;$$

$$\sigma_n = 3,79 \text{ фм}^2, \quad \gamma_n = -0,48.$$

В формуле (55) k — импульс налетающего протона; q — переданный импульс; σ_p (σ_n) — полное сечение pp (pn)-рассеяния; β^2 — наклон дифракционного конуса.

Если предположить, что связанный в ядре нуклон разбухает, т.е. увеличивает свой размер, то естественно считать, что происхо-

дит изменение параметров σ и β :

$$\sigma \rightarrow (1 + \alpha) \sigma; \beta \rightarrow (1 + \alpha/2) \beta. \quad (56)$$

Очевидно, что изменение нуклонного размера в среде должно зависеть от плотности и поэтому от координаты r , т. е. $\alpha = \alpha(r)$. С учетом небольшой ожидаемой роли этой зависимости будем предполагать, что $\alpha(r) = \frac{\alpha_0}{\rho_0} \rho(r)$, где ρ_0 — плотность ядерной материи. Это предположение не зависит от конкретного механизма эффекта разбухания, лишь бы он не был связан с каким-либо фазовым переходом КХД вакуума при нормальной ядерной плотности. Такой фазовый переход мог бы привести к неаналитической зависимости α от ρ . Для оценки эффекта мы временно пренебрежем координатной зависимостью, используя параметр $\alpha_{\text{эф}} \simeq \alpha_0/2$, поскольку в глауберовском рассеянии работает в основном эффективная плотность $\rho_{\text{эф}} \simeq \rho_0/2$.

Отметим, что связь относительного изменения сечения α и относительного изменения нуклонного радиуса α_N ($r_N \rightarrow (1 + \alpha_N) r_N$) не вполне однозначна. Если предположить, что влетающий в ядро нуклон под действием нуклонного окружения разбухает так же, как и нуклон мишени, то нужно считать, что $\alpha \simeq 2\alpha_N$. Если же он не изменяет своих свойств, то $\alpha \simeq \alpha_N$. Какая из этих возможностей осуществляется, зависит от соотношения характерных времен разбухания и пролета протона через ядро. Попытка получить оценку времени разбухания неизбежно должна быть связана с той или иной конкретной моделью этого явления. Такие модели пока еще не обладают достаточной степенью достоверности. Мы не будем заниматься выяснением этого вопроса, а положим, что $\alpha_N \simeq \alpha$. Это — наименее выгодный случай в смысле получения жесткого ограничения на величину α_N .

На рис. 19 на примере ^{40}Ca демонстрируется чувствительность сечения протон-ядерного рассеяния к изменениям σ и β при трех значениях параметра $\alpha_{\text{эф}}$: $\alpha_{\text{эф}} = 0$, $\alpha_{\text{эф}} = 0,1$, $\alpha_{\text{эф}} = 0,2$. Рассмотрены вариации σ и β в отдельности и в их комбинации. Реалистической ситуации отвечает совместное изменение этих величин. Как и следовало ожидать, чувствительность к вариациям σ оказалась заметно большей, чем к вариациям β . Почему это так, легко можно увидеть на примере импульсного приближения. В этом случае амплитуда протон-ядерного рассеяния пропорциональна NN -амплитуде и, следовательно, величине σ . Вариации σ пропорциональны вариациям протон-ядерной амплитуды, в то время как вариация наклона β^2 влияет только на поправочный член $\left[\exp\left(-\frac{\beta^2 q^2}{2}\right) \simeq 1 - \frac{\beta^2 q^2}{2} \right]$, существенный лишь при больших q^2 . Выход за рамки импульсного приближения качественно не меняет ситуацию.

