

## КВАНТОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В ЭКСТРЕМАЛЬНО СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*И.М.Тернов, О.Ф.Дорофеев*

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

В обзоре представлен анализ научных данных о поведении электронов и позитронов в экстремально сильном электромагнитном поле. Решение задачи базируется на методе точных решений уравнения Дирака для электрона в однородном магнитном поле (представление Фарри). При этом оказывается возможным рассмотрение случая экстремально сильного поля  $H \geq H_c = m^2 c^3 / e\hbar$  — такие поля характерны для пульсаров, а также в последнее время достигнуты в лабораторных условиях при встречном движении тяжелых ионов. Рассмотрены проблемы вакуума в сверхсильном поле, особенности синхротронного излучения в условиях магнитосферы пульсаров, однофотонные каналы реакции взаимного превращения электронно-позитронных пар, поведение простейших систем (атом водорода) в сверхсильном поле, а также задача об аномальном магнитном моменте электрона. Обсуждены вопросы о  $\beta$ -распаде нейтрона в условиях сильного магнитного поля.

An analysis of scientific predictions on the behaviour of electrons and positrons in extremely strong electromagnetic fields. The solution of the problem is based on the method of exact solutions of Dirac's equation for an electron in a uniform magnetic field (Furry representation). It turns out possible to consider the case of an extremely strong field  $H \geq H_c = m^2 c^3 / e\hbar$ . Such fields are characteristic of pulsars and are as well obtained recently in laboratory conditions in a head-on movement of heavy ions. Considered are problems of the vacuum in a super-strong magnetic field, specific properties of the synchrotron radiation under the conditions of the magnetosphere of pulsars, one-photon channels of the reaction of the mutual transformation of electron-positron pairs, the behaviour of simplest systems (the hydrogen atom) in a super-strong field, as well as the problem of the anomalous magnetic moment of an electron. Discussed are problems of the  $\beta$ -decay of a neutron under the conditions of a strong magnetic field.

Трудно оценить величие вклада Н.Н.Боголюбова в развитие современной квантовой теории: гипотеза цветных кварков [1], проблема вакуума и явление спонтанного нарушения симметрии [2], развитие метода ренормгруппы [3], а также стимулирование развития других направлений в современной физике высоких энергий.

Н.Н.Боголюбов, в частности, проявлял большой интерес к проблемам квантовой теории движения и излучения частиц в электромагнитном поле. Исследования по квантовой теории синхротронного излучения и аномального магнитного момента электрона всегда пользовались его неизменной поддержкой. Мы посвящаем эту работу светлой памяти Н.Н.Боголюбова.

Проблема теории квантовых явлений, наблюдаемых при движении частиц в экстремально сильном электромагнитном поле, возникла давно — еще в ранних работах Гейзенберга [4], посвященных анализу влияния внешнего поля на движение частиц, в духе анализа возможности развития их одночастичного описания. В последние годы эта задача вышла из рамок чисто академической, интерес к ней возрос в связи с новыми возможностями эксперимента: сильное электромагнитное поле стало доступным для наблюдения не только в астрофизике, но и в лабораторных условиях.

## 1. ЭКСТРЕМАЛЬНО СИЛЬНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Остановимся кратко на понятии экстремального — критического — электромагнитного поля. Как известно, в силу соотношения неопределенностей  $\delta t \delta E \geq \hbar$  возможно кратковременное нарушение закона сохранения энергии, и из вакуума может появиться виртуальная электронно-позитронная пара, которая может просуществовать в течение времени  $\tau = \hbar/\delta E \cong \hbar/(mc^2)$ . За это время пара может разойтись на расстояние не больше чем  $\delta r = c\tau = \hbar/(mc)$ , т.е. на расстояние порядка комптоновской длины волны  $\lambda = \hbar/(mc) \sim 10^{-10}$  см. Это так называемый квантовый радиус электрона, характеризующий область возможной пространственной локализации электрона в квантовой теории. Если теперь внешнее электрическое поле способно произвести над электроном работу  $\sim mc^2$  на расстоянии  $\delta r$ , то рождение пары из вакуума становится реальным процессом. Для этого поле должно быть порядка критического:

$$e_0 \mathcal{E}_c \hbar/(mc) = mc^2, \quad \mathcal{E}_c = m^2 c^3/(e_0 \hbar).$$

В этих условиях вакуум становится неустойчивым.  $\mathcal{E}_c$  — это критическое значение поля, при котором становится невозможной одночастичная постановка задачи (см. [5]).

Подобно рассмотренному критическому электрическому полю существует также критическое значение магнитного поля, если энергия

вращения электрона  $\hbar\Omega$  ( $\Omega = e_0H/(mc)$  — циклотронная частота) оказывается равной энергии покоя электрона  $mc^2$ :

$$\hbar\Omega = \hbar e_0 H_c / (mc) = mc^2, \quad H_c = m^2 c^3 / (e_0 \hbar) = 4,414 \cdot 10^{13} \text{ Э.}$$

Однако, вследствие гиромагнитных свойств, магнитное поле не производит работу (сила Лоренца перпендикулярна к траектории частицы). В силу этого обстоятельства вакуум даже в условиях воздействия на него критического поля остается устойчивым. Это представляет особый интерес для исследования процессов в таком экстремальном поле: наступает область ультраквантовой физики, в которой наблюдаемые явления могут оказаться наиболее экзотичными.

Движение частиц в электромагнитном поле, а также квантовые процессы, происходящие при таком движении (излучение, рождение пар, аннигиляция и др.), определяются не только типом конфигурации поля, но также и динамическими параметрами (см. [6]). Поскольку вероятности таких процессов должны удовлетворять требованию релятивистской и калибровочной инвариантности, необходимо обратить внимание на известные инварианты поля

$$f_1 = \frac{1}{2H_c^2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = \frac{\vec{H}^2 - \vec{E}^2}{H_c^2}, \quad (1)$$

$$f_2 = \frac{1}{8H_c^2} \epsilon^{\mu\nu\sigma\rho} F_{\mu\nu} F_{\sigma\rho} = \frac{\vec{E} \vec{H}}{H_c^2},$$

а также на квантовый динамический параметр

$$\chi^2 = - \frac{1}{(mcH_c)^2} (F_{\mu\nu} p^\nu)^2 = \frac{1}{(mcH_c)^2} \{ (|\vec{p} \vec{H}| + p_0 \vec{E})^2 - (\vec{p} \vec{E})^2 \}, \quad (2)$$

где  $F_{\mu\nu}$  — тензор электромагнитного поля,  $p^\nu$  — 4-импульс частицы. Квантовые процессы во внешнем поле существенным образом зависят от величины этого динамического параметра. Если  $\chi \ll 1$  и задача допускает разложение по этому параметру, развивается общий метод определения квантовых поправок к классическим формулам вероятности процесса. Если же  $\chi \rightarrow 1$  или  $\chi > 1$ , то мы встречаемся с областью ультраквантовых явлений, когда внешнее поле требует его точного учета вне метода теории возмущений.

Проблемы развития квантовой электродинамики в сильном электромагнитном поле в последние годы оказались в центре внимания [6—10]. В процессе разработки этого направления возникла необходимость

отодвинуть границы исследования физических явлений в область таких значений напряженности полей, которые в недавнем прошлом были не только недоступными, но и казались скорее экстравагантными.

Остановливаясь на примерах существования сверхсильных полей, прежде всего следует обратиться к пульсарам, которые являются неповторимой лабораторией для исследования поведения вещества в условиях сверхвысокой плотности материи и сверхсильных магнитных полей. Летом 1967 г. во время испытания нового 76-метрового кембриджского радиотелескопа (Джодрелл Бенк) были обнаружены повторяющиеся радиосигналы с периодом порядка секунды и длительностью несколько сотых секунды. Событие это поначалу было удивительным, и возникло даже предположение о модулированных сигналах, происходящих от других цивилизаций. Так были открыты пульсары, в частности, открыт пульсар в центре Крабовидной туманности (PSR 0531 + 21), излучающий также в оптическом и рентгеновском диапазонах. В настоящее время число пульсаров достигает свыше 400\*.

Наиболее вероятной моделью пульсара является нейтронная звезда — наклонный ротатор. После выгорания существенной части водорода в глубинах звезды и его превращения в гелий путем термоядерного синтеза давление газов оказывается не в состоянии уравновесить массу вышележащих слоев звезды. Наступает катастрофическое сжатие, а сама звезда сжимается до радиуса порядка десятка километров. Так появляется нейтронная звезда, причем ее появление сопровождается резким ростом напряженности магнитного поля: если мысленно сжать Солнце ( $R = 0,7 \cdot 10^{11}$  см,  $H \sim 1,5$  Э) до диаметра 10 км, то при условии постоянства магнитного потока  $HS$ ,  $S = \pi R^2$ , магнитное поле нейтронной звезды будет достигать значения  $2 \cdot 10^{11}$  Э.

Результаты наблюдения жесткого рентгеновского излучения от пульсара Геркулес X — 1 приводят к заключению, что магнитное поле у поверхности пульсара имеет значение  $H \sim 5-6 \cdot 10^{12}$  Э. Это «вмороженное» в звезду поле должно усиливаться по мере продвижения к ее центру, и по оценкам [11] индукция поля в центральной части нейтронной звезды достигает огромной величины  $\sim 10^{17}$  Э.

Открытие нейтронных звезд явилось выдающимся событием в астрофизике 60—70-х годов и заложило основы развития физики взаимодействия вещества с электромагнитным полем в критических условиях.

---

\*За открытие пульсаров А.Хьюишу в 1974 г. была присуждена Нобелевская премия.

Несколько неожиданным может показаться, что в лабораторных условиях реализуются магнитные поля, подобные экстремальному магнитному полю пульсара. Такие поля могут наблюдаться при нецентральной столкновении тяжелых ионов. Пусть два ядра с зарядами  $z_1$  и  $z_2$  движутся навстречу друг другу. Тогда, подобрав оптимальный прицельный параметр, можно получить на короткое время поле

$$H = \frac{JR^2}{2c(r^2 + R^2)^{3/2}}, \quad J = \frac{(z_1 + z_2)ev}{2\pi R}.$$

В этих выражениях  $R$  — радиус «петли с током» (формула Био — Савара — Лапласа),  $r$  — расстояние от оси симметрии до точки наблюдения,  $J$  — ток ионов,  $z_1$  и  $z_2$  — их заряды в единицах заряда электрона,  $v$  — относительная скорость. Полагая  $z_1 + z_2 = 174$ ,  $v = 0,1$  с и  $R = 15$  фм ( $1 \text{ фм} = 10^{-15} \text{ м}$ ). Найдем, что на оси симметрии ( $r = 0$ ) напряженность магнитного поля достигает  $H \sim 3 \cdot 10^{14}$  Гс [12]. В настоящее время ведутся эксперименты (ФРГ) с тяжелыми ядрами с целью обнаружения спонтанного рождения позитронов кулоновским полем, и недавно на этом пути был достигнут успех. В 1988 г. в ФРГ (Дармштадт) на линейном ускорителе тяжелых ионов UNILAC наблюдалось рождение электронно-позитронных пар в сверхсильном электрическом поле, возникающем при сближении тяжелых ионов урана, тория и свинца [13]. Результаты экспериментов сейчас не имеют еще однозначной интерпретации, однако достижение критических значений электромагнитного поля в лабораторных условиях является несомненным фактом.

В последнее время проблема возникновения сверхсильного магнитного поля обсуждается также в связи с возможными физическими процессами, которые могут происходить при движении встречных протон-антипротонных пучков в коллайдерах нового поколения (LHC и SSC) [14]. Вследствие высоких энергий частиц возникающее поле может достигать значения  $H_c = M_{\text{wc}}^2 / (e\hbar) = 10^{24}$  Э и создать благоприятные условия для образования  $W^{\pm}$ - и  $Z^0$ -бозонного конденсата, распадающегося далее на лептоны.

В рассмотренных оценках экстремальных значений электромагнитного поля также должна быть учтена энергия частиц, взаимодействующих с полем (см. [6]). Как известно [6, 7], происходящие во внешнем поле электродинамические процессы зависят от квантового динамического параметра (2), который в случае движения электрона в чисто магнитном поле имеет вид

$$\chi = - \frac{1}{mcH_c} F_{\mu\nu} p^\nu = \frac{p_\perp}{mc} \frac{H}{H_c}. \quad (3)$$

Если параметр  $\chi$  достигает значений  $\chi > 1$ , открывается путь к экспериментальному исследованию совершенно новых интересных эффектов, поскольку в этой ультраквантовой области явлений квантовые закономерности начинают играть особо фундаментальную роль.

В этой связи следует упомянуть о выполненных сравнительно недавно экспериментах на ускорителе SPS в CERN [15], в которых пучок релятивистских электронов с энергией 150 ГэВ с очень малым угловым разбросом направлялся вдоль оси кристалла германия. Вдоль этой оси в кристалле действует сильное макроскопическое поле, величину которого можно оценить, рассматривая действие ядер атомов кристалла на пробную частицу [16]. Анализ показывает при этом, что максимальное электрическое поле на оси кристалла оказывается  $E_{\max} \cong 10^{12}$  В/см. При этом эквивалентное магнитное поле, оцененное по способности отклонять электроны и позитроны усредненным кристаллическим полем  $E_{\max}$ , достигает значений  $\sim 3 \text{ ГЭ} = 3 \cdot 10^9 \text{ Э}$ .

Таким образом, в этом эксперименте CERN [15] динамический параметр  $\chi$  (2) превосходил единицу:  $\chi \geq 1$ . Современная экспериментальная физика подошла к новому, весьма интересному рубежу: наблюдению квантовых эффектов в условиях критических значений внешнего поля и высокой энергии частиц. Открылись возможности проявления совершенно новых нелинейных эффектов, возможности проверки теории в условиях высокой энергии и экстремальных значений напряженности внешнего поля.

## 2. ПОЛЯРИЗАЦИЯ ВАКУУМА ВНЕШНИМ ПОЛЕМ В КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

Проблема электродинамики с сильным электромагнитным полем восходит к ранним работам Гейзенберга и Эйлера [4], посвященным расчету эффектов поляризации вакуума, а также Заутера [17], в которой анализировался известный «парадокс Клейна», связанный с рождением электронно-позитронных пар в сильном электрическом поле. Как на это впервые указал Дирак, даже если внешнее поле и не приводит к рождению пар, оно воздействует на вакуум электронов и позитронов, производя перераспределение зарядов вакуума и изменяя его энергию (поляризация вакуума). Это явление обусловлено тем, что при воз-

действию внешнего поля уровни энергии вакуумных электронов сдвигаются по сравнению с энергетическими уровнями вакуума без внешнего поля. Такое изменение энергии приводит к изменению уравнений электромагнитного поля, изменяется и функция Лагранжа, причем максвелловская функция

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{8\pi}(\vec{E}^2 - \vec{H}^2)$$

оказывается теперь первым членом разложения полной функции по константе, характеризующей взаимодействие вакуумных электронов с полем:  $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_1 + \dots$ , где

$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{8\pi^2} \int s^{-1} ds e^{-im^2 s} [(es)^2 f_2 \operatorname{ctg}(esH) - 1 + \frac{2}{3} (es)^2 f_1], \quad (4)$$

а  $f_1$  и  $f_2$  определены формулой (1) — это инварианты электромагнитного поля. Отсюда, в частности, следует, что добавка к лагранжиану  $\mathcal{L}_1$  не зависит от параметров плоской электромагнитной волны — внешнее поле плоских волн не поляризует вакуум.

Из формулы (4) в частном случае слабых полей ( $\frac{H}{H_c} \ll 1, \frac{E}{E_c} \ll 1$ )

Гейзенберг и Эйлер нашли

$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{360\pi^2 H_c^2} \{(\vec{E}^2 - \vec{H}^2)^2 + 7(\vec{E} \vec{H})^2\}. \quad (5)$$

Это первые члены поправки при разложении в ряд по степеням  $f_1$  и  $f_2$ , характеризующие сдвиг энергии классического электромагнитного поля. В другом предельном случае экстремально сильного поля из формулы (4) с логарифмической точностью можно получить, что

$$(H/H_c) \gg 1, E = 0, \quad \mathcal{L}_1 = \frac{e^2}{24\pi^2} H^2 \ln(H/H_c),$$

$$(E/E_c) \gg 1, H = 0, \quad \mathcal{L}_1 = -\frac{e^2}{24\pi^2} E^2 \ln(E/E_c) + \quad (6)$$

$$+ i \frac{1}{8\pi^3} e^2 E^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n\pi E_c/E}$$

(о поправках более высокого порядка по  $e^2$  см. [20]).

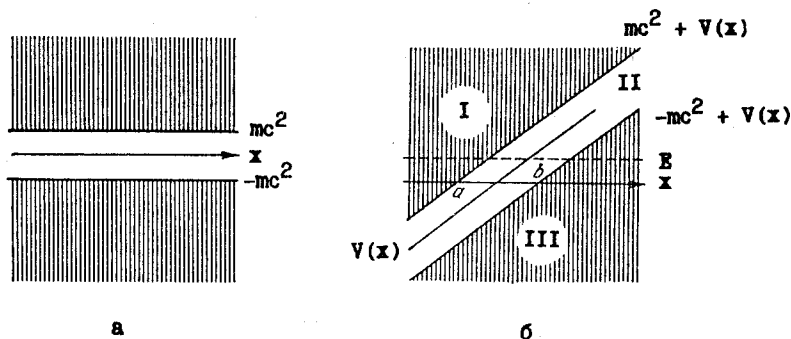


Рис. 1. Энергетические состояния электрона: а) свободного, б) в электрическом поле

Заметим, что комплексность  $\mathcal{L}_1$  означает квазистационарность вакуумного состояния. Причиной нарушения стационарности является возможность реального рождения электронно-позитронных пар из вакуума при воздействии на него сильного поля. Как это следует из квантового закона распада стационарного состояния  $\Psi \sim e^{-iEt - \gamma t}$ ,  $\gamma = w/2$  ( $c = \hbar = 1$ ), удвоенная мнимая часть лагранжиана определяет вероятность  $w$  образования электронно-позитронной пары внешним полем, отнесенную к единице объема в единицу времени:

$$w = 2 \operatorname{Im} \mathcal{L}_1.$$

Сохраняя главные члены из суммы (6), можно получить, что

$$w = \frac{1}{4\pi^3} (eE)^2 e^{-\pi E_c/E}. \quad (7)$$

Из этой формулы следует, что при  $E \rightarrow 0$   $\operatorname{Im} \mathcal{L}_1 = 0$  и вероятность (7) обращается в нуль: вакуум в постоянном и однородном магнитном поле, а также в поле плоской электромагнитной волны и в скрещенном поле устойчив по отношению к спонтанному образованию электронно-позитронных пар. Вопрос о нестабильности вакуума обсуждался еще в ранних работах [17, 18], связанных с влиянием состояний с отрицательными значениями энергии на процесс взаимодействия электрона с внешним электрическим полем.

Рассматривая одночастичную задачу о движении в однородном электрическом поле, Клейн [18] показал, что в классически запрещен-



ной области движения, там, где волновая функция должна затухать, существует прошедшая на бесконечность волна («парадокс Клейна»). Заутер дал исчерпывающее решение этой задачи [17], введя в рассмотрение состояния частицы не только с положительными, но и с отрицательными значениями энергии. Он установил предельное значение величины электрического поля, при котором одночастичный подход к решению задачи оказывается невозможным. Отвлекаясь сейчас от строгого решения проблемы (см. [17]), дадим здесь лишь краткую иллюстрацию движения электрона в однородном электрическом поле, которое изменяет конфигурацию уровней энергии электронов и границы континуумов: верхнего ( $E = mc^2$ ) и нижнего ( $E = -mc^2$ ) (см. рис. 1, а)

$$V(x) = e_0 \xi x, \quad E = \pm mc^2 + e_0 \xi x. \tag{8}$$

Это можно отобразить графически: на рис. 1, б показан поворот запретной энергетической зоны, разделяющей положительно- и отрицательно-частотные (т.е. электронные и позитронные) состояния [19]. Из этого графика видно, что в электрическом поле нет строгого разделения этих состояний: всегда возможен туннельный переход из области III в область I. Вероятность такого перехода в квазиклассическом приближении, как известно, равна

$$D = \exp\left\{-\frac{2}{\hbar} \int_a^b |p(x)| dx\right\}, \quad p(x) = \frac{1}{c} \sqrt{(E - e_0 \xi x)^2 - m^2 c^4},$$

причем интегрирование этого выражения приводит к формуле

$$D = e^{-\pi E_c/E}, \quad E_c = m^2 c^3 / e_0 \hbar \tag{9}$$

(см. также (7)). Для исключения возможности самопроизвольного перехода электронов в нижний континуум состояний, как известно, вводится предположение о том, что все состояния с отрицательным значением энергии заполнены (фон Дирака), и тогда после перехода электрона в верхний континуум состояний возникает «дырка» в фоне, которая ведет себя как античастица — позитрон. При достижении электрическим полем  $E$  своего критического значения  $E_c$  вакуум электронов и позитронов становится неустойчивым: происходит процесс образования электронно-позитронных пар. В этих условиях одночастичный подход к решению задач квантовой теории становится невозможным.

Возвращаясь к вопросу о поляризации вакуума, заметим, что эта поляризация может происходить и под влиянием отдельных фотонов —

квантов электромагнитного поля. В работе В.Ритуса [20] было показано, что поляризация вакуума фотонами больших квадратов виртуальных импульсов ведет себя подобно поляризации вакуума сильным внешним полем. Изучение лагранжевой функции в пределе сильного поля может дать нам в силу этих соображений ту же информацию, что и результаты исследования поляризационной функции фотона в пределе больших виртуальных импульсов. Иными словами (см. [6]), поведение квантовой электродинамики на малых расстояниях (в области больших импульсов) можно изучить, исследуя квантовые поправки к лагранжиану сильного электромагнитного поля. В этом можно убедиться, исходя из поведения отношения  $\mathcal{L}_1/\mathcal{L}_0$  (см. (6)) в сильном поле:

$$\mathcal{L}_1/\mathcal{L}_0 = -\frac{e^2}{3\pi} \ln \frac{H}{H_c}$$

и сравнивая его с поляризационной функцией фотона при больших квадратах импульсов фотона [21]:

$$\mathcal{P}_0 \cong -\frac{e^2}{3\pi} \ln \frac{k^2}{m^2}.$$

Таким образом, лагранжиан сильного электромагнитного поля может иметь особое значение для развития квантовой электродинамики на малых расстояниях.

В заключение подчеркнем, что релятивистская теория поляризации вакуума приводит к нелинейной электродинамике, характеризуемой особым лагранжианом (5), являющимся функцией инвариантов поля  $f_1$  и  $f_2$  (см. (1)). Это имеет интересное физическое истолкование введенным нелинейным лагранжианам с целью нелинейного обобщения электродинамики Максвелла:

$$\mathcal{L} = \frac{E_c^2}{4\pi} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{\vec{E}^2 - \vec{H}^2}{E_c^2} - (\vec{E} \vec{H})^2/E_c^4} \right] \quad (\text{Борн — Инфельд})$$

$$\mathcal{L} = \frac{E_c^2}{8\pi} \ln(1 + (\vec{E}^2 - \vec{H}^2)/E_c^2) \quad (\text{Шредингер}).$$

В этих выражениях выбор нелинейного обобщения произволен, и только теория электромагнитного вакуума Дирака вскрывает физическую модель лагранжиана. Нелинейное обобщение теории дает возможность исследования ряда принципиально новых физических явлений: рассеяния света на свете, нелинейного рассеяния света на зарядах и ряда других.

### 3. ВОССТАНОВЛЕНИЕ СПОНТАННО НАРУШЕННОЙ СИММЕТРИИ ВАКУУМА ЭЛЕКТРОСЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В последнее время проявляется интерес к влиянию экстремально сильного магнитного поля на вакуумное состояние электрослабых взаимодействий [9,22,23]. Как известно (см., например, [24,25]), спонтанное нарушение симметрии составляет основу современной калибровочной теории слабых и электромагнитных взаимодействий. В соответствии с этой теорией (Салам — Вайнберг — Глэшоу) исходные безмассовые частицы приобретают массу благодаря механизму Хиггса, основанному на спонтанном нарушении локальной  $SU(2)/U(1)$ -симметрии ( $W^\pm$ -,  $Z^0$ -бозоны). В связи с этим представляет интерес исследование свойств вакуума электрослабых взаимодействий и, в частности, влияние внешних факторов на процесс спонтанного нарушения симметрии.

Рассмотрим наиболее простую абелеву модель Хиггса, в которой исходный лагранжиан обладает  $U(1)$ -симметрией и имеет вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (\hat{\mathcal{P}}_\mu^* \varphi^*)(\hat{\mathcal{P}}_\mu \varphi) - V(\varphi\varphi^*), \quad (10)$$

где

$$V(\varphi\varphi^*) = -\frac{m^2}{2} \varphi^* \varphi + \frac{\lambda^2}{4} (\varphi^* \varphi)^2,$$

$$\hat{\mathcal{P}}_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu, \quad m^2 > 0, \quad \lambda > 0.$$

Функция  $\varphi$  описывает скалярное заряженное поле,  $A_\mu$  — квантованное векторное поле,  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  — тензор электромагнитного поля,  $m$  — масса частиц, описываемых полем  $\varphi$ ,  $\lambda$  — безразмерный параметр, характеризующий их взаимодействие.

Обратим внимание на то, что знак минус в выражении для эффективного потенциала  $V$  открывает возможность спонтанного нарушения симметрии. Действительно,  $V(\varphi\varphi^*)$  обладает минимумом при значениях

$$\varphi_0 = \pm m/\lambda = n.$$

В силу этого «положение равновесия»  $\varphi = 0$ , соответствующее вакууму, становится неустойчивым: происходит вырождение вакуума, ибо теперь устойчивых положений минимума два (см. рис.2). Выбор одного из них

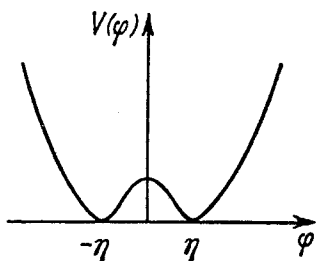


Рис. 2. График потенциальной энергии  $V(\varphi) = \lambda^2(\varphi^2 - \eta^2)^2/4$

объясняется случайными факторами, но очень важно, что переход системы из одного состояния равновесия в другое исключен. В квантовой теории поля при бесконечно большом числе степеней свободы вероятность такого перехода становится исчезающе малой величиной.

Таким образом, вырождение вакуума приводит к спонтанному нарушению симметрии: исходный лагранжиан (10), симметричный относительно дискретного преобразования  $\varphi \rightarrow -\varphi$ , при выборе отрицательного знака в массовом члене эффективного потенциала это свойство симметрии утрачивает. Это видно наглядно из отсутствия симметрии  $V$  относительно точки  $\varphi = \eta$ . В дальнейшем удобно записать эффективный потенциал в виде

$$V = \frac{\lambda^2}{4} (\varphi^2 - \eta^2)^2,$$

поскольку добавление к исходному выражению постоянной не влияет на уравнение движения. Тогда удобно перейти к новой функции  $\chi$ , полагая, что  $\varphi = \eta + \chi$ , где  $\chi$  описывает возбужденные состояния вблизи стабильного вакуума  $\eta$ . При этом получим [24], что

$$V = \frac{\lambda^2}{4} [4\chi^2\eta^2 + 4\chi^3\eta + \chi^4],$$

откуда следует, что симметрия  $\chi \rightarrow -\chi$  здесь нарушена. Опуская для простоты нелинейные взаимодействия полей, получим теперь выражение для исходного лагранжиана (10) после спонтанного нарушения симметрии:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \lambda^2 \eta^2 \chi^2 + e^2 \eta^2 A_\mu^2.$$

Этот лагранжиан описывает скалярное поле  $\chi$  с массой  $\mu = \sqrt{2} \lambda \eta$ , причем векторное поле  $A_\mu$  теперь стало также массивным: оно приобрело массу  $m = \sqrt{2} e \eta$ . Таким образом, безмассовое поле Максвелла превратилось в бозон Прокы: в результате спонтанного нарушения симметрии калибровочное поле Максвелла приобрело массу (эффект Хиггса).

