

## ЭЛЕКТРОННОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ: СТАТУС И ПЕРСПЕКТИВЫ

*И.Н.Мешков*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Электронное охлаждение, ставшее сегодня «нормальным» инструментом ускорительной техники, позволяет формировать в накопителях тяжелых заряженных частиц интенсивные плотные пучки с малым эмиттансом и малым разбросом частиц по импульсу. Девять таких накопителей, так называемых кулеров, — один антипротонный и восемь ионных, действующих сегодня в лабораториях Европы, США и Японии, существенно обогатили экспериментальные возможности исследований по физике элементарных частиц и атомного ядра. В обзоре рассматривается современное состояние метода электронного охлаждения и его применений. Специальное внимание уделяется описанию и анализу результатов экспериментов по охлаждению многозарядных ионов, проведенных в последние годы. С целью систематизации имеющихся физических представлений, а также облегчения знакомства с предметом при первом чтении дано описание физики метода.

The electron cooling method became now conventional instrument of accelerator technique. Storage rings with electron cooling — the so-called coolers, permit generation of very dense and high intensive beams of charged heavy particles — protons, antiprotons, ions. Nine such coolers — one for antiproton and eight for ions are operating effectively now in laboratories for high energy and nuclear physics. The review of the present understanding and of related problems is given in this report. The description and analysis of the results of electron cooling experiments recently obtained are given. An effort of the systematization of present theory is made, and this part of the report can help as a first knowledge of electron cooling physics.

### ВВЕДЕНИЕ

Метод электронного охлаждения имеет уже почти тридцатилетнюю историю развития, от первой идеи Г.И.Будкера [1], основанной на модели двухкомпонентной электрон-ионной плазмы, к весьма богатой физике столкновений в замагниченном электронном пучке со «сплюснутым распределением» электронов по скоростям. Метод позволяет создать в пучке заряженных частиц эффективное трение, уменьшающее его трехмерный фа-

зовый объем — эмиттанс пучка и разброс его частиц по энергии. В результате формируется плотный и холодный пучок тяжелых заряженных частиц.

Идея Г.И.Будкера родилась в поисках пути повышения плотности и, соответственно, светимости встречных протон-протонных пучков. Позднее (предложение А.Н.Скринского) была понята возможность накопления антипротонов [2] и реализации встречных  $\bar{p}p$ -пучков.

В отличие от радиационного охлаждения, сжимающего фазовый объем пучка благодаря потерям частицами энергии на излучение, в методе электронного охлаждения в пучок вносится посторонний «абсорбер» энергии.

В принципе, можно использовать в качестве такого абсорбера атомарные электроны и, соответственно, ионизационные потери как механизм трения. К сожалению, природа не сделала такого щедрого подарка — ионизационное трение [3] не работает для барионов, т.к. потери частиц в сильном взаимодействии с атомными ядрами вещества абсорбера резко ограничивают время жизни пучка\*. Тем не менее ионизационное трение рассматривается сегодня как практически интересный способ охлаждения пучков тяжелых лептонов («muon-cooling», см. публикации в сборнике [4]).

Идея Будкера имела два замечательных момента: во-первых, в качестве абсорбера использовались свободные электроны (электронный газ), во-вторых, средняя скорость этих электронов совпадала со средней скоростью охлаждаемых частиц\*\*. В итоге появилась схема встречающихся (но не встречных, а попутных) пучков — охлаждаемого пучка частиц и охлаждающего электронного. И нужно было обладать определенной смелостью (если не нахальством!), чтобы решиться на реализацию такого предложения.

Впервые электронное охлаждение было осуществлено в 1974 г. в экспериментах по охлаждению пучка протонов с энергией 68 МэВ на накопителе НАП-М в Институте ядерной физики в Новосибирске [5].

К счастью, методу электронного охлаждения «повезло» с самого начала: схема с транспортировкой электронного пучка в продольном магнитном поле, выбранная уже в первой системе охлаждения [6,7], оказалась очень эффективной. Мало того, что она позволила сформировать интенсивный электронный пучок с малым угловым разбросом и крайне низкими поте-

\* Действительно, этот эффект ограничивает время жизни частицы, циркулирующей в накопителе, величиной  $\tau = (\sigma n_0 v) \sim (10^{-26} \text{ см}^2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3} \cdot 10^{10} \text{ см/с})^{-1} = 10 \text{ с}$ , где  $\sigma$  — сечение ядерных взаимодействий,  $n_0$  — средняя по траектории плотность абсорбера,  $v$  — скорость частиц.

\*\* Отметим очевидное, но очень удобное для численных оценок соотношение: величины энергий протона и электрона относятся при равенстве их скоростей (в том числе релятивистских) как их массы (1836,1). В случае ионов это утверждение справедливо для энергии, приходящейся на один нуклон.

рями электронов, выяснилось, что при охлаждении замагниченными электронами резко увеличиваются скорость и глубина охлаждения. Этот эффект был обнаружен экспериментально [8], а его исследование и анализ, состоявшиеся, в основном, в конце 70-х годов [9,3,10], продолжают до сих пор, принося все новые сведения о природе пучков заряженных частиц.

Любопытна и довольно поучительна история обнаружения этого эффекта. Первые эксперименты [5] дали хорошее согласие с предсказаниями пионерской работы Г.И.Будкера [1]. В следующей серии, проведенной после улучшения стабильности энергии электронов и однородности магнитного поля, было получено на порядок меньшее значение времени охлаждения [8]. Это открытие дало толчок развитию представлений о структуре электронного пучка (т.н. сплющенное распределение, эффекты электронной релаксации и др., см. разд.4) и ее влиянии на эффективность электронного охлаждения (пп.1.3,1.4).

В конце 70-х — начале 80-х годов электронное охлаждение протонов было успешно продемонстрировано в ЦЕРН [11] и FNAL [12]. До середины 80-х годов шло дальнейшее развитие метода. Тогда же были сделаны первые эксперименты по изучению глубоко охлажденных пучков и обнаружены эффекты упорядочения расположения частиц вдоль продольной степени свободы [13]. Эти работы положили начало новому направлению в физике пучков («кристаллические пучки» [14]), активно развиваемому сегодня.

Тем не менее до середины 80-х годов, несмотря на множество многообещающих предложений (см., например, [9,15]), электронное охлаждение не находило реальных практических приложений. Оппоненты даже были склонны считать этот метод не более чем красивой «игрушкой», не имеющей практического смысла. Это особенно подчеркивал грандиозный успех, достигнутый в ЦЕРН благодаря методу стохастического охлаждения, предложенному С.Ван дер Меером также в начале 60-х годов [16]. Осуществленное с помощью этого метода накопление антипротонов позволило создать протон-антипротонный коллайдер, на котором впервые были получены  $W$ - и  $Z$ -бозоны — переносчики слабого взаимодействия. Ситуация изменилась в конце 80-х — начале 90-х годов, когда один за другим стали входить в строй ионные накопители с электронным охлаждением — так называемые кулеры (табл.1). Представление об их возможностях дают результаты экспериментов по накоплению и охлаждению ионных пучков (табл.2 [17]). Принципиальная схема кулера не претерпела существенных изменений с момента сооружения первого такого накопителя НАП-М (накопитель антипротонов — модель, рис.1) в ИЯФ и его системы электронного охлаждения ЭПОХА (электронный пучок, охлаждающий антипротоны, рис.2) [6,7]: накопитель имеет два (или более) прямолинейных промежутка, один из которых используется для сведения электронного пучка с пучком охлаждаемых частиц. Электроны транспортируются в продольном магнитном

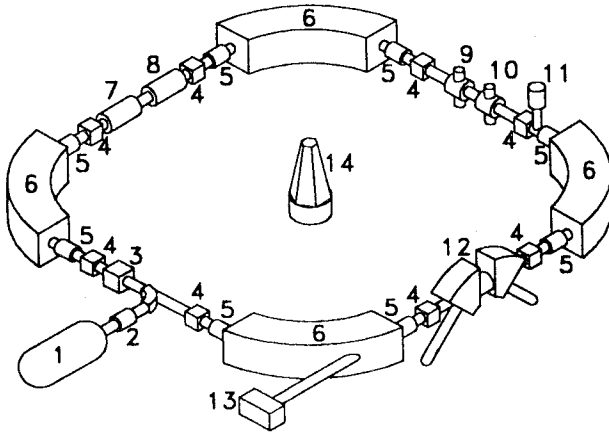


Рис. 1. Схема накопителя НАП-М: 1 — инжектор, 2 — канал инжекции, 3 — инфлектор, 4 — пикап-станция, 5 — квадрупольная линза, 6 — поворотный магнит, 7 — ускоряющий резонатор, 8 — дефлектор возбуждения бетатронных колебаний, 9 — кварцевая нить, пересекающая пучок, 10 — парамагнетическая струя, 11 — сцинтилляционный счетчик регистрации рассеянных нитью протонов, 12 — установка электронного охлаждения, 13 — детектор нейтральных атомов водорода (двухкоординатная пропорциональная камера), 14 — геодезический знак

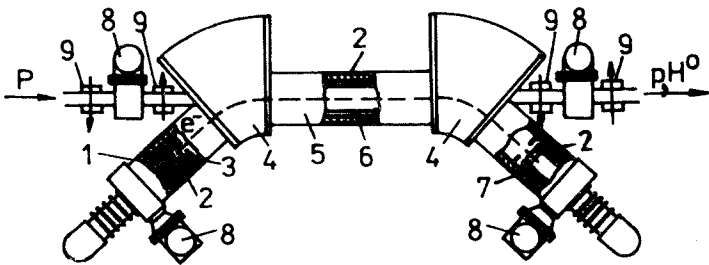


Рис. 2. Схема установки ЭПОХА: 1 — электронная пушка, 2 — прямолинейные соленоиды, 3 — аноды электронной пушки, 4 — тороидальные соленоиды, 5 — участок охлаждения, 6 — вакуумная камера, 7 — коллектор электронного пучка, 8 — вакуумные насосы, 9 — диполи коррекции траектории протонов ( $pp'$ ),  $H^0$  — выход атомов водорода

Таблица 1. Накопители с электронным охлаждением

Название накопителя	НАП-М, Новосибирск	ICE, CERN	Test Ring, FNAL	LEAR, CERN	MOCOL, Новосибирск	IUC COOLER, Блумингтон	TSR, Гейдельберг	TARN-II, Токио	ASTRID, Аарус	ESR, Дармштадт	CELSIUS, Уппсала	CRYRING, Стокгольм	COSY, Юник	K4, Дубна	K10, Дубна
Периметр, м	47	74	1,35	78,6	длина 3м	86,8	55,4	77,8	40	108,4	81,8	51,6	184	83,12	146,24
Магнитная жесткость, Тл·м	1,5	1,0	2,1	2		3,6	1,5	6,1	1,87	10	7	1,44	11	4	10
Энергия частиц, МэВ/нуклон	1,5-85	46	200	64	0,85	500	30	100	50	30-560	340(1360)	0,3-24	40-2500	170	330
Тип ионов	p	p	p	p	p, H	A ≤ 7	A ≤ 127	A ≤ 20	A ≤ 238	A ≤ 238	A ≤ 40		p	A ≤ 238	A ≤ 238
Горизонтальный аксептанс, тт мм·град	80	60		100	25	500	260	260	450	450	120	200	180	50	25
Вертикальный аксептанс, тт мм·град	80	30		48	25	120	15	15	150	150	120	100	36	50	25
Продольный аксептанс, Δ p/p, %	1,0	0,5		0,5	±0,2	±3	±3	±0,1	±2	±2	±0,3	±1,7	±0,5	1,0	2,0
Длина секции охлаждения, м	1	1,5			2,4	2,8	1,5	1,5	2,5	2,5	2,5	1,1	2	2,5	2,5
Q <sub>h</sub>	1,2			2,305		4,15	2,75	1,75	2,29	2,1-2,45	1,68	2,3	3,38	2,4	2,8
Q <sub>v</sub>	1,4			2,73		5,15	2,825	1,8	2,73	2,1-2,45	1,9	2,27	3,38	2,8	3,3
β <sub>h</sub> в секции охлаждения, м	5,5			1,9		2,3	5,5	10	8	8	8,14	2,3	10	10,9	5,6
β <sub>v</sub> в секции охлаждения, м	5,5			5,3		4	5,7	4	8-10	8-10	5,04	2,9	10	6,3	5,8
охлаждения, м				3,6		0	0-1	4,7	0-6	0-6	1,48	1,6	0	0	0
охлаждения, м				√22		4,85	2,96	1,88	2,7	2,7	2,605	2,23	2,2	5,26	2,36
Дисперсия в секции охлаждения, м				с 1988	1986-88	с 1988	с 1988	с 1989	1993	1990	1989	1992	1992	1996	1997
γ <sub>tr</sub>	1,117			с 1988											
Работа с электрон. охлаждением	1974-84	1979-80	1980-82	с 1988											
Диаметр пучка, см	1	5	5	5	0,2	2,54	5	5	5	5	2	4	2,54	3	3
Энергия электронного пучка, кэВ	0,8-46	26	111	35	0,470	10-270	3-20	≤ 130	27	10-320	10-300	2-20	100	15-100	100-250
Ток электронного пучка, А	0,02-0,8	2,2	3,0	3,0	0,015	0-4,8	1	≤ 10	3	0,5-5	0-2,8	0,001-3	3	0,8-5	6
Магнитное поле, кГс	1,0	0,6		0,6		1-1,5	0,55	1,2	0,1-2,5	0,1-2,5	0,5-2	2,5	0,8	1-2	2
Вакуум в секции охлаждения, Торр	5·10 <sup>-10</sup>	2·10 <sup>-9</sup>	1·10 <sup>-10</sup>	2·10 <sup>-12</sup>	1·10 <sup>-10</sup>	1·10 <sup>-9</sup>	< 10 <sup>-11</sup>	10 <sup>-11</sup>	10 <sup>-12</sup>	< 10 <sup>-10</sup>	10 <sup>-11</sup>	10 <sup>-11</sup>	1·10 <sup>-10</sup>	1·10 <sup>-9</sup>	1·10 <sup>-9</sup>

Таблица 2. Параметры ионных пучков, накапливаемых в кулерах

Название накопителя	Ион	Энергия, МэВ/нуклон	N	I, мА
LEAR	O <sup>8+</sup>	12,5	1·10 <sup>9</sup>	0,8
TSR	C <sup>6+</sup>	6,1	3,7·10 <sup>10</sup>	18
	Si <sup>14+</sup>	4,1	6·10 <sup>8</sup>	1,0
	S <sup>16+</sup>	6,1	8·10 <sup>8</sup>	1,5
ESR	Ne <sup>10+</sup>	250	2,5·10 <sup>8</sup>	7,0
	Ar <sup>18+</sup>	250	4·10 <sup>8</sup>	2,0
	Kr <sup>36+</sup>	150	1·10 <sup>8</sup>	0,9
	Xe <sup>54+</sup>	250	4·10 <sup>8</sup>	6,0
	Dy <sup>66+</sup>	297	1·10 <sup>8</sup>	2,0
	Au <sup>79+</sup>	300	4·10 <sup>8</sup>	0,1
	Bi <sup>82+</sup>	230	5·10 <sup>8</sup>	1,2
TARN-II	N <sup>7+</sup>	—	1·10 <sup>6</sup>	—
CELSIUS	O <sup>8+</sup>	—	3·10 <sup>8</sup>	—

поле от катода пушки через участок охлаждения в коллектор, находящийся под потенциалом несколько выше катодного (схема рекуперации энергии). Охлаждаемые частицы, циркулирующие в накопителе, проходят участок охлаждения многократно, взаимодействуя каждый раз со свежей порцией электронов. В этом отношении система охлаждения аналогична рефрижератору, в котором электронный пучок играет роль «хладагента», переносящего тепло от нагретого тела — пучка частиц к приемнику — источнику напряжения между катодом электронной пушки и коллектором электронов.

Техника электронного охлаждения развивается по нескольким направлениям, имеющим общей целью повышение его эффективности и расширение области применений. К ним относятся (см. [4]):

— генерация электронных пучков с предельной плотностью тока при минимально достижимой температуре электронов — электронные пушки с «адиабатической оптикой», «адиабатическим ускорением», фотокатодами;

— формирование электронных пучков в устройствах с нейтрализацией пространственного заряда электронов;

— то же — в адиабатически: медленно спадающем магнитном поле, что позволяет уменьшить поперечную температуру электронов (за счет увеличения продольной);

— расширение диапазона энергии электронов в мегаэлектронвольтовую область;

— создание эффективных рекуператоров энергии электронов.

С появлением кулеров в ядерно-физических исследованиях открылась качественно новая возможность — постановка прецизионных экспериментов на пучках с крайне малым (до  $10^{-6}$ ) разбросом по энергии и сверхтонких внутренних мишенях (п.7.2); масс-спектрометрия сверхвысокого разрешения, разделение и накопление долгоживущих изотопов и изомеров (п.7.3).

Аналогичные возможности появились и в атомной физике, где, в частности, в качестве мишени используется охлаждающий электронный лучок. Здесь же следует упомянуть «лазерное охлаждение», ставшее реальностью благодаря холодным ионным пучкам в кулерах (п.7.4).

Благодаря электронному охлаждению в физике пучков заряженных частиц получило второе рождение новое направление — так называемые кристаллические пучки [13,14], представляющие большой интерес для физики твердого тела как модель кристалла (п.6.2).

Метод электронного охлаждения сегодня не только не потерял своей ценности как метод накопления и формирования пучков заряженных частиц, а, скорее, вышел на передний план по значимости. В соревновании со стохастическим охлаждением четко определились области применения каждого из методов. Стохастическое охлаждение имеет преимущество при первичном охлаждении пучков с большим эмиттансом (100 пм-мрад и более) и умеренной интенсивностью, особенно если не требуется глубокого охлаждения до малых значений эмиттанса и разброса по энергии, оно слабо чувствительно к энергии частиц. Электронное охлаждение выгодно применять для формирования и накопления интенсивных пучков с относительно небольшим эмиттансом, оно является единственным способом получения глубоко охлажденных пучков с большой плотностью пространственного заряда.

Метод электронного охлаждения можно использовать также для охлаждения пучков позитронов [18], что позволяет построить эффективный генератор атомов антиводорода (разд.8).

В данном обзоре обсуждение ограничено областью энергий тяжелых частиц порядка 500 МэВ/нуклон. Отдельную проблему, здесь не рассматриваемую, представляет электронное охлаждение в области ультрарелятивистских энергий, где единственно возможным «холодильником» представляется сегодня специальный электронный накопитель, в котором низкая температура электронов поддерживается радиационным трением [19,20]. Эта задача не вышла до сих пор за рамки теоретических работ.

Чтобы дать представление о характерных величинах, в обзоре приведены численные оценки для некоторого «типичного» накопителя с электронным охлаждением, параметры которого приведены в табл.3.

Таблица 3. Типичные параметры накопителя с электронным охлаждением

Энергия охлаждаемых частиц, МэВ/нуклон	55
Параметры электронного пучка	
Энергия электронов, кэВ	30
Средняя скорость, см/с	$1 \cdot 10^{10}$
Диаметр пучка, см	3
Плотность тока, А/см <sup>2</sup>	0,5
Плазменная частота, с <sup>-1</sup>	$1 \cdot 10^9$
Среднее расстояние между электронами, см	$1,5 \cdot 10^{-3}$
Угловой разброс, мрад	3
Разброс поперечных скоростей электронов, см/с	$3 \cdot 10^7$
Поперечная температура электронов, эВ	0,5
Разброс продольных скоростей электронов, см/с	$4 \cdot 10^5$
Продольная температура электронов, эВ	$2 \cdot 10^4$
Магнитное поле системы охл., кГс	1,0
Циклотронная частота электронов, с <sup>-1</sup>	$1,8 \cdot 10^{10}$
Плазменная частота электронов, с <sup>-1</sup>	$1 \cdot 10^9$
Параметры пучка частиц до охлаждения	
Угловой разброс, мрад	5
Разброс по импульсу	$5 \cdot 10^{-3}$
Скорость частиц в системе электронов, см/с	$5 \cdot 10^7$
Параметры накопителя	
Периметр С, м	75
Период обращения частиц, мкс	0,75
Длина участка охлаждения $l_{cool}$ , м	1,5
$\eta = l_{cool}/C$	0,02
Акцептанс, мм·мрад	40π
Бетаатронные и дисперсионная функции, м	5,0
Вакуум, Торр	$1 \cdot 10^{-10}$

## 1. ФИЗИКА ЭЛЕКТРОННОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

**1.1. Тяжелая частица в электронном газе.** Схема электронного охлаждения предполагает, что средние скорости частиц охлаждаемого пучка и охлаждающих электронов равны или слабо отличаются. Поэтому для описания картины взаимодействия удобно перейти в систему электронов, движущуюся со средней скоростью электронов  $v_0$ . Частица, имеющая в этой системе некоторую скорость  $V$ , испытывает кулоновское соударение с электронами (скорость которых  $v$ ), и действие этих соударений совершенно аналогично ионизационным потерям при движении заряженной частицы в среде.



Поэтому выражение для силы трения, действующей на частицу с зарядом  $ze$  в ультрахолодном электронном газе, можно написать

$$\mathbf{F} = -\frac{\mathbf{V}}{V} \frac{d\mathcal{E}}{dx} = -\frac{\mathbf{V}}{V} \frac{4\pi q L_C}{mV^2}, \quad (1.1)$$

$$q = n_e z^2 e^4, \quad L_C = \ln(\rho_{\max}/\rho_{\min}), \quad (1.2)$$

где  $n_e$  — плотность электронов,  $m$ ,  $e$  — масса и заряд электрона,  $L_C$  — так называемый кулоновский логарифм,  $\rho_{\max}$ ,  $\rho_{\min}$  — максимальное и минимальное значения прицельного параметра кулоновских соударений. Обычно выбирают

$$\rho_{\min} = \frac{ze^2}{mV^2} \approx (1+3) \cdot 10^7 z \text{ см}, \quad (1.3)$$

что соответствует рассеянию электрона, соударяющегося с частицей, на угол порядка  $\pi/2$ .

В среде, где частица сталкивается с атомарными электронами, естественно принять  $\rho_{\max}$  порядка размера атома, т.е.  $\rho_{\max} \approx e^2/E_{\text{ион}}$ . Это приводит к известной формуле ионизационных потерь для нерелятивистской частицы.

В электронном газе  $\rho_{\max}$  ограничено минимальным из трех параметров:

$$\rho_{\max} = \min \begin{cases} a \\ R_D \equiv \frac{\langle |U| \rangle}{\omega_{pe}} \approx 0,05 \text{ см} \\ \langle |U| \rangle \tau \approx 0,5 \text{ см}, \end{cases} \quad (1.4)$$

где  $a$  — радиус электронного пучка («облака»),  $R_D$  — радиус дебаевского экранирования,

$$\omega_{pe} = \sqrt{4\pi n_e e^2/m} \approx 10^9 \text{ с}^{-1} \quad (1.5)$$

— электронная плазменная частота,

$$\mathbf{U} = \mathbf{V} - \mathbf{v} \quad (1.6)$$

— относительная скорость частицы и соударяющегося с ней электрона в системе электронов,  $\tau$  — время пролета частицы через участок охлаждения. Первый критерий очевиден, второй дает оценку размера, на котором электроны «чувствуют» заряд частицы в электронном газе, третий

следует из классической схемы соударения, длительность которого  $\Delta t \approx \rho \Lambda U$ . Оценки (1.3), (1.4) дают  $L_C \approx 15$ . Формула (1.1) справедлива для достаточно холодного электронного газа, в котором

$$\sqrt{\langle v^2 \rangle} \equiv \Delta_e \ll V.$$

В общем случае следует учесть распределение электронов по скоростям, что, с очевидностью, приводит к выражению для силы трения:

$$\mathbf{F} = -\frac{4\pi q L_C}{m} \int \frac{\mathbf{U}}{U^3} f(\mathbf{v}) d^3v, \quad \mathbf{U} = \mathbf{V} - \mathbf{v}. \quad (1.7)$$

Интеграл берется по пространству скоростей электронов. Здесь не учитывается слабая логарифмическая зависимость  $L_C$  от  $v$ .