Такая высокая чувствительность результатов к вариациям σ делает протон-ядерное рассеяние в некотором отношении более под-

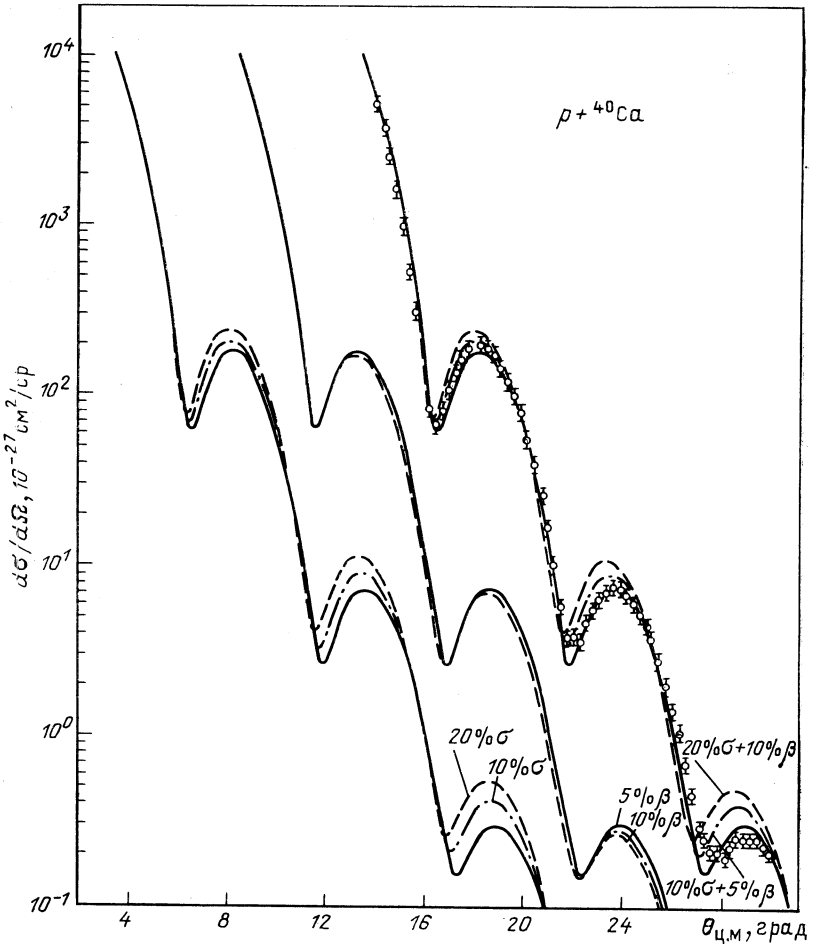


Рис. 19. Чувствительность сечения упругого рассеяния протонов на ${}^{40}\text{Ca}$ ($E_p = 1,04$ ГэВ [46]) к значению эффективного параметра разбухания $\alpha_{\text{эф}}$: сплошные линии: $\alpha_{\text{эф}} = 0$; штриховые — $\alpha_{\text{эф}} = 0,1$, штрихпунктирные $\alpha_{\text{эф}} = 0,2$. На левых кривых варьируется только σ , на средних — только β^2 , на правых — σ и β^2 вместе

ходящим средством изучения эффекта разбухания, чем электронное рассеяние. В последнем случае сечение определяется формфактором протона, который имеет такую же структуру, что и зависящий от q^2 фактор в NN -амплитуде. Поэтому чувствительность сечений электронного рассеяния к изменению размера протона в ядре примерно такая же, как чувствительность сечений рассеяния протонов к вариациям β .

На рис. 19 видно, что разбухание нуклона приводит к заметному ухудшению качества описания сечения. Для количественной характеристики степени согласия с экспериментом будем использовать величину

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\sigma_i^{\text{th}} - \sigma_i^{\text{exp}})^2 / (\Delta\sigma_i)^2, \quad (57)$$

где $\Delta\sigma_i$ — погрешность сечения σ_i^{exp} в точке i . В отличие от введенной величины χ_0^2 (51) здесь каждая точка входит с весом $1/(\Delta\sigma_i)^2$, определяемым погрешностью $\Delta\sigma_i$. В случае, когда погрешность во всех точках одинакова, значения χ^2 и χ_0^2 по существу совпадают.