В стандартной неабелевой модели электрослабых взаимодействий выражение для исходного лагранжиана оказывается более сложным, однако общая концепция спонтанного нарушения симметрии при этом не

меняется: в результате этого нарушения вначале безмассовые калибровочные  $W^\pm$ - и  $Z^0$ -бозоны приобретают массу.

Интересно отметить далее, что проблема спонтанного нарушения симметрии имеет известную аналогию с теорией сверхпроводимости, в развитие которой принципиально важный вклад был внесен Н.Н.Боголюбовым [26]. Эта аналогия становится особенно наглядной, если рассмотреть структуру выражения для свободной энергии сверхпроводника

$$F = \int d^3x \left\{ \frac{1}{4m} (\hat{\mathcal{P}}^* \Psi^*) (\hat{\mathcal{P}} \Psi) + \frac{H^2}{2} + \Lambda \left( -\frac{T_c - T}{4T_c} |\Psi|^2 + \frac{1}{2n} |\Psi|^4 \right) \right\}$$

и сравнить это выражение с лагранжианом (10). В этой формуле  $\Lambda = \Lambda(T_c, n)$  — постоянная величина,  $T_c$  — критическая температура

перехода в сверхпроводящее состояние,  $\hat{\mathcal{P}} = (-i \vec{\nabla} - 2e \vec{A})$ , а  $\Psi$  — сверхпроводящая волновая функция, описывающая конденсат куперовских пар (заряд пары  $2e$ ). Известно далее, что сверхпроводящее состояние разрушается при повышении температуры  $T$ , а также напряженности магнитного поля, при этом сильное магнитное поле способно разрушить конденсат куперовских пар.

Оказывается, что поведение вакуума электрослабых взаимодействий имеет аналогию со сверхпроводящим состоянием металла: температура (Д.А.Киржниц и А.Д.Линде [27]) и внешнее магнитное поле (Салам и Страсди [28]) способны оказать сильное влияние на спонтанное нарушение симметрии.

Рассмотрим вновь абелеву модель Хиггса, в которой исходный лагранжиан (10) должен быть дополнен внешним магнитным полем. Это можно сделать, вводя вместо вектор-потенциала  $A_\mu$  калибровочного поля новую функцию  $A'_\mu = A_\mu + A_\mu^{кл}$ . Рассмотрение задачи о спонтанном нарушении симметрии в этом случае показывает [23], что внешнее поле восстанавливает симметрию частично или полностью, причем это восстановление зависит от напряженности поля. В предельном случае критического значения магнитного поля, способного разрушить спонтанное нарушение симметрии, с помощью лагранжиана (10) можно записать:

$$\frac{H_c^2}{2} - \frac{m^2}{2} \varphi^* \varphi + \frac{\lambda^2}{4} (\varphi^* \varphi)^2 = \frac{H_c^2}{2} - \frac{\lambda^2 \eta^4}{4}$$

(в состоянии устойчивого минимума — вакуума). Очевидно, что спонтанное нарушение симметрии будет восстановлено, если  $H_c =$

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda \eta^2 \sim M^2$ , где  $M$  — масса, приобретенная частицами калибровочного поля. Таким образом, в сильном магнитном поле может происходить поглощение конденсата скалярного поля подобно поглощению конденсата куперовских пар.

Оценку величины критического магнитного поля  $H_c = M^2 c^3 / e \hbar$  можно привести, полагая, что масса в этом выражении является массой бозонов ( $W^\pm$ ,  $Z^0$ ) в теории Салама — Вайнберга — Глэшоу ( $\sim 90$  ГэВ). Тогда для поля  $H_{\text{крит}}$  мы получим очень большую величину  $H_{\text{крит}} \sim 10^{24}$  Э. Такие поля пока в природе не наблюдались, однако академический интерес, проявляемый к ним, совершенно оправдан, поскольку речь идет о фундаменте теории.

Здесь следует подчеркнуть, что проблема влияния внешнего поля на вакуум электрослабых взаимодействий оказывается достаточно сложной, однако мы не имеем возможности касаться этого вопроса более детально и отсылаем читателя к обзору [22].

#### 4. ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Исследование процессов, происходящих в сильном электромагнитном поле, не допускает рассмотрения взаимодействия электрона с этим полем по теории возмущений. Одним из сильных методов, не имеющих отражения в зависимости от напряженности электромагнитного поля, является метод «точных решений» (см. [5,7,29]), в соответствии с которым состояние частицы во внешнем электромагнитном поле описывается волновой функцией, являющейся собственной для уравнения Дирака:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi &= \{c (\vec{\alpha} \vec{\mathcal{P}}) + \rho_3 mc^2 + e\Phi\} \Psi, \\ \vec{\mathcal{P}} &= -i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A}. \end{aligned} \quad (11)$$

Несмотря на то, что точных решений уравнения Дирака существует не так уж много (задача о движении электрона в кулоновском поле, в однородных магнитном и электрическом полях, в поле плоской электромагнитной волны и в некоторых случаях комбинации полей), тем не менее точные решения представляют существенный интерес с точки зрения не только проверки теории путем сравнения ее результатов с данными эксперимента, но также и предсказания новых физических эффектов.

В конце 40-х годов А.А.Соколов положил начало изучению квантовой теории светящегося электрона, движущегося в магнитном поле (1949), а также М.М.Альперин решал задачу об излучении электрона в поле плоской волны (1944). Это был ранний период развития метода точных решений, который в дальнейшем получил название картины Фарри, показавшего, что формализм Фейнмана — Дайсона можно обобщить на случай, когда электрон не свободен, а находится в связанном состоянии (1951). Этот метод укладывается в решение шредингеровской картины, если в качестве невозмущенной функции принимается точное решение уравнения Дирака для частицы во внешнем поле в связанном состоянии. При этом 4-потенциал внешнего поля разделяется на две части:  $A_\mu = A_\mu^{\text{ext}} + A_\mu^{\text{кв}}$ , где  $A_\mu^{\text{ext}}$  учитывается точно с помощью решения уравнения Дирака, а квантованная часть поля рассматривается по методу теории возмущений. Таким образом, точные решения обеспечивают основу всей техники решения задач о взаимодействии связанного электрона с полем излучения. Как уже отмечалось, метод точных решений оказался весьма интересным и важным, ибо на его основе оказалось возможным предсказать ряд новых физических эффектов квантовой природы задолго до их экспериментального наблюдения. С помощью этого метода были исследованы физические явления и в случае критических значений магнитного поля, поскольку вакуум в этих условиях остается стабильным, а электрон сохраняет свою индивидуальность.

**Нелинейный энергетический спектр электрона.** Рассмотрим некоторые особенности, связанные с движением электрона в постоянном и однородном магнитном поле [7,29,30], и прежде всего энергетический спектр электрона, появляющийся в процессе точного решения уравнения Дирака (см. [7]):

$$E = mc^2 \left\{ 1 + \left( \frac{p_z}{mc} \right)^2 + 2n \frac{H}{H_c} \right\}, \quad (12)$$

где  $n = 0, 1, 2, \dots$  — энергетическое квантовое число, а  $H_c = m^2 c^3 / e\hbar$  — критическое значение магнитного поля  $H = (0, 0, H)$ . Заметим, что энергетический спектр электрона (12) вырожден по спину. Если воспользоваться обобщенным уравнением Дирака — Паули и учесть аномальный магнитный момент электрона  $\mu = -\mu_0(1 + a_e)$ , то вырождение по спину снимается и формула (12) принимает вид [31]:

$$E = mc^2 \left\{ \left[ 1 + 2 \left( n + \frac{1 + \xi}{2} \right) \frac{H}{H_c} \right]^{1/2} + \frac{1}{2} a_e \xi \frac{H}{H_c} \right\}, \quad (13)$$

где  $\zeta = \pm 1$  — соответствует проекции спина на направление магнитного поля,  $a_e$  — аномальная часть магнитного момента. Из этих формул видно, что в однородном магнитном поле существует состояние с минимальной энергией, когда  $n = 0$  и когда спин частицы направлен против магнитного поля:  $\zeta = -1$ . При этом

$$E = mc^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} a_e \frac{H}{H_c} \right].$$

Восстанавливая знак энергии и полагая  $a_e = \alpha/(2\pi)$ , получим любопытный результат:

$$E = \pm mc^2 \left[ 1 - \frac{\alpha}{4\pi} \frac{H}{H_c} \right],$$

из которого следует, что при  $\frac{\alpha}{4\pi} \frac{H}{H_c} \rightarrow 1$  электромагнитный вакуум теряет

устойчивость, ибо энергетическая щель  $2mc^2$  между состояниями с положительными и отрицательными значениями энергии может захлопнуться. Однако, как это будет показано в дальнейшем, аномальный магнитный момент электрона ( $a_e$ ) проявляет динамическую природу и становится зависящим от напряженности поля и энергии электрона (см. разд.9).

В случае бесспиновой частицы можно положить в (13)  $\zeta = 0$  и тогда в нерелятивистском приближении мы получим уровни Ландау с эквидистантным спектром:

$$E \cong mc^2 + p_z^2/(2m) + \hbar\Omega (n + 1/2),$$

где  $\Omega = eH/(mc)$  — циклотронная частота.

Заметим, что в случае макроскопического квазиклассического движения квантовое число  $n$  очень велико: например, для накопительного кольца ( $R = 1$  м,  $H = 10^4$  Э) достигает порядка  $10^{20} - 10^{21}$ , и спектр энергии электрона в этом случае квазинепрерывен, ибо расстояние между соседними уровнями энергии исчезающе мало. Однако в случае малых  $n \sim 1$  и больших полей магнитное поле становится «квантующим», спектр энергии существенно нелинейным (неэквидистантным), причем энергия остается релятивистской при любых значениях  $n$ . Такая ситуация может встретиться в задачах астрофизики: возбужденный электрон ( $n \gg 1$ ) быстро теряет свою энергию вследствие излучения, а поскольку в отличие от синхротрона радиационные потери энергии в аст-



рофизических условиях не компенсируются, энергия такого электрона характеризуется областью малых квантовых чисел. В этих обстоятельствах задача становится существенно квантовой, а квазиклассический метод неприменим.

В.И.Ритус [8] провел анализ возможного применения результатов расчетов, полученных с помощью модели скрещенного поля для описания процессов в произвольном постоянном электромагнитном поле. При этом было показано, что выполняется условие малости инвариантов поля

$$\varepsilon, \eta \ll 1; \quad \varepsilon, \eta \ll \chi, \quad (14)$$

где

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}} [(f_1^2 + f_s^2)^{1/2} - f_1]^{1/2}, \quad \eta = \frac{1}{\sqrt{2}} [(f_1^2 + f_2^2)^{1/2} + f_1]^{1/2},$$

а  $f_1, f_2$  и  $\chi$  определены формулами (1) и (2), то вероятность процесса в произвольном постоянном электромагнитном поле, являющаяся функцией инвариантов  $w = w(\chi, f_1, f_2)$  может быть с хорошей точностью аппроксимирована выражением  $w(\chi, 0, 0)$  в скрещенном поле, где  $f_1 = f_2 = 0$ .

Рассмотрим теперь однородное магнитное поле. Тогда  $f_1 = H/H_c$ ,  $f_2 = 0$ , а динамический параметр  $\chi = \frac{H}{H_c} \frac{p_{\perp}}{mc} = \left(\frac{H}{H_c}\right)^{3/2} \sqrt{2n}$ , где  $n$  — энергетическое квантовое число. При этом мы учли энергетический спектр электрона в магнитном поле, когда

$$E = mc^2 \left( 1 + \left( \frac{p_{\perp}}{mc} \right)^2 \right)^{1/2} = mc^2 \left( 1 + 2n \frac{H}{H_c} \right)^{1/2}.$$

Если теперь  $n \gg 1$  (энергетический спектр квазинепрерывен), то реализуется случай квазиклассического движения, и условие  $\chi \gg \sqrt{f_1}$  выполняется: результаты, полученные в модели скрещенного поля должны быть справедливы и для случая однородного магнитного поля в квазиклассическом приближении. Однако такой подход ограничен: если рассматривается область малых квантовых чисел и больших полей, то параметр  $\chi$  удобно представить в виде  $\chi = (f_1)^{3/2} \sqrt{2n}$ , откуда следует, что если  $n$  ограничено, а  $f_1 > 1$ , то критерий  $\chi \gg \sqrt{f_1}$  не выполняется. При этом существенным является фактор дискретности параметра  $\chi$ , хотя он и остается больше единицы:  $\chi > 1$  ( $H > H_c$ ). В этой связи заметим, что энер-

ретический спектр электрона в скрещенном поле непрерывен: если  $\vec{E} = (0, E, 0)$ ,  $\vec{H} = (0, 0, H)$  и  $|\vec{E}| = |\vec{H}| \sin \eta$ , то энергия

$$E = cp_1 \sin \eta + \cos \eta mc^2 \left[ 1 + \left( \frac{p_3}{mc} \right)^2 + 2n \frac{H}{H_c} \cos \eta \right]^{1/2}$$

(см. [32]) и при  $\eta \rightarrow \pi/2$  дискретная часть спектра исчезает. Поэтому процессы в скрещенном поле будут справедливы для случая магнитного поля только в условиях квазиклассического движения, когда квантовые свойства поля можно полностью игнорировать. В случае экстремально сильного поля  $H \rightarrow H_c$  такое допущение несправедливо и задача требует особого рассмотрения.

Пространственная локализация электрона. Если магнитное поле приближается к экстремальному значению  $H_c$ , то происходит процесс сильной пространственной локализации электрона: как это следует из точных решений уравнений Дирака, квадрат радиуса орбиты частицы имеет вид [7,31]:

$$\langle R^2 \rangle = (n + s + 1/2) \frac{2c\hbar}{e_0 H} = (n + s + 1/2) 2 \frac{H}{H_c} \left( \frac{\hbar}{mc} \right)^2.$$

Радиальное квантовое число  $s = 0, 1, 2, \dots$  в этой формуле характеризует положение центра орбиты вращения электрона:  $\langle R^2 \rangle - \langle R \rangle^2 = s 2 \frac{H}{H_c} \left( \frac{\hbar}{mc} \right)^2$ , и, выбирая центр орбиты в начале координат, можно положить  $s = 0$ . Тогда из (15) следует, что в сильном поле  $H \geq H_c$ :

$$\langle R^2 \rangle = \left( \frac{\hbar}{mc} \right)^2 2(n + 1/2) \frac{H}{H_c}.$$

В области макроскопического движения (квазиклассический случай), как уже упоминалось, квантовое число  $n$  очень велико:  $n \sim 10^{20}$ , и радиус орбиты вращения электрона имеет макроскопические размеры. Но в случае малых квантовых чисел  $n \rightarrow 0$  электрон оказывается сильно локализованным вблизи комптоновского радиуса орбиты («основное» состояние):

$$R_H = \frac{\hbar}{mc} \sqrt{H_c / H}. \quad (15)$$

Эта величина аналогична радиусу боровской орбиты в кулоновском поле  $R_B = \hbar^2/(me^2)$  — радиусу орбиты электрона в основном (невозбужденном) состоянии. Сильная локализация электрона в критическом магнитном поле имеет большое значение для понимания характера поведения в этом поле простейших квантовых систем.

### 5. АТОМ ВОДОРОДА В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Как уже отмечалось, сильные магнитные поля  $H \geq H_c$  могут существовать у поверхности нейтронных звезд [11], при этом электроны вследствие сильной локализации движутся в ограниченной области с характерными размерами  $\Delta R_H \sim (\hbar/(mc)) \sqrt{H_c/H}$  (15). Размер области движения в направлении поля  $H$  определяется взаимодействием электрона с другими полями. Вблизи поверхности пульсара в качестве таких полей следует рассматривать кулоновское поле, ибо магнитосфера звезды заполнена плазмой. Поэтому представляет интерес исследовать поведение простейших квантово-механических систем, связанных кулоновским взаимодействием в сильном магнитном поле (см. [33,34]).

Следуя работе [33], остановимся прежде всего на задаче об атоме водорода, находящемся в сильном магнитном поле, напряженность которого можно определить, исходя из требования, чтобы критическое поле было больше внутриатомного:

$$\hbar \Omega > e^2/a_B, \quad a_B = \hbar^2/(me^2), \quad H_{\text{крит}} = H_c \alpha^2, \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c}. \quad (16)$$

При нахождении решений уравнения Шредингера для электрона, движущегося в кулоновском поле ядра и внешнем магнитном поле, будем предполагать, что сильное поле локализует движение частицы настолько, что радиус боровской орбиты  $r_B$  значительно превышает радиус  $\Delta R_H: r_B \gg \Delta R_H$ . Тогда для движения в поперечной к направлению внешнего магнитного поля плоскости кулоновское поле можно рассматривать как возмущение, не меняющее спектр энергии электрона в магнитном поле даже при учете его взаимодействия с кулоновским полем ядра. Поэтому радиальные волновые функции, описывающие движение электрона в поперечной к магнитному полю плоскости, можно взять из задачи о движении электрона в однородном магнитном поле (см. [7]): если магнитное поле в цилиндрической системе координат записать в виде  $A = (A_\rho, A_\varphi, A_z) = (0, H\rho/2, 0)$ , то

$$\Psi = (2\gamma/(2\pi L))^{1/2} \exp(i(-Et/\hbar + l\varphi + p_z/\hbar)I_{n,s}(x)), \quad (17)$$

где  $x = \gamma \rho^2$ ,  $\gamma = eH/(2c\hbar)$ ,  $I_{n,s}(x) = (n!s!)^{-1/2} \exp(-x/2) x^{(n-s)/2} Q_s^{n-s}(x)$  — функция Лагерра, связанная с полиномами Лагерра  $Q_s^{n-s}(x)$ . Здесь  $n = l + s = 0, 1, \dots$  — главное квантовое число,  $s$  — радиальное число,  $s = 0, 1, 2, \dots$ ,  $-\infty < l \leq n$ . Квантовое число  $n = 0, 1, \dots$  нумерует энергетические уровни Ландау

$$E = \hbar \Omega (n + 1/2), \quad \Omega = e_0 H / (mc),$$

а  $s = 0, 1, \dots$  определяет расстояние от начала координат до центра орбиты вращения электрона в магнитном поле. Если кулоновского поля нет, то любой уровень энергии с фиксированным  $n$  вырожден по  $s$  с бесконечной кратностью.

Рассмотрим далее продольное движение электрона и ограничимся изучением уровней энергии этого движения, появляющихся в кулоновском поле. При этом поперечное (к магнитному полю) движение будем рассматривать в состоянии  $n = s = 0$ . Тогда решение уравнения Шредингера

$$\hat{H} \Psi = \left\{ \frac{1}{2m} \left( \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 - \frac{ze^2}{r} \right\} \Psi = \mathcal{E} \Psi \quad (18)$$

можно искать в виде

$$\Psi = I_{0,0}(x) \Phi(z)$$

и из уравнения (18) получим, что

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{ze^2}{r} \right\} \Phi(z) I_{0,0}(x) = \mathcal{E} \Phi(z) I_{0,0}(x),$$

где

$$\mathcal{E} = E - \hbar \Omega / 2.$$

Интегрируя это уравнение по  $\rho d\rho$  с учетом нормировки

$$2\gamma \int_0^\infty I_{0,0}(x) \rho d\rho = 1,$$

приходим к уравнению

$$\frac{d^2\Phi}{dz^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (\mathcal{E} - \bar{U}(z))\Phi = 0, \quad (19)$$

в котором

$$\frac{1}{2\gamma} \bar{U}(z) = -e^2 \int_0^\infty (\rho^2 + z^2)^{-1/2} I_{0,0}^2(x) \rho d\rho. \quad (20)$$

Итак, согласно нашему допущению движение электрона в направлении магнитного поля (ось  $z$ ) характеризуется уравнением (19) с «эффективным» кулоновским потенциалом (20). В сильном магнитном поле потенциал  $U(z)$  обрезается на расстояниях  $z$  порядка  $\gamma^{-1/2}$ , в чем можно убедиться, вычисляя интеграл (20):

$$\bar{U}(z) = -e^2 \sqrt{\pi} \gamma \exp(\gamma z^2) (1 - \Phi(\sqrt{\gamma} z)),$$

где  $\Phi(z)$  — функция ошибок:

$$\Phi(z) \cong (2/\sqrt{\pi}) e^{-z^2} z, \quad (z \ll 1),$$

при этом  $\bar{U}(0) = -e^2 \sqrt{\pi} \gamma$ . При  $\sqrt{\gamma} z \gg 1$  эффективный потенциал  $\bar{U}(z)$  можно аппроксимировать (21) одномерным кулоновским потенциалом, поскольку при  $z \gg 1$

$$1 - \Phi(z) = \frac{1}{\pi} e^{-z^2} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{\Gamma(m + 1/2)}{z^{(m + 1/2)}} \sim \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2} \frac{1}{\sqrt{z}}.$$

Итак, магнитное поле эффективно обрезает взаимодействие электрона с кулоновским полем при  $z \sim (\gamma)^{-1/2}$ . Поэтому удобно выбрать эффективный потенциал с самого начала в виде [35]:

$$\bar{U}(z) = -\frac{e^2}{|z| + a_H}, \quad (21)$$

где

$$a_H \cong \gamma^{-1/2} = \frac{\hbar}{mc} \sqrt{H_c / H}.$$

Решение уравнения Шредингера (19) с эффективным потенциалом в виде (21) можно найти точно. Рассмотрим область значений  $z > 0$ : в этой области имеем

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( \mathcal{E} + \frac{e^2}{t} \right) \Phi = 0, \quad (22)$$

где  $t = z + a_H$ . Полагая  $c = 2me^2/\hbar$ ,  $a = -2m\mathcal{E}/\hbar^2$ ,  $x = 2\sqrt{a}t$ , перепишем (22) в виде

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{\lambda}{x}\right)\Phi = 0, \quad \lambda = c/(2\sqrt{a}). \quad (23)$$

Решением этого уравнения, ограниченным при  $z \rightarrow \infty$ , является функция Уиттскера

$$\Phi = NW_{\lambda, 1/2}(x). \quad (24)$$

Для построения решения при  $z < 0$  функцию (24) следует продолжить в область  $z < 0$ . Это можно сделать, продолжая решение (24) либо как  $\Phi(-z) = \Phi(z)$ , либо как  $\Phi(-z) = -\Phi(z)$ . Следовательно, возбужденные уровни, соответствующие этим решениям, являются двукратно вырожденными.

Для определения энергетического спектра — уровней энергии продольного движения, относящихся к нулевому уровню Ландау, вернемся к уравнению (19) и воспользуемся результатами рассмотрения задачи о нахождении нижнего уровня связанного состояния в предположении, что  $\hbar\Omega \gg me^4/\hbar^2$  (см. [36]). Тогда

$$\mathcal{E}_0 = -\frac{2m}{\hbar^2} \left( \int_{a_H}^{a_B} U(z) dz \right)^2,$$

причем логарифмически находящийся интеграл «обрезается» сверху и снизу на расстояниях  $|z| \sim a_B$  и  $|z| \sim a_H$ . Тогда находим, что с логарифмической точностью

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_0 &= -\frac{me^4}{2\hbar^2} \ln^2 \frac{H}{H_c} = -Ry \ln^2 \frac{H}{H_c}, \quad H'_c = H_c \alpha^2, \\ \mathcal{E}_n &= -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}, \quad n = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (25)$$

и соответствующая волновая функция равна

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= \sqrt[4]{a} W_{\lambda_0, 1/2}(x), \quad x = \frac{2me^2}{\hbar^2} \ln \frac{H}{H'_c} (z + a_H), \\ \lambda_0 &= (a_B \sqrt{a})^{-1} = \ln \frac{H'_c}{H_c}, \end{aligned} \quad (26)$$

$a = \frac{me^2}{\hbar^2} \ln(H/H'_c)$ . Мы ограничиваемся рассмотрением основного состояния. Заметим, что в приближении  $\ln(H/H'_c) \gg 1$  волновая функция может быть выражена через функцию Макдональда:

$$\Phi_0 = \sqrt{\frac{x}{\pi}} K_{1/2}(x/2). \tag{27}$$

Заметим, что энергия основного состояния атома в сильном магнитном поле  $\epsilon_c$  оказывается меньше по сравнению с  $\epsilon_n$  в отсутствие поля  $H$  (см. формулу (25)). Энергетический спектр атома претерпевает изменения.

Теперь несколько слов о «деформации» атома. Качественно структура водородного атома в магнитном поле может быть оценена по критическим значениям области локализации электрона: локализация в направлении магнитного поля определяется законом Кулона (радиус боровской орбиты  $a_B \cong \frac{\hbar^2}{me^2}$ ), а в плоскости, перпендикулярной полю, локализация пропорциональна комптоновской длине волны  $a_H \cong \frac{\hbar}{mc} \sqrt{H_c/H}$ .

Другими словами, атом теряет сферическую симметрию, атом приобретает игольчатую форму (см. рис.3). Более строго размеры атома можно оценить с помощью волновой функции (26): так, в частности, найдем

$$\langle z^2 \rangle = 2 \int_0^\infty a^{1/2} z^2 W_{\lambda_0, 1/2}(x) dz = a_B^2 / (8 \ln^2 \frac{H}{H'_c}).$$

Учитывая далее, что линейный размер атома в поперечной к  $H$  плоскости имеет порядок  $a_H$ , получим

$$\langle z^2 \rangle^{1/2} / a_H = (H'_c / H)^{1/2} \ln(H'_c / H). \tag{28}$$

Другими словами, подтверждается оценка, к которой мы пришли ранее.

Интересно отметить, что деформация атомов в сильном магнитном поле имеет решающее значение в процессе образования молекул.

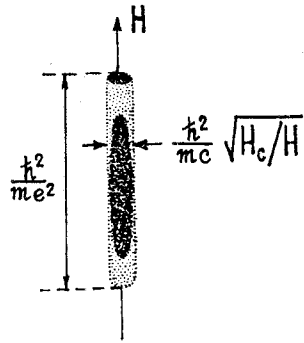


Рис. 3. Игольчатая форма электронного облака в атоме водорода в сильном магнитном поле  $H \rightarrow H_c$

Действительно, в рассматриваемом нами случае экстремально сильного поля  $H \sim H_c$  нейтральная молекула за счет гомеоплярной связи образоваться не может: спины каждого электрона ориентированы против направления магнитного поля и поэтому они оказываются параллельными друг другу. Поэтому полная координатная волновая функция, зависящая от координат двух электронов в поле ядер атомов, может быть

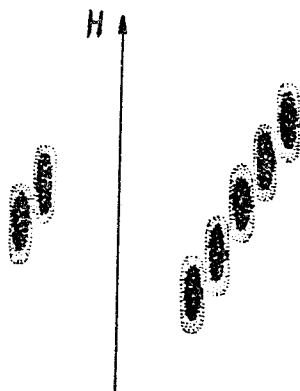


Рис. 4. Схема образования молекул и полимерных цепочек из атомов водорода в сильном магнитном поле  $H \rightarrow H_c$

только антисимметричной, что (в случае отсутствия поля  $H$ ) не приводит к образованию молекулы: гомеоплярная связь не должна быть реализована в сильном поле.

Однако в силу нарушения сферической симметрии (атом подобен игле) ядро атома оказывается практически незранированными электронами, и поэтому такое ядро может очень сильно притягивать электронное облако другого атома (см. рис.4). В результате возникают эффективные силы притяжения и могут образовываться даже силовой линии магнитного поля (нитевидные кристаллы Рудермана (см. [37])). Таким образом, в сильном магнитном поле появляется принципиально новый механизм образования молекул, физически обусловленный деформацией атомов.