Важной особенностью формулы (1.7) является ее полная аналогия с выражением для кулоновского поля системы зарядов с плотностью

$$\rho_{\text{equ}} = -\frac{4\pi q L_C}{m} f(\mathbf{v}). \quad (1.8)$$

Эта аналогия позволяет существенно упростить вычисление силы трения в конкретных случаях (см. ниже). Можно сразу указать два частных случая больших и малых скоростей частицы:

$$\mathbf{F} = (\mathbf{v}_p) \simeq -\frac{4\pi q L_C}{m} \begin{cases} \frac{\mathbf{V}}{V^3}, & V \gg \Delta_e \\ \frac{\mathbf{V}}{\Delta_e^3}, & V \ll \Delta_e. \end{cases} \quad (1.9)$$

Очевидно, что сила трения максимальна вблизи  $V \approx \Delta_e$  (см. рис.7).

В соударениях с электронами передаваемый частице импульс можно разложить на две составляющие — вдоль и поперек  $\mathbf{U}$  — вектора относительной скорости частиц до соударения. Среднее по многим соударениям значение продольной компоненты дает силу трения (1.7), тогда как среднее значение поперечной компоненты равно нулю. Однако средний квадрат последней отличен от нуля, и физически это есть не что иное, как многократное рассеяние на электронах, или процесс поперечной диффузии. Это особенно отчетливо видно на примере холодного электронного газа, когда вектор скорости частицы  $\mathbf{v}_p$  отклоняется со временем от первоначального направления как  $\sqrt{t}$ . Воспользовавшись известной формулой многократного рассеяния, можно записать с учетом разброса электронов по скоростям:

$$\frac{d\langle p_x^2 \rangle}{dt} = \frac{d\langle p_y^2 \rangle}{dt} = 4\pi qL_C \int_{\mathbf{v}} \frac{f(\mathbf{v})}{U} d^3v, \quad (1.10)$$

где  $x, y$  — направления координатных осей, ортогональные начальному направлению скорости частицы  $\mathbf{V} = \mathbf{e}_z V$ . Эти формулы могут быть получены, естественно, в результате строгого анализа процесса соударений частицы с электронами (подробнее см. обзор [21]). В общем случае произвольной ориентации осей координат относительно начального направления вектора  $\mathbf{V}$  вместо (1.10) появляется тензор диффузии [21,10,20]:

$$D_{\alpha\beta} = \frac{d\langle \Delta p_\alpha \Delta p_\beta \rangle}{dt} = 4\pi qL_C \int_{\mathbf{v}} \frac{U^2 \delta_{\alpha\beta} - U_\alpha U_\beta}{U^3} f(\mathbf{v}) d^3v. \quad (1.11)$$

Для случая изотропного распределения электронов по скоростям этот тензор имеет только три ненулевые компоненты — вдоль его главной диагонали. Их сумма дает скорость изменения полной энергии частицы (с массой  $M$ ):

$$\frac{d\langle \mathcal{E} \rangle}{dt} = \frac{1}{2M} \frac{d\langle p^2 \rangle}{dt} = \frac{1}{2M} \sum_{\alpha=1}^3 D_{\alpha\alpha} = \frac{4\pi qL_C}{M} \int \frac{f(\mathbf{v})}{U} d^3v. \quad (1.12)$$

Но это нагрев, а не охлаждение, создаваемое силой трения (1.7). В чем же дело? Ответ следует из общей картины поведения частицы в электронном газе: под действием силы трения (1.7) частица теряет свою скорость, которая в среднем падает до нуля, т.е. частица останавливается. Продолжающиеся соударения с «горячими» электронами вызывают флуктуации скорости частицы, средний квадрат которых также ограничен трением — охлаждением. Таким образом, поведение заданной компоненты скорости (импульса) частицы описывается уравнением баланса (уравнение Ланжевена):

$$\frac{1}{2M} \frac{d\overline{\Delta p_\alpha^2}}{dt} = \overline{P_\alpha} + \overline{Q_\alpha}, \quad \alpha = 1, 2, 3, \quad (1.13)$$

$$P_\alpha = F_\alpha v_\alpha, \quad Q_\alpha = \frac{1}{2M} \sum_{\beta} D_{\alpha\beta}.$$

Здесь черта означает усреднение по времени,  $P_\alpha$  — мощность  $\alpha$ -компоненты силы трения,  $Q_\alpha$  — мощность диффузионного нагрева по той же компоненте.

Переход от одной частицы к пучку, пересекающему электронный газ, очевиден — это переход от усреднения по времени к усреднению по частицам:

$$\frac{1}{2M} \frac{d}{dt} \langle \Delta p_\alpha^2 \rangle = \langle P_\alpha \rangle + \langle Q_\alpha \rangle. \quad (1.14)$$

**1.2. Изотропный газ максвелловских электронов.** Формулы предыдущего раздела интегрируются аналитически в случае изотропного максвелловского распределения частиц и электронов по скоростям:

$$f(\mathbf{v})d^3v = \left( \frac{M}{2\pi T} \right)^{3/2} e^{-\mu v^2/2T} v^2 dv d\Omega, \quad (1.15)$$

$$T = \begin{cases} T_p \\ T_e \end{cases}, \quad \mathbf{v} = \begin{cases} \mathbf{V} \\ \mathbf{v} \end{cases}, \quad \mu = \begin{cases} M & \text{— частицы} \\ m & \text{— электроны} \end{cases},$$

$$T \equiv \mu \Delta^2, \quad \Delta^2 = \langle v_\alpha^2 \rangle, \quad \alpha = \{x, y, z\}.$$

Поскольку функция распределения изотропна, удобно воспользоваться кулоновской аналогией. В данном случае сила трения (1.7) аналогична электрическому полю системы зарядов с изотропным распределением плотности (1.8), (1.15). Применение теоремы Гаусса дает

$$\mathbf{F}_{\text{Maxw}}(\mathbf{V}) = -\frac{\mathbf{V}}{V^3} \frac{4\pi qL_C}{m} \varphi(V), \quad (1.16)$$

где универсальная функция  $\varphi(x)$  выражается через интеграл ошибок:

$$\varphi(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x e^{-y^2/2} dy - \sqrt{\frac{2}{\pi}} x e^{-x^2/2}, \quad (1.17)$$

$$x = \sqrt{\frac{mV^2}{T_e}} = \frac{V}{\Delta_e}.$$

Функция  $\varphi(x)$  имеет максимум в точке  $x = 1,3675$ , а ее асимптотики позволяют записать аналогично (1.9):

$$\mathbf{F}_{\text{Maxw}}(\mathbf{V}) \approx -\frac{4\pi qL_C}{m} \begin{cases} \frac{\mathbf{V}}{V^3}, & V_p \gg \Delta_e, \\ \sqrt{\frac{2}{9\pi}} \frac{\mathbf{V}}{\Delta_e}, & V_p \ll \Delta_e. \end{cases} \quad (1.18)$$

Средняя по ансамблю максвелловских частиц мощность силы трения получается усреднением по частицам:

$$P_{\text{Maxw}} = \left\langle \sum_{\alpha=1}^3 F_{\alpha} V_{\alpha} \right\rangle = \int_{\mathbf{V}} (\mathbf{F}_{\text{Maxw}} \cdot \mathbf{V}) f(\mathbf{V}) d^3V.$$

После подстановки сюда (1.16), (1.17) и интегрирования по частям найдем

$$P_{\text{Maxw}} = - \frac{4\sqrt{2\pi} q L_C}{Mm} \frac{T_p}{\left(\frac{T_p}{M} + \frac{T_e}{m}\right)^{3/2}}. \quad (1.19)$$

Аналогично вычисляется мощность диффузионного нагрева

$$Q_{\text{Maxw}} = \frac{1}{2M} \left\langle \sum_{\alpha, \beta=1}^3 D_{\alpha\beta} \right\rangle = \frac{4\pi q L_C}{M} \int_{\mathbf{V}} f(\mathbf{V}) \int \frac{f(\mathbf{v})}{U} d^3v d^3V.$$

Замена переменных  $\mathbf{x} = \mathbf{V} - \mathbf{v}$ ,  $\mathbf{y} = \mathbf{V} + \mathbf{v}$  упрощает процедуру интегрирования, что дает

$$Q_{\text{Maxw}} = \frac{4\sqrt{2\pi} q L_C}{M} \left(\frac{T_p}{M} + \frac{T_e}{m}\right)^{-1/2}. \quad (1.20)$$

Подстановка полученных выражений (1.19), (1.20) в уравнение Ланжевена (1.14) приводит к уравнению релаксации двухкомпонентной плазмы [22]:

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{8\sqrt{2\pi} q L_C}{2Mm} \frac{T_p \left(1 - \frac{m}{M}\right) - T_e}{\left(\frac{T_p}{M} + \frac{T_e}{m}\right)^{3/2}} = - \frac{dT_e}{dt}. \quad (1.21)$$

Пренебрегая членом  $m/M$ , отсюда получим условие равновесия:

$$T_p = T_e, \quad \Delta_p = \sqrt{\frac{m}{M}} \Delta_e \ll \Delta_e. \quad (1.22)$$

Таким образом, двухкомпонентная плазма частицы + электроны релаксирует к равновесному состоянию равенства температур (что почти очевидно из общих термодинамических соображений). Последнее неравенство в (1.22) подчеркивает смысл идеи электронного охлаждения: разброс скоростей частиц много меньше разброса скоростей электронов.

Максимальная скорость охлаждения, как следует из (1.21), достигается при

$$T_p \approx \frac{2M}{m} T_e \quad \text{или} \quad \Delta_p = \sqrt{2} \Delta_e,$$

$$\left( \frac{dT_p}{dt} \right)_{\max} = - \frac{16\sqrt{2}\pi}{9\sqrt{3}} \frac{qL_C}{\sqrt{mT_e}}.$$

Уравнение (1.21) имеет простое решение для двух крайних случаев больших и малых  $v_p$ . Для фиксированной температуры электронов (что типично для схемы электронного охлаждения) из (1.21) следует

$$T_p(t) = \begin{cases} T_p \left( 1 - \frac{t}{\tau_{\text{Maxw}}} \right)^{2/3}, & \Delta_p \gg \Delta_e \\ T_e + (T_p - T_e) e^{-t/\tau_{\text{Maxw}}}, & \Delta_p \ll \Delta_e, \end{cases}$$

где  $\tau_{\text{Maxw}}$  — так называемое время охлаждения, в данном случае — максвелловских частиц в изотропном газе максвелловских электронов:

$$\tau_{\text{Maxw}} = \frac{mM}{4\sqrt{2}\pi q} \begin{cases} (\Delta_p^0)^3, & \Delta_p \gg \Delta_e \\ \frac{3}{2} \Delta_e^3, & \Delta_p \ll \Delta_e. \end{cases} \quad (1.23)$$

Здесь индексом «0» отмечены начальные значения параметров.

Следует отметить, что для понятия «время охлаждения» в литературе используются разные определения. Иногда так называют мгновенное значение обратного декремента:

$$\tau_{\text{inst}} = \left( - \frac{1}{T_p} \frac{dT_p}{dt} \right)^{-1}. \quad (1.24)$$

Во избежание недоразумений для мгновенных значений (1.24) в дальнейшем используется термин «обратный декремент». Формула (1.24) дает для максвелловской плазмы обычно встречающееся в литературе выражение для времени релаксации двухкомпонентной плазмы [21]:

$$(\tau_{\text{Maxw}})_{\text{inst}} = \frac{3Mm}{8\sqrt{2}\pi qL_C} \left( \frac{T_p}{M} + \frac{T_e}{m} \right)^{3/2} = \frac{3}{8\sqrt{2}\pi q} \begin{cases} \Delta_p^3, & \Delta_p \gg \Delta_e \\ \Delta_e^3, & \Delta_p \ll \Delta_e. \end{cases} \quad (1.25)$$

Именно эту формулу использовал Г.И.Будкер в своей первой работе по электронному охлаждению [1].

**1.3. Частица в электронном пучке. «Сплющенное» распределение.** Охлаждение пучка частиц в газе максвелловских электронов является прос-

той физической моделью, удобной для первого объяснения природы явления. Однако, если электронный пучок получен путем ускорения в электростатическом поле, распределение его электронов по скоростям существенно анизотропно в системе электронов — разброс продольных скоростей много меньше разброса поперечных. Достаточно хорошим приближением такой анизотропной функции распределения является максвелловская функция [23]:

$$f(\mathbf{v})d^3v = \left(\frac{m}{2\pi}\right)^{3/2} \frac{1}{T_{\perp}\sqrt{T_{\parallel}}} e^{-mv_{\perp}^2/2T - mv_{\parallel}^2/2T} 2\pi v_{\perp} dv_{\perp} dv_{\parallel},$$

$$\frac{1}{2} m \langle v_{\perp}^2 \rangle = \frac{1}{2} m (\langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle) \equiv m\Delta_{\perp}^2 = T_{\perp} \approx T_c \geq 0,1 \text{ эВ}, \quad (1.26)$$

$$m \langle v_{\parallel}^2 \rangle \equiv m\Delta_{\parallel}^2 = T_{\parallel} \approx \frac{T_c^2}{2E_0} + e^2 n_e^{1/3} \approx 3 \cdot 10^{-7} + 1 \cdot 10^{-4} \text{ эВ}.$$

Отложив обсуждение природы такого “сплющенного” распределения до разд.4 (пп.4.1, 4.2), рассмотрим его влияние на эффективность электронного охлаждения. В этом случае можно выделить три характерные области больших, малых и сверхмалых скоростей охлаждаемой частицы (рис.3):

$\Delta_{\perp} < V$  — большая скорость (H = High),

$\Delta_{\parallel} < V < \Delta_{\perp}$  — малая скорость (L = Low), (1.27)

$V < \Delta_{\parallel}$  — сверхмалая скорость (S = Superlow).

В первой области (больших скоростей) динамика охлаждения не отличается существенно от случая изотропного максвелловского распределения, что немедленно следует из кулоновской аналогии: поле «заряженного эллипса» совпадает на больших расстояниях с полем точечного заряда. Соответственно сила трения и мощность диффузии описываются теми же выражениями, что и в случае изотропного распределения при  $v_p \gg \Delta_e$  (см. (1.9), (1.18) и (1.20)). Мощность силы трения значительно превосходит здесь мощность диффузии

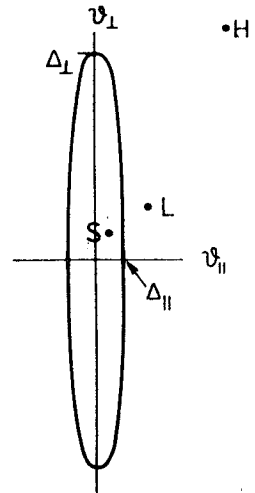


Рис. 3. Сплющенное распределение электронов по скоростям: линия постоянной плотности; H, L, S — положение частицы в пространстве скоростей для трех случаев (1.27)

( $P \approx -(M/m)Q$ ), и частица охлаждается, теряет свою скорость, пока не попадает во вторую область — малых скоростей.

В этой области сила трения является аналогом кулоновской силы заряженного диска (слоя) вблизи его оси. Для продольной компоненты с учетом (1.8) и (1.26) найдем:

$$F_{\parallel} = \frac{V_{\parallel}}{V_{\parallel}} 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\text{equ}}(v_{\parallel}, 0) dv_{\parallel} = -\frac{V_{\parallel}}{V_{\parallel}} \frac{2qL_C}{m\Delta_{\perp}^2}.$$

Для оценки поперечной компоненты можно воспользоваться той же кулоновской аналогией: вне диска, где нет заряда, имеем

$$\text{div}\mathbf{F} = 0,$$

откуда

$$F_{\perp} \approx \frac{V_{\perp}}{2} \left( -\frac{\partial F_{\parallel}}{\partial F_{\parallel}} \right) \approx -V_{\perp} \frac{F_{\parallel}}{\Delta_{\perp}},$$

что дает

$$F_{\perp} = -V_{\perp} \frac{4\pi qL_C}{m\Delta_{\perp}^3}.$$

Коэффициенты тензора диффузии в области малых скоростей можно получить, подставляя функцию (1.26) в (1.11) и производя интегрирование (с учетом аксиальной симметрии). Результаты даны ниже (см. (1.28)).

В области *сверхмалых скоростей* частица попадает внутрь «диска», где сила трения имеет только продольную компоненту (опять кулоновская аналогия):

$$F_{\parallel} \approx \frac{V_{\parallel}}{V_{\parallel}} 2\pi \int_{-V_{\parallel}}^{V_{\parallel}} \rho_{\text{equ}}(0) dv_{\parallel} \approx -V_{\parallel} \frac{4\pi qL_C}{m\Delta_{\perp}^2 \Delta_{\parallel}}.$$

Диффузия в этой области определяется, как и в предыдущем случае, «горячей» поперечной компонентой скорости электронов, поэтому формула для мощности диффузии в обеих областях одна и та же.

Суммируя эти результаты, можно записать силу трения и мощность в электронном пучке со сплюснутым распределением (1.26):



$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_\perp &= -\mathbf{V}_\perp \frac{4\pi qL_C}{m} \begin{cases} 1/V^3, \\ 1/\Delta_\perp^3, \\ 0, \end{cases} \\
 \mathbf{F}_\parallel &= -\mathbf{V}_\parallel \frac{4\pi qL_C}{m} \begin{cases} 1/V^3, & V > \Delta_\perp, \\ 1/V_\parallel \Delta_\perp^2, & \Delta_\parallel < V < \Delta_\perp, \\ 1/\Delta_\parallel \Delta_\perp^2, & V < \Delta_\parallel, \end{cases} \\
 Q_\perp = Q_\parallel &= \frac{4\pi qL_C}{M} \begin{cases} 1/V, & V > \Delta_\perp, \\ 1/\Delta_\perp, & V < \Delta_\perp. \end{cases}
 \end{aligned} \tag{1.28}$$

Особенности процесса охлаждения, возникающие из-за «сплюсненности» функции распределения электронов, удобнее обсудить в следующем пункте. Здесь ограничимся тем, что запишем выражение для равновесного значения скорости охлаждаемой частицы, подставив (1.28) в уравнение Ланжевена (1.14):

$$\sqrt{(V_\perp^2)_{\text{equ}}} = \sqrt{\frac{m}{M}} \Delta_\perp, \quad \sqrt{(V_\parallel^2)_{\text{equ}}} = \sqrt{\frac{m}{M}} \Delta_\perp \Delta_\parallel. \tag{1.29}$$

**1.4. Замагниченный электронный пучок.** Если электронный пучок погружен в магнитное поле, параллельное оси пучка и сопровождающее его от катода электронной пушки до коллектора, траектории электронов в лабораторной системе представляют собой спирали с радиусом  $\rho_\perp$  и шагом  $\lambda_B$ , «накрученные» на силовые линии магнитного поля (в системе частиц шаг такой спирали, очевидно, в  $v_\parallel/v_0$  раз меньше):

$$\rho_\perp = \frac{V_\perp}{\omega_B}, \quad \lambda_B = v_0 T_B, \quad \omega_B = \frac{eB}{\gamma mc} = \frac{2\pi}{T_B}, \quad \gamma = \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-1/2}. \tag{1.30}$$

В достаточно сильном магнитном поле электрон при соударении с частицей не может сместиться в поперечном к магнитному полю направлении, и это существенно изменяет картину соударения — вместо классической задачи двух тел появляется задача о соударении со связанным электроном. В результате резко возрастает «масса» тела, принимающего удар. Более того, появляется резкая анизотропия этой «массы»: электрон свободно смещается вдоль поля и слабо смещается поперек. В предельном случае полной замагниченности, т.е. бесконечно большого магнитного поля, электрон подобен костяшке на счетах, свободно движущейся строго вдоль спиц — силовых линий поля. За время соударения с частицей электрон смещает-

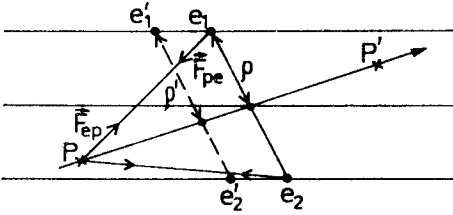


Рис. 4. Изменение прицельного параметра при соударении частицы с замедленными электронами: случай компланарных траекторий частицы ( $pp'$ ) и электрона ( $ee'$ )

ся, и прицельный параметр  $\rho$  изменяется в ходе соударения (рис.4). Соответственно сила взаимодействия между частицей и электроном усиливается или ослабевает, в зависимости от знака  $\Delta\rho$ . Суммарный по всем возможным соударениям результат дает [10,23,24] тормозящую силу, направленную, вообще говоря, против скорости частицы  $\mathbf{V}$ :

$$F_{\perp} = -V_{\perp} \frac{2\pi q L_C}{mV^3} \frac{V_{\perp}^2 - 2V_{\parallel}^2}{V^2},$$

$$F_{\parallel} = -V_{\parallel} \frac{2\pi q}{mV^3} \left( \frac{3V_{\perp}^2}{V^2} L_C + 2 \right), \quad L_C = \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}}. \quad (1.31)$$

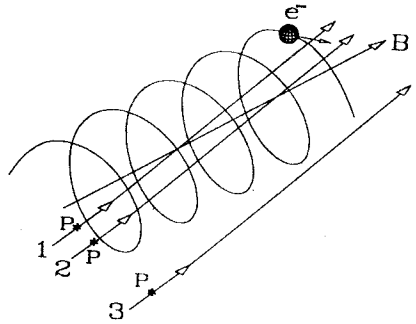
Следует отметить важное различие между формулами для силы трения (1.16), (1.28) и формулами (1.31). Здесь  $F_{\perp}$  меняет знак (торможение сменяется ускорением), когда  $V_{\perp} < \sqrt{2}V_{\parallel}$ , а первый член в скобках для  $F_{\parallel}$  обращается в нуль при  $V_{\perp} \rightarrow 0$ . Такое поведение силы трения объясняется [10,20] отмеченным выше характером взаимодействия частицы с замедленным электроном — костяшкой. Это особенно ясно видно в случае  $F_{\parallel}$ : если  $V_{\perp} \rightarrow 0$ , частица движется строго вдоль линии поля, и суммарный переданный импульс равен нулю при  $\rho \leq \rho_{\max}$ . Член в скобках без логарифма как раз учитывает вклад больших прицельных параметров.

Кулоновский логарифм  $L_C$  заслуживает специального обсуждения. Поскольку движение электронов поперек поля «заморожено», отклик электронного облака на действие электрического поля частицы возможен только в виде продольного смещения электронов. Поэтому радиус дебаевского экранирования, который определяется относительной скоростью частиц, в данном случае равен

$$R_D = \frac{U_M}{\omega_{pe}} \begin{cases} V/\omega_{pe} \approx 0.05 \text{ см}, & V > \Delta_{\parallel}, \\ \Delta_{\parallel}/\omega_{pe} \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ см}, & V < \Delta_{\parallel}, \end{cases}$$

$$U_M = \langle |V - \Delta_{\parallel}| \rangle, \quad (1.32)$$

Рис. 5. Три типа соударений частицы с электроном в магнитном поле: быстрые (1), адиабатические (2) и замагниченные (3)



$\omega_{pe}$  — плазменная частота электронов (1.5). Однако формальное применение формулы для дебаевского радиуса теряет смысл при низкой плотности электронов и малых значениях  $\Delta_{||}$ , когда дебаевская сфера

оказывается «пустой». Поэтому в области сверхмалых скоростей частиц в качестве  $\rho_{max}$  разумно выбрать радиус сферы, содержащей достаточно большое количество электронов  $k$ :

$$R_e \equiv \left( \frac{k}{n_e} \right)^{1/3}, \quad k \approx 3z.$$

Таким образом, величина  $\rho_{max}$  в столкновениях частицы с замагниченными электронами может быть выбрана равной

$$\rho_{max} = \min \begin{cases} a \approx 1,5 \text{ см} \\ \max\{R_D, R_e\} \approx 0,1 \text{ см} \\ U_M \tau \approx 0,5 + 0,05 \text{ см.} \end{cases} \quad (1.33)$$

Здесь, как прежде,  $a$  — радиус сечения электронного пучка,  $\tau$  — время пролета частицы через систему охлаждения. Значение  $\rho_{min}$  обсуждается ниже (см. (1.34)).

В магнитном поле конечной величины появляются три области значений прицельного параметра (рис.5), которые определяются параметрами пучка — ларморовским радиусом электронов  $\rho_{\perp}$  (1.30) и разбросом их продольных скоростей  $\Delta_{||}$  (1.26).

