

МАКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАГНИТНЫХ РЕЗОНАНСОВ В СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

С.И.Баструков, И.В.Молодцова

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Дан обзор квантово-макроскопической коллективной ядерной модели, интерпретирующей магнитные резонансы как проявление крутильных упругих колебаний сферического ядра. Представлены основные предсказания модели для энергий, переходных токовых плотностей, суммарных вероятностей возбуждения, магнитных осцилляторных сил, столкновительных ширин, полученных в зависимости от мультипольного порядка возбуждения, атомного номера и массового числа. Приведены расчеты сечений возбуждения $M\lambda$ -резонансов в (e, e') -рассеянии в плосковолновом приближении и в приближении искаженных волн. Приводится систематическое сравнение теоретических предсказаний модели с экспериментальными данными по возбуждению магнитных резонансов в реакции неупругого рассеяния электронов на сферических ядрах.

The quantum-macroscopic nuclear model is outlined interpreting the magnetic resonances in terms of torsional elastic vibrations of a spherical nucleus. The basic predictions of this model are summarized for energies, transition current densities, total excitation probability, magnetic oscillator strength and spread width derived as functions of a multipole degree, atomic and mass numbers. The PWBA and DWBA computed cross section are presented for $M\lambda$ resonances excited by means of (e, e') -scattering. Strong emphasis is placed on a comparison of theoretical predictions with experimental data on magnetic resonances with $\lambda \geq 2$ excited by means of electrons inelastically scattered on spherical nuclei.

1. ВВЕДЕНИЕ

Теоретические исследования коллективных возбуждений атомных ядер методами макроскопической физики сплошных сред направлены в конечном итоге на построение адекватной динамической теории ядерного вещества. Тот факт, что многие интегральные характеристики основного состояния и коллективных возбуждений ядра, такие как энергия связи, центро-

иды энергий резонансов, суммарные вероятности возбуждения, столкновительные ширины, плавно меняются с ростом массового числа, указывает на крайне важную роль «размерного эффекта» — зависимости указанных характеристических параметров от радиуса ядра и его формы. Изучение ядерного отклика в рамках коллективных моделей, основанных на конкретных предположениях о макроскопических свойствах ядерной материи, как раз имеет целью установить эти «размерные» закономерности. Рассматривая ядро как макрочастицу сплошной среды и сравнивая теоретически предсказываемые зависимости, скажем, энергий и вероятностей от массового числа с экспериментом, можно судить о том, насколько адекватно используемая модель континуума отражает свойства реальной ядерной материи.

Как известно, первоначальное изучение ядерной динамики строилось на основе представлений о ядре как о капле несжимаемой заряженной невязкой жидкости. Однако накопленная к настоящему времени экспериментальная информация позволяет с уверенностью утверждать, что жидкостная концепция ядерного вещества не может быть признана удовлетворительной по целому ряду причин. Мы приведем лишь несколько аргументов, иллюстрирующих это утверждение, с целью подчеркнуть, что физическая интерпретация *магнитного* коллективного отклика ядра в терминах теории сплошных сред с необходимостью приводит к заключению о том, что ядерная материя обладает свойствами, присущими упругому континууму, а не жидкости.

Вначале кратко остановимся на принципиальных предположениях, составляющих основу ядерной модели жидкой капли. Согласно используемому в этой модели феноменологическому описанию ядерных свойств, предполагается, что деструктивный эффект сил кулоновского отталкивания стабилизируется ядерными силами притяжения, моделируемыми силами поверхностного натяжения. В качестве уравнений, управляющих как равновесием, так и динамическим откликом ядра, принимаются классические уравнения идеальной жидкости (уравнение непрерывности и уравнение Эйлера). Немедленным следствием эвристической гипотезы о сходстве поведения ядерной материи и поведения невязкой жидкости является то, что модель капли допускает только сферическую равновесную форму ядра. Уже это обстоятельство свидетельствует о неадекватности жидкостной гипотезы, поскольку она не отражает накопленных знаний о равновесной форме ядер. Столь же явное расхождение с экспериментальными данными имеет место и для предсказываемых капельной моделью динамических свойств ядра.

Основные принципы гидродинамического описания коллективных движений нуклонов накладывают существенные ограничения на характер коллективных возбуждений ядра, допуская существование в ядерном спектре только одной коллективной ветви возбуждений, связанной с поверхностными колебаниями ядра. Поверхностные коллективные моды идентифици-

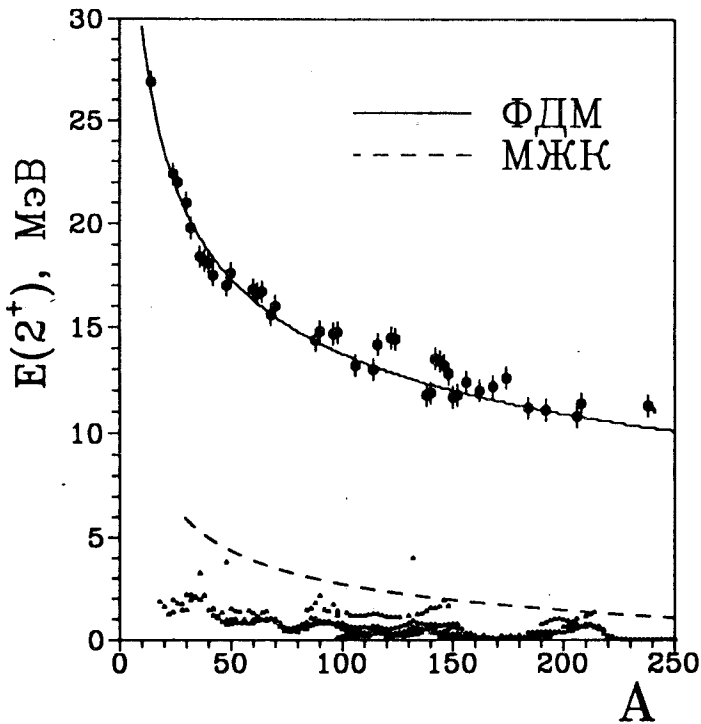


Рис. 1. Экспериментальные данные по энергиям $E(2^+)$ квадрупольных возбуждений в зависимости от массового числа A ядра: \blacktriangle — энергии нижайших 2^+ -состояний; \bullet — центры энергий изоскалярных электрических резонансов. Теоретический расчет в рамках флюид-динамической модели — сплошная линия; пунктирная линия — предсказания модели жидкой капли

руются как возбуждения электрического типа, поскольку эти возбужденные состояния характеризуются отличными от нуля значениями электрических мультипольных моментов. Из классической электродинамики сплошных сред известно, что внешнее электромагнитное возмущение заряженной несжимаемой капли может вызвать лишь гармонические искажения ее равновесной сферической формы: $R(t) = R(1 + \alpha_{\lambda\mu}(t) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}))$, обусловленные возбуждением колебаний плотности электрического тока $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = (eZ/A)n_0\delta\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$ с безвихревым полем скорости: $\delta\mathbf{V}(\mathbf{r}, t) = \nabla r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}})\dot{\alpha}_\lambda(t)$;

здесь n — плотность числа частиц, $Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}})$ — сферическая функция мультипольного порядка λ и $\alpha_\lambda(t)$ — амплитуда коллективных колебаний. Теоретическая оценка энергии, например, квадрупольной поверхностной моды ядра, полученная на основе капельной модели со стандартным набором параметров массовой формулы, оказывается приблизительно в 1,5—2 раза выше наблюдаемых энергий нижайших 2^+ -возбуждений сферических ядер, подверженных сильному влиянию оболочечной структуры, и в 3—4 раза ниже положения центроидов энергий гигантских квадрупольных резонансов (см. рис.1). Столь явное разногласие с экспериментом говорит о необходимости пересмотра жидкостных представлений о ядерной материи. Следует также отметить, что в капельной модели никак не учитывается квантовая специфика ферми-распределения нуклонов в основном состоянии.

Пожалуй, наиболее существенный недостаток жидкостной трактовки ядерного вещества состоит в принципиальной невозможности описания магнитного отклика ядра, в то время как существование магнитных коллективных мод в спектрах многих ядер является твердо установленным фактом [1—5]. Действительно, состояния магнитного типа оказываются за пределами гидродинамического описания, поскольку переходы капли заряженной идеальной жидкости из равновесного в возбужденные состояния с отличным от нуля магнитным мультипольным моментом не реализуются. В последнем можно убедиться, подставляя приведенное выше выражение для тока в определение ядерного магнитного мультипольного момента порядка λ [6—9]:

$$\mathcal{M}(M\lambda, \mu) = \frac{-1}{c(\lambda+1)} \int \mathbf{j} \cdot [\mathbf{r} \times \nabla] r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) d\tau. \quad (1.1)$$

Легко проверить, что такая подстановка тождественно обращает (1.1) в ноль (см. также [6], с.22). Поскольку осцилляции потенциального потока являются единственно допустимым видом собственных колебаний несжимаемой невязкой жидкости, то из приведенных рассуждений немедленно следует, что стандартная капельная модель в принципе не содержит возможности описания магнитных коллективных мод.

На несостоятельность жидкокапельного подхода к описанию магнитных возбуждений ядра, несколько с иных позиций, обратили внимание Хольцварт и Эккарт, которые в короткой, но крайне содержательной заметке [10] предположили, что коллективный магнитный квадрупольный отклик сферического ядра можно рассматривать как проявление поперечных (мультипольности $\lambda = 2$) колебаний потока нуклонов. Рассмотренное в [10] локальное поле скорости в сферической системе координат с фиксирован-

ной полярной осью z имеет вид: $\delta V_x = -yz\dot{\alpha}$, $\delta V_y = xz\dot{\alpha}$, $\delta V_z = 0$, где α представляет собой геометрически бесконечно малый угол закручивания коллективного потока нуклонов вокруг оси z . В однородно заряженной сферической макрочастице, моделирующей ядро, выделенное направление (в данном случае направление полярной оси), вокруг которого происходят колебания возбуждаемого соленоидального электрического тока, может определяться только направлением проникающего внутрь ядра электромагнитного поля, порождаемого, например, рассеиваемой заряженной частицей. Нетрудно проверить, что такой тип вращательных колебаний приводит к отличному от нуля квадрупольному магнитному моменту ядра в возбужденном состоянии. Геометрическая картина таких колебаний изображена в левой части рис. 1: верхнее и нижнее полушария совершают в противофазе осесимметричные сдвиговые осцилляции, выразительно названные авторами этой модели «ядерным твистом» [10—14]. Данный механизм «намагничивания» четно-четного ядра (т.е. переход из основного в возбужденное состояние с отличным от нуля магнитным моментом) обусловлен объемными соленоидальными колебаниями макроскопической плотности тока. Подчеркнем, что возбуждение крутильных колебаний не приводит к флуктуациям массовой плотности, т.е. они могут иметь место в несжимаемом континууме. Эти колебания описываются в терминах осцилляций соленоидального поля смещений сплошной среды.

