

ТЕРМОДИНАМИКА ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В ЯДЕРНОМ ВЕЩЕСТВЕ

В. Г. Бойко

Институт химии поверхности АН УССР, Киев

Л. Л. Епковский

Институт теоретической физики АН УССР, Киев

В. М. Сысоев

Киевский государственный университет, Киев

Настоящий обзор посвящен изучению термодинамических свойств ядерной материи в окрестности фазовых переходов первого рода. В обзоре изложены вопросы, связанные с проблемой применимости термодинамического подхода в задачах ядерной физики, обсуждается возможность применения статистической механики в S -матричной формулировке к проблеме уравнения состояния ядерного вещества. Особое внимание в статье уделяется изучению метастабильных состояний при фазовых переходах в ядерной материи. Исследуются возможные модификации уравнения состояния модели мешков, позволяющие описывать метастабильные состояния перегретого адронного вещества и переохлажденной кварк-глюонной плазмы. Сформулирован критерий устойчивости метастабильных состояний, установлена его связь с числом Гинзбурга, известным в теории критических явлений. Обсуждается роль флуктуаций вблизи фазового перехода, а также возможность инфляционной стадии эволюции Вселенной при адронизации кварк-глюонной плазмы.

The review is devoted to the problems of nuclear matter thermodynamics near first-order phase transitions. The possibility of thermodynamic description of nuclear matter and the S -matrix approach to statistical mechanics are discussed. The problem of the equation of state is considered. Special attention is paid to the treatment of metastable states in first-order transitions in nuclear matter. The bag equation of state is modified to include metastable states of hadronic matter or quark-gluon plasma. A stability criterion of the metastable states is derived. It is shown that this criterion is closely connected with the Ginzburg criterion well known in the physics of second order phase transitions. The role of fluctuations near the quark-hadron phase transition as well as the possibility of an inflation scenario of the Universe during its hadronic era are discussed.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование природы фазовых превращений в веществе является одной из центральных проблем в современной физике. Идеи и методы теории фазовых переходов (ФП) прочно вошли в арсенал современной физики элементарных частиц, ядерной физики, квантовой теории поля.

В настоящее время наиболее изученными являются так называемые непрерывные ФП или фазовые переходы второго рода (ФП2), примерами которых в микроскопической физике могут быть критическая точка «жидкость — пар» или точка Кюри ферромагнетика. Универсальная природа ФП2 может быть объяснена из первых принципов и описана с единой точки зрения, основанной на идеях ренормализационной группы [1, 2]. Однако весьма часто встречается в природе и иной тип ФП, а именно фазовые переходы первого рода (ФП1), с которыми связана возможность возникновения метастабильных состояний вещества. Так, в случае ФП1 между жидкостью и газом могут реализоваться, как известно, метастабильные состояния переохлажденного пара или перегретой жидкости. Ряд примеров образования метастабильных (или гетерофазных) состояний в различных физических системах рассмотрен в обзоре [3]. Следует отметить, что последовательной микроскопической теории ФП1, которая была бы аналогична уже созданной теории для ФП2, в настоящее время пока не существует. Этим объясняется актуальность исследований, направленных на выяснение микроскопических механизмов ФП1.

Рассмотрение термодинамики равновесного ФП1 (в определенной мере и ФП2) опирается на концепцию уравнения состояния (УС) вещества и условия устойчивости термодинамических систем. Условие равновесия двух фаз «1» и «2» однокомпонентной системы характеризуется равенством давлений $p_1 = p_2 = p$ (в случае плоской границы раздела фаз), температур $T_1 = T_2 = T$ и химических потенциалов $\mu_1 = \mu_2 = \mu$. Величины p , T и μ являются термодинамическими переменными интенсивного типа, т. е. имеют одно и то же значение во всех точках системы (или непрерывно изменяются от точки к точке в присутствии внешних полей) и не зависят от общего количества вещества в системе. В отличие от интенсивных величин, экстенсивные термодинамические переменные, такие, как объем V , число частиц N , энтропия системы S , пропорциональны количеству вещества в системе.

Если две возможные фазы вещества характеризуются УС вида $\mu_1 = f_1(p, T)$ и $\mu_2 = f_2(p, T)$, то уравнение $f_1(p, T) = f_2(p, T)$ при $p = \text{const}$ определяет температуру перехода $T_c(p)$, а при $T = \text{const}$ — давление $p_c(T)$, при котором происходит ФП (рис. 1, а и б). Условие минимума термодинамического потенциала (условие устойчивости) определяет выбор фазы. Например, при повышении температуры система должна проходить ряд состояний вдоль линии ACD (рис. 1, а), если $p = \text{const}$, а при повышении давления система проходит состояния вдоль линии LCQ (рис. 1, б), если $T = \text{const}$. Если $p = \text{const}$, то естественно, что в общем случае $\left(\frac{\partial \mu_1}{\partial T}\right)_p \neq \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial T}\right)_p$ при $T = T_c$, а если $T = \text{const}$, то $\left(\frac{\partial \mu_1}{\partial p}\right)_T \neq \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial p}\right)_T$ при $p = p_c$, так что касательные к кривым ACB и ECD на рис. 1, а,

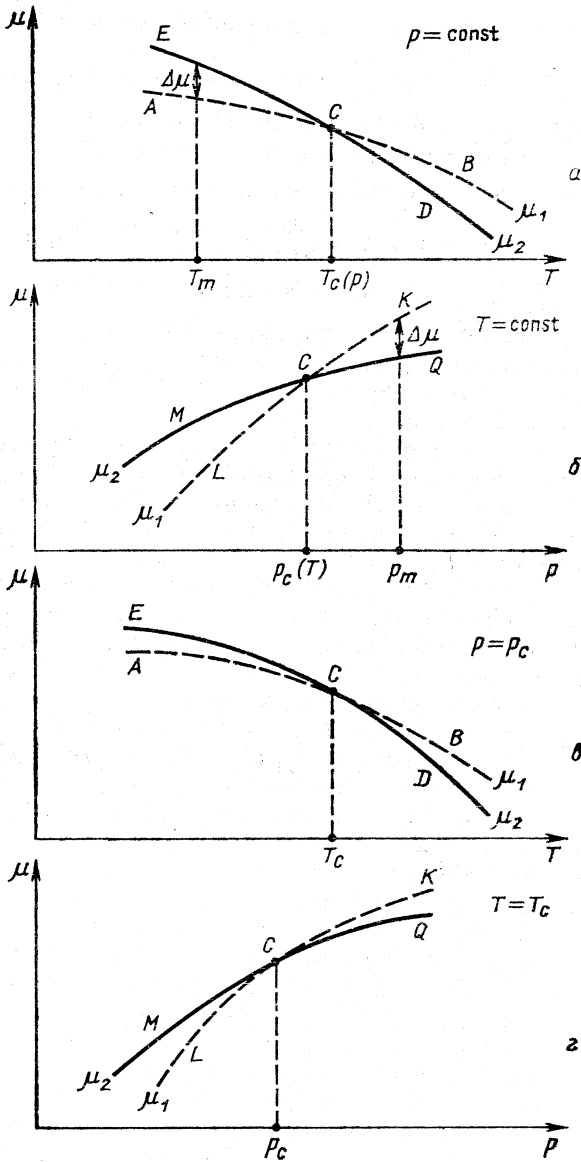


Рис. 1. Следы поверхностей $\mu_1 = f_1(p, T)$ и $\mu_2 = f_2(p, T)$ однокомпонентной системы на плоскостях $p = \text{const}$, $T = \text{const}$

а также касательные к кривым LCK и MCQ на рис. 1, б в точке перехода имеют разные углы наклона. Поскольку $\left(\frac{\partial\mu}{\partial T}\right)_p = -\frac{S}{N}$, а $\left(\frac{\partial\mu}{\partial p}\right)_T = \frac{V}{N}$, то при $N = \text{const}$ ФП, соответствующий рис. 1, а и б, характеризуется конечным скачком экстенсивных переменных: энтропии $\Delta S = |S_1 - S_2| \gg k_B$ и объема $\Delta V = |V_1 - V_2| \gg \frac{V}{N} = n^{-1}$, где n — плотность числа частиц. В частном случае, когда выполняются условия $\left(\frac{\partial\mu_1}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial\mu_2}{\partial T}\right)_p$ при $T = T_c$ и $\left(\frac{\partial\mu_1}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial\mu_2}{\partial p}\right)_T$, имеем точку ФП2: (p_c, T_c) , в которой переход не сопровождается скачком энтропии. Можно показать, что в общем случае при этом отсутствует и скачок объема ΔV , т. е. $n_1 = n_2$ при $p = p_c$. Такая ситуация, соответствующая ФП2, схематически изображена на рис. 1, в и г.

Поскольку ФП1 характеризуется конечным скачком экстенсивных переменных, то зарождение новой фазы, происходящее вследствие тепловых флуктуаций, возможно только в малых объемах. В этом случае из-за большого относительного вклада энергии межфазной поверхности (интерфазы) в термодинамический потенциал определяющую роль при протекании ФП1 играет энергетический барьер зародышеобразования, наличие которого приводит к возможности реализации метастабильных состояний (участки CB и CE на рис. 1, а и участки CM и CK на рис. 1, б). Величина барьера существенным образом определяется разностью $\Delta\mu = |f_1(p, T_m) - f_2(p, T_m)|$ при $p = \text{const}$ (T_m — температура метастабильного состояния) или разностью $\Delta\mu = |f_1(p_m, T) - f_2(p_m, T)|$ при $T = \text{const}$ (p_m — давление в метастабильном состоянии). Таким образом, вид УС вблизи точки ФП определяет глубину вторжения в метастабильную область.

Проблема описания термодинамических свойств материи (по сути, проблема нахождения адекватного УС) является актуальной во многих задачах физики атомного ядра и элементарных частиц [4–9]. Необходимость введения УС возникает при изучении сильновозбужденных систем со многими степенями свободы. Состояние такой квантовой системы не является чистым состоянием, т. е. не может описываться вследствие стохастизации с помощью волновой функции и соответствующих уравнений эволюции (например, уравнения Шредингера). Такие смешанные состояния описываются обычно с помощью статистического оператора (матрицы плотности).

В последние годы при изучении свойств адронной материи (АМ), непertурбативного вакуума, кварк-глюонной плазмы (КГП) широкое распространение получила концепция сплошной среды, характеризующейся параметрами равновесной и неравновесной термодинамики. Уравнение состояния (с содержащейся в нем информацией о возможных ФП) в этих задачах выступает в качестве соотношения,

дополняющего основные фундаментальные уравнения движения таким образом, что оно идентифицирует исследуемую систему. В этой связи следует отметить, что такие фундаментальные уравнения физики, как уравнения Ньютона, Максвелла, механики сплошных сред, а также Шредингера и Эйнштейна, не являются замкнутыми в том смысле, что они содержат большее число неизвестных, чем количество самих этих уравнений. По этой причине для их решения всегда используют некоторые дополнительные соотношения, конкретизирующие (задающие) систему и являющиеся по сути УС. Рассмотрим некоторые примеры.

Уравнения Ньютона. Эти уравнения связывают вторые производные координат по времени r_i'' с силами F_i и для своего решения требуют задания еще одного набора приближенных соотношений типа $F_i = F_i(r_j, r_j', T, p)$, которые должны определяться из эксперимента или на основании модельных соображений, но сами не входят в логическую схему классической механики.

Уравнения Максвелла без токов связывают пространственные и временные производные напряженности электрического и магнитного полей \mathbf{E} и \mathbf{H} с соответствующими индукциями \mathbf{D} и \mathbf{B} . Эти уравнения также являются незамкнутыми. Для их решения необходимо привлечь методы статистической термодинамики или немногочисленные точные результаты теории многих тел [10] с целью установления дополнительных материальных соотношений типа $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{E}, p, T)$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{H}, p, T)$. Эти соотношения по сути являются УС конкретной изучаемой системы во внешнем электромагнитном поле. Обычно полагают (для простоты или на основании эксперимента) $\mathbf{D} = \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}$ и $\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}$, где ϵ и μ — феноменологические константы.

Гидродинамический подход при изучении столкновений релятивистских тяжелых ионов в физике высоких энергий также требует конкретизации рассматриваемой системы, т. е. задания уравнений вида

$$p = \varphi_1(n, T), \quad (1)$$

$$\epsilon = \varphi_2(n, T), \quad (2)$$

связывающих давление и плотность внутренней энергии ϵ с плотностью числа частиц и температурой. Уравнение (1) обычно называют в термодинамике термическим УС, а (2) — калорическим УС. Действительно, пять уравнений гидродинамического одножидкостного подхода (в трехмерном пространстве) содержат семь неизвестных переменных. Обычно в релятивистской гидродинамике столкновений тяжелых ионов необходимы корректные уравнения (1) и (2) в области больших значений n и T . Следует в этой связи отметить, что методы современной статистической механики сильно взаимодействующих частиц хорошо работают только в предельных случаях $n/T^3 \ll 1$ и $n/T^3 \gg 1$ [5].

Уравнения Эйнштейна замыкаются заданием зависимости $p(\epsilon)$, следующей из (1) и (2). В случае закрытой изотропной модели Вселенной связь между радиусом кривизны пространства a и плотностью энергии дается формулой [11]

$$\ln a = -(1/3) \int d\epsilon/[p(\epsilon) + \epsilon] + \text{const.} \quad (3)$$

Вычисление интеграла в (3) требует идентификации системы, т. е. использования связи между p и ϵ (обычно во многих задачах полагают, что $p = 0$ или $p = \epsilon/3$). Вид этой зависимости определяет характер эволюции и устойчивость Вселенной. Аналогичные проблемы

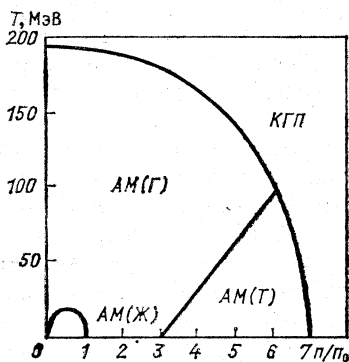


Рис. 2. Схематический вид фазовой диаграммы ядерной материи. Обозначения:

AM(Г) — адронный газ; AM(Ж) — адронная жидкость; AM(Т) — адронная кваркристаллическая структура; КГП — кварк-глюонная плазма. Значения температуры T и плотности n/n_0 указаны приблизительно

возникают при изучении нейтронных звезд и черных дыр. При этом необходимо знание УС при плотностях n , значительно превышающих ядерную: $n/n_0 \gg 1$, где $n_0 = 0,145 \div 0,170 \text{ фм}^{-3}$.