**1) Малые прицельные параметры.** Частица взаимодействует с электроном настолько быстро, что влияние магнитного поля на движение последнего никак не сказывается; это имеет место, если время соударения много меньше периода ларморовского (циклотронного) вращения электрона  $T_B$ :

$$\tau_{col} \approx \rho/U_M \ll T_B.$$

Такие соударения называют быстрыми (индекс «F»: — fast), и для них прицельный параметр лежит в области

$$\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_F,$$

$$\rho_{\min} = \frac{ze^2}{mU^2} = \frac{ze^2}{m} \begin{cases} V^{-2} \\ \Delta_{\perp}^{-2} \end{cases}, \quad \rho_F \approx \frac{U_M}{\omega_B} \approx \begin{cases} V/\omega_B, & V > \Delta_{\parallel} \\ \Delta_{\parallel}/\omega_B, & V < \Delta_{\parallel} \end{cases}, \quad (1.34)$$

$$U = \langle |\mathbf{V} - \Delta_{\perp}| \rangle.$$

Сила трения и диффузия для быстрых соударений описывается формулами «сплющенного» распределения (1.28) с заменой  $\rho_{\max} = \rho_F$ .

2) *Промежуточные прицельные параметры*  $\rho_F \leq \rho \leq 2\langle \rho_{\perp} \rangle$ . Отметим, что двойка в верхнем пределе выбрана из соображений гладкости функции  $F(\mathbf{V})$  — см. формулы (1.36), (1.37) и текст далее. В соударениях с такими прицельными параметрами частица и электрон движутся вместе в течение нескольких периодов циклотронного вращения электрона, когда электрон крутится «вокруг» частицы, соударяясь с ней несколько раз:

$$N_{\text{col}} \approx 1 + \frac{\tau_{\text{col}}}{T_B} \leq 1 + \frac{2\langle \rho_{\perp} \rangle}{U_M T_B}.$$

С учетом (1.30) это дает

$$1 \leq N_{\text{col}} \leq 1 + \left[ \frac{\Delta_{\perp}}{\pi U_M} \right] \approx 1 + \begin{cases} N_L = \left[ \frac{\Delta_{\perp}}{\pi V} \right], & V > \Delta_{\parallel}, \\ N_S = \left[ \frac{\Delta_{\perp}}{\pi \Delta_{\parallel}} \right], & V < \Delta_{\parallel}, \end{cases} \quad (1.35)$$

[ ] — знак целой части.

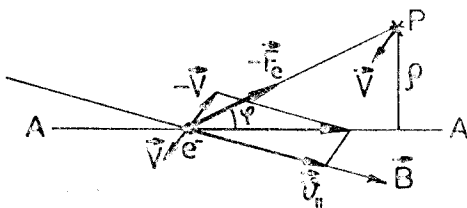
Сила трения и диффузия в адиабатических столкновениях в  $N_{\text{col}}$  раз больше, чем для свободного электрона (1.28).

3) *Большие прицельные параметры*  $2\langle \rho_{\perp} \rangle \leq \rho \leq \rho_{\max}$ . Электрон выглядит здесь как ларморовский кружок и соударения имеют тот же характер, что и для замагниченных электронов (1.31).

Из соотношений (1.32), (1.34) следует, что выбор значения прицельного параметра прежде всего зависит от скорости частицы. Как и прежде, можно выделить три характерные области значений  $V$  (1.27).

При большой скорости вклад в силу трения дают только два вида соударений — быстрые и замагниченные. Адиабатические соударения отсутствуют, т.к. при  $V > \Delta_{\perp}$  число соударений  $N_{\text{col}} = 1$ .

Рис. 6. Схема соударения частицы с замагниченным электроном:  $P$  — частица,  $AA$  — траектория электрона,  $B$  — силовая линия магнитного поля



В области малых и сверхмалых скоростей возможны все три вида соударений, и сила трения содержит три слагаемых, учитывающих, соответственно, вклад быстрых, адиабатических и замагниченных соударений. При этом замагниченные соударения при сверхмалых скоростях требуют дополнительного анализа, т.к. теперь нельзя пренебречь величиной  $\Delta_{\parallel}$ .

Оценку импульса, передаваемого частице в таком соударении, удобно произвести, перейдя в систему частицы, где электроны имеют скорости

$$v' \approx -V + v'_{\parallel} .$$

Передаваемый импульс тогда можно разложить на две компоненты — вдоль и поперек вектора  $v$ . Вклад в силу дает только продольная компонента, поперечная имеет следующий порядок малости. Первая,  $\Delta p_v$ , разна интегралу от силы притяжения вдоль траектории  $AA$  электрона в системе частицы (рис.6) с учетом изменения скорости электрона  $\Delta v$ :

$$\Delta p_v \approx \int_{-l}^0 (-F_e) \cos \varphi \frac{ds}{v'} - \int_0^l (-F_e) \frac{ds}{v' + \Delta v'}$$

$$F_e = \frac{ze^2}{\rho^2 + s^2}, \quad \Delta v' \approx \frac{1}{m} \int_{-l}^0 F_e \cos \varphi ds \approx \frac{ze^2}{m\rho\Delta_{\parallel}}$$

$2l$  — характерная длина взаимодействия,  $s$  — координата вдоль траектории,  $\rho$  — прицельный параметр. Интегрирование по траектории дает

$$\Delta p_v \approx \left( \frac{ze^2}{\rho} \right)^2 \frac{1}{m(v')^3}$$

а интегрирование по всем возможным соударениям приводит к выражению для силы. Поскольку  $\langle v \rangle = V$ , получим

$$F_v = n_e \int_v \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} v f(v) d^3 v \Delta p_v 2\pi \rho d\rho \approx -V \frac{2\pi q}{m\Delta_{\parallel}^3} L_{MS},$$

$$L_{MS} = \ln \frac{\rho_{\max}}{\langle \rho_{\perp} \rangle}.$$

Здесь  $L_{MS}$  — кулоновский логарифм соударений с замагниченными электронами при сверхмалых скоростях частицы,  $\rho_{\max}$  — см. (1.33). Этот результат отличается от точного [10] множителем  $\sqrt{2/\pi}$ .

Теперь можно записать полное выражение для силы трения в электронном пучке при конечной величине магнитного поля для трех областей скорости частицы [25]:

$$F_{\perp} \approx -\frac{2\pi q}{m} \mathbf{V}_{\perp} \begin{cases} \frac{1}{V^3} \left( 2L_{FH} + \frac{V_{\perp}^2 - 2V_{\parallel}^2}{V^2} L_{MH} \right), & \text{H} \\ \frac{2}{\Delta_{\perp}^3} (L_{FL} + N_L L_{AL}) + \frac{V_{\perp}^2 - 2V_{\parallel}^2}{V^2} \frac{L_{ML}}{V^3}, & \text{L} \\ \frac{2}{\Delta_{\perp}^3} (L_{FS} + N_S L_{AS}) + \frac{L_{MS}}{V^3}, & \text{S} \end{cases}$$

$$F_{\parallel} \approx -\frac{2\pi q}{m} \mathbf{V}_{\parallel} \begin{cases} \frac{1}{V^3} \left( 2L_{FH} + \frac{3V_{\perp}^2}{V^2} L_{MH} + 2 \right), & \text{H} \\ \frac{2}{\Delta_{\perp}^3 V_{\parallel}} (L_{FL} + N_L L_{AL}) + \left( \frac{3V_{\perp}^2}{V^2} L_{ML} + 2 \right) \frac{1}{V^3}, & \text{L} \\ \frac{2}{\Delta_{\perp}^2 \Delta_{\parallel}} (L_{FS} + N_S L_{AS}) + \frac{L_{MS}}{\Delta_{\parallel}^3}. & \text{S} \end{cases} \quad (1.36)$$

Кулоновские логарифмы записаны ниже для каждой из областей:

большие скорости частиц (H)

$$L_{MH} = \ln \frac{(\rho_{\max})_H}{2\langle \rho_{\perp} \rangle} \approx \ln \frac{V \omega_B}{2\Delta_{\perp} \omega_{pe}} \approx 2;$$

$$L_{FH} = \ln \frac{\rho_{FH}}{(\rho_{\min})_{\parallel}} \approx \ln \frac{mV^3}{ze^2 \omega_B} \approx 10 - \ln z;$$

малые скорости частицы (L)

$$\begin{aligned}
 L_{ML} &= \ln \frac{(\rho_{\max})_L}{2\langle \rho_{\perp} \rangle} \approx \ln \left[ \frac{\min \left\{ \frac{V}{\omega_{pe}}, \left( \frac{3z}{n_e} \right)^{1/3} \right\}}{2\langle \rho_{\perp} \rangle} \right] \approx 3 + 1; \\
 L_{AL} &= \ln \left[ \frac{2\langle \rho_{\perp} \rangle}{\rho_{FL}} \right] \approx \ln \left[ \frac{2\Delta_{\perp}}{(\Delta_{\perp} \rightarrow \Delta_{\parallel})} \right] \approx 0,7 \rightarrow 4; \\
 L_{FL} &= \ln \left[ \frac{\rho_{FL}}{(\rho_{\min})_L} \right] \approx \ln \left[ \frac{mV^3}{ze^2\omega_B} \right] \approx 5 - \ln z;
 \end{aligned} \tag{1.37}$$

сверхмалые скорости частицы (S)

$$\begin{aligned}
 L_{MS} &= \ln \left[ \frac{(\rho_{\max})_S}{\langle \rho_{\perp} \rangle} \right] = \ln \left[ \frac{1}{2\langle \rho_{\perp} \rangle} \left( \frac{3z}{n_e} \right)^{1/3} \right] \approx 2; \\
 L_{AS} &= \ln \left[ \frac{2\langle \rho_{\perp} \rangle}{\rho_{FS}} \right] \approx \ln \frac{2\Delta_{\perp}}{\Delta_{\parallel}} \approx 5; \\
 L_{FS} &= \ln \left[ \frac{\rho_{FS}}{(\rho_{\min})_S} \right] \approx \ln \left[ \frac{m\Delta_{\parallel}\Delta_{\perp}^2}{ze^2\omega_B} \right] \approx 5 - \ln z.
 \end{aligned}$$

Этот «зоопарк» кулоновских логарифмов показывает, насколько сложна зависимость силы трения от параметров.

Прежде чем обсудить общий характер поведения функции  $F(V)$ , отметим еще некоторые ее особенности.

Прежде всего, обратим внимание на то, что функция практически непрерывна в точке  $|V| = \Delta_{\perp}$ . Именно с целью сглаживания введена «двойка» в граничное значение прицельного параметра  $2\langle \rho_{\perp} \rangle$ . Хотя это и сделано достаточно произвольно, логарифмическая зависимость снижает остроту проблемы.

Формулы (1.36), (1.37) требуют также определенной аккуратности при больших и малых значениях магнитного поля, где их формальное применение дает физически бессмысленный результат: кулоновские логарифмы устремляются к бесконечности (+ или -), если  $B \rightarrow 0$  или  $\infty$ . Физически это означает, что при  $\rho_{\perp} > \rho_{\max}$  отсутствуют вовсе замагниченные соударения и

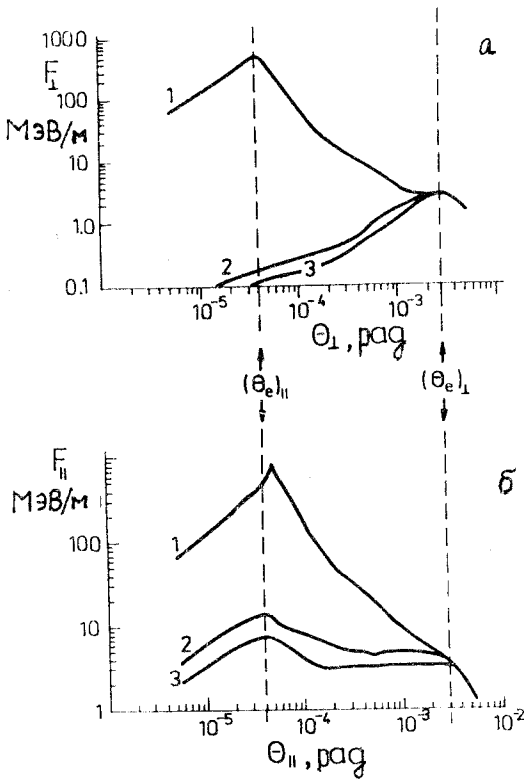


Рис. 7. Зависимость поперечной (а) и продольной (б) компонент силы трения (1.37) от скорости частиц для электронного пучка со «сплюснутым» распределением и параметрами табл.3:  $(\theta_{p\perp,\parallel} = V_{\perp,\parallel}/v_0$ ,  $B = 3(1)$ ,  $0,6(2)$ ,  $0,1(3)$  кГс. В случае (а)  $V_{\parallel} = 0$ , (б)  $V_{\perp} = 0$

$L_M$  следует положить равным нулю, а при  $\rho_{\perp} > \rho_F$  исчезают адиабатические соударения и нужно принудительно занулить  $L_A$ . Наконец, если  $\rho_{\perp} < \rho_{\min}$ , то в  $L_M$  следует вместо  $\rho_{\perp}$  подставить  $\rho_{\min}$  («абсолютная» замагниченность).

Таким образом, влияние замагниченности электронов начинает сказываться, если

$$2\langle \rho_{\perp} \rangle < (\rho_{\max})_L \quad \text{или} \quad B \geq \frac{2mc}{e} \omega_{pe} \approx 120 \text{ Гс.}$$

Это условие, конечно, слабое, и уже при  $V \approx 0,5\Delta_{\perp}$  такая замагниченность незаметна. Замагниченность можно считать «полной», если она проявляется вплоть до сверхмалых скоростей, когда в выражении для силы трения «работает» третий член  $L_{MS}/\Delta_{\parallel}^3$ . Это имеет место, если

$$\langle \rho_{\perp} \rangle \leq (\rho_{\max})_S \quad \text{или} \quad B \geq \frac{m\Delta_{\perp}c}{e} \left( \frac{n_e}{3z} \right)^{1/3} \approx \frac{800}{z^{1/3}} \text{ Гс.} \quad (1.38)$$



«Абсолютная» замагниченность наступает, когда

$$\langle \rho_{\perp} \rangle < (\rho_{\min})_S \quad \text{или} \quad B \geq \frac{m^2 \Delta_{\perp}^3 c}{ze^3} \approx 6 \text{ МГс},$$

что нереально. Существенно, что критерий замагниченности (1.38) содержит плотность электронов.

Всю логику естественно учесть с помощью соответствующей программы численных расчетов. Пример такого расчета приведен на рис.7. Здесь отчетливо виден приближенный характер выражений (1.36), (1.37) — монотонность силы трения в случае умеренной замагниченности (кривые 2). Обратим внимание, что для незамагниченного пучка (кривые 3)  $F_{\perp}$  достигает максимума при  $V = \Delta_{\perp}$ , а  $F_{\parallel}$  — при  $V = \Delta_{\parallel}$ .

Второе обстоятельство, заслуживающее внимания, — рост силы трения с уменьшением скорости частицы в области малых скоростей вплоть до  $V \approx \Delta_{\parallel}$  (рис.7, кривые 1). Этот эффект, отличающий замагниченный пучок от незамагниченного (ср. (1.36) с (1.28), (1.9)), объясняет явление «быстрого» электронного охлаждения, описанное во введении.

Сила трения в замагниченном пучке достигает максимума при  $V \approx \Delta_{\parallel}$ . В этой области приближение бинарных столкновений частица — электрон уже плохо работает (см. разд.5). Тем не менее из (1.36) следует

$$F_{\max} \sim -\frac{2\pi q}{\Delta_{\parallel}^2} L_{MS} \sim -2\pi z^2 e^2 n_e^{2/3}. \quad (1.39)$$

Последнее выражение получается, если учесть значение  $\Delta_{\parallel}$  из (1.26) или (4.5), (4.6) ниже и принять  $L_{MS} \sim 1$ . Открытым остается вопрос о степени  $z$  (разд.5). С другой стороны,  $F_{\max}$  (1.39) по порядку величины равна силе, действующей на точечный заряд  $ze$  со стороны такого же электронного заряда, находящегося от него на расстоянии  $l_e = n_e^{-1/3}$ .

Наконец, третья особенность силы трения — существенное различие ее поперечной и продольной компонент в области малых скоростей. Это результат действия «сплющенного» распределения — осевая компонента поля заряженного диска (рис.3) вблизи его поверхности много больше радиальной. В результате продольная компонента скорости частицы охлаждается в области  $V < \Delta_{\perp}$  быстрее поперечной. Отношение  $F_{\parallel}/F_{\perp}$  составляет порядка  $\Delta_{\perp}/V_{\parallel}$  при  $V \sim \Delta_{\perp}$  и порядка 3 при  $\Delta_{\perp} \gg V > \Delta_{\parallel}$ .

Диффузия заметно проявляется только в области сверхмалых скоростей, где она и определяет равновесное состояние охлажденного пучка. Для

ее оценки можно воспользоваться той же схемой, что и при выводе  $\Delta p_{\perp}$  (рис.6). Вычислив радиальную компоненту передаваемого импульса

$$\Delta p_{\perp} = \int_{-l}^l (-F_e) \sin \varphi \frac{ds}{v} \approx \frac{2ze^2}{\rho v_e},$$

найдем средний квадрат импульса, передаваемого в единицу времени:

$$\frac{d\Delta p^2}{dt} \approx n_e \Delta_{\parallel} \int_{(\rho_{\min})_s}^{(\rho_{\max})_s} (\Delta p_{\perp})^2 2\pi \rho d\rho,$$

откуда

$$Q \approx \frac{4\pi q}{M \Delta_{\parallel}} L_{MS}. \quad (1.40)$$

Этот результат отличается от точного [10] множителем  $\sqrt{\pi/2} \ln(\Delta_{\parallel}/\Delta_{\perp}) \approx 1$ .

Подстановка выражений для силы (1.36) и мощности диффузии (1.40) в области сверхмалых скоростей в уравнение Ланжевена (1.14) дает равновесное значение температуры и скорости охлаждаемой частицы в замагниченном пучке:

$$T_p = T_{\parallel},$$

$$\sqrt{V_{\text{equ}}^2} \approx \sqrt{\frac{m}{M}} \Delta_{\parallel}. \quad (1.41)$$

В отличие от незамагниченного пучка (1.29) здесь все три компоненты скорости частицы охлаждаются одинаково глубоко, и установившееся значение этой скорости определяется продольным разбросом скоростей электронов.

## 2. ПУЧКИ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ В КУЛЕРЕ

**2.1. Бетатронные колебания и время охлаждения.** Движение частиц в магнитной фокусирующей системе накопителя вносит свои особенности в динамику электронного охлаждения. Бетатронные колебания приводят к тому, что мгновенные значения поперечных компонент скорости частицы принимают на участке охлаждения все возможные значения — от нулевого до максимального. Соответственно изменяется и мгновенное значение силы трения. Поэтому для вычисления времени охлаждения следует произвести усреднение по бетатронным колебаниям [20].

Ограничимся случаем пучка, свободно циркулирующего в постоянном поле накопителя (ускоряющее ВЧ-напряжение выключено). Частица совершает бетатронные колебания вокруг некоторой замкнутой орбиты, положение которой в пространстве определяется отклонением продольной компоненты импульса от равновесного значения:

$$\Delta x(s) = \psi(s) \frac{\Delta p}{p}, \quad (2.1)$$

где  $s$  — продольная координата,  $\psi(s)$  — дисперсионная функция накопителя. Под действием охлаждения  $\Delta p$  и, соответственно,  $\Delta x$  убывают достаточно медленно, так что

$$\omega_x \frac{d\Delta x}{dt} \ll \Delta x,$$

$\omega_x$  — частота радиальных бетатронных колебаний. Поэтому радиальные колебания, как и вертикальные, можно в данном случае описывать уравнением осциллятора со слабым трением:

$$\ddot{x} + \omega_x^2 x = \frac{1}{M} F_x(\mathbf{V}),$$

$$x(t) = \frac{V_0}{\omega_x} \sin \varphi, \quad \varphi = \omega_x t + \varphi_0.$$

По-прежнему рассматриваем движение частицы в движущейся системе (системе электронов), переход в лабораторную систему обсудим ниже.

Дмножая обе части уравнения на  $\dot{x}$  и производя усреднение по периоду колебаний, получим

$$\frac{dV_0^2}{dt} = \frac{2}{M} \overline{F_x(\mathbf{V})V_x} = \frac{2}{M} \overline{P_x}.$$

Это есть не что иное, как уравнение Ланжевена для осциллятора (диффузией для больших  $V_0$  можно пренебречь); здесь, в отличие от (1.13),  $V_0$  — амплитуда скорости. Отсюда декремент затухания колебаний

$$\lambda_x \equiv -\frac{1}{V_0^2} \frac{dV_0^2}{dt} = -\frac{2}{MV_0^2} \overline{P_x(\mathbf{V})}. \quad (2.2)$$

Иногда удобно использовать другое выражение для декремента. Учитывая, что

$$F(\mathbf{V}) \simeq \mathbf{F}(\mathbf{V}^*) + \frac{\partial F}{\partial \mathbf{V}} \Big|_{\mathbf{V}^*=\mathbf{V}} (\mathbf{V}^* - \mathbf{V}),$$

найдем из (2.2) значение декремента в точке  $\mathbf{V}^*$ :

$$\lambda_x = -\frac{2\bar{V}^2}{MV_0^2} \left. \frac{\partial F}{\partial V} \right|_{\mathbf{v}^*=\mathbf{v}}$$

Отсюда следует, в частности, что для свободной частицы ( $\bar{V}^2 = V_0^2$ ) декремент вдвое больше, чем для осциллятора ( $\bar{V}^2 = V_0^2/2$ ). Это обстоятельство необходимо учитывать при вычислении декрементов для продольной (свободной) и поперечных (бетатронные колебания) степеней свободы. Такие же соотношения имеют место для  $z$ -колебаний. Подчеркнем, во избежание недоразумений, что (2.2) есть декремент затухания квадрата амплитуды или квадрата скорости (т.е. эмиттанса пучка), тогда как для амплитуды или скорости декремент вдвое меньше. Это почти тривиальное утверждение часто забывают при анализе экспериментальных результатов.

Проще всего дело обстоит в области сверхнизких скоростей, где сила трения пропорциональна скорости частицы. Для замагниченного электронного пучка

$$\lambda_x = \lambda_z \approx \frac{2\pi q L_{MS}}{mM \Delta_{\parallel}^3}. \quad (2.3)$$

В области больших и малых скоростей сложная зависимость силы трения от скорости не позволяет так просто произвести усреднение. Можно сделать лишь достаточно грубые оценки, пренебрегая зависимостью кулоновских логарифмов от скорости частицы (см. (1.37)). Тогда для полностью замагниченного электронного пучка можно принять

$$\mathbf{F} \approx -\frac{4\pi q}{m} \mathbf{V} \frac{L_C}{V^3}, \quad L_C \approx 10, \quad V > \Delta_{\parallel}. \quad (2.4)$$

Теперь можно выделить два практически важных случая:

а) строго одномерные колебания, только по одной из поперечных степеней свободы; эта ситуация типична в экспериментах по измерению времени охлаждения (см. разд.3 ниже);

б) возбуждены колебания по всем трем степеням свободы, что имеет место, например, при накоплении тяжелых частиц в кулере.

В случае (а) имеем

$$V_x \approx \begin{cases} V_0 \cos \varphi, & V_x > \Delta_{\parallel} \\ \Delta_{\parallel}, & V_x < \Delta_{\parallel}, \end{cases}$$

что дает

$$\bar{P}_x \approx -\frac{4\pi qL_C}{m} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \frac{V_x^2 dt}{V^3} \approx -\frac{4\pi qL_C}{mV_0} \frac{2}{\pi} \left( \int_0^{\frac{\pi}{2}-\delta} \frac{d\varphi}{\cos \varphi} + \frac{V_0^3}{\Delta_{\parallel}^3} \int_{\frac{\pi}{2}-\delta}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi d\varphi \right),$$

где  $\delta = \Delta_{\parallel} / V_0 \ll 1$ . Выполнив интегрирование, после подстановки в (2.2) найдем

$$\lambda_x \approx \frac{16qL_C}{mMV_0^3} \ln \frac{V_0}{\Delta_{\parallel}}. \tag{2.5}$$

Полное время охлаждения «больших амплитуд» получим, интегрируя (2.2) с учетом (2.5):

$$\tau_a \approx \frac{mM}{24qL_C} \frac{V_0^3}{\ln(V_0/\Delta_{\parallel})}. \tag{2.6}$$

Отметим, что для свободных частиц (1.13) и (2.4) дают время охлаждения в  $(2/\pi) \ln(V_0/\Delta_{\parallel})$  раз больше.