В χ^2 -анализ не включены случаи с энергией налетающих протонов, равной 800 МэВ. Причина в том, что при этом хуже, чем для энергии 1 ГэВ, известны параметры амплитуды (55) [48]. Для всех остальных случаев значения χ^2 приведены в табл. 3 при вариации

Таблица 3. Значения χ^2 (протонное рассеяние) в зависимости от эффективного параметра разбухания $\alpha_{\text{эф}}$

Ядро	$\alpha_{\text{эф}}, \%$						$\alpha_{\text{эф}}^{\text{мин}}$
	-10	-5	0	5	10	20	
^{40}Ca	15,1	9,0	7,3	9,8	17,3	49,2	-0,6
^{42}Ca	5,4	4,7	7,8	14,5	25,5	62,9	-6,6
^{44}Ca	5,8	5,3	11,3	23,9	44,1	111	-7,1
^{48}Ca	19,4	13,4	10,2	9,8	12,8	31,0	1,9
^{48}Ti	6,1	7,5	15,7	30,7	53,2	132	-8,5
^{208}Pb	29,0	26,4	31,5	44,3	64,6	126	-5,8

параметра $\alpha_{\text{эф}}$ от -10 до 20%. В последней колонке показаны значения $\alpha_{\text{эф}}^{\text{мин}}$, отвечающие минимуму χ^2 . Для ^{40}Ca $\alpha_{\text{эф}}^{\text{мин}} \simeq 0$, для ^{48}Ca $\alpha_{\text{эф}}^{\text{мин}} \simeq 2\%$, в остальных случаях $\alpha_{\text{эф}}^{\text{мин}} < 0$. Таким образом, в среднем наш анализ говорит скорее об уменьшении размеров нуклона в ядре, чем об его увеличении. Отметим, что такая возможность обсуждалась в [50, 51].

Перейдем теперь к явному учету зависимости α от плотности. Используя то, что чувствительность сечений к вариациям σ значительно сильнее, чем к вариациям β , будем учитывать плотностную зависимость только в величине σ в виде $\delta\sigma/\sigma = \alpha_0 \rho(r)/\rho_0$. В качестве β подставим эффективное значение $\beta_{\text{эф}} = \beta(\rho_0/2)$, взятое при половинной плотности.

Результаты расчетов с переменной величиной $\alpha(r)$ приведены в табл. 4. Сравнение с табл. 3 показывает, что влияние эффекта разбухания на сечения упругого рассеяния протонов действительно ослаблено из-за плотностной зависимости параметра α . Из этого сравнения

также видно, что в большинстве случаев значение эффективной плотности близко к $\rho_{эф} \simeq \rho_0/2$. За исключением ^{48}Ca , ^{40}Ca , значения $\alpha_0^{\text{мин}}$, соответствующие минимальному значению χ^2 , отрицательны.

Т а б л и ц а 4. Значения χ^2 (протонное рассеяние) в зависимости от параметра разбухания α

Ядро	α , %								$\alpha_0^{\text{мин}}$
	-15	-10	-5	0	5	10	15	20	
^{40}Ca	14,3	11,1	8,8	7,3	6,7	7,3	9,0	11,2	5
^{42}Ca	4,4	4,6	5,7	7,8	10,8	14,8	19,9	26,2	-13,6
^{44}Ca	8,8	8,1	8,9	11,3	15,4	21,3	29,2	39,2	-10,2
^{48}Ca	22,5	17,7	13,6	10,2	7,6	6,0	5,4	6,1	14,0
^{48}Ti	10,3	9,7	11,5	15,7	22,6	32,6	46,0	63,1	-11,2
^{208}Pb	34,5	31,0	30,0	31,5	35,4	41,8	50,6	61,9	-5,5

Усреднение по всем рассмотренным ядрам дает $\alpha_0^{\text{мин}} = (-3,6 \pm \pm 9,8)\%$ (приведена среднеквадратичная погрешность).