Фазовые переходы в ядерном веществе, по-видимому, наиболее интересная проблема, в которой УС играет основную роль, определяя вид фазовой диаграммы ядерного вещества (рис. 2). Фазовые переходы типа жидкость — газ происходят при $T \lesssim 15 \text{ МэВ}$ и, возможно, наблюдаются в экспериментах по столкновению тяжелых ионов с энергиями порядка нескольких гигаэлектрон-вольт (см., например, [12]). Важная задача об особенностях мультифрагментации ядер [8, 12, 13] может быть корректно решена только после выяснения вопроса о том, какого рода ФП (ФП1 или ФП2) имеет место при столкновении, что полностью определяется видом УС ядерной материи в условиях эксперимента.

Фазовый переход AM — КГП может происходить также при высоких температурах $T = T_c \approx 200 \text{ МэВ}$. Теоретические исследования этого ФП привлекают значительное внимание в последние годы (см., например, [14]). Расчеты методом Монте-Карло на решетках [15—21] показывают, что при химическом потенциале $\mu = 0$ и $T \approx 200 \text{ МэВ}$ возможно сосуществование двух фаз: адронной фазы с плотностью $n_H \sim n_0$ и фазы, соответствующей КГП с $n_Q/n_0 \sim 10$.

Результаты ряда вычислений [14] приводят к выводу, что при переходе от $T < T_c$ к $T > T_c$ плотность энергии КГП $\varepsilon_Q \approx 5T_c^4 \gg \varepsilon_H$, т. е. ε испытывает скачок (ε_H — плотность энергии АМ). Таким образом, исследуемый переход является ФП1 со скачком плотности $\Delta n = n_Q - n_H$ и плотности энтропии $\Delta s = s_Q - s_H$ [поскольку $T_s(T) = \varepsilon(T) + p(T)$]. Возможность такого перехода впервые была предсказана А. М. Балдиным [22] и открыта экспериментально в [23]. Кумулятивный эффект был первым подтверждением реализации в нуклонных системах зародышей других фаз (мультикварковых объектов) [22]. Такие мультикварковые объекты представляют собой гетерофазные образования в ядерной материи [3], что позволяет трактовать их появление как сигнал о ФП1.

При $\mu = 0$ плотность свободной энергии F/V (V — объем) совпадает с $-p$, поскольку $N\mu = pV + F$, где N — число частиц. Тогда при $T \neq T_c$ система выбирает термодинамически более устойчивую фазу, соответствующую большему значению давления.

Если $\mu \neq 0$, то фазовое превращение АМ — КГП можно рассматривать как «химическую» реакцию типа

$$H \rightleftharpoons \begin{cases} 2Q & \text{для мезонов,} \\ 3Q & \text{для нуклонов,} \end{cases}$$

где H и Q — «химические» символы адрона и кварка соответственно. Для этих реакций в рамках термодинамического подхода можно ввести понятие химического сродства (affinity) реакции $A(p, T)$ [8], определяющего характер и направление превращения:

$$A(p, T) = \mu_H(p, T) - \nu\mu_Q(p, T) \quad (\nu = 2; 3),$$

где $\mu_H(p, T)$ и $\mu_Q(p, T)$ — химические потенциалы адрона и кварка соответственно, зависимости которых от давления и температуры определяются УС, поскольку $\mu = (\partial\varepsilon/\partial n)_S$.

Следует отметить, что в ряде вычислительных экспериментов на решетках не обнаружено скачков Δn и ΔS при переходе АМ — КГП (см., например, [24—26]). Результаты этих расчетов интерпретируются как свидетельство того, что обсуждаемый переход является ФП2. Тогда адекватным подходом для его описания должен быть метод, основанный на идеях теории перколяции [27, 28] и ренормализационной группы [2]. Таким образом, особенности УС в окрестности $T = T_c$ играют определяющую роль в изучении природы этого ФП.

При высоких плотностях и сравнительно низких температурах адронный газ может «замерзнуть» (рис. 2) с образованием квазикристаллической структуры. В решетке чередуются протоны и нейтроны с противоположно направленными спинами. Фазовый переход в этом случае происходит по механизму так называемой пионной конденсации [29]. Однако надежных экспериментальных подтверждений возможности такого ФП в настоящее время не существует. Выска-

зываются предположения, что пионный конденсат ядерной материи может реализоваться в центре нейтронных звезд. В земных условиях пока не ясно, каким образом можно осуществить сильное изотермическое сжатие ядерного вещества.

Настоящий обзор посвящен проблеме УС ядерной материи при высоких плотностях и температурах с целью описания возможных ФП и метастабильных состояний. Проблеме УС посвящено много обзоров [5—9, 13], однако вопросам термодинамики метастабильного состояния вещества в них уделяется недостаточно внимания. Возможность существования систем длительное время в метастабильных состояниях может привести к новым эффектам во многих задачах физики высоких энергий и космологии. Статистической термодинамике метастабильных состояний посвящен обзор [30].

1. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

В данном разделе мы приведем основные определения и обсудим условия применимости термодинамического подхода.

а) **Понятие термодинамической системы.** Обычное определение термодинамической системы как макроскопического тела достаточно, но не является необходимым. Термодинамической является физическая система, обладающая большим числом степеней свободы. Следует отметить, что при этом размер системы не является определяющим для возможности использования термодинамического подхода. Например, если рассматривать фотонный газ (равновесное излучение абсолютно черного тела) в равновесии с термостатом при температуре T , то число фотонов в единице объема [31]

$$N/V = 0,244 T^3. \quad (4)$$

При $T = 1 \text{ К} \sim 10^{-4} \text{ эВ}$ в 1 см^3 содержится около 20 квантов, и система с такими макроскопическими размерами вряд ли может называться термодинамической. При $T = 10^3 \text{ К} \sim 10^{-7} \text{ МэВ}$ в 1 см^3 содержится уже 10^{10} фотонов, так что куб с ребром $b = 1 \text{ см}$, находящийся в контакте с термостатом, при $T = 10^3 \text{ К}$ может считаться термодинамической системой. Если при этом $b = 10 \text{ фм}$, то $N \sim 10^{-17}$, т. е. такая система не является термодинамической. При $T \geq 10^{15} \text{ К} \sim 10^6 \text{ МэВ}$, что соответствует максимальной энергии пучка на протон-антипротонном коллайдере, достигнутой в 1986 г., для $l = 10 \text{ фм}$ $N \sim 10^{10}$, а для $b = 1 \text{ фм}$ $N \sim 10^7$ (без учета рождения пар «частица — античастица»). Таким образом, в этом случае даже система микроскопических размеров является термодинамической.

Поскольку величина N определяется УС (1) или (2), а именно: $N = V\varphi_1^{-1}(p, T)$ или $N = V\varphi_2^{-1}(\epsilon, T)$, то условия, определяющие возможность термодинамического подхода для описания конкретной подсистемы, характеризуются неравенствами $V\varphi_1^{-1}(p, T) \gg 1$ или $V\varphi_2^{-1}(\epsilon, T) \gg 1$. Таким образом, вид уравнения состояния вещества определяет те области в пространстве переменных V, p, T или V, ϵ, T ,

в пределах которых возможно термодинамическое описание изучаемой системы.

б) **Понятие термодинамического равновесия.** Изолированные системы, рассматриваемые в термодинамике, с течением времени достигают состояния термодинамического равновесия и никогда не могут самопроизвольно из него выйти. Таким образом, из термодинамического рассмотрения исключаются системы, в которых возможны самопроизвольные отклонения параметров от их равновесных значений, т. е. системы с большими флуктуациями, приводящими к образованию пространственно-временных упорядоченных структур синергетического типа, в результате которого происходит уменьшение энтропии системы. В связи с этим следует отметить, что, например, гипотезы о механизмах термализации в гидродинамических теориях столкновений релятивистских тяжелых ионов требуют надежного подтверждения. Эта задача является актуальной, поскольку теория динамического хаоса (см., например, [32]) предсказывает стохастизацию системы в течение конечного времени только в рамках определенных моделей. Широко распространенное мнение об эргодичности динамических систем (по сути, важный вопрос о возможности отождествления наблюдаемых величин со средними по статистическому ансамблю) было впервые поставлено под сомнение в [33]. Интересно в связи с этим отметить результаты численного эксперимента Ферми, Паста и Улама (см. [34]), в котором система связанных ангармонических осцилляторов не переходила в состояние термодинамического равновесия, а демонстрировала синергетическое поведение (периодические осцилляции энергии различных нормальных мод). Поскольку в сильных взаимодействиях кинематическая область, в которой применима теория возмущений, далека от масштабов, определяющих основные ядерные явления, то построение количественной теории ядерных сил на основе квантовой хромодинамики (КХД) встречается с большими трудностями. Вследствие этого уравнения КХД в той области, где цветовое взаимодействие становится сильным, мы решать не умеем, а поэтому вопрос о переходе системы с сильными взаимодействиями к равновесию в результате временной эволюции остается открытым. Неизвестно, будет ли неравновесная система релаксировать к равновесию, как обычная классическая среда, или в ней будут возникать когерентные образования синергетического типа. Результаты решеточных расчетов [14, 25, 26] пока не позволяют сделать однозначных выводов о характере приближения к равновесию и механизмах термализации как в АМ, так и в КГП.

в) **Существование температуры и уравнения состояния.** С понятием термодинамического равновесия связано введение чисто термодинамического параметра — температуры, которая не имеет динамического аналога. Температура вводится как новая переменная, характеризующая равновесное состояние системы (таким же образом введено в квантовую механику понятие спина). Так как

состояние равновесия может быть охарактеризовано плотностью энергии и другими внешними термодинамическими параметрами a_i , то

$$\varepsilon = f(a_i, T). \quad (5)$$

Соотношение (5) является калорическим УС, частный случай которого есть (2). Поскольку температура является равновесным термодинамическим параметром, то для системы, близкой к равновесию, она понимается как приближенное понятие, а для сильнонеравновесной системы понятие температуры лишено смысла. Если $\nabla T l / T \ll 1$, где $|l|$ — характерный радиус действия сил между частицами, то можно ввести понятие локальной температуры $T(x)$, которое широко используется в гидродинамическом подходе, однако в присутствии сильных гравитационных полей оно не является однозначным [35]. Кроме того, необходимо отметить, что температура не является лоренц-инвариантной величиной, т. е. зависит от системы отсчета. При этом закон преобразования температуры при переходе в движущуюся систему координат не может быть получен однозначно. Если при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой дифференциалы термодинамических потенциалов вычисляются при постоянной относительной скорости v , то [36]

$$T = T_0 / \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (6)$$

где $\beta = v/c$, если же дифференциалы термодинамических потенциалов вычисляются при постоянном импульсе, то [35]

$$T = T_0 \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (7)$$

Такой произвол, однако, не приводит к принципиальным трудностям, поскольку связан с условием выбора выражения для вариации работы.

Время от времени в литературе возобновляются дискуссии по поводу релятивистски-инвариантной формулировки статистической термодинамики [36]. Большинство авторов, однако, считают этот спор академическим и в практических вычислениях рассматривают температуру инвариантной величиной, определяемой — подобно плотности энергии — в системе покоя.

г) **Квазистатичность термодинамических процессов.** Если для термодинамического процесса $a(t)$ выполняется неравенство

$$da/dt \ll \Delta a / \tau_p, \quad (8)$$

где τ_p — время релаксации к равновесию состояния, приготовленного внезапным изменением переменной $a(t)$ на величину Δa , то говорят, что процесс $a(t)$ является квазистатическим [37]. Его описание осуществляется методами равновесной термодинамики. Если же

$$da/dt \gtrsim \Delta a / \tau_p, \quad (9)$$

то процесс $a(t)$ — неравновесный и характеризуется производством энтропии [7]. При небольших отклонениях от состояния равновесия

в этом случае можно пользоваться концепцией УС, однако оно не имеет при этом простой формы (1) или (2), а становится функцией частоты ω . Если же при этом в системе возникают существенные градиенты интенсивных величин, то УС становится функцией волнового вектора k , характеризующего пространственную неоднородность. Так, например, изотермическая сжимаемость $\kappa = (\partial n / \partial p)_T$ принимает в простейшем случае вид [38]

$$\kappa = (\kappa_0^{-1} + Ak^2 + M\omega)^{-1}, \quad (10)$$

где κ_0 — изотермическая сжимаемость в однородной равновесной системе; A и M — параметры, зависящие от корреляционных свойств системы. Такой учет пространственно-временной дисперсии в УС и в кинетических коэффициентах приводит к уравнениям нелокальной гидродинамики с памятью [39]. Отметим, что роль дисперсионных добавок в УС велика вблизи точек ФП2, когда возрастают время релаксации τ_p и радиус корреляции флуктуаций соответствующего параметра порядка.

Задачи, в которых оценивается время τ_p , в рамках КХД корректно не решены. Считается, что переход к равновесию происходит за счет многократных «столкновений» мягких глюонов, в результате которых система стохастизируется, что приводит к росту энтропии до максимального значения. Для оценки τ_p необходимо знать детали механизма взаимодействия, приводящего к стохастизации. Например, при стохастизации газа твердых сфер неопределенность направления скорости $\Delta\varphi_i$ после i столкновений является величиной порядка $(\lambda/b)^i \Delta\varphi_0$, где $\Delta\varphi_0$ — начальная неопределенность направления скорости; b — радиус сферы (радиус взаимодействия); λ — длина свободного пробега. Зная λ/b и $\Delta\varphi_i$, легко оценить i , а следовательно, и время стохастизации, при котором $\Delta\varphi_i \sim 1$. Соответствующие параметры в рамках КХД строго не определены, поэтому обычно принимают по порядку величины $\tau_p \sim 1$ фм [40], есть соображения о том, что $\tau_p \sim \lambda \sim T^{-1}$ [41]. Обсуждение времени релаксации см. в [42].