## 6. СИНХРОТРОННОЕ (МАГНИТОТОРМОЗНОЕ) ИЗЛУЧЕНИЕ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Исследование квантовых свойств синхротронного излучения (СИ) оказалось весьма интересным с точки зрения развития квантовой теории макроскопического движения. Оно привело к открытию принципиальных, порой неожиданных эффектов, имеющих фундаментальное теоретическое и практическое значение [30,38]. Первоначальные соображения о возможности проявления квантовых эффектов в СИ были неочевидны, поскольку СИ в главных чертах хорошо описывалось методами классической электродинамики Максвелла — Лоренца. Действительно, обычный критерий применимости классических методов описания излу-



чения релятивистского заряда заключается в том, что энергия испускаемого фотона  $\mathcal{E}_\phi$  должна быть мала по сравнению с энергией электрона. При этом, как указали Владимирский [39] и Швингер [40], квантовые эффекты могут проявиться только в том случае, если  $\mathcal{E}_\phi = \frac{\hbar c}{R} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^3 \cong E$ . Таким образом, возникает критерий возможности классического описания:

$$E \ll E_{1/2} = mc^2 \left( \frac{mcR}{\hbar} \right)^{1/2} \quad (29)$$

(оценка энергии фотона взята в максимуме спектральной кривой). Этот критерий подтверждался также соображениями инвариантности мощности СИ, в силу которых мощность зависит только от инвариантного параметра

$$\chi = \frac{1}{H_c} \left[ -(F_{\mu\nu} p^\nu)^2 \right]^{1/2} = \frac{H}{H_c} \frac{E}{mc^2} = \left( \frac{E}{E_{1/2}} \right)^2. \quad (30)$$

(Мы пренебрегаем движением вдоль поля:  $cp_\perp \cong E$ .) Вместе с тем оказалось, что критерий  $E_{1/2}$  не вскрывает всех особенностей, связанных с дискретными свойствами СИ, и прежде всего это касается влияния дискретности излучения на движение частицы. Действительно, поскольку энергия излучаемого фотона  $\mathcal{E}_\phi = (\hbar c/R)(E/(mc^2))^3$  достаточно велика, число таких мощных фотонов, излучаемых за время одного оборота электрона, конечно и равно  $N_{об} \cong \frac{W}{\mathcal{E}_\phi} = \frac{4\pi}{3} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{E}{mc^2}$ , причем  $W =$

$= \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{R^2} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^4$  — мощность излучения. Для более наглядной оценки фактора дискретности излучения можно найти длину пути  $L$  (в см), проходимого электроном без испускания высокотермических фотонов (длина «свободного пробега»):

$$L = \frac{c \mathcal{E}_\phi}{W} = \frac{3}{2} \frac{\hbar^2}{me^2} \frac{H_c}{H} = 34,9 \cdot 10^4 / H. \quad (31)$$

При обычных значениях напряженности поля для ускорителей и накопительных колец  $H \sim 10^4$  и  $L \sim 30$  см, т.е. в среднем один фотон излучается на пути длиной 30 см.

Дискретность излучения, выступающая здесь как важный фактор, может влиять на траекторию частицы, вызывая ее квантовые флукту-

ации как следствие эффекта отдачи, испытываемой электроном при испускании им фотона. Для оценки критического значения энергии, при которой начинается воздействие излучения на траекторию частицы, учтем, что

$$\overline{R}^2 = \frac{n + s + 1/2}{\gamma}, \quad \Delta R^2 = \frac{s}{2\gamma}, \quad \gamma = eH/(2c\hbar),$$

где  $\overline{\Delta R}^2 = \overline{R}^2 - (\overline{R})^2$  — квадратичная флуктуация радиуса,  $s = 0, 1, 2, \dots$  — радиальное квантовое число, характеризующее положение центра орбиты вращения электрона. Очевидно, что возбуждение радиальных флуктуаций начнется, если энергия фотона

$$\varepsilon_{\phi} = \frac{\hbar c}{R} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^3 = \sqrt{\Delta E^2} = \sqrt{e^2 H^2 \Delta R^2} = \sqrt{eHc\hbar s},$$

откуда для критического значения энергии получаем

$$E_{\text{крит}} = E_{1/5} = mc^2 \left( \frac{mcR}{\hbar} \right)^{1/5}. \quad (32)$$

Критерий  $E_{1/5}$ , как условие возбуждения радиальных флуктуаций траектории электрона, был впервые указан А.А.Соколовым [41], положившим начало развитию квантовой теории синхротронного излучения.

Таким образом, пределы применимости классической теории СИ определяются тремя критериями.

1.  $E_{1/2} = mc^2 \left( \frac{mcR}{\hbar} \right)^{1/2}$  — предел применимости классической теории излучения, физически означающий, что энергия излучаемого фотона должна быть меньше энергии электрона:  $\hbar\omega \ll E$ .

2.  $E_{1/5} = mc^2 \left( \frac{mcR}{\hbar} \right)^{1/5}$  — предел применимости уравнений движения с учетом радиационной силы трения. Физически это означает, что энергия излучаемого фотона должна быть меньше, чем энергия квантового возбуждения радиальных степеней свободы:  $\hbar\omega \ll \sqrt{\Delta E^2} = \sqrt{eHc\hbar}$ . В противном случае, когда  $E \sim E_{1/5}$ , сила реакции излучения должна быть модифицирована с учетом дискретности излучения, т.е. эффекта квантовых флуктуаций траектории. Заметим, что критерий  $E_{1/5}$  входит в выражение только для вероятности квантовых переходов, а при рассмотрении мощности СИ он выпадает. Таким образом, критерий  $E_{1/5}$  выделяет, по существу, «квазиквантовую» область энергии: классическое

описание излучения еще остается справедливым, однако дискретный характер излучения уже начинает проявляться в виде квантовых флуктуаций траектории электрона (квантовое «уширение» орбиты [42]).

3. Особо следует выделить области малых квантовых чисел, когда квантовые свойства магнитного поля начинают проявляться наиболее сильно. В этих условиях динамический параметр  $\chi = \frac{H}{H_c} \frac{p_{\perp}}{mc} = \left(\frac{H}{H_c}\right)^{3/2} \sqrt{2\pi}$  принимает существенно дискретный ряд значений, и хотя при  $H/H_c \ll 1$  он остается малым, классическое описание синхротронного излучения оказывается невозможным (об анализе критериев применимости классической теории см. также [43]).

Развитие квантовой теории СИ было проведено нами на фундаментальной основе квантового описания состояния электрона в однородном магнитном поле (решение уравнения Дирака) и строгих методов квантовой электродинамики (картина Фарри). Этот метод — метод «точных решений» [5, 7, 38] — не накладывал никаких ограничений на величину магнитного поля и допускал возможность рассмотрения задачи в области полей даже больше критического швингеровского значения ( $H \geq H_c$ ).

Такой подход и выбор модели (однородное магнитное поле) открыли возможность предсказать и установить ряд принципиально новых физических эффектов: квантовые флуктуации траектории электрона в условиях макроскопического движения (Соколов А.А., Тернов И.М., 1953, [42]), эффект радиационной поляризации электронов и позитронов при их движении в накопительных кольцах (Соколов А.А., Тернов И.М., 1963, [44]), динамическая природа аномального магнитного момента электрона (Тернов И.М., Багров В.Г., Бордовицын В.А., Дорофеев О.Ф. [45]). Метод точных решений вместе с тем дал возможность рассмотреть и экзотическую область значений магнитного поля  $H \geq H_c$ ,

особо интересную в астрофизике, где поля порядка  $H_c \cong 4 \cdot 10^{13}$  Э уверенно наблюдаются экспериментально. Как показал Н.П.Клепиков в 1954 г. [46], в этих условиях открываются новые каналы реакций: однофотонная аннигиляция и однофотонное рождение электрон-позитронной пары.

С целью анализа спиновых эффектов был разработан и применен метод разделения решений уравнения Дирака (11) по спиновым состояниям (см. [7, 38]), в соответствии с которым волновая функция электрона подчиняется, наряду с уравнением  $\hat{H} \Psi = E \Psi$ , также дополнительному уравнению  $\hat{S} \Psi = \xi \Psi$ , где  $\hat{S}$  — оператор поляризации, коммутирующий с гамильтонианом. В качестве такого оператора можно выбрать для

описания продольной поляризации (проекция спина по направлению движения электрона)

$$\hat{T}_0 = \vec{\sigma} \hat{\mathcal{P}} / |\hat{\mathcal{P}}|, \quad (33)$$

где  $\vec{\sigma}$  — матрицы Дирака, а  $\hat{\mathcal{P}}$  — кинетический импульс:  $\hat{\mathcal{P}} = \hat{p} - \frac{e}{c} \vec{A}$ .

Тогда волновая функция будет удовлетворять наряду с (11) уравнению  $\hat{T}_0 \Psi = \xi_{\parallel} \Psi$ , где  $\xi_{\parallel} = \pm 1$  соответствует двум возможным ориентациям спина по или против направления движения электрона. Для исследования проекции спина на направление магнитного поля целесообразно ввести оператор поляризации

$$\hat{O} = \rho_3 \vec{\sigma} + \rho_1 c \hat{\mathcal{P}} / E - \rho_3 m c^2 \hat{\mathcal{P}} (\vec{\sigma} \hat{\mathcal{P}}) / (E(E + m c^2)), \quad (34)$$

который в системе покоя электрона переходит в оператор спина Паули. При этом проекция спина на магнитное поле является интегралом движения (для поля  $\vec{H} = (0, 0, H)$  — компоненты  $\hat{O}_3$ ), и волновую функцию следует подчинить уравнению  $\hat{O}_3 \Psi = \xi_{\perp} \Psi$ , где  $\xi_{\perp} = \pm 1$  соответствует двум возможным ориентациям спина: по и против внешнего поля  $\vec{H}$ .

Квантовая теория излучения при малых  $\chi$ . С помощью общих методов квантовой теории излучения [7] можно получить следующее выражение для мощности синхротронного излучения:

$$W_i = \frac{e^2 c}{2\pi} \sum_{n', s', \xi', k'_3} \int d\kappa^3 \delta(\kappa - \kappa_{nn'}) \Phi_i, \quad (35)$$

где  $c\hbar\kappa_{nn'} = E_n - E_{n'}$  — частота излучения,  $n, s, k_3, \xi$  — квантовые числа, определяющие состояние электрона,  $i$  — соответствует двум компонентам поляризации фотона. Выражения для функции  $\Phi_i$  ( $i = \sigma, i = \pi$  — две компоненты линейной поляризации) имеют вид

$$\Phi_{\sigma} = \bar{\alpha}_1^* \bar{\alpha}_1, \quad \Phi_{\pi} = (\bar{\alpha}_2 \cos\vartheta, \bar{\alpha}_3 \cos\vartheta),$$

а матричные элементы матриц Дирака  $\bar{\alpha}_i = \langle n, s, k_3, \xi | \alpha_i | n', s', k'_3, \xi' \rangle$  связаны с функциями Лагерра  $I_{nn'}(x)$  и  $I_{ss'}(x)$ :

$$\left. \begin{array}{l} -i \bar{\alpha}_1 \\ \bar{\alpha}_2 \end{array} \right\} = [A I_{n, n'-1}(x) \mp B I_{n-1, n'}(x) | I_{ss'}(x) \delta_{k'_3, k_3} - \kappa \cos\vartheta], \quad (36)$$

$$\bar{\alpha}_3 = [C I_{n-1, n'-1}(x) + D I_{nn'}(x) | I_{ss'}(x) \delta_{k'_3, k_3} - \kappa \cos\vartheta]. \quad (37)$$

$A, B, C, D$  — спиновые коэффициенты, зависящие от выбора оператора поляризации. Мы не имеем возможности останавливаться здесь на расчетах более детально (см. [7]) и перейдем к выводам.

Прежде всего рассмотрим квазиклассическое приближение.

*Квазиклассическое приближение.* В этом случае  $n \gg 1$ , спектр энергии квазинепрерывен, динамический параметр  $\chi = \frac{H P_{\perp}}{H_0 mc}$  — непрерывная величина. В этих условиях сумма по  $n'$  может быть заменена интегралом:  $\sum_{v=0}^n \rightarrow \int_0^n dv$  ( $v = n - n'$ ), и после необходимой замены переменной интегрирования получим для полной мощности излучения:

$$W = \frac{27}{16\pi} \frac{e^2 c}{R^2 \epsilon_0^{9/2}} \int_0^{\infty} dy y^2 (1 + \xi_0 y)^{-6} \oint d\Omega \sum_i \Phi_i \quad (38)$$

Заметим, что такая запись для мощности СИ справедлива только в квазиклассическом приближении ( $n \gg 1$ ). При выводе этой формулы очень важным моментом является обращение в единицу суммы [48]:

$$\sum_{s'=0}^{\infty} I_{ss'}^2(x) = 1, \quad (39)$$

в силу чего критерий  $E_{1/5}$  из выражения для мощности излучения выпадает. В квазиклассической области допустима аппроксимация функции Лагерра (36) с помощью функций Эйлера или Макдональда [7]:

$$I_{nn'}(x) = \frac{1}{\pi \sqrt{3}} (1 - x/x_0)^{1/2} K_{1/3} \left( \frac{2}{3} \sqrt{x_0^2 n n'} (1 - x/x_0)^{3/2} \right),$$

где  $x_0 = (\sqrt{n} - \sqrt{n'})^2$ . Производя далее суммирование по состояниям поляризации электрона и фотона, получим

$$W = W^{кл} \frac{9 \sqrt{3}}{8\pi} \int_0^{\infty} \frac{y dy}{(1 + \xi y)^3} \left( \int_y^{\infty} K_{5/3}(x) dx + \frac{\xi^2 y^2}{(1 + \xi y)} K_{2/3}(y) \right). \quad (40)$$

Здесь  $W^{кл} = \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{R^2} (E/(mc^2))^4$ , а  $\xi = \frac{3}{2} \chi$ . Таким образом, мощность излучения зависит только от одного параметра  $\chi$ . Интегрируя по спектру, получим

$$W = W^{кл} \left[ 1 - \frac{55 \sqrt{3}}{16} \chi + 48 \chi^2 - \dots \right], \quad \chi \ll 1. \quad (41)$$

Впервые поправка по  $\chi$  была найдена нами [49] и позже для бесспинового электрона подтверждена Швингером [50]. Интересно заметить, что квантовые поправки в настоящее время нашли экспериментальное подтверждение. Если в выражении (40) сохранить члены, зависящие от начальной ориентации спина, то мы получим [7]:

$$W = W^{\text{кл}} \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \int_0^\infty y dy \left( \int_y^\infty K_{5/3}(x) dx - \zeta \xi y K_{2/3}(y) \right). \quad (42)$$

Здесь сохранены только линейные по  $\xi$  члены. В 1977 г. в ИЯФ СО АН был предложен метод измерения спиновой зависимости СИ [51]. Как это следует из (42), добавочная мощность СИ, связанная с ориентацией спина по отношению к направлению магнитного поля ( $\zeta_\perp = \zeta$ ), имеет вид

$$\Delta = \frac{|\zeta| \xi y K_{1/3}(y)}{\int_y^\infty dx K_{5/3}(x)}. \quad (43)$$

Наиболее благоприятная возможность для наблюдения открывается в коротковолновой области спектра  $y \gg 1$  (ибо  $y \rightarrow y^{\text{кл}} = \frac{2}{3} v \left( \frac{mc^2}{E} \right)^3$ ). Тогда, имея в виду асимптотику функции Макдональда  $K_\mu(x) = \sqrt{\pi/2x} e^{-x}$ , нетрудно получить, что

$$\Delta = |\zeta| \xi y, \quad \xi = \frac{3}{2} \chi = \frac{3}{2} \frac{\hbar}{mcR} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^2.$$

При наблюдении излучения пучка электронов  $|\zeta|$  в этом выражении характеризует среднюю поляризацию пучка, которую он приобретает в процессе излучения. Поэтому наблюдая мощность СИ на фиксированной частоте спектра, можно определить поляризационные характеристики. Особенно благоприятно проведение эксперимента в накопительном кольце, поскольку радиационные потери энергии электрона компенсируются в кольце внешними источниками высокочастотного поля. При этом энергия частицы в среднем остается постоянной величиной. Итак, квантовые поправки к мощности СИ (см. (42)) можно считать экспериментально установленным фактом, а сам метод их наблюдения одним из интересных способов определения поляризационных свойств электронных и позитронных пучков частиц.

*Макроскопические квантовые флуктуации траектории электрона.* Итак, в случае, когда энергия излучаемого фотона оказывается достаточ-

ной для возбуждения радиальных степеней свободы электрона:  $\mathcal{E}_\phi = \sqrt{\Delta E^2} = e\hbar \sqrt{R^2 - \bar{R}^2}$ , т.е.  $E \sim E_{1/5}$ , возбуждаются радиальные переходы и классическая теория движения частицы становится неприменимой, поскольку она не может объяснить флуктуационный характер реакции излучения.

Возвращаясь к формуле для мощности СИ (40), разделим подынтегральное выражение на энергию фотона  $\hbar \omega$  и получим, что вероятность квантовых переходов имеет вид

$$\frac{dw_{ss'}}{dy} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \frac{e^2}{\hbar R} \frac{E}{mc^2} \frac{1}{(1+\xi y)^2} \left( \int_y^\infty K_{5/3} dx + \frac{\xi^2 y^2}{(1+\xi y)} K_{2/3}(y) \right) I_{ss'}^2 \frac{\xi_1 y^2}{(1+\xi y)^2}, \quad (44)$$

где  $\xi_1 = \frac{9}{8} (E/E_{1/5})^{5*}$  (см. [7,30]). Мы здесь восстановили радиальный множитель  $I_{ss'}^2(z)$ , который при суммировании по  $s'$  обращался в единицу и не вносил вклад в мощность СИ. Радиальный фактор  $I_{ss'}^2$  отражает стохастический характер возбуждения радиальных степеней свободы электрона. Это становится особенно наглядным в предположении, что в начальном состоянии центр орбиты вращения электрона совпадает с началом координат ( $s = 0$ ). Тогда

$$I_{ss'}^2(x) = \frac{e^{-x} x^{s'}}{s'!}, \quad x = \frac{\xi_1 y^2}{(1+\xi_1)^2}, \quad \xi_1 = \frac{9}{8} \frac{\hbar}{mcR} \left( \frac{E}{mcr} \right)^5$$

принимает вид обычного распределения Пуассона.

В приближении классической теории ( $\hbar \rightarrow 0$ ) аргумент в этой формуле также обращается в нуль, поэтому в пределе

$$\lim_{x \rightarrow 0} I_{0,s'}^2(x) = \delta_{0s'},$$

другими словами, радиальное число  $s$  в классической теории не подвергается изменению. Если орбита в начальный момент времени была круговой, то она такой останется и в последующие моменты времени. Поэтому

---

\*Заметим, что критическое значение энергии  $E_{1/5} = mc^2 \left( \frac{mcR}{\hbar} \right)^{1/5}$  может быть выражено через инвариант поля:  $E_{1/5} = mc^2 \left( \frac{2}{3} \frac{H_c}{H} \right)^{1/4}$ , оценка величины энергии приводит к значению  $\sim 300-500$  МэВ.

излучение с точки зрения классической теории будет иметь следствием только сокращение радиуса орбиты, которое в ускорителях и накопителях компенсируется за счет внешнего высокочастотного электрического поля, а флуктуаций радиуса орбиты не возникает:

$$s = \frac{eH}{c\hbar} (\overline{R^2} - (\overline{R})^2) = \text{const.}$$

Методами квантовой теории задача об изменении квадратичной флуктуации радиуса была впервые решена А.А.Соколовым и одним из нас [42] на основе метода точных решений уравнения Дирака: эффект квантового «уширения» траектории.

С помощью формулы (44) нетрудно найти, что изменение радиального квантового числа  $s$  имеет вид

$$\frac{ds}{dt} = \int_0^{\infty} dy \sum_{s'} (s' - s) w_{ss'}.$$

Тогда, учитывая, что  $\sum_{s'=0}^{\infty} I_{ss'}^2(x)(s' - s) = x$ , получим [39]

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt} \left\{ \frac{eH}{c\hbar} (\overline{R^2} - (\overline{R})^2) \right\}. \quad (45)$$

В случае квазиклассического движения, когда  $\xi \ll 1$ , отсюда следует

$$\frac{ds^{\text{квазикл}}}{dt} = \frac{55}{48\sqrt{3}} \frac{e^2}{mcR^2} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^5 \quad (46)$$

или

$$\overline{\Delta R^2} = \frac{55}{48\sqrt{3}} = \frac{e^2}{mc^2} \frac{\hbar}{mcR} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^5 t.$$

Таким образом, при постоянной средней энергии электрона стохастический процесс излучения приводит к характерной для броуновского движения формуле, отражающей воздействие на частицу случайных сил:  $x^2 = 2Dt$ , где  $D$  — коэффициент диффузии. Здесь следует заметить, что этот эффект подобен влиянию на электрон вакуумного электромагнитного поля. Вакуумные колебания поля, как это особенно ясно подчеркнули Н.Н.Боголюбов и С.В.Тябликов [52], индуцируют у электрона некоторую размазанность или эффективный радиус. При этом электрон совершает броуновское движение с определенным квадратом смещения.



Изменение квадратичной флуктуации радиуса можно рассматривать как макроскопическое проявление квантовых флуктуаций излучения — следствие дискретного характера испускания фотонов и эффекта отдачи, испытываемой электроном. Электроны движутся в радиальном направлении по квантовым законам, в то время как движение по окружности остается в среднем классическим («макроатом» [7]).

Ситуация изменяется, однако, в случае, если радиационные потери энергии электроном не компенсируются. Это реализуется, например, в астрофизических условиях и, в частности, в магнитосфере пульсаров. В этом случае интересно подчеркнуть, что в силу двух процессов: радиационного сокращения радиуса орбиты электрона и роста квадратичной флуктуации устанавливается некоторое равновесие. Поскольку  $R^2 = (2c\hbar/(eH))(n + s + 1/2)$ , можно найти, что

$$\frac{dR^2}{dt} = \frac{2c\hbar}{eH} \left[ \frac{dn}{dt} + \frac{ds}{dt} \right], \quad (47)$$

где  $ds/dt$  определено формулой (46), а изменение главного квантового числа  $n$  связано с изменением энергии:

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{H_c}{H} \frac{EW}{(mc^2)^2}, \quad W = \frac{2e^2c}{3R^2} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^4.$$

Тогда из (47) следует, что  $dR^2/dt = 0$  при условии минимального значения радиуса

$$R_{\min} = \frac{55}{32\sqrt{3}} \frac{\hbar}{mc} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^2.$$

Это выражение аналогично случаю движения электрона в фокусирующем поле накопительного кольца [7], когда наряду с квантовым уширением траектории частицы действуют силы радиационного затухания (дешпинт-эффект) и амплитуда колебаний электрона достигает некоторого минимального значения. Надо сказать, что эффект квантового возбуждения радиальных колебаний имеет существенное значение для инженерной практики в конструкции накопительных колец, определяя условие фокусировки пучков. Квантовые флуктуации наблюдались в США (Сэндс [53]) и в СССР (Ф.А.Королев [54]) в полном согласии с предсказанием теории (более подробно см. [30]). Был подтвержден также и критерий начала их возбуждения  $E_{1/5}$ .

*Эффект радиационной поляризации электронов и позитронов в накопительных кольцах. Эффект радиационной поляризации электронов и*

позитронов заключается в направленном процессе ориентации спинов частиц под влиянием синхротронного излучения при их длительной циркуляции в накопительных кольцах. Этот эффект был предсказан одним из нас (И.М.Тернов [55]), строго установлен на основе точных решений уравнения Дирака, разделенных по состояниям поляризации, совместно с А.А.Соколовым [56].

Расчет вероятности квантовых переходов в единицу времени [7,30], сопровождающихся переворотом спина (спин-флип переходы), приводит к характерной зависимости вероятности от начальной ориентации спина  $\zeta$  по отношению к направлению магнитного поля

$$\frac{dw^{\uparrow\downarrow}}{d\Omega dy} = \frac{3}{32\pi} \frac{e^2}{\hbar R} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0^3} \xi^2 y^3 [\cos^2\vartheta K_{1/3}^2(z) + (\sqrt{\varepsilon} K_{2/3}(z) + \zeta \sqrt{\varepsilon_0} K_{1/3}(z))^2], \quad (48)$$

где

$$\varepsilon = 1 - \beta^2 \sin^2\vartheta, \quad \varepsilon_0 = 1 - \beta^2, \quad z = \frac{1}{2} y (\varepsilon/\varepsilon_0)^{3/2}, \quad y = \frac{2}{3} v \varepsilon_0^{3/2}, \quad \omega = v \omega_0.$$

Явная зависимость от ориентации спина остается и в интегральной вероятности (см. [50,7,27]):

$$w_{\zeta}^{\uparrow\downarrow} = \frac{1}{2\tau} \left( 1 + \zeta \frac{8\sqrt{3}}{15} \right), \quad (49)$$

где время поляризации имеет вид

$$\tau = \frac{8\sqrt{3}}{15} \frac{\hbar^2}{mce^2} \left( \frac{mc^2}{E} \right)^2 \left( \frac{H_c}{H} \right)^3 = \frac{15\sqrt{3}}{16} \frac{\hbar}{mcR} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^2 \frac{W}{E} \xi^{-1}.$$

Отсюда следует, что вследствие излучения электроны будут проявлять тенденцию перехода в состояния с преимущественной ориентацией спина противоположно магнитному полю [55]. Для позитронов ориентация спина будет противоположной. Состояния с преимущественной ориентацией спина соответствуют минимальному значению потенциальной энергии частиц, обладающих магнитным моментом  $\mu = (e_0 \hbar / (2mc)) \zeta$ , в магнитном поле

$$U = - \frac{e}{|e|} \mu H.$$

Мы не будем здесь останавливаться подробно на кинетике процесса поляризации (см. [56,57]) и, обращаясь к ансамблю электронов, будем

характеризовать поляризацию пучка частиц средним значением  $\zeta(t) = \langle \zeta \rangle$ , имея в виду, что взаимодействие электрона с электромагнитным полем приводит к переходу частиц в смешанное состояние. Тогда находим

$$\frac{d}{dt} \zeta(t) = \sum_{\zeta'} (\zeta' - \zeta) w_{\zeta}^{\uparrow\downarrow} = -2 \sum_{\zeta} \zeta w_{\zeta}^{\uparrow\downarrow},$$

отсюда следует, что

$$\zeta(t) = -\frac{8\sqrt{3}}{15} (1 - e^{-t/\tau}), \quad (50)$$

причем предельная степень поляризации (при  $t \gg \tau$ ) достигает значения

$$P(\infty) = 8\sqrt{3}/15 = 0,924.$$

Оценка времени поляризации  $\tau$  показывает, что при типичных для ускорителей значениях напряженности магнитного поля ( $H \sim 10^4$  Э) эффект поляризации оказывается доступным для наблюдения лишь при длительной циркуляции частиц в магнитном поле (порядка 1 часа). Такая возможность реализуется в накопительных кольцах, и, хотя в реальных условиях накопительного кольца встречаются деполяризующие пучок частиц явления, эффект радиационной поляризации там существует и является уникальной основой для создания поляризованных электронов и позитронов высокой энергии. Эффект радиационной поляризации наблюдался в СССР, Франции, ФРГ, США, Японии, в хорошем согласии с теорией Боне, подробно эти вопросы освещены в нашем обзоре [57].

## 7. ОСОБЕННОСТИ СИНХРОТРОННОГО (МАГНИТОТормозного) ИЗЛУЧЕНИЯ В ЭКСТРЕМАЛЬНО СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим теперь предельный ультраквантовый случай, когда динамический инвариантный параметр  $\xi = \frac{3}{2} \chi$  принимает большие значения:  $\chi = \frac{H}{H_c} \frac{p_{\perp}}{mc} \gg 1$ . Эта область представляет большой интерес в связи с астрофизическими проблемами, связанными с излучением электронов высокой энергии в сверхсильном магнитном поле  $H \sim H_c = 4 \cdot 10^{13}$  Э.