Конечно, следует иметь в виду, что глауберовское приближение и использованные в расчете ядерные плотности имеют свои неопределенности, оценить которые довольно трудно. Ввиду этого приведенное значение $\alpha_0^{\text{мин}}$ не следует воспринимать слишком буквально. Скорее его нужно интерпретировать просто как свидетельство против разбухания нуклона в ядре. Строго говоря, это — ограничение на изменение в ядре полного сечения NV -взаимодействия по сравнению со свободным. Если же принять гипотезу разбухания, то можно говорить об ограничении $\alpha_N = \delta r_N/r_N \ll 6\%$ на возможное увеличение эффективного размера нуклона в ядре.

5. ПОЛНЫЕ АДРОН-ЯДЕРНЫЕ СЕЧЕНИЯ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

В [52] были проанализированы многочисленные данные по сечениям поглощения и полным сечениям адронов высокой энергии (p , \bar{p} , π , K ; $E \simeq 10 \div 300$ ГэВ) на ядрах С, Al, Cu, Pb с целью выявить эффекты, обусловленные возможным разбуханием нуклона. Эти сечения описывались по теории Глаубера с поправками на неупругое экранирование, существенными при высоких энергиях.

Входящее в анализ полное сечение рассеяния падающего адрона на ядерном нуклоне σ_{hN} выбиралось из условия лучшего описания эксперимента. Если бы в ядерном веществе имело место разбухание нуклона, то это привело бы к увеличению сечения σ_{hN} по сравнению со свободным. В результате анализа в [52] был сделан вывод о возрастании σ_{hN} в среднем на 5—15%.

6. АНОМАЛИЯ НОЛЕНА—ШИФФЕРА В РАЗНОСТИ МАСС ЗЕРКАЛЬНЫХ ЯДЕР

В [53] была предпринята попытка с помощью гипотезы разбухания нуклона в ядре объяснить так называемую аномалию Нолена — Шиффера [54]. Эта аномалия связана с вычислением разности масс ΔM зеркальных ядер, т. е. пары нечетных ядер с одинаковым A , отличающихся друг от друга заменой нейтрона на протон или протона на нейтрон.

Разность масс ΔM можно записать в виде суммы двух членов

$$\Delta M = \Delta E_{em} + \Delta m_{np}, \quad (58)$$

где ΔE_{em} — разность электромагнитных энергий ядер, а $\Delta m_{np} = m_n - m_p$ — разность масс нейтрона и протона внутри ядра. Обычно задачу сводят к вычислению величины ΔE_{em} , а разность Δm_{np} полагают равной разности масс свободных нуклонов. Рассчитанные вклады прямого и обменного кулоновских потенциалов ядра в величину ΔE_{em} приводят, как правило, к значениям ΔM , заниженным по сравнению с экспериментом. Этот факт и называется аномалией Нолена — Шиффера.

Результаты многочисленных попыток описать ΔE_{em} , включая учет релятивистских поправок и эффектов зарядово-обменных сил, собраны в обзоре [55]. В расчете прямого кулоновского потенциала в [55] использовались экспериментальные зарядовые плотности, известные из прецизионных данных по упругому рассеянию электронов, так что этот член, вносящий в ΔE_{em} основной вклад, рассчитан весьма надежно. Неопределенности сосредоточены в обменном кулоновском члене, где имеется трудность последовательного учета нуклонных корреляций.

Мерой аномалии является разность

$$\Delta = \Delta M_{\text{exp}} - (\Delta E_{em} + \Delta m_{np})_{\text{th}}. \quad (59)$$

Согласно расчетам [55] $\Delta = 0,21$ МэВ при $A = 13$, $\Delta = 0,62$ МэВ при $A = 41$; значение Δ быстро растет с ростом A .

В [56] впервые была предпринята попытка объяснить аномалию на кварковом уровне за счет отличия величины Δm_{np} в ядре от значения для свободных нуклонов. Оценка этого отличия базировалась на предположении о присутствии в ядре $6q$ -мешков.