При выполнении условий, требуемых исходными положениями а) — г), имеют место первый и второй законы термодинамики

$$dE \leq TdS - pdv + \sum_{i=1}^l \mu_i dx_i, \quad (11)$$

где $E = \varepsilon/n$ — внутренняя энергия на одну частицу; $S = s/n$ — энтропия на одну частицу; s — плотность энтропии; μ_i — химические потенциалы частиц сорта i , а $x_i = n_i/n$, $n = v^{-1} = n_1 + n_2 + \dots + n_l$. Знак равенства относится к равновесным процессам, а неравенство имеет место при неравновесных процессах. Для получения термического УС необходимо исключить S из системы

уравнений

$$T(v, x_i, S) = \left(\frac{\partial E}{\partial S} \right)_{v, x_i}, \quad p(v, x_i, S) = - \left(\frac{\partial E}{\partial v} \right)_{S, x_i}. \quad (12)$$

Однако это не совсем удобный путь, поскольку обычно плотность энергии в рамках используемых моделей вычисляется как функция v , T и μ_i (параметры большого канонического ансамбля). Для этой цели предпочтительнее воспользоваться дифференциальным уравнением, следующим из (11) и связывающим калорическое и термическое УС (как это делается, например, в [43] при $\mu = 0$):

$$T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{v, x_i} - p = \left(\frac{\partial E}{\partial v} \right)_{T, x_i}. \quad (13)$$

Решение уравнения (13) дает выражение для $p(T, v, x_i)$:

$$p = T \int \frac{1}{T^2} \left(\frac{\partial E}{\partial v} \right)_{T, x_i} dT + C(v, x_i) T, \quad (14)$$

где $C(v, x_i)$ — постоянная интегрирования. Согласно третьему закону термодинамики [37], $\lim_{T \rightarrow 0} (\partial p / \partial T)_{v, x_i} = 0$, вследствие чего

$C(v, x_i) = 0$ и

$$p = T \int \left(\frac{\partial E}{\partial v} \right)_{T, x_i} \frac{\partial T}{T^2}. \quad (15)$$

Уравнение (15) упрощается при $\mu = 0$, так как в этом случае из соотношений $\sum_i \mu_i x_i = E - TS + pv = F + pv$ (F — свободная энергия на одну частицу) и $S = -(\partial F / \partial T)_{v, x_i} = p'v$, $\varepsilon = Ts - p$ следует

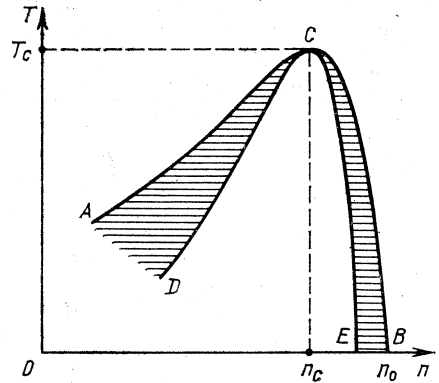
$$Tp'(T) - p = \varepsilon, \quad (16)$$

и тогда

$$p = T \int (\varepsilon / T^2) dT. \quad (17)$$

Следует отметить, что в работах [43, 44] использование уравнения (16) предполагает, что постоянная интегрирования $C \neq 0$. Это, однако, не означает некорректности предлагаемого УС в исследуемом интервале температур, а скорее указывает или на возможность вырождения изучаемой системы при $T \rightarrow 0$, или на возможность ФП при понижении температуры, после которого система будет описываться другим УС. Аналогичная ситуация имеет место в термодинамике идеального классического газа, где $p \sim T$ и $\lim_{T \rightarrow 0} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v \neq 0$,

Рис. 3. Фазовая диаграмма ядерной материи при низких температурах и малых плотностях согласно [7]. Область метастабильных состояний заштрихована



что указывает на вырождение газа при низких температурах.

Существует большое количество моделей УС, описывающих термодинамическое поведение АМ при температурах $T \lesssim 100$ МэВ и плотностях $n/n_0 \lesssim 2$ (см., например, обзоры [6—9] и цитируемую в них литературу). Эти УС получены в рамках моделей, использующих методы статистической механики для вычисления $\varepsilon(n, T)$. Значения констант этих уравнений не вычисляются в теории, а определяются из сравнения с результатами эксперимента. Интересно отметить обзор [7], где описаны методы получения зависимости $\varepsilon(n, S)$, что является важным в связи с возможностью экспериментального определения энтропии из отношения числа дейтронов к числу протонов при столкновении ядер [45].

Для описания ФП1 в ядерном веществе при низких температурах (переход типа «жидкость — газ») существуют аналитические параметризации УС АМ. На основе этих УС холодной ядерной материи ($T < 15$ МэВ) возможно получить фазовую диаграмму типа [7] (рис. 3) с линией фазового равновесия ACB (бинодалью) и границей абсолютной неустойчивости DCE (спинодалью), а также вычислить параметры критической точки $T_c = 14,9$ МэВ, $n_c = 0,063$ фм $^{-3}$, $s_c/n_c = 2,55$ и определить область метастабильных состояний (заштрихована на рис. 3). Наличие ФП в данных системах позволило применить полумикроскопические методы теории фазовых переходов и критических явлений (например, капельная модель Фишера [46]) к задаче мультифрагментации осколков при столкновении тяжелых ионов [12, 13, 47]. В этой задаче важным является вопрос о порядке ФП, который зависит от того, в какой точке термодинамической плоскости происходит переход, что, в свою очередь, определяет значение показателя τ в соотношении для зависимости сечения образования фрагментов σ_f от их массы A_f или заряда Z_f [12, 13]: $\sigma_f \sim Z_f^{-\tau}$. Так, при ФП2 $\tau = 2,2 \div 2,3$, а при ФП1, по-видимому, $\tau = 2,5$ [46].

В окрестности ФП АМ — КГП ситуация с УС не является столь определенной. В этом случае в основном используются УС модели мешков (МУС) и его модификации. В мешковых моделях [48, 49] предполагается, что пертурбативный вакуум неустойчив по отношению к рождению кварков и глюонов, а наблюдаемый вакуум является непертурбативной материей, обеспечивающей отсутствие

свободных цветных частиц в спектре возбуждений (т. е. конфайнмент). В существующих моделях вакуумной материи (см., например, обзоры [9, 42]) вакуум обладает избыточным давлением и отрицательной плотностью энергии. В мешковых моделях конфайнмент

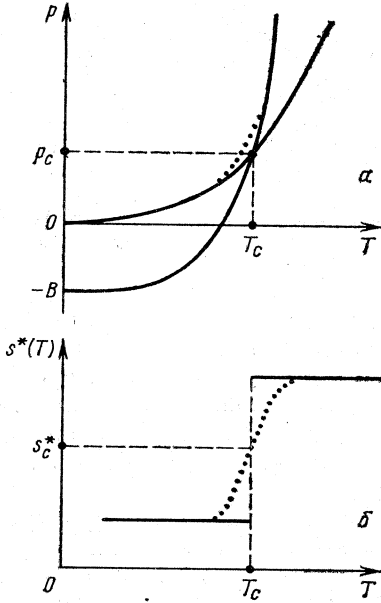


Рис. 4. Графики уравнения состояния модели мешков с $B = \text{const}$: α — зависимость $p(T)$; β — зависимость $s^*(T) = s(T)/T^3$; пунктирная линия соответствует уравнению состояния (42)

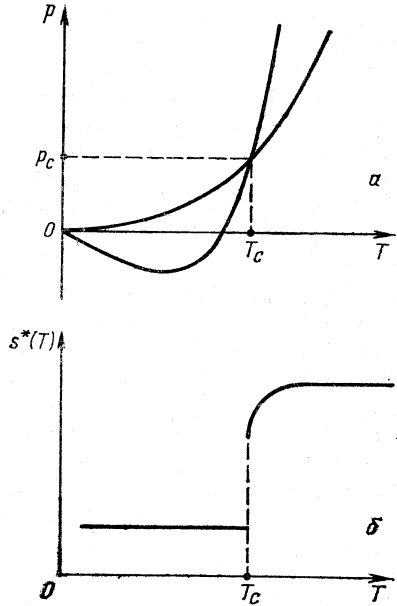


Рис. 5. Графики уравнения состояния Челмана [44] (модель мешков с $B = AT$): α — зависимость $p(T)$; β — зависимость $s^*(T) = s(T)/T^3$

учитывается введением границы, непроницаемой для кварков и глюонов, а внутри мешка цветные объекты являются свободными (асимптотическая свобода).

При построении конкретных моделей удобно предположить, что пертурбативный вакуум имеет положительную плотность энергии B и, в соответствии с (16), отрицательное давление $-B$. Тогда МУС можно записать в виде [50] при $\mu = 0$ (рис. 4):

$$\left. \begin{aligned} p_Q(T) &= a_Q T^4 - B; & \varepsilon_Q &= 3a_Q T^4 + B; \\ p_H(T) &= a_H T^4, & \varepsilon_H &= 3a_H T^4, \\ s_Q(T) &= 4a_Q T^3; \\ s_H(T) &= 4a_H T^3, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

где индексы Q и H относятся к КГП и АМ соответственно; $a_Q = g_Q \pi^2/90 \approx 1,75$; $a_H = g_H \pi^2/90 \approx 0,33$; постоянная мешка $B =$

$= (a_Q - a_H) T_c^4$; g_Q и g_H — числа степеней свободы кварков и адронов.

Из модификаций МУС следует отметить уравнение Челмана [44] (рис. 5):

$$\left. \begin{aligned} p_Q(T) &= a_Q T^4 - AT; & \varepsilon_Q(T) &= 3a_Q T^4; \\ p_H(T) &= a_H T^4, & \varepsilon_H(T) &= 3a_H T^4; \\ s_Q(T) &= 4a_Q T^3 - A; \\ s_H(T) &= 4a_H T^3, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

где $A = (a_Q - a_H) T_c^3$. Несмотря на несогласованность уравнений (19) с третьим началом термодинамики и нефизичность результатов при $T \leq (A/(4a_Q))^3 T_c$ (а именно: $s \leq 0$), они очень удачно аппроксимируют данные расчетов методами Монте-Карло на решетке (см. также [43]) при $T > 200$ МэВ.

Интересно отметить, что МУС в классической термодинамике имеет давнюю историю, начиная с 1846 г. (уравнение Риттера) [51]:

$$p = p_{id} - B,$$

где постоянная мешка $B = \alpha n^2$, α — постоянная, p_{id} — давление идеальной системы. Следующими в хронологическом порядке были УС мешкового типа Хирна (1865) и Ван-дер-Ваальса (1873). Уравнение Хирна имеет вид

$$p = p_{id}^* - B,$$

где p_{id}^* — давление идеальной системы с учетом непроницаемости частиц; B — постоянная мешка. Уравнение Ван-дер-Ваальса является комбинацией УС Риттера и Хирна, а именно:

$$p = p_{id}^* - \alpha n^2.$$

Поскольку в те годы микроскопической теории УС конденсированных систем и плотных газов не существовало, то выбор p_{id}^* и модели мешка [задание функции $B(n, T)$] осуществлялся так, как это делается сейчас в КХД, методом подбора аналитических аппроксимаций и параметров из сравнения с экспериментом. Величина $-B$ характеризовала «конфайнмент» (не столь прочный, как в КХД) и называлась внутренним давлением. Дальнейшая история УС конденсированных систем состояла в выводе адекватной зависимости $B(n, T)$ в основном методами теории возмущений или с помощью модельных расчетов.

Аналогичная ситуация с УС имеет место в настоящее время при изучении КПП, а также АМ в близкой окрестности высокотемпературного ФП (история повторяется через сто лет). Применение КХД к построению микроскопической теории ядерной материи носит пока модельный полуколичественный характер (см. обсуждения в [9, 52]), так что о надежном термодинамическом описании свойств ядерного вещества говорить пока рано.

Ввиду вычислительных трудностей непертурбативной КХД представляет интерес использование альтернативных методов для получения УС горячего и плотного сильно взаимодействующего вещества. В следующем разделе мы рассмотрим УС, полученное в рамках S -матричной формулировки статистической механики [53—57]. Оно дополняет кварк-глюонную картину строения адронов и ядер.

2. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ЯДЕРНОГО ВЕЩЕСТВА В S -МАТРИЧНОЙ ФОРМУЛИРОВКЕ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Статистическая механика сильно взаимодействующих частиц должна строиться с учетом взаимодействия между элементами, составляющими систему. В статистической физике учет взаимодействия производится посредством введения гамильтониана взаимодействия в соответствующие формулы. К сожалению, в сильных взаимодействиях гамильтониан — величина неизвестная. Наблюдаемой является S -матрица, поэтому адекватной при изучении адронных систем представляется S -матричная формулировка статистической механики. Такая формулировка предложена в работе Дашена, Ма и Бернштейна (ДМБ) [53]. Эти авторы представили большой термодинамический потенциал системы $\Omega = -pV$ в виде ряда, n -й член которого выражается через матричный элемент перехода $n \rightarrow n$:

$$\beta(\Omega - \Omega_0) = -\frac{1}{4\pi i} \sum_{n=2}^{\infty} z^n \int_{nm}^{\infty} dE \exp(-\beta E) \left(\text{Tr}_n A S^{-1} \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial E} S \right)_c, \quad (20)$$

где Ω_0 — термодинамический потенциал системы в отсутствие взаимодействия; $z = \exp(\beta\mu)$ — активность; $\beta = T^{-1}$ — обратная температура; m — масса частицы; μ — химический потенциал; A — обменный оператор. След берется по свободным n -частичным состояниям, а индекс «с» указывает, что при взятии следа нужно учитывать лишь связанные диаграммы.