В случае (б) влияние бетатронных колебаний не столь существенно, поскольку поперечные компоненты скорости изменяются асинфазно, а продольная — монотонно. Поэтому в знаменателе (2.4) можно положить  $V \approx V_0$  и записать

$$\bar{P}_x \approx -\frac{2\pi qL_C}{mV_0},$$

что дает аналогично (2.5), (2.6)

$$\tau_b \approx \frac{mMV_0^3}{6\pi qL_C}. \tag{2.7}$$

Подчеркнем также, что это есть время охлаждения квадрата амплитуды скорости, т.е. эмиттанса пучка частиц.

**2.2. Время охлаждения в лабораторной системе.** Соотношения (2.6), (2.7) получены в системе электронов. Для перехода в лабораторную систему необходимо учесть лоренц-фактор  $\gamma$  в преобразовании времени и плотности электронов. Кроме того, удобно выразить плотность электронов через плотность тока электронного пучка, усредненную по орбите частиц:

$$\langle n_e \rangle = \frac{\eta J}{e \gamma \beta c}, \quad \eta = \frac{l_{cool}}{C}, \quad J = \frac{I}{\pi a_{max}^2}, \quad a_{max} = \max\{a_e, a_p\}, \tag{2.8}$$

$a_e, a_p$  — радиусы сечений обоих пучков на участке охлаждения длины  $l_{\text{cool}}$ ,  $C$  — периметр накопителя,  $I$  — ток электронов, а также ввести параметр

$$\theta = \frac{\Delta p_\alpha}{p_0},$$

где  $\Delta p_\alpha$  — отклонение компоненты импульса частицы ( $\alpha = x, z, s$ ) от равновесного значения  $p_0$  в лабораторной системе. Очевидно,

$$\begin{aligned} \theta_{x,z} &= \frac{\Delta p_{x,z}}{p_0} = \frac{V_{x,z}}{\gamma \beta c}, & \beta &= \frac{v_0}{c}, & \gamma &= (1 - \beta^2)^{-1/2}, \\ \theta_e &= \frac{\Delta_\perp}{\gamma \beta c}, & \theta_s &= \frac{\Delta p_s}{p_0} = \frac{V_\parallel}{\beta c}, \\ \theta_\parallel &= \frac{\Delta_\parallel}{\beta c}, & \varepsilon_{x,z} &= \beta_{x,z} \theta_{x,z}^2, \end{aligned} \quad (2.9)$$

где  $\varepsilon$  — эмиттанс пучка,  $\beta_{x,z}$  — так называемые бетатронные функции накопителя. В этих обозначениях формулы (2.6), (2.7) принимают вид

$$\tau_{\text{lab}} \approx \frac{\beta^4 \gamma^2}{6 k c r_p L_C} \frac{m c^3}{\eta e J} \frac{A}{z^2} \begin{cases} \gamma^3 \theta_{x,z}^3 & \text{— } x, z\text{-компоненты,} \\ \theta_\parallel^3 & \text{— } s\text{-компонента,} \end{cases} \quad (2.10)$$

где  $r_p = 1,534 \cdot 10^{-16}$  см — классический радиус протона,  $A, ze$  — атомная масса и заряд частицы (отметим также, что  $m c^3/e = 17$  кА),

$$k = \begin{cases} \pi & \text{— трехмерные колебания} \\ 4 \ln(\theta_{x,z} / \theta_\parallel) & \text{— одномерные колебания по } x \text{ или } z. \end{cases}$$

Для типичных параметров (табл.3) формула (2.10) дает  $\tau_{\text{lab}} = 2,9$  с в случае трехмерных колебаний, тогда как численное интегрирование (1.36) — 2,85 с. Близкое значение полученных результатов отражает тот факт, что трехмерные колебания с точки зрения динамики охлаждения (скорость частицы не обращается в нуль) близки к случаю свободной частицы.

**2.3. Монохроматическая неустойчивость.** При наклоне оси электронного пучка относительно равновесной траектории частицы на некоторый угол  $\alpha$  может возникнуть так называемая монохроматическая неустойчивость [10,20]. Такой перекокс эквивалентен появлению в электронном пучке постоянной поперечной скорости  $\Delta v_\perp = \gamma \beta c \alpha$  (в системе электронов). Совершая бетатронные колебания, частица движется по или против этой скорости. Так как

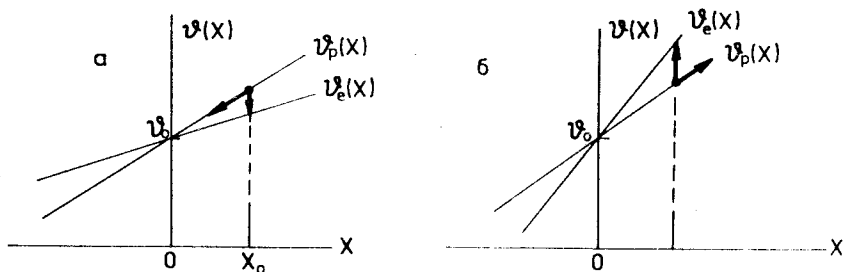


Рис. 8. Действие охлаждения в электронном пучке с линейным градиентом скоростей по радиусу: а) устойчивый режим, частицы «скатываются» к оси пучка, б) неустойчивый режим, частицы «убегают» из пучка

относительная скорость частицы и электронов в первом случае много меньше (разность скоростей), чем во втором (сумма), сила трения вызывает раскачку колебаний до амплитуды  $V_0 \approx \Delta v_{\perp}$ . Значение скорости «охлажденного» пучка значительно превышает предел (1.41). Критическое значение угла  $\alpha_0$ , при котором такая неустойчивость развивается, зависит от параметров системы охлаждения. Если пучок немагнитен, критический угол определяется разбросом поперечных скоростей:  $\Delta v_{\perp} > \Delta_{\perp}$ ,  $\alpha > \theta_e$ . В замагниченном электронном пучке определяющим является разброс продольных скоростей:  $\Delta v_{\parallel} > \Delta_{\parallel}$ ,  $\alpha > \theta_{\parallel}$ . Правда, в этом случае и установившееся значение амплитуды скорости соответственно меньше:  $V_0 \approx \Delta_{\parallel}$ , но все же значительно превышает предел (1.41).

Не менее жесткие требования на однородность магнитного поля. Если, например, угол силовой линии с равновесной траекторией осциллирует с амплитудой  $\alpha_0$ , это эквивалентно увеличению поперечной скорости электронов до величины  $\alpha_0 \gamma \beta c$ . Такой «нагрев» электронного пучка не изменяет существенно картину взаимодействия [10], если

$$\alpha_0 \ll \theta_e. \quad (2.11)$$

**2.4. Градиент скоростей электронов.** Пространственный заряд электронного пучка создает градиент скоростей электронов, что, вообще говоря, снижает эффективность электронного охлаждения [26]. Поясним этот эффект вначале на примере постоянного градиента (рис.8).

Поскольку электронное охлаждение «подстраивает» скорости частиц под среднюю скорость электронов, положение мгновенной равновесной орбиты, вокруг которой колеблется частица в свободно циркулирующем

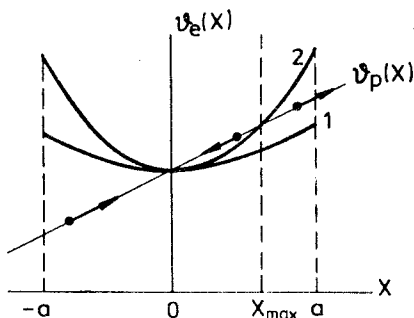


Рис. 9. Распределение скоростей электронов в пучке постоянной плотности: 1 —  $I < I_{\text{крит}}$ ; 2 —  $I > I_{\text{крит}}$ , частицы в области  $x > x_{\text{max}}$  уходят из пучка

пучке, смещается в пространстве (точка  $x_0$  на рис.8). Это смещение направлено внутрь, к оси электронного пучка, или наружу в зависимости от величины градиента  $dv_e/dx$ . В первом случае пучок, охлаждаясь, сжимается, во втором — рассыпается, уходит из электронного пучка. Критерий устойчивости электронного охлаждения, с учетом (2.1), можно записать в виде

$$\frac{dv_e}{dx} \leq \frac{dv_p}{dx} = \frac{\beta c}{\gamma^2 \Psi},$$

$v_p, v_e$  — скорости электронов и частиц в лабораторной системе, или

$$\frac{\gamma^2 \Psi}{\beta c} \frac{dv_e}{dx} \leq 1. \quad (2.12)$$

В реальной системе охлаждения скорости электронов нелинейно зависят от координат. В частности, если плотность пучка постоянна,

$$\frac{dv_e}{dx} = \frac{2el}{\beta^2 c^2 \gamma^3 m} \frac{x}{a^2}.$$

Отсюда следует ограничение на ток пучка:

$$I \leq \beta^3 \gamma \frac{mc^3}{e} \frac{a}{2\Psi} \simeq 1A. \quad (2.13)$$

Если условия (2.12), (2.13) не выполнены, часть пучка теряется (рис.9). Анализ влияния градиента скоростей электронов на силу трения [20] приводит к тому же условию (2.12).

**2.5. Время жизни частицы в кулере.** Для пучка умеренной интенсивности, далекой от развития коллективных процессов, вызывающих неустойчивость ионного пучка, процессами, ограничивающими время жизни его частиц, являются однократное рассеяние на атомах остаточного газа и внутренней мишени и рекомбинация (для ионов) с охлаждающими электронами. Действие многократного рассеяния, как правило, подавлено электронным охлаждением (см. п.7.2). Предельный угол однократного рассеяния определя-



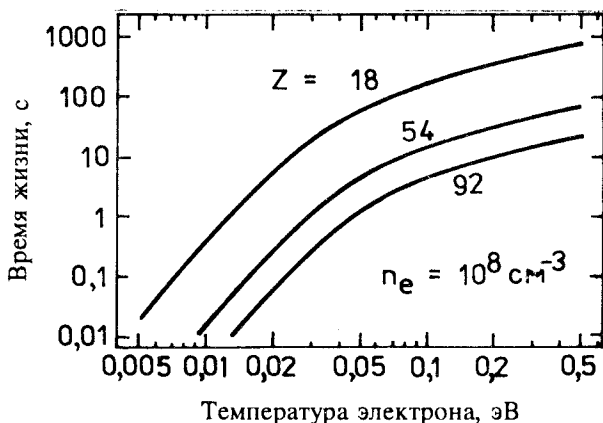


Рис. 10. Электрон-ионная рекомбинация. Расчетная зависимость времени жизни многозарядных ионов от температуры ионов [29]:  $\eta = 0,02$ ,  $n_e = 10^8 \text{ см}^{-3}$ . В области релятивистских энергий следует  $\tau$  домножить на  $\gamma^2$

ется акцептансом накопителя  $\Delta\epsilon$  и значением бетатронной функции  $\beta_\epsilon$  в точке рассеяния:  $\theta_{\text{max}} = \sqrt{\epsilon/\beta_\epsilon}$ . В результате время жизни частицы

$$\tau_\theta = \frac{1}{\langle \sigma n_0 \rangle v_0} \approx \frac{\beta^3 \gamma^2}{4\pi z_0^2 r_p^2 c} \left( \frac{A}{z} \right)^2 \frac{\epsilon}{\langle n_0 \beta_\epsilon \rangle}. \quad (2.14)$$

Здесь  $A$ ,  $ze$  — атомная масса и заряд частицы,  $z_0$ ,  $n_0$  — атомный номер и плотность рассеивателя, символ  $\langle \rangle$  означает усреднение вдоль орбиты частицы. Для накопителя с параметрами табл.3 и  $A/z \approx 2$  время жизни  $\tau_\theta$  составляет около  $1/z_0^2$  лет (см. также оценки к формуле (7.1) и комментарий к ней).

В результате рекомбинации скачкообразно уменьшается заряд иона и, соответственно, увеличивается радиус его равновесной орбиты, что может привести к гибели иона на стенках камеры. Для охлажденных частиц скорость рекомбинации определяется, в основном, температурой электронов. При температуре порядка 0,1 эВ и более преобладает так называемая радиационная рекомбинация — захват электрона ионом с испусканием фотона [20,27]. Коэффициент радиационной рекомбинации

$$\alpha_r \simeq \frac{20\alpha r_e^2 c^2 z^2}{\Delta_{\perp} \ln(\alpha cz/\Delta_{\perp})}, \quad (2.15)$$

где  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры. Время жизни по этому процессу равно

$$\tau_r = \frac{1}{\langle \alpha_r n_e \rangle} \simeq 1,38 \cdot 10^7 \frac{\beta^2 \gamma^3 \theta_e \ln(z/137\beta \gamma \theta_e)}{z^2 \eta J_{A/\text{см}^2}}. \quad (2.16)$$

Для протонов и параметров табл.3  $\tau_r$  составляет более 200 часов, тогда как для ионов свинца всего 6 мин. Нужно учесть также, что охлажденный (сжатый) пучок частиц взаимодействует обычно с приосевой частью электронного пучка, где поперечные скорости электронов на порядок ниже. С учетом этого замечания приведенная численная оценка хорошо согласуется с экспериментальными результатами НАП-М [8,28].

С уменьшением температуры электронов все более заметным становится вклад диэлектронной рекомбинации (соударение иона с двумя электронами, один из которых уносит энергию возбуждения иона, захватившего электрон).

Результаты расчетов из работы [29] представлены на рис.10.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СИЛЫ ТРЕНИЯ

В развитии метода электронного охлаждения следует выделить три стадии экспериментальных исследований:

1974—1984 гг. — эксперименты на протонных накопителях в ИЯФ СО АН СССР [5,8,9,28], ЦЕРН [11] и FNAL [12];

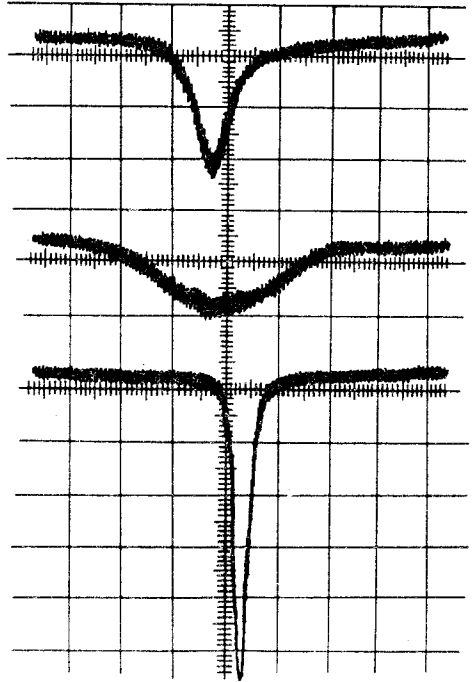
1985—1988 гг. — эксперименты на установке «Модель соленоида» в ИЯФ СО АН СССР [23,30];

1988—1994 гг. — ввод в действие антипротонного и ионных накопителей (табл.1) и эксперименты на них.

Подробное описание постановки экспериментов можно найти в цитированных оригинальных работах и обзорах [3,9,27,31,32].

Отличительной особенностью новосибирских экспериментов (рис.1) было применение нескольких методик измерения поперечных размеров (эммитанса) охлаждаемого пучка — профилометров на основе магниевои струи, тонкой кварцевой нити-рассеивателя, быстро пересекающей пучок (рис.11), детектора нейтральных атомов водорода, образующихся на участке охлаждения. Как ни странно, до сих пор ни один из накопителей третьего поколения не располагает подобной техникой (только в 1994 г. на CELSIUS

Рис. 11. Профиль пучка, измеренный методом рассеяния протонов на кварцевой нити. Сверху вниз: пучок сразу после ускорения, через 200 с без охлаждения, охлаждение включено



установлен профилометр с магнетиной струей, разработанный в ИЯФ СО РАН, Новосибирск).

Для измерения продольной компоненты силы трения эффективно используется шоттки-диагностика (см. [27,32]), позволяющая измерять с хорошей точностью спектр частот обращения в охлаждаемом пучке. Поэтому в физике электронного охлаждения ионов больше экспериментальных данных получено для продольной степени свободы.

Измерения декремента затухания бетатронных колебаний, проведенные на накопителе НАП-М [28], показали (рис.12), что в диапазоне энергий протонов 1,5+65 МэВ зависимость декремента от относительной скорости частиц и электронов аппроксимируется зависимостью

$$\lambda^* = \frac{A}{z^2} \frac{\lambda_{\text{exp}}}{n_e^*} = \frac{10^6}{(V_{\perp}^2)_{\text{см/с}}} \text{ см}^3/\text{с}, \quad 10^6 \leq V_{\perp} \leq 10^7 \text{ см/с}, \quad n_e^* = 10^{-8} \eta n_e.$$

При этом  $\Delta_{\perp} \approx 2 \cdot 10^7 \text{ см/с}$ ,  $\Delta_{\parallel} \approx 3 \cdot 10^5 \text{ см/с}$ , т.е. данные относятся к области малых скоростей. Проведенные позднее на TSR измерения *продольной* силы трения и ее декремента для многозарядных ионов [33] в области значений *поперечной* скорости  $3 \cdot 10^5 \text{ см/с} < V_{\perp} < 10^6 \text{ см/с}$  дали любопытные результаты (рис.12): две группы экспериментальных точек НАП-М ( $\lambda_{\perp}$ ) и TSR ( $\lambda_{\parallel}$ ) лежат на кривой  $V_{\perp}^3$ , как и предсказывает теория (1.36), тогда как точки внутри каждой из групп ложатся на более слабую зависимость — между  $V_{\perp}^{-1/2}$  и  $V_{\perp}^{-2}$ . По-видимому, необходимы более точные измерения с более широким охватом диапазона скоростей. Последние ре-

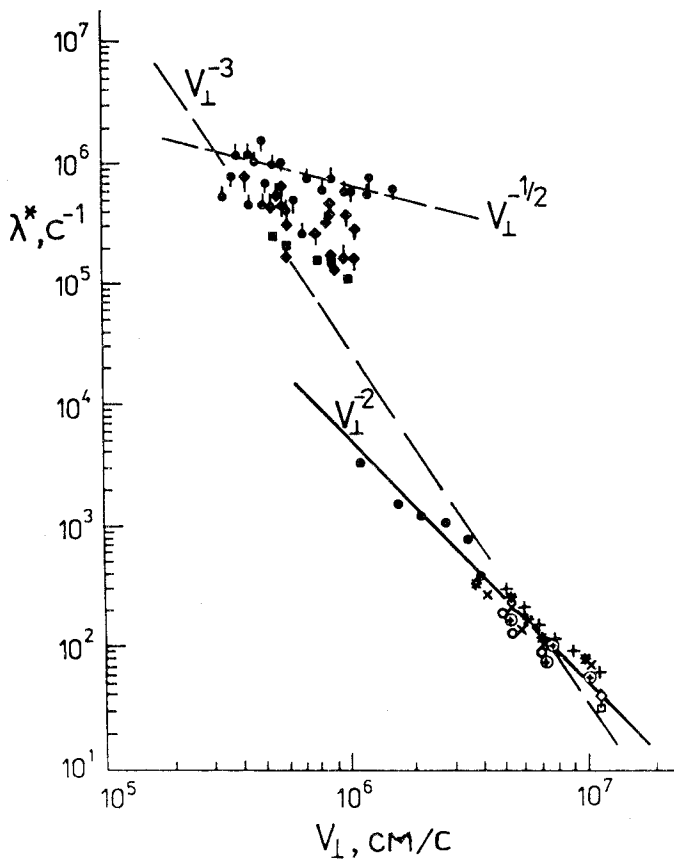


Рис. 12. Зависимость приведенного декремента затухания поперечных колебаний от относительной скорости частиц и электро-

нов [28,33,34]:  $\lambda^* = \frac{A}{z^2} \frac{\lambda_{\text{exp}}}{n_e^*}$ ,  $n_e^* = 10^{-8} \eta n_e$

зультаты TSR [34] для ( $\lambda_{\perp}$ ) (рис.12, ионы  $C^{6+}$  и  $S^{16+}$ ) находятся в хорошем согласии с результатами НАП-М. Обозначения на рис.12 приведены ниже.

Установка	НАП-М [28, 3], $\lambda_{\perp}$						TSR [33], $\lambda_{\parallel}$					TSR [34], $\lambda_{\perp}$	
МэВ/нуклон	1,5	65	65	65	65	35	12					11,4	
СИМВОЛ	•	+	×	⊕	○	*	◐	◑	◒	◔	◕	◖	◗
частицы	протоны						d	Li <sup>3+</sup>	C <sup>6+</sup>	O <sup>8+</sup>	S <sup>16+</sup>	C <sup>6+</sup>	S <sup>16+</sup>

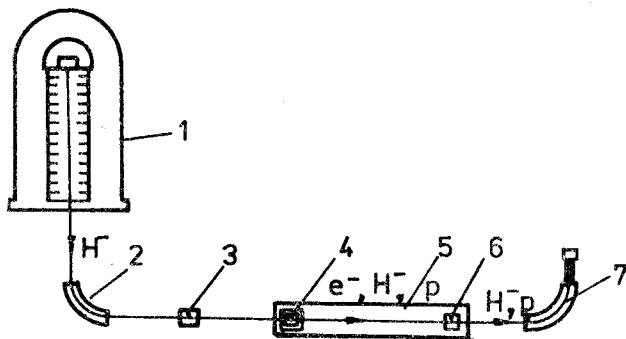


Рис. 13. Схема установки МОСОЛ: 1 — электростатический ускоритель, 2 — дефлектор, 3 — парамагнетическая мишень, 4 — электронная пушка и пластины сведения пучков, 5 — соленоид, 6 — коллектор электронов, 7 — спектрометр

Наиболее тщательно свойства продольной компоненты силы трения были исследованы на установке «модель соленоида» (МОСОЛ) в ИЯФ СО РАН (рис.13 и табл.4) [30], где пучок протонов или отрицательно заряженных ионов водорода, ускоренный в электростатическом ускорителе, охлаждался за время пролета сквозь электронный пучок. Высокая стабильность во времени энергии ускорителя обеспечивала малый разброс продольных скоростей частиц, а применение источника НГ и парамагнетической мишени с дистанционным включением позволяло изменять знак заряда частиц при постоянстве остальных параметров. Это дало возможность очень точно провести сравнение значений силы трения для частиц обоих знаков. Прецизионность эксперимента обеспечивалась, кроме того, благодаря использованию специального электростатического спектрометра (см. [23]).

Таблица 4. Параметры установки МОСОЛ

Энергия ионов водорода, кэВ	850
Стабильность энергии ионов, кэВ	$\pm 2,5 \cdot 10^{-5}$
Энергия электронов, эВ	463
Ток электронов, мА	1+15
Плотность электронов, $10^{-8} \cdot \text{см}^{-3}$	1,6+23,5
Магнитное поле, кГс	1+3
Непараллельность магнитного поля, $V_{\perp}/V$	$5 \cdot 10^{-5}$
Длина участка охлаждения, м	2,4

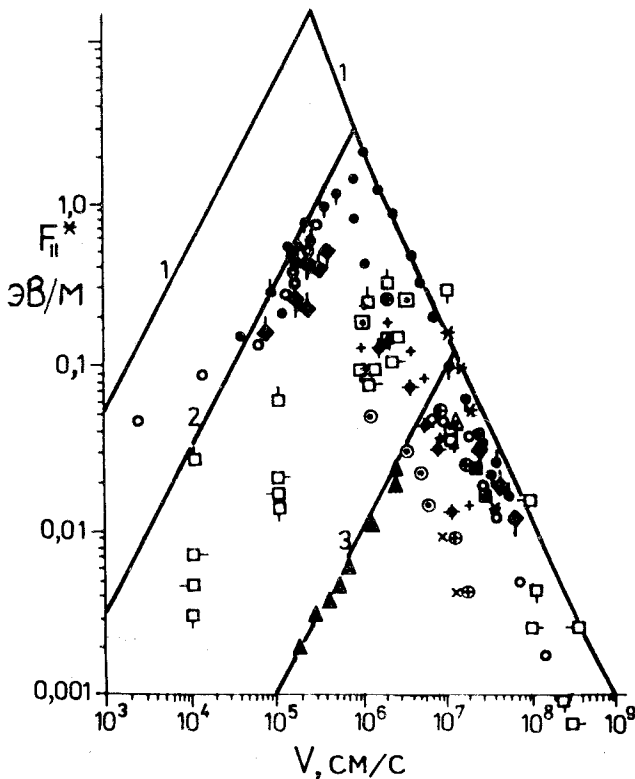


Рис. 14. Результаты измерения продольной силы трения [23,35—38]:  $F^* = F_{\parallel} / z^2 n_e^*$ , где  $n_e^* = 10^{-8} \text{ см}^3 \eta n_e \gamma^{-1}$  — «приведенная» плотность электронов в системе частиц; сплошные линии — расчет по формулам (1.36), (1.37) для  $n_e = 10^{-8} \text{ см}^{-3}$  и различных значений  $\Delta_{\parallel}$  [см/с]:  $3,4 \cdot 10^5$  (1),  $1 \cdot 10^6$  (2),  $1 \cdot 10^7$  (3)

Важной особенностью эксперимента была также высокая однородность магнитного поля.