Используя эту идею, авторы работы [53] связали изменение Δm_{np} в ядре с разбуханием нуклона. Оценки Δm_{np} внутри ядра были сделаны в различных кварковых моделях нуклона. В частности, в модели MIT получается следующее выражение [53]:

$$\Delta m_{np}(R) = 0,42 \Delta m_{udf}(R) + \frac{0,34}{R} \frac{e^2}{4\pi} g(R), \quad (60)$$

где R — радиус мешка; $\Delta m_{ud} = -4,2$ МэВ — разность токовых масс u - и d -кварков; e — заряд электрона, а $f(R)$ и $g(R)$ — известные функции. Второй член в (60) связан с изменением электромагнит-

ного взаимодействия кварков нуклона при замене u -кварка d -кварком. В предположении об увеличении радиуса нуклона в ядре выражение (60) приводит к вкладу в аномалию Нолена — Шиффера нужного знака. Однако этот вклад слишком мал. Так, при $\delta R/R = 10\%$ $\delta(\Delta m_{np}) = 50$ кэВ, т. е. на порядок меньше того, что требуется.

В моделях нуклона с конституентными кварками в осцилляторном потенциале изменение радиуса чувствуется значительно сильнее. Так, при том же значении $\delta R/R = 10\%$ $\delta(\Delta m_{np}) = 0,67$ МэВ в модели [57] и $\delta(\Delta m_{np}) = 0,3$ МэВ в случае модели [58].

Если использовать формулы работы [53] для Δm_{np} при значениях $\delta R/R$, следующих из ЕМС-эффекта, то для Δm_{np} , МэВ, получается [59] следующая A -зависимость:

$$\Delta m_{np} = (1,43 - 0,16 A^{-1/3}). \quad (61)$$

Такая A -зависимость, однако, никак не согласуется с той, которая следует из экспериментальных данных по эффекту Нолена — Шиффера:

$$\Delta m_{np} = (1,3 + 0,0145 A). \quad (62)$$

Следует отметить, что в последние годы был достигнут существенный прогресс в вычислении величины ΔE_{em} , связанный с более корректным учетом корреляционных поправок. Так, в [60] был учтен ряд корреляционных эффектов, не рассматривавшихся ранее. Их учет существенно сократил аномалию Нолена — Шиффера. Наконец, в [61] был применен новый метод расчета корреляционного вклада, по-видимому, обладающий высокой точностью. В результате аномалия была практически ликвидирована без каких-либо предположений об изменении в ядре разности Δm_{np} .

В свете этого рассчитанный в [53] дополнительный вклад в величину Δ , связанный с эффектом разбухания, можно считать аргументом против заметного разбухания нуклона в ядре.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обзоре рассмотрены разнообразные явления традиционной ядерной физики, в которых могло бы проявиться явление разбухания нуклона в ядре, предложенное в качестве одного из возможных объяснений эффекта ЕМС. Было показано, что высказанное в ряде работ утверждение об обнаружении заметного ($\sim 20\%$) разбухания нуклонов скорее всего связано с недостаточно совершенным описанием структурных характеристик ядер, в первую очередь распределения ядерной плотности. Продемонстрировано, что более корректный ядерный расчет позволяет, как правило, описать экспериментальные данные без введения какого-либо разбухания.

Не вполне ясная ситуация сложилась при описании продольного отклика в инклюзивном (e, e')-рассеянии при средних энергиях, где пока нерешенной остается проблема учета корреляционных попра-

вок. Имеющиеся оценки позволяют надеяться, что корректный расчет этих вкладов приведет к согласию с экспериментом без привлечения гипотезы разбухания и в этом процессе. Отметим также, что попытка согласовать теорию с экспериментом при описании продольного отклика с помощью модифицированного средней нуклонной формфактора приводит к трудностям описания поперечной функции отклика. При этом не удается объяснить и 20%-ное отличие от единицы отношения проинтегрированных по энергии продольных откликов для изотопов ^{48}Ca и ^{40}Ca .