На диаграммном языке S -матричной формулировки статистической механики термодинамическому потенциалу Ω_0 квантового идеального газа соответствует сумма обменных диаграмм без взаимодействия (рис. 6, а). Если первым шагом является переход от бoльцмановского газа к квантовому идеальному газу — переход от первого члена ряда на рис. 6, а к сумме всего ряда, то следующим шагом в этом направлении является суммирование ряда диаграмм, изображенных на рис. 6, б, что отвечает, по сути, учету квантовых эффектов обмена при наличии двухчастичного взаимодействия. Хотя в большинстве работ в данном направлении ограничиваются вкладом двухчастичного взаимодействия, не исключено, что вклад в (20) процессов, в которых сильное взаимодействие многочастично — например, трехчастично (рис. 6, в), существен. В [53] показано, что суммирование по всем многочастичным диаграммам типа изобра-

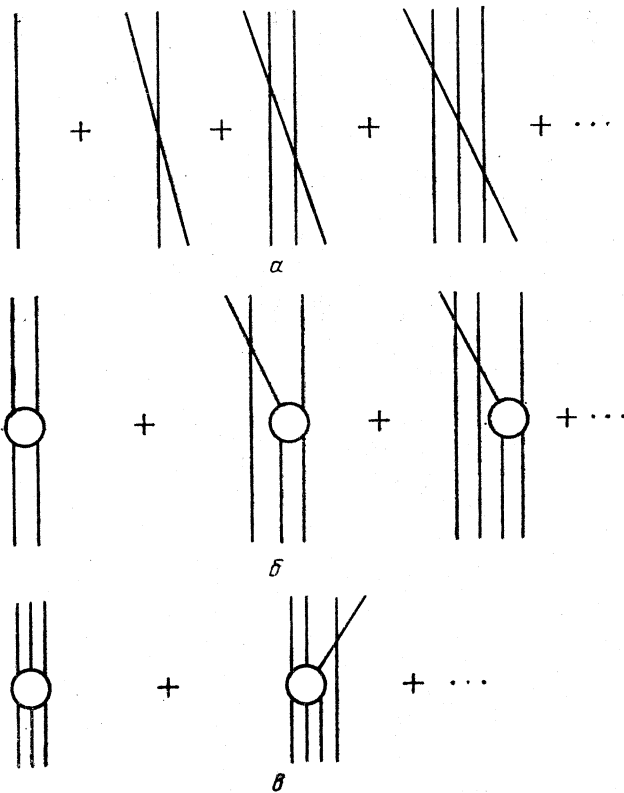


Рис. 6. Сумма обменных диаграмм без взаимодействия, соответствующая идеальному квантовому газу (а); диаграммы, соответствующие учету квантовых эффектов обмена при наличии двухчастичного взаимодействия (б), и диаграммы, в которых собственно сильное взаимодействие — трехчастичное (в)

женных на рис. 7, в которых взаимодействие определяется амплитудой $n \rightarrow n$, сводится к появлению перед амплитудой статистического множителя.

Следующим важным шагом в определении УС в рамках подхода ДМБ является определение S -матрицы. Достоинством подхода ДМБ является возможность установления прямой связи между термодинамическими величинами и наблюдаемыми (точнее, S -матрицей). В принципе, вместо модельной амплитуды рассеяния (S -матрицы) можно было бы использовать непосредственно экспериментальные данные, если бы такие данные существовали в достаточно широкой области энергий.

Для вывода УС в рамках подхода ДМБ, в принципе, требуется знание всех амплитуд перехода n частиц в n . Такая постановка задачи нереальна. Оказалось, однако, что с использованием реалисти-

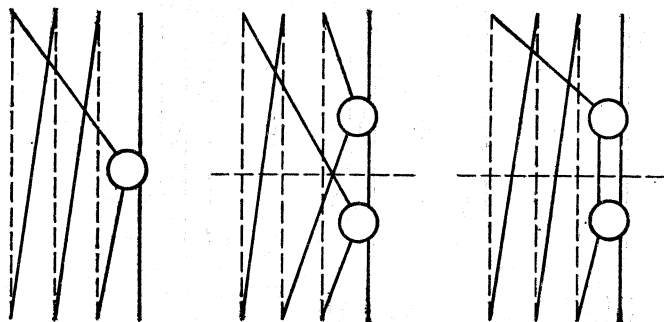


Рис. 7. Типы диаграмм, учитываемых при суммировании ряда (20)

ческих моделей для амплитуды рассеяния можно получить нетривиальные результаты, касающиеся УС. В работе [54] было показано, что в рамках формализма ДМБ свойства УС при высокой температуре определяются поведением амплитуды рассеяния при высоких энергиях. Ниже мы изложим основные свойства УС, следующего из S -матричной формулировки статистической механики. Анализ этих результатов с учетом последних экспериментальных данных, а также ссылки на более ранние работы в этом направлении можно найти в статье [55].

Ограничиваясь вкладом в S -матрицу амплитуды упругого рассеяния, получаем [55] с помощью выражения (20)

$$p = p_0 + p_1 + p_2, \quad (21)$$

где

$$p_0 = -\frac{\Omega_0}{V} = \frac{T}{V} \sum_k \ln [1 + \exp(-\beta E_k)] = \frac{7\pi^2}{360} T^4 \left[1 + O\left(\frac{m}{T}\right) \right]; \quad (22)$$

$$p_1 = \frac{1}{2(2\pi)^4 \beta^2} \int_{2m}^{\infty} K_2(\beta E) E^2 \frac{\partial}{\partial E} \left[\frac{\sqrt{E^2 - 4m^2}}{E} \operatorname{Re} F(s, 0) \right] dE; \quad (23)$$

$$p_2 = \frac{1}{8(2\pi)^5 \beta^2} \int_{2m}^{\infty} K_2(\beta E) dE \int_{-(s-s_0)}^0 \left[\operatorname{Re} F(s, t) \frac{\partial}{\partial E} \operatorname{Im} F(s, t) \right] dt. \quad (24)$$

Здесь $F(s, t)$ — амплитуда упругого рассеяния, $E = \sqrt{s}$ — энергия в системе центра масс, а m — масса нуклона. Отметим, что p_2 невозможно восстановить непосредственно из экспериментальных данных, так как формула (24) содержит $\operatorname{Re} F(s, t)$, которая экспериментальным путем непосредственно не определяется.

Удобной параметризацией для амплитуды рассеяния, пригодной при высоких энергиях, является модель полюсов Редже. Правда, область применимости этой модели ограничена снизу энергией

$E \simeq 5$ ГэВ, что, в свою очередь, накладывает ограничения снизу на температуру $T/E \ll 1$, ниже которой УС в данном подходе не применимы. Эти ограничения на деле, по-видимому, менее жесткие, вследствие дуальности, согласно которой высокоэнергетическая реджевская асимптотика амплитуды рассеяния содержит информацию о ее структуре при низких энергиях. Анализ, выполненный в работе [55] с помощью феноменологической амплитуды рассеяния, описывающей экспериментальные данные в широкой области энергий, показал, что результат для УС слабо зависит от изменения нижнего предела интегрирования в (23). Такая стабильность результата, возможно, является следствием вышеупомянутого свойства дуальности. Тем не менее, учитывая приближения, используемые при выводе УС в рамках подхода ДМБ, мы считаем, что полученные УС требуют дальнейшего обоснования и подтверждения путем сравнения с другими теоретическими подходами, а также экспериментальными данными.

Обсудим основные свойства УС, полученного [54] в подходе ДМБ.

1. При асимптотических значениях температуры

$$p(T)_{T \gg m} \sim T^6. \quad (25)$$

Такое поведение отличается от получившей широкое распространение картины, основанной на свойстве асимптотической свободы в КХД с асимптотикой

$$p(T)_{T \gg m} \sim T^4, \quad (26)$$

характерной для поведения идеального газа. Асимптотическое поведение (25) нам представляется более естественным, так как трудно допустить полную экранировку кварков и глюонов, необходимую для обоснования поведения (26).

Асимптотика (25) в рамках подхода ДМБ однозначно следует [54] из двух наблюдаемых экспериментальных фактов: неубывания с энергией полных сечений и обрезания дифференциальных сечений по поперечному импульсу, иными словами, — дифракционному характеру высокоэнергетического рассеяния адронов. Последнее свойство на языке модели полюсов Редже соответствует обмену вакуумной траектории с положительной C -четностью с единичным интерсептом (помером).

Отметим, что используемая нами модель амплитуды рассеяния с неубывающим сечением отличается от модели Хагедорна, в которой предельная температура (трактуемая в настоящее время как критическая температура ФП) возникает вследствие специфической (нереальной) динамики взаимодействия, при которой вся энергия сталкивающихся частиц идет на множественное рождение.

2. При неасимптотических значениях температуры в выражении для $p(T)$ может появиться отрицательный вклад, обусловленный обменом траектории с отрицательной C -четностью (ω -мезон или оддерн).

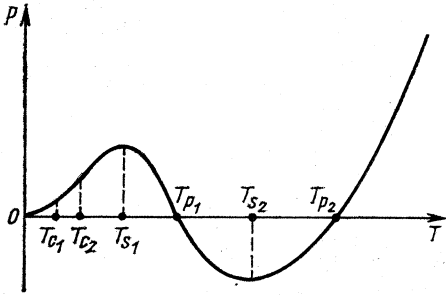


Рис. 8. График уравнения состояния $p(T)$ в S -матричной формулировке статистической механики

УС удобно пользоваться простейшей параметризацией (27). Значения численных коэффициентов A, D и C , связанных с наблюдаемыми сечениями (или реджевскими параметрами), подробно обсуждаются в [55]. Ввиду неоднозначности в их определении целесообразно допустить возможность дальнейшей подгонки к другим моделям УС и (или) наблюдаемым коллективным эффектам в столкновениях тяжелых ядер.

Здесь и далее предполагается $\mu = 0$, поэтому знание зависимости $p(T)$ позволит определить остальные термодинамические величины из соотношений $s = p'$ и $\epsilon = sT - p$.

Из графика зависимости $p(T)$ (рис. 8) видно, что существует область температур, где давление становится отрицательным. Температуры, при которых давление обращается в нуль, обозначены T_{p_1} и T_{p_2} . Две другие характерные точки T_{s_1} и T_{s_2} соответствуют температурам, при которых обращается в нуль производная от давления. Поскольку в системе с $\mu = 0$ эта величина определяет плотность энтропии, а она есть величина положительно определенная, то участок кривой $p(T)$ между T_{s_2} и T_{s_1} является нефизическим, однако область температур $T_{s_2} < T < T_{p_2}$, при которых давление в системе отрицательно, не является запрещенной. Переохлажденная до таких температур адронная материя может находиться в метастабильном состоянии, пока флуктуации не выведут систему из неустойчивого термодинамического равновесия в другое равновесное состояние.

Плотность энергии ($\mu = 0$) равна:

$$\epsilon(T) = Ts - p = 5CT^6 - 4DT^5 + 3AT^4.$$

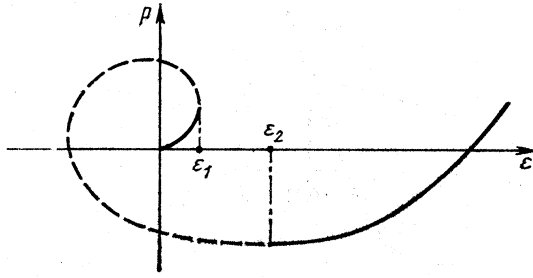
Качественный график УС (27) в координатах $p - \epsilon$ изображен на рис. 9. Наклон кривой $p(\epsilon)$ равен скорости звука в квадрате c_s^2 :

$$c_s^2 = \frac{dp}{d\epsilon} = \frac{p'}{Tp''} = \frac{s}{Ts'}. \tag{28}$$

Получаемая таким образом кривая $p(T)$ изображена на рис. 8, а соответствующее УС в простейшем виде можно параметризовать как

$$p(T) = AT^4 - DT^5 + CT^6. \tag{27}$$

Второе слагаемое в правой части (27) соответствует вкладу траектории с интерсептом $1/2$. Полный учет различных вкладов в амплитуду рассеяния приведет к модификации (27), однако для иллюстрации свойств


 Рис. 9. График уравнения состояния (27) в координатах $p - \varepsilon$

Температура T_{c_2} , соответствующая величине ε_1 , при которой $p''(T) = 0$ (точка спинодали), для данного уравнения состояния равна $(3/4)T_{s_1}$. При $T = T_{c_2}$ нарушается условие термодинамической устойчивости, поскольку в системах с $\mu = 0$ $c_V = \varepsilon'(T) = T p''$. По этой же причине область температур $T_{c_2} < T < T_{s_2}$ является нефизической. При увеличении температуры до T_{c_2} скорость звука согласно (28) неограниченно возрастает и может превысить скорость света в пустоте. Неограниченный рост скорости звука при $T \rightarrow T_{c_2}$ согласуется с поведением адиабатической сжимаемости $\chi_s = (\partial v / \partial p)_s = -Ss'/s^3$ (здесь $S = Vs$), которая при $T \rightarrow T_{c_2}$ обращается в нуль.

Неясно, допустимо ли такое явление в рамках основных принципов теории; придерживаясь традиционной точки зрения, к нефизической следовало бы отнести также область температур выше T_{c_1} , при которой скорость звука достигает световой.

Отрицательное давление в (27), по-видимому, является следствием преобладания силы притяжения в системе. Границы нефизической области являются свидетельством неустойчивости системы, результатом которой может быть фазовый переход.

Для исследования этого явления удобно воспользоваться внешней аналогией между УС (27) (рис. 8) и уравнением Ван-дер-Ваальса. Следуя работе [56], запишем выражение для свободной энергии в виде

$$F = TVf(x)/b,$$

где $f(x) = x \left(\ln \frac{x}{4-x} - x\tau - \ln x_0 \right)$, $x = nb$, $x_0 = n_0b$, $\tau = a/bT$.

Положив $a = a_0/T^\alpha$, $b = b_0/T^\beta$, соответствующим выбором параметров приходим к УС (27). Уравнение Ван-дер-Ваальса позволяет изучить детали фазового перехода в УС, в частности — появление новой ветви в зависимости $p(T)$ и фазовых переходов в точках T_{Φ_1} и T_{Φ_2} (рис. 10) (более подробно см. работы [55, 56]).

Возможные следствия «низкотемпературного» фазового перехода $T_{\Phi} \approx 200$ МэВ изучались [57] в рамках гидродинамической модели Ландау.

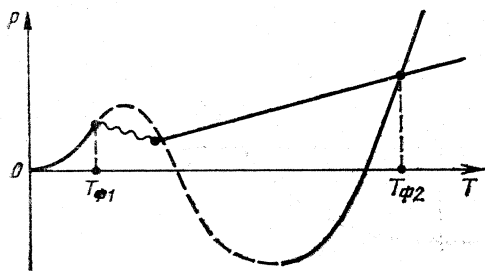


Рис. 10. Появление новой фазы в уравнении Ван-дер-Ваальса

картины сильного взаимодействия.

Кроме того, интересным представляется тот факт, что если в МУС (18) положить

$$B = (A - a_Q) T^4 + DT^5 - CT^6, \quad (29)$$

то это уравнение превращается в S -матричное УС (27). Таким образом, УС (27) формально можно считать МУС с параметром мешка B , зависящим от температуры в соответствии с (29).