Вернемся к выражению для мощности магнитотормозного излучения (40), которое после интегрирования по частям принимает вид

$$W = W^{\text{кл}} \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \int_0^{\infty} dy \left[ \frac{1-y^2}{2(1+\xi y)^2} K_{5/3}(y) + \frac{\xi^2 y^2}{(1+\xi y)^4} K_{2/3}(y) \right]. \quad (51)$$

Здесь мы не случайно ввели термин «магнитотормозное излучение», поскольку в случае  $\xi \gg 1$  свойства его существенно отличаются от обычных свойств синхротронного излучения.

Действительно, найдем выражение для  $W^{\text{УКВ}}$  в ультраквантовой области, когда параметр  $\xi \gg 1$ . Заметим, что функции  $y^2 K_{5/3}(y)$  и  $y^3 K_{2/3}(y)$  достигают максимума при  $y \sim 1$ , после чего они экспоненциально убывают. В ультраквантовом случае благодаря множителю  $(1+\xi y)^2$  в знаменателе спектр обрезается при  $y \ll 1$ . Тогда для функций Макдональда  $K_{\mu}(y)$  можно воспользоваться асимптотической формулой  $K_{\mu}(y) \cong 2^{\mu-1} \Gamma(\mu)/y^{\mu}$ , и, проведя интегрирование в (51) с помощью интеграла

$$\int_0^{\infty} dy y^{p-1} (1+\xi y)^{-q} = \frac{1}{\xi^p} \frac{\Gamma(p)\Gamma(q-p)}{\Gamma(q)},$$

найдем [47,58,7]

$$W^{\text{УКВ}} = \frac{16}{27} \frac{\Gamma(2/3)}{3^{1/3}} \frac{W^{\text{кл}}}{\chi^{4/3}}. \quad (52)$$

Таким образом, в ультраквантовом случае мощность магнитотормозного излучения сильно подавлена ( $\chi \gg 1$ ). В отличие от квазиклассического случая ( $\chi \ll 1$ ), когда квантовые эффекты давали лишь небольшие поправки к классическим формулам (см. (41), в полученной формуле (52) квантовым является уже основной член, и переход к классическому приближению здесь невозможен).

С целью более наглядной интерпретации полученного результата рассмотрим особенности спектра излучения. С помощью стандартных методов квантовой теории нетрудно получить выражение для частоты излучения

$$\omega_{\text{max}} = \frac{3}{2} \frac{c}{R} \frac{\beta u_{\text{max}}}{\varepsilon_0^{3/2}} \left(1 + \frac{3}{2} \beta u_{\text{max}} \chi\right)^{-1} \cong \frac{3}{2} \frac{c}{R} \frac{1}{\varepsilon_0^{3/2} \left(1 + \frac{3}{2} \chi\right)}, \quad (53)$$

причем  $\beta u_{\text{max}}$  имеет порядок единицы. Отсюда следуют два предельных случая:

$$\omega_{\max} = \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{c}{R} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^3, & \chi \ll 1, \\ E/\hbar, & \chi \gg 1. \end{cases} \quad (54)$$

Таким образом, в ультраквантовом случае частота излучения обрывается на значениях  $\omega' = E/\hbar$ , намного меньших, чем характерная частота синхротронного излучения:

$\omega'_{\max} \ll \omega_{\max}^{\text{кл}}$  (см. [58]), ибо  $\omega' \cong \omega_{\max}^{\text{кл}}/\chi$ . Другими словами, электрон не может излучать энергию большую, чем его собственная энергия  $E$ . На рис.5 изображен график спектрального распределения мощности синхротронного излучения:

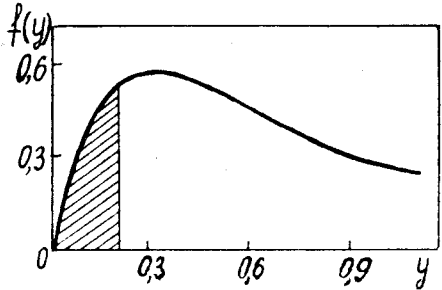


Рис. 5. Схема спектрального распределения мощности синхротронного излучения

рассмотрим график спектрального распределения мощности синхротронного излучения:

$W = W^{\text{кл}} \int_0^{\infty} f(y) dy$  в классическом приближении, когда

$$f(y) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} y \int_y^{\infty} K_{5/3}(x) dx.$$

Характерные особенности этой кривой определяются ее асимптотическим поведением:

$$f(y) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \begin{cases} 2^{2/3} \Gamma(2/3) y^{1/3} & \text{при } y \ll 1, \\ \sqrt{\pi/2} \sqrt{y} e^{-y} & \text{при } y \gg 1. \end{cases}$$

Поскольку

$$f^{\text{укв}}(y) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \frac{\Gamma(2/3)}{2^{1/3}} \left[ \frac{2}{3} \frac{y^{1/3}}{(1 + \xi y)^2} + \frac{\xi^2 y^{7/3}}{(1 + \xi y)^4} \right]$$

(это следует при  $y \ll 1$  из (51)), то можно усмотреть подобие этих кривых в области малых значений  $y$ . Найдем для сравнения энергию излучения

по классической теории, ограничивая интеграл площадью кривой до которого  $y_{\max} = \frac{2}{3} \frac{R}{c} \frac{E}{\hbar} \epsilon_0^{3/2}$ . Тогда мы получим

$$W^{\text{квазикл}} = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi} 2^{2/3} \Gamma(2/3) \frac{e^2 c}{R^2 \epsilon_0^2} \int_0^{y_{\max}} y^{1/3} dy = \frac{3 \cdot 3^{7/6}}{8\pi} \Gamma(2/3) \frac{W^{\text{кл}}}{\chi^{4/3}}.$$

Если сравнить это с точной формулой (52), то отличие оказывается незначительным:

$$\frac{W^{\text{квазикл}}}{W^{\text{УКВ}}} = \frac{3^{7/6} \cdot 3 \cdot 3^{1/3} \cdot 3^3}{8\pi \cdot 16} = 1,04.$$

Таким образом, в этой модели уменьшение мощности СИ в ультраквантовом случае получает хотя и формальное, но вполне наглядное истолкование.

Итак, спектр излучения и его мощность резко отличаются от обычного синхротронного излучения. Рассмотрим теперь угловое распределение мощности и сравним его с соответствующими характеристиками СИ, как известно [7], обладающего «прожекторным эффектом»: излучение направлено вперед по движению электрона и сосредоточено в узком конусе с углом раскрытия  $\Delta \vartheta \sim mc^2/E$ .

Однако в ультраквантовой области, когда параметр  $\chi \gtrsim 1$ , положение резко изменяется. Действительно, вернемся к формуле (40) для мощности излучения и восстановим в ней интегрирование по углу  $\vartheta$ . Тогда для спектрального углового распределения мощности излучения получим:

$$W = \frac{9}{8\pi^2} \frac{e^2 c}{R^2} \frac{1}{\epsilon_0^{9/2}} (J_1 + J_2),$$

$$J_1 = \int_0^{\infty} dy y^2 (1 + \xi y)^{-3} \int_0^{\pi} \sin \vartheta d\vartheta (\epsilon^2 K_{2/3}^2(z) + \epsilon \cos^2 \vartheta K_{1/3}^2(z)), \quad (55)$$

$$J_2 = \frac{\xi^2}{2} \int_0^{\infty} dy y^4 (1 + \xi y)^{-4} \int_0^{\pi} \sin \vartheta d\vartheta (\epsilon^2 K_{2/3}^2(z) + \epsilon \cos^2 \vartheta K_{1/3}^2(z) + \epsilon \epsilon_0 K_{1/3}^2(z)).$$

Здесь  $z = \frac{y}{2} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^{3/2}$ ,  $\epsilon = 1 - \beta^2 \sin^2 \vartheta$ ,  $\epsilon_0 = 1 - \beta^2$ ,  $\xi = \frac{3}{2} \xi$ . С целью анализа углового распределения мощности излучения введем новую переменную, полагая  $x = \frac{y}{2} (\epsilon/\epsilon_0)^{3/2}$  или  $y = 2x(\epsilon_0/\epsilon)^{3/2}$ . Вводя далее угол

$\vartheta = \pi/2 - \sqrt{\epsilon_0}\Psi$ , имеем для малых  $\sqrt{\epsilon_0}\Psi$   $\epsilon = \epsilon_0(1 + \Psi^2)$ ,  $\cos^2\vartheta = \epsilon_0\Psi^2$ , и тогда получим, что

$$J_1 = 8\epsilon_0^5 \int_0^\infty dx x^2 \int_{-\infty}^\infty \frac{d\Psi}{\left[1 + \frac{2\xi x}{(1 + \Psi^2)^{3/2}}\right]} \left[ \frac{K_{2/3}^2(x)}{(1 + \Psi^2)^{5/2}} + \frac{\Psi^2 K_{1/3}^2(x)}{(1 + \Psi^2)^{7/2}} \right],$$

$$J_2 = 16\epsilon_0^8 \xi^2 \int_0^\infty x^4 dx \int_{-\infty}^\infty \frac{d\Psi}{\left[1 + \frac{2\xi x}{(1 + \Psi^2)^{3/2}}\right]^4} \frac{(K_{2/3}^2(x) + K_{1/3}^2(x))}{(1 + \Psi^2)^{11/2}}. \quad (56)$$

Поскольку функции Макдональда  $K_{1/3}$  и  $K_{2/3}$  отличны от нуля лишь для аргумента  $x$  порядка единицы, а при больших значениях  $x$  эти функции экспоненциально убывают, границы интегрирования при переходе к интегрированию по  $\Psi$ , изменяющиеся в пределах от  $-\beta/\epsilon_0$  до  $\beta/\epsilon_0$ , можно растянуть до бесконечности. К сожалению, точное интегрирование по спектру провести сложно, поэтому для качественного анализа углового распределения мощности излучения оценим интегралы, принимая, что в максимуме подынтегрального выражения (56), т.е. при  $\chi \sim 1$ , можно в знаменателе положить  $x = 1$  и тогда интегралы по спектру снимаются. С помощью интеграла

$$\int_0^\infty x^{\mu-1} K_\rho^2(x) dx = \frac{2^{\mu-3}}{\Gamma(\mu)} \Gamma\left(\rho + \frac{\mu}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\mu}{2} - \rho\right) \Gamma^2\left(\frac{\mu}{2}\right)$$

получим, что

$$W = \frac{e^2 c}{16R^2 \epsilon_0^2} \int_{-\infty}^\infty \Phi(\Psi) d\Psi, \quad (57)$$

где

$$\Phi(\Psi) = \frac{\left\{ 7(1 + \Psi^2)^2 + 5\Psi^2(1 + \Psi^2) + \frac{35 \xi^2 \sqrt{1 + \Psi^2}}{[(1 + \Psi^2)^{3/2} + 2\xi]} \right\}}{|(1 + \Psi^2)^{3/2} + 2\xi|^3}.$$

В классическом приближении, когда  $\xi \rightarrow 0$ , отсюда следует известная в теории СИ формула углового распределения мощности, характерного прожекторным эффектом: все излучение сосредоточено в узком конусе,

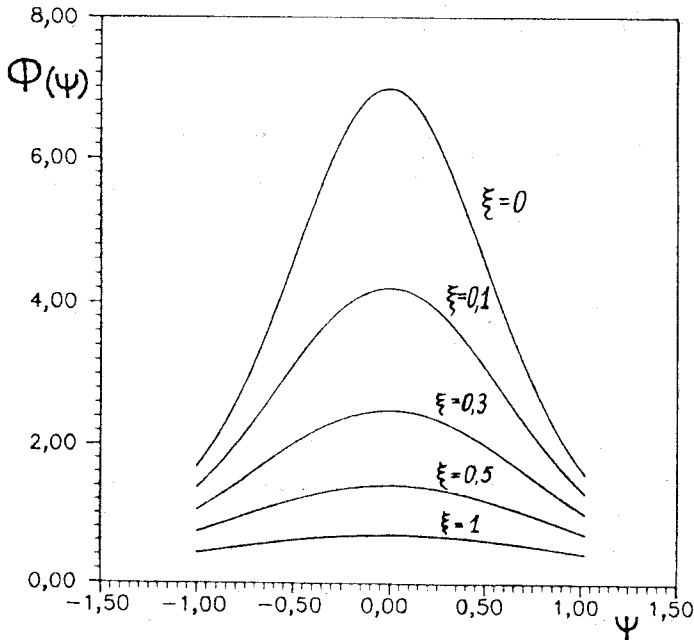


Рис. 6. Схема прожекторного эффекта в синхротронном излучении и переход к квантовому случаю

когда отклонение конуса излучения от направления вектора скорости частицы очень мало:  $\Psi \sim \sqrt{\epsilon_0} = mc^2/E$ ,

$$\Phi^{\text{кл}}(\Psi) = \frac{7}{(1 + \Psi^2)^{5/2}} + \frac{5\Psi^2}{(1 + \Psi^2)^{7/2}}$$

(см. [7]). Однако в квантовом случае острота пика излучения сильно сглаживается, а при  $\xi \sim 1$  острая направленность излучения вообще исчезает (рис.6). Таким образом, в условиях ультраквантового случая излучения зависимость от угла  $\vartheta$  вообще становится слабо выраженной.

Рассмотрим далее поляризационные свойства излучения и сравним их со случаем квазиклассического движения электрона, когда синхротронное излучение обладает ярко выраженной линейной поляризацией.

Как известно [7,31],  $\frac{7}{8} W^{\text{кл}}$  составляет т.н.  $\sigma$ -компоненту излучения, характерную тем, это электрический вектор поля излучения лежит в плоскости орбиты вращения частицы и направлен по радиусу к центру



орбиты,  $\frac{1}{8} W^{\text{кл}}$  соответствует  $\pi$ -компоненте, электрический вектор при этом направлен почти по направлению внешнего магнитного поля.

Обратимся далее к формуле спектрально-углового распределения мощности излучения (55), которая после интегрирования по углу с учетом компонент линейной поляризации [7] принимает вид

$$W_{\sigma,\pi}^{\text{кв}} = W^{\text{кл}} \int_0^{\infty} dy f_{\sigma,\pi}(y),$$

$$f_{\sigma,\pi}(y) = \frac{9\sqrt{3}}{16\pi} \frac{y}{(1 + \xi y)^3} \left\{ \int_y^{\infty} K_{5/3}(x) dx \pm K_{2/3}(y) + \frac{\xi^2 y^2}{1 + \xi y} K_{2/3}(y) \right\}. \quad (58)$$

В приближении классической теории  $\xi \rightarrow 0$  получим известный результат, согласно которому  $W_{\sigma} = \frac{7}{8} W^{\text{кл}}$ ,  $W_{\pi} = \frac{1}{8} W^{\text{кл}}$ . Рассмотрим теперь это выражение в ультраквантовом случае, когда  $\xi = \frac{3}{2} \chi \gg 1$ . При этом функции Макдональда  $K_{\mu}$  следует взять в асимптотическом пределе  $y \ll 1$ :

$$W_{\sigma,\pi}^{\text{укв}} = W^{\text{кл}} \frac{9\sqrt{3}}{16\pi} \frac{\Gamma(2/3)}{2^{1/3}} \int_0^{\infty} dy \left[ \frac{2}{3} \frac{y^{1/3}}{(1 + \xi y)^2} \pm \frac{y^{1/3}}{(1 + \xi y)^3} + \frac{\xi^2 y^{7/3}}{(1 + \xi y)^4} \right].$$

После интегрирования мы получим [58]:

$$W_{\sigma}^{\text{укв}} = \frac{41}{64} W^{\text{укв}}, \quad W_{\pi}^{\text{укв}} = \frac{23}{64} W^{\text{укв}}, \quad (59)$$

где  $W^{\text{укв}} = 2^{8/3} \Gamma(1/3) W^{\text{кл}} / (9\xi^{4/3})$ . Таким образом, преимущественная поляризация излучения сохраняется, хотя различие в мощности излучения  $\sigma$ - и  $\pi$ -компонент в известной степени сглаживается:  $W_{\sigma} / W_{\pi} \sim 5/3$  вместо  $7/1$ .

Весьма интересен случай исследования круговой поляризации излучения. При этом можно получить [58], что

$$W^{\text{укв}} = \frac{1}{2} W^{\text{укв}} (1 + \frac{11}{16} l \zeta), \quad (60)$$

где  $l = \pm 1$  соответствует знаку круговой поляризации фотонов, а  $\zeta = \pm 1$  — знаку продольной поляризации электрона: электроны с продольной ориентацией спина будут излучать фотоны преимущественно с той же

круговой поляризации. Для неполяризованных электронов круговая поляризация будет отсутствовать.

Рассмотренные здесь особенности излучения, по существу, предполагали случай макроскопического движения, когда квантовое число  $n = \gamma R^2 = eHR^2/(2c\hbar)$  было очень большим. В этом случае квазиклассического движения электрона динамический параметр  $\chi = \frac{H p_{\perp}}{H_c mc}$  принимал непрерывные значения, поскольку энергетический спектр электрона квазинепрерывен:

$$\chi = \left( \frac{H}{H_c} \right)^{3/2} \sqrt{2n}, \quad n \gg 1.$$

Очевидно, однако, что можно указать и другую область значений энергии, в которой квантовые эффекты могут сказаться существенным образом, — это область малых значений квантового числа  $n = 0, 1, 2, \dots$ , т.е. таких состояний электрона, когда магнитное поле проявляет свои квантовые свойства. При этом в предположении экстремально сильного магнитного поля  $H \geq H_c$  параметр  $\chi > 1$ , оставаясь дискретной величиной, спектр электрона является релятивистским

$$E = mc^2 \sqrt{1 + 2nH/H_c}$$

при любом  $n \neq 0$ , и в связи с этим рассмотрение излучения как непрерывного процесса оказывается неприменимым. Этим еще раз подчеркивается, что модель переменного поля может дать описание излучения электрона только в квазиклассическом приближении. Формула для мощности излучения

$$W_{\text{УКВ}} = 2^{2/3} \Gamma(2/3) W_{\text{кл}} / (9\xi^{4/3}),$$

полученная для случая чисто магнитного поля, была также найдена при рассмотрении излучения электрона в скрещенном поле, однако проявление квантовых свойств поля этим методом не охватывается.

Рассмотрим некоторые результаты, касающиеся расчета интенсивности излучения электрона, находящегося в слабо возбужденном состоянии в сильном магнитном поле. Эта задача решалась нами совместно с В.Г.Багровым [59,60] с помощью метода точных решений. Прежде всего остановимся на случае слабого поля, когда  $H < H_c$ . При этом для мощности излучения получается выражение

$$W = \frac{2n-1}{2n} W^{\text{кл}}, \quad W^{\text{кл}} = \frac{2}{3} \frac{eH^2}{m^2 c^3} \frac{\beta^2}{1-\beta^2}, \quad \beta < 1, \quad (61)$$

которое тем сильнее отличается от классического, чем меньше номер уровня энергии  $n$ .

Нетрудно подсчитать время жизни возбужденного состояния. Действительно, поскольку в рассматриваемом случае ( $\beta < 1$ ) квантовые переходы имеют дипольный характер, процесс излучения сопровождается переходами на соседний уровень. Для полного времени жизни электрона в состоянии  $n$  получим

$$T(n) = \sum_{k=1}^n 1/w(n),$$

где  $w(n) = \frac{2}{3} \frac{2k-1}{T_0} \left( \frac{H}{H_c} \right)^2$ , а  $T_0 = \hbar^2/(mce^2) = 1,7 \cdot 10^{-19}$  с. Тогда

$$T_n(\bar{n}) = \frac{3}{2} \frac{m^3 c^5}{e^4 H^2} \sum_{k=1}^n \frac{1}{2k-1} = \frac{3}{2} \frac{m^3 c^5}{e^4 H^2} \left\{ \frac{C}{2} + \ln 2\sqrt{n} + \frac{1}{48n^2} \dots \right\},$$

$C$  — постоянная Эйлера. Таким образом, время жизни электрона в возбужденном состоянии не сильно отличается от классической величины

$T^{\text{кл}} = \frac{3}{2} \frac{m^3 c^5}{e^4 H^2}$ . Это выражение может быть получено интегрированием классической формулы

$$W^{\text{кл}} = - \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{2}{3} \frac{e^4 H^2}{m^4 c^7} (E^2 - m^2 c^4) \frac{E}{mc^2} = \text{cth} \left( \frac{t+t_0}{T^{\text{кл}}} \right).$$

При полях  $H \sim 10^4$  Э время жизни возбужденного состояния составляет приблизительно 5 с.

В случае сверхсильного поля  $H > H_c$  электрон, находящийся даже на первом возбужденном уровне, является релятивистским, поэтому энергия излучаемого фотона при дипольном переходе  $n = 1 \rightarrow 0$  практически совпадает с энергией частицы. К сожалению, проведение вычислений в случае сверхсильного поля  $H > H_c$  возможно лишь численными методами (см. [59,60,61]). При этом получают следующие выражения:

$$W_{\sigma} = 0,742W, \quad W_{\pi} = 0,258W, \quad W = 0,302 \frac{e^2 m^2 c^3}{\hbar^2} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^2.$$

Существенно подчеркнуть, что эти выражения не совпадают ни с классической формулой (61), ни с мощностью излучения в ультраквантовом случае (52). Таким образом, излучение электронов, находящихся на первых возбужденных уровнях, обладает существенными особенностями, которые не описываются ни классической теорией и даже ни квазиклассическим методом. Приведенные здесь результаты могут представлять интерес в астрофизических задачах. В условиях, в частности, магнитосферы пульсаров в отличие от накопительных колец радиационные потери энергии электроном не компенсируются. Поэтому излучение слабовозбужденных зарядов в экстремально сильном магнитном поле может здесь представить особый интерес, и к этому вопросу мы еще вернемся.

## 8. СПИНОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Эволюция спина релятивистской частицы. Как известно (см., например, [30]), с точки зрения физической интерпретации спин частицы может быть описан в нерелятивистской теории, поскольку спиновый момент импульса обладает свойством интеграла движения — сохраняется во времени. Это открывает принципиальную возможность исследования спиновых эффектов независимо от орбитального движения частицы. Напомним в связи с этим, что согласно гипотезе Уленбека и Гаудсмита предполагается, что электрон обладает спиновым механическим моментом, не связанным с перемещением частицы в пространстве.

Положение, однако, существенно изменяется при переходе к релятивистскому движению частицы, поскольку в релятивистской теории Дирака [62] сохраняется лишь полный момент импульса

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} = [\vec{r} \vec{p}] + \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}.$$

Наглядный физический смысл при этом величины  $\vec{L}$  и  $\vec{S}$  приобретают только в нерелятивистском приближении. В этом смысле релятивистская теория Дирака обнаруживает неразделимость свойств орбитального и спинового движения: спиновый момент количества движения не сохраняется в отдельности от орбитального момента.

Причина подобного поведения орбитального и спинового моментов в теории Дирака кроется в особом осциллирующем характере движения

релятивистских частиц, который накладывает отпечаток на все операторные величины, наделяя их необычными свойствами, что затрудняет физическую интерпретацию операторов и понимание их связи с классическими динамическими переменными.

В связи с этим разумно ввести в одночастичной теории Дирака операторы с дефинитной четностью, полагая, что любой оператор может быть представлен в виде суммы четной  $[\hat{F}]$  и нечетной  $\{\hat{F}\}$  частей:

$$\hat{F} = [\hat{F}] + \{\hat{F}\},$$

где четная и нечетная части определяются с помощью знакового оператора

$$\hat{\Lambda} = \vec{\mathcal{H}}/|\mathcal{H}| = \hat{\mathcal{H}}/E,$$

где  $\hat{\mathcal{H}} = c(\vec{\alpha} \vec{p}) + \beta_3 mc^2$  — оператор гамильтона в теории Дирака.

При этом четная часть оператора не смешивает состояний частицы, принадлежащих различному знаку энергии:

$$[\hat{F}] = \frac{1}{2} (\hat{F} + \hat{\Lambda} \hat{F} \hat{\Lambda}), \tag{62}$$

коммутирует с гамильтонианом и является интегралом движения, нечетная часть

$$\{\hat{F}\} = \frac{1}{2} (\hat{F} - \hat{\Lambda} \hat{F} \hat{\Lambda}) \tag{63}$$

антикоммутирует с гамильтонианом и осциллирует с течением времени, отражая в этих осцилляциях интерференцию зарядово-сопряженных состояний:

$$\frac{d}{dt} \{F\} = \frac{i}{\hbar} (\hat{\mathcal{H}} \{F\} - \{F\} \hat{\mathcal{H}}) = -\frac{2i}{\hbar} \{\hat{F}\} \hat{\mathcal{H}},$$

откуда

$$\{\hat{F}\} = \{F(0)\} \exp(-2iEt/\hbar).$$

Частота осцилляций  $\Omega = 2E/\hbar$ .

С помощью этих формул нетрудно получить

$$|\vec{\alpha}\rangle = c\vec{p}/E, \quad \{\vec{\alpha}\} = c\{\vec{\alpha}(0)\} \exp(-i\Omega t),$$

тогда

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{L}}{dt} &= c|\vec{\alpha}\vec{p}\rangle = c|\vec{\alpha}(0)\vec{p}\rangle \exp(-i\Omega t), \\ \frac{d\vec{S}}{dt} &= -c|\vec{\alpha}(0)\vec{p}\rangle \exp(-i\Omega t). \end{aligned} \tag{64}$$

Таким образом, и орбитальный и спиновый моменты быстро осциллируют (*Zitterbewegung*), но в среднем сохраняются во времени. Поскольку далее  $\hat{x} = c \alpha_x$ , интегрируя выражение для операторов  $[\vec{\alpha}]$  и  $\{\vec{\alpha}\}$ , получим характерную интерпретацию «дрожащего» (по Шредингеру) движения

$$\langle x \rangle = \frac{c^2 p_x t}{E} = \frac{\hbar c}{2E} \{ \alpha_x(0) \} \sin \Omega t,$$

согласно которой «макрокоордината»  $[x] = c^2 p_x t / E$  характеризует классическую траекторию, а «микрокоордината»  $\{x\}$  — «дрожание» около этой траектории. Все рассмотренные здесь вопросы касались только случая свободного движения частицы. Теперь рассмотрим поведение спина во внешнем магнитном поле, и с этой целью будем характеризовать спиновые состояния с помощью единичного трехмерного вектора спина

$$\hat{\vec{O}} = \rho_3 \vec{\sigma} + \rho_1 c \vec{p} / E - \rho_3 c^2 \vec{p} (\vec{\sigma} \cdot \vec{p}) / (E(E + mc^2)), \quad (65)$$

допускающего простое обобщение на случай электрона в магнитном поле: для этого достаточно сделать замену  $\vec{p} \rightarrow \hat{\vec{P}} = \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A}$ . Оператор  $\hat{\vec{O}}$  — это один из возможных поляризационных операторов, с помощью которых можно разделить решение уравнения Дирака по спиновым состояниям (более подробно см. [7,30,31]). Оператор  $\hat{\vec{O}}$  в системе покоя электрона переходит в спиновый оператор Паули, в силу этого он сохраняет те же свойства и в лабораторной системе координат:

$$\hat{O}_i \hat{O}_j - \hat{O}_j \hat{O}_i = \epsilon_{ijk} \hat{O}_k, \quad (\hat{\vec{O}} \cdot \hat{\vec{S}})^2 = 1.$$

Введение этого оператора соответствует идее Дарвина описывать спин электрона, исходя из требования, чтобы в системе покоя электрона этот оператор переходил в паулиевский спин.