Как было показано, весьма чувствительным и эффективным инструментом для изучения обсуждаемого эффекта разбухания является упругое рассеяние быстрых электронов и протонов на ядрах. Проведенный нами анализ позволил установить довольно жесткую верхнюю границу на величину разбухания. Из электронного рассеяния следует, что эта граница $\approx 10\%$, а из протонного — $\approx 6\%$. Еще более жесткое ограничение $\delta r_N/r_N \leq 3\%$ было получено из анализа u -скейлинга в (e, e') -реакции при высоких энергиях для ^{56}Fe [21]. Эти значения границы возможного разбухания согласуются с оценками, имеющимися в [62, 63]. Полученные ограничения важны не только для ядерной физики, но и для физики элементарных частиц. Они ставят под сомнение те модели нуклона, которые приводят к большому разбуханию. Такие модели не выдерживают теста ядерной физикой.

Проведенное рассмотрение показывает, что традиционная ядерная физика в условиях, когда имеются прецизионный эксперимент и достаточно хорошее теоретическое «обеспечение», может дать важную информацию для физики частиц. Это особенно важно в нынешней ситуации, когда проблема конфайнмента в КХД не решена и развиваются различные модельные представления о структуре нуклона.

Разумеется, полученные ограничения не могут быть механически перенесены на все другие виды ядерной экзотики. Например, результат попыток извлечь из сечений упругого рассеяния электронов на ядрах примесь $6q$ -конфигурации существенно зависит от формфактора этой конфигурации. В случае, если он совпадает с нуклонным, определение примеси в данном процессе затруднено. Другой пример — невозможность определения из упругого рассеяния электронов степени смягчения пионной моды в ядрах. Это смягчение обычно интерпретируется как увеличение эффективного числа пионов в ядре. Поскольку при этом число π^+ - и π^- -мезонов увеличивается примерно одинаково, то распределение заряда в ядре практически не меняется. Поэтому эффект смягчения пионных степеней свободы трудно наблюдать в упругом рассеянии электронов. Эти примеры показывают, что в каждом конкретном случае для проверки той или иной экзотической гипотезы требуется специальный анализ.

Мы надеемся, что данный обзор демонстрирует важность теста экзотических гипотез в разнообразных явлениях традиционной ядерной физики.