3. ТЕРМОДИНАМИКА МЕТАСТАБИЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ

Выше уже упоминалось, что метастабильные состояния вещества возникают при ФП1. Характерной чертой таких фазовых переходов является то, что процесс образования новой фазы происходит путем спонтанного возникновения очагов (или зародышей) более устойчивой фазы внутри исходного метастабильного состояния. При этом само метастабильное состояние со временем разрушается, так как теряется его термодинамическая устойчивость и в системе происходит процесс разделения фаз. Задачей кинетики ФП1 как раз и является описание эволюции системы в процессе фазового перехода, включая этапы возникновения и дальнейшего роста новой фазы. Следует заметить, что «скорость» протекания ФП1 существенно зависит как от внутренних свойств рассматриваемой системы, так и от тех внешних условий или факторов, благодаря которым осуществляется вывод системы из состояния фазового равновесия, т. е. создаются условия метастабильности. Так, например, скорость кристаллизации может быть весьма различной в зависимости от того, насколько большие переохлаждения рассматриваемого вещества могут быть реализованы ниже равновесной температуры кристаллизации, но также и в зависимости от того, какое именно вещество исследуется.

Отличительной чертой метастабильных состояний является их конечное время жизни. Будучи локально, т. е. относительно, устойчивыми, метастабильные состояния тем не менее могут существовать в течение какого-то определенного промежутка времени, обычно

В заключение данного раздела отметим сходную черту в S -матричном УС (26) и уравнением состояния Челмана (19) (см. также [58]), а именно: наличие минимума $p'(T) = 0$ при конечных значениях T . Такое сходство поможет уточнить значения свободных параметров в СУ [7] и установить более глубокую связь между кваркпартонной и S -матричной

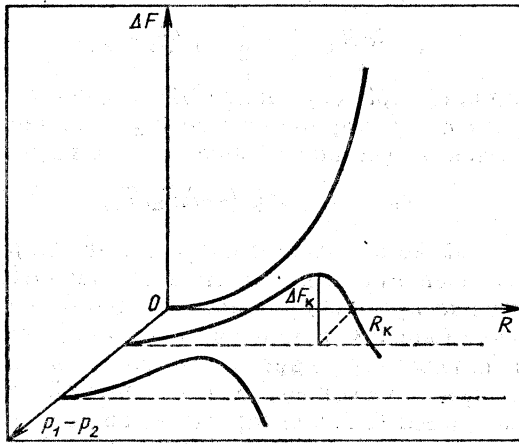


Рис. 11. Зависимость работы образования зародыша новой фазы (сферической формы) от радиуса зародыша R , $T = \text{const}$

достаточного для того, чтобы проявиться в соответствующих экспериментах. Для перехода метастабильного состояния в абсолютно устойчивое системе необходимо преодолеть некоторый активационный барьер, называемый в макроскопической физике барьером нуклеации. Существование этого барьера связано с тем, что при флуктуационном возникновении в метастабильной среде зародышей новой фазы работа их образования ΔF может быть представлена в виде [59]

$$\Delta F = -(p_1 - p_2) \frac{4}{3} \pi R^3 + 4\pi R^2 \sigma + n(\mu_1 - \mu_2) \frac{4}{3} \pi R^3, \quad (30)$$

где p_1 , p_2 , μ_1 , μ_2 — соответственно давление и химические потенциалы новой и старой (метастабильной) фаз; R — радиус зародыша новой фазы в предположении его сферичности; σ — коэффициент поверхностного натяжения. При некотором определенном размере зародыша R_k , который называется критическим (рис. 11), ΔF имеет максимальное значение, равное ($\mu_1 = \mu_2 = 0$)

$$\Delta F_k = \frac{16\pi\sigma^3}{3(p_1 - p_2)^2}. \quad (31)$$

Из условия $(\partial\Delta F/\partial R) = 0$ находим, что

$$R_k = 2\sigma/(p_1 - p_2). \quad (32)$$

Если образующиеся зародыши имеют размер $R > R_k$, то они продолжают в дальнейшем расти самопроизвольно, а при $R < R_k$ роста новой фазы не происходит. Таким образом, возникновение и рост зародышей с $R > R_k$ инициирует процесс ФПД во всей системе. Если ввести понятия поверхности критического зародыша S_k и его объема

V_K , то

$$\Delta F_h = (\sigma S_K)/3 = \frac{1}{2} V_K (p_1 - p_2). \quad (33)$$

Важной величиной при изучении ФП1 является скорость зародышеобразования в стационарном случае W_K , т. е. число зародышей, которые образуются в единице объема за единицу времени:

$$W_K \sim W_0 \exp(-\Delta F_K/T), \quad (34)$$

где W_0 — некоторый кинетический коэффициент, определение которого является задачей микроскопической теории ФП1. В системах, содержащих критическую точку (типа жидкость — газ, например) при температурах, близких к критической, также возможно образование метастабильных состояний и возникновение в системе ФП1. Такой ФП имеет ряд существенных особенностей, так как на его протекании сказывается близость критической температуры. В критической точке так называемый параметр порядка фазового перехода обращается в нуль, а его флуктуации имеют сингулярный характер. Напомним, что параметром порядка фазового перехода является термодинамическая величина плотностного типа, равная нулю в более симметричной (неупорядоченной) фазе [31]. Например, в ФП, происходящем вблизи критической точки жидкость — пар, параметром порядка является разность плотностей сосуществующих фаз. В этом случае выражение для W_K также можно получить, однако оно оказывается несколько более сложным, чем (34), и при его получении необходимо опираться на скейлинговое УС вещества, испытывающего вблизи критической точки ФП1. Результат имеет следующий вид [60, 61]:

$$W_K = \frac{c}{\xi^3} \left(\frac{x_0}{x} \right)^{7/3} \left(1 + \frac{x}{x_0} \right)^\varphi \exp[-(x_0/x)^2]. \quad (35)$$

Здесь x — безразмерный параметр, определяющий глубину захода в область метастабильности [если метастабильность создается путем переохлаждения системы, то $x \sim (T - T_0)$, где T_0 — температура бинадали системы]; $x_0 = 4\sigma\xi^2/T_c$, $C \approx x_0^3/12\sqrt{3}$; $\varphi = 10/3 + 1/\delta \approx 3,55$; ξ — радиус корреляции флуктуаций параметра порядка; $\delta \approx 4,8$ — индекс критической изотермы; T_c — критическая температура, соответствующая ФП2 в системе. Следует отметить, что теория образования новой фазы вблизи критической точки разработана пока недостаточно полно. Ряд проблем возникает, например, при попытках распространения формулы (35) на случай больших глубин захода в область метастабильности, где $x \gg 1$. К тому же величина x должна четко фиксироваться в эксперименте, а это не всегда может быть легко осуществимо при быстрых ФП. С другой стороны, контроль за величиной x можно выполнять при компьютерном моделировании ФП в решеточных моделях. В этом случае возможна проверка предсказаний формулы (35).

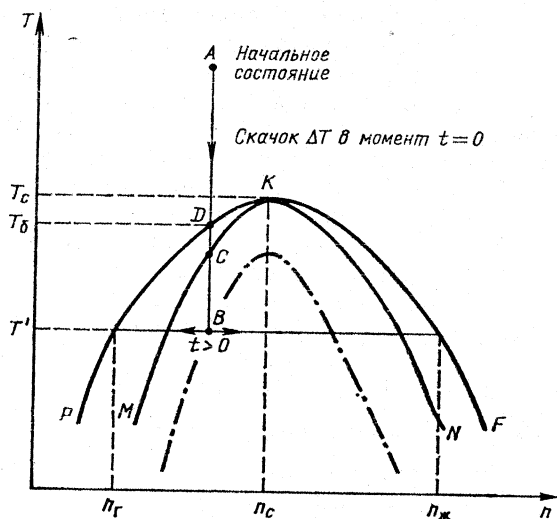


Рис. 12. Схематическое изображение фазовой диаграммы состояния для ядерного вещества. В результате резкого скачка температуры в момент времени $t = 0$ система оказывается «под спинодалью» $MCKN$, где отрицательна восприимчивость (точка B). В последующие моменты времени ($t > 0$) в системе начинается сложный нелинейный процесс эволюции к равновесию обеих фаз — спинодальный распад. Равновесные плотности n_r и n_k достигаются асимптотически при больших временах. Если в начальный момент времени системы оказывается в окрестности критической точки K , то $\tau = 2, 2$ (см. текст), если же в произвольной окрестности спинодали $MCKN$, то $\tau \approx 2, 5$. T_b — температура бинодали (линии равновесия фаз). Штрихпунктирная линия — адиабатическая спинодаль. Метастабильные состояния находятся в области между кривыми бинодали $PDKF$ и спинодали

Рассмотренный выше активационный механизм ФП (зародышеобразование или нуклеация) следует отличать от другого механизма фазового разделения, называемого спинодальным распадом, который является безактивационным процессом [62]. Разделение фаз по механизму спинодального распада наблюдается в тех случаях, когда в результате резкого изменения внешних параметров системы (температуры, давления) ее конечное состояние оказывается термодинамически неустойчивым. В этом случае фазовое расслоение происходит без преодоления системой энергетического барьера нуклеации и не связано с образованием критических зародышей новой фазы. При спинодальном распаде, происходящем в области, где восприимчивость системы $\chi < 0$ (рис. 12), все флуктуации на начальном этапе растут экспоненциально, а затем после некоторого характерного момента времени наступает существенно нелинейный режим развития неустойчивости, детальная теория которого пока отсутствует [63]. Результатом спинодального распада также является разделение фаз в системе.

Метастабильные состояния и спинодаль. Из представленной на рис. 3 фазовой диаграммы состояния ядерного вещества видно, что при температуре $T_c = 14,9$ МэВ и плотности $n_c = 0,063$ фм⁻³ в системе происходит ФП типа жидкость — газ, т. е. система содержит критическую точку. В системах с подобной фазовой диаграммой (рис. 12) термодинамически неустойчивое состояние, изображенное точкой B , может быть достигнуто (создано) в процессе резкого охлаждения системы в некоторый начальный момент времени до температур, существенно меньших T_c . Процесс изображен схематически стрелкой AB , где A — начальное состояние системы в области полной устойчивости фазы (в данном случае газовой). В конечном состоянии (точка B) система находится в области термодинамической неустойчивости, где $(\partial p/\partial n)_T < 0$. При этом характерно, что состояние B находится ниже некоторой другой точки C (см. рис. 12), в которой $(\partial p/\partial n)_T = 0$, т. е. восприимчивость $\chi = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial n}{\partial p} \right)_T \rightarrow \infty$. Геометрическое место точек, для которых выполнено последнее условие, образует на фазовой диаграмме границу термодинамической устойчивости фазы — спинодаль. Линия спинодали отделяет область метастабильных состояний (между кривой фазового равновесия $PDKF$ и границей устойчивости $MCKN$) от состояний, полностью неустойчивых в термодинамическом смысле (лабильных состояний), соответствующих области «внутри» спинодали MCK . Линия фазового равновесия (бинодаль) и спинодаль соприкасаются в единственной точке на фазовой диаграмме — в критической точке жидкость — газ (точка K на рис. 12). В этой точке $(\partial p/\partial n) = 0$, $(\partial^2 p/\partial n^2)_T = 0$, и система испытывает фазовый переход второго рода. Однако если система в конечном состоянии оказывается в области метастабильности одной из фаз (например, это участок DC на рис. 12), то происходит ФП1. При этом все точки бинодали $PDKF$, кроме самой критической точки K , не являются термодинамически особыми (выделенными), так что для них везде $(\partial p/\partial n)_T \neq 0$ и $(\partial^2 p/\partial n^2)_T \neq 0$.

Эволюция системы в лабильной области «под спинодалью», где $\chi < 0$, происходит по механизму спинодального распада таким образом, что вначале вещество быстро теряет пространственную однородность при отсутствии фазовых границ, а на более поздних стадиях спинодального распада возникают уже две фазы вследствие процессов образования зародышей и их роста. Условие $(\partial p/\partial n)_S = 0$, где S — удельная энтропия, определяет адиабатическую спинодаль (штрихпунктирная линия на рис. 12). Релятивистская адиабатическая скорость звука $c_s^2 = (\partial p/\partial n)_S / [(\partial \varepsilon/\partial n)_S]$, где ε — плотность энергии, обращается в нуль на адиабатической спинодали. Хотя адиабатическая спинодаль в термодинамике мало изучена, однако ее положение на фазовой диаграмме особенно полезно знать при изучении быстрых нестатических процессов, когда лабильные состояния вещества могут реально возникать. Вполне вероятно, что именно такая ситуация и реализуется при столкновениях тяжелых реляти-

вистских ядер, когда заранее неизвестно термодинамическое состояние образующегося в результате столкновения «сгустка» ядерной материи.

При достаточно глубоком «вторжении» в область метастабильных состояний близость спинодали вещества проявляется в возрастании роли флуктуаций плотности метастабильной фазы. Возрастает также радиус корреляции этих флуктуаций, что, в свою очередь, приводит к возрастанию вблизи спинодали восприимчивости и теплоемкости. Поскольку такая ситуация аналогична критическим явлениям, то есть определенные основания полагать, что вся спинодали является линией особых точек, аналогичных критической. На уровне приближения среднего поля такая аналогия может быть проведена до конца, и можно показать [64, 65], что вблизи спинодали поведение термодинамических величин описывается псевдокритическими индексами [66], которые по смыслу аналогичны критическим, однако их численные значения другие. Отметим, что критические индексы являются показателями в степенных неаналитических зависимостях термодинамических величин от температуры и параметра порядка вблизи критической точки. Например, поведение изохорной теплоемкости c_V определяется индексом α : $c_V \sim (T - T_c)^{-\alpha}$ [46].

Значительный интерес представляют результаты компьютерного моделирования методом Монте-Карло свойств метастабильных систем. Эти результаты показывают [67], что образующиеся вблизи спинодали зародыши новой фазы уже нельзя рассматривать как «компактные» объекты с четко выраженной границей или поверхностью. Эти зародыши являются, скорее, особого типа «размытыми» структурами, характеризующимися фрактальной размерностью [68], так что «объем» и линейный размер этих структур связаны между собой соотношением $V \sim L^D$, где D — фрактальная размерность зародыша и $D < d$ (d — евклидова размерность пространства, в обычном случае $d = 3$).