Как известно, эволюция спина электрона во внешнем поле может быть описана с помощью уравнения Баргмана — Мишеля — Телегди (см. [63—65]). Нам [65] удалось найти обобщение этого уравнения с учетом «дрожащего» движения электрона. Рассмотрим сейчас эволюцию оператора спина в представлении Гейзенберга и прежде всего заметим, что в представлении Гейзенберга изменение любого оператора  $\hat{F}$  во времени можно представить в виде [55,65]:

$$\frac{d\hat{F}}{dt} - \left[ \frac{d\hat{F}}{dt} \right] = \frac{i\hbar}{2E} \frac{d^2\hat{F}}{dt^2}. \quad (66)$$

Теперь, полагая  $\hat{F} = \hat{O}$  — оператору трехмерного спина, получаем с учетом аномальной части магнитного момента:

$$\hat{H} = c(\vec{\alpha} \vec{\mathcal{P}}) + \rho_3 mc^2 + \frac{\alpha}{2\pi} \mu_0 \rho_3 (\vec{\sigma} \vec{H}),$$

$$\frac{d\hat{O}}{dt} = \frac{ec}{E} \left( 1 + \frac{\alpha}{2\pi} \gamma \right) [\vec{O} \vec{H}] - \frac{\alpha}{2\pi} \frac{e}{mc} \frac{c^2 |\vec{O} \vec{\mathcal{P}}| (\vec{\mathcal{P}} \vec{H})}{E(E + mc^2)} + \frac{i\hbar}{2E} \frac{d^2\vec{O}}{dt^2}. \quad (67)$$

При  $\hbar \rightarrow 0$  это точное уравнение Гейзенберга для четной части оператора производной функционально совпадает с классическим уравнением БМТ. А далее, переходя к средним значениям по волновому пакету  $\langle [\vec{O}] \rangle = \xi$ ,  $\langle c \vec{\mathcal{P}} \rangle = \vec{\beta} E$ , получим обобщение уравнения БМТ в виде [65] (см. также [55]):

$$\dot{\xi} = \frac{ec}{E} \left( 1 + \frac{\alpha}{2\pi} \gamma \right) [\xi \vec{H}] - \frac{\alpha}{2\pi} \frac{e}{mc} \frac{\gamma}{1 + \gamma} [\xi \vec{\beta}] (\vec{\beta} \vec{H}) + \frac{i\hbar}{2E} \ddot{\xi}, \quad (68)$$

где  $\gamma = E/mc^2$ . Это уравнение дает полное описание эволюции спина электрона включая Zitterbewegung. При этом так же, как и в представлении Дирака, допустимо рассматривать магнитное поле, включая его экстремальное значение. Отвлекаясь сейчас от аномалии магнитного спинового момента и записывая уравнение эволюции в виде

$$\ddot{\xi} + \frac{2iE}{\hbar} \dot{\xi} - \frac{2ie_0 c}{\hbar} [H \xi] = 0 \quad (69)$$

(здесь  $e = -e_0$  — заряд электрона), в случае однородного магнитного поля получим решение (69) в виде

$$\xi_1 + i \xi_2 = C_1 \exp[i(\omega_1 - \omega)t] + C_2 \exp[-i(\omega_1 + \omega)t],$$

$$\xi_1 - i \xi_2 = C_3 \exp[i(\omega_2 - \omega)t] + C_4 \exp[-i(\omega_2 + \omega)t],$$

$$\xi_3 = \xi_{\parallel} + \dot{\xi}_3(0) \sin 2\omega t / 2\omega,$$

где  $\hbar \omega_1 = \sqrt{E^2 + 2e_0 c \hbar H}$ ,  $\hbar \omega_2 = \sqrt{E^2 - 2e_0 c \hbar H}$ ,  $\hbar \omega = E$ . Важно подчеркнуть, что в общем случае прецессия спина в магнитном поле и шредингеровское дрожание не разделяются: проекции спина изменяются

по периодическому закону с частотами  $\omega_1 \pm \omega$ ,  $\omega_2 \pm \omega$ . Это становится особенно наглядным при приближении значения напряженности магнитного поля к критической величине  $H_c = m^2 c^3 / e\hbar$ . В этом случае частота равна

$$\hbar \omega_2 = (m^2 c^4 + 2e_0 \hbar c H n - 2e_0 \hbar c H)^{1/2}$$

и приближенное извлечение корня исключено. В основном состоянии ( $n = 0$ ) частота становится мнимой. Только если частота прецессии спина  $\Omega = e_0 H c / E$  значительно меньше частоты шредингеровского дрожания  $\omega = 2E / \hbar$  ( $H \ll H_c$ ), то решение уравнения (69) приближенно можно записать в виде

$$\xi_1(t) - \xi_{\perp} \cos(\Omega t + \alpha) = \frac{\Omega}{2\omega} \xi_{\perp} \sin \alpha \sin 2\omega t,$$

$$\xi_2(t) - \xi_{\perp} \sin(\Omega t + \alpha) = -\frac{\Omega}{2\omega} \xi_{\perp} \cos \alpha \sin 2\omega t,$$

из которого следует, что шредингеровское дрожание накладывается на макроскопическое движение спина — прецессию в магнитном поле. Таким образом, экстремально сильное магнитное поле характерно особым влиянием на спиновые закономерности: возникает невозможность отражения спинового движения от орбитального.

Подчеркнем также и еще одну особенность, связанную с экстремальной величиной магнитного поля: энергия взаимодействия спинового магнитного момента в экстремально сильном магнитном поле теряет обычное свойство малых квантовых поправок

$$|U| = \mu_0 |(\vec{\sigma} \vec{H})| = \mu_0 \frac{m^2 c^3}{e\hbar} = \frac{1}{2} m c^2 \quad \text{при } H \rightarrow H_c,$$

т.е. достигает обычных величин, характерных для орбитального движения.

**Спиновые эффекты в синхротронном излучении электрона в экстремально сильном магнитном поле.** Как уже отмечалось, в экстремально сильном магнитном поле в условиях релятивистского движения электрона спиновые и орбитальные свойства частицы становятся неразделимыми. Это противоречит гипотезе Уленбека и Гаудсмита, в соответствии с которой постулируется, что спиновые характеристики частицы не связаны с ее перемещением в пространстве. Характерно, что в теории Дирака, в квазирелятивистском ее приближении, спин-



орбитальное взаимодействие проявляется уже в членах  $\sim \beta^2$ , а если движение ультрарелятивистское, то связь спиновых и орбитальных свойств электрона становится наиболее актуальной.

Рассмотрим в этой связи прежде всего вероятность квантовых переходов электрона, сопровождающихся переворотом спина (спин-флип переходы). Будем предполагать, что электрон поляризован, причем  $\zeta = \pm 1$  характеризует проекцию оператора поляризации на направление магнитного поля. Напомним, что оператор проекции  $\hat{O}$

$$\frac{\hat{O} H}{H} \Psi = \zeta \Psi$$

обладает свойством интеграла движения (поперечная поляризация).

Если инвариантный динамический параметр  $\xi = \frac{3}{2} \chi \ll 1$ , для вероятности квантовых переходов получается следующее выражение [7,39,58 ]:

$$w_{(\chi \ll 1)} = \frac{5\sqrt{3}}{6} \frac{e^2}{c\hbar} \frac{c}{R} \frac{E}{mc^2} \left\{ \frac{1 + \zeta \zeta'}{2} \left[ 1 - \left( \frac{55\sqrt{3}}{24} + \zeta \right) \xi + \right. \right. \\ \left. \left. + \xi^2 \left( 20 - \frac{245\sqrt{3}}{18} \zeta \right) \right] + \frac{(1 - \zeta \zeta')}{2} \frac{4}{3} \xi^2 \left( 1 + \frac{35\sqrt{3}}{64} \zeta \right) \right\}.$$

Заметим прежде всего, что вероятность спонтанных переходов с переворотом спина пропорциональна  $\xi^2$ , т.е. квадрату постоянной Планка

$$\omega \uparrow \sim \xi^2 = \left[ \frac{3}{2} \frac{\hbar}{mcR} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^2 \right]^2.$$

Эти переходы вносят малый вклад в классическую теорию СИ, однако несмотря на это они приводят к наблюдаемым эффектам и, в частности, объясняют явление радиационной поляризации электронов и позитронов в накопительных кольцах [7,57]. Как известно, в накопительном кольце среднее значение энергии электрона остается постоянным: радиационные потери компенсируются за счет внешнего источника высокочастотного электрического поля. В силу этого движение частицы может быть очень длительным (десятки часов) — именно это и создает необходимые условия для реализации эффекта радиационной поляризации, поскольку время поляризации — порядка одного часа.

Рассмотрим далее в том же приближении  $\xi \ll 1$  мощность СИ:

$$W = W^{\text{кл}} \left\{ \frac{1 + \xi \xi'}{2} \left[ 1 - \left( \frac{55\sqrt{3}}{24} + \xi \right) \xi + \xi^2 \left( 20 - \frac{245\sqrt{3}}{18} \xi \right) \dots \right] + \frac{1 - \xi \xi'}{2} \frac{4}{3} \xi^2 \left( 1 + \frac{35\sqrt{3}}{64} \xi \right) \right\}. \quad (70)$$

Переходы с переворотом спина, как и следовало ожидать, имеют порядок  $\xi^2$ . Этому можно дать качественное объяснение: если мы рассмотрим мощность излучения классического магнитного момента, прецессирующего вокруг магнитного поля (В.А.Бордовицын [66]):

$$W = \frac{2 \mu^2}{3 c^3} \overline{(\ddot{\xi})^2} = \frac{2 \mu_0^2}{3 c^3} \omega_{\xi 1}^4,$$

и будем предполагать, что магнитный момент — это спиновый магнитный момент электрона  $\vec{\mu} = -\vec{\mu}_0 \xi$  ( $\mu_0 = e_0 \hbar / (2mc)$  — магнетон Бора), то с учетом закона прецессии

$$\dot{\xi} = -\frac{2 \mu_0}{\hbar} |\xi \vec{H}_c|, \quad \omega_0 = e_0 H_c / (mc)$$

в лабораторной системе координат можно получить

$$W = W^{\text{кл}} \frac{1}{9} \xi^2,$$

т.е. в полной мощности излучения есть вклад излучения магнитного спинового момента электрона, причем это излучение сопровождается переворотом спина (строгая квантовая задача об излучении нейтральной частицы, обладающей магнитным моментом в однородном магнитном поле, была рассмотрена в [67]). Вместе с тем надо заметить, что согласно (70) мощность СИ, сопровождающегося спин-флип переходами, зависит от начальной ориентации спина, что вполне соответствует рассмотренной качественной модели излучения магнитного момента. Впервые на эту любопытную закономерность обратил внимание один из нас [55], и она использована в разработке эффекта радиационной поляризации электронов.

Обращает на себя внимание также зависимость мощности СИ от ориентации спина в первом порядке квантовых поправок по  $\xi$ . Как уже отмечалось, измерение одной зависимости дало возможность судить о степени поляризации пучка электронов при их движении в накопительном кольце [51].

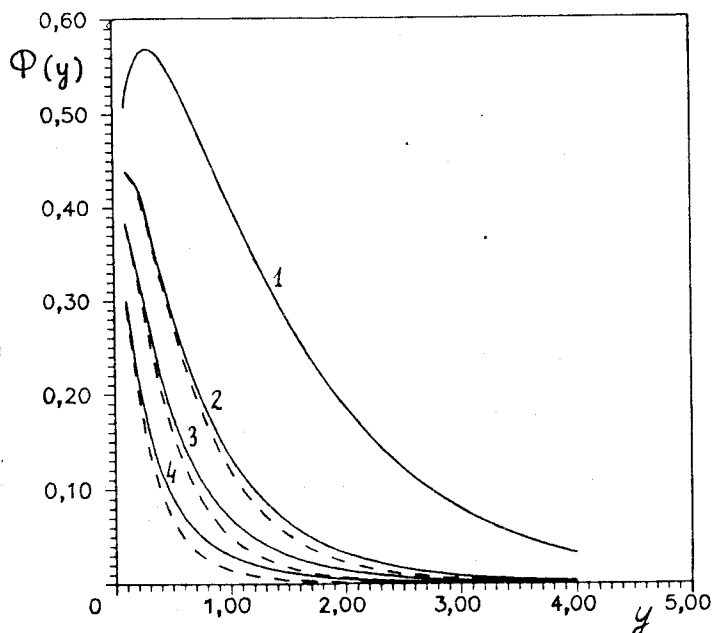


Рис. 7. График спектрального распределения синхротронного излучения. Штрихованные линии соответствуют решению Клейна — Гордона. Номера на графике соответствуют значениям  $\xi$ : 1)  $\xi = 0$ , 2)  $\xi = 0,1$ , 3)  $\xi = 0,5$ , 4)  $\xi = 1$ , 5)  $\xi = 2$ .

Усредняя по начальному спиновому состоянию  $\zeta$  и суммируя по конечному состоянию  $\zeta'$ , получим выражение для полной мощности излучения в случае, когда  $\xi = \frac{3}{2}\chi \ll 1$ :

$$W = W^{\text{кл}} \left\{ 1 - \frac{55\sqrt{3}}{24} \xi + \frac{64}{3} \xi^2 - \dots \right\}. \quad (71)$$

Эта формула получена для электрона, а если рассмотреть бесспиновый электрон (волновая функция удовлетворяет уравнению Клейна — Гордона), то получится различие в членах, пропорциональных  $\hbar^2$  (т.е.  $\xi^2$ ), на что обратил внимание А.Н.Матвеев [69]. Действительно, в мощности СИ электрона и бесспинового электрона наблюдается следующее различие (рис.7):

$$W = W^{\text{кл}} \int_0^{\infty} f(y) dy,$$

$$f^{\text{э}}(y) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \frac{y}{(1 + \xi y)^3} \left[ \int_y^{\infty} K_{5/3}(x) dx + \frac{\xi^2 y^2}{1 + \xi y} K_{2/3}(y) \right],$$

$$f^{\text{б}}(y) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \frac{y}{(1 + \xi y)^3} \int_y^{\infty} K_{5/3}(x) dx.$$

(Это точные формулы, справедливые при любом  $\xi$ .)

Очевидно, что разность этих выражений

$$\Delta f = 9\sqrt{3} \xi^2 \frac{y^3}{(1 + \xi y)^4} K_{2/3}(y) \quad (72)$$

объясняется различной статистикой, которой подчиняются электроны и бозоны. Эта разность и дает вклад в мощность СИ: если  $\xi \ll 1$ , то  $\Delta W = \frac{8}{3} W^{\text{кл}} \xi^2$ . Как уже отмечалось, члены первого порядка одинаковы и для электрона, и для бозона — бесспинового электрона.

Теперь обратимся к случаю сверхсильного поля, когда динамический параметр  $\xi = \frac{3}{2} \chi > 1$ . В этих условиях переходы, связанные с переворотом спина, имеют тот же порядок, что и без переворота:

$$W = W^{\text{укв}} \left\{ \frac{25}{32} \frac{1 + \xi \xi'}{2} + \frac{7}{32} \frac{1 - \xi \xi'}{2} \right\}, \quad (73)$$

а  $W^{\text{укв}}$  определено формулой (52). При этом интересно заметить, что разность в мощности излучения электрона и бозона вносит вклад в основное выражение  $W$ :

$$\Delta W = \frac{7}{16} W^{\text{укв}}.$$

Таким образом, в случае экстремального поля бесспиновый электрон излучает  $\frac{9}{16} W^{\text{укв}}$  — т.е. примерно в два раза меньше, чем по теории Дирака.

Рассмотрим теперь спиновые эффекты в синхротронном излучении электронов, находящихся на низких уровнях. Как показывает анализ [59,60,68], особо интересной становится роль спина при переходе электрона с первого возбужденного уровня  $n = 1$  в основное состояние  $n = 0$ . В основном состоянии (см. (13)) спин электрона может быть направлен

только против магнитного поля:  $\zeta = -1$ . Если теперь в первом возбужденном состоянии ( $n = 1$ ) спин частицы ориентирован по направлению поля, то переход в основное состояние  $n = 0$  может произойти только с переориентацией спина, однако время такого перехода ( $\xi \ll 1$ , невозбужденные уровни энергии) очень велико. При напряженности поля  $10^4$  Э это время составляет  $\sim 10^{10}$  с. Если же электрон в возбужденном состоянии  $n = 1$  обладал спином, направленным против поля, то переход в состояние  $n = 0$  происходит без переворота спина и происходит за короткое время.

Поэтому состояние с  $n = 1$  при  $\zeta = 1$  является метастабильным, причем время жизни этого состояния очень велико  $\sim 10^{10}$  с. Электрон в основное состояние практически не переходит. Таким образом, можно представить следующую картину спонтанных переходов электронов в магнитном поле. Электроны переходят в нижнее состояние практически

без изменения ориентации спина. За время  $T = \frac{3}{2} \left( \frac{H_c}{H} \right)^2 \frac{\hbar^2}{mc^2 c}$  все электроны со спином, ориентированным против направления магнитного поля, переходят в основное состояние  $n = 0$ . Электроны, спин которых ориентирован по направлению поля, переходят в первое возбужденное состояние  $n = 1$  и остаются в нем весьма продолжительное время  $\sim 10^{10}$  с (при напряженности поля  $10^4$  Э).

Таким образом, система невзаимодействующих и неизлучающих электронов в магнитном поле должна состоять из двух подсистем: электронов со спином, ориентированным по направлению поля, в состоянии  $n = 1$  и электронов со спином противоположной ориентации в состоянии  $n = 0$ . Энергетическая щель между этими состояниями  $\Delta E = mc^2 H/H_c$  при поле  $H = 10^4$  Э составляет  $10^{-4}$  эВ.

В экстремально сильном магнитном поле такая картина резко меняется: при  $H > H_c$  вероятность спонтанных переходов не зависит от ориентации спина: переходы, происходящие с изменением ориентации спина, происходят с той же вероятностью [70]

$$w = \frac{0,421}{T_0} \left( \frac{E}{mc^2} \right), \quad T_0 = \frac{\hbar^2}{mce^2} = 1,7 \cdot 10^{-19} \text{ с},$$

что и без переворота спина. Характерно при этом, что выражение вероятности для «бесспинового» электрона численно отличается от приведенной формулы

$$w^B = \frac{0,159}{T_0} \left( \frac{E}{mc^2} \right).$$

Таким образом, спин вносит только статистический вклад в вероятность квантовых переходов.

Рассмотрим эффект радиационной поляризации электронов и позитронов в условиях сильного магнитного поля. Закрытое выражение для степени радиационной поляризации, справедливое для всей области изменения параметра  $\chi$ , было впервые получено В.Г.Багровым [71] (см. также [72,6]). Здесь мы ограничимся лишь предельными случаями. Из общих формул квантовой теории синхротронного излучения следует, что точное выражение для вероятности квантовых переходов, сопровождающихся изменением поперечной поляризации электрона, можно представить в виде

$$w^{\uparrow\downarrow} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \frac{e^2}{\hbar R} \left( \frac{E}{mc^2} \right) \xi^2 \int_0^\infty \frac{y^2 dy}{(1 + \xi y)^3} (K_{2/3} + \zeta K_{1/3}), \quad (74)$$

где  $\xi = \frac{3}{2} \frac{\hbar}{mcR} \left( \frac{E}{mc^2} \right) = \frac{3}{2} \chi$ ,  $\zeta = \pm 1$  характеризует проекцию спина на направление магнитного поля. Рассмотрим это выражение в двух предельных случаях:  $\chi \ll 1$  и  $\chi \gg 1$ . Тогда при  $\chi \ll 1$  мы получим хорошо известный результат (см. [7]):

$$w^{\uparrow\downarrow} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \frac{e^2}{\hbar R} \left( \frac{E}{mc^2} \right) \xi^2 \int_0^\infty y^2 dy (K_{2/3} + \zeta K_{1/3}) = \frac{1}{2\tau} \left( 1 + \zeta \frac{8\sqrt{3}}{15} \right), \quad (75)$$

$\frac{1}{\tau} = \frac{5\sqrt{3}}{8} \frac{W^{кл}}{E} \xi$  — время поляризации. В другом предельном случае, когда динамический инвариантный параметр  $\chi \gg 1$ , получим

$$w^{\uparrow\downarrow} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi} \frac{e^2}{\hbar R} \left( \frac{E}{mc^2} \right) \xi^2 \int_0^\infty dy \left[ \frac{2^{-1/3} \Gamma(2/3) y^{4/3}}{(1 + \xi y)^3} + \frac{2^{-2/3} \Gamma(1/3) y^{5/3}}{(1 + \xi y)^3} \right] =$$

$$= \frac{1}{2\tau^*} \left[ 1 + \frac{5}{2} \zeta \frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(2/3)(3\chi)^{1/3}} \right], \quad \frac{1}{\tau^*} = \frac{9}{16} \frac{W^{укв}}{E}. \quad (76)$$

Степень поляризации пучка в экстремально сильном магнитном поле резко уменьшается:

$$p_{\chi \ll 1} = 8\sqrt{3}/15, \quad p_{\chi \gg 1} = \frac{5}{2} \frac{\Gamma(1/3)}{\Gamma(2/3)} (3\chi)^{-1/3}. \quad (77)$$

Интересен общий ход кривой, характеризующей изменение степени поляризации (рис.8) [6]. Из этого графика видно, что при длительном циркулировании пучка электронов в магнитном поле большая часть электронов приобретает ориентацию спина против поля. Причем процент поляризованных электронов очень высок ( $8\sqrt{3}/15 = 0,92$ ) и слабо меняется с изменением параметра  $z$ . Лишь при очень больших значениях параметра  $p \rightarrow 0$  и

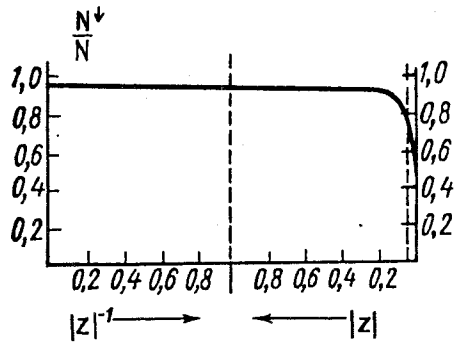


Рис. 8. Степень самополяризации электронного спина как функция параметра  $z = 2\chi/3$

$N^\downarrow = N/2$  пучок неполяризован. Заметим, что эффект поляризации в экстремально сильном поле может представить интерес в физике магнитосферы пульсаров.

Рассмотрим далее вопрос о корреляции продольной поляризации электрона (проекция спина на направление скорости:  $\frac{(\vec{\sigma} \vec{p})}{p} \Psi = \zeta \Psi$ ) и круговой поляризации излучаемых фотонов.

Как известно (см. [7]), оператор продольной поляризации является интегралом движения электрона в магнитном поле и описывает спиральность частицы. С этой целью рассмотрим мощность СИ с учетом круговой поляризации фотонов [58]:

$$W_l = \frac{9}{64\pi} \frac{l^2 c}{R^2 \epsilon_0^{9/2}} \int_0^\infty \frac{y^2 dy}{(1 + \xi y)^4} \int_0^\pi \sin\vartheta \alpha \vartheta \Phi_l,$$

где  $\epsilon_0 = 1 - \beta^2$ ,  $l = \pm 1$  ( $l = 1$  соответствует правой, а  $l = -1$  — левой круговой поляризации),

$$\Phi_l = \frac{1 + l'}{2} |2 + \xi y (1 + l\xi)|^2 (\cos\vartheta \sqrt{\epsilon} K_{1/3} + l\epsilon K_{2/3})^2 + \frac{1 - l'}{2} \epsilon_0 \epsilon \xi^2 y^2 (1 + l\xi) K_{1/3}^2, \quad (78)$$

Здесь функции  $K_\mu$  зависят от аргумента  $z = \frac{1}{2} y \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^{3/2}$ ,  $\epsilon = 1 - \beta^2 \sin^2\vartheta$ . Заметим, что излучение с переворотом спина  $\zeta\zeta' = -1$  всегда будет обла-

дать круговой поляризацией, совпадающей с продольной поляризацией электрона, так как формула (78) содержит множитель  $(1 + l\xi)$ .

В ультрарелятивистском случае ( $\xi \gg 1$ ) особый интерес представляет исследование круговой поляризации для высоких гармоник, когда  $y\xi \gg 1$ . При этом

$$\Phi_l = \xi^2 y^2 (1 + l\xi) \left[ \frac{1 + l'}{2} (\cos\vartheta \sqrt{\varepsilon} K_{1/3} + l\varepsilon K_{2/3})^2 + \frac{1 - l'}{2} \varepsilon_0 \varepsilon K_{1/3}^2 \right]. \quad (79)$$

Для этих гармоник круговая поляризация излучения не только с переворотом, но и без переворота спина будет строго коррелирована с начальным направлением продольной поляризации электронов.

Из формулы (78) также следует, что круговая поляризация в классическом приближении исчезает. В этом можно убедиться, проинтегрировав (78) по углу  $\vartheta$ : тогда

$$W_l = W^{\text{кл}} \int_0^\infty dy f_l(y),$$

где

$$f_l(y) = \frac{9\sqrt{3}}{16\pi} \frac{y}{(1 + \xi y)^4} \left\{ \frac{1 + l'}{2} \left[ 1 + (1 + l\xi) \left( \xi y + \frac{1}{2} \xi^2 y^2 \right) \right] \times \right. \\ \left. \times \int_y^\infty K_{5/3} dx + \frac{1 - l'}{2} (1 + l\xi) \frac{\xi^2 y^2}{2} \int_y^\infty K_{1/3} dx \right\}.$$

При  $\xi \rightarrow 0$  круговая поляризация исчезает. Положение, однако, совершенно меняется при переходе к ультраквантовому случаю, когда параметр  $\xi = \frac{3}{2} \chi$  принимает большие значения. В этом случае

$$W_l^{\text{укв}} = \frac{1}{2} W^{\text{укв}} \left( 1 + \frac{11}{16} l\xi \right), \quad (80)$$

т.е. электроны с продольной ориентацией спина будут излучать фотоны преимущественно с той же круговой поляризацией. Для неполяризованных электронов круговая поляризация излучения будет отсутствовать. Поляризация излучения будет частичной:



$$P = \frac{W_1^{\text{УКВ}} - W_{-1}^{\text{УКВ}}}{W_1^{\text{УКВ}} + W_{-1}^{\text{УКВ}}} = \frac{11}{16} \zeta.$$

Итак, в сверхсильном магнитном поле можно наблюдать круговую поляризацию синхротронного излучения независимо от угла наблюдения. Это требует, однако, начальной продольной поляризации электрона, поэтому наблюдение круговой поляризации СИ в этом случае дало бы возможность получить информацию о продольной ориентации спина частицы.

Мы уже упоминали о реализованной в настоящее время возможности наблюдать поперечную поляризацию электрона исходя из особенностей СИ — его зависимости от проекции спина частицы на направление магнитного поля [51]. Эта зависимость входит в квантовые поправки (пропорциональные  $\chi$ ) к классической формуле для мощности излучения. В экстремально сильном магнитном поле продольная поляризация входит не в виде поправок, а в основное выражение, и это открывает особые возможности для наблюдения. Поляризационные свойства вообще являются очень характерным признаком синхротронного излучения и с ними связаны крупные успехи радиоастрономии, поскольку, в частности, поляризация может служить известного рода критерием в экспериментальной проверке гипотез о природе радиоизлучения.

Наблюдение циркулярной поляризации СИ в экстремально сильном магнитном поле (например, в случае магнитного поля пульсаров) открыло бы путь к исследованию продольной поляризации электронов. Однако эта задача является непростой по физическим соображениям. Дело здесь заключается в том, что продольная поляризация электронов является интегралом движения только приближенно, если не учитывать аномальный магнитный момент электрона (АММ):

$$\mu = -\mu_0(1 + a_e), \quad a_e = \frac{g - 2}{2},$$

где швингеровское значение аномалии  $a_e = \frac{\alpha}{2\pi}$ . Аномальный магнитный момент электрона играет совершенно особую роль в динамике спина частицы. Действительно, с помощью уравнения эволюции спина можно получить, что изменение проекции спина на скорость электрона  $\vec{\varphi} + \vec{p} - \frac{e}{c} \vec{A}$  имеет вид

$$\frac{d}{dt} \vec{\zeta} \cdot \vec{\varphi} = \frac{eH}{mc} a_e |\vec{\varphi} \cdot \vec{\zeta}| = \frac{eH}{mc} \frac{\alpha}{2\pi} |\vec{\varphi} \cdot \vec{\zeta}|,$$

$\xi = [O]$  — четная часть оператора спина  $O$ , откуда следует, что АММ электрона разрушает продольную поляризацию. Более детальный анализ [55] показывает, что

$$\frac{\vec{\xi}}{|\vec{\xi}|} = \cos \frac{\alpha}{2\pi} \frac{eH}{mc} = \cos(a_e \frac{eH}{mc} t). \quad (81)$$

Таким образом, в обычных условиях продольная поляризация электрона не сохраняется во времени и ее наблюдение исключено.