Из классической теории сплошных сред известно, что способность поддерживать незатухающие, равно как продольные, так и поперечные, колебания является атрибутом идеально-упругой среды [15,16], но не вязкой жидкости. В последней, при ненулевой равновесной температуре, могут распространяться лишь звуковые, существенно продольные колебания [16,17]. Поперечные сдвиговые колебания в конечной сферической массе сплошного вещества, называемые крутильными, являются, пожалуй, главным отличительным признаком того, что данное вещество является упругой средой. В капле идеальной жидкости возбуждение сдвиговых осцилляций невозможно, поскольку уравнения гидродинамики не предусматривают возникновения анизотропии в распределении напряжений при возмущении равновесного состояния. Придерживаясь трактовки M_2 -резонанса как проявления крутильных колебаний [10—14] квадрупольной симметрии, его экспериментальное детектирование с точки зрения физики сплошных сред можно рассматривать как прямое доказательство упругости ядерного вещества.

В работах [18—21] эти соображения легли в основу описания магнитного ядерного отклика в модели упругого шара. В качестве уравнения, управляющего коллективной динамикой нуклонов, было использовано урав-

нение Ламэ* — основное уравнение колебаний классического идеально упругого вещества [16]. То, что адекватное континуальное описание (в переменных теории сплошных сред: плотности, полей скорости, смещений, напряжений и т.д.) коллективных колебаний нуклонов при возбуждении ядерных мультипольных резонансов может быть дано не в рамках классической гидродинамики, а на основании уравнений, способных отразить особенности упругоподобного поведения ферми-вещества, впервые было показано в работах Берча [24,25], посвященных анализу систематики энергий изоскалярных электрических гигантских резонансов в ядрах. Аргументы, выдвинутые в [24,25], послужили стимулом к разработке квантово-макроскопической теории сплошной ядерной среды, получившей название «ядерной флюид-динамики». В настоящее время эта теория продолжает развиваться и рассматривается как наиболее адекватная модель ядерного ферми-вещества**. В рамках данной континуальной модели ядерной материи удается строго, с точки зрения математической физики, показать, что существование магнитных изоскалярных резонансов является следствием фермиевского движения нуклонов и связанной с ним динамической деформации поверхности Ферми, определяющей квантовую природу восстанавливающей силы поперечных колебаний ядра. В современной теории сплошных сред уравнения рассматриваемой в данном обзоре модели известны как уравнения тринадцатимоментного приближения [26], основанного на квантовом кинетическом уравнении (см., например, [25,27—30], где дается вывод этих уравнений и микроскопическое обоснование ядерной флюид-динамики). Описание коллективных ядерных движений, основанное на квантовом кинетическом уравнении, приведено в работах [31—34].

В настоящем обзоре мы представляем коллективную модель изоскалярных магнитных резонансов, следуя работам [35—40]. В этих статьях развита обобщенная на случай произвольной мультипольности флюид-

*Проблема собственных колебаний упругого шара на основе уравнения Ламэ была рассмотрена в конце прошлого столетия Ламбом [22]. Согласно Ламбу, собственные моды упругих колебаний шара характеризуются двумя ветвями. Первая — ветвь сферидальных колебаний — связана с гармоническими деформациями формы шара. Данный тип движений во многом аналогичен колебаниям капли жидкости. Вторая — ветвь крутильных колебаний — связана с возникновением сдвиговых внутриобъемных деформаций. Современное изложение этой проблемы дано в [23]. С точки зрения данной классификации изоскалярные электрические резонансы описываются в терминах сферидальных колебаний ядра, магнитные резонансы ассоциируются с возбуждением крутильных колебаний.

**Общепринятый теперь термин «ядерная флюид-динамика» используется главным образом для того, чтобы подчеркнуть отличие современного существенно квантово-макроскопического подхода к описанию коллективных возбуждений ядра, основанного на концепции упругоподобного нуклонного ферми-континуума, от ранней «ядерной гидродинамики», предполагающей классическую жидкостную трактовку сплошной ядерной среды.

динамическая модель магнитных резонансов и откорректированы предсказания для высокомультипольной дипольной моды и квадрупольного магнитного резонанса, сделанные в [10—14]. Мы также во многом опираемся на выводы работ, посвященных изучению магнитных возбуждений тяжелых сферических ядер, выполненных как в рамках макроскопических [18—21, 29,41—46], так и микроскопических [31,47—56] методов теоретического описания коллективного магнитного отклика сферических ядер. Современное состояние экспериментальной физики магнитных возбуждений достаточно полно отражено в обзоре Рамана, Фагга и Хикса [5]. В данном обзоре мы уделяем особое внимание обсуждению вопросов практического выявления крутильного отклика сферических ядер из данных по сечениям неупругого рассеяния электронов с возбуждением магнитных резонансов.

Мы придерживаемся следующего плана изложения.

В разд.2 сформулированы физические принципы, составляющие основу квантовой концепции упругости ядерного вещества и вариационный метод решения проблемы нормальных ядерных колебаний, проявлением которых являются изоскалярные мультипольные резонансы. В частности, показано, что уравнения ядерной флюид-динамики в длинноволновом пределе допускают два типа решений. Первое (полоидальное) решение соответствует сфероидальным колебаниям, связанным с электрическими изоскалярными резонансами. Второе (тороидальное) соответствует крутильным колебаниям, ответственным за магнитные изоскалярные резонансы. Таким образом, подчеркивается, что изоскалярные $E\lambda$ - и $M\lambda$ -резонансы могут быть описаны в рамках единого подхода.

Механизм длинноволновых крутильных колебаний подробно обсуждается в разд.3, где также представлен аналитический вывод выражений для мультипольного энергетического спектра и вероятностей возбуждения твистовых резонансов. Здесь же проведено сравнение предсказаний модели с данными дармштадтского и массачусетского линейных ускорителей по интегральным характеристикам магнитного квадрупольного резонанса в сферических ядрах.

Раздел 4 посвящен теоретическому описанию процесса неупругого рассеяния электронов на сферических ядрах. Мы приводим аналитически полученные формулы для коллективных переходных токовых плотностей и магнитных формфакторов твистовых резонансов. Представлены результаты численных расчетов сечений (e, e')-рассеяния в борновском приближении искаженных волн. На основе полученных переходных токовых плотностей даны оценки суммарных приведенных вероятностей возбуждения $M\lambda, T = 0$ резонансов и вычислены их осцилляторные силы. Предсказания сравниваются с данными DALINAC для сечений возбуждения $M2$ -резонанса в ^{140}Ce .

Анализ высокоэнергетического дипольного магнитного отклика сферических ядер сделан в разд.5. Мы приводим оценки положения центроида

энергий, вероятности и сечения возбуждения высоколежащей 1^+ -моды в зависимости от атомного номера и массового числа ядра. Предсказания сравниваются с данными линейного ускорителя электронов в Бейтсе (Bates LINAC) по выявлению этой моды в сечении неупругого рассеяния электронов на ^{208}Pb .

В разд.6 описывается флюид-динамическая модель затухания локальных вращательных колебаний на основе концепции вязкости ядерного вещества, введенной при анализе процесса деления. Приводятся аналитическая зависимость столкновительных ширин $M\lambda$, $T = 0$ резонансов от массового числа и мультипольности возбуждения.

В заключении обсуждаются представленные в обзоре результаты и основные выводы ядерного флюид-динамического подхода, касающиеся аспектов макроскопической трактовки магнитных резонансов.

2. ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД ФЛЮИД-ДИНАМИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ КОЛЛЕКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ НУКЛОНОВ

Современное понимание квантово-макроскопических особенностей коллективного ядерного отклика было достигнуто благодаря многоплановым исследованиям, выполненным в последние годы в рамках широко признанных и взаимно дополняющих методов ядерной флюид-динамики, изложению которых посвящены обзоры [25,29—31,57—62] и монографии [9,28], где исчерпывающим образом изложены физические принципы ядерной флюид-динамики и отражены работы, опубликованные до начала текущего десятилетия.

2.1. Уравнения ядерной флюид-динамики. Конструктивное утверждение ядерной флюид-динамики состоит в том, что адекватное макроскопическое описание коллективных движений нуклонов может быть дано в терминах тринадцати локальных переменных теории сплошных сред — плотности распределения массы $\rho(\mathbf{r}, t)$, трех компонент средней скорости возбуждаемого потока $V_i(\mathbf{r}, t)$ и девяти компонент симметричного тензора упругих напряжений $P_{ij}(\mathbf{r}, t)$, динамика которых подчиняется следующей замкнутой системе уравнений [35]:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial V_k}{\partial x_k} = 0, \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{dV_i}{dt} + \frac{\partial P_{ik}}{\partial x_k} + \rho \frac{\partial U}{\partial x_i} = 0, \quad (2.2)$$

$$\frac{dP_{ij}}{dt} + P_{ik} \frac{\partial V_j}{\partial x_k} + P_{jk} \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + P_{ij} \frac{\partial V_k}{\partial x_k} = 0, \quad (2.3)$$

где d/dt — полная (субстанциональная) производная и n — плотность числа частиц. Здесь и далее по повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Первое из уравнений — (2.1) представляет собой хорошо известное уравнение непрерывности. Уравнение (2.2) описывает движение потока ядерного вещества. Коллективные возбуждения ядра классифицируются по типу возмущаемого поля средней скорости движения нуклонов. U обозначает плотность внутренней энергии ядра, отнесенную к массе нуклона. Уравнение (2.3) контролирует динамику внутренних напряжений. Недиagonalная структура тензора упругих напряжений подразумевает возможность того, что внешние возмущения могут вызывать коллективный отклик ферми-системы нуклонов, сопровождаемый анизотропными искажениями в распределении внутренних напряжений в объеме ядра. Это может иметь место либо в упругой среде, либо в вязкой жидкости. В идеальной (невязкой) жидкости процесс распространения возмущений происходит без разрушения равновесного изотропного состояния. Введение в описание коллективной ядерной динамики уравнения (2.3) фактически означает отождествление поведения сплошной ядерной материи с поведением идеально упругого вещества, характерным динамическим свойством которого является способность поддерживать незатухающие как продольные, так и поперечные колебания, поскольку, как показано в [23], уравнения (2.1)—(2.3) могут быть точно приведены к основным уравнениям линейной теории упругости (точнее говоря, уравнениям, управляющим колебаниями идеально упругого вещества). Данное обстоятельство является одной из главных причин того, что в ядерной флюид-динамике коллективный отклик нуклонов интерпретируется в терминах колебаний упругого континуума. Интересно отметить, что излагаемый в данном обзоре метод позволяет получить в аналитической форме спектр собственных мод длинноволновых упругих сфероидальных и крутильных колебаний шара, в то время как канонический метод теории упругости, основанный на уравнении Ламэ, не позволяет однозначным образом решить эту проблему [23].