Метастабильные состояния, фрактальные структуры и образование фрагментов промежуточных масс. Особенности фазовых переходов в ядерном веществе непосредственным образом связаны с изучением механизмов, приводящих к распаду высоковозбужденных ядерных систем, в частности механизмов образования в ядерных реакциях фрагментов промежуточных масс (ФПМ) [12, 13]. В процессах столкновения тяжелых релятивистских ядер и при образовании ФПМ возможно создание таких условий, при которых реализуются те или иные метастабильные фазы ядерного вещества. Возможность образования метастабильных состояний связана с теоретическими предсказаниями существования в ядерном веществе фазового перехода типа жидкость — газ с критической точкой в интервале температур $T_c = 15 \div 20$ МэВ и плотностей $n_c = (0,3 \div 0,5) n_0$, где $n_0 = 0,145 \div 0,7$ фм⁻³ (см., например, [8]). Обсуждаемое в [8] параметрическое УС предсказывает для ядерного вещества возможность метастабильных состояний типа переохлаждения или пере-

грева. С проявлениями метастабильности связаны также, по-видимому, и свойства аномалонов — продуктов периферических столкновений ядер при высоких энергиях.

Рассмотрим результаты экспериментов по изучению характера распределения масс фрагментов ядер при их столкновениях [7, 12]. Установлено (см., например, [8, 13]), что распределение фрагментов в зависимости от их массы имеет характерную степенную зависимость вида $Y(A) \sim A^{-\tau}$, где A — масса фрагмента, а $\tau \approx 2,65$ [13]. Обычно получение такой зависимости $Y(A)$ связывают с реализацией в системе в результате ядерной реакции критического состояния типа жидкость — газ. В этом случае зависимость $Y(A)$ можно объяснить исходя из представлений капельной модели Фишера [46] о механизме образования новой фазы вблизи критической точки. Основная идея капельной модели состоит в предположении, что любую конфигурацию частиц, образующих газ или жидкость, можно составить из набора отдельных «капель» (или, точнее, «кластеров» с негладкой поверхностью). Каждая капля состоит из 1, 2, 3, . . . , l частиц, тесно связанных друг с другом и эффективно образующих для больших l плотную каплю, свободная энергия которой такая же, как и у плотной жидкости при той же температуре. Статистическая сумма большого канонического ансамбля такой системы складывается из статистических сумм отдельных капель с учетом поверхностных слагаемых. На основании модели Фишера можно получить, что

$$Y(A) = Y_0 \exp \left[\frac{\mu_1 - \mu_2}{T} A - \frac{4\pi r^2 \sigma}{T} A^{2/3} - \tau \ln A \right], \quad (36)$$

где $R = rA^{1/3}$ — радиус капли; $v = 4\pi r^3/3$ — ее объем; τ — один из двух вводимых в модели Фишера критических индексов, причем $\tau = 7/3$ в приближении среднего поля. Индексы модели Фишера τ и σ_1 связаны с индексами критической точки следующим образом:

$$\tau = 2 + 1/\delta = 1 + dv/\beta\delta; \quad \sigma_1 = (\beta + \gamma)^{-1} = (\beta\delta)^{-1}, \quad (37)$$

и наоборот, для индексов критической точки легко получить:

$$\alpha = 2 - (\tau - 1)/\sigma_1; \quad \beta = \frac{\tau - 2}{\sigma_1}, \quad \gamma = (3 - \tau)/\sigma_1.$$

Здесь α , β , γ , v — критические индексы в обычных обозначениях. Используя $\alpha = 0,110$, $\beta = 0,325$, $\gamma = 1,240$, $v = 0,630$ [69], находим, что $\tau = 2,208$, $\sigma_1 = 0,639$. В приближении среднего поля $\beta = 1/2$, $\gamma = 1$, $\delta = 3$, и тогда $\tau = 7/3$, $\sigma_1 = 2/3$. Индекс модели Фишера σ_1 , который характеризует зависимость эффективной площади поверхности капли от числа частиц в ней, для анализа экспериментов по образованию ФПМ обычно не привлекается.

Если предполагать, что в экспериментах по соударениям ядер действительно реализуется критическое состояние в «чистом» виде, то тогда $\mu_1 = \mu_2$, $\sigma(T_c) = 0$ и из (36) получаем

$$Y = Y_0 A^{-\tau},$$

где $2,21 \leq \tau \leq 2,33$. Эксперимент, однако, дает $\tau \approx 2,65$, и остается неясным, как объяснить такое расхождение предсказаний теории и эксперимента. Следует также иметь в виду, что для изучения критических явлений требуется обычно весьма специальная постановка эксперимента, так как само критическое состояние вещества реализуется только при вполне конкретных (единственных) значениях параметров критической точки T_c , n_c и p_c . Если же хотя бы один из этих параметров в силу каких-либо причин оказывается не равным своему критическому значению, то и само критическое состояние не возникнет в системе. С учетом сказанного ясно, что весьма удивительным представляется факт создания критического состояния ядерного вещества в каждом эксперименте по соударению ядер при широком интервале изменения энергий пучков и при различных мишенях.

Более естественным в этой ситуации кажется предположение о том, что при образовании ФПМ и при мультифрагментации мы имеем дело не с образованием критического состояния типа жидкость — газ, а, скорее, с образованием метастабильных состояний ядерного вещества. В этом случае капли (или «пузырьки») новой фазы могут образовываться и вне всякой связи с близостью системы к критическому состоянию, а просто в результате «обычного» ФП с учетом его особенностей вблизи спинодали. При этом капельная картина ФП, согласно модели Фишера, сохраняется, однако из-за близости перехода к точкам спинодали изменяет свою величину индекс τ . Вблизи спинодали в приближении среднего поля $\delta = 2$ [66], и поэтому согласно (37) $\tau = 2,5$, что весьма близко к экспериментально наблюдаемому значению.

Если $\tau = 2,5$, то $\sigma_1 = 1$, так как $\beta = 1/2$ в теории среднего поля вблизи спинодали [66]. Поскольку площадь поверхности капли $S \sim l^2$, где l — число частиц в капле, то при $\sigma_1 = 1$ $S \sim l$, что свидетельствует о значительной «некомпактности» внутренней структуры капли, т. е. о ее фрактальности. Для компактных (не фрактальных) структур $S \sim l^{2/3}$. «Размытость» структуры кластеров (капель) является характерным признаком стохастических фракталов [68, 70]. Такая «размытость» фрактального кластера высоковозбужденного ядерного вещества, образующегося в результате столкновения релятивистских ядер ^{238}U и ^{20}Ne с ^{238}U , хорошо видна в соответствующих экспериментах [7].

Как известно, фрактальная размерность кластера $D = d - \beta/\nu$, тогда с учетом (37) получаем, что $D = 3/(\tau - 1)$ при $d = 3$. Отсюда $\tau = 1 + 3/D$, и если предположить, что для кластеров ядерного вещества $D \approx 1,8 \div 1,9$ (модели кластер-кластерной агрегации [70]), то тогда $\tau \approx 2,6$. Таким образом, более точное экспериментальное определение величины D для кластеров ядерной материи является актуальной задачей, так как оно дает возможность найти также и показатель степени τ зависимости сечения образования фрагментов от их массы.

4. МЕТАСТАБИЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ ПРИ ФАЗОВОМ ПЕРЕХОДЕ «АДРОННАЯ МАТЕРИЯ — КВАРК-ГЛЮОННАЯ ПЛАЗМА»

Как уже отмечалось выше, результаты ряда работ [15—21, 71, 72] показывают, что ФП в ядерной материи, происходящий при $T \approx \approx 200$ МэВ, является ФП1, который характеризуется возможностью сосуществования двух фаз: АМ и КГП. Эти фазы отделены друг от друга поверхностью раздела (интерфазой) с коэффициентом поверхностного натяжения σ . Оценки и вычисления σ проводились в работах [71—74].

Одной из основных задач, возникающих при ФП1, является исследование возможной глубины вторжения в область метастабильных состояний. Следуя работам [75—79], для решения этой задачи воспользуемся равновесным сценарием ФП, когда система действительно может характеризоваться определенными значениями термодинамических параметров, задающих равновесный статистический ансамбль. Тогда зарождение новой фазы происходит в результате равновесных тепловых флуктуаций. При наличии поверхности раздела фаз с площадью A

$$dF = -SV dT - p dV + \sigma dA.$$

Появление поверхности раздела ведет к увеличению свободной энергии F , которое может скомпенсировать и даже превзойти ее уменьшение, вызванное переходом части системы в новую фазу, т. е. в системе возможно появление метастабильных фаз: перегретой АМ или переохлажденной КГП, поскольку маловероятно появление такой среднеквадратичной флуктуации энергии $\langle(\Delta E)^2\rangle$, чтобы выполнялось неравенство $\sqrt{\langle(\Delta E)^2\rangle}/V \geq \Delta\varepsilon = \varepsilon_Q - \varepsilon_H$ во всем объеме системы. Действительно, при $\mu = 0$ в большом каноническом ансамбле [80]

$$\delta\varepsilon = \sqrt{\langle(\Delta E)^2\rangle}/V = Tn \sqrt{c_{V\mu}}/\sqrt{N}, \quad (38)$$

где $c_{V\mu}$ — теплоемкость на одну частицу при постоянном объеме V и химическом потенциале $\mu = 0$, так что при достаточно большом числе частиц $N \gg 1$ в системе величина $\delta\varepsilon$ будет очень малой.

Для дальнейшего рассмотрения проблемы воспользуемся модификацией МУС (18), в рамках которого

$$p_c = Bg_H'(g_Q - g_H), \quad (39)$$

$$T_c = \{90B/[\pi^2 (g_Q - g_H)]\}^{1/4}. \quad (40)$$

Выражения для плотности энтропии в рамках МУС могут быть объединены одной формулой

$$s(T) = p'(T) = \frac{2}{45} \pi^2 T^3 \{g_H [1 - \theta(T - T_c)] + g_Q \theta(T - T_c)\}, \quad (41)$$

графическое представление которой см. на рис. 4, 6 (сплошная линия), где $s_c^* = s_c/T_c^3 = \frac{\pi^2 (g_H + g_Q)}{45}$. В работе [81] была предложена

модификация уравнения (41), состоящая в замене

$$\theta(x) \rightarrow (1/2) [1 + \text{th}(x/\Delta T)],$$

где ΔT — параметр, характеризующий плавность перехода. Тогда УС можно переписать в виде

$$(T - T_c)/\Delta T = \text{arth}(\Gamma \Delta s^*), \quad (42)$$

где $\Gamma = 45/[\pi^2 (g_Q - g_H)]$; $\Delta s^* = s^* - s_c^*$, и его график имеет вид кривой, изображенной пунктиром на рис. 4, б. Такая модификация МУС сглаживает ФП1 и исключает возможность описания метастабильных состояний. Однако она может служить трамплином к следующей модификации, предложенной в [76—78], позволяющей описывать метастабильные состояния, а именно:

$$(T - T_c)/\Delta T = \text{arth}(\Gamma \Delta s^*) - \gamma \Delta s^*, \quad (43)$$

где γ — параметр «метастабильности». Тогда при $\Gamma - \gamma > 0$ УС (43) имеет такой же характер, как и уравнение (42), а при $\Gamma - \gamma < 0$ в зависимости плотности энтропии от температуры появляется петля (рис. 13, б), аналогичная петле в зависимости плотности от давления, описываемой уравнением Ван-дер-Ваальса или УС магнетика вблизи точки Кюри [82] в приближении среднего поля, только вместо Δs^* необходимо подставить параметр порядка ФП, а вместо $(T - T_c)/\Delta T$ — соответствующее ему сопряженное поле. При $\Gamma - \gamma < 0$ кривая $s^*(T)$ имеет нефизическую область, где $ds/dT < 0$ (участок CD). Участки кривой $s^*(T)$ AC и DE соответствуют метастабильным состояниям, а точки C и D — точкам спинодали, в которых $ds/dT \sim \sim c_s^{-2} \rightarrow \infty$, где c_s — скорость звука.

Отметим еще одну важную особенность УС (43), состоящую в том, что при $\Gamma - \gamma = 0$ это уравнение описывает ФП2, характеризующийся сингулярным поведением теплоемкости при $T = T_c$. Действительно, в этом случае вблизи $T = T_c$ имеем $T - T_c \sim (\Delta s^*)^3$.

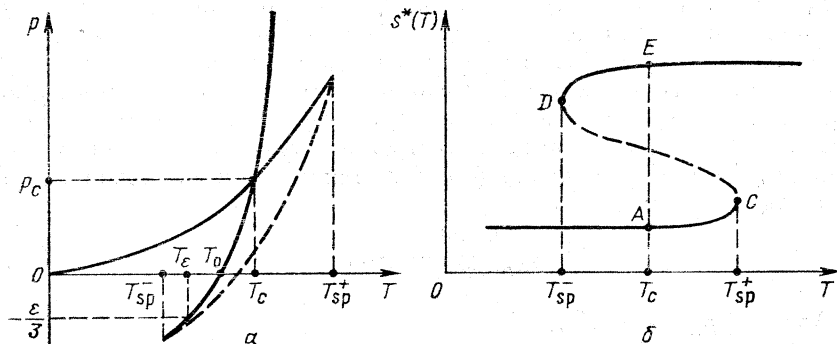


Рис. 13. График модифицированного уравнения состояния мешковой модели (43), учитывающего метастабильные состояния:

а — зависимость $p(T)$; б — зависимость $s^*(T) = s(T)/T^3$

Предположим, следуя [42], что флуктуационное возникновение зародыша новой фазы происходит в сферическом объеме радиуса R_k . Тогда изменение свободной энергии определяется выражением (30), а энергетический барьер ΔF_k и соответствующий размер критического зародыша R_k — формулами (31), (32). Для того чтобы в результате тепловых флуктуаций в объеме $V > V_k = \frac{4}{3} \pi R_k^3$ не создавались зародыши новой фазы, необходимо, по крайней мере, выполнение неравенства

$$\sqrt{\langle (\Delta E)^2 \rangle_k} < \Delta F_k, \quad (44)$$

где $\sqrt{\langle (\Delta E)^2 \rangle_k}$ — среднеквадратичная флуктуация энергии в объеме $V = V_k$. Тогда с учетом (38) неравенство (44) переписывается в виде

$$\frac{8\pi\sigma^3}{3|p_H - p_Q|} > T_c^2 c_{V_k} n. \quad (45)$$

Отметим, что оценки проводятся вблизи температуры перехода, поэтому соотношение (38) используется при $T = T_c$.