Однако, как это сейчас будет показано (см. [45]), в экстремально сильном магнитном поле АММ проявляет свою динамическую природу, и его значение уменьшается с ростом поля, а при некоторых значениях напряженности  $H$  даже обращается в нуль. При этом свойства интеграла движения для продольной поляризации восстанавливаются, ибо  $a_e \rightarrow 0$ .

Таким образом, наблюдение круговой поляризации СИ, не зависящей от угла наблюдения (в экстремально сильном поле) могло бы дать интересную информацию о спиновых свойствах частицы.

## 9. ДИНАМИЧЕСКАЯ ПРИРОДА АНОМАЛЬНОГО МАГНИТНОГО МОМЕНТА ЭЛЕКТРОНА

Прежде всего кратко остановимся на вопросе о том, почему считается важным изучение отклонения величины аномального магнитного момента от магнетона Бора:  $\mu = \mu_0(I + a_e)$ ,  $a_e = \frac{g-2}{2}$ . Бесспорно важным здесь является сильное, а иногда и решающее влияние АММ на динамику спина частицы во внешнем поле, это непосредственно следует из уравнения эволюции спина Баргмана — Мишеля — Телегди. Так, в частности, под влиянием АММ возникают деполаризующие резонансы, способные разрушить поперечную поляризацию электронного пучка, приобретаемую им при движении в накопительном кольце. При этом в случае, если частота прецессии спина оказывается кратной частотам, характерным для орбитального движения (частота бетатронных радиальных  $\omega_r$ , вертикальных  $\omega_z$  и фазовых колебаний  $\omega_\varphi$ ), поперечная поляризация разрушается и вследствие деполаризации эффект радиационной поляризации не приводит к преимущественной ориентации спина электрона. Условие резонанса [73]

$$a_e \frac{eH}{mc} = N_1 \omega_r + N_2 \omega_z + N_3 \omega_\varphi, \quad N_i — \text{целые числа,}$$

как это видно из формулы, существенно зависит от величины  $a_e$ .

Еще более сильно АММ влияет на продольную поляризацию электрона — проекцию спина частицы на направление ее движения. Как только что было показано, в результате этого влияния продольная поляризация теряет свойство сохранения во времени. Физически это связано с тем, что

частота обращения частицы в магнитном поле  $\vec{\phi} = \frac{ec}{E} [\vec{H} \vec{\phi}]$  и частота прецессии спина  $\vec{\xi} = \frac{ec}{E} (1 + a_e E/mc^2) [\vec{\zeta} \vec{H}]$  не совпадают, что и приводит к формуле (81).

Как уже отмечалось, вакуумный АММ электрона играет также важную роль в анализе устойчивости электромагнитного вакуума. Решение обобщенного уравнения Дирака — Паули

$$\left\{ i \gamma^\mu \left( \frac{\partial}{\partial x_\mu} + ieA_\mu^{\text{ext}} \right) - m + a_e \mu H/m \right\} \Psi = 0, \quad (82)$$

где  $a_e = \frac{\alpha}{2\pi}$  — аномальная часть магнитного момента, приводит к решению, в котором снимается вырождение по спину [31]:

$$E = \pm mc^2 \left\{ 1 + \frac{H}{H_c} (2n + \zeta + 1)^{1/2} - \zeta a_e \mu H/mc^2 \right\}.$$

(Мы опустили здесь движение частицы вдоль поля). И если взять швингеровское значение аномального момента, то в основном состоянии ( $n = 0$ ,  $\zeta = -1$ ) вакуум становится неустойчивым, если  $\frac{\alpha}{4\pi} \frac{H}{H_c} = 1$ , ибо

$$E = \pm mc^2 \left( 1 + \frac{\alpha}{4\pi} \frac{H}{H_c} \right).$$

Однако более полный анализ показывает, что в сильном магнитном поле ( $H \rightarrow H_c$ ) энергетическая щель между состояниями  $E = \pm mc^2$  не только не уменьшается, но даже увеличивается. Дело здесь заключается в том, что АММ электрона проявляет свою динамическую природу и  $a_e = f(E, H)$  становится зависящей от магнитного поля: во внешнем экстремально сильном магнитном поле АММ электрона резко убывает.

Аномальный момент электрона представляет также большой интерес в связи с развитием прецизионной техники измерения, открывающей возможность исследования не только членов порядка  $\alpha = e^2/\hbar c$ , но и высших приближений по  $\alpha$ :

$$\mu = -\mu_0 \left( 1 + a_1 \frac{\alpha}{H} + a_2 \left( \frac{\alpha}{H} \right)^2 + a_3 \left( \frac{\alpha}{H} \right)^3 + \dots \right).$$

При этом динамическая природа АММ может дать вклад, доступный для наблюдения, ибо влияние магнитного поля оказывается существенным на фоне высоких степеней разложения по квадрату заряда. В однопетлевом приближении АММ электрона впервые был рассчитан Швингером [74], однако величина магнитного момента электрона в общем случае является довольно сложной функцией, зависящей от напряженности внешнего магнитного поля. Впервые на эту особенность обратил внимание Гупта [75], который в первом порядке теории возмущений по  $\alpha$  рассмотрел не только линейный, но и высшие члены разложения магнитного момента по характерному параметру  $a^{-1}$ , где  $a = H_c / 2H$ , а  $H_c$  — критическое поле.

Необходимо подчеркнуть, что во всех ранних работах [74—75] рассматривалось нерелятивистское приближение задачи. Это особенно четко выступает в работе Латинжера [76], где электрон, находящийся во внешнем поле, взят в «основном» состоянии, в котором энергия орбитального движения частицы и энергия взаимодействия магнитного момента с внешним полем взаимно скомпенсированы.

В связи с этим можно ожидать, что в случае релятивистского движения электрона его магнитный момент является не только функцией напряженности поля, но может оказаться также зависящим и от энергии электрона, и, наконец, отметим, что во всех упомянутых работах был рассмотрен только случай слабого поля, когда напряженность  $H$  ограничена пределами изменения  $0 < H < H_c$ . В свете последних открытий экстремально высоких значений напряженности магнитного поля вблизи пульсаров, а также и в лабораторных условиях (о чем уже кратко упоминалось), представляет интерес исследование величины АММ в сильном магнитном поле.

Рассмотрим теперь задачу об аномальном магнитном моменте электрона в первом порядке теории возмущений по  $\alpha$  методом, свободным от отмеченных здесь ограничений. Заметим, что впервые задача о динамической природе АММ электрона была поставлена и решена нами совместно с В.Г.Багровым и В.А.Бордовицыным [45].

В основу рассмотрения задачи об аномальном магнитном моменте электрона положим интегродифференциальное уравнение Дирака — Швингера

$$\left[ i \gamma^\mu \left( \frac{\partial}{\partial x^\mu} + ie A_\mu^{\text{ext}} \right) - m \right] \Psi(x) = \int M(x,y) \Psi(y) dy, \quad (83)$$

правая часть которого содержит взаимодействие электрона с электромагнитным вакуумом, включает в себя эффекты собственной энергии и поправки, связанные с поляризацией вакуума внешним полем. Массовый оператор в первом порядке по  $e^2$  теории возмущений квантовой электродинамики

$$M(x, y) = -ie^2 \gamma^\mu S^c(x, y) \gamma^\nu D_{\mu\nu}^c(y - x)$$

содержит пропагатор электрона с учетом внешнего магнитного поля  $S^c$ :

$$\left[ i \gamma^\mu \left( \frac{\partial}{\partial x_\mu} + ieA_\mu^{\text{ext}} \right) - m \right] S^c(x, y) = -\delta^4(x - y),$$

а также пропагатор фотона  $D_{\mu\nu}^c(y - x)$ .

Воспользуемся далее фейнмановским представлением для пропагаторов электрона и фотона:

$$S^c = \begin{cases} i \sum_{E_n > 0} \Psi_n(\vec{r}) \bar{\Psi}_n(\vec{r}') \exp[-iE_n(t - t')], & t > t', \\ -i \sum_{E_n < 0} \Psi_n(\vec{r}) \bar{\Psi}_n(\vec{r}') \exp[-iE_n(t - t')], & t < t', \end{cases}$$

причем

$$\bar{\Psi}_n = \Psi_n^+ \rho_3,$$

$$D_{\mu\nu}^c(x - x') = -\frac{i}{2} \frac{\delta_{\mu\nu}}{(2\pi)^3} \int \exp[in(\vec{r} - \vec{r}') - i\omega(t - t')] \frac{d^3\kappa}{\omega}.$$

В этих формулах  $\Psi_n = \Psi_n(\vec{r}) \exp(-iE_n t/\hbar)$  — стационарные функции электрона, удовлетворяющие невозмущенному радиационными поправками уравнению Дирака. Сумма по  $n$  при  $t > t'$  включает состояния только с положительной энергией, а при  $t < t'$  причинная функция равна той же сумме с обратным знаком, взятой по состояниям с отрицательной энергией (позитронные состояния).

Интегрирование по времени приводит к стационарному уравнению

$$(E - \hat{H})\Psi = \int K(\vec{r}, \vec{r}') \Psi(\vec{r}') d^3\vec{r}' = \hat{R} \Psi(\vec{r}), \quad (84)$$

где ядро  $K(\vec{r}, \vec{r}')$  имеет следующий вид:

$$K(\vec{r} - \vec{r}') = \frac{e^2}{4\pi^2} \sum_{n', \varepsilon} \int \frac{d^3\kappa}{\kappa} \frac{1}{K_{n'} - \varepsilon(K_{n'} + \kappa)} e^{i\vec{\kappa}\vec{r}'_\alpha} \Psi_{n'}(\vec{r}) \Psi_{n'}^+(\vec{r}') e^{i\vec{\kappa}\vec{r}_\alpha},$$

$E = c\hbar K$  — энергия электрона,  $\epsilon = \pm 1$  — знак энергии в промежуточных состояниях, причем  $\epsilon = 1$  для электронных и  $\epsilon = -1$  для позитронных состояний.

Заметим здесь, что наиболее простой путь расчета массового оператора — это линейное приближение по величине магнитного поля и нерелятивистское приближение. Тогда можно без особого труда получить, что

$$\int M(x,y)\Psi(y)dy = -\frac{\alpha}{2\pi} \mu_0 \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \Psi(x),$$

и мы приходим к уравнению Дирака — Паули (82). В этом уравнении дополнительное взаимодействие магнитного момента с полем проявляется локально, а динамическая природа величины  $\mu$  остается скрытой. Для того чтобы выяснить динамическое происхождение АММ электрона, а также обнаружить нелокальность порождающего его взаимодействия, необходимо обратиться к уравнению (84) в его полном виде, отвлекаясь от предела квазистатического поля, тем самым будет установлен предел применимости уравнения Дирака — Паули для электрона в линейном по полю приближении, ибо иногда динамическая природа АММ игнорируется и АММ автоматически включается в уравнение Дирака — Паули также в случае сильного электромагнитного поля. Это и приводит к трудностям в объяснении стабильности вакуума.

Вернемся к уравнению Дирака (84). Рассматривая правую часть этого уравнения как возмущение, можно заметить, что радиационные поправки к энергии полностью определяются матричными элементами оператора  $R$ , характеризующего эффективную энергию вакуумного взаимодействия:

$$W_{\zeta\zeta'} = \int \Psi_{n\zeta'}^+(\vec{r}) \hat{R} \Psi_{n\zeta}(\vec{r}) d^3r,$$

причем индексы  $\zeta, \zeta' = \pm 1$  характеризуют начальную и конечную ориентацию спина. Нам необходимо рассмотреть полевую поправку к массе электрона, зависящую от спина, поскольку эта часть массы связана с существованием у электрона вакуумного магнитного момента [45]. В результате вычислений можно получить следующее выражение:

$$\Delta m^{Sp} = W_{\zeta\zeta'}^{Sp} = \frac{e^2}{4\pi} \sum_{n,\epsilon=\pm 1} \int_0^\infty \int_0^\pi \frac{\kappa dk \sin \vartheta d\vartheta}{K - \epsilon(K' + \kappa)} (D_{-1} D'_{-1} - D_1 D'_{-1}) \Phi, \quad (85)$$

где  $D$  — спиновые коэффициенты, определяемые волновыми функциями — точными решениями уравнения Дирака, разделенными по спиновым состояниям с помощью оператора  $\hat{O}_3$ :

$$\hat{O}_3 \Psi = \zeta \Psi, \quad \zeta = \pm 1,$$

$$\Phi = \frac{k_0}{K} \left[ \left( 1 - \varepsilon \frac{K}{K'} \right) \frac{n' - n}{y} - \varepsilon \frac{K}{K'} \right] \{ I_{nn'}^2(y) - I_{n-1, n'-1}^2(y) \},$$

а функция Лагерра связана с полиномами Лагерра  $Q_n^{n-n'}(y)$  соотношением

$$I_{nn'}(y) = \frac{1}{\sqrt{n! n'!}} e^{-y/2} y^{\frac{n-n'}{2}} Q_n^{n-n'}(y).$$

Часть вакуумного оператора  $\hat{R}$ , связанного с аномальным магнитным моментом, в нерелятивистском приближении обычно заменяется оператором  $\hat{R}' = \mu \rho_3 (\vec{\sigma} \vec{H})$ , где постоянная величина  $\mu = -\mu_0 \frac{\alpha}{2\pi}$  интерпретируется как аномальный магнитный момент электрона. Как было отмечено Паули, такое обобщение уравнения Дирака является ковариантным, поэтому можно предполагать, что и в общем случае замена оператора  $\hat{R} \rightarrow \hat{R}'$  остается справедливой, однако величина  $\mu$  может теперь оказаться зависящей от напряженности магнитного поля и энергии электрона. Это и будет означать, что аномальный магнитный момент электрона обладает динамической природой.

Сравнивая далее матричные элементы оператора  $\hat{R}'$ :

$$W'_{\zeta \zeta'} = \int \Psi_{\zeta'}^+(r) \hat{R}' \Psi_{\zeta}(r) d^3x = \mu H(D_1 D'_1 - D_{-1} D'_{-1})$$

с энергией вакуумного взаимодействия  $\Delta m^{Sp}$  (см. (85)), можно прийти к выводу, что, действительно, замена оператора  $\hat{R} \rightarrow \hat{R}'$  оказывается возможной, если  $\mu$  выбрать в виде

$$\mu = \frac{\text{Re } \Delta m^{Sp}}{H(D_1 D'_1 - D_{-1} D'_{-1})} = -\frac{\alpha}{2\pi} \mu_0 \zeta f(n, a). \quad (86)$$

Производя далее суммирование в (85) по знаковому множителю  $\varepsilon = E_n / |E_n| = \pm 1$ , для функции  $f(n, a)$  получим выражение [55]

$$f(n, a) = -8a \sum_{n'} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{xdx \sin^2 \vartheta d\vartheta}{(\sqrt{\eta + x^2 \cos^2 \vartheta} + x)^2 - 1} \times \left\{ 1 + \frac{\eta - 1 + x^2 \sin^2 \vartheta}{x \sin^2 \vartheta \sqrt{\eta + x^2 \cos^2 \vartheta}} \right\} \{ I_{n, n'}^2(z) - I_{n-1, n'-1}^2(z) \}, \quad (87)$$

причем  $a = \frac{k_0^2}{4\gamma} = \frac{H_c}{2H}$ ,  $\eta = \frac{n' + a}{n + a}$ ,  $z = (n + a)x^2 \sin^2 \vartheta$ . Это выражение для функции  $f(n, a)$  не содержит расходимостей, является конечным во всей области изменения энергии внешнего поля и точным в рамках теории Дирака.

**Слабое поле.** Рассмотрим случай слабого магнитного поля, когда  $a = \frac{H_c}{2H} \gg 1$ . При этом можно считать, что и  $(n + a) \gg 1$ , в силу чего по величине  $(n + a)^{-1}$  возможно разложение, и в результате интегрирования и суммирования в (87) получим [45]:

$$f(n, a) = 1 - \frac{7}{3a^2} \left( \ln a - \frac{576 \ln 2 - 83}{420} \right),$$

в результате чего АММ электрона получает поправку к швингеровскому значению в виде квадратичной по полю зависимости

$$\mu = -\mu_0(1 + a_e),$$

$$a_e = \frac{\alpha}{2\pi} \left[ 1 + \frac{28}{3} \left( \frac{H}{H_c} \right)^2 \ln \frac{H}{H_c} + \dots \right]. \quad (88)$$

Однако, как это было нами показано [45], это справедливо только для не слишком сильно возбужденных квантовых состояний электрона, когда  $n \ll a$ . Это соответствует нерелятивистскому приближению, ибо, поскольку главное квантовое число  $n = (p_{\perp}/mc)^2 a$ , требование  $n \ll a$  эквивалентно случаю  $\beta \ll 1$ . Заметим, что рассмотренный здесь случай

соответствует приближению  $\chi = \frac{1}{2} \left( \frac{n}{a^3} \right)^{1/2} = \frac{1}{2} \frac{p_{\perp}}{mc} \frac{H}{H_c} \ll 1$ , но при ус-

ловии малых чисел  $n$  (дискретное изменение параметра  $\chi$ ). В этом случае действительно поправки по полю имеют квадратично-логарифмический характер и не зависят от энергии электрона. И тем не менее, даже в этом наиболее простом случае проявляется динамическая природа АММ. Если же поле остается слабым ( $a \gg 1$ ), но электрон релятивистский

$\frac{n}{a} = \left( \frac{p_{\perp}}{mc} \right)^2 \gg 1$ , то поведение аномального магнитного момента резко меняется. Действительно, вернемся к исходной формуле (87) и проанализируем ее в предположении  $a \gg 1$  и  $n \gg 1$ . Основной вклад в этом случае будут давать переходы на возбужденные промежуточные уровни



$n' \gg 1$ , поэтому можно вновь вместо суммирования по  $n'$  перейти к интегрированию, однако переменную интегрирования необходимо выбрать в виде  $u = (\sqrt{n} - \sqrt{n'}) / \sqrt{n'}$ , т.е. ввести

$$n' = n / (1 + u)^2, \quad dn' = -2ndu / (1 + u)^3.$$

При этом для функций Лагерра  $I_{n,n'}(z)$  можно применить аппроксимацию с помощью функций Макдональда  $K_{1/3}$  и  $K_{2/3}$  и тогда  $\text{Re } f(n, a)$  можно представить в виде [6,7]:

$$\text{Re } f(n, a) = 1 \int_0^\infty \frac{du}{(1+u)^3} \int_0^\infty dt \sin \left( t + \frac{\chi^2}{3u^2} t^3 \right),$$

где  $\chi$  — инвариантный динамический параметр. Приближенное интегрирование приводит к следующим результатам:

$$a_e = \begin{cases} \frac{\alpha}{2\pi} \left[ 1 - 12\chi^2 \left( \ln \frac{1}{\chi} + \dots \right) \right], & \chi \ll 1, \\ \alpha \Gamma(1/3) / [9 \sqrt{3} (3\chi)^{2/3}], & \chi \gg 1 \end{cases} \quad (89)$$

(см. также [8,7]). Таким образом, в области  $\chi \ll 1$  (квазиквантовая область) поправки к швингеровскому значению АММ по-прежнему малы, однако если параметр  $\chi \gg 1$ , то возникает совершенно иное поведение АММ: его значение резко убывает с ростом поля или с ростом энергии электрона и радикально отличается от швингеровского значения  $\alpha / 2\pi$  (ультраквантовый случай).

**Экстремально сильное магнитное поле.** Совершенно новая ситуация с поправками к аномальному магнитному моменту возникает в сверхсильных магнитных полях  $H \gg H_c$ . Вернемся к выражению (87) и путем замены переменной  $x \rightarrow x / \sin^2 \vartheta$  и точного интегрирования приведем его к виду

$$f(n, a) = \frac{a \ln a}{n + a} - 8a \int_0^\infty \sum_{h'=0}^\infty \frac{x^2(1+\eta) - (1-\eta)^2}{x\sqrt{s}} \{ I_{n,n'}^2 [(n+a)x^2] - I_{n-1, n'-1}^2 [(n+a)x^2] \} \Phi(x, \eta) dx, \quad \eta = (n'+a)/(n+a),$$

причем  $s = [(x - \sqrt{\eta})^2 - 1] [(x + \sqrt{\eta})^2 - 1]$ , а разрывная функция  $\Phi$  равна

$$\Phi_{x,\eta} = \begin{cases} \arctg \left[ \frac{\sqrt{s}}{|(x + \sqrt{\eta})^2 - 1|} \right] & \text{для } |\sqrt{\eta} - 1| \leq x \leq |\sqrt{\eta} + 1|, \\ \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x^2 + \eta - 1 + \sqrt{\eta}}{2x \sqrt{\eta}} \right| & \text{для прочих } x. \end{cases}$$

В случае асимптотики при  $a \rightarrow 0$  из всей суммы остается лишь один член  $n' = 0$  (эффект локализации функции Грина), интегрирование которого даст

$$f(1, a) = -2a (\ln(1/a) - 1,08), \quad f(n, a) = 2a \ln a/n, \quad a_c = (a/2\pi)f. \quad (90)$$

Таким образом, в пределе  $H \gg H_c$  реальный вклад в АММ электрона вносят промежуточные состояния с  $n' = 0$ . Это обстоятельство еще раз подчеркивает, что и реальные и виртуальные состояния в сверхсильном магнитном поле являются сильно локализованными в поперечном к магнитному полю направлении, причем размер области локализации в поперечном к полю направлении ограничен площадью окружности  $\pi R^2 \cong \pi(\hbar/mc)^2 H_c / H$ . Как это следует из (90), функция  $f(n, a)$  при  $a \rightarrow 0$  отрицательна, и, следовательно, величина АММ стремится к нулю

с уменьшением  $a$  (с ростом поля) со стороны отрицательных значений. Но поскольку при  $a \gg 1$  функция  $f(n, a)$  положительна, кроме того, она непрерывна во всей области изменения своего аргумента  $a$  (при фиксированном значении  $n$ ), в этой области имеется по крайней мере две характерные точки, в одной из которых  $f(n, a)$  обращается в нуль, а в другой достигает своего минимального значения, которое, очевидно, отрицательно.

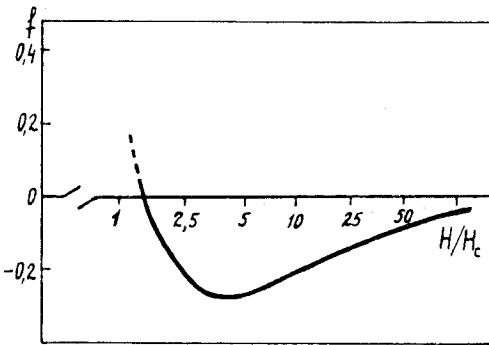


Рис. 9. Асимптотическое поведение аномального магнитного момента в сверхсильном магнитном поле для  $n = 1$  (см. формулу (90))

Ясно также, что обе точки находятся вблизи значений  $a \sim 1$ , т.е.  $H \sim H_c$ . На рис.9 изображен график функции  $f$  для состояния  $n = 1$ , рассчитанный по формуле (90). Заметим, что изменение знака АММ электрона было впервые обнаружено в нашей работе [45] и позже в [77].

Таким образом, аномальный магнитный момент электрона проявляет ярко выраженную динамическую природу, являясь нелинейной функцией энергии частицы и напряженности магнитного поля.

Интересным также является поведение АММ электрона в комбинированном поле, состоящем из однородного магнитного поля и плоской волны, распространяющейся вдоль него (конфигурация Редмонда). Волну можно предполагать циркулярно-поляризованной, так что векторный потенциал имеет вид

$$A_{\mu} = ae_{\mu}(nx) + \sqrt{2}b [e_{\mu}^{(1)} \sin \psi \cos(kx) + ge_{\mu}^{(2)} \cos \psi \sin(kx)].$$

Показано [78], что в ультраквантовом случае  $\chi \gg 1$  формула (89) получает обобщение:

$$a_e = \frac{\alpha \Gamma(1/3)}{9\sqrt{3} (3\chi)^{2/3}} \left[ 1 - \frac{2}{9} \left(\frac{b}{a}\right)^2 \left(\frac{1}{2} + \cos^2 \Psi\right) \right], \quad (91)$$

согласно которому АММ электрона обнаруживает также зависимость и от поляризации плоской волны.

Остановимся теперь кратко на проблеме аномального магнитного момента электрона в теории Вайнберга — Салама — Глэшоу, объединяющей электромагнитные и слабые взаимодействия.

По сравнению с электродинамикой в модели ВСГ помимо излучения фотонов у электронов достаточно высокой энергии дополнительно появляется возможность излучения  $Z^0$ - и  $W^{\pm}$ -бозонов, что приводит к изменению радиационных эффектов, и, в частности, слабые взаимодействия вносят вклад в величину АММ электрона.

Общий характер динамической зависимости АММ электрона от энергии частицы и напряженности поля при этом сохраняется [79]: это выражается, в частности, в нелинейной зависимости от динамического инвариантного параметра  $\chi$ . Исследование, проведенное для модели скрещенного поля ( $E = H$ ,  $(EH) = 0$ ) [79], показало, что в случае малых значений этой величины, поправки к статическому значению АММ подобно (89) имеют квадратичный характер, а в случае очень больших значений вклад слабых взаимодействий в аномалию  $a_e$  убывает обратно пропорционально  $\chi^{2/3}$ . Величина вклада зависит от постоянных

$G_W = g_V / 2\sqrt{2}$  и  $G_Z = \frac{g_V^2 - 3g_A^2}{4(g_V^2 + g_A^2)^{1/2}}$ , связанных с  $g_V$  и  $g_A$  калибровочными константами векторного и аксиально-векторного взаимо-

действия. В частности, для очень больших значений параметра  $\chi$  получено

$$a_e^W(\chi) = \frac{G_W^2}{2\pi} 11 \frac{\Gamma(1/3)}{9\sqrt{3}(3\chi)^{2/3}}, \text{ если } \chi \gg \left(\frac{M_W}{m}\right)^3 \sim 4 \cdot 10^{15},$$

$$a_e^Z(\chi) = \frac{G_Z^2}{2\pi} \frac{\Gamma(1/3)}{9\sqrt{3}(3\chi)^{2/3}} \frac{1}{2} [1 - 11\alpha_0^2], \text{ если } \chi \gg \left(\frac{M_Z}{m}\right)^3 \sim 6 \cdot 10^{15}, \quad (92)$$

где  $\alpha_0 = (g_V^2 + g_A^2)/(g_V^2 - 3g_A^2) = (1 - 4\sin^2\Theta_W)$ ,  $\Theta_W$  — угол Вайнберга, входящая в эти выражения величина  $\chi$  зависит от электронной массы.

Критерий  $\chi \gg \left(\frac{M}{m}\right)^{3/2}$  можно изменить на более простое выражение  $\chi \gg 1$ , если ввести критическое поле для бозонов  $W$  и  $Z$ :

$$H_c^W = 10^{24} \text{ Гс}, \quad H_c^Z = 1,2 \cdot 10^{24} \text{ Гс}.$$

Наиболее интересно сравнение этих вкладов в случае, если параметр  $\chi \gg \left(\frac{M}{m}\right)^3$ . Выражая все значения констант  $G_W$  и  $G_Z$  через универсальную постоянную Ферми  $G_F$  и выбирая угол Вайнберга  $\sin^2\Theta_W = 0,23$ , можно получить, что

$$a_e^W = 11a_e^\gamma, \quad a_e^Z = -\frac{11}{3}a_e^\gamma, \quad \chi \gg \left(\frac{M_Z}{m}\right)^3, \quad a_e^\gamma = \frac{\alpha \Gamma(1/3)}{9\sqrt{3}(3\chi)^{2/3}}. \quad (93)$$

Таким образом, слабые вклады в этих условиях почти на порядок превосходят фотонный, причем доминирующим оказывается  $W$ -бозонный вклад [79].