Как было отмечено во введении, принципиальная возможность возбуждения в сферическом объеме несжимаемой ядерной материи поперечных сдвиговых колебаний является следствием того, что ядро представляет собой существенно квантовую ферми-систему частиц, распределенных по одночастичным орбитам среднего поля в соответствии с принципом Паули. В приводимых ниже построениях флюид-динамической модели квантовая природа ядерной среды отражена в том, что параметры основного состояния сферического ядра радиуса $R = r_0 A^{1/3}$ фм рассчитываются в приближении Томаса — Ферми для вырожденной по спину и изоспину ферми-системы нуклонов [14,18,24,27,35]. При моделировании ядра

сферической макрочастицей сплошного несжимаемого ферми-вещества обычно принимают, что масса и заряд однородно распределены в объеме ядра, а распределение напряжений, вследствие сферической симметрии, изотропно и описывается тензором второго ранга: $P_{ik}^{eq} = P_0 \delta_{ik}$. Следует отметить, что предположение о возможности описания упругих свойств ядра в терминах тензора напряжений второго ранга является в значительной степени эвристическим. В «методе моментов», развитом Михайловым и Бальбуцевым с коллегами [29], описание ядерной динамики строится с использованием тензоров напряжений высших рангов (до пятого включительно).

2.2. Гамильтониан нормальных колебаний. Рассмотрим линейные колебания ядра, пренебрегая при этом флуктуациями плотности, т.е. полагая, что ядерная среда несжимаема. Линеаризованные уравнения движения, описывающие малые отклонения ядра от состояния равновесия, имеют вид:

$$\frac{\partial \delta V_k}{\partial x_k} = 0, \quad (2.4)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \delta V_i}{\partial t} + \frac{\partial \delta P_{ik}}{\partial x_k} + \rho_0 \frac{\partial \delta U}{\partial x_i} = 0, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \delta P_{ij}}{\partial t} + P_0 \left(\frac{\partial \delta V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \delta V_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \left(\delta V_k \frac{\partial P_0}{\partial x_k} \right) = 0. \quad (2.6)$$

Собственные частоты колебаний могут быть получены на основе вариационного принципа, фактически представляющего собой современную формулировку «метода нормальных координат» Рэля [22,63]. Исходным пунктом метода является уравнение энергетического баланса, которое получается умножением уравнения (2.5) на δV_i с последующим интегрированием по объему ядра:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_v \frac{1}{2} \rho_0 \delta V^2 d\tau - \int_v \delta P_{ij} \frac{\partial \delta V_i}{\partial x_j} d\tau + \oint_s [\rho_0 \delta U \delta V_i + \delta P_{ij} \delta V_j]_s d\sigma_i = 0. \quad (2.7)$$

Это уравнение контролирует сохранение энергии в процессе колебаний. Разделим, далее, пространственную и временную зависимости мультипольных флуктуаций потенциала и скорости:

$$\delta U(\mathbf{r}, t) = \phi^\lambda(\mathbf{r}) \alpha_\lambda(t), \quad \delta V_i(\mathbf{r}, t) = a_i^\lambda(\mathbf{r}) \dot{\alpha}_\lambda(t). \quad (2.8)$$

Здесь $a_i^\lambda(\mathbf{r})$ — компоненты поля мгновенных смещений, и $\alpha_\lambda(t)$ рассматривается ниже как амплитуда (нормальная координата) в соответствии с трактовкой коллективных ядерных колебаний, данной Бором и

Моттельсоном [7]. Учитывая выражение для флуктуации скорости (2.8), из уравнения (2.6) находим, что флуктуация тензора напряжений выражается бесследовым симметричным тензором вида

$$\delta P_{ij}(\mathbf{r}, t) = - \left[P_0 \left(\frac{\partial a_i^\lambda}{\partial x_j} + \frac{\partial a_j^\lambda}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \left(a_k^\lambda \frac{\partial P_0}{\partial x_k} \right) \right] \alpha_\lambda. \quad (2.9)$$

Подставляя (2.8) и (2.9) в (2.7), можно убедиться, что уравнение энергетического баланса (2.7) сводится к осцилляторному гамильтониану (энергия линейных колебаний):

$$H = \frac{B_\lambda \dot{\alpha}_\lambda^2}{2} + \frac{C_\lambda \alpha_\lambda^2}{2}, \quad (2.10)$$

который является интегралом коллективного ядерного движения. Из описанной процедуры вывода коллективного гамильтониана ядра следует, что массовый параметр B_λ и параметр жесткости C_λ определяются соотношениями [68]:

$$B = \int_v \rho_0 a_i^\lambda a_i^\lambda dt, \quad (2.11)$$

$$C = \frac{1}{2} \int_v P_0 \left(\frac{\partial a_i^\lambda}{\partial x_j} + \frac{\partial a_j^\lambda}{\partial x_i} \right)^2 dt +$$

$$+ \oint_s \left[P_s \left(\frac{\partial a_i^\lambda}{\partial x_j} + \frac{\partial a_j^\lambda}{\partial x_i} \right) a_j^\lambda - \left(\rho_0 \phi^\lambda - a_j^\lambda \frac{\partial P_0}{\partial x_j} \right) a_i^\lambda \right] d\sigma_i. \quad (2.12)$$

Таким образом, проблема нахождения собственных частот ядерных колебаний сводится к вычислению флуктуаций скорости (или, что то же самое, поля мгновенных смещений) и флуктуаций потенциала. Равновесные значения плотности ρ_0 , внутриобъемного P_0 и поверхностного P_s давлений рассматриваются как главные параметры модели, отражающие специфику ядерной структуры. Так, в обобщенном методе Томаса — Ферми эти параметры вычисляются в приближении локальной плотности с использованием сил Скрима или Гони.

В работе [27] данный вариационный подход был использован при вычислении собственных энергий электрических изоскалярных резонансов. Для оценки объемного давления использовалось ферми-газовое приближение. Поверхность при этом считалась свободной от напряжений: $P_s = 0$. Предполагалось также, что благодаря несжимаемости и свойству насыщения ядерных сил флуктуациями плотности внутренней энергии можно пренебречь: $\delta U = 0$. В этом приближении уравнения (2.4)—(2.6) сводятся к

стандартному волновому уравнению для флуктуаций скорости δV_i (равно как и для флуктуаций напряжений δP_{ij}). Последнее, в свою очередь, сводится к уравнению Гельмгольца:

$$\Delta \delta \mathbf{V} + k^2 \delta \mathbf{V} = 0, \quad (2.13)$$

если зависимость от времени основных динамических переменных коллективного движения нуклонов полагать гармонической. Многочисленные расчеты, выполненные в рамках ядерной флюид-динамики, показывают, что наблюдаемые энергии гигантских резонансов хорошо воспроизводятся на основе предположения о возбуждении длинноволновых ($k \rightarrow 0$) колебаний. В приближении длинноволновых колебаний уравнение (2.13), записанное в терминах поля мгновенных смещений, переходит в векторное уравнение Лапласа, дополненное (в силу несжимаемости) условием соленоидальности:

$$\Delta \mathbf{a}^\lambda = 0, \quad \text{div } \mathbf{a}^\lambda = 0. \quad (2.14)$$

Это уравнение имеет только два независимых, регулярных в нуле решения — полоидальное и тороидальное [63,64], обладающие противоположными пространственными четностями. Последнее свойство позволяет связать электрический и магнитный изоскалярные отклики ядра с типом возбуждаемого поля смещений.

2.3. Собственные сфероидальные колебания ядра: электрические изоскалярные резонансы. В ядерной флюид-динамике электрические резонансы интерпретируются в терминах сфероидальных колебаний ядра. Таким колебаниям соответствует полоидальное решение векторного уравнения Лапласа [63]:

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}) = \text{rot rot } \mathbf{r} r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) = (\lambda + 1) \nabla r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}). \quad (2.15)$$

Энергетический спектр изоскалярных электрических мультипольных резонансов, впервые полученный Никсом и Сирком в работе [27] (см. также [58, 62, 65—67]), дается выражением

$$E(E\lambda, T=0) = \hbar \omega_F \left[\frac{2}{5} (2\lambda + 1) (\lambda - 1) \right]^{1/2}, \quad (2.16)$$

ω_F — основная частота коллективных колебаний сферической ферми-системы нуклонов:

$$\omega_F = \frac{v_F}{R} = \frac{\hbar}{2m_0^2} (9\pi)^{1/3} A^{-1/3}, \quad (2.17)$$

v_F обозначена граничная скорость Ферми. Сплошная линия, изображенная на рис. 1, воспроизводит результат вычислений, выполненных в [27] на

основе (2.16). Как подчеркивается в [27], формула (2.16) с трехпроцентной точностью воспроизводит наблюдаемые энергии квадрупольных электрических изоскалярных резонансов. Столь выразительное согласие теоретического предсказания энергии сильно коллективизированного отклика ядра, каковым является гигантский изоскалярный квадрупольный резонанс, указывает на то, что его формирование в значительной мере определяется свойством квантовой упругости ядерного вещества. Принимая это во внимание, в следующих разделах, посвященных магнитному изоскалярному отклику, мы придерживаемся тех же приближений и физических предположений.

Физическое содержание понятия упругости ядерной материи проясняют следующие аргументы. Рассматривая основное состояние ядра как насыщенную по спину и изоспину конечную ферми-систему нуклонов, можно отметить, что равновесный тензор изотропных напряжений (давление) изображается в импульсном пространстве ферми-сферой, радиус которой фиксирован граничной скоростью Ферми v_F , поскольку равновесное да-

вление в ферми-системе задается уравнением $P_0 = \frac{\rho_0 v_F^2}{5}$. Имея в виду эту картину, флуктуации напряжений δP_{ij} , вводимые конструктивно при линеаризации уравнений (2.1)—(2.3) с помощью замены

$$P_{ij} \rightarrow P_0 \delta_{ij} + \delta P_{ij} \quad (2.18)$$

(совместно с подстановками $\rho \rightarrow \rho_0 + \delta\rho$ и $V_i \rightarrow V_i^0 + \delta V_i$, причем $\delta\rho = 0$ в силу несжимаемости и $V_i^0 = 0$, т.к. в основном состоянии предполагается отсутствие потоков), трактуются как квадрупольные искажения ферми-сферы. Такая интерпретация обусловлена тем, что тензор флуктуаций напряжений δP_{ij} обладает теми же свойствами симметрии, что и тензор квадрупольного момента (в частности, шпур этого тензора равен нулю). При возмущении основного состояния ядра, что в импульсном пространстве соответствует возмущению узловых структур орбит одночастичного ферми-движения, заполняющих ферми-сферу, возникает обратная когерентная реакция нуклонных орбит, стремящаяся вернуть искаженную ферми-сферу в равновесное сферически-симметричное состояние. В координатном пространстве ядерного объема искажения ферми-сферы проявляются как сдвиговые анизотропные напряжения, локальное распределение которых описывается тензором (2.9). Таким образом, восстанавливающая сила упругих деформаций $F = G_\lambda \alpha_\lambda$ есть сила, возвращающая ферми-сфере равновесную сферически-симметричную форму, а распределению внутренних напряжений — равновесный изот-

ропный вид. Представленные рассуждения иллюстрируют квантовое происхождение ядерной упругости, которая, как подчеркивается в [28], не столько связана со спецификой оболочечной ядерной структуры, сколько является следствием более общих причин — фермиевского движения нуклонов и динамической деформации поверхности Ферми.

3. КОЛЛЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ КРУТИЛЬНОГО МАГНИТНОГО ОТКЛИКА ЯДРА

Изооскалярные магнитные коллективные моды в ядерной флюид-динамике связываются с возбуждением чисто вихревого поля смещений и описываются вторым из двух независимых решений векторного уравнения Лапласа (2.14). Найденное в [35] регулярное в нуле решение последнего, называемое тороидальным полем [63], имеет вид

$$\mathbf{a}_\lambda(\mathbf{r}) = \text{rot } \mathbf{r} r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}). \quad (3.1)$$

Поле (3.1) отвечает возбуждению дифференциально-вращательных осцилляций коллективного потока нуклонов. Как было показано в разд.2, уравнения классической гидродинамики, принятые за основу в стандартной модели жидкой капли, не имеют решений, соответствующих такого рода коллективным возбуждениям ядра. В работе [23] математически строго доказано, что уравнения ядерной флюид-динамики (2.4)—(2.6) могут быть сведены к уравнению для идеально упругой сплошной среды. В связи с этим естественным образом ядерной материи приписываются физические качества, присущие упругому континууму. Магнитные твистовые резонансы являются одним из наиболее характерных проявлений этого фундаментального свойства.

В ротационном характере коллективных крутильных колебаний можно убедиться, представив поле скорости $\delta\mathbf{V}$ в хорошо знакомом из классической механики виде

$$\delta\mathbf{V} = [\mathbf{r} \times \boldsymbol{\Omega}], \quad (3.2)$$

где

$$\boldsymbol{\Omega} = -\nabla r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) \dot{\alpha}_\lambda$$

есть поле угловой скорости вращательных движений, которое, как ясно видно, является локальной векторной функцией. Коллективная амплитуда α_λ в геометрическом смысле представляет собой бесконечно малый азимутальный угол закручивания коллективного потока нуклонов вокруг оси, направление которой, например, при возбуждении ядра неупруго рас-

сеянными электронами, задается направлением поперечной (тороидальной) компоненты проникающего в ядро электромагнитного поля, индуцируемого потоком электронов. Как мы видим, флюид-динамическая модель расширяет представления о вращательных коллективных степенях свободы ядра. Рассматриваемые коллективные колебания потока нуклонов носят характер дифференциального (а не жесткого, твердотельного) вращения, что, как было подчеркнuto выше, может происходить только благодаря упругим свойствам ядерной ферми-среды.

3.1. Собственные моды крутильных ядерных колебаний и энергетический спектр $M\lambda, T = 0$ резонансов. Массовый параметр B_λ и параметр жесткости C_λ крутильных колебаний ядра вычисляются на основе тех же выражений (2.11) и (2.13), что и параметры электрических резонансов, что само по себе показывает общность флюид-динамического метода описания обоих типов резонансов. Подставляя (3.1) в (2.11), получаем следующее выражение для инерционного параметра:

$$B_\lambda = M \frac{\lambda(\lambda+1)}{2\lambda+1} \langle r^{2\lambda} \rangle. \quad (3.3)$$

Коэффициент крутильной жесткости, вычисленный в приближении Тома-са — Ферми из соотношения (2.13), равен

$$C_\lambda = M \frac{\langle v^2 \rangle}{3} \lambda (\lambda^2 - 1) \langle r^{2\lambda-2} \rangle, \quad (3.4)$$

где $M = mA$ — масса ядра, $\langle v^2 \rangle$ — средняя скорость ферми-движения нуклонов (в приближении ферми-газа $\langle v^2 \rangle = \frac{3}{5} v_F^2$) и $\langle r^\lambda \rangle$ — радиальный момент порядка λ . В дальнейших расчетах мы используем фермиевскую аппроксимацию плотности распределения частиц

$$n_0(r) = n(0) [1 + \exp \{(r - R)/a\}]^{-1}. \quad (3.5)$$

Детали вычислений интегралов, определяющих массовый параметр и параметр жесткости, вынесены в приложение 1.

Из мультипольной зависимости параметра крутильной жесткости (3.3) следует, что несжимаемое ядро не допускает дипольных длинноволновых крутильных колебаний: частота дипольной моды обращается в ноль. Нетрудно проверить, что возбуждение дипольного тороидального поля смещений приводит к твердотельному вращению ядра как целого без изменения его внутреннего состояния. Действительно, в случае $\lambda = 1$ компоненты поля скорости имеют вид: $\delta V_x = \Omega y$, $\delta V_y = -\Omega x$, $\delta V_z = 0$, что соответствует распределению поля скорости при твердотельном вращении ядра с уг-

Таблица 1. Теоретическая зависимость центроидов энергий и приведенных вероятностей возбуждения изоскалярных магнитных резонансов в сферических ядрах от массового числа и атомного номера

$M\lambda$	$E(M\lambda) = k_\lambda A^{-1/3}$, МэВ	$\sum B(M\lambda)\uparrow = \gamma_\lambda Z^2 A^{(2\lambda-4)/3}$, μ^2 фм $^{2\lambda-2}$
$M2$	$45 A^{-1/3}$ МэВ	$0,7 Z^2 \mu^2$ фм 2
$M3$	$70 A^{-1/3}$ МэВ	$2,3 Z^2 A^{2/3} \mu^2$ фм 4
$M4$	$95 A^{-1/3}$ МэВ	$5,9 Z^2 A^{4/3} \mu^2$ фм 6

ловой частотой вращения $\Omega = \dot{\alpha}_\lambda$. Возбуждение дипольного поля дает вклад только в кинетическую энергию коллективного гамильтониана (2.10), тогда как потенциальная энергия вместе с коэффициентом крутильной жесткости обращается в ноль. Вспоминая из механики основную формулу для кинетической энергии вращения $T_{вр} = \frac{1}{2} J\Omega^2$, видим, что массовый коэффициент есть просто момент инерции ядра: $B_\lambda = J_\lambda$. Легко убедиться, что при $\lambda = 1$ вычисленный массовый коэффициент точно совпадает с моментом инерции твердого шара: $J_1 = (2/5) MR^2$.

В ядерной флюид-динамике энергии мультипольных колебаний $E_\lambda = \hbar\omega_\lambda$ отождествляются с центроидами энергий коллективных возбуждений (в данном случае изоскалярных резонансов). Полный мультипольный спектр энергий $E(M\lambda, T=0) = \hbar\sqrt{C_\lambda/B_\lambda}$ магнитных резонансов, трактуемых в терминах собственных мод длинноволновых крутильных колебаний сферического ядра, имеет вид [38,39]:

$$E(M\lambda, T=0) = \hbar \left[\frac{\langle v^2 \rangle}{3} (2\lambda + 1) (\lambda - 1) \frac{\langle r^{2\lambda-2} \rangle}{\langle r^{2\lambda} \rangle} \right]^{1/2}. \quad (3.6)$$

В приближении резкого края это выражение преобразуется к следующему*:

$$E(M\lambda, T=0) = \hbar\omega_F \left[\frac{1}{5} (2\lambda + 3) (\lambda - 1) \right]^{1/2}. \quad (3.7)$$

*В приближении резкого края массовый параметр (момент инерции крутильных колебаний) и параметр крутильной жесткости, соответственно, равны [35]: $R_\lambda = 3M \frac{\lambda(\lambda+1)}{(2\lambda+1)(2\lambda+3)} R^{2\lambda}$ и

$$C_\lambda = \frac{3}{5} M v_F^2 \frac{\lambda(\lambda^2-1)}{(2\lambda+1)} R^{2\lambda-2}.$$

Рис. 2. Геометрическая картина магнитных квадрупольного (слева) и октупольного (справа) твистовых откликов сферического ядра

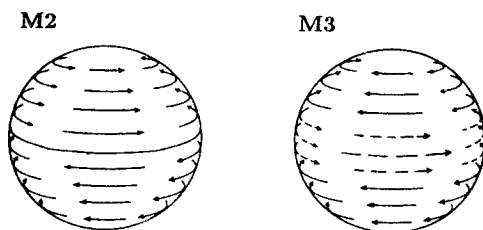
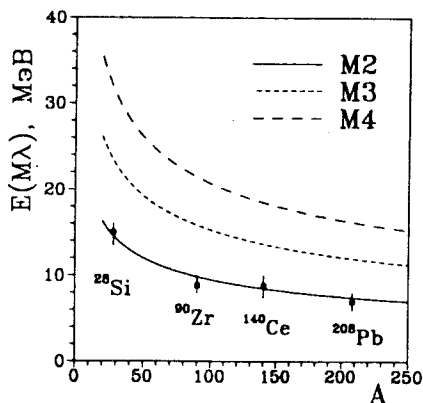


Рис. 3. Теоретические оценки положения центроидов энергий изоскалярных магнитных квадрупольных резонансов в зависимости от массового числа (линии). Символы — данные DALINAC [3,4]



Приближенные оценки центроидов энергий мультипольных твистовых резонансов в зависимости от массового числа приведены в табл.1. Эти оценки получены при значении параметра ядерного радиуса $r_0 = 1,3$ фм. Модель предсказывает, что изоскалярный магнитный квадрупольный резонанс занимает энергетически нижайшее положение. Этот факт является следствием предположения о длинноволновом характере возбуждаемых колебаний, в которые вовлекается вся масса сферического ядра. Как уже отмечалось, квадрупольное возбуждение ассоциируется с крутильными колебаниями, при которых полушария сферического ядра осциллируют в противофазе, как показано в левой части рис.2. В правой части рисунка изображено распределение смещений, характеризующее октупольный магнитный отклик.

Накопленная к настоящему времени экспериментальная информация о магнитных резонансах с $\lambda \geq 2$ не столь богата по сравнению с информацией об электрических. На рис.3 приведены предсказываемые ядерной флюид-динамикой центроиды энергий $M\lambda$, $T = 0$ резонансов в зависимости от массового числа. Судя по литературе [5], наиболее надежными являются данные Дармштадтского линейного ускорителя (DALINAC), полученные при изучении сечений неупругого рассеяния под углом $\theta = 165^\circ$ электронов с энергией 20—100 МэВ на ядрах ^{28}Si , ^{90}Zr , ^{140}Ce и ^{208}Pb [1,3,4]. Согласно Рихтеру, сила M2-коллективных возбуждений сферических ядер локализо-

вана в области энергий, центроид которой хорошо аппроксимируется следующей зависимостью от массового числа [3,69]:

$$E_{\text{exp}} \sim 44 A^{-1/3} \text{ МэВ.} \quad (3.8)$$

Такая зависимость, как отмечалось выше, свидетельствует об объемном характере магнитных возбуждений. Как видно из табл.2, экспериментальная систематика энергий $M2$ -резонансов [5] в сферических ядрах находится в неплохом согласии с предсказаниями ядерной флюид-динамики положений центроидов энергий твистовых коллективных возбуждений. Приведенные численные оценки получены при значениях параметра радиуса $r_0 = 1,2-1,3$ фм и параметра диффузности $a = 0,55-0,6$ фм. Разброс в теоретических значениях приведенных в табл.2 характеристических параметров резонансов обусловлен вариацией этих параметров в указанных пределах.