Результаты этих экспериментов, а также большинства других, проведенных к настоящему времени, представлены на рис.14 [23,35—38]. Они показывают, что в области больших и малых скоростей ( $V > \Delta_{\parallel}$ ) наблюдается хорошее количественное согласие с теорией. В частности, убедительно представлен эффект замагниченности — сила трения продолжает расти с

уменьшением  $V$  в области  $V < \Delta_{\perp} \approx 3 \cdot 10^7$  см/с. Обозначения на рис. 14 следующие:

Символ	Установка	Частицы	Энергия, МэВ/нуклон
✦	НАП-М	протоны	65
●	МОСОЛ	протоны	0,85
▲	ICE	протоны	47
○	IUCF	протоны	45
⊕	LEAR	протоны	49
+	TARN	протоны	20
▣	CELSIUS	протоны	180
⊙	CELSIUS	дейтроны	783
△	CELSIUS	$O^{8+}$	296
⦿	TSR	дейтроны	12
●	TSR	$Li^{3+}$	12
◆	TSR	$C^{6+}$	12
◆	TSR	$O^{8+}$	12
■	TSR	$S^{16+}$	12
*	CRYRING	дейтроны	12,2
⊠	ESR	$C^{6+}$	250
⊠	ESR	$Ti^{22+}$	250
⊠	ESR	$Xe^{54+}$	250
⊠	ESR	$U^{92+}$	250

В области сверхмалых скоростей в четырех разных экспериментах (МОСОЛ, IUCF, ESR и TSR) наблюдалась линейная зависимость силы трения от  $V_{\parallel}$ , как и предсказывает теория. Однако абсолютное значение силы, измеренной экспериментально, почти на порядок меньше расчетного для плотности  $n_e = 1 \cdot 10^8$  см<sup>3</sup> (рис. 14). Такое различие связано, по-видимому, с недостаточной стабильностью энергии электронов. Действительно, для достижения максимального уровня силы трения в области сверхмалых скоростей требуется стабильность:

$$\frac{\delta E}{E} \ll 2 \frac{\Delta_{\parallel}}{\beta c} = 2 \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{e^2 n_e^{1/3}}{m c^2}}$$

Кубическая зависимость силы от  $\Delta_{\parallel}$  требует достаточно сильного неравенства (хотя бы в 3 раза) для исключения влияния  $\delta E$ . Для установки

МОСОЛ эта оценка дает  $\delta E/E < 2 \cdot 10^{-5}$ , а для IUCF и TSR еще на порядок меньше. Правдоподобность приведенных объяснений подтверждается еще и тем фактом, что точки всех трех экспериментов хорошо легли на одну кривую, что означает отсутствие зависимости приведенной силы от плотности  $n_e$  (напомним, что  $\Delta_{\parallel} \propto n_e^{-1/6}$  в отсутствие нестабильности энергии электронов (см. (4.5)). Аналогичное влияние оказывает неоднородность магнитного поля системы электронного охлаждения (п.2.3.). Не исключено, что в этом же причина низкого уровня силы в ранних экспериментах на ICE, где также  $F_{\parallel} \propto V_{\parallel}$  (рис.14). Если это так, тогда пульсации энергии электронов на ICE составляли около  $10^{-3}$  ( $\Delta_{\parallel} \sim 10^7$  см/с).

Отдельного обсуждения заслуживает охлаждение многозарядных ионов [33,38]. В области  $V_{\parallel} > \Delta_{\parallel}$  наблюдается хорошее согласие с теорией. В то же время для сверхмалых скоростей экспериментальные данные довольно противоречивы: точки TSR хорошо совпали с точками для протонов (рис.14), хотя и наблюдается слабая (логарифмическая — см. п.5.3 и рис.17) зависимость от  $z$ . Точки ESR [38] легли значительно ниже, демонстрируя сильную зависимость от  $z$ . Последние результаты вызывают сомнение: значения приведенной силы трения для  $C^{6+}$  в опытах ESR лежат ниже кривой для протонов и дейтронов, тогда как в опытах TSR они хорошо совпадают с последними; кроме того, приведенное значение для  $He^{54+}$  больше, чем для  $Ti^{22+}$ . (Отметим, что в экспериментах МОСОЛ и ESR кривые  $F(V_{\parallel})$  снимались непрерывно по  $V_{\parallel}$  сканированием энергии электронов (МОСОЛ, [23], рис.12) или частиц (ESR [38]). Точки этих кривых выборочно представлены на рис.14).

По существу, остается открытым вопрос о тонкостях физики охлаждения в этой области. Часть специфических особенностей взаимодействия при сверхмалых скоростях обсуждается в разд.5.

## 4. ОХЛАЖДАЮЩИЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ПУЧОК

**4.1. Электростатическое ускорение и сплющенное распределение.** В электронном пучке низкой интенсивности сплющенное распределение типа (1.26) имеет кинетическое происхождение [8]. Проще всего это продемонстрировать в нерелятивистском случае: электрон, эмитированный термокатодом при температуре  $T_c$  и ускоренный в электростатическом поле разностью потенциалов  $U_0$ , имеет кинетическую энергию



$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_c + eU_0 = \frac{m}{2}(v_0 + \Delta v)^2; \quad \frac{mv_0^2}{2} \equiv eU \equiv \mathcal{E}_0,$$

$\mathcal{E}_c$  — кинетическая энергия электрона на катоде. Отсюда разброс скоростей и температура продольной степени свободы электронов в системе, движущейся со скоростью  $v_0$ , равны

$$\Delta_{\parallel} \approx \frac{T_c}{mv_0}, \quad T_{\parallel} \equiv m\Delta_{\parallel}^2 \approx \frac{T_c^2}{2\mathcal{E}_c}.$$

Более строго  $T_{\parallel}$  можно найти [25], записав функцию распределения электронов на катоде в виде

$$f(\mathcal{E}_c) = A \cdot e^{-\mathcal{E}_c/T_c}, \quad A = \text{const.} \quad (4.1)$$

Из закона сохранения энергии и преобразований Лоренца найдем

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_c &= \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4} - (\mathcal{E}_0 + mc^2) \approx \beta c(p - p_0) = \gamma m v_{\parallel}, \\ p_0 &\equiv \langle p \rangle = \beta \gamma m c, \end{aligned} \quad (4.2)$$

$p$  — продольная компонента импульса электрона в лабораторной системе после ускорения,  $v_{\parallel}$  — скорость электрона в системе, движущейся со скоростью  $v_0 = \beta c$ .

Поскольку функция распределения есть интеграл бесстолкновительного уравнения Власова, если в качестве аргумента выбрана полная энергия,  $f(p)$  в (4.1) сохраняет свой вид и после ускорения. Подставив  $\mathcal{E}_c$  из (4.2) в (4.1) и преобразуя функцию распределения из лабораторной системы в движущуюся, после нормировки на единицу найдем

$$f(v_{\parallel}) = \frac{\beta \gamma m c}{T_c} e^{-\beta \gamma m c v_{\parallel} / T_c}, \quad v_{\parallel} > 0. \quad (4.3)$$

Условие  $v_{\parallel} > 0$  отражает очевидный физический факт: в пучок из катода попадают только электроны, летящие «вперед». Поэтому  $\langle v_{\parallel} \rangle \neq 0$ , и «продольная» температура

$$\begin{aligned} T_{\parallel} &= m \left( \langle v_{\parallel}^2 \rangle - \langle v_{\parallel} \rangle^2 \right) = \frac{T_c^2}{\beta^2 \gamma^2 m c^2}, \\ T_{\parallel} &= \frac{T_c^2}{2\mathcal{E}_0} \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ эВ при } \mathcal{E}_0 \ll mc^2. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Распределение (4.3) не является равновесным. Пучок релаксирует к термически равновесному состоянию через некоторое, достаточно короткое время (см. п.4.3).

Поперечный импульс электрона не изменяется при ускорении, поэтому поперечная температура

$$T_{\perp} = T_c + T_{ab}(r),$$

где  $T_{ab}$  — вклад оптических aberrаций электронной пушки, вообще говоря, зависящий от радиальной координаты электрона.

**4.2. Флуктуации плотности электронов и продольная температура.** Плотность электронов в пучках, используемых для охлаждения, достаточно высока, чтобы можно было пренебречь кулоновским взаимодействием между электронами. Поскольку расстояния между электронами  $l_e$  флуктуируют, локальное электрическое поле в электронном газе отлично от нуля, и электрон в нем обладает некоторой потенциальной энергией — так называемой корреляционной энергией, которая для горячего газа равна [39]:

$$E_{\text{cor}} = -e^3 \sqrt{\frac{\pi n_e}{T}}, \quad T \gg e^2 n_e^{1/3}.$$

Такая ситуация имеет место в электронном пучке вблизи катода, где плотность электронов

$$n_c \sim n_e \sqrt{E_0/T_c} \sim 1,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3} \quad (T_c \sim 0,1 \text{ эВ}),$$

так что  $e^2 n_e^{1/3} \sim 10^{-3} \text{ эВ} \ll T_c$ . При достаточно быстром ускорении (см. (4.6)) электронный газ не успевает «перемешаться» и сохраняет начальную структуру. В этом случае корреляционная энергия электронов по порядку величины равна

$$E_{\text{cor}} \sim -\frac{e^2}{\langle l_e \rangle} \sim -e^2 n_e^{1/3}.$$

Колебания, совершаемые электроном под действием локального электрического поля, преобразуют эту потенциальную энергию в кинетическую, что дает вклад в температуру электронов  $T_{\text{cor}} \sim -E_{\text{cor}}$ . Можно продемонстрировать это явление на модели «электронного кристалла» со строго кубической решеткой и единственным отклонившимся от равновесия (на расстояние  $r$ ) электроном. Такая система эквивалентна диполью тяжелая дырка — электрон. Осциллируя в поле дырки с периодом  $\tau = \pi \sqrt{2mr^3/e^2}$ , электрон имеет среднюю по времени кинетическую энергию  $\overline{E} = e^2/r$ . Приняв распределение электронов по амплитудам гауссовым, с дисперсией  $l_e^2$ , найдем  $T = 2\langle \overline{E} \rangle = 2\sqrt{2}e^2/(\pi l_e) \approx e^2 n_e^{1/3}$ . Отметим также, что  $\langle \tau \rangle \approx 2\pi/\omega_{pe}$ .

В результате установившаяся температура электронов есть

$$T_{\parallel} \sim \frac{T_c^2}{\beta^2 \gamma^2 m c^2} + e^2 n_e^{1/3} \sim 3 \cdot 10^{-7} + 1 \cdot 10^{-4} \text{ эВ.} \quad (4.5)$$

Время установления температуры (термализации пучка) определяется плазменными колебаниями (с частотой  $\omega_{pe}$  (1.5)) и электрон-электронными соударениями. В принципе, это тот же самый процесс кулоновского взаимодействия, что и электронное охлаждение. В замагниченном пучке это случай S в формуле (1.36) для  $F_{\parallel}$  при условии  $m = M$ , что дает

$$\tau_{ee} = \lambda_s^{-1} \sim \frac{\Delta_{\parallel}^3}{2\pi n_e r_e^2 c^4 L_{MS}} \sim 10^{-9} \text{ с.}$$

В «обычной» электронной пушке ускорение достаточно быстрое [40]:

$$\tau_{acc} \simeq 3 \frac{d}{v_0} \sim 10^{-9} \text{ с,}$$

релаксация не успевает сработать за время ускорения, и температура электронов, устанавливающаяся вскоре после выхода из пушки, имеет относительно большое значение:

$$(T_{\parallel})_{fast} \sim e^2 n_e^{1/3}. \quad (4.6)$$

Если же ускорение происходит достаточно медленно, так что

$$\frac{1}{T_{\parallel}} \frac{dT_{\parallel}}{dt} < \min\{\tau_{ee}^{-1}, \omega_{pe}\}, \quad (4.7)$$

электронный газ успевает релаксировать в ходе ускорения, и температура на выходе из пушки равна

$$(T_{\parallel})_{slow} \sim \frac{T_c^2}{\beta^2 \gamma^2 m c^2}. \quad (4.8)$$

Условие (4.7) для нерелятивистской энергии можно записать через среднюю напряженность ускоряющего поля  $E$ :

$$\frac{1}{T_{\parallel}} \frac{dT_{\parallel}}{dt} = \frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = \frac{v}{E} eE < \omega_{pe},$$

откуда

$$E < \sqrt{\pi J \frac{m\beta c}{e}} \sim 3 \text{ кВ/см.} \quad (4.9)$$

Электрическое поле в пушке Пирса почти на порядок выше, т.е. такая пушка (работающая по «закону 3/2») является «быстрой», и температура электронов ее пучка определяется соотношением (4.6). Попытки создания «медленных» пушек делаются в настоящее время (см. [23]).

**4.3. Продольно-поперечная релаксация.** Сплющенное распределение, в свою очередь, релаксирует к изотропному в результате электрон-электронных соударений: холодная продольная компонента скорости нагревается за счет горячих поперечных. В отсутствие магнитного поля этот процесс есть не что иное, как диффузия в электронном пучке со сплюснутым распределением, и формула (1.40) при  $m = M$  дает ( $\mathcal{E}_0 \ll mc^2$ ) [41]:

$$\frac{dT_{\parallel}}{dz} \approx \frac{\pi e^3 J L_c}{\mathcal{E}_0} \sqrt{\frac{m}{T_{\perp}}} \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ эВ/см},$$

т.е. продольная температура возрастает в 10 раз на расстоянии 2 м.

Процесс диффузии существенно подавлен в продольном магнитном поле, если

$$\langle \rho_{\perp} \rangle \leq l_e = n_e^{-1/3}. \quad (4.10)$$

Для параметров табл.3 это условие требует  $B > 1$  кГс. При такой (почти предельной) замагниченности электронный газ в системе электронов выглядит как набор ларморовских кружков, которые медленно, со скоростью  $\Delta_{\parallel}$ , путешествуют вдоль поля и сталкиваются друг с другом, обмениваясь импульсами  $m\Delta_{\perp}$ . Поэтому в мощности диффузии (1.40) появляется множитель  $\Delta_{\parallel}/\Delta_{\perp}$ :

$$\left( \frac{dT_{\parallel}}{dz} \right)_{\text{magn}} \approx \frac{\pi e^3 J L_c}{\mathcal{E}_0} \sqrt{\frac{m T_{\parallel}}{T_{\perp}^2}} \approx 10^{-7} \text{ эВ/см}. \quad (4.11)$$

## 5. ТОНКИЕ ЭФФЕКТЫ В ЭЛЕКТРОННОМ ОХЛАЖДЕНИИ

**5.1. Сила трения для отрицательно заряженных частиц.** Отрицательно заряженные частицы (антипротоны, отрицательно заряженные ионы) отталкивают электроны, тогда как положительно заряженные притягивают их. При столкновениях с параметрами  $\rho < \rho_{\min}$  в первом случае замагниченный электрон отражается и передает частице импульс  $2mV$ , тогда как во втором случае он пролетает мимо частицы, не сообщая ей сколько-нибудь заметного импульса. Поэтому для отрицательно заряженной частицы продольная компонента силы трения увеличивается на

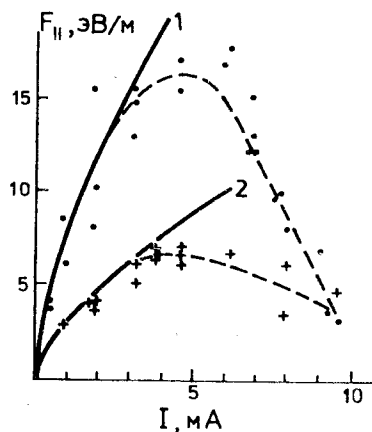


Рис. 15. Зависимость максимальной силы трения от тока электронного пучка [23].  $B = 3$  кГс, (●) — отрицательные ионы  $H^-$ , (×) — протоны, кривые —  $F = ke^2 n_e^2/3$ , 1 —  $k_1 = 1,82$ , 2 —  $k_2 = 0,72$

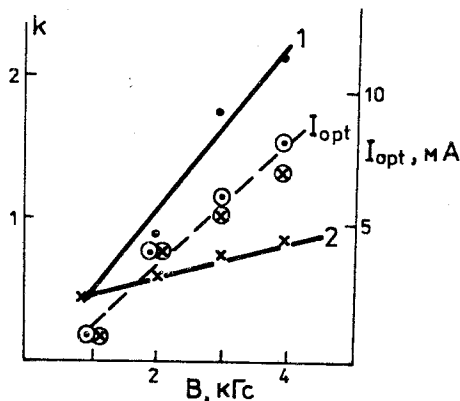


Рис. 16. Зависимость от магнитного поля коэффициентов  $k_1, k_2$  и оптимального значения тока электронов [23]

$$\Delta F_{\parallel} = -n_e V 2mV \pi \rho_{\min}^2 \sim -\frac{2\pi q}{m} \begin{cases} 1/V^2, & V > \Delta_{\parallel} \\ V^2/\Delta_{\parallel}^4, & V < \Delta_{\parallel} \end{cases} \quad (5.1)$$

и максимальная величина продольной компоненты (см. (1.36)) есть

$$\left(F_{\parallel}^{(-)}\right)_{\max} \sim -\frac{2\pi q}{m\Delta_{\parallel}^2} (1 + L_{MS}) \sim -2\pi e^2 n_e^2/3 (1 + L_{MS}). \quad (5.2)$$

Этот эффект был убедительно продемонстрирован в экспериментах на установке МОСОЛ [23,30]. Экспериментальные точки на рис.15 в области  $I \leq 3$  мА хорошо аппроксимируются функцией

$$F_{\parallel} = ke^2 n_e^2/3, \quad k = \begin{cases} 1,82 & \text{— отрицательные ионы} \\ 0,72 & \text{— протоны.} \end{cases}$$

Спад силы трения в области  $I \geq 3$  мА объясняется ухудшением качества электронного пучка с ростом тока (увеличение продольной температуры вдоль пучка из-за продольно-поперечной релаксации, влияние пространственного заряда электронного пучка и т.п.). Это подтверждает приведенная на рис.16 зависимость от магнитного поля значения тока пучка, при котором  $F_{\parallel}$  достигает максимума (пунктирная линия) —  $I_{\text{opt}}$  линейно растет с

полем. Там же показана зависимость коэффициента  $k$  от поля — с ростом магнитного поля различие  $k_1$  и  $k_2$  заметно увеличивается.

**5.2. Диффузия охлажденных протонов.** Пучки частиц и охлаждающих электронов встречаются на участке охлаждения на выходе тороидальной секции (рис.2). В системе частиц сведение пучков выглядит как быстрое смещение электронов в направлении, перпендикулярном оси пучка охлаждаемых частиц:

$$\Delta z \approx \frac{(\beta c \Delta t)^2}{2R}, \quad (5.3)$$

где  $R$  — радиус кривизны траектории электрона в тороидальном соленоиде. Для параметров табл.3 эта оценка дает смещение порядка 1 мм за период циклотронного вращения (при этом  $\rho_{\perp} \approx 0,02$  мм), т.е. частица и электрон встречаются «мгновенно». Если частицы уже охлаждены до уровня  $V \leq \Delta_{\parallel}$  и имеют положительный заряд, электрон и частица движутся вместе, и электрон осциллирует вдоль направления магнитного поля под действием поля частицы, одновременно медленно вращаясь с частотой  $\omega_d$  (дрейфуя) вокруг силовой линии поля, проходящей через частицу. Это хорошо известный дрейф в скрещенных полях — продольном магнитном и поперечном электрическом поле частицы. Сила, действующая на частицу со стороны электрона, изменяет свое направление с частотой дрейфа электрона

$$\omega_d \sim c \frac{ze}{\rho^3 B}, \quad (5.4)$$

и поперечные к полю компоненты импульса, сообщенного этой силой частице за время пролета участка охлаждения  $\tau$ , равны

$$\Delta p_{x,z} \sim \int_0^{\tau} \frac{ze^2}{\rho^2} \begin{Bmatrix} \sin \omega_d t \\ \cos \omega_d t \end{Bmatrix} dt.$$

Отсюда

$$\Delta p_{\perp}^2 = \Delta p_x^2 + \Delta p_z^2 = \left( \frac{ze^2}{\rho^2} \frac{2}{\omega_d} \sin \frac{\omega_d \tau}{2} \right)^2.$$

Усредняя эту величину по большому интервалу времени  $\Delta t \gg \tau_0 > \tau$  (т.е. большому числу пролетов частицы через участок охлаждения с периодом  $\tau_0$ ), найдем добавку в мощность диффузии [23]:

$$\delta Q = \frac{1}{2M} \frac{1}{\tau_0 \sigma_{\max}} \int_0^{\rho_{\max}} \Delta p_{\perp}^2 2\pi \rho d\rho =$$

$$= \frac{4 \cdot 2^{2/3}}{3M\tau_0} \left( \frac{Bn_e z^2 e^5 \tau^2}{c} \right)^{2/3} \int_{x_{\min}}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^{7/3}} dx \approx 4\eta \frac{\tau^{1/3}}{M} \left( \frac{eBq}{c} \right)^{2/3}, \quad (5.5)$$

где  $x_{\min} = 4cze \tau n_e / B \ll 1$ ,  $\eta = \tau/\tau_0 = l/C$ ,  $\rho_{\max} = l/2 \sim 1/2n_e^{1/3}$ . Подстановка этой добавки (с учетом  $\eta$ ) в уравнение Ланжевена дает вместо (1.41)

$$T_p \simeq T_{\parallel} (1 + \delta),$$

$$\delta \sim \frac{1,5}{L_{MS}} \left( \frac{\omega_B^2 \tau}{z^2 \omega_{pe}} \right)^{1/3} \approx 7z^{-2/3}. \quad (5.6)$$

Этот эффект достаточно ясен в случае, когда частица — протон и ее сопровождает один электрон. Он может стать определяющим при больших  $B$ , т.к.  $\delta$  растет как  $B^{2/3}$ . Случай многозарядных ионов гораздо более сложен.

**5.3. Охлаждение многозарядных ионов.** Начнем с довольно очевидного эффекта — зависимости кулоновских логарифмов от заряда иона. Она может заметно уменьшить величину силы трения (декремента). На рис.17 показаны результаты обработки экспериментальных данных, полученных на TSR при охлаждении многозарядных ионов [33]. Эти эксперименты были проведены при энергии ионов 5+12 МэВ/нуклон, поперечная скорость электронов в них составляла  $(6+8) \cdot 10^5$  см/с, т.е. данные, приведенные на рис.17, относятся к области сверхмалых скоростей частиц (ср. рис.14).