Здесь необходимо отметить, что модель скрещенного поля дает простое решение задачи об АММ электрона только в квазиклассической ультррелятивистской области движения частицы, если применить эту модель в условиях однородного магнитного поля. Возможность реализации модели скрещенного поля в природе весьма проблематична. Если теперь рассмотреть движение электрона в магнитном поле, то формулы (92), а также все результаты для  $\chi \ll 1$ , дают правильное описание только в квазиклассическом приближении, когда можно игнорировать квантовые свойства поля (скрещенное поле характерно непрерывным спектром энергии электрона). Таким образом, модель скрещенного поля не дает полной информации о поведении АММ электрона во внешнем поле: слабо возбужденные состояния электрона (область малых чисел) вносят

принципиальный вклад в характер динамической природы аномального магнитного момента (см. (90)). Следует особо подчеркнуть, что слабозбужденные состояния электрона (малый поперечный импульс) могут быть особо характерны для электронов в магнитосфере пульсаров, поскольку вследствие некомпенсированных радиационных потерь энергетическое квантовое число быстро уменьшается.

Далее необходимо обратить внимание на то, что критические поля, характеризующие слабое взаимодействие:  $H_c^W \sim 10^{24}$  Э (93), в отличие от швингеровского поля  $H_c = 4 \cdot 10^{13}$  Э, обладают существенной особенностью: в полях такой напряженности вакуум становится нестабильным и возникает вопрос о возможности одночастичного подхода к решению задачи. Известно, что точные решения уравнений квантовой теории для векторных частиц в магнитном поле имеют особенность: при  $H \sim H_0^W \sim 10^{24}$  Э квадрат энергии бозона в основном состоянии в магнитном поле становится отрицательной величиной (тахинные моды поля). Действительно, в модели Салама — Вайнберга — Глэшоу решение уравнения Прока для бозона в магнитном поле обладает энергетическим спектром

$$E^W = \pm Mc^2 \sqrt{1 + (2n - 1) \frac{H}{H_c^W}}, \quad H_c^W = \frac{M^2 \omega c^3}{e\hbar},$$

откуда следует, что в основном состоянии  $n = 0$  при  $H > H_c^W$  спектр становится мнимым. В спектре энергии электрона такой трудности нет, ибо  $E^e = \pm mc^2 \sqrt{1 + 2n \frac{H}{H_c}}$ . Поэтому условия (93) требуют анализа их справедливости, исходя из основных положений теории.

К этому необходимо добавить, что вопрос о стабильности вакуума слабых взаимодействий, как уже отмечалось, связан также с проблемой восстановления спонтанно нарушенной симметрии в экстремально сильных полях. С этим связана также неполнота наших сведений о постоянных  $g_A$  и  $g_V$ , а также о возможной их зависимости от внешнего поля. В сверхсильном поле не исключена возможность того, что  $g_A$  и  $g_V$  обладают «плавающим» характером.

Таким образом, к полученным формулам, характеризующим вклад слабых взаимодействий в АММ электрона, а также возможности их экспериментального наблюдения, необходимо относиться с известной осторожностью. В свете этого представляется, что вклад в АММ электрона электромагнитных взаимодействий имеет преимущественное значение.

Уже довольно длительное время величина АММ электрона представляет интерес с точки зрения ее экспериментального исследования. Впервые аномальная часть  $g$ -фактора свободных электронов была измерена Демельтом (см. [80]) на основе использования высокочастотного поля, вызывающего спин-резонансные переходы поляризованных электронов; движущихся в магнитном поле. Поскольку АММ электрона вносит определяющий вклад в динамику спина частицы, этот метод открыл возможность получить прямую информацию о величине аномалии  $a_e = \frac{g-2}{2}$  («атака на аномальный магнитный момент»). В последние годы в Вашингтонском университете [81] под руководством Демельта была разработана методика длительного удержания в ловушке отдельных электронов — создан искусственный атом (геоний). В эксперименте наблюдались  $(g-2)$ -переходы одиночных электронов с переворотом спина [81] и было получено одно из наиболее точных значений магнитной аномалии

$$a_e^{\text{эксп}} = (1159652410 \pm 200) \cdot 10^{-12}$$

(см. также [29]). Следует отметить, что результаты эксперимента уверенно согласуются с теоретическими исследованиями высших приближений по квадрату заряда в выражении для АММ [82]\*.

Таким образом, открывается возможность исследования динамической природы АММ электрона, поскольку поправки к швингеровскому значению аномального магнитного момента, зависящие от напряженности поля и вычисленные в  $e^2$ -порядке КЭД, могут стать заметными на фоне более высоких степеней разложения теории возмущений по квадрату заряда (см. [6]).

Большой интерес представляет наблюдение динамической природы АММ электрона в условиях экстремально сильного поля, когда динамический параметр  $\chi > 1$ .

Мы уже упоминали об экспериментах, выполненных на ускорителе SPS CERN [15], в которых пучки электронов, ускоренные до энергии 150 ГэВ, направлялись с очень малым угловым разбросом вдоль оси кристалла германия, охлажденного до низких температур. Сильные макроскопические поля, действующие вдоль оси кристалла вместе с высокими энергиями электронов, приводят к оценке величины параметра  $\chi$  порядка

---

\*Кроме исследований по измерению  $g$ -фактора электрона, аналогичные исследования проводились с позитронами и мюонами, где были также достигнуты высокие точности в измерении [79,83].

единицы. При этом энергия спинового взаимодействия электронов пучка с полем становится порядка энергии покоя частицы (в системе покоя электрона). Это может привести к ряду интересных квантовых эффектов, и, в частности, открывается возможность наблюдения зависимости АММ электрона от напряженности поля. Возможность наблюдения динамической природы АММ электрона отмечалась также В.Г.Барышевским [16], предложившим исследование  $a_e$  методом прецессии спина частицы, канализированной в изогнутом монокристалле.

В заключение следует упомянуть об опытах по прецизионному сравнению АММ электронов и позитронов при высоких энергиях. В ИЯФ СО АН СССР в Новосибирске под руководством А.Н.Скринского [84] были проведены эксперименты по сравнению электронного и позитронного магнитных моментов при энергии 625 МэВ в одном и том же накопительном кольце. Идентичность условий эксперимента обуславливала их высокую точность. В основу экспериментов, проведенных в накопительном кольце ВЭПП-2М, был положен открытый А.А.Соколовым и одним из нас (И.М.Тернов) эффект радиационной поляризации: примерно через один час после начала циркуляции частиц в кольце устанавливалась преимущественная поляризация пучков: электронов — противоположно полю и позитронов — по полю. После этого с помощью дополнительного осциллирующего продольного поля производилась резонансная деполяризация на частоте

$$\omega_r = (\gamma a_e - 1) \omega_H / \gamma \cong 0,4 \omega_H / \gamma, \quad \omega_H = \frac{eH}{mc} \text{ — циклотронная частота.}$$

Это соответствует настройке частоты внешнего переменного поля в фиксированной точке орбиты, где расположен деполяризатор, на частоту прецессии спина. Экспериментальный результат показал совпадение аномальных моментов электрона и позитрона на хорошем уровне достоверности (95%):

$$\left| \frac{a_{e^+} - a_{e^-}}{a_{e^-}} \right| < 1,0 \cdot 10^{-5}$$

(см. [84]). Исследование величины магнитных моментов частиц и античастиц имеет существенное значение для проверки основных положений квантовой электродинамики: совпадение этих характеристик имеет тесную связь с СР-инвариантностью теории (см. монографию П.С.Исаева [85]).

## 10. ОДНОФОТОННАЯ АННИГИЛЯЦИЯ И РОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ПОЗИТРОННЫХ ПАР В ЭКСТРЕМАЛЬНО СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Как известно [7], один гамма-квант не может превратиться спонтанно в пару электрон — позитрон в вакууме: для образования пары необходимо наличие внешнего поля, которое принимает на себя избыток импульса. Впервые задача о рождении и аннигиляции электрон-позитронных пар в магнитном поле была рассмотрена Н.П.Клепиковым [46], и спустя уже много лет выяснилось, что канал однофотонного рождения  $e^+e^-$ -пар составляет основу механизма генерации релятивистской плазмы в магнитосфере пульсара.

**Однофотонное рождение пары.** Расчет вероятности рождения электрон-позитронной пары можно провести стандартными методами квантовой электродинамики в представлении Фарри с помощью точных решений уравнения Дирака для частицы в однородном магнитном поле [7]. При этом для вероятности однофотонного рождения  $e^+e^-$ -пары получается следующее выражение:

$$w(\zeta) = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{mc^2}{\hbar} \frac{H}{H_c} \frac{\sqrt{3}}{4\pi} q \int_0^\infty dy S,$$

где  $q = \frac{4}{3} \frac{H_c}{H} \frac{mc^2}{E_\gamma}$ ,  $a = 2qc\hbar^2 y$ ,  $E_\gamma$  — энергия гамма-кванта, а

$$S = \frac{1 + \zeta^- \zeta^+}{2} |\operatorname{th}^2 y K_{2/3}(a) + 2q \operatorname{sh}^2 y K_{1/3}(a) - \zeta^- \operatorname{th} y K_{1/3}(a)| + \\ + \frac{1 - \zeta^- \zeta^+}{2} [K_{2/3}(a) - \zeta^- K_{1/3}(a)]. \quad (94)$$

Здесь, как и ранее,  $K_\mu(a)$  — функция Макдональда, проекция спина на направление поля  $\zeta^-$  относится к электрону, а  $\zeta^+$  — к позитрону. Интегрирование этого выражения, к сожалению, затруднительно. Поэтому рассмотрим асимптотическое поведение (94) в двух предельных случаях.

1. В случае малых энергий гамма-кванта, когда  $q \gg 1$ :

$$E_\gamma \ll \frac{4}{3} \frac{H_c}{H} mc^2.$$



С помощью асимптотического значения функции Макдональда  $K_\mu(z) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z}$  можно получить, что

$$w(\zeta) = w_\infty \left\{ \frac{1 + \zeta^- \zeta^+}{12} + \frac{(1 - \zeta^-)(1 - \zeta^- \zeta^+)}{6} \right\},$$

где просуммированная по спинам полная вероятность  $w_\infty$  имеет вид

$$w_\infty = \frac{3\sqrt{3}}{16\sqrt{2}} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{mc^2}{2} \frac{H}{H_c} e^{-2q} \quad (95)$$

(см. [46, 47]). Отсюда следует, что наиболее вероятным является рождение пары с противоположно ориентированными спинами, причем спин электрона должен быть ориентирован против магнитного поля ( $\zeta^- = -1$ ):

$$w^{\uparrow\downarrow} = \frac{1 - \zeta^-}{3} w_\infty = \frac{2}{3} w_\infty.$$

2. В другом предельном случае, когда  $g \ll 1$  (сверхсильное магнитное поле или большие энергии фотонов), получим с учетом асимптотики  $K_\mu(a) \cong 2^{\mu-1} \Gamma(\mu) / q^\mu$ :

$$w(\zeta) = w_0 \left\{ \frac{3}{40} (1 + \zeta^- \zeta^+) + \frac{7}{40} (1 - \zeta^- \zeta^+) \right\},$$

и, проводя суммирование по спинам частиц, придем к выражению

$$w_0 = \frac{5}{7} \frac{\Gamma(5/6)}{\Gamma(7/6)} \frac{1}{2^{4/3}} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{mc^2}{\hbar} \frac{H}{H_c} q^{1/3} \quad \text{при } q \ll 1. \quad (96)$$

Отсюда следует, что и в случае сверхсильного поля (больших энергий фотона) рождение фермионной пары с противоположно ориентированными спинами наиболее вероятно.

В заключение отметим, что экспоненциальный множитель в формуле (95) сильно подавляет величину вероятности процесса рождения пары при  $q \gg 1$ , т.е. при сравнительно малых энергиях фотона (или в случае слабого поля, когда  $q = \frac{4}{3} \frac{H_c}{H} \frac{mc}{E_\gamma} \gg 1$ ) вероятность практически равна нулю. Однако в случае сильного поля, когда  $H > H_c$ , вероятность ста-

новится ощутимой величиной. Максимум вероятности достигается, как это показано в [46], при  $q = 0, 1$ .

Таким образом, в экстремально сильном магнитном поле возможно заметное поглощение фотонов вследствие рождения пар.

Однофотонная аннигиляция электронов и позитронов в магнитном поле. Процесс однофотонной аннигиляции пары можно рассмотреть в полной аналогии с процессом рождения [46, 7]. При этом для вероятности аннигиляции получается выражение

$$w = \frac{2}{3} \frac{e^2}{\hbar} \frac{1}{\gamma} \left( \frac{mc^2}{E} \right)^4 \Phi(\zeta, q),$$

где  $q = \frac{4 H_c mc^2}{3 H E_\gamma} = \frac{2 H_c mc^2}{3 H E}$ , ибо  $E_\gamma = 2E$ ,  $\gamma = e_0 H / 2\hbar c$ .

Функция  $\Phi(\zeta, q)$  имеет вид

$$\Phi(\zeta, q) = \frac{1 - \zeta^- \zeta^+}{2} |\zeta^- K_{1/3}(q) + K_{2/3}(q)|^2 + \frac{1 + \zeta^- \zeta^+}{2} K_{1/3}(q). \quad (97)$$

Заметим, что если умножить вероятность на число электронов среды и ввести плотность электронов  $P = N/L^3$ , то можно получить обратное время жизни электрона относительно аннигиляции с позитронами среды

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{\hbar} P \left( \frac{mc^2}{E} \right)^4 \Phi(\zeta, q).$$

В случае, если  $q \gg 1$  (слабое поле),

$$\frac{\Phi^{\uparrow\downarrow}}{\Phi^{\uparrow\uparrow}} = (1 + \zeta^-)^2 \left[ 1 + \frac{1}{6q} - \frac{5}{72q^2} + \dots \right] + \frac{1}{36q^2}.$$

Аннигиляция пары в случае антипараллельных спинов возрастает, если спин электрона ориентирован по направлению магнитного поля.

В другом предельном случае, когда  $q \ll 1$  (сверхсильное поле), имеем

$$\frac{\Phi^{\uparrow\downarrow}}{\Phi^{\uparrow\uparrow}} = \left[ \frac{2^{4/3} \pi}{\sqrt{3} \Gamma^2(1/3)} + \zeta^- \right].$$

Другими словами, вероятность аннигиляции пары с противоположно ориентированными спинами намного больше, чем в случае параллельных спинов. Если теперь произвести усреднение (97) по спинам обеих частиц, то получим, что

$$w = \frac{e^2}{3\hbar\gamma L^3} \left( \frac{mc^3}{E} \right)^4 \Phi(q), \quad (98)$$

где

$$\Phi(q) = 2K_{1/3}^2(q) + K_{2/3}^2(q) = \begin{cases} \frac{3\pi}{2q} e^{-2q}, & q \gg 1, \\ \frac{\Gamma^2(2/3)}{2^{2/3} q^{4/3}}, & q \ll 1. \end{cases}$$

Таким образом, в экстремально сильном магнитном поле открываются каналы однородных процессов и, в частности, рождения пар. Исследование рождения пар в случае экстремально сильного магнитного поля приобретает интерес в связи с процессами в сильных космических магнитных полях, и, в частности, в поле пульсаров. При прохождении фотона в таком поле должны возникать пары, которые в свою очередь порождают фотоны и т.д. Таким образом, может начаться каскадный процесс, похожий на тот, который может наблюдаться при прохождении космической частицы сквозь вещество. В макроскопическом экстремально сильном магнитном поле подобный каскадный процесс будет связан с электронно-позитронным и электромагнитным вакуумами.

## 11. ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССОВ В ЭКСТРЕМАЛЬНО СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПУЛЬСАРОВ

Пульсар (нейтронная звезда) окружен магнитосферой, существование которой связано с сильными электрическими полями, генерируемыми магнитным полем вращающейся звезды в вакууме. Электрическое поле возникает в вакуумном зазоре у поверхности пульсара, оно сосредоточено в щели, размер которой  $r_0$  имеет порядок 100 м [86,87], а напряженность зависит от  $\Omega$  — частоты вращения звезды,  $r_0$  — величины щели и напряженности магнитного поля  $H$ :

$$E \cong \frac{\Omega r_0 H}{c}.$$

Сильное электрическое поле отрывает от звезды заряженные частицы (электроны, протоны, позитроны), которые движутся в магнитосфере пульсара вдоль магнитных силовых линий, замыкающихся внутри светового цилиндра, синхронно вращающегося с пульсаром [88]. Таким образом, плазма, образованная электронами, позитронами и протонами, вра-

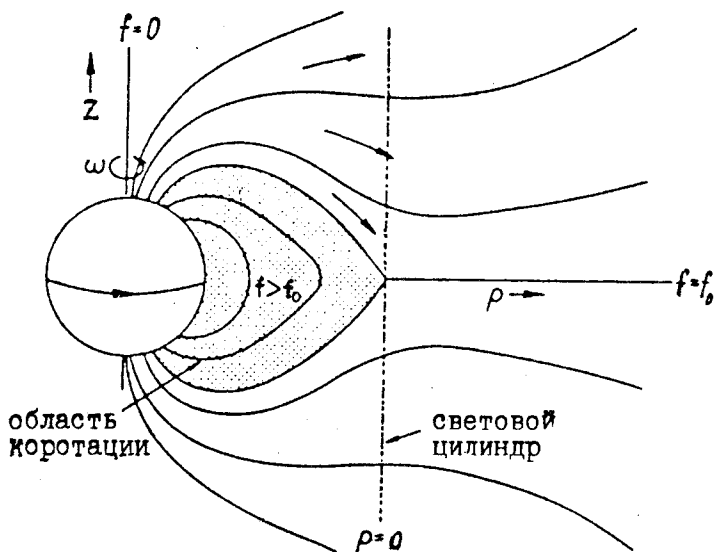


Рис. 10. Стандартная модель плазмы магнитосферы пульсара

щается синхронно вместе с пульсаром в области внутри светового цилиндра с радиусом  $R_c$ , определяющим расстояние от оси цилиндра, на котором скорость синхронного вращения плазмы достигает скорости света (см. рис.10). Электрическое поле  $E$ , возникающее у поверхности пульсара, способно сообщить достаточно высокую энергию частицам. Так, в частности, для пульсара в Крабовидной туманности можно привести следующую оценку:  $H \sim 4 \cdot 10^{12}$  Э,  $\Omega = 200 \text{ с}^{-1}$ ,  $R = 10^6$  см,  $r_0 = 10^3$  см, электрическое поле  $E$  способно ускорить электроны до энергии  $\gamma = \frac{E}{mc^2} = 3 \cdot 10^6$ , т.е.  $E \sim 10^3$  ГэВ. Таким образом, физика частиц в магнитосфере пульсара встречается не только с экстремально сильным магнитным полем, но и с высокими значениями энергии, а пульсары выступают как важные источники космических лучей.

**Особенности излучения.** Энергия вращающейся нейтронной звезды преобразуется в энергию электромагнитного излучения и в энергию частиц. С этим превращением энергии связана эволюция звезды, поскольку энергетические потери вызывают процесс торможения:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{I \Omega^2}{2} \right) = I \Omega \dot{\Omega} = - \frac{2}{3} \frac{\mu^2 \Omega^4}{c^3},$$

где  $\mu$  — магнитный момент диполя.

К сожалению, в настоящее время нет еще полной ясности в понимании истинного механизма излучения пульсаров. Существует несколько моделей, но ни одна из них не может считаться до конца убедительной. В то же время характеристики излучения у различных пульсаров совпадают, что само по себе является весомым аргументом в пользу единой модели излучения.

Обычно рассматриваются циклотронное, синхротронное и изгибное излучение. Изгибное излучение связано с особенностью движения электрона в магнитном поле диполя, когда магнитные силовые линии обладают сильно выраженной кривизной, и это излучение имеет синхротронную природу, поскольку движение электрона происходит вдоль искривленных силовых линий магнитного поля под очень малыми питч-углами (малыми по сравнению с  $\gamma^{-1}$ ) [89,90]. Под питч-углом понимается угол между вектором скорости и направлением магнитного поля.

При исследовании вклада синхротронного излучения в энергетические потери следует обратить внимание на характеристики СИ в условиях экстремально сильного магнитного поля, когда инвариантный  $\chi$  параметр принимает значения  $\chi \geq 1$ . При этом меняется спектр излучения и мощность:

$$\omega_{\max} = \begin{cases} \frac{3}{2} \frac{c}{R} \left( \frac{E}{mc^2} \right)^3, & \chi \ll 1 \\ E/\hbar, & \chi \geq 1 \end{cases}; \quad W_{\text{укв}} = \frac{16}{9} \frac{\Gamma(2/3) W_{\text{кл}}}{(3\chi)^{4/3}}.$$

Заметим, что в астрофизических приложениях на этот важный момент в теории СИ не всегда обращается внимание.

Необходимо далее упомянуть еще об одном типе излучения, которое может реализоваться у пульсаров, — это ондуляторное излучение (ОИ). Этот тип излучения наблюдается в случае, если электрон обладает поперечным (к магнитному полю) импульсом  $\beta_{\perp}$  и одновременно импульсом вдоль поля  $\beta_{\parallel}$  ( $\beta^2 = \beta_{\perp}^2 + \beta_{\parallel}^2$ ), причем  $\beta_{\perp} \ll \beta_{\parallel}$ . В простейшем случае движение электрона — это движение по винтовой линии.

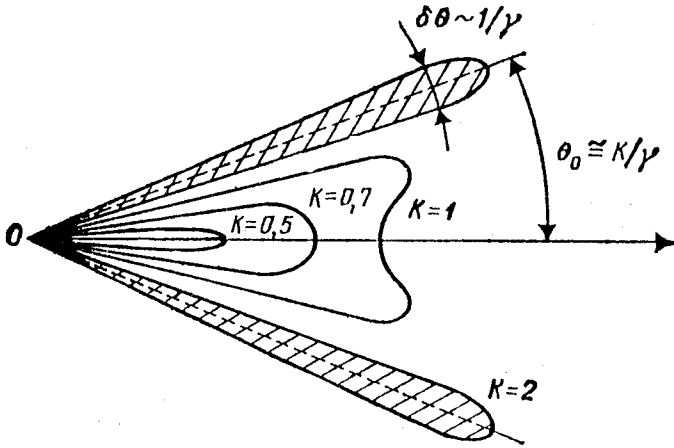


Рис. 11. Диаграмма углового распределения осцилляционного излучения для различных значений осцилляторной константы  $k$

При этом мощность излучения имеет вид [7]:

$$W = \frac{e^2 \Omega^2}{c} \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu^2 \int_0^{\pi} \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{(1 - \beta_{\parallel} \cos \vartheta)^3} \left[ \beta_{\perp}^2 J_{\nu}^2(x) + \frac{(\cos \vartheta - \beta_{\parallel})^2}{\sin^2 \vartheta} J_{\nu}^2(x) \right], \quad (99)$$

где

$$\Omega = \frac{ecH}{E}, \quad x = \frac{\nu \beta_{\perp}}{1 - \beta_{\parallel} \cos \vartheta}.$$

Частота излучения теперь отличается от частоты кругового движения вследствие эффекта Доплера

$$\omega = \frac{\nu \Omega}{1 - \beta_{\parallel} \cos \vartheta}.$$

В осцилляторном режиме скорость электрона в поперечном к магнитному полю направлении относительно мала, а скорость движения вдоль поля близка к скорости света. При этом максимум излучения, как это следует из (99), падает на основной тон, причем угол  $\vartheta$  должен быть достаточно мал (малый угол относительно оси осциллятора).

Если ввести стандартное обозначение в виде  $\beta_{\parallel} = \beta [1 - (k/\gamma)^2]$ ,

$$\frac{\beta_{\perp}}{\beta_{\parallel}} = \frac{k}{\gamma}, \quad \gamma = \frac{E}{mc^2}, \quad k = \frac{E}{mc^2} \frac{\beta_{\perp}}{\beta}, \quad k - \text{осцилляторная постоянная, то с}$$

учетом поляризационных свойств ОИ формулу (99) можно переписать в виде

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{\beta^2 e^2 k^2 \omega^3}{2\pi c \gamma^2 v \Omega} \left[ l_\sigma J'_\nu(x) + l_\pi \frac{\cos \Theta - \beta_\parallel}{\beta_\perp \sin \Theta} J_\nu(x) \right],$$

где  $x = k\omega \sin \vartheta / \gamma \Omega$ ,  $l_\sigma$  и  $l_\pi$  характеризуют компоненты линейной поляризации. В приближении малых углов  $\vartheta$  (наблюдение вдоль оси ондулятора)

$$\frac{dW_\nu}{d\Omega} = \frac{\beta^2 e^2 k^2 \omega^3}{2\pi c \gamma^2 v \Omega} J_\nu'^2(x) \left[ l_\sigma + l_\pi \frac{1 + k^2 - \gamma^2 \vartheta^2}{1 + k^2 + \gamma^2 \vartheta^2} \right]^2.$$

Рассмотренный нами случай ондулятора ( $k < 1$ ) отличается от ситуации, когда поперечный импульс  $\beta_\perp$  не является очень малой величиной ( $k > 1$  — режим вигглера). В режиме вигглера излучение электрона, движущегося по окружности, в отличие от рассмотренного движения, когда  $k < 1$ , имеет не дипольный характер, а полностью проявляет свойства СИ — излучаются высшие гармоники основной частоты  $\Omega$ . При этом радикально меняется угловое распределение мощности излучения (рис.11).

Каскадные процессы в магнитосфере пульсара. В соответствии с Голдрейхом и Старроком [91,92] в магнитосфере пульсаров могут возникать и развиваться каскадные процессы. Действительно, ускоренные сильным электрическим полем электроны при их движении в магнитном поле звезды испускают жесткие  $\gamma$ -фотоны. А  $\gamma$ -кванты превращаются через однофотонный канал в  $e^+e^-$ -пары и таким образом возникает каскадный процесс (рис.12).

Мы не будем останавливаться на этом детально и отошлем читателя к обзору [86], однако рассмотрим особенности процессов излучения и рождения пар в экстремально сильном поле.

Рассмотрим выражение для вероятности синхротронного излучения и однофотонного рождения пары.

Для синхротронного излучения при  $\chi \ll 1$ :

$$w_0^\gamma = \frac{5}{2\sqrt{3}} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{mc^2}{\hbar} \frac{H}{H_c},$$

для процесса рождения пары  $e^+e^-$ :

$$w_0^{e^+e^-} = \frac{3\sqrt{3}}{16\sqrt{2}} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{mc^2}{\hbar} \frac{H}{H_c} \exp(-4/\xi^\phi),$$

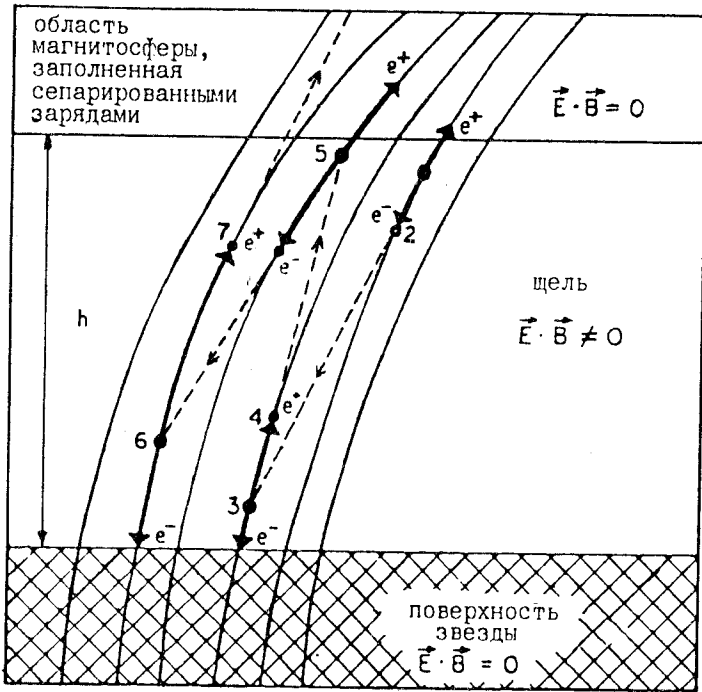


Рис. 12. Схема развития каскадного процесса

где

$$\xi^\phi = \frac{3}{2} \frac{H}{H_c} \frac{E_\gamma}{mc^2} = \frac{3}{2} \chi^\phi.$$

Обычно [86] эти соотношения полагаются в основу рассмотрения каскадных процессов. Однако в экстремально сильном магнитном поле, когда  $\chi$  и  $\chi^\phi \gg 1$ , вероятности излучения и однофотонного рождения пары изменяются:

$$w_\infty^\phi = \frac{7}{9} 2^{2/3} \Gamma(2/3) \frac{mc^2}{\hbar} \frac{H}{H_c} \frac{1}{\xi^{1/3}},$$

$$w_\infty^{e^+e^-} = \frac{5}{14} \frac{\Gamma(5/6)}{\Gamma(7/6)} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{mc^2}{\hbar} \frac{H}{H_c} \frac{1}{(\xi^\phi)^{1/3}}.$$

Это обстоятельство может внести коррективы в расчет каскадных процессов.