Авторы глубоко благодарны Г.Д. Алхазову, В.В. Анисовичу, С.Т. Беляеву, Г.Г. Бунатяну, Д.П. Гречухину, В. Ефимову, А.Б. Мигдалу, Л.В. Прохорову, М.И. Стрикману, М.А. Троицкому, Л.Л. Франкфурту и В.А. Ходелю за полезные обсуждения, а также М.В. Звереву, А.А. Хомичу и Н.Г. Шевченко — соавторам одной из работ, использованных в этом обзоре.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hohenberg P., Kohn W.//Phys. Rev. 1964. Vol. B136. P. 864.
2. Kohn W., Sham L.//Phys. Rev. 1965. Vol. A140. P. 1133.
3. Aubert J. J., Bassompierre G., Becks K. H. e.a.//Phys. Lett. 1983. Vol. B123. P. 275.
4. Jaffe R. L.//Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50. P. 228; Close F. E., Roberts R. G., Ross G. G.//Phys. Lett. 1983. Vol. B129. P. 346; Jaffe R. L., Close F. E., Roberts R. G., Ross G. G.//Phys. Lett. 1984. Vol. B134. P. 449.
5. Jandel M., Peters G.//Phys. Rev. 1984. Vol. D30. P. 1117; Celenza L. S., Rosenthal A., Shakin C. M.//Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. P. 892; Nachtmann O., Pirner H. J.//Z. Phys. 1984. Vol. C21. P. 277; Chanfray G., Nachtmann O., Pirner H. J.//Phys. Lett. 1984. Vol. B147. P. 249; Goldman T., Stephenson G. J.//Phys. Lett. 1984. Vol. B146. P. 143; Ericson M., Rosa-Clot M.//Z. Phys. 1986. Vol. A324. P. 373.
6. Celenza L. S., Harindranath A., Shakin C. M.//Phys. Rev. 1985. Vol. C32. P. 650; Celenza L. S., Harindranath A., Shakin C. M., Rosenthal A.//Ibid. 1985. Vol. C32. P. 650; Celenza L. S., Harindranath A., Shakin C. M.//Ibid. 1986. Vol. C33. P. 1012.
7. Celenza L. S., Rosenthal A., Shakin C. M.//Phys. Rev. 1985. Vol. C31. P. 232; Celenza L. S., Harindranath A., Rosenthal A., Shakin C. M.//Ibid. 1985. Vol. C31. P. 946; Celenza L. S., Harindranath A., Shakin C. M., Rosenthal A.//Ibid. 1985. Vol. C31. P. 1944.
8. Celenza L. S., Harindranath A., Shakin C. M.//Phys. Rev. 1985. Vol. C32. P. 2173.
9. Meziani Z. E., Barreau P., Bernheim M., e.a.//Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. P. 2130.
10. Orlandini G., Traini M.//Phys. Rev. 1985. Vol. C31. P. 280.
11. Noble J.//Phys. Rev. Lett. 1981. Vol. 46. P. 412.
12. Mulders P. J.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 2560.
13. Alberico W. M., Czerski P., Ericson M., Molinari A.//Nucl. Phys. 1987. Vol. A462. P. 269.
14. Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1982.
15. Khodel V. A., Saperstein E. E.//Phys. Rep. 1982. Vol. 92. P. 183.
16. Vautherin D., Brink D.//Phys. Rev. 1972. Vol. C5. P. 626.
17. Drozd S., Co' G., Wambach J., Speth J.//Phys. Lett. 1987. Vol. B185. P. 287; Fantoni S., Pandharipande V. R.//Nucl. Phys. 1987. Vol. A473. P. 234; Schiavilla R., Lewart D. S., Pandharipande V. R. e.a.//Nucl. Phys. 1987. Vol. A473. P. 267; Schiavilla R., Fabrocini A., Pandharipande V. R.//Nucl. Phys. 1987. Vol. A473. P. 290; Modarres M.//J. Phys. 1987. Vol. G13. P. 755; Kurasa H., Suzuki T.//Phys. Lett. 1986. Vol. B173. P. 377.
18. Әфрос В. Д.//ЯФ. 1973. Т. 48. С. 1184; ЯФ. 1986. Т. 43. С. 1439.
19. West G. B.//Phys. Rep. 1975. Vol. C18. P. 264.
20. Sick I., Day D., McCarthy J. S.//Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45. P. 871; Ciofi degli Atti C. INFN — ISS 82/6, 1982.
21. Sick I. Weak and Electr. Int. in Nuclei, Proc. Int. Symp. Heidelberg, 1986. P. 415.
22. Negele J. W., Vautherin D.//Phys. Rev. 1972. Vol. C5. P. 1472.
23. Horowitz C., Serot B.//Nucl. Phys. 1981. Vol. A308. P. 503.