В области сверхмалых скоростей частиц также может сказываться эффект связи, описанный в предыдущем пункте: электрон, колеблющийся вокруг положительно заряженной частицы, исчезает на выходе участка охлаждения так же «мгновенно», как и появляется на входе (см. (5.3)). При этом он уносит продольный импульс, знак которого зависит от фазы колебаний в момент выхода. Грубо можно оценить этот эффект, приняв, что частота колебаний электрона в поле иона (вдоль магнитного поля)

$$\omega_{\parallel} \sim \sqrt{\frac{ze^2}{2m\rho^3}}, \quad (5.7)$$

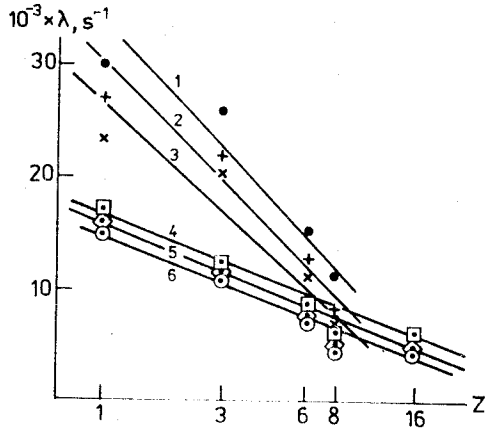
где  $\rho$  — прицельный параметр:

$$\rho \leq \frac{l_e}{2} \sim \frac{1}{2n_e^{1/3}}. \quad (5.8)$$

Рис. 17. Зависимость продольного декремента от заряда иона  $z$  для различных значений поперечной скорости ионов (обработка результатов работы [33]):

$$\lambda^* = \frac{A \lambda_{\parallel}}{z^2 n_e^*},$$

$$n_e^* = 10^{-8} n_e$$



Символ	●	+	×	□	◇	○
Номер кривой	1	2	3	4	5	6
$V_{\perp}, 10^5 \text{ см/с}$	6	7	8	6	7	8
$n_e, 10^8 \text{ см}$	0,72			3,42		

Подстановка верхнего предела дает минимальную частоту

$$\omega_{\parallel} \geq \sqrt{\frac{z}{\pi}} \omega_{pe} \sim 10^9 \sqrt{z} \text{ с}^{-1}. \tag{5.9}$$

Приведенная оценка показывает, что за время пролета участка охлаждения ( $\tau \sim 10^{-8} \text{ с}$ ) электрон успевает совершить несколько колебаний. Поскольку  $V < \Delta_{\parallel}$ , движение электрона в системе частицы можно приближенно записать в виде

$$s(t) \approx s_0 \cos \omega_{\parallel} t + (v - V_{\parallel}) \frac{\sin \omega_{\parallel} t}{\omega_{\parallel}},$$

где  $s$  — координата вдоль магнитного поля,  $V_{\parallel}$  — компонента скорости частицы в системе электронов, параллельная полю. Импульс, переданный частице электроном на выходе, есть  $m\dot{s}(\tau)$ . Усредняя по интервалу  $\Delta t$  аналогично (5.5), найдем



$$\Delta F_{\parallel} = -\frac{mV_{\parallel}}{\tau_0 \sigma_{\max}} \int_0^{\rho_{\max}} \sin \omega_{pe} \tau \cdot 2\pi \rho d\rho = -3,35\eta mV_{\parallel} \omega_{pe}^{4/3} \tau^{1/3} \left(\frac{z}{4\pi}\right)^{2/3} \cdot \text{Int},$$

$$\text{Int} = \int_{\alpha}^{\infty} \frac{\sin x}{x^{7/3}} dx, \quad \alpha = \sqrt{\frac{z}{\pi}} \omega_{pe} \tau \sim 6\sqrt{z}. \quad (5.10)$$

Относительный вклад в продольную силу трения составляет (см. (1.36)):

$$\delta = \frac{\Delta F_{\parallel}}{(F_{\parallel})_{MS}} = \frac{2\Delta_{\parallel}^3 \tau^{1/3}}{z^{4/3} c^2 r_e \omega_{pe}^{2/3} L_{MS}} \text{Int} \approx \frac{1,85}{z^{4/3}} \text{Int}. \quad (5.11)$$

Таким образом, эффект может быть значительным, а его знак зависит от величины  $\alpha$ :

$$\text{при } \alpha > 1 \quad \text{Int} \approx \frac{\cos \alpha}{\alpha^{7/3}}, \quad \text{тогда } \delta \approx \frac{\cos \alpha}{\sqrt{2} \pi^{3/2} c^2 r_e n_e \tau^2 L_{MS}}.$$

Рассмотренный случай одного связанного электрона не описывает полностью торможение многозарядного иона в охлаждающем электронном пучке, когда необходимо учитывать многочастичное взаимодействие, в котором участвуют по крайней мере  $z$  электронов. Исследование такого процесса ведется методом численного моделирования, хотя нужно сказать, что здесь получены только первые результаты [42]. Грубую оценку эффекта можно сделать, приняв, что все электроны колеблются синфазно с частотой  $\omega_{pe}$  (на что указывает ее присутствие в (5.9)+(5.11)). Тогда, аналогично (5.10), найдем

$$\langle (\Delta F_{\parallel})_z \rangle \sim -\frac{mV_{\parallel}}{\tau_0} z \sin \omega_{pe} \tau,$$

$$(\delta_F)_z \sim -\frac{2\Delta_{\parallel}^3 \sin \omega_{pe} \tau}{r_e c^2 z \tau \omega_{pe}^2 L_{MS}} \sim -\frac{0,1}{zz} \sin \omega_{pe} \tau. \quad (5.12)$$

Аналогично можно попытаться учесть дополнительную диффузию многозарядного иона в области сверхмалых скоростей: облако из электронов вращается как целое вокруг силовой линии магнитного поля, пересекающей ион, с частотой

$$\omega_{dz} \sim \frac{cze}{R_0^3 B} = \frac{\omega_{pe}^2}{4\pi \omega_B}$$

$$R_0 \sim z^{1/3} l_e \quad (5.13)$$

Поперечная компонента  $\Delta p_{\perp}$ , передаваемая иону за пролет, строго равна нулю при равномерном распределении электронов вокруг иона. Так как плотность флуктуирует, то средняя за много пролетов  $\Delta p_{\perp}^2 \neq 0$ . Существенно, что угловая скорость вращения облака не зависит в первом приближении от положения отдельного электрона. Поэтому можно записать

$$\overline{\Delta p_{\perp}^2} = \sum_{i=1}^z (\Delta p_{\perp})_i^2,$$

$$(\Delta p_{\perp})_i = \frac{ze^2}{R_0^3} \int_0^{\tau} \mathbf{R}(t) dt,$$

$$\mathbf{R}(t) = R(\mathbf{i}_x \sin \omega_{dz} t + \mathbf{i}_y \cos \omega_{dz} t).$$

Отсюда

$$\overline{\Delta p_{\perp}^2} = \frac{1}{\tau_0} \left( \frac{ze^2}{R_0^3} \right)^2 \left( \frac{2}{\omega_{dz}} \sin \frac{\omega_{dz} \tau}{2} \right)^2 n_e \int_0^{R_0} R^2 4\pi R^2 dR = \frac{16\pi z^{5/3}}{5} \left( \frac{eB}{cn_e^{1/3}} \right)^2 \sin^2 \frac{\omega_{dz} \tau}{2};$$

$$\delta Q = \frac{\overline{\Delta p_{\perp}^2}}{2M\tau_0} \quad (5.14)$$

Аналогично (5.6) найдем

$$T_p = T_{\parallel} (1 + \delta_z), \quad (5.15)$$

$$\delta_z \sim 24z^{5/3} \frac{\omega_B^2}{\omega_{pe}^3 \tau L_{MS}} \sin^2 \frac{\omega_{dz} \tau}{2} \quad (5.16)$$

При  $\omega_{pe} \tau \ll 1$   $\delta_z \approx 0,04z^{5/3} \frac{\omega_{pe} \tau}{L_{MS}} \approx 0,2z^{5/3}$ .

Эта оценка, справедливая при больших  $z$ , может, таким образом, определять температуру многозарядных ионов.

## 6. ФИЗИКА ХОЛОДНЫХ ПУЧКОВ

**6.1. Поперечный размер охлажденного пучка.** Установившийся разброс скоростей и, соответственно, поперечный размер пучка *низкой интенсивности* определяется параметрами электронного пучка (1.41), (5.6), (5.16). В экспериментах (табл.5) наблюдались размеры охлажденного пучка, заметно превышающие теоретический предел. Особенно велика разница для тяжелых ионов. Подобное расхождение связано, по-видимому, с недостаточно высоким качеством магнитного поля на участке охлаждения — критерий  $\alpha < \Delta_{\parallel}$  (п.2.3) не удовлетворен. Действительно, результаты, приведенные в табл.5 для пучков низкой интенсивности, показывают, что для достижения теоретического предела в данных экспериментах требовалась однородность магнитного поля  $B_{\perp}/B \leq 1 \cdot 10^{-5}$ , что заведомо не выполнялось.

**Таблица 5. Параметры охлажденных низкоинтенсивных пучков**

Параметры Сорт частиц	НАП-М [23]		ESR [38]	
	протоны		<sup>197</sup> Au <sup>79+</sup>	<sup>129</sup> Xc <sup>54+</sup>
Энергия, МэВ/нуклон	1,5	65	290	250
Диаметр пучка, мм	1	0,2	0,4	0,4
Угловой разброс пучка, 10 <sup>-5</sup> рад	7,0	1,4	3,6	3,6
$n_e, 10^8 \text{ см}^{-3}$	0,05	2,4	0,1	0,05
$\Delta_{\parallel} / \beta c, 10^{-5}$ рад	20	4	1,2	1,1
Фактор $\delta$ (5.6), $\delta_z$ (5.16)	25	12	50	30
$T_{\text{theor}} = e^2 n_e^{1/3} (1 + \delta), 10^{-3}$ эВ	0,63	1,14	1,6	0,75
$T_{\text{exp}},$ эВ	0,015	0,026	150	80

С ростом интенсивности пучка вступают в действие два эффекта, вызывающие увеличение разброса скоростей частиц, — *дефокусирующее действие пространственного заряда и внутривпучковое рассеяние.*

Пространственный заряд охлажденного пучка создает электрическое и магнитное поля, действующие на частицы как дефокусирующая линза. Этот эффект хорошо известен в ускорителях, он вызывает сдвиг частот бетатронных колебаний [43], который для цилиндрического пучка равен

$$\Delta \nu \equiv \frac{\Delta \omega_{\text{bet}}}{\omega_s} = \frac{r_p N}{2\pi \epsilon \beta^2 \gamma^3} \frac{z^2 C}{A l}, \quad (6.1)$$

где  $\pi \epsilon$  — эмиттанс охлажденного пучка,  $r_p$  — классический радиус протона,  $ze$ ,  $A$  — заряд и атомная масса частицы,  $C$  — периметр накопителя,

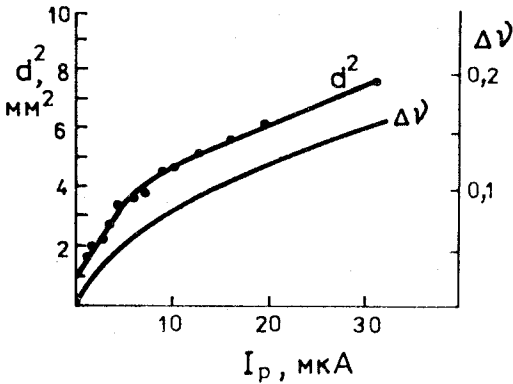


Рис. 18. Зависимость квадрата диаметра протонного пучка от тока и расчетное значение  $\Delta v(d^2, I)$ .  
 $E_p = 1,5$  МэВ,  $I = 1$  мА,  $B = 500$  Гс

$l$  — длина сгустка ( $l = C$  в отсутствие ВЧ). При сдвиге к ближайшему машинному резонансу происходит раскачка бетатронных колебаний с гибелью частиц на стенках камеры ускорителя.

Электронное охлаждение существенно демпфирует действие резонансов, работает своеобразная авторегулировка: пучок сжимается до таких размеров, когда частота бетатронных колебаний приближается к резонансному значению, и далее существует стабильно, без потерь частиц. Таким образом, при заданных параметрах пучка ( $N, z, A$ ) и накопителя ( $\Delta v_p$ ) формула (6.1) описывает установившееся значение эмиттанса охлажденного пучка. Этот эффект был обнаружен в экспериментах на НАП-М [23], проводившихся при энергии протонов 1,5 МэВ (рис.18), где было достигнуто экспериментальное значение  $\Delta v \approx 0,1$ .

В экспериментах на ESR [44] для ионов  $^{197}\text{Au}^{79+}$  и  $^{129}\text{Xe}^{54+}$  было получено, что размер охлажденного пучка (эмиттанс) возрастает как  $\sqrt{N}$  ( $\Delta v = \text{const}$ ). Максимальное значение  $\Delta v$  составляло в экспериментах 0,02 для пучка, содержавшего около  $10^8$  ионов  $^{129}\text{Xe}^{54+}$ . Близкий результат был получен для ионов  $\text{C}^{6+}$  на TSR [45]: эмиттанс возрастал как  $N^{0,43}$ , что соответствует почти постоянному значению  $\Delta v$ , равному для параметров данного эксперимента  $\approx 0,04$ . Отметим, что эксперимент проводился вблизи резонанса связи, причем  $v_H - v_V \approx 0,07$ .

Таким образом, оценка допустимой интенсивности пучка (6.1) является вполне применимым для практических целей приближением.

**6.2. Разброс по импульсу, шумы, «кристаллизация».** Разброс частиц по импульсу в охлажденном пучке в значительной мере определяется внутривпучковым рассеянием [46]. По своей природе это то же самое, что и продольно-поперечная релаксация (п.4.3). Формула (1.28) для  $Q$ , преобразованная в лабораторную систему, может быть представлена в виде

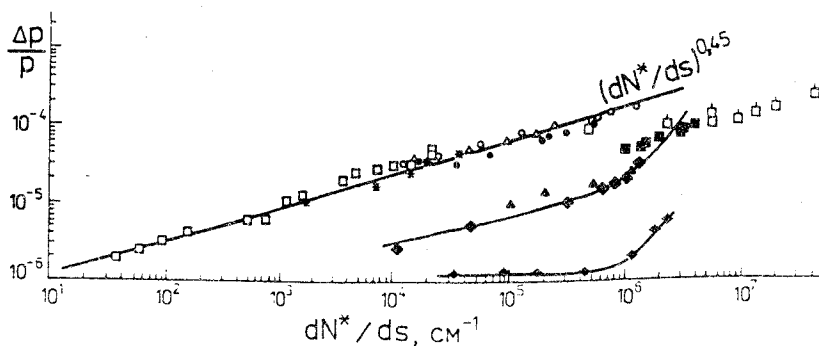


Рис. 19. Зависимость разброса частиц по импульсу от приведенной линейной плотности охлажденного пучка  $\frac{dN^*}{ds} = \frac{z^2}{A} \frac{N}{\eta_0 \beta^2 \gamma^2 l}$ , где  $l$  — банчируемый,  $C$  — свободный пучок

Символ	◆	□	*	○	△	●	◆	▲	■	□
Накопитель	НАП-М	ESR (верхняя кривая)				ESR (нижняя кривая)			TSR	
Ион	$p$	$^{84}\text{Kr}^{36+}$	$^{129}\text{Xe}^{54+}$	$^{197}\text{Au}^{79+}$	$^{209}\text{Bi}^{82+}$	$^{238}\text{U}^{92+}$	$^{20}\text{Ne}^{10+}$	$^{40}\text{Ar}^{16+}$	$^{20}\text{Ne}^{10+}$	$\text{C}^{6+}$
Энергия, МэВ/нуклон	65	150	250	290	230	330	150	150	250*	5,3

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\Delta p_{\parallel}}{p} \right)_{\text{IBS}}^2 = \frac{8r_p^2 c L_C}{\beta^3 \gamma^3 \epsilon^{3/2} \sqrt{\beta_E}} \frac{N z^4}{C A^2}. \quad (6.2)$$

Здесь  $L_C$  — кулоновский логарифм,  $\beta_E$  — среднее по орбите значение бетатронной функции накопителя (принято  $\beta_x \approx \beta_z$ ),  $C$  — периметр накопителя,  $\epsilon$  — эмиттанс пучка. Если диффузия на внутривпучковом рассеянии превосходит диффузию на электронном пучке, первая определяет равновесный разброс по импульсу, который в области сверхмалых скоростей равен (см. (1.36)):

$$\left( \frac{\Delta p_{\parallel}}{p} \right)^2 = \frac{2L_C}{\pi \beta^3 \gamma^3 n_e L_{MS}} \left( \frac{\Delta_{\parallel}}{c} \right)^3 \frac{1}{\epsilon^{3/2} \sqrt{\beta_E}} \frac{N z^2 m}{C A m_p}, \quad (6.3)$$

где  $m_p$  — масса протона. Отсюда следует, что равновесный разброс по импульсу в интенсивном охлажденном пучке должен возрастать как  $z \sqrt{N/A} \epsilon^{3/4}$ . Экспериментальные результаты указывают на более сложную

физику глубокого охлаждения пучков. Так, в ранних экспериментах на НАП-М [13,31] было обнаружено подавление разброса по импульсу до уровня  $\Delta p/p = 1,2 \cdot 10^{-6}$ , если интенсивность пучка не превышала  $N \sim 3 \cdot 10^7$  частиц (рис.19). При  $N > 3 \cdot 10^7$  разброс резко возрастал. Отметим, что достигнутый минимальный разброс соответствует температуре в системе частиц  $10^{-4}$  эВ, что для параметров эксперимента НАП-М хорошо согласуется с условием (1.41). Обозначения на рис.19 приведены таблице под рисунком.

В экспериментах с тяжелыми многозарядными ионами на ESR [38,44,47] и TSR [45] наблюдалась иная картина (рис.19): для широкого набора ионов в области энергий 150+290 МэВ/нуклон разброс по импульсу монотонно возрастает от уровня  $10^{-6}$ . (Для сравнения результатов экспериментов на рис.19 использована приведенная линейная плотность частиц (см. (6.7)).

Прежде чем обсудить эти результаты, вернемся к работе [13]. В ней измерялся уровень шумов охлажденного пучка протонов, из которого находили разброс частиц по импульсу. Связь между этими параметрами получена в работе [14], где дан анализ физики шумов пучка частиц в присутствии трения (охлаждения). В частности, впервые рассмотрена особенность образования волн пространственного заряда в пучке, циркулирующем в накопителе. Основное его отличие от прямолинейных пучков состоит в существовании специфической связи между импульсом частицы и ее частотой обращения в накопителе  $\omega_s$  [43]:

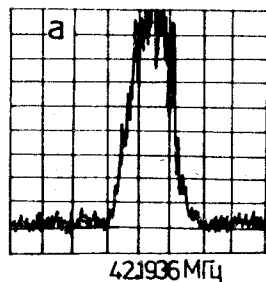
$$\frac{1}{\omega_s} \frac{d\omega_s}{dt} = \eta_\omega \frac{1}{p} \frac{dp}{dt}, \quad \eta_\omega = \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma_{tr}^2}, \quad (6.4)$$

где  $(\gamma_{tr} - 1)Mc^2$  — так называемая критическая энергия накопителя. С учетом этого соотношения и в приближении длинноволновых возмущений и тонкого пучка (последнее хорошо выполняется для охлажденного пучка) стандартный линейный анализ (см., например, [40]) дает значение фазовой скорости волны

$$v_{ph} = v_0 \pm \omega_p R_s, \quad \omega_p = \frac{z}{\sqrt{A}} \sqrt{\frac{\eta_\omega r_p c^2 N}{\pi \gamma R_s^3} \ln \frac{b}{a}}, \quad (6.5)$$

$R_s = C/2\pi$  — средний радиус орбиты,  $a \ll b$  — радиус сечения пучка и камеры. Знак  $(\pm)$  означает, что в системе частиц существуют две волны, бегущие вдоль и против скорости  $v_0$ , с которой они переносятся как целое в лаб. системе. Поэтому в спектре шумов пучка появляются, при определенных условиях, два пика, разделенных на величину

Рис. 20. Спектр частот шоттки-сигнала охлажденного пучка: а) накопитель LEAR (первое электронное охлаждение антипротонов) —  $2 \cdot 10^9$  частиц, 40-я гармоника частоты обращения,  $\Delta p/p \cong \pm 1 \cdot 10^{-4}$ , разделение пиков еще не наблюдается:  $\omega_p \approx 500 \text{ с}^{-1} \approx \Delta \omega$ ; б) накопитель TARN-II [48]: энергия протонов 16 МэВ, измерения на 60-й гармонике частоты обращения, интенсивность пучка (сверху вниз) —  $2,6 \cdot 10^7$ ;  $6,2 \cdot 10^7$ ;  $1,4 \cdot 10^8$ ;  $4,8 \cdot 10^8$ ;  $8 \cdot 10^8$  частиц



$$\Delta \omega_n = n 2 \omega_p, \quad n = 1, 2, \dots \quad (6.6)$$

Такое расщепление (рис.20) существует, если в охлажденном пучке выполнено условие

$$\omega_p = \Delta \omega_{\min} = \eta \omega_s \frac{\Delta p}{p}.$$

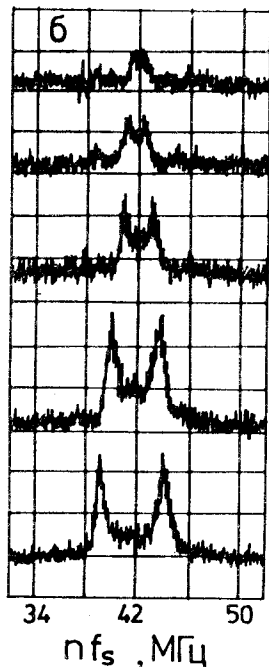
Устойчивое состояние пучка с расщепленным спектром удается поддерживать, как правило, при наличии достаточно мощной обратной связи, подавляющей нарастание когерентных колебаний частиц — так называемый «damper» [49].

Как правило, экспериментальные значения  $\Delta \omega_n$  хорошо согласуются с расчетным (6.6). С учетом (6.5) это условие можно записать в виде

$$N > N_{\text{th}} = \frac{A \pi R_s \eta \omega \beta^2 \gamma}{z^2 r_p \ln(b/a)} \left( \frac{\Delta p}{p} \right)^2. \quad (6.7)$$

Превышение над пороговым значением является необходимым условием разделения пиков, сложнее сформулировать достаточное условие. По существу их два: пучок должен быть «глубоко» охлажденным, а интенсивность — удовлетворять (6.7). Что значит глубоко?

И здесь появляется предположение об упорядоченности расположения частиц в охлажденном пучке. Впервые на этот факт указано в работе [24]. Подавление шумов при  $N < 3 \cdot 10^7$  в пучке протонов НАП-М указывает на возникновение существенной корреляции между их положениями в пучке. Условие возникновения такой упорядоченности известно из физики твердого тела (так называемый вигнеровский кристалл, подробнее см. [50]):



$$\frac{z^2 e^2}{l_p T} \gg 1, \quad l_p = n_p^{-1/3}, \quad (6.8)$$

где  $T$ ,  $n_p$  — температура и плотность частиц с зарядом  $ze$ ,  $l_p$  — среднее расстояние между частицами. В этом случае потенциальная энергия межчастичного взаимодействия превышает кинетическую энергию их теплового движения. В пучке частиц в накопителе существуют два параметра, характеризующих расстояние между частицами: поперечный размер пучка  $a$  и продольный зазор между частицами в пучке  $l_{\parallel} = C/N$ . Очевидно, условие (6.8) выполняется, если

$$a < l_{\parallel} \ll \frac{z^2 e^2}{T}. \quad (6.9)$$

Интересно, что неравенство (6.7) как раз и означает, что потенциальная энергия частицы в упорядоченном пучке-цепочке больше кинетической энергии ее теплового движения:

$$\Gamma_{\parallel} \equiv \frac{z^2 e^2}{l_{\parallel}} / \frac{(\Delta p)^2}{2M_{\text{eff}}} > 1. \quad (6.10)$$

Здесь  $M_{\text{eff}} = \frac{\gamma M}{\eta_{\omega}} \ln \frac{b}{a}$  — некоторая эффективная масса частицы, совершающей движение в накопителе под действием поля волны (синхротронная масса, умноженная на логарифмический коэффициент, учитывающий массу поля волны, которое несут на себе частицы).