Для коэффициента поверхностного натяжения воспользуемся соотношениями, следующими из теоретико-полевых моделей мешков [71, 72]:

$$\sigma = \omega B^{3/4}, \quad (46)$$

где ω — параметр порядка единицы. Учитывая выражение (39) для p_c , а также что $B^{-1/4}$ имеет размерность длины, получаем

$$\sigma = 8,16\omega p_c \text{ фм} \quad (47)$$

или в общем случае

$$\sigma = K_0 p_c R_0, \quad (48)$$

где K_0 — безразмерная константа, а R_0 — характерная длина взаимодействия, определяющего коэффициент поверхностного натяжения. Такое же выражение получается из классического статистико-механического выражения для поверхностного натяжения при $n_1 \gg n_2$, где n_1 и n_2 — плотности сосуществующих фаз, с дальнедействующим межмолекулярным потенциалом сил притяжения с радиусом R_0 [83]. Соотношение (48) позволяет записать неравенство (45) в виде

$$\frac{8\pi R_0^3 p_c^2}{3\Delta p^* T_c^2 c_{V_k} n} > 1, \quad (49)$$

где $\Delta p^* = |p_H - p_Q|/p_c$.

Для грубых оценок величины p_c/T_c можно использовать приближение Ван-дер-Ваальса, а именно:

$$T_c/p_c = (8/3) v_c = 32v_0, \quad (50)$$

где v_c — критический объем, приходящийся на одну частицу, а $v_0 = (4/3)\pi r_0^3$ — объем одной частицы. В модели мешков отношение T_c/p_c также связано с константой B , а именно: $T_c/p_c \propto B^{-3/4}$. Этот факт объясняется, по-видимому, тем, что взаимодействие в этой модели описывается введением мешка с одним параметром B . Такая ситуация может реализоваться и в случае классических жидких систем при использовании модельного межмолекулярного параметра с одним параметром, характеризующим молекулярные размеры (например, потенциал Ленарда — Джонса). В действительности отношение $T_c/p_c \sim r_0^3$ связано с расстоянием r_0 , до которого должны сблизиться адроны при сжатии, чтобы они образовали кластер, связанный воедино таким образом, что при дальнейшем небольшом сжатии уже нельзя связывать какой-либо кварк с определенным адроном [27]. Тогда для $(T_c/p_c)^2$ запишем:

$$(T_c/p_c)^2 = k_0 V c r_0^3, \quad (51)$$

где k_0 — безразмерная константа, а $V_c = n_c^{-1}$ — обратное значение ядерной плотности в точке перехода. Подставляя (51) в (49) и полагая, что $n = n_c$, получаем критерий для возможности существования метастабильного состояния (или при $n \geq n_{cH}$, или при $n \leq n_{cQ}$):

$$[3k_0/(8\pi K_0^3)] \left(\frac{r_0}{R_0}\right)^3 \Delta p^* c_{V\mu} < 1. \quad (52)$$

Отношение $Gi = (r_0/R_0)^6$ называется в теории фазовых переходов и критических явлений [84] числом Гинзбурга. Оценки этого числа являются важным и ответственным этапом в исследовании ФП2 в системе. Так, если $Gi \ll 1$ (например, при ФП «проводник — сверхпроводник» [84]), то для описания ФП можно применять теорию среднего поля Ландау. Если же $Gi \sim 1$ (например, критическая точка при ФП «жидкость — пар»), то описание ФП необходимо проводить на основе учета сильного взаимодействия флуктуаций соответствующего параметра порядка. Важная роль оценки числа Gi при изучении метастабильных состояний при ФП1 «жидкость — пар» вдали от критической точки обсуждается в [83].

Таким образом, при ФП АМ — КГП критерий возможности вторжения в метастабильную область также определяется числом Gi . При этом, как и в [83], он распадается на два критерия:

1. Критерий, зависящий только от микроскопических характеристик системы, испытывающей ФП:

$$3k_0 \sqrt{Gi}/(8\pi K_0^3) < 1. \quad (53)$$

2. Критерий, зависящий от термодинамического состояния системы:

$$\Delta p^* c_{V\mu} < 1. \quad (54)$$

С приближением к точке C при $T < T_c$ (см. рис. 13, а) или к точке E со стороны $T > T_c$ $p'' = s' \sim c_{V\mu} \rightarrow \infty$, тогда неравенство (52)

не выполняется ни при каком значении G_i , отличном от нуля. Для оценки Δp^* и $c_{V\mu}$ необходимо знание корректного УС как для АМ, так и для КГП. Уравнение модели мешков может быть использовано для грубых оценок при небольшой глубине вторжения в метастабильную область. В этом случае для перегретой АМ можно принять $c_{V\mu}(T) = c_{V\mu}(T_c)$, тогда $c_{V\mu}^H \sim \frac{g_H T_c^2}{n_H}$, в то время как в этих же условиях $c_{V\mu}^Q \sim \frac{g_Q T_c^2}{n_Q}$. Так как

$$\Delta p^* = \frac{2\pi^2}{45} \frac{(g_Q - g_H)^2}{B g_H} T_c^2 |T - T_c| + O(|T - T_c|^2),$$

то критерий (54) для малых значений $|T - T_c|$ переписывается в виде выражения $|T - T_c| g_H/n_H$ для метастабильной АМ и в виде $|T - T_c| g_Q/n_Q$ для метастабильной КГП. Для сравнительной оценки глубины вторжения в метастабильную область при $T > T_c$ и при $T < T_c$ необходимо сравнение выражений g_H/n_H и g_Q/n_Q . Отметим, что этот вывод относится к условиям, соответствующим большому каноническому ансамблю при $\mu = 0$.

Если для оценок $c_{V\mu}$ воспользоваться УС (43), то удобно для устранения трансцендентности разложить гиперболический арктангенс в ряд $\text{arth } x \approx x + x^3/3$. Тогда

$$(T - T_c)/\Delta T = (\Gamma - \gamma) \Delta s^* + \frac{(\Gamma \Delta s^*)^3}{3} \quad (55)$$

и для $c_{V\mu}$ вблизи точек спинодали, где $ds/dT \rightarrow \infty$, получаем

$$c_{V\mu}^{\pm} = a^{\pm} |T - T_{sp}^{\pm}|^{-\alpha}, \quad (56)$$

где показатель теплоемкости $\alpha = 1/2$, знак «-» относится к КГП, знак «+» относится к АМ, амплитуды

$$a^{\pm} = \left(T_c \pm \frac{2}{3} \Delta T \sqrt{\beta^3} \right)^4 / (\Gamma \sqrt{\Delta T V \beta} 2n^{\pm}), \quad (57)$$

температура спинодали

$$T_{sp}^{\pm} = T_c \pm \frac{2}{3} \Delta T \sqrt{\beta^3} \quad (58)$$

и $\beta = (\gamma - \Gamma)/\Gamma$.

В этом случае $a^- < a^+$, так что глубина вторжения в метастабильную область больше в переохлажденной КГП, чем в перегретой АМ.

Следует отметить, что полученный критерий (52) зависит от возможности образования флуктуационным путем компактных зародышей новой фазы. В действительности среднеквадратичная флуктуация экстенсивной термодинамической величины сама не является экстенсивной. Вдали от точки перехода $\sqrt{\langle (\Delta E)^2 \rangle} \sim L^{d/2}$, где L — характерный линейный размер объема, в котором происходит флук-

туация, а d — размерность пространства, так что структуры, возникающие при флуктуации, имеют фрактальную природу. Они характеризуются фрактальной размерностью [85], а размерность их трансверсального пересечения [86] определяет условия зарождения и роста новой фазы (см. [83]).

Метастабильные состояния можно изучать также с использованием других термодинамических переменных, например $p - \varepsilon$ [87]. Возможность экспериментального обнаружения этих состояний в процессах множественного рождения адронов недавно обсуждалась в [88].

В заключение рассмотрим вопрос о возможности достижения в процессе переохлаждения КГП отрицательных давлений, что имеет важное значение в космологических задачах. Действительно, при достаточно большом значении параметра γ в (43) возможна такая ситуация, когда часть области метастабильных состояний, соответствующих переохлажденной КГП, находится при значениях давления $p < 0$ и даже $p < -\varepsilon/3$. Последнее условие означает возможность инфляционной стадии расширения Вселенной. Оценим температуры T_0 , соответствующую $p = 0$, и T_ε , соответствующую $p = -\varepsilon/3$. Использование для этой цели уравнений (43) и (55) предполагает необходимость численных расчетов на ЭВМ. Качественный вид зависимости $p(T)$ для УС (43) показан на рис. 13, а. Приближенные оценки проще и прозрачнее получаются в модели мешков. Тогда

$$T_0/T_c = [(g_Q - g_H)/g_Q]^{1/4} = 0,98, \quad (59)$$

где использовались обозначения $g_Q = 37$ и $g_H = 3$, а

$$T_\varepsilon/T_c = [(g_Q - g_H)/(3g_Q)]^{1/4} = 0,74. \quad (60)$$

Для достижения при переохлаждении КГП температур T_0 (или T_ε), по крайней мере, необходимо, чтобы $T_{sp}^- \leq T_0$ ($T_{sp}^- \leq T_\varepsilon$). Поскольку в практических приложениях [81] $\Delta T/T_c \sim 10^{-1}$, то полагая $\Delta T/T_c = 0,1$, получаем необходимое условие достижения температур T_0 (T_ε) в модели мешков при переохлаждении КГП:

1) для достижения T_0 необходимо $\gamma \geq \gamma_0 = 0,194$;

2) для достижения T_ε необходимо $\gamma \geq \gamma_\varepsilon = 466$.

Эти условия получены при $\Gamma = 0,134$. Найденные неравенства не являются достаточными условиями достижения T_0 и T_ε . Они должны дополняться критериями [53] и [54], которые гарантируют устойчивость переохлажденной КГП по отношению к флуктуационному зарождению очагов новой фазы. Обсуждение такой возможности инфляционного расширения Вселенной (мини-инфляция) проводится в работе [89].

Интересно отметить, что $T_\varepsilon \approx 150$ МэВ [это следует из (60)], что близко к массе π -мезона ($m_\pi \approx 140$ МэВ). Этот факт не позволяет со всей определенностью сказать, возможна ли инфляционная

стадия в расширении Вселенной при ФП КГП — АМ, так как энергетическая щель $T_e - m_\pi$ может оказаться очень малой. Инфляционная стадия может оказаться возможной при учете реальной неравновесности сценария раздувания Вселенной, когда характерное время расширения гораздо меньше времени образования зародыша новой фазы закритических размеров $R \geq R_K$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несколько лет интенсивных поисков сигналов фазового перехода между адронным веществом и кварк-глюонной плазмой к положительным результатам пока не привели. Оптимистический тон, предшествовавший экспериментам по столкновению тяжелых ионов в ЦЕРН, сменился осторожными и неоднозначными предсказаниями и утверждениями. Принципиальная трудность диагностики кварк-глюонной плазмы состоит в том, что наблюдаемые нами бесцветные объекты на своем пути от источника к наблюдателю «смазываются» процессом адронизации, вследствие чего мы не можем заглянуть в мир цветных объектов, отделенный от нас силами запираания кварков.

Отсутствие явных сигналов фазового перехода между адронным газом и КГП не исключает правомерности термодинамического описания рассматриваемого круга явлений, а может свидетельствовать о важности дальнейшего изучения вопросов, затронутых в настоящем обзоре, а именно: критический анализ условий применимости термодинамического подхода в задачах ядерной физики, уточнение УС, исследование возможных отклонений от простейших моделей, учет метастабильных состояний и тепловых флуктуаций в равновесных и кинетических явлениях вблизи точки перехода, оценки возможной глубины вторжения в метастабильную область при фазовых переходах (см. также [90]).

Диагностика кварк-глюонной плазмы представляет собой особую проблему, обсуждение которой выходит за рамки данного обзора. Здесь мы лишь кратко упомянем основные направления исследований в этой области. Более подробное обсуждение этого вопроса можно найти, например, в [91].

Исследование свойств плотного ядерного вещества ведется на ряде ускорителей протонов (антипротонов) и ядер в ЛВЭ ОИЯИ (Дубна), Брукхейвене (США), GSI (Дармштадт, ФРГ), ЦЕРН и в других лабораториях. Наиболее многообещающими представлялись эксперименты в ЦЕРН с помощью пучка ионов кислорода и серы, ускоренных до рекордных энергий 200 ГэВ/нуклон. Оптимисты предсказывали, что в этих экспериментах будут созданы условия, необходимые для образования кварк-глюонной плазмы. Явных сигналов этого явления получено не было, зато накоплен богатый экспериментальный материал, который поможет глубже понять коллективные свойства ядерного вещества.

Отметим основные черты результатов ядерных столкновений, наблюдавшиеся группами W80, NA34 и NA35 в ЦЕРН при энергии 200 ГэВ/нуклон (см., например, [91]).

1. Распределение по множественности n и поперечной энергии E_{\perp} , наблюдаемое в ядерных столкновениях, можно рассматривать без привлечения коллективных эффектов как суперпозицию нуклон-нуклонных столкновений. Для подтверждения такого простого вывода, однако, необходим более тщательный анализ данных в рамках традиционных геометрических моделей и теории многократного рассеяния. С другой стороны, тот факт, что в ядерных столкновениях всего лишь многократно повторяется картина нуклонных соударений, еще не означает отсутствие коллективных эффектов, так как, в принципе, они могут содержаться уже в элементарных нуклон-нуклонных процессах и, естественно, переноситься на ядерные столкновения.

2. Отличие от pp - и $p\alpha$ -рассеяния в рамках упомянутого выше геометрического приближения наблюдалось группой WA80 и NA35 в распределениях по поперечному импульсу p_{\perp} . Эти распределения при больших множественностях описываются комбинацией двух экспонент по поперечной энергии, из чего некоторые авторы делают вывод о наблюдении двух температур. По нашему мнению, такой вывод является преждевременным.