## 12. ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА БЕТА-РАСПАД НЕЙТРОНА

Сверхновые являются самыми впечатляющими взрывами звезд [93,94] с выделением потенциальной энергии  $\sim 10^{46}$  Дж. В работе Бааде и Цвикки, 1934 г. [95] было показано, что лишь одного процента этой энергии достаточно для того, чтобы убрать оболочку и образовать взрыв сверхновой. В начале 40-х годов Гамов и Шенберг [96,97] предложили механизм выделения энергии при звездном коллапсе за счет испускания нейтрино. Огромное количество энергии выносится нейтрино за время  $\sim 10^{-3}$  с, определяемое скоростью элементарного слабого взаимодействия.

Высокие плотности, температура, напряженность магнитного поля характерны для коллапса звезд. Современные модельные сценарии сверхновых (см., например, [98,99]) позволяют учесть все более широкий набор обстоятельств, однако учет магнитного поля еще только начинают обсуждать [100].

Среди многофакторных задач можно выделить принципиально важную проблему влияния экстремального магнитного поля на  $\beta$ -распад нейтрона. Родственные этой реакции процессы являются источниками нейтринных потоков при коллапсе.

Исследование влияния на  $\beta$ -распад нейтрона внешнего электромагнитного поля связано с необходимостью использовать точные решения уравнения Дирака для всех частиц, участвующих в реакции, в этом поле. Вполне ясно, что учет всех электромагнитных характеристик частиц, включая их аномальные магнитные моменты, приводит к громоздкому выражению вероятности реакции. Для выявления роли каждой из электромагнитных характеристик частиц в ходе  $\beta$ -распада и их возможных значений при заданных параметрах внешнего электромагнитного поля полезно сопроводить обычные асимптотические разложения в так называемых «интересных» случаях, когда эти разложения возможны, графическими разрезами массива потенциальной информации, имея в виду многомерную структуру, например, спектрально-углового распределения рождающихся частиц. Таким образом, в частности, можно выявить корреляции импульсов и моментов импульсов продуктов реакции, их асимметрии по отношению к направлению, выделенному внешним электромагнитным полем.

В первом порядке теории возмущений по константе слабого универсального взаимодействия амплитуду  $\beta$ -распада нейтрона в  $(V-A)$ -варианте можно записать в виде

$$M = (G/(2))^{1/2} \{ \bar{\Psi}_p \gamma_\mu (1 + \alpha_0 \gamma_5) \Psi_n \bar{\Psi}_e \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \Psi_\nu \},$$

где  $\Psi_n, \bar{\Psi}_p, \bar{\Psi}_e, \Psi_\nu$  — волновые функции, соответственно, нейтрона, протона, электрона и антинейтрино;  $\alpha_0 = G^A/G^V$  — отношение аксиальной и векторной констант взаимодействия, а константа

$$G = e^2/(8M_W^2 \sin \Theta_W) = 1,414 \cdot 10^{-49} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3$$

(без радиационных поправок) связана с массой промежуточного векторного бозона  $M_W$  и углом Вайнберга  $\Theta_W$ .

В простейшем варианте разрешенного  $\beta$ -перехода, для которого формфактор содержит всего лишь два  $\beta$ -момента [24]:

$$S_0 = G^V \langle 1 \rangle, \quad S_1 = G^A \langle \sigma \rangle,$$

не зависящих от энергии, можно рассматривать не только  $\beta$ -распад нейтрона, но и  $\beta$ -переходы между зеркальными ядрами, например,  ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He}$ , когда взаимно обмениваются числа нейтронов и протонов. При этом будет существенно меняться параметр энерговыделения  $\epsilon_0$ .

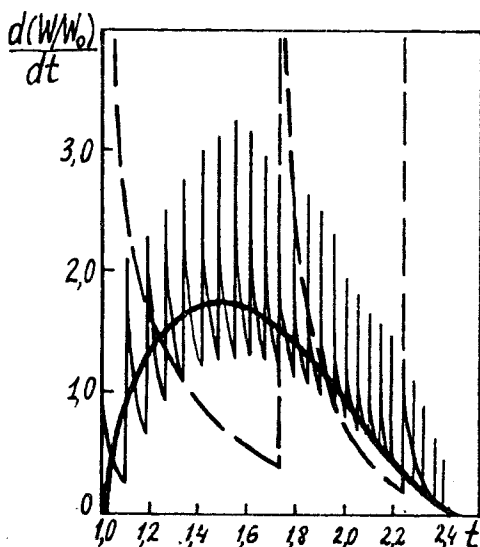


Рис. 13. Спектр энергии электронов при  $\beta$ -распаде нейтрона в магнитном поле с напряженностью  $H = 0$  (жирная линия),  $H = 0,1H_c$  (сплошная линия),  $H = H_c$  (штриховая линия)

Впервые влияние внешнего электромагнитного поля на процесс  $\beta$ -распада нейтрона было рассмотрено на примере воздействия постоянного и однородного магнитного поля [101, 102], когда его напряженность могла быть выбрана сколь угодно большой, включая значения, превышающие критическое  $H_c$ .

В первых работах было естественным исследовать прежде всего влияние магнитного поля на состояние рождающегося в реакции электрона. Действительно, непрерывность спектра электрона была тем признаком, который стал базой предположения о существовании нейтрино.

В магнитном поле непрерывный спектр электронов модифицируется, становясь резонансным (см. рис.13), когда родившийся электрон попадает на квантованную орбиту вращения. Число резонансов

$$N = H_c(\epsilon_0^2 - 1)/(2H),$$

может быть и случай единственного уровня для электрона в магнитном поле напряженности

$$H \geq H_c(\epsilon_0^2 - 1)/2$$

для данного энергосделения  $\epsilon_0$ .

Для протона спектр также имеет резонансный характер, однако единственный уровень будет достигаться при значительно более высоких напряженностях магнитного поля [103]:

$$H \geq H_c(m_p/m_e)(\epsilon_0 - 1).$$

Величина квантующего поперечное движение протона магнитного поля  $\sim 10^{17}$  оказывается большей, чем напряженность, при которой величины  $G^A$  и  $G^V$  выравниваются.

В свете этих замечаний приходится рассматривать парциальные вероятности для выбранных значений квантовых чисел  $n$  и  $n'$  как функции магнитного поля и энергосделения, а затем уже при необходимости суммировать их, чтобы получить информацию о полной вероятности. К счастью, все они проходят резонансное значение в достаточно узкой области напряженности магнитного поля, кроме случая парциальной вероятности для  $n = 0$  и  $n' = 0$ .

Используя диаграмму Далица (рис.14) в переменных

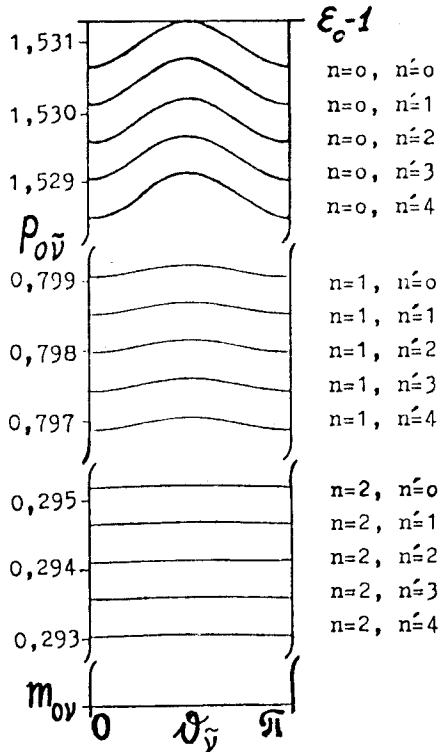


Рис. 14. Диаграмма Далица по переменным энергии антинейтрино  $p_{0\nu}$  и угла вылета  $\theta_{\nu}$  антинейтрино для различных уровней энергии электрона ( $n$ ) и протона ( $n'$ ) в магнитном поле с напряженностью  $H = H_c$

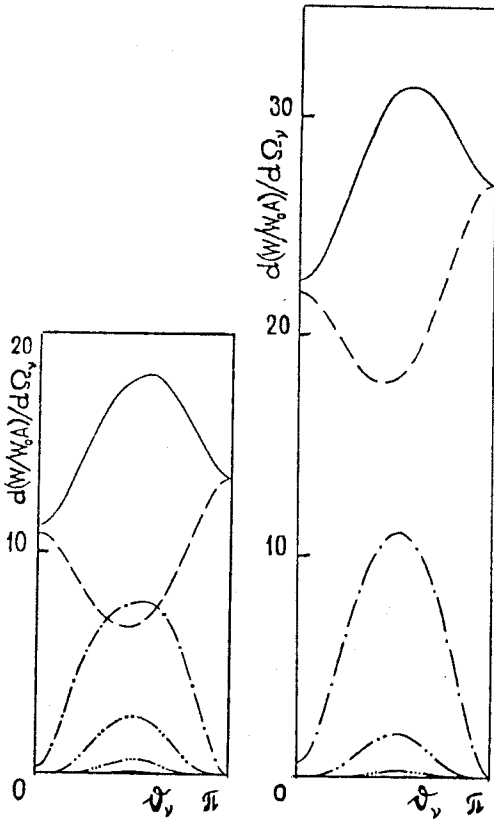


Рис. 15. Парциальные угловые распределения в состояниях  $n = 0$  и  $n' = 0, 1, 2, 3$ . Сплошная линия соответствует суммарному угловому распределению, а штрихованными линиями показаны теряющие с ростом  $n'$  асимметрию вклады парциальных распределений. Значения отношений напряженностей магнитного поля: а)  $H/H_c = 1,35$ , б)  $H/H_c = 2,7$

энергии  $p_{0\nu}$  и угла вылета относительно направления магнитного поля  $e_{\nu}$  антинейтрину для различных уровней энергии электрона ( $n$ ) и протона ( $n'$ ), можно представить поведение парциальных вероятностей [104].

Результаты расчетов парциальных вкладов угловых распределений показывают сильную нелинейную зависимость от величины напряженности магнитного поля (рис.15). На приведенных графиках угловых распределений отчетливо проявляется асимметрия вылета антинейтрину относительно направления магнитного поля [105].

Парциальные вероятности, как отмечалось выше, являются сложными функциями магнитного поля. Исследуя эти зависимости, мы рассчитали  $\beta$ -распад нейтрона в основном состоянии и протона в состояниях с  $n' = 0, 1, 2, 3$  (рис.16). Более удобным оказалось представить на графиках значения парциальных вероятностей, отнесенных к величине  $H/H_c$ ,

поскольку в этом случае отчетливой видна область их резонансного поведения. Следует отметить, что приведенные результаты учитывают и аномальные магнитные моменты частиц за исключением антинейтринно, кроме того, значение  $G^A$  принималось постоянным. Возвращаясь к сценарию звездного коллапса, отметим асимметрию нейтринных потоков в магнитном поле. Изменение скорости слабых процессов [106,107] может

быть следствием многих причин: воздействия электронной плотности, температуры, плотности вещества, магнитного поля и др., однако асимметрия потока нейтрино по отношению к оси магнитного поля пульсара, обусловленная магнитным полем пульсара, может глобально проявиться в импульсе образующегося пульсара [105, 108—110]. Это предложение для объяснения высоких скоростей пульсаров вызвало заинтересованное обсуждение [99, 111, 112] и расширение подходов к проблеме асимметрии потоков нейтрино (см., например, [113, 114, 115]).

На базе наблюдательно-го материала излучения пульсаров в радиодиапазоне, используя модель ускорения пульсаров за счет выброса нейтрино, удалось создать наблюдательный тест [116, 117], позволяющий определить модуль пространственной скорости пульсара, дополнив тем самым сведения о наблюдаемых тангенциальных скоростях пульсаров.

Следует упомянуть и о такой наблюдаемой характеристике остатков сверхновой, как большая полуось оболочки сверхновой. Вытянутость оболочки сверхновой вдоль направления, совпадающего с осью вращения пульсара, может быть связана с асимметрией потоков излучения и частиц, обусловленной магнитным полем пульсара, через области его магнитных полюсов [118]. При этом нужно учитывать еще и несоосность оси вращения и магнитной оси пульсара, что приводит к расширению угла выхода частиц и излучения.

В заключение следует отметить, что квантовые процессы, развивающиеся в экстремальном внешнем магнитном поле, представляют новую интересную область физических исследований. Можно выразить надежду и уверенность, что развитие этого направления будет иметь не только большое прикладное значение, но и внесет свой вклад в квантовую теорию поля, которой Н.Н.Боголюбов посвятил многие годы своей жизни.

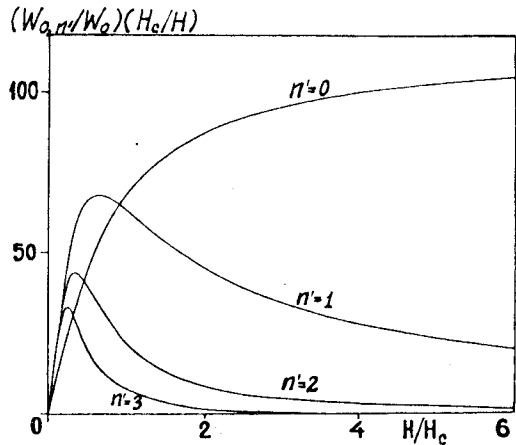


Рис. 16. Парциальные вероятности  $\beta$ -распада нейтрона в состоянии электрона  $n = 0$  и протона в состоянии  $n' = 0, 1, 2, 3$  как функции величины  $H/H_c$ . Парциальные вероятности нормированы на вероятность свободного  $\beta$ -распада нейтрона  $W_0$  и отношение  $H/H_c$ .

Авторы благодарны Н.П.Клепикову, В.Ч.Жуковскому, А.В.Борисову и Б.А.Лысову за многочисленные плодотворные обсуждения и особенно признательны А.П.Крыловой за помощь в подготовке библиографии и Н.А.Соколовой за помощь в подготовке рукописи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боголюбов Н.Н., Струминский Б.В., Тавхелидзе А.Н. — Препринт ОИЯИ Д-1968, Дубна, 1965.
2. Боголюбов Н.Н. — Препринт ОИЯИ Д-781, Дубна, 1961.
3. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. — ДАН СССР, 1955, т.103, с.203.
4. Heisenberg W., Euler H. — Zs. Phys., 1936, vol.98, p.714.
5. Тернов И.М. — В кн.: История и методология естественных наук. М.: Изд. МГУ, 1985, с.3.
6. Тернов И.М., Халилов В.Р., Родионов В.Н. — Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М.: Изд. МГУ, 1982.
7. Соколов А.А., Тернов И.М. — Релятивистский электрон. М.: Наука, 1983.
8. Ритус В.И. — Тр. Физ. инт-та АН СССР. М.: Наука, 1979, т.111, с.5.
9. Гриб А.А., Мамаев С.Г., Мостепаненко В.М. — Вакуумные квантовые эффекты в интенсивных внешних полях. М.: Энергоатомиздат, 1982, с.288.
10. Никишов А.И. — Тр. Физ. ин-та АН СССР. М.: Наука, 1979, с.152.
11. Trümper J., Pietsch W., Reppin C. et al. — Astrophys. J., 1978, vol.219, L105—L110.
12. Soff G., Reinhardt J., Greiner W. — Phys. Rev., 1981, vol.A23, p.701.
13. Koenig W., Bederman E. et al. — Phys. Lett., 1989, vol.218, p.12.
14. Ambjorn J., Olsen P. — Preprint NBI-HE-90-73, 1990, p.1.
15. CERN Cour., 1987, vol.27, 5, p.17.
16. Барышевский В.Г., Тихомиров В.В. — УФН, 1989, т.159, с.529.
17. Sauter F. — Zs. f. Phys., 1931, B69, s.742.
18. Klein O. — Zs. f. Phys., 1929, B53, s.157.
19. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. — Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981.
20. Ритус В.И. — ЖЭТФ, 1975, т.69, с.1517.
21. Schwinger J. — Phys. Rev., 1949, vol.75, p.657.
22. Скалозуб В.В. — ЭЧАЯ, 1985, т.16, с.1005.
23. Bender I., Gromes D., Rothe H.J. — Nuovo Cim., 1976, vol.A32, p.21.
24. Окунь Л.Б. — Лептоны и кварки. М.: Наука, 1990.
25. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В. — Калибровочные поля. М.: Изд. МГУ, 1988.
26. Боголюбов Н.Н., Толмачев В.В., Ширков Д.В. — Новый метод в теории сверхпроводимости. М.: Наука, 1958.
27. Kirznits D.A., Linde A.D. — Phys. Lett., 1972, vol.A28, p.471.
28. Salam A., Strathdee J. — Nucl. Phys., 1975, vol.B90, p.203.
29. Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В. — Квантовые процессы в сильном внешнем поле. М.: Изд. МГУ, 1989.
30. Тернов И.М., Михайлин В.В. — Синхротронное излучение. Теория и эксперимент. М.: Энергоатомиздат, 1986.
31. Тернов И.М., Багров В.Г., Жуковский В.Ч. — Вестник Моск. университета, сер. физ. и астр., 1966, 1, с.30.
32. Багров В.Г., Бордовицын В.А. — Известия ВУЗов. Физика, 1967, 1, с.61.
33. Тернов И.М., Халилов В.Р. — ЯФ, 1982, т.35, с.328.
34. Тернов И.М., Халилов В.Р. — ЖЭТФ, 1981, т.81, с.1953.
35. Крайнов В.П. — ЖЭТФ, 1973, т.64, с.800.

36. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.— Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
37. Бочкарев Н.Г.— Магнитные поля в космосе. М.: Наука, 1985.
38. Sokolov A.A., Ternov I.M.— Radiation from Relativistic Electrons. Amer. Inst. of Phys, New York, 1986.
39. Владимирский В.В.— ЖЭТФ, 1948, т.18, с.392.
40. Schwinger J.— Phys. Rev., 1949, vol.70, p.1912.
41. Соколов А.А., Тернов И.М.— Изв. ВУЗов. Физика, 1967, 10, с.66.
42. Соколов А.А., Тернов И.М.— ЖЭТФ, 1953, т.25, с.698.
43. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.— Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.
44. Соколов А.А., Тернов И.М.— ДАН СССР, 1963, т.153, с.1052.
45. Тернов И.М., Багров В.Г., Бордовицын В.А., Дорофеев О.Ф.— ЖЭТФ, 1968, т.55, с.2273.
46. Клепиков Н.П.— ЖЭТФ, 1954, т.26, с.19.
47. Erber T.— Rev. Mod. Phys., 1966, vol.38, p.626.
48. Тернов И.М.— К развитию теории движения быстрых элементарных частиц с учетом эффектов излучения. Дисс.к.ф.м.н. М., 1954.
49. Соколов А.А., Клепиков Н.П., Тернов И.М.— ЖЭТФ, 1952, т.23, с.632.
50. Schwinger J.— Proc. Nat. Acad. Sci., USA. 1954, vol.40, p.132.
51. Корчуганов В.Н., Кулипанов Г.Н., Мезенцев Н.А. и др.— Препринт ИЯФ СО АН СССР, 77—83, Новосибирск, 1977.
52. Боголюбов Н.Н., Тябликов С.В.— Изв. АН УССР, 1946, 5, с.10.
53. Sands M.— Phys. Rev., 1955, vol.97, p.470.
54. Королев Ф.А., Ершов А.Г.— Докл. АН СССР, 1960, т.134, с.314.
55. Тернов И.М.— Исследования по квантовой теории светящегося электрона. Дис.д.ф.м.н. М., 1961.
56. Соколов А.А., Тернов И.М.— Докл. АН СССР, 1963, т.153, с.1052.
57. Тернов И.М.— ЭЧАЯ, 1986, т.17, с.884.
58. Соколов А.А., Тернов И.М., Багров В.Г., Рзаев Р.А.— В кн.: Синхротронное излучение. М.: Наука, с.72.
59. Тернов И.М., Багров В.Г., Дорофеев О.Ф.— Изв. ВУЗов. Физика, 1968, 10, с.63.
60. Багров В.Г., Дорофеев О.Ф.— Вест. Моск. У-та. Физика, астр. 1966, 2, с.87.
61. Багров В.Г., Дорофеев О.Ф., Каргин Ю.Н., Копытов Г.Ф., Разина Г.К.— Численный анализ спектрального распределения синхротронного излучения. М.: ВИНТИ, 8002-B87, 1987.
62. Соколов А.А., Тернов И.М., Жуковский В.Ч.— Квантовая механика. М.: Наука, 1979.
63. Bargman V., Michel L., Telegdi V.— Phys. Rev. Lett., 1959, vol.2, 10, p.435.
64. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Ландау Л.Д.— Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.
65. Тернов И.М.— ЖЭТФ, 1990, т.98, с.1169.
66. Бордовицын В.А.— Спиновые свойства релятивистских частиц в классической, квазиклассической и квантовой теории во внешних электромагнитных полях. Дис.д.ф.м.н. Москва-Томск. 1983.
67. Тернов И.М., Багров В.Г., Хапаев А.М.— ЖЭТФ, 1965, т.48, с.921.
68. Багров В.Г.— Движение и излучение релятивистских частиц во внешних электромагнитных полях. Дис.д.ф.м.н. М., 1969.
69. Матвеев А.Н.— ЖЭТФ, 1956, т.31, с.479.
70. Дорофеев О.Ф.— Движение и излучение слабозбужденных электронов в магнитном поле. Дис.к.ф.м.н. М., 1968.
71. Багров В.Г.— Автореферат дисс. к.ф.м.н. М., МГУ, 1964.
72. Тернов И.М., Халилов В.Р., Родионов В.Н., Лобанов А.Е.— ТМФ, 1980, т.45, с.377.

73. Froissart M., Stora R.— Nucl. Instr. and Methods, 1960, vol.7, p.297.
74. Schwinger J.— Phys. Rev., 1948, vol.73, p.416.
75. Gupta N.D.S.— Zs. Phys., 1967, vol.201, p.222.
76. Luttinger J.M.— Phys. Rev., 1948, vol.74, p.893.
77. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М.— ЯФ, 1976, т.24, с.379.
78. Тернов И.М., Халилов В.Р., Родионов В.Н., Клименко Ю.И.— ЖЭТФ, 1978, т.74, с.1201.
79. Тернов И.М., Родионов В.Н., Студеникин А.И.— В кн.: Проблемы квантовой метрологии. Л.: Энергоатомиздат, 1985, с.15.
80. Филд Дж., Пикассо Э., Комбин Ф.— УФН, 1987, т.127, с.553.
81. Dyck R.S., Schwinberg P.B., Dehmelt H.G.— Phys. Rev., 1986, vol.34, p.722.
82. De Raad Jr., Haridass N.D., Milton K.A.— Phys. Rev., 1974, vol.D8, p.1809.
83. Электромагнитные взаимодействия и структура элементарных частиц. Под ред. А.М.Балдина. М.: Мир, 1969.
84. Serebnyakov S.I., Sidorov V.A., Skrinsky A.N. et al. — Phys. Lett., 1977, vol.B66, p.102.
85. Исаев П.С.— Квантовая электродинамика в области высоких энергий. М.: Энергоатомиздат, 1984.
86. Michel F.G.— Rev. Mod. Phys., 1982, vol.54, p.1.
87. Goldreich P., Julian W.H.— Astron. J., 1969, vol.157, p.809.
88. Ruderman M.A., Sutherland P.S.— Astrophys. J., 1975, vol.196, p.51.
89. Смит Ф.Г.— Пульсары. М.: Мир, 1979.
90. Komisaroff M.M.— Nature, 1970, vol.205, p.612.
91. Sturrok P.A.— Astrophys. J., 1971, vol.164, p.529.
92. Goldreich P.— Proc. Astr. Soc. Australia, 1969, vol.1, p.227.
93. Шкловский И.С.— Звезды: их рождение, жизнь и смерть. М.: Наука, 1984.
94. Псковский Ю.П.— Новые и сверхновые звезды. М.: Наука, 1985.
95. Vaade W., Zwicky F.— Phys. Rev., 1934, vol.45, p.138.
96. Gamov G., Schoenberg M.— Phys. Rev., 1940, vol.58, p.1117.
97. Gamov G., Schoenberg M.— Phys. Rev., 1941, vol.59, p.539.
98. Имшенник В.С., Надеждин Д.К. — Итоги науки и техники. Сер. Астрономия, М.: ВИНТИ, 1982, т.21, с.63.
99. Блинные С.И., Лозинская Т.А., Чугай Н.Н.— Итоги науки и техники. Сер. Астрономия. М.: ВИНТИ, 1987, т.32, с.142.
100. Janka H.-T., Monchmayer R.— Astron. Astrophys., 1989, vol.209, p.15.
101. Коровина Л.И.— Изв. ВУЗов. Физика, 1964, 2, с.86.
102. Тернов И.М., Лысов Б.А., Коровина Л.И.— Вест. Моск. ун-та. Физика. Астрономия, 1965, 5, с.58.
103. Захарцов В.М., Лоскутов Ю.М. — Вест. Моск. ун-та. Физика. Астрономия, 1985, 2, с.24.
104. Дорофеев О.Ф., Лысов Б.А., Павлова О.С., Тернов И.М.— Препринт физ. ф-та МГУ 30/1986, 1986.
105. Дорофеев О.Ф., Родионов В.Н., Тернов И.М.— Препринт физ. ф-та МГУ 13/1984, 1984.; Письма в ЖЭТФ, 1984, т.39, с.159. Письма в Астрон. журн., 1985, т.11, с.302.
106. Byrne J.— Physique, 1984, vol.45, p.C3-31.
107. Vilenkin A.— Nature, 1979, vol.280, p.569.
108. Чугай Н.Н.— Письма в Астрон. журн., 1984, т.10, с.210.
109. Лоскутов Ю.М.— Письма в ЖЭТФ, 1984, т.39, с.438.
110. Тернов И.М., Родионов В.Н., Дорофеев О.Ф.— ЭЧАЯ, 1989, т.21, с.51.
111. Родионов В.Н., Старчеус С.Г., Тасев М.А., Тернов И.М.— ЖЭТФ, 1988, т.94, с.56.
112. Лоскутов Ю.М., Парфенов К.В.— Вестн. Моск. ун-та. Физика. Астрономия, 1989, т.30, 5, с.5.



113. Бисноватый-Коган Г.С.— Физические вопросы теории звездной эволюции. М.: Наука, 1989, с.352.
114. Липунов В.М.— Астрофизика нейтронных звезд. М.: Наука, 1987.
115. Воскресенский Д.Н., Сенаторов А.В.— ЖЭТФ, 1986, т.90, с.1505.
116. Псковский Ю.П., Дорофеев О.Ф.— Астрон. циркуляр, 1987, 1504, с.1.; Nature, 1989, vol.340, 6225, p.701.; J.Astrophys. Astr., 1990, vol.11, p.507.
117. Graham-Smith F.— Nature, 1989, vol.340, 6225, p.680.
118. Псковский Ю.П., Дорофеев О.Ф.— Астрон. циркуляр, 1990, 1544, с.5.