Таблица 2. Теоретические предсказания положения центроидов энергий, приведенных вероятностей возбуждения и столкновительных ширин изоскалярных магнитных твистовых резонансов в сферических ядрах. Экспериментальные данные DALINAC

Элемент	$E (M2), \text{ МэВ}$		$\sum B (M2)\uparrow, \mu^2 \text{ фм}^2$		$\Gamma (M2)\uparrow, \text{ МэВ}$
	Теория	Эксперимент	Теория	Эксперимент	Теория
^{28}Si	11—13	13—16	230 ± 20	340 ± 20	$1,5 \pm 0,5$
^{90}Zr	8—10	8—10	1300 ± 300	1620	$1,0 \pm 0,3$
^{140}Ce	7,5—9	7,5—10	3100 ± 300	6000 ± 600	$0,8 \pm 0,3$
^{208}Pb	6,5—8	6—8,5	5300 ± 300	8500 ± 750	$0,6 \pm 0,2$

Необходимо также отметить, что выводы данной модели совпадают с результатами, полученными в рамках метода моментов функции Вигнера, в том случае, если ограничиться при описании тензорами деформаций второго ранга [29]. Одна из важных особенностей метода моментов состоит в том, что частоты колебаний за рамками длинноволнового приближения рассчитываются путем самосогласованного включения высокомультипольных деформаций равновесного ферми-распределения, описывающихся тензорами деформаций высших рангов. Следствия данного эффекта при описании резонансов высших мультипольностей $\lambda \geq 3$ подробно обсуждаются в обзоре [29,61].

Важный вывод ядерной флюид-динамики состоит в том, что гигантские резонансы формируются когерентными колебаниями всех нуклонов в полном ядерном объеме, т.е. носят объемный, а не поверхностный характер. При возбуждении поверхностных колебаний в коллективное движение вовлекается только периферийная часть нуклонов. В работе [67] показано, что степень коллективности поверхностных возбуждений ниже, чем объемных. Об объемном характере гигантских возбуждений свидетельствует также $A^{1/3}$ -зависимость центра энергии резонанса от массового числа [28]. Влияние диффузности ядерного края на энергии коллективных возбуждений продемонстрировано в [62,70]. Расчет с реалистическим распределением плотности уменьшает значения энергий по сравнению с их значениями, вычисленными в приближении резкого края ядра [28].

Исследование зависимости энергии твистового резонанса от температуры показало [71], что с ростом последней от 0 до 5 МэВ центры энергий твистовых резонансов сдвигаются в высокоэнергетическую область не более чем на 1—2%.

Говоря об общих тенденциях в относительном положении центров энергий магнитных и электрических изоскалярных резонансов в спектре сферического ядра, следует оценить отношение

$$\frac{E(M\lambda, T=0)}{E(E\lambda, T=0)} = \frac{(2\lambda + 3)}{2(2\lambda + 1)} < 1, \quad \lambda \geq 2. \quad (3.9)$$

Из (3.9) следует, что центры энергий магнитных изоскалярных резонансов мультипольности $\lambda \geq 2$ в энергетическом спектре расположены ниже центров энергий электрических изоскалярных резонансов той же мультипольности. Это условие также выполняется и для дипольных изоскалярных резонансов, в предположении о несжимаемости ядерного вещества. В расчетах [18,29,39,72,73], выполненных в рамках различных методов ядерной флюид-динамики, изоскалярный дипольный электрический резонанс связывается с возбуждением в объеме ядра полоидальных токовых колебаний тороидоподобной структуры. Положение центра этого резонанса характеризуется оценкой 50—70 $A^{-1/3}$ МэВ. Экспериментальная систематика энергий дипольного магнитного резонанса хорошо аппроксимируется оценкой 41 $A^{-1/3}$ МэВ.

3.2. Суммарная вероятность возбуждения $M\lambda, T=0$ твистовых мод. Излагаемый макроскопический подход позволяет сделать вполне конкретные выводы о степени коллективности магнитных возбуждений резонансов, мерой которой служит приведенная вероятность возбуждения. Эта характеристика может быть определена как среднее по времени от квадрата модуля магнитного мультипольного момента:

$$B(M\lambda) = \left(\frac{\hat{J}_f}{\hat{J}_i} \right)^2 \langle |\mathcal{M}(M\lambda, t)|^2 \rangle_t. \quad (3.10)$$

Здесь J_i и J_f — полный момент ядра в начальном и конечном состояниях соответственно, $\hat{J} = \sqrt{2\lambda + 1}$. Определение магнитного момента через флуктуации электрического тока дано во введении. Здесь и далее мы приводим результаты вычислений в системе с фиксированной полярной осью.

Мы рассматриваем отклик ядра на возмущение, которое не затрагивает спиновых степеней свободы и не снимает изоспинового вырождения в ферми-системе нуклонов. Подчеркнем, что изучаемые ротационные флуктуации поля скорости происходят при постоянной плотности распределения заряда $n_e = (eZ/A)n_0$ и массы $\rho_0 = mn_0$. В рамках таких предположений коллективные осцилляции нуклонов когерентно соотношены с колебаниями соленоидального электрического тока, пространственное распределение которого характеризуется плотностью*

$$\mathbf{j}_\lambda(\mathbf{r}, t) = \frac{eZ}{A} n_0 \operatorname{rot} \mathbf{r} r^\lambda Y_{\lambda 0}(\hat{\mathbf{r}}) \dot{\alpha}_\lambda(t), \quad (3.11)$$

где $\alpha_\lambda(t) = \alpha_\lambda^0 e^{i\omega_\lambda t}$ и α_λ^0 — амплитуда нулевых колебаний, которая, согласно Бору и Моттельсону, дается выражением [7]:

$$\alpha_\lambda^0 \equiv \langle |\alpha_\lambda(t)|^2 \rangle_t^{1/2} = \left[\frac{\hbar}{2B_\lambda \omega_\lambda} \right]^{1/2}. \quad (3.12)$$

С учетом сказанного, приведенная вероятность возбуждения $M\lambda$, $T=0$ твистовой моды определяется следующим выражением:

$$B(M\lambda) = \gamma_\lambda Z^2 A^{(2\lambda-4)/3} \mu^2 \text{ фм}^{2\lambda-2}, \quad (3.13)$$

где

$$\gamma_\lambda = \frac{3}{4\pi} \frac{\lambda(2\lambda+1)}{(\lambda+1)} \left[\frac{(\lambda-1)}{5(2\lambda+3)} \right]^{1/2} (9\pi)^{1/3} r_0^{2\lambda-2}.$$

*Сравнивая формулу (3.11) с хорошо известным из классической электродинамики [74,75] выражением тока намагничивания

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = c \operatorname{rot} \mathbf{M}(\mathbf{r}, t),$$

находим

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = \frac{eZ}{cA} n_0 \mathbf{r} r^\lambda Y_{\lambda 0}(\hat{\mathbf{r}}) \dot{\alpha}_\lambda(t).$$

Таким образом, дифференциально-вращательные колебания ядра сопровождаются осцилляциями соленоидального тока намагничивания.

Эта формула получена в приближении резкого края ядра, которое позволяет выделить явную зависимость $B(M\lambda)$ от атомного номера и массового числа.

Приведенные рассуждения показывают, что переходы ядра в возбужденные состояния с отличным от нуля магнитным мультипольным моментом могут быть вызваны возбуждением коллективных ротационных колебаний потока нуклонов. Усредненный по времени магнитный мультипольный момент, обусловленный такими колебаниями с частотой ω_λ , дается выражением

$$M(M\lambda) = \frac{Z}{A} \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda+1}} \frac{2B_\lambda \omega_\lambda}{\hbar} \alpha_\lambda^0 \left(\frac{e\hbar}{2mc} \right), \quad \lambda \geq 2. \quad (3.14)$$

Суммарные вероятности $M\lambda$, $T=0$ резонансов в зависимости от атомного номера и массового числа, вычисленные по формуле (3.13), приведены в табл.1. Если ограничиться приближением резкого края, можно отметить, что в аналитические выражения для энергии (3.7) и вероятности возбуждения (3.13) входит единственный параметр — константа ядерного радиуса r_0 , дающая некоторый разброс в численных оценках этих величин. Отметим следующую внутримодельную корреляцию между положениями центроидов энергий и величинами приведенных вероятностей и значением параметра r_0 . С увеличением r_0 энергия магнитной твистовой моды произвольной мультипольности уменьшается пропорционально r_0^2 , а суммарная приведенная вероятность растет как $r_0^{2\lambda-2}$.

Вопрос о сравнении полученных в данной коллективной модели приведенных вероятностей возбуждения $M\lambda$, $T=0$ резонансов с экспериментальными данными требует специальных комментариев. Реальные измерения показывают, что магнитная мультипольная сила расфрагментирована по довольно большому числу состояний. Например, по данным работы [69] в ядре ^{90}Zr сила $M2$ -коллективных возбуждений распределена между 34 состояниями в области энергий 8 + 10 МэВ; центр локализации силы находится при энергии ~ 9 МэВ. Экспериментальной интегральной характеристикой интенсивности возбуждения резонанса является суммарная вероятность $M\lambda$ -переходов: $\sum V_{\text{exp}}(M\lambda)$. Согласно общепринятой в макроскопических теориях точке зрения, именно с этой величиной следует сравнивать теоретические оценки вероятности возбуждения изучаемой коллективной моды. Такое сравнение приведено в табл.2 для сферических ядер, в спектрах которых впервые был идентифицирован магнитный квадрупольный резонанс.