Два неравенства (6.9) и формулируют условие глубокого охлаждения. В экспериментах с тяжелыми ионами, результаты которых представлены на (рис.19), это условие не выполняется. В результате характер зависимости разброса по импульсу в ионных пучках ESR, TSR и протонном пучке НАП-М принципиально различается. Интересно, что в НАП-М подавление шумов наблюдалось вплоть до  $l_{\parallel} \sim 0,05$  мм при  $a = 0,1$  мм. В экспериментах ESR из общей единообразной зависимости (разброс пропорционален примерно корню из линейной плотности частиц) выпадают точки [45] Ne и Ag, для которых (при некотором оптимизме) можно усмотреть квазипороговую зависимость разброса от приведенной линейной плотности, причем пороговое значение последней — то же ( $10^6 \text{ см}^{-1}$ ), что и для НАП-М! Характерно, что параметр  $\Gamma_{\parallel}$  для обеих кривых ниже пороговой интенсивности составлял 3,7, в то время как параметр  $\Gamma_{\perp} \equiv \frac{z^2 e^2}{l_{\perp}} / T_{\parallel}$  был значительно ниже: 0,004 для ESR и 0,012 для НАП-М. Для верхней кривой ( $\text{Au}^{79+}$ , точка  $dN^*/ds = 10^4$ )  $\Gamma_{\parallel} \sim 6 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Gamma_{\perp} \sim 1 \cdot 10^{-4}$ .



Отметим еще одну особенность критерия (6.7). Параметр может, вообще говоря, принимать отрицательное значение — если энергия частиц выше критической. В этом случае пороговая интенсивность отрицательна, а плазменная частота (6.5) мнимая. Физически это означает, что частота обращения частицы падает с ростом импульса (см. (6.4),  $d\omega/dp < 0$ ) и при рассеянии частиц происходит их группировка — так называемый «эффект отрицательной массы» в ускорителях. Все цитируемые в данной работе эксперименты проводились при энергии ниже критической ( $\eta_\omega > 0$ ). Конечно, работа накопителя в режиме выше критической энергии исключает достижение упорядоченности расположения частиц в пучке. Еще одной особенностью НАП-М был его режим работы вблизи критической энергии ( $\eta_\omega \approx 0,08$ ), в результате чего заметно снизился порог  $N_{th}$  (6.7).

Работы В.В.Пархомчука с соавторами [13,14,24] положили начало физике ультрахолодных пучков, в которой главной задачей исследований является реализация в пучках так называемого кристаллического состояния. Сегодня уже не вызывает сомнения возможность упорядоченности в продольном направлении, и эксперименты [13] фактически это продемонстрировали. С повышением интенсивности пучков появляется проблема поперечной упорядоченности. Здесь «теорема существования» еще не доказана, хотя работы ведутся весьма интенсивно (см. [4], разд. «Crystallisation»). Скорее наоборот — показана невозможность организации двух- и трехмерного кристаллического пучка в кольце с мягкой фокусировкой [51]. Причина — все тот же эффект отрицательной массы: в накопителе с мягкой фокусировкой, как известно,  $\eta_\omega < 0$  при любой энергии. Тем не менее качественная картина формирования такого пучка рисовалась уже не однажды (см., например, [52]): по мере охлаждения все более и более интенсивных пучков достигаются состояния, когда в них образуется равновесная кристаллическая структура, вначале одномерная, затем, при большей интенсивности, двумерная, типа «зиг-заг», и далее — трехмерная (спираль, коаксиальные цилиндрические оболочки и т.д.).

Открытой остается проблема «ножниц» (shear) при прохождении поворотных магнитов: для сохранения структуры кристалла частицы, расположенные на разных радиусах, должны двигаться с одинаковыми угловыми и, соответственно, разными линейными скоростями, тогда как на прямолинейном участке их скорости должны быть одинаковы. Это возможно только при наличии значительных колебаний частиц «кристалла» вокруг равновесных положений. А тогда возникает проблема устойчивости, резонансов и т.д.

Чем интересно такое состояние? Это идеальная натурная модель конденсированной среды с плотностью на 13—15 порядков ниже плотности твердого тела. Перспектива изучения «газообразного», «твердого» и сме-

шанного состояний такой среды, фазовых переходов в ней, распространения волн, процессов теплообмена выглядит многообещающей.

Проделанное здесь сравнение экспериментальных результатов НАП-М и ESR, TSR достаточно убедительно показывает необходимость глубокого охлаждения для достижения кристаллического состояния. Новое качество появляется с развитием метода лазерного охлаждения (см. п.7.4).

## 7. КУЛЕРЫ В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКЕ

**7.1. Накопление интенсивных холодных пучков.** Выбор схемы инжекции обычно определяется параметрами инжектора. В накопителе с электронным охлаждением существует вариант однооборотной инжекции с накоплением частиц в сепаратрисе фазового движения. В этой схеме сгусток частиц инжектируется на равновесную орбиту при включенных электронном пучке и ускоряющем напряжении ВЧ-резонатора и постоянном магнитном поле. В результате охлаждения в пучке уменьшается разброс по импульсу, частицы захватываются в сепаратрису и собираются в короткий сгусток. Затем впускается следующая порция частиц, цикл повторяется многократно. Привлекательность схемы в том, что она не требует большого акцептанса накопителя — накопление происходит в продольном фазовом объеме. Скорость накопления ограничена здесь временем охлаждения продольной компоненты импульса (2.10). Интенсивность накопленного пучка ограничена его пространственным зарядом (6.1).

Такую схему инжекции, предложенную в свое время в ИЯФ СО АН СССР, предполагается использовать в ионных накопителях К4-К10 [53,54]. Оказывается, что она более производительна, чем традиционные варианты многооборотной инжекции с накоплением в поперечном фазовом объеме. В последнем случае из-за большого эмиттанса инжектированного пучка действие охлаждения значительно замедлено.

В некоторых случаях многооборотная инжекция с электронным охлаждением может, тем не менее, обеспечить хорошую скорость накопления, особенно в случае низкой энергии частиц. В частности, такой вариант предлагается [55] применить для накопления ионов  $Pb^{53+}$  в LEAR с последующей инжекцией и ускорением в каскаде ускорителей ЦЕРН для получения встречных протон-ионных и ион-ионных пучков в большом адронном коллайдере (LHC).

**7.2. Кулер с внутренней мишенью.** Постановка экспериментов на накопителях с электронным охлаждением и внутренней мишенью обсуждалась с момента первого предложения [15] неоднократно [9,3,31,53,54]. Основными достоинствами такой постановки эксперимента являются высокая монохроматичность пучка, прецизионность измерения параметров продуктов реакции

при высокой светимости. Последняя описывается хорошо известным соотношением

$$L = fNn_t l_t,$$

где  $f$  — частота обращения частиц в накопителе,  $N$  — их число на орбите,  $n_t, l_t$  — плотность и геометрическая толщина мишени. Для типичных параметров  $f = 1$  МГц,  $N = 10^9$ ,  $n_t l_t = 10^{14}$  см<sup>-2</sup>, светимость составляет  $10^{29}$  см<sup>-2</sup>·с<sup>-1</sup>. В экспериментах с пучками экзотических частиц, в частности, радиоактивных ядер [53,54], интенсивность может быть ограничена уровнем  $10^6$  частиц, и тогда появляется необходимость более толстой мишени.

Можно указать два главных физических ограничения толщины мишени:

- время жизни первичного пучка,
- неопределенность энергии первичных и вторичных частиц в мишени (straggling).

Величину времени жизни частицы, взаимодействующей с мишенью в накопителе, определяют те же процессы (п.2.5), что и в отсутствие мишени, только теперь они как бы сосредоточены в одном месте ее расположения. При этом точно так же диффузионные процессы — многократное рассеяние и ионизационные потери — подавляются электронным охлаждением, а однократные — рекомбинация на атомарных электронах мишени, рассеяние за апертуру накопителя и большие однократные потери энергии — приводят к гибели частиц. Вклад однократных потерь энергии обычно пренебрежимо мал. Однократное рассеяние описывается формулой, аналогичной (2.14):

$$(\tau_{\theta})_t = \frac{\beta^3 \gamma^2}{4\pi Z_t^2 r_p^2 c} \left(\frac{A}{z}\right)^2 \frac{\epsilon C}{n_t l_t \beta_t} \sim 12 \text{ мин}, \quad (7.1)$$

где  $\beta_t$  — значение бетатронной функции на мишени. Отсюда видна необходимость уменьшения  $\beta_t$  — при том же значении времени жизни это позволяет увеличить толщину мишени и, соответственно, светимость.

Для полностью ободранных ионов потери из-за изменения величины их заряда происходят только в результате рекомбинации, сечение которой для широкого набора элементов в диапазоне энергий 1+100 МэВ/нуклон аппроксимируется зависимостью [56]:

$$\sigma_{\text{rec}} \sim \frac{10^{-23} Z_t^{6,5} z^4}{(E/A)^{6,66}}.$$

Например, для ионов  $^{48}\text{Ca}^{20+}$  и магниевой мишени (табл.3) это дает

$$\tau_{\text{rec}} \approx (f \sigma_{\text{rec}} n_t l_t)^{-1} \sim 230 \text{ с.}$$

Таким образом, этот процесс может довольно жестко ограничивать время жизни иона и, соответственно, светимость эксперимента.

Влияние многократного рассеяния частиц на мишени на качество пучка имеет свои особенности в кулерах. В среднем оно подавлено охлаждением — режим *сверхтонкой мишени* [15], однако в пучке присутствуют частицы, рассеянные на угол порядка апертурного. Это создает вокруг холодного пучка *гало* частиц, которые колеблются с большими амплитудами и медленно возвращаются в пучок под действием охлаждения [31]. Их доля может быть найдена из баланса между числом рассеяний на угол  $\theta$  в единицу времени и скоростью охлаждения частиц с такой амплитудой (см. (2.10)):

$$\left( \frac{dN}{dt} \right)_{\text{scat}} = L \cdot d\sigma(\theta) = \frac{dN(\theta)}{\tau_{\text{lab}}(\theta)}.$$

Отсюда

$$\frac{\Delta N(\theta_{\text{max}})}{N} = \frac{Z_t^2}{3\gamma^2 A L_C} \frac{m}{m_p} \frac{n_t l_t}{(n_e)_{\text{lab}} l_{\text{cool}}} \left( \frac{\beta_t}{\beta_{\text{cool}}} \right)^{3/2} \theta_{\text{max}},$$

где  $(n_e)_{\text{lab}}$  — плотность электронов в лабораторной системе,  $m_p$  — масса протона,  $l_{\text{cool}}$  — длина участка охлаждения,  $\beta_t$ ,  $\beta_{\text{cool}}$  — значения бетатронных функций на мишени и на участке охлаждения. Для параметров табл.3 и  $\theta_{\text{max}} = 3$  мрад гало составляет порядка  $10^{-5} Z_t^2/A$  от полного числа частиц, что может стать значительной величиной для легких ионов ( $A \sim 1$ ) и тяжелой мишени (например, уран). Для уменьшения гало, как и влияния однократного рассеяния, следует минимизировать  $\beta_t$ .

*Ионизационные потери* в мишени вносят неопределенность в значение энергии частиц из-за разброса местоположения точки взаимодействия частицы с ядром мишени по ее толщине. Эта неопределенность составляет

$$\left( \frac{\Delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}} \right)_{\text{ion}} = \frac{8\pi r_p r_e L_z}{\beta^4} \frac{z^2}{A} Z_t n_t l_t \sim 10^{-10} \frac{z^2}{A} Z_t$$

$L_z \sim 15$  — кулоновский логарифм ионизационных потерь. Приведенная оценка показывает, что этот эффект может дать ограничение точности в прецизионных экспериментах ( $\Delta \mathcal{E}/\mathcal{E} \sim 10^{-6}$ ) с тяжелыми ядрами и осколками. Отметим, что в распределении частиц по энергии в кулере ионизационные потери также создают гало с большими отклонениями от

энергии («хвост» распределения), интенсивность которого невелика [31]. Этот эффект следует учитывать при постановке экспериментов с тяжелыми ионами.

Эксперименты на кулерах с внутренними мишенями, по существу, только начинаются. Получен первый опыт работы накопителей в присутствии различного рода струйных мишеней [17,57,58] — газовых, паровых, кластерных, капельных, а также нитяных. Два последних вида мишеней имеют заметные преимущества по вакуумным условиям. Следует отметить, что в таких экспериментах большую помощь может оказать многолетний опыт работы со сверхтонкими внутренними мишенями на электронных накопителях.

Особый интерес техника кулеров с внутренними мишенями приобретает в исследованиях радиоактивных ядер [59,60], где она дает возможность как накапливать интенсивные пучки таких ядер, так и проводить прецизионные измерения их свойств.

**7.3. Прецизионная масс-спектрометрия. Разделение изомеров.** Используя фокусирующую систему накопителя в качестве спектрометра и высокую монохроматичность охлажденного пучка, можно измерять массу ионов с точностью, недоступной другим методам, — вплоть до  $\Delta M/M \sim 10^{-6}$ . Проще всего это делать, измеряя частоту обращения частиц по шоттки-сигналу (рис.20), и по сдвигу частоты определять, например, разность масс изомеров. Здесь действует особенность кулера: электронное охлаждение «держит» скорости ионов одинаковыми и равными скорости электронов, поэтому для двух изомеров разрешение по массе есть\*

$$\frac{\Delta M}{M} = -\gamma_{tr}^2 \frac{\Delta \omega}{\omega} + (\gamma_{tr}^2 - \gamma^2) \frac{\delta v}{v} + \gamma^2 \frac{\delta B}{B}, \quad \delta v = \frac{V_{||}}{\gamma^2}.$$

Здесь  $\delta B$  — уровень пульсаций магнитного поля накопителя,  $\delta v$  — разброс скоростей ионов в охлажденном пучке (ср. (6.4)). В таких экспериментах высокие требования предъявляются, конечно, к стабильности электронного охлаждения. Здесь хорошо помогает прием «подвешивания» участка охлаждения под малый регулируемый потенциал с обратной связью на источник катодного потенциала.

Прием «подвешивания» работает еще более эффективно при необходимости пространственного разделения орбит изомеров. Для этого можно создать в пучке электронов поперечный градиент скоростей и обеспечить на участке охлаждения достаточно большое значение дисперсионной функции

---

\*Если свободные параметры  $\delta p$  и  $\delta M$ , тогда [61]:  $\frac{\Delta M}{M} = \gamma_{tr}^2 \left( -\frac{\Delta \omega_s}{\omega_s} + \eta_{\omega} \frac{\delta p}{p} + \frac{\delta B}{B} \right)$ .

накопителя  $\Psi_{\text{cool}}$ . Первое достигается, например, если разместить на этом участке вдоль электронного пучка пластины, создающие однородное поперечное поле [62]. Тогда на входе на этот участок электроны на краевых полях приобретают (теряют) дополнительную энергию, и, соответственно, градиент скоростей есть

$$\Psi_e^{-1} \equiv \frac{1}{\beta c} \frac{dv_e}{dr} = \frac{eE_{\perp}}{2E_e}, \quad E_e \ll mc^2. \quad (7.2)$$

Во избежание возмущения траекторий электронов полем  $E_{\perp}$  достаточно наложить скрещенное с ним поперечное магнитное поле  $H_{\perp\perp} = E_{\perp}/\beta^*$ . Орбита частицы с массой  $M + \Delta M$  на участке охлаждения тогда будет смещена на величину

$$\Delta r_{\text{cool}} = \Psi_{\text{cool}} \left( \frac{\Delta v_p}{\beta c} + \frac{\Delta M}{M} \right),$$

что с учетом равенства  $\Delta v_p(r) = \Delta v_e(r)$  и (7.2) дает

$$\Delta r_{\text{cool}} = \Psi_{\text{cool}} \frac{\Delta M}{MM} \frac{1}{1 - \Psi_{\text{cool}}/\Psi_e}. \quad (7.3)$$

Для  $\Psi_{\text{cool}} = 5$  м и  $(\Psi_e - \Psi_{\text{cool}})/\Psi_e = 10^{-2}$  смещение (7.3) составляет 5 мм для  $\Delta M/M = 1 \cdot 10^{-5}$ . Эффект может быть усилен, если в месте детектирования (сбора) изомеров создать большую дисперсию (увеличение  $\Delta r$  в отношении  $\Psi_{\text{Det}}/\Psi_{\text{cool}}$ ). Трудность метода — в необходимости стабильного поддержания малой разности  $\Psi_e - \Psi_{\text{cool}}$ . При их равенстве частицы погибают (см. п.2.4 и рис.8).

Другая схема разделения изомеров [63] предполагает включение ускоряющего ВЧ-напряжения, частота  $\Omega$  которого согласована с величиной импульса частиц, подлежащих удалению из пучка, и медленно изменяется со временем, что смещает орбиту последних. Напряжение ВЧ должно быть достаточно низким, чтобы нужные частицы оказались вне сепаратрисы:

$$\frac{\Delta M}{M} > \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{2zeV}{\pi h \eta_{\omega} \gamma M c^2}}, \quad (7.4)$$

где  $h$  — номер ВЧ-гармоники. Перестройка частоты  $\Omega$  должна быть настолько быстрой, чтобы электронное охлаждение не могло удерживать

\*Подобное устройство со скрещенными полями известно в ионной оптике как «фильтр Вина», где оно служит для разделения частиц с разными значениями скорости.

скорость частиц постоянной (равной электронной) и, соответственно, не препятствовало бы их ускорению.

$$\frac{1}{\Omega} \frac{d\Omega}{dt} = \eta_{\omega} \frac{1}{p} \frac{dp}{dt} > \frac{\eta_{\omega}}{\tau_{MS}}, \quad (7.5)$$

где

$$\tau_{MS} \approx \frac{\beta \gamma^2}{4\pi cr_p L_{MS}} \frac{mc^3}{\eta e J} \frac{A}{z^2} \left( \frac{\Delta_{\parallel}}{c} \right)^3 \quad (7.6)$$

— время охлаждения (в лаб. системе) частиц в пучке, охлажденном до сверхмалых скоростей (см. (1.36), (1.37), (2.10)). Для параметров табл.3,  $\Delta M/M \sim 10^{-5}$  и  $\eta_{\omega} \sim 1$  условия (7.4)—(7.6) дают  $V < 15A/z$  мВ и время перестройки частоты  $\Delta t < \tau_{MS} \sim 30A/z^2$  мкс. Тогда уже для  $z \geq 30$  требуется время перестройки меньше периода обращения частицы в «типичном» накопителе. Следовательно, условие (7.5) делает метод применимым только для легких ионов. Это ограничение снимается, если выключать охлаждение перед включением ВЧ. Но в любом случае разрешение  $\Delta M/M > 2\Delta p/p$  охлажденного пучка.

Еще одно достоинство кулерной техники — возможность прецизионных абсолютных измерений. Опорной величиной здесь служит потенциал катода электронной пушки, измеряемый с высокой абсолютной точностью ( $\Delta U/U \sim 10^{-6}$ ). Отсюда и из равенства скоростей частиц и электронов можно добраться до абсолютных значений измеряемых параметров. Немаловажно, что в таких экспериментах есть еще один параметр, абсолютно измеряемый также с высокой точностью — частота обращения частиц. Знание скорости и частоты позволяет исключить неопределенность положения орбиты.

**7.4. Атомная физика. Лазерное охлаждение. Ядерная спектроскопия.** Охлаждающий электронный пучок является идеальной мишенью для изучения электрон-ионной рекомбинации и ее спектроскопии. Прием подвешенного промежутка, описанный выше, позволяет и здесь с высоким разрешением управлять относительной скоростью частиц и электронов. Именно так были проведены первые прецизионные измерения диэлектронной рекомбинации на ESR, ион  $Au^{75+}$  [64], и TSR, ион  $Se^{23+}$  [34]. Такого рода эксперименты, особенно с глубокоионизированными ионами, вплоть до голых ядер, представляют значительный интерес для атомной физики, астрофизики и физики плазмы.

Здесь уместно отметить явление стимулированной рекомбинации (см., например, [27]): лазерный пучок, сопровождающий частицы и электроны на участке охлаждения, резонансно (при должном выборе длины волны лазера) взаимодействует с системой ион — электрон, что существенно увеличивает

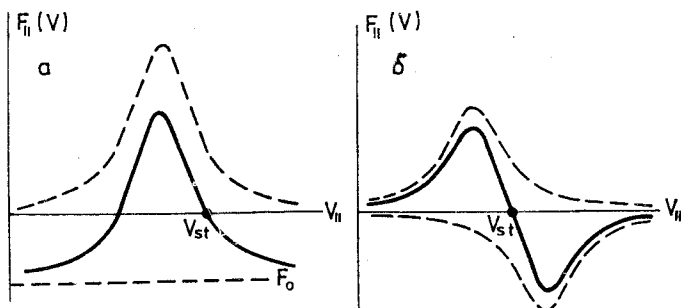


Рис. 21. Зависимость силы «лазерного трения» от скорости иона в системе частиц: *а* — схема с индукционным торможением, *б* — схема с двумя лазерами; штриховая кривая — зависимость от скорости каждой из двух сил, действующих на ион, сплошная кривая — результирующая сила;  $V_{st}$  — точка равновесия

скорость рекомбинации. Первые эксперименты по стимулированной рекомбинации были проведены на ESR [64] на ионах  $Ar^{18+}$ .

Другой процесс, связанный с взаимодействием лазерного излучения и ионов в накопителе, — лазерное охлаждение [65]. Его механизм существенно связан с доплеровским эффектом: охлаждаемая частица (ион) поглощает фотон из пучка лазерного излучения, направленного строго вдоль (по или против) средней скорости частицы  $v_0$ , и излучает его в своей системе изотропно; поэтому средний по времени импульс, передаваемый частице излучением, направлен также вдоль вектора  $v_0$ . Сечение поглощения резонансно зависит от длины волны излучения и, соответственно, от скорости частиц (эффект Доплера). Такую же резонансную зависимость (рис.21) имеет и сила, действующая на частицу (ускоряющая или тормозящая — в зависимости от направления пучка). Если каким-либо способом создать противосилу  $F_0$ , не зависящую от скорости частицы, можно обеспечить существование равновесного значения скорости  $v_0$ . Именно так и действует лазерное охлаждение. Противосила создается с помощью индукционного напряжения на зазоре вакуумной камеры накопителя. Предлагаются также варианты использования встречного лазерного пучка или ВЧ-резонатора. В последнем случае пучок частиц неизбежно банчируется.

Из сказанного ясно, что лазерное охлаждение действует только на продольную компоненту скорости частицы. Обсуждаются возможности так называемого косвенного лазерного охлаждения поперечных степеней свободы



[66] за счет связи (в том числе специально организованной) продольного и поперечного движения частицы в накопителе.

Основные характеристики лазерного охлаждения проще получить, перейдя в систему иона, движущегося со скоростью  $v_0 + V$  ( $v_0$  — средняя скорость ионов в пучке). Силу трения в этой системе можно записать в виде (рис.21,а)

$$F(V_{\parallel}) = \frac{\hbar \omega'}{c} \sigma(V_{\parallel}) \frac{dN}{ds} - F_0,$$

где  $\omega' = \gamma(1 - \beta) \omega_L$  — частота лазерного излучения в системе иона,  $\omega_L$  — то же в лаб. системе,  $\beta = (v_0 + V_{\parallel})/c$ ,  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ ,  $\hbar \omega' (dN/ds) = dP_L/ds$  — мощность лазерного излучения, падающего на единицу площади в системе иона (для простоты малая по сравнению с так называемой интенсивностью насыщения, см., например, [67]),

$$\sigma(V_{\parallel}) \simeq \lambda_{\omega}^2 \frac{(\Gamma/2)^2}{(\omega' - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

— сечение поглощения излучения [68],  $\omega_0$ ,  $\lambda_{\omega}$  — частота и длина волны перехода,  $\Gamma$  — ширина линии. Тогда декремент (свободная частица, см. (2.2)) есть

$$\lambda_L = -\eta \frac{2}{m} \frac{\partial F}{\partial V} \Big|_{V_{\parallel} = v_{st}} = \eta 6\sqrt{3} \pi^2 \frac{\gamma_0^2}{M\omega_0 \Gamma} \frac{dP_L}{ds},$$

где  $\gamma_0 = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$ ,  $\eta$  — отношение длины участка охлаждения к периметру накопителя. Численные оценки, приведенные в табл.6, показывают, что  $\lambda_L$  достигает огромных значений, но, к сожалению, лишь в очень узком диапазоне скоростей:

$$\Delta V_{\parallel} \sim \frac{\Gamma}{\gamma_0^2 \omega_0} c \sim (10^2 + 10^3 \text{ см/с}) \gamma_0^2.$$

Поэтому лазерное охлаждение работает достаточно эффективно лишь в пучке ионов, предварительно электронно охлажденном [65].