24. Саперштейн Э. Е., Ходель В. А.//ЯФ. 1983. Т. 38. С. 848.
25. Decharge J., Gogny D.//Phys. Rev. 1980. Vol. C21. P. 1568.
26. Cavedon J. M., Frois B., Goutte D. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49. P. 978.
27. Grambayr P., Klein S., Clement H. e.a.//Phys. Lett. 1985. Vol. B164. P. 15.
28. DeWitt-Huberts P. K. A.//Nucl. Phys. 1985. Vol. A446. P. 301.
29. Brack M., Guet C., Hakanson H.-B.//Phys. Rep. 1985. Vol. 123. P. 275.
30. Friar J. L., Negele J. W.//Nucl. Phys. 1973. Vol. A212. P. 93.
31. Зверев М. В., Саперштейн Э. Е.//ЯФ. 1984. Т. 39. С. 1390.
32. Khodel V. A., Saperstein E. E., Zverev M. V.//Nucl. Phys. 1987. Vol. A465. P. 397.
33. Зверев М. В., Куриков В. И., Саперштейн Э. Е. и др.//ЯФ. 1987. Т. 46. С. 466.
34. Yennie D. R., Ravenhall D. G., Wilson R. N.//Phys. Rev. 1954. Vol. 95. P. 500.
35. Tondeur F.//Phys. Lett. 1983. Vol. B123. P. 139. Tondeur F., Brack M., Farine M., Pearson J. M.//Nucl. Phys. 1984. Vol. A420. P. 297.
36. Зверев М. В., Саперштейн Э. Е., Хомич А. А., Шевченко Н. Г.//ЯФ. 1987. Т. 45. С. 1212.
37. Alkhozov G. D., Belostotsky S. L., Vorobyov A. A.//Phys. Rep. 1978. Vol. 42. P. 89.
38. Glauber R.//Lect. Theor. Phys. 1959. Vol. 1. P. 315; Sitenko A. G.//Fortschr. Phys. 1974. Vol. 22. P. 453.
39. Wallace S. J.//Phys. Rev. 1975. Vol. C12. P. 179.
40. Starodubsky V. E.//Nucl. Phys. 1974. Vol. A219. P. 525.
41. Alkhozov G. D.//Nucl. Phys. 1977. Vol. A280. P. 330.
42. Алхазов Г. Д., Бирбраир Б. Л., Глезер С. И. и др.//ЯФ. 1978. Т. 27. С. 333; Бирбраир Б. Л., Алхазов Г. Д., Лапина Л. П., Садовникова В. А.//ЯФ. 1978. Т. 28. С. 625.
43. Саперштейн Э. Е., Стародубский В. Е.//ЯФ. 1979. Т. 30. С. 70.
44. Стародубский В. Е.//ЯФ. 1979. Т. 29. С. 884.
45. Саперштейн Э. Е., Стародубский В. Е.//ЯФ. 1987. Т. 46. С. 69.
46. Alkhozov G. D., Bauer T., Beurtey R. e.a.//Nucl. Phys. 1976. Vol. A274. P. 443.
47. Алхазов Г. Д., Белостоцкий С. Л., Воробьев А. А. и др.//Препринт ЛИЯФ-531. Л., 1979.
48. Ray L.//Phys. Rev. 1979. Vol. C19. P. 1855.
49. Devlin T. J., Johnson W., Norem J. e.a.//Phys. Rev. 1973. Vol. D8. P. 136; Vorobyov A. A., Denisov A. S., Zalite Yu. K. e.a.//Phys. Lett. 1972. Vol. B41. P. 639; Carter A. A., Bugg D. V.//Phys. Lett. 1966. Vol. 20. P. 203; Ray L. Preprint LA-UR-78-1809, 1978.
50. Бунатян Г. Г. Препринт ОИЯИ Р-2-85-838, Дубна, 1985; ЯФ. 1986. Т. 43. С. 934.
51. Прохоров Л. В. Кварки-84. Труды семинара. Тбилиси, 1984. С. 231.
52. Nikolaev N. N. Preprint INS-538. Tokyo, 1985.
53. Eich E., Sehgal L. M.//Phys. Lett. 1985. Vol. B159. P. 177.
54. Nolen J. A., Schiffer J. P.//Ann. Rev. Nucl. Sci. 1969. Vol. 19. P. 471.
55. Shlomo S.//Rep. Prog. Phys. 1978. Vol. 41. P. 95.
56. Greben J. M., Thomas A. W.//Phys. Rev. 1984. Vol. C30. P. 1021.
57. Iagur N.//Phys. Rev. 1980. Vol. D21. P. 779.
58. Itoh C., Minamikawa T., Miura K., Watanabe T.//Progr Theoret. Phys. 1979. Vol. 61. P. 548.
59. Epele L. N., Garcia Canal C. A., Fanchiotti H., Mendez Galain R.//Phys. Lett. 1987. Vol. B188. P. 498.
60. Касымбалинов Р. Н., Саперштейн Э. Е.//ЯФ. 1984. Т. 40. С. 97.
61. Шагинян В. Р.//ЯФ. 1984. Т. 40. С. 1144.
62. Frankfurt L. L., Strikman M. I. Preprint LNPI-1329, 1987.
63. Oka M., Amado R. D.//Phys. Rev. 1987. Vol. C35. P. 1586.