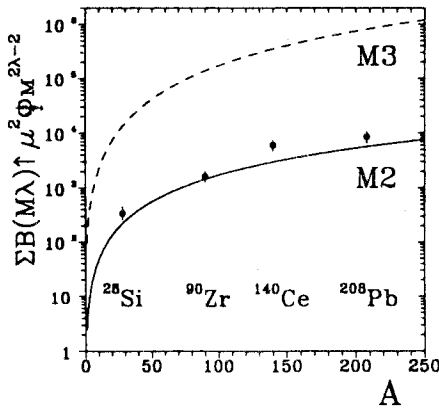


Рис. 4. Рассчитанные в рамках флюид-динамической модели суммарные приведенные вероятности изоскалярных квадрупольного и октупольного магнитных резонансов как функции массового числа. Символы — данные DALINAC [3,4]

На рис.4 изображены суммарные приведенные вероятности $M2$ - и $M3$ -твистовых возбуждений как функции массового числа. Зависимость атомного номера от массового числа параметризовалась известной эмпирической формулой [76]:

$$Z = \frac{A}{2 + 0,015 A^{2/3}}, \quad (3.15)$$

которая хорошо описывает ядра, расположенные вдоль дорожки β -стабильности. Символами нанесены данные DALINAC, представленные в обзорных докладах Рихтера [1,3,4]. Видно, что теоретические предсказания для абсолютных значений $B(M\lambda)$, выводимые из рассматриваемой коллективной флюид-динамической модели, находятся в неплохом качественном согласии с экспериментальными. Одной из причин недостатка предсказываемой магнитной силы, как это следует из табл.2, по сравнению с экспериментальными данными являются, как мы полагаем, упрощенные предположения о ядерной структуре. Действительно, в представленной модели индивидуальность каждого ядра специфицируется лишь его атомным и массовым числами, и не учитываются особенности оболочечной структуры. Последнее обстоятельство является, естественно, слишком сильным упрощением. Тем не менее, как видно из рис.4, модель качественно правильно передает наблюдаемую зависимость $B(M2)$ -фактора от массового числа.

В данном разделе мы привели оценки суммарных вероятностей возбуждения магнитных коллективных мод, полученные безотносительно к тому, какой пробной заряженной частицей индуцированы соленоидальные колебания электрического тока внутри ядра. Вычисленная вероятность является количественной мерой интенсивности изоскалярного резонанса, обусловленного когерентными колебаниями в фазе протонов и нейтронов. Поэтому вероятность (3.13) следует трактовать как приведенную вероятность кол-

лективного отклика ядра, возбуждаемого поперечной (тороидной) компонентой электромагнитного поля. В следующем разделе рассматривается теория возбуждения $M\lambda$, $T = 0$ твистовых мод в реакции неупругого рассеяния электронов.

4. ВОЗБУЖДЕНИЕ КРУТИЛЬНЫХ $M\lambda$, $T = 0$ МОД В РЕАКЦИИ НЕУПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ

Эксперименты по рассеянию электронов на ядрах служат источником наиболее достоверных данных о равновесных и динамических ядерных свойствах. Как известно, электрические гигантские изоскалярные резонансы (с $\lambda \geq 2$) были открыты именно в экспериментах по неупругому рассеянию электронов. Более того, практически вся накопленная к настоящему времени информации по $E\lambda$, $T = 0$ резонансам была получена из анализа сечений (e, e')-реакции. Поскольку ядерная флюид-динамика интерпретирует магнитные твистовые резонансы на основе тех же самых физических принципов, что и электрические, то, как нам представляется, (e, e')-реакция должна быть столь же эффективным средством возбуждения данной коллективной ветви ядерного спектра. Примечательно, что первая последовательная теория (e, e')-рассеяния с возбуждением изоскалярных коллективных состояний электрического типа, развитая Тасси [78], была также основана на макроскопической (капельной) модели ядерной структуры. Предсказываемые этой моделью сечения (e, e')-реакции по форме удовлетворительно согласуются с экспериментом, что свидетельствует о корректности предположений относительно типа коллективных движений нуклонов, индуцируемых налетающими электронами (продольных конвекционных колебаний тока с потенциальным полем скорости). Что же касается теории магнитного (e, e')-рассеяния (с возбуждением магнитных коллективных мод), то сколько-нибудь последовательный макроскопический подход, основанный на коллективной модели ядра, насколько нам известно, не обсуждался в литературе.

В данном разделе представлен, следуя [40], один из возможных вариантов теории магнитного мультипольного ядерного отклика в неупругом рассеянии электронов, основанный на коллективной флюид-динамической модели, рассматривающей ядро как сферическую макрочастицу насыщенного по спину и изоспину упругоподобного несжимаемого ферми-континуума. Под вырождением по спину подразумевается, что суммарный магнитный момент основного состояния четно-четного сферического ядра равен нулю. Рассматриваемый механизм «намагничивания» ядра неупруго рассеянными электронами (т.е. перехода из основного в возбужденное состояние с отличным от нуля магнитным моментом) несет в себе исключительно

классическое, с точки зрения электродинамики сплошных сред, содержание. Как видно из представленной выше математической трактовки магнитных мультипольных резонансов, колебания плотности электрического тока описываются в терминах поля скорости. Используемое классическое представление плотности тока не связано явным образом с квантово-механическим его определением и, как следствие этого, с квантово-механическим оператором магнитного мультипольного момента (последний, как известно, в одночастичной модели представляется суммой операторов, явно зависящих от орбитального и спинового моментов нуклонов). В этой связи уместно подчеркнуть, что оставаясь в рамках макроскопического описания коллективной динамики нуклонов, было бы непоследовательно пытаться проинтерпретировать рассмотренный механизм в концептуальных терминах микроскопической одночастичной модели оболочек (т.е. говорить о спиновой или орбитальной природе переходов). Цель, которую преследует макроскопическое описание коллективного ядерного отклика, состоит, как мы уже отмечали во введении, в поиске адекватной динамической теории сплошной ядерной среды. Основная направленность нашего изучения нацелена на выявление в ядерном отклике динамических свойств, присущих упругой сплошной среде, и сопоставление результатов с хорошо известными исследованиями, выполненными на основе представлений о ядре, как о капле однородно заряженной несжимаемой жидкости.

Необходимо подчеркнуть, что к настоящему моменту имеется довольно обширная литература по микроскопическому анализу механизмов возбуждения магнитных коллективных состояний в реакции неупругого рассеяния электронов (см., например [12, 51—53, 79,80]). Основное внимание в этих исследованиях уделено дипольным и квадрупольным коллективным магнитным возбуждениям. Микроскопические особенности возбуждения в (e, e') -рассеянии магнитных состояний высокой мультипольности в тяжелых ядрах обсуждаются в работе [54], в легких ядрах — в [80]. Судя по литературе, главным объектом изучения магнитного отклика деформированных ядер является дипольная ножничная мода (см. [81—89], а также приведенные там ссылки). Теоретическому изучению распределения $M2$ - и $M3$ -силы отклика деформированных ядер посвящены работы [91,92], выполненные в рамках микроскопической квазичастично-фононной модели ядерных коллективных возбуждений [77].

Основная цель формулируемого нами подхода состоит в том, чтобы дополнить перечисленные выше исследования и выяснить качественные закономерности зависимости интегральных параметров магнитных твистовых резонансов, извлекаемых экспериментально из анализа (e, e') -реакции, от атомного номера, массового числа и мультипольности возбуждаемой моды.

4.1. Краткий обзор теории электронного рассеяния. Для полноты изложения мы начнем с краткого обзора известных формул теории рассе-

яния неполяризованных электронов на неориентированной мишени. Выражение для дифференциального сечения (e, e') -реакции в борновском приближении плоских волн имеет вид [93—95]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_M f_{\text{rec}} \left\{ \left(\frac{q_\lambda}{q} \right)^2 |S^L(q)|^2 + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{q_\lambda}{q} \right)^2 + \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right] |S^T(q)|^2 \right\}. \quad (4.1)$$

Здесь $\sigma_M = \left[\frac{Z \alpha \hbar c \cos \theta/2}{2E \sin^2 \theta/2} \right]^2$ — моттовское сечение рассеяния для единичного заряда, $f_{\text{rec}} = \left[1 + \frac{2E \sin^2 \theta/2}{Mc^2} \right]^{-1}$ — фактор отдачи, E — энергия налетающего электрона, M — масса ядра-мишени, θ — угол рассеяния. Переданный импульс $q = \sqrt{q_\lambda^2 + \omega^2}$, $q_\lambda = 2 \sqrt{EE_0} / \hbar c \sin \theta/2$, $\hbar\omega = E - E_0$ — энергия возбуждения ядра. Ядерная структура проявляется в сечении рассеяния через продольный и поперечный формфактор. Продольный (кулоновский) формфактор $|S^L(q)|^2 = \sum_{\lambda} |F_{\lambda}^C(q)|^2$ содержит всю информацию о пространственном распределении зарядовой плотности ядра, трансверсальный формфактор $S^T(q)$ связан с переходной токовой плотностью и является суммой формфакторов электрических и магнитных мультипольных переходов:

$$|S^T(q)|^2 = \sum_{\lambda} \{ |F_{\lambda}^E(q)|^2 + |F_{\lambda}^M(q)|^2 \}.$$

При рассеянии назад возбуждаются только токовые поперечные колебания нуклонов. Поэтому измерение сечений рассеяния электронов на угол $\theta = 180^\circ$ является наиболее информативным в плане изучения состояний магнитного типа.

Магнитный формфактор $F_{\lambda}^M(q)$ связан с переходной токовой плотностью $J_{\lambda, \lambda}(r)$ преобразованием Фурье — Бесселя [95]:

$$F_{\lambda}^M(q) = \frac{\sqrt{4\pi}}{Z} \frac{J_f}{J_i} \int_0^{\infty} J_{\lambda, \lambda}(r) j_{\lambda}(qr) r^2 dr, \quad (4.2)$$

$j_{\lambda}(qr)$ — функция Бесселя ранга λ , J_i и J_f — полный момент ядра в начальном и конечном состояниях соответственно, $J = \sqrt{2\lambda + 1}$.

Главным и единственным элементом борновского формализма, содержащим информацию о ядерной структуре, являются переходные зарядовые

и токовые плотности. Рассчитываемые в ядерной флюид-динамике характеристики возбуждений несут в себе существенно коллективное содержание. Поэтому сравнение предсказываемых переходных токовых плотностей, формфакторов и вероятностей возбуждения магнитных твистовых резонансов целесообразно проводить только с интегральными характеристическими параметрами, должным образом просуммированным по параметрам реально наблюдаемых состояний.

4.2. Переходная токовая плотность и формфактор $M\lambda$, $T = 0$ резонансов. Для анализа процесса электронного рассеяния удобнее воспользоваться несколько иным, эквивалентным (4.2), представлением решения векторного уравнения Лапласа, описывающим длинноволновые мультипольные крутильные колебания сферического ядра (см., например, [96], с.188):

$$\mathbf{a}_\lambda(\mathbf{r}) = -ir^\lambda \mathbf{Y}_{\lambda,\lambda 1}^0(\hat{\mathbf{r}}), \quad \mathbf{a}_\lambda^*(\mathbf{r}) = ir^\lambda [\mathbf{Y}_{\lambda,\lambda 1}^0(\hat{\mathbf{r}})]^* = \mathbf{a}_\lambda(\mathbf{r}), \quad (4.3)$$

где $\mathbf{Y}_{\lambda\lambda' 1}^\mu(\hat{\mathbf{r}})$ — векторные сферические гармоники, обладающие следующими свойствами:

$$\int [\mathbf{Y}_{\lambda_1 \lambda_2 1}^\mu(\hat{\mathbf{r}})]^* \cdot \mathbf{Y}_{\lambda_1' \lambda_2' 1}^{\mu'}(\hat{\mathbf{r}}) d\hat{\mathbf{r}} = \delta_{\mu\mu'} \delta_{\lambda_1 \lambda_1'} \delta_{\lambda_2 \lambda_2'}, \quad (4.4)$$

$$[\mathbf{Y}_{\lambda_1 \lambda_2 1}^\mu(\hat{\mathbf{r}})]^* = (-)^{\lambda_1 + \lambda_2 + \mu + 1} \mathbf{Y}_{\lambda_2 \lambda_1 1}^{-\mu}(\hat{\mathbf{r}}). \quad (4.5)$$

Распределение соленоидального электрического тока в ядре, индуцируемого налетающим электроном, в данном подходе описывается классическим выражением

$$\mathbf{j}_\lambda(\mathbf{r}, t) = n_e \delta \mathbf{V}_\lambda(\mathbf{r}, t) = n_e \mathbf{a}_\lambda(\mathbf{r}) \dot{\alpha}_\lambda(t). \quad (4.6)$$

Коллективная переходная токовая плотность магнитного крутильного отклика мультипольности λ в системе с фиксированной полярной осью выражается формулой

$$J_{\lambda,\lambda'}(r) = \left\langle \left| \frac{i}{ec} \int \mathbf{j}_\lambda(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{Y}_{\lambda\lambda' 1}^0(\hat{\mathbf{r}}) d\hat{\mathbf{r}} \right|_t^2 \right\rangle^{1/2} = N_\lambda n_e(r) r^\lambda, \quad (4.7)$$

$$N_\lambda = \frac{\alpha_\lambda^0 \omega_\lambda}{ec} = \sqrt{\frac{\hbar \omega_\lambda}{2e^2 c^2 B_\lambda}}.$$

Здесь, как и ранее, $\langle \dots \rangle_t$ означает усреднение по времени.

На рис.5 приведены вычисленные для ядра ^{90}Zr переходные токовые плотности (4.7), соответствующие возбуждению магнитных резонансных мод различной мультипольности. Из этого рисунка, в частности, следует, что коллективный магнитный отклик ядра носит объемный характер. С рос-

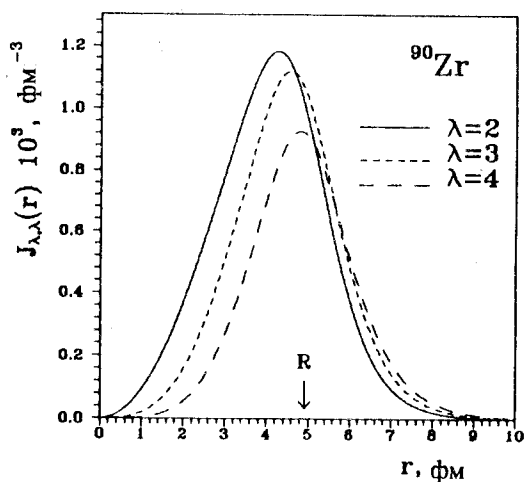


Рис. 5. Коллективные переходные токовые плотности для магнитных квадрупольного, октупольного и гексадекапольного изоскалярных резонансов в ^{90}Zr . Расчет выполнен с реалистическим распределением плотности числа частиц

том мультипольности максимум функции $J_{\lambda\lambda}$ смещается в сторону поверхности ядра.

Явное выражение для коллективного магнитного мультипольного формфактора возбуждений, связанных с длинноволновыми дифференциально-вращательными колебаниями потока, в плосковолновом борновском приближении имеет вид

$$|F_{\lambda}^M(q)|^2 = \frac{4\pi}{Z^2} (2\lambda + 1) N_{\lambda}^2 \left| \int_0^{\infty} n_e r^{\lambda+2} j_{\lambda}(qr) dr \right|^2. \quad (4.8)$$

В приближении резкого края данный интеграл может быть вычислен аналитически [36,38]:

$$|F_{\lambda}^M(q)|^2 = \frac{4\pi n^2}{Z^2} R^{2(\lambda+3)} (2\lambda + 1) N_{\lambda}^2 \left[\frac{(2\lambda + 1)j_{\lambda}(qR) - qRj_{\lambda-1}(qR)}{q^2 R^2} \right]^2. \quad (4.9)$$

Вычисленные здесь переходные токовые плотности и формфакторы характеризуют вызванные налетающим электроном длинноволновые коллективные колебания нуклонов, приводящие к возбужденным состояниям с отличными от нуля магнитными мультипольными моментами, и содержат информацию о макроскопическом распределении потока нуклонов. Как мы уже отмечали, оставаясь в рамках изложенной выше флюид-динамической модели магнитных возбуждений, строго говоря, не представляется возможным количественно выявить роль спинового вклада в формирование $M2$ -резонанса, поскольку макроскопическая плотность электрического тока не разделяется на конвекционную и спиновую компоненты, как то предписывает микроскопический подход. Более того, изложенная трактовка $M\lambda$ -ядер-

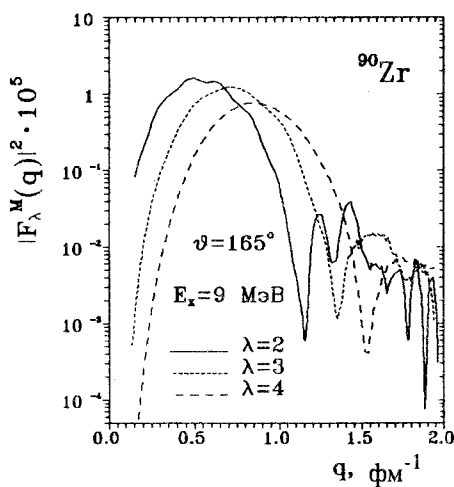


Рис. 6. Коллективные формфакторы магнитных изоскалярных резонансов, возбуждаемых в реакции неупругого рассеяния электронов под углом 165° на ядре ^{90}Zr , как функции переданного импульса q . Расчет выполнен в приближении искаженных волн

ного отклика не затрагивает вопроса о распределении силы магнитного отклика по изоспиновым каналам. Ясно, что проблема доминантности спинового и конвекционного вкладов в $M\lambda, T=0$ отклик ядра находится

в компетенции микроскопической теории коллективных ядерных возбуждений, основанной на оболочечной картине ядерной структуры. Обсуждению этих проблем посвящены работы [12,48,50,53,56,69], в которых 2^- коллективный отклик сферического ядра анализировался с микроскопической точки зрения. В [31,89] отмечается, что магнитный твистовый отклик по своей макроскопической динамической природе коллективных ядерных движений аналогичен изовекторной 1^+ -ножничной моде в деформированных ядрах.

Результаты наших расчетов для магнитных формфакторов, полученные в приближении искаженных волн, для ядра ^{90}Zr представлены на рис.6—8. При фиксированном угле рассеяния варьировалась энергия налетающих частиц так, чтобы переданный импульс мог меняться, но возбуждался бы при этом определенный уровень с энергией, соответствующей центру локализации твистового магнитного резонанса. На рис.6 изображены коллективные магнитные формфакторы $|F_\lambda^M(q)|^2$ мультипольности $\lambda=2,3,4$ в зависимости от переданного импульса, вычисленные при угле рассеяния $\theta=165^\circ$. Область малых переданных импульсов ($q < 0,5 \text{ фм}^{-1}$) является наиболее предпочтительной для регистрации $M2$ -резонанса по сравнению с резонансными модами высших мультипольностей [36]. Примечательным является тот факт, что в области $q \approx 1 \text{ фм}^{-1}$, где гексадекапольный формфактор имеет первый максимум, квадрупольный отклик минимален. Похожая картина наблюдается и в области второго максимума функции $|F_4^M(q)|^2$.

Рис.7 дает представление о виде $|F_2^M(q)|^2$ в зависимости от угла рассеяния θ электронов с первоначальной энергией $E=40, 80, 120$ и 200 МэВ ; с рос-

Рис.7. Зависимость коллективного формфактора для квадрупольного магнитного резонанса от угла рассеяния электронов θ . Расчет выполнен в приближении искаженных волн для ^{90}Zr при указанных значениях энергии налетающих электронов E

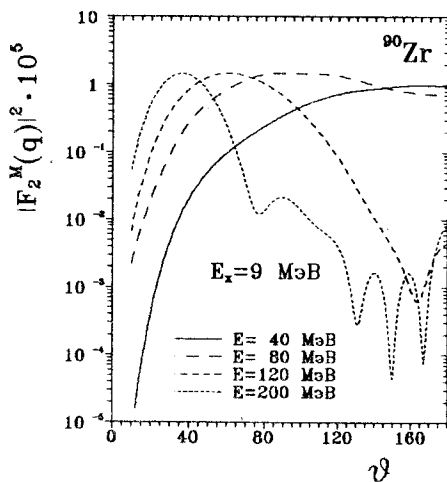
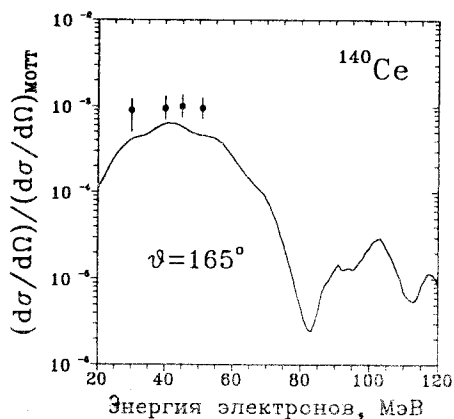


Рис. 8. Измеренные на линейном ускорителе электронов в Дармштадте [1] сечения возбуждения магнитного квадрупольного резонанса в ^{140}Ce (символы). Линия — теоретический расчет на основе флюид-динамической модели твистового отклика



том энергии налетающего электрона E дифракционный минимум смещается в сторону меньших углов. Из наших расчетов следует, что 1) магнитные резонансы более высокой мультипольности возбуждаются с заметно меньшей интенсивностью и 2) в тяжелых ядрах ожидается более заметное проявление твистового эффекта, чем в легких.

На рис.9 символами представлены данные дармштадтского линейного ускорителя электронов по интегральным сечениям (e, e') -рассеяния на ядре ^{140}Ce для всех $M2$ -состояний в интервале энергий 7,5+10,0 МэВ при угле рассеяния 165° и энергиях налетающих электронов от 30 до 55 МэВ. Анализ данной реакции с точки зрения микроскопической теории ядерной структуры дан в работе [51]. На этом рисунке мы также приводим теоретические сечения возбуждения твистового квадрупольного резонанса,

вычисленные в рамках PWBA и DWBA. Как видно, экспериментальный и теоретический формфакторы, рассчитанные на основе данной коллективной модели, имеют весьма похожую форму. Следуя логике, общепринятой в изложении выводов коллективных моделей, можно отметить, что качественное совпадение по форме теоретического формфактора (который несет в себе информацию о пространственном распределении возбуждаемого тока) и экспериментально свидетельствует о корректности предсказываемого характера коллективных колебаний.

В теории электровозбуждения приведенная вероятность $B(M\lambda)$ перехода ядра в состояние с магнитным моментом мультипольного порядка λ определяется интегралом от переходной токовой плотности $J_{\lambda,\lambda}(r)$ согласно соотношению

$$B(M\lambda) = \frac{\lambda}{\lambda+1} \left[\frac{\hat{J}_f}{\pi J_i} \int_0^\infty e J_{\lambda,\lambda}(r) r^{\lambda+2} dr \right]^2 = \frac{\lambda}{(\lambda+1)} \frac{2B_\lambda \omega_\lambda}{\hbar} \left(\frac{Z}{A} \right)^2 \mu^2 \text{ФМ}^{2\lambda-2}. \quad (4.10)$$

Как можно легко убедиться, это выражение точно совпадает с полученным выше соотношением (3.13). Сопоставление приведенной вероятности возбуждения $M\lambda$, $T=0$ твистового резонанса с измеряемой в эксперименте суммарной приведенной вероятностью $\sum B(M\lambda)$ переходов представлено на рис.4. который мы обсуждали в предыдущем разделе. Здесь мы лишь добавим, что в длинноволновом пределе формфактор $F_\lambda^M(q)$ выражается через приведенную вероятность возбуждения $B(M\lambda)$:

$$|F_\lambda^M(q)|^2 = \frac{4\pi}{e^2 Z^2} \frac{q^2}{[(2\lambda+1)!!]^2} \frac{\lambda+1}{\lambda} B(M\lambda). \quad (4.11)$$

Из теории электронного рассеяния известно, что применимость длинноволнового приближения ($qR \ll 1$, где R — радиус ядра) оправдана лишь при сравнительно малых энергиях E налетающего электрона. Однако в экспериментах это условие, как правило, не реализуется. Так, например, при неупругом рассеянии электронов на ^{90}Zr на угол $\theta = 165^\circ$, $qR = 1$ для $E = 26$ МэВ. В этом случае $|F_\lambda^M(q)|^2$ уже не пропорционален величине $B(M\lambda)$, а определяется индивидуальными особенностями переходной токовой плотности возбуждаемого состояния. Поэтому при расчете формфакторов необходимо пользоваться непосредственно формулой (4.2).

Интегральной мерой степени коллективности ядерного отклика является правило сумм. Правила сумм для магнитных возбуждений рассмотрены в работах [72, 96—99]. В макроскопическом подходе аналогом правила сумм является осцилляторная сила возбуждения [7]. Согласно нашим

вычислениям магнитная осцилляторная сила $M\lambda$ изоскалярного крутильного отклика дается оценкой

$$S(M\lambda) = \sum E(M\lambda)B(M\lambda) = \beta_\lambda Z^2 A^{(2\lambda-5)/3} \text{ МэВ} \cdot \mu^2 \text{ фм}^{2\lambda-2}, \quad (4.12)$$

где $\beta_2 = 30$, $\beta_3 = 160$, $\beta_4 = 560$.

5. ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ДИПОЛЬНЫЙ МАГНИТНЫЙ ОТКЛИК СФЕРИЧЕСКОГО ЯДРА

Как мы уже отмечали, дипольная твистовая мода требует специального рассмотрения. Главная причина отсутствия этой моды в представленном выше спектре магнитных твистовых резонансов (3.6) связана с предположением о том, что внешнее возмущение индуцирует только длинноволновые вращательные осцилляции потока частиц. В этом приближении не удастся описать хорошо установленный магнитный дипольный резонанс, энергетический центроид которого дается оценкой $41A^{1/3}$ МэВ [5]. Однако, как показано в [100], вне рамок этого ограничения уравнения ядерной флюидной динамики допускают решение, описывающее сдвиговые колебания, которые соответствуют коллективной высокоэнергетической $M1$, $T=0$ моде, возможность существования которой обсуждается в [2].

Вернемся к уравнению (2.13). После подстановки в него (2.8) находим, что поле смещений подчиняется векторному уравнению Гельмгольца:

$$\Delta \mathbf{a}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{a}(\mathbf{r}) = 0. \quad (5.1)$$

Регулярное в нуле решение последнего уравнения, соответствующее крутильным колебаниям ядра,

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}, t) = j_1(kr) \mathbf{Y}_{111}^0(\hat{\mathbf{r}}), \quad (5.2)$$

где $k = \omega/c_t$ — волновой вектор и $c_t = \sqrt{P_F/\rho_0} = v_F/\sqrt{5}$ — скорость распространения поперечных осесимметричных крутильных колебаний в сферическом ядре. Частота ω этих колебаний может быть однозначно определена из граничного условия, которое требует отсутствия сдвигов на поверхности сферического ядра: $n_k \delta P_{ik} = 0$, где n_k — единичный вектор нормали к поверхности ядра. Явное выражение этого условия имеет вид

$$\delta P_{r\phi} = 0 \rightarrow \frac{da_\phi}{dr} - \frac{a_\phi}{r} = 0. \quad (5.3)$$

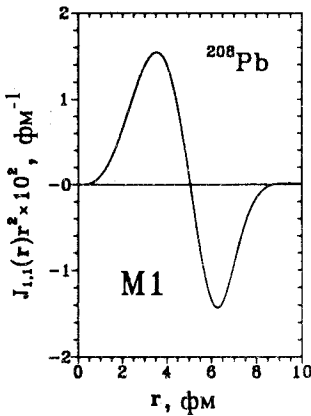


Рис. 9. Переходная токовая плотность (умноженная на r^2) для высокоэнергетического $M1$, $T=0$ твистового резонанса в ядре ^{208}Pb , предсказываемого ядерной флюид-динамикой

Условие (5.3) приводит к следующему дисперсионному уравнению:

$$z \frac{dj_\lambda(z)}{dz} = j_\lambda(z), \quad z_{\lambda i} = k_{\lambda i} R. \quad (5.4)$$

Численные значения корней этого уравнения для $1 \leq \lambda \leq 5$ приведены в табл.3. Собственные частоты крутильных колебаний опреде-

ляются выражением $\omega_{\lambda i} = \frac{\hbar\omega_F}{\sqrt{5}} z_{\lambda i}$. Энергия нижайшего дипольного твистового изоскалярного отклика оценивается величиной (при $r_0 = 1,1$ фм)

$$E(M1, T=0) = \hbar\omega_{11} = \frac{\hbar^2(9\pi)^{1/3}}{\sqrt{20}mr_0^2} z_{11}A^{-1/3} = 135 A^{-1/3} \text{ МэВ}. \quad (5.5)$$

Предположение о длинноволновом характере колебаний скорости потока нуклонов ядра является критичным лишь для дипольного отклика, поскольку просто его исключает (энергия дипольного колебания равна нулю). Что же касается $M\lambda(\lambda \geq 2)$ -резонансов, то энергии, вычисленные в длинноволновом приближении, практически точно совпадают с энергиями, полученными из уравнения Гельмгольца (5.1) с граничным условием свободной от напряжений поверхности ядра, которое выражено дисперсионным уравнением (5.4). Тот факт, что энергия высокоэнергетического 1^+ , $T=0$ резонанса может быть вычислена только за рамками длинноволнового приближения продемонстрирован в работе [46].

К настоящему моменту известен единственный эксперимент, выполненный Вудвордом и Петерсоном на линейном ускорителе Массачусетского университета [2] на ядре ^{280}Pb с целью поиска магнитной дипольной силы в области энергий от 19 до 25 МэВ, незадолго до того предсказанной в микроскопических расчетах [89]. В этом эксперименте измерено сечение неупругого рассеяния электронов с энергией 60 МэВ на угол 180° и обнаружен пик при энергии 24 МэВ с шириной порядка 1,5 МэВ и абсолютной величиной сечения $d\sigma/d\Omega = (50 \pm 20)$ нб/ср.

С целью сопоставления предсказаний ядерной флюид-динамики для высокоэнергетического дипольного изоскалярного резонанса с данными, приведенными в [2], ниже мы представляем результаты вычислений сум-

Таблица 3. Корни $z_{\lambda i}$ дисперсионного уравнения для определения частот возбуждения изоскалярных состояний магнитного типа

i	$\lambda = 1$	$\lambda = 2$	$\lambda = 3$	$\lambda = 4$	$\lambda = 5$
1	5,7635	2,5011	3,8647	5,0946	6,2658
2	9,0950	7,1360	8,4449	9,7125	10,9506
3	12,3229	10,5146	11,8817	13,2187	14,5108

марной приведенной вероятности и поперечного сечения возбуждения этой моды. В макроскопическом представлении переходная токовая плотность магнитного дипольного возбуждения дается выражением

$$J_{1,1}(r) = \left\langle \left| \frac{1}{ec} \int \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{Y}_{111}^0(\hat{\mathbf{r}}) d\hat{\mathbf{r}} \right|^2 \right\rangle_t^{1/2} = N_1 n_e(r) j_1(k_1 r), \quad (5.6)$$

где константа N_1 зависит от энергии возбуждения следующим образом:

$$N_1 = \frac{E(M1)}{e\hbar c} \alpha_0. \text{ Коллективная амплитуда нормальных токовых колебаний}$$

определяется, согласно [7], выражением $\alpha_0 \equiv \langle |\alpha(t)|^2 \rangle_t^{1/2} = \frac{\hbar}{\sqrt{2B_1} E(M1)}$. Как

и ранее, символ $\langle \dots \rangle_t$ означает усреднение по времени, и B_1 — массовый параметр, равный

$$B_1 = \int \rho_0 a_1^2 d\tau = \frac{3mA}{8\pi} [j_1^2(k_1 r) - j_0(k_1 r)j_2(k_1 r)]. \quad (5.7)$$

Приведенная на рис.9 переходная токовая плотность иллюстрирует объемный характер рассматриваемых коллективных поперечных колебаний потока нуклонов.

В борновском приближении магнитный формфактор $F_1 M(q)$ выражается через переходную токовую плотность $J_{1,1}(r)$:

$$F_1^M(q) = \frac{\sqrt{12\pi}}{Z} \int J_{1,1}(r) j_1(qr) r^2 dr = \frac{\sqrt{12\pi}}{Z} N_1 \int j_1(k_1 r) j_1(qr) r^2 dr. \quad (5.8)$$

На рис.10 мы приводим дифференциальные сечения возбуждения 1^+ , $T=0$ твистовой моды ^{208}Pb в в реакции неупругого рассеяния электронов с энергией $E_e = 60$ МэВ на угол 180° , рассчитанные как в DWBA-, так и в PWBA-приближении.