Интенсивно обсуждаются также другие, более рафинированные методы диагностики, в частности, — основанные на изучении спектра излучения лептонных пар, пионной интерферометрии, подавления вероятности рождения тяжелых ароматов (подавление J/ψ) и др. Ни в одном из этих экспериментов пока не получено однозначное подтверждение искомого проявления сигнала кварк-глюонной плазмы. Хотя пока еще никто не высказывает сомнения в ее существовании, перспективы наблюдения соответствующих сигналов оцениваются более осторожно.

Создание оптимальных условий для проявления коллективных эффектов в ядерных столкновениях зависят от многих факторов, в частности, от таких, как тормозная способность ядерного вещества, которая определяется лишь эмпирическим путем. По этой причине не очевидно, что наиболее благоприятной предпосылкой для возникновения фазового перехода ядерного вещества в новое агрегатное состояние создается повышением энергии ускорителя. Более эффективной может оказаться экспериментальная программа при умеренных энергиях ускорителей ЛВЭ ОИЯИ или SIS (GSI, Дармштадт), где начаты эксперименты при энергии пучков 1 ГэВ/нуклон практически для любого атомного номера. Применение термодинамики к изучению коллективных свойств ядерной материи остается важной и интересной областью физики высоких энергий даже в том случае, если кварк-глюонная плазма не будет обнаружена.

Основной проблемой в термодинамическом описании ядерного вещества, по нашему мнению, остается определение уравнения

состояния, которое даст возможность адекватно описывать термодинамические свойства ядерной материи в широком интервале изменения температур и плотностей. Для этой цели важно привлечение наряду с методами КХД альтернативных представлений, дополняющих друг друга.

В заключение обзора перечислим некоторые свойства УС сильно-взаимодействующего вещества, которые, по нашему мнению, заслуживают дальнейшего теоретического исследования и экспериментальной проверки.

1. Существование метастабильных состояний с отрицательным давлением (см. рис. 5, *a* и 8), на первый взгляд, может показаться неожиданным и даже нефизичным. На самом деле на такие состояния термодинамически нет запрета (см. также [92]), и они могут привести к интересным физическим следствиям (например, инфляции Вселенной [93]).

2. Мы подробно обсудили метастабильные состояния сильно-взаимодействующего вещества, физические следствия которого пока мало изучены. В отличие от окружающего нас вещества, в ядерном веществе глубокое внедрение в метастабильное состояние может быть достигнуто благодаря его чистоте, т. е. отсутствию в нем примесей (см. также [94]).

3. Асимптотическая «неидеальность» сильно-взаимодействующего вещества [54]

$$p(T)_{T \gg m} \sim T^6.$$

Такое поведение соответствует наличию размерного параметра a (ГэВ^{-2}) в выражении для плотности энергии, $\varepsilon = aT^6$. Это, в свою очередь, означает, что сверхплотное горячее ядерное вещество сохраняет память о размере адрона, или же — вопреки экранировке — в нем сохраняются дальние корреляции, связанные с силами конформента.

Наиболее примечательным и многообещающим является наблюдаемое в последнее время взаимное проникновение идей и слияние ядерной физики, физики элементарных частиц и астрофизики. Рождается новая область науки (и новый термин в англоязычной литературе — *astroparticle physics*). Такая тенденция — противоположная наблюдавшейся на протяжении последнего столетия дифференциации и специализации науки — является отрадным явлением; она будет способствовать более глубокому пониманию явлений, происходящих в окружающем нас мире.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976.
2. Вильсон К., Когут Дж. Ренормализационная группа и ε -разложение: Пер. с англ. М.: Мир, 1975.
3. Шумовский А. С., Юкалов В. И. // ЭЧАЯ. 1985. Т. 16. Вып. 5. С. 1274—1329.
4. Балдин А. М. // ЭЧАЯ. 1977. Т. 8. Вып. 3. С. 429—477.

5. Sertorio L.//Revista Nuovo cimento. 1979. Vol. 2. P. 1—130.
6. Shuryak E.//Phys. Repts. 1980. Vol. 61. P. 74—158.
7. Csernai L. P., Kapusta J. I.//Phys. Repts. 1986. Vol. 131. P. 223—318.
8. Clare A. B., Strottman D.//Phys. Repts. 1986. Vol. 141. P. 177—280.
9. Shuryak E.//Phys. Repts. 1984. Vol. 115. P. 151—314.
10. Киржиц Д. А.//УФН. 1985. Т. 152. С. 399—422.
11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1967.
12. Авдейчиков В. В., Богданов А. И., Будилов В. А. и др. Препринт ОИЯИ Р1-87-872. Дубна, 1987.
13. Hüffner J.//Phys. Repts. 1985. Vol. 125. P. 129—185.
14. Karsch F.//Z. Phys. C. 1988. Vol. 38. P. 147—155.
15. Gottlieb S. A., Kuti J., Toussaint D.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 55. P. 1985—1990.
16. Gottlieb S. A., Kennedy A. D., Kuti J.e.a.//Phys. Lett. B. 1987. Vol. 189. P. 181—186.
17. Christ N. H., Terrano A. E.//Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 56. P. 111—116.
18. Christ N. H., Hong-Qiang Ding//Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 60. P. 1367—1372.
19. Hasenfratz P., Karsch F., Stamatescu I. O. Preprint TH. 3636-CERN. 1983.
20. Karsch F., Kogut J. B., Sinclair D. K. e.a.//Phys. Lett. B. 1987. Vol. 188. P. 353—358.
21. Brown F. R., Christ N. H., Yefan Deng//Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 61. P. 2058—2064.
22. Балдин А. М.//Краткие сообщения по физике. 1971. № 1. С. 35—39.
23. Балдин А. М., Гиодэнеску Н., Зубарев В. Н. и др.//ЯФ. 1975. Т. 21, С. 1008—1014.
24. Gavai A. V., Karsch F., Peterson V. Preprint CERN-TH-5221/88. 1988.
25. Banks T., Kawata A. Preprint Tokyo Univ. INS-Rep.-465. 1983.
26. Engels J., Fingberg J., Redlich K.e.a.//Z. Phys. C. 1989. Vol. 42. P. 341—347.
27. Celik T., Karsch F., Satz H. Preprint BI-TP 80/16. 1980.
28. Stauffer D.//Phys. Repts. 1979. Vol. 54. P. 1—97.
29. Григорян Л. Ш., Саакян Г. С.//ЭЧАЯ. 1979. Т. 10. Вып. 5. С. 1075—1113.
30. Sewel G. L.//Phys. Repts. 1980. Vol. 57. P. 307—342.
31. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. М.: Наука, 1964.
32. Аносов Д. В., Синай Я. Г.//УМН. 1967. Т. 22. С. 107—172.
33. Колмогоров А. Н.//ДАН СССР. 1954. Т. 98. С. 527—531.
34. Ферми Э. Научные труды. Ч. 2: Пер. с англ. М.: Наука, 1972.
35. Толмен Р. Относительность, термодинамика и космология: Пер. с англ. М.: Наука, 1974.
36. Ott H.//Z. Phys. 1963. Vol. 175. P. 70—83; Sinyukov Yu. M.//Phys. Lett. 1983. Vol. 127B. P. 443—447.
37. Базаров И. П. Термодинамика. М.: Высшая школа, 1976.
38. Сысоев В. М., Чалый А. В.//ТМФ. 1976. Т. 26. С. 126—136.
39. Зубарев Д. Н., Тищенко С. В. Препринт ОИЯИ Р4-6047. Дубна, 1971.
40. Bjorken J. D.//Phys. Rev. C. 1982. Vol. 27. P. 140—161.
41. Gersdorff H., McLerran L., Kataja M.e.a. FERMILAB-Pub.-86/13-T. 1986.
42. Чернавская О. Д., Чернавский Д. С.//УФН. 1988. Т. 154. С. 497—521.
43. Gorenstein M. I., Mogilevsky O. A.//Z. Phys. C. 1988. Vol. 38. P. 161—163.
44. Källmann C. G.//Phys. Lett. B. 1984. Vol. 134. P. 363—368.
45. Siemens P. J., Kapusta J. I.//Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 43. P. 1486—1491.
46. Фишер М. В.//Устойчивость и фазовые переходы: Пер. с англ. М.: Мир, 1973. С. 245—369.

47. Panagiotou A. D., Curtin M. W., Scott D. K.//Phys. Rev. C. 1985. Vol. 31. P. 55—62.
48. Chodos A. C., Jaffe R. L., Jouson K.e.a.//Phys. Rev. D. 1974. Vol. 9. P. 3471—3495.
49. Kuti J., Hasenfratz P.//Phys. Repts, 1978. Vol. 40. P. 75—180.
50. Satz H.//Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 1985. Vol. 35. P. 245—270.
51. Вукалович М. П., Новиков И. И. Уравнение состояния реальных газов. М.—Л.: Госэнергоиздат, 1948.
52. Слив Л. А., Стрикман М. И., Франкфурт Л. Л.//УФН. 1985. Т. 145. С. 553—592.
53. Dashen R., Ma S., Bernstein H. J.//Phys. Rev. 1969. Vol. 187. P. 345—357.
54. Jenkovszky L. L., Trushevsky A. A.//Nuovo cimento A. 1976. Vol. 34. P. 369—378.
55. Jenkovsky L. L., Shelkovenko A. N.//Nuovo cimento A. 1989. Vol. 101. P. 137—146.
56. Beletsky Yu. Y., Burgij A. I., Trushevsky A. A.//Z. Phys. C. 1981. Vol. 10. P. 317—325.
57. Jenkovszky L. L., Zemlyakov A. T. Preprint ITP-89-16 E. Kiev. 1989.
58. Скрипов В. П. Метастабильная жидкость. М.: Наука, 1972.
59. Теплофизические свойства жидкостей в метастабильном состоянии/ В. П. Скрипов, Е. И. Сеницын, П. А. Павлов и др. М.: Атомиздат, 1980.
60. Langer J. S.//Lect. Notes. Phys. 1980. Vol. 132. P. 12—45.
61. Gunton J. D., San Miguel M., Sahni P.//Phase Transitions and Critical Phenomena. 1983. Vol. 8. P. 267—466.
62. Binder K.//Rep. Progr. Phys. 1987. Vol. 50. P. 783—859.
63. Binder K.//Phys. Rev. A. 1984. Vol. 29. P. 341—349.
64. Compagner A.//Physica. 1974. Vol. 72. P. 115—122.
65. Ikeda H.//Progr. Theor. Phys. 1976. Vol. 61. P. 1023—1033.
66. Бойко В. Г., Могель Х.-Й., Чалый А. В.//Укр. физ. журн. 1986. Т. 31. С. 291—297.
67. Heermann D. W., Coniglio A., Klein W.e.a.//J. Statist. Phys. 1984. Vol. 36. P. 447—470.
68. Mandelbrot B. B. The Fractal Geometry of Nature. San Francisco: W. Freeman, 1982.
69. Le Guillou J. C., Zinn-Justin J.//J. Physique Lett. 1985. Vol. 46. P. 137—141.
70. Смирнов Б. М.//УФН. 1986. Т. 149. С. 177—219.
71. Kajantie K., Kärkkäinen L.//Phys. Lett. B. 1988. Vol. 214. P. 595—600.
72. Kajantie K., Kärkkäinen L., Rummukainen K. Preprint HU-TFT—89-29. 1989.
73. Vinciarelli P.//Nucl. Phys. B. 1975. Vol. 89. P. 463—492.
74. Laperashvili L., Nielsen P.//Nucl. Phys. B. 1986. Vol. 276. P. 93—107.
75. Boyko V. G., Jenkovszky L. L., Sysoev V. M. Preprint ITP-89-10E. 1989.
76. Boyko V. G., Jenkovszky L. L., Sysoev V. M.//Proc. Intern. Workshop on Gross Prop. of Nuclei and Nuclear Excit. XVII. Hirschegg, 1989. P. 192—197.
77. Boyko V. G., Jenkovszky L. L., Sysoev V. M.//Proc. IV. Intern. Workshop of Nonlin. and Turb. Processes in Phys. Kiev, 1989. Vol. 2. P. 24—27.
78. Бойко В. Г., Енковский Л. Л., Сысов В. М.//ЯФ. 1989. Т. 50. С. 1747—1754.
79. Boyko V. G., Jenkovszky L. L., Sysoev V. M.//Z. Phys. C. 1990. Vol. 45. P. 607—611.
80. Хилл Т. Статистическая механика: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
81. Blaizot J.-P., Ollitrault J.-Y.//Phys. Lett. B. 1987. Vol. 191. P. 21—26.
82. Браут Р. Фазовые переходы: Пер. с англ. М.: Мир, 1967.
83. Бойко В. Г., Сысов В. М., Чалый А. В. Препринт ИТФ-88-155Р. Киев, 1989.

84. Паташинский А. З., Покровский В. Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. М.: Наука, 1982.
85. Дремин И. М.//УФН. 1987. Т. 152. С. 531—539.
86. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения: Пер. с англ. М.: Мир, 1980.
87. Shuryak E. V.//Z. Phys. C. 1988. Vol. 38. P. 141—152.
88. Nacamura E. R., Kudo K. Fukui Univ. Preprint, 1988.
89. Boyko V. G., Jenkovszky L. L., Kämpfer B., Sysoev V. M., Preprint KFKI-1989-49/A, Budapest.
90. Барц Х. В., Кэмпфер Б., Лукач Б.//ЭЧАЯ. 1987. Т. 18. Вып. 6. С. 1234—1282.
91. Van Hove L. The Quark-Gluon Plasma — A Progress Report. CERN-TH. 5069/88 preprint; Heinz U. Quarks and Hadrons — Their Production and Collective Dynamics in Relativistic Nuclear Collisions//Hadrons: Their Structure and Interactions/Ed. L.S. Ferreira. World Scientific Publ. Co., Singapore, 1990.
92. Lukács B., Martinás K.//Acta Phys. Polonica. 1990. Vol. B21. P. 177.
93. Бугрий А. Н., Трушевский А. А.//Астрофизика, 1977. Т. 13. С. 361; Jenkovszky L. L., Kämpfer B., Sysoev V. M. Inflating Metastable Quark-Gluon Plasma Universe, ITP-90-2E preprint, Kiev, 1990; Jenkovszky L. L., Kämpfer B., Sysoev V. M.//Z. Phys. C. 1990. Vol. 48. P. 147—150.
94. Baranov S. P., Fil'kov L. V.//Z. Phys. C. 1989. Vol. 44. P. 227—240.