Установившаяся температура в пучке лазерно охлажденных ионов определяется равновесием мощности силы трения  $\overline{P}_{st}$  и мощности диффузии  $\overline{Q}_{dif}$ , возникающей из-за флуктуаций излучения (прежде всего — флуктуаций изотропии излучения иона):

Таблица 6. Кандидаты для лазерного охлаждения [65]

Параметр	${}^6\text{Li}^+$	${}^9\text{Be}^+$	${}^{24}\text{Mg}^+$
Нижнее состояние	$2s^2S_1$ ( $F = 2, 5/2$ )	$2s^2S_{1/2}$	$3s^2S_{1/2}$
его время жизни, с	50	основное состояние	основное состояние
Верхнее состояние	$2p^3P_2$ ( $F = 3, 7/2$ )	$2p^2P_{3/2}$	$3p^2P_{3/2}$
его время жизни, нс	43	8,2	3,5
Ширина линии, МГц	3,7	19,4	45,5
Длина волны перехода, нм	548	313	280
Интенсивность насыщения, мВт/см <sup>2</sup>	2,9	83	270
$F_{\text{max}}$ , мэВ/м	8,8	81	210
$\lambda_{\text{max}}$ , $10^4 \text{ c}^{-1}$	5,7	14	6,4
$T_{\parallel}$ , мК	62	330	770

$$\bar{P}_{\text{st}} = -\eta \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_{\text{st}} \bar{V}^2,$$

$$\bar{Q}_{\text{dif}} = \frac{\eta}{2M} \langle (\Delta p)^2 \rangle_{\Omega} \sigma (V_{\text{st}}) \frac{dN}{ds},$$

где  $\langle (\Delta p)^2 \rangle_{\Omega} = \frac{1}{3} \left( \frac{\hbar \omega_0}{c} \right)^2$  — среднее по телесному углу значение квадрата импульса излучения иона. Производя соответствующие подстановки и вычисления, найдем установившуюся температуру ионов

$$T_{\parallel} = M \bar{V}^2 \simeq \frac{\hbar \Gamma}{6\sqrt{3}}.$$

Это предельное значение температуры, не превышающее нескольких сот мК (табл.6), может быть достигнуто в ионных пучках низкой интенсивности, когда влияние внутривидового рассеяния пренебрежимо мало (заметим, что учет эффекта насыщения дает значение  $T_{\parallel}$ , примерно втрое большее [65]).

Другим недостатком лазерного охлаждения, кроме его высокой резонантности по скорости иона, является малое число «кандидатов» на использование этого метода. Практически все они (на сегодня!) представлены в

табл.6, и эта бедность объясняется ограниченным выбором лазеров с подходящей длиной волны. По мере развития лазерной техники круг кандидатов будет расширяться.

Первые успехи в лазерном охлаждении достигнуты на накопителях TSR и ASTRID (см, [4], раздел «Laser cooling») — получено охлаждение продольной компоненты скорости для всех трех кандидатов, а недавно [34] на TSR — не прямое охлаждение поперечной компоненты (правда, с очень малым декрементом  $\sim 1 \text{ с}^{-1}$ ).

Лазерное охлаждение представляет исключительный интерес с точки зрения возможности получения ультрахолодных ионных пучков. Это сулит большие надежды на успешное решение проблемы пучковой кристаллизации (п.6.2). Новое качество приобретают и рекомбинационные эксперименты, описанные выше: едва ли в атомной физике можно было раньше работать со столь холодными объектами, контролируя к тому же и изменяя столь прецизионно их параметры.

Еще одним применением методов электронного и лазерного охлаждения может стать лазерная спектроскопия ядерных состояний [69]: здесь использование холодных пучков может позволить существенно увеличить чувствительность и точность эксперимента.

**7.5. Физика высоких энергий.** Применение электронного охлаждения в физике высоких энергий обсуждалось неоднократно [1,2,3,9,19,31]. Сегодня возможные применения свелись к трем предложениям:

- 1) накопление и формирование плотного интенсивного пучка ионов свинца в накопителе LEAR — проект LHC, ЦЕРН [55];
- 2) встречные протон-антипротонные пучки в диапазоне энергий 2+10 ГэВ, проект SuperLEAR, ЦЕРН [70];
- 3) высоковольтное охлаждение в коллайдере релятивистских ионов RHIC, BNL (США) [71].

Первое предложение (см. также п.7.1) является, по-видимому, наиболее близким к реализации. Второе, имеющее конечной целью прецизионные измерения параметров мезонных резонансов ( $\Psi$ ,  $Y$ ) на глубоко охлажденных  $p\bar{p}$ -пучках, практически не имеет, к сожалению, шансов на осуществление по причинам экономического характера, несмотря на большой интерес к проекту научного сообщества. Уместно заметить, что отечественная наука в свое время также упустила свой весьма реальный шанс иметь богатую антипротонную физику — соответствующие предложения (см. [72]) не были приняты.

Третье предложение выглядит достаточно реальным (хотя едва ли будет принято) и представляет собой своего рода предельный случай применения электронного охлаждения — энергия электронов на уровне 1+3 МэВ является разумным техническим пределом метода в варианте однопролетного (нециркулирующего) пучка электронов.

## 8. АНТИВОДОРОД И СРТ-ТЕОРЕМА

Идея генерации атомов антиводорода была высказана [9] вскоре после проведения первых экспериментов по электронному охлаждению и позднее обсуждалась неоднократно (см. [73] и библиографию к ней). Интерес к генерации антиводорода имеет не только «общеполитическую» причину — создание простейшей физической системы из антивещества, но и вполне конкретную — возможность проверки СРТ-теоремы в сравнении спектров излучения водорода и антиводорода. Ожидается, что различия сверхтонкой структуры спектров может проявиться на уровне  $\Delta \omega/\omega \sim 10^{-18}$  [77]. Сегодня надежды на осуществление подобных экспериментов связывают с накоплением в магнитных ловушках атомов антиводорода, генерируемых при взаимодействии антипротонов с мишенью. Вероятность такого процесса крайне низка, прежде всего из-за малости сечения попутной генерации позитронов. Тем не менее считается, что даже несколько атомов, захваченных в ловушку, позволят провести необходимые измерения.

В предложении Г.И.Будкера и А.Н.Скринского [9] предполагалось совместить антипротонный накопитель с накопителем позитронов, в котором пучок охлаждается радиационно. Для этого неизбежно требуются релятивистские энергии, и, соответственно, создаются значительные технические трудности.

Задача упрощается, если работать на низкой энергии и использовать электронное охлаждение не только для антипротонов, но и для позитронов. Первое такое предложение [18] основывалось на использовании продольного магнитного поля для фокусировки позитронов (энергия порядка 50 кэВ) на участке охлаждения. В этом случае на входе в поле позитроны получают значительные азимутальные скорости:  $v_{\perp} = \omega_B r/2$ , где  $r$  — расстояние до оси соленоида. Из-за этого приходится уменьшать поперечный размер пучка, иначе падает эффективность охлаждения позитронов. Такое ограничение создает трудности для схемы в целом — снижение эмиттанса и, соответственно, интенсивности позитронного пучка, что приводит к уменьшению выхода антиводорода.

Подобные трудности снимаются при работе с полностью замагниченными пучками электронов и позитронов [74]. В этом случае источник позитронов (например, мишень, облучаемая электронами или жестким рентгеновским излучением) помещается внутри соленоида под необходимым положительным потенциалом для ускорения низкоэнергичных позитронов (позитронная пушка). Проблема управления движением электронов и позитронов решается следующим образом. Позитронное кольцо (рис.22) выполняется из двух прямолинейных соленоидов, четырех тороидальных и двух специальных соленоидов-септумов. Последние, кроме

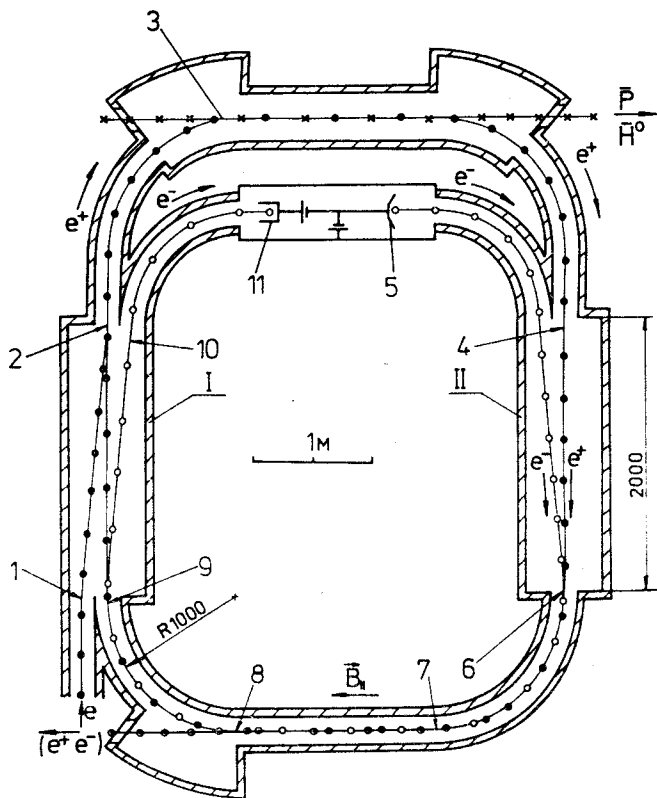


Рис. 22. Схема генератора антиводорода: I, II — участки впуска-выпуска и сведения пучков позитронов и электронов («септумы»); 1—11 — положения позитронов и электронов (см. пояснения в тексте)

основных обмоток продольного поля  $B_{\parallel}$ , содержат еще две вложенные одна в другую обмотки поперечного поля (рис.23). В тороидальной секции 2—3 размещены витки кикера, формирующие импульсное поле, параллельное оси тора. Кроме того, во всех четырех тороидальных секциях располагаются обмотки постоянного поперечного поля, также направленные вдоль оси тора, которое обеспечивает движение позитронов по замкнутой орбите после выключения кикера. Для впуска позитронов и совмещения  $e^+e^-$ -пучков используется центробежный дрейф частиц, возникающий на тороидальных участках, если поперечное поле не согласовано с их импульсом и знаком заряда. Так, позитроны, впущенные над медианной плоскостью кольца,

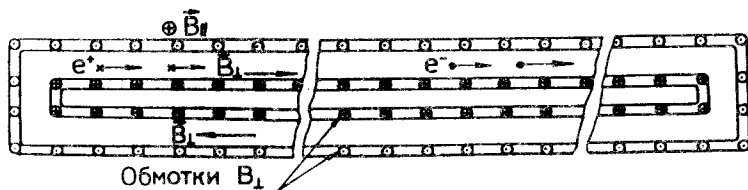


Рис. 23. Движение частиц внутри септумов

смещаются в верхнем зазоре септума I и дрейфуют вниз при включенном кикере на участке 2—3, выходя на осевую траекторию. После одного оборота кикер выключается. Электроны из пушки 5 движутся в статических магнитных полях, входят в септум II под медианной плоскостью, смещаются в точку б, дрейфуют вверх на участке 6—7, взаимодействуют с позитронами на участке охлаждения 7—8 и вновь дрейфуют вверх (8—9) и вправо в септуме I (9—10), поступая в коллектор 11. Все позитронное кольцо встроено в прямолинейный промежуток накопителя антипротонов так же, как это делается для системы электронного охлаждения кулера (рис.22).

Физика электронного охлаждения позитронов та же, что и для тяжелых частиц. Замагниченность позитронов проявляется лишь при достаточно глубоком охлаждении, поэтому для оценок времени охлаждения можно использовать формулу (2.10) с заменой  $M$  на  $m$ . Равновесное состояние замagnиченных позитронов требует специального анализа. Из самых общих соображений можно принять, что их поперечная температура по крайней мере не превышает поперечную температуру электронов.

Охлаждение позитронов в продольном магнитном поле хотя и не сжимает пучок, но значительно снижает температуру, что повышает скорость рекомбинации. Для повышения плотности позитронов мишень (пушку) можно поместить в уменьшенное в 3—5 раз поле и использовать адиабатическое сжатие пучка.

Отметим, что попутно на участке охлаждения позитронов происходит образование связанного  $e^+e^-$ -состояния — долгоживущего ортопозитрония, представляющего самостоятельный интерес как объект исследований. Короткоживущий парапозитроний имеет распадную длину при энергии порядка 50 кэВ около 1,5.

В табл.7 приведены основные параметры генератора антиводорода. Интенсивность позитронного пучка ограничивается эффектами пространственного заряда. Выход позитронов будет существенно больше, если удастся в электронном охлаждении снизить температуру позитронов до уровня  $T_{\parallel}$ .

Таблица 7. Параметры генератора антиводорода

Энергия антипротонов, МэВ	55
Энергия позитронов и электронов, кэВ	30
Периметр позитронного кольца, м	21,5
Длина промежутков охлаждения и рекомбинации, м	1,5
Напряженность магнитного поля, Тл	0,1
Интенсивность антипротонного пучка	$1 \cdot 10^{11}$
Интенсивность позитронного пучка	$1 \cdot 10^{10}$
Плотность электронного пучка, А/см <sup>2</sup>	1,0
Угловой разброс позитронов до охлаждения, мрад	50
Время охлаждения позитронов, с	0,4
Диаметр позитронного пучка, мм	2
Поток атомов антиводорода, с <sup>-1</sup>	$2 \cdot 10^5$
Поток ортопозитрония, с <sup>-1</sup>	$1,5 \cdot 10^5$

Наконец, последний вопрос, что и как измерять, имея поток антиводорода. Что — ясно: сверхтонкую структуру спектра. Как — возможно, ответ дают многолетние эксперименты Ю.Л.Соколова с соавторами [75], которым с помощью оригинального «атомного интерферометра» удалось измерить лэмбовский сдвиг в атомах водорода на переходе  $2P_{1/2} - 1S_{1/2}$  с точностью  $\Delta \omega/\omega \sim 1 \cdot 10^{-13}$ , что сегодня является рекордом. В этих опытах атомы имели тепловую скорость. Аналогичные эксперименты, но на быстрых атомах, рождавшихся в рекомбинациях на участке охлаждения НАП-М, были выполнены в 70-х годах В.В.Пархомчуком (с существенно меньшей точностью) [76]. Достижение уровня  $10^{-18}$  является, конечно, серьезной задачей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Опыт развития и применения метода электронного охлаждения показал, что он может быть эффективно использован в достаточно широком диапазоне энергий охлажденных частиц — от долей до сотен МэВ/нуклон. Богатые экспериментальные возможности, открывшиеся с появлением метода, находятся только в самой начальной стадии их реализации. Несомненно, что здесь можно ожидать многих ярких достижений.

Автор выражает искреннюю благодарность за многолетнее плодотворное сотрудничество Ж.Боссеру, В.А.Лебедеву, Д.Мелу, Ю.Ц.Оганесяну, В.В.Пархомчуку, А.Н.Скринскому, Е.М.Сыресину и Г.М.Тер-Акопяну, а также А.В.Смирнову и О.Г.Степашкину за помощь в подготовке рукописи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Будкер Г.И. — Proc. Intern. Symp. Electron and Positron Storage Rings, Saclay, 1966, p.II-1-1; Атомная энергия, 1967, т.22, вып.5, с.346.
2. Report of VAPP-NAP Group. — Proc. of the 8th Intern. Conf. on High Energy Accelerators, Geneva, CERN, 1971, p.72.
3. Скринский А.Н., Пархомчук В.В. — ЭЧАЯ, 1981, т.12, вып.3, с.557.
4. Proc. Workshop on Beam Cooling and Related Topics, Montreux, 3—8, Oct. 1993, CERN, Geneva, 1994.
5. Будкер Г.И., Диканский Н.С., Куделайнен В.И. и др. — В сб.: Труды IV Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. М.: Наука, 1975, т.2, с.309; Particle Accelerators, 1976, vol.7, p.197; АЭ, 1976, т.40, с.49.
6. Куделайнен В.И., Мешков И.Н., Салимов Р.А. — Препринт ИЯФ СО АН СССР 70-72, Новосибирск, 1970; Prepr. CERN 77-08, part B, Geneva, 1977.
7. Анашин В.В., Будкер Г.И., Диканский Н.С. и др. — [5], с.304.
8. Будкер Г.И., Бульшев А.Ф., Диканский Н.С. — В сб.: Труды V Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. М.: Наука, 1977, т.1, с.236; Препринт ИЯФ СО АН СССР 76-92, Новосибирск, 1976.
9. Будкер Г.И., Скринский А.Н. — УФН, 1978, т.124, №4, с.561.
10. Дербенев Г.И., Скринский А.Н. — Физика плазмы, 1978, т.4, с.492.
11. Bell M., Chaney J., Herr H. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1981, vol.190, p.237.
12. Ellison T., Kells W., Kerner V. et al. — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1983, NS-30, p.2370.
13. Дементьев Е.Н., Диканский Н.С., Медведко А.С. и др. — Препринт ИЯФ СО АН СССР 79-70, Новосибирск, 1979; Prepr. CERN/PS/AA 79-41, Geneva, 1979.
14. Пархомчук В.В., Пестриков Д.В. — ЖТФ, 1980, т.50, вып.7, с.1411.
15. Будкер Г.И., Диканский Н.С., Мешков И.Н. и др. — В сб.: Труды X Межд. конф. по ускорителям заряженных частиц высоких энергий, 1978, т.2, с.141.
16. Moehl D., Petrucci G., Thorndahl L. et al. — Physics Rep., 1980, vol.58, p.367.
17. Franke V. — Proc. of the 3-d Europ. Part. Accel. Conf., Berlin, 1992, vol.1, p.367.
18. Artamonov A.S., Derbenev Ya.S., Saldin E.L. — Particle Accelerators, 1988, vol.23, p.79.
19. Дербенев Я.С., Скринский А.Н. — Препринт ИЯФ СО АН СССР 79-87, Новосибирск, 1979.
20. Derbenev Ya.S., Skrinsky A.N. — Physics Reviews ser. Sov. Phys. Reviews, 1981, vol.3, p.165.
21. Трубников Б.И. — Проблемы теории плазмы. М.: Госатомиздат, 1963, вып.1, с.157.
22. Ландау Л.Д. — ЖЭТФ, 1937, т.7, с.203.



23. Диканский Н.С., Куделайнен В.И., Лебедев В.А. и др. — Препринт ИЯФ СО АН СССР 88-61, Новосибирск, 1988.
24. Parkhomchuk V.V. — Proc. of Workshop on Electron Cooling and Related Applications, Kernforschungszentrum Karlsruhe, 1984, p.71.
25. Meshkov I.N. — [4], p.26.
26. Derbenev Ya.S., Meshkov I.N. — Prep. CERN 77-08, Geneva, 1977.
27. Poth H. — Prep. CERN EP/90-04, Geneva, 1990.
28. Диканский Н.С., Кононов В.И., Куделайнен В.И. и др. — В сб.: Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. ОИЯИ, Дубна, 1979, т.1, с.99.
29. Beyer H.F., Ziesen D., Guzman O. et al. — Particle Accelerators, 1989, vol.24, p.163.
30. Диканский Н.С., Кокоулин В.И., Кот Н.Х. и др. — В сб.: Труды XIII Межд. конф. по ускорителям частиц высоких энергий. Новосибирск: Наука, 1987, т.1, с.330.
31. Parkhomchuk V.V., Skrinsky A.H. — Rep. on Progr. in Phys., 1991, vol.54, No.7, p.919.
32. Bosser J. — CERN Accelerator School, CERN 92-01, Geneva, 1992.
33. Wolf A., Ellert C., Grieser M. et al. — [4], p.416;  
Wolf A. — Wechselwirkung zwischen hochgeladen Ionen und freien Elektronen. Univ. Heidelberg, 1992.
34. Grieser M., Albrecht F., Habs D. et al. — Report on the 4-th Europ. Part. Accel. Conf., London, June 1994.
35. Danared H. — [4], p.322.
36. Ellert Ch., Habs D., Jaeschke E. et al. — Nucl. Instr. and Meth., 1992, vol.A314, p.399.
37. Ellison T., Ball M., Brown B. et al. — Scientific and Techn. Report of Indiana Univ. Cyclotron Facility. Indiana Univ., Bloomington, 1990, p.112.
38. Steck M., Beckert K., Bosch F. et al. — Report on the 4-th Europ. Part. Accel. Conf., London, June 1994.
39. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Статистическая физика. М.: Наука, 1976, с.78.
40. Мешков И.Н. — Транспортировка пучков заряженных частиц. Новосибирск: Наука, 1991.
41. Куделайнен В.И., Лебедев В.А., Мешков И.Н. и др. — ЖЭТФ, 1982, т.83, вып.6(12), с.2056.
42. Hofmann I. — [4], p.330.
43. Брук Г. — Циклические ускорители заряженных частиц. М.: Атомиздат, 1970.
44. Steck M., Angert N., Beckert K. et al. — [17], p.827; [4], p.395.
45. Hochadel B., Albrecht F., Grieser M., Habs D. et al. — [4], p.198.
46. Piwinski A. — In: Proc. IX Intern. Conf. on High Energy Accelerators. Stanford, 1974, p.405.
47. Kalish G., Beckert K., Franzke B. et al. — [17], p.780.
48. Tanabe T., Katayama I., Inoue N. et al. — [4], p.312.
49. Bosser J., Chanel M., Ley R., Tranquille G. — In: Proc. Intern. Workshop «Physical Experiments and First Results on the Heavy Ion Storage and Cooler Rings». Smolenice, June 1—5, 1992. JINR, Dubna, 1994.

50. Parkhomchuk V.V., Pestrikov D.V. — [49].
51. Ruggiero A.G. — [4], p.274.
52. Schiffer J.P. — [4], p.455.
53. Oganessian Yu.Ts., Malyshev O.N., Meshkov I.N. et al. — Z.Phys.A — Hadrons and Nuclei, 1992, p.217.
54. Сб. «Накопительный комплекс тяжелых ионов К4-К10», ОИЯИ, Дубна, 1992.
55. Lefevre P., Moehl D. — [4], p.411.
56. Сагайдак Р.Н. — [54], с.32.
57. Asseo E., Baird S., Bosser J. et al. — [17], p.449.
58. Bergmark T., Ekstroem C., Friden C.-J. et al. — [17], p.465.
59. Оганесян Ю.Ц., Тер-Акопян Г.М. — [54], с.13.
60. Пенионжкевич Ю.Э. — ЭЧАЯ, 1994, т.25, вып.4, с.930.
61. Fujita Y., Trotscher J., Wollnik H. et al. — In: Proc. Symp. «Structure and Reactions of Unstable Nuclei», Niigata, Japan, 1991, p.40.
62. Мешков И.Н. — Докт. дисс. Новосибирск, ИЯФ СО АН СССР, 1975.
63. Скринский А.Н., Тер-Акопян Г.М. — Частн. сообщения, 1994.
64. Eickhoff H., Beckert K., Bosch F. et al. — [4], p.310.
65. Grimm R., Grieser M., Gruber A. et al. — [4], p.39.
66. Moehl D. — The Report on the Discussion Meeting on Cold Stored Ion Beams. Max-Planck-Institut fur Kernphysik, Heidelberg, July 1994.
67. Карлов Н.В. — Лекции по квантовой электронике. М.: Наука, 1983, с.21.
68. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. — Релятивистская квантовая теория. М.: Наука, 1968, ч.1, с.278.
69. Сб. «Рабочее совещание по применению лазеров в исследовании атомных ядер». Дубна, 18—20 декабря 1990 г. ОИЯИ, Дубна, 1991; Анастасов А.Я., Гангрский Ю.П., Марков Б.Н. и др. — ЖЭТФ, 1994, т.105, с.250.
70. Giannini R., Lefevre P., Moehl D. — Prep. CERN/PS 87-103, 87-107, Geneva, 1987.
71. Ellison T. — Particle Accelerators, 1994 (in press).
72. Будкер Г.И., Всеволожская Т.А., Диканский Н.С. и др. [8], с.299.
73. Poth H. — Appl. Phys., 1987, vol.A43, p.287.
74. Meshkov I.N. — Reports on PS/AR Division Seminar, CERN, 1993.  
Meshkov I.N., Skrinsky A.N. — In: 3-d Conf. on Low-Energy Antiproton Physics, Bled, Slovenia, 12—17 September, 1994.
75. Соколов Ю. Л. и др. — Nuovo Cimento, 1992, vol.14D, No.2, p.183.
76. Parkhomchuk V.V. — Proc. Symp. Antimatter-87, Karlsruhe, 1987.
77. Charlton M., Eades J., Horvath D. et al. — Physics Reports, 1994, vol.241, No.2, p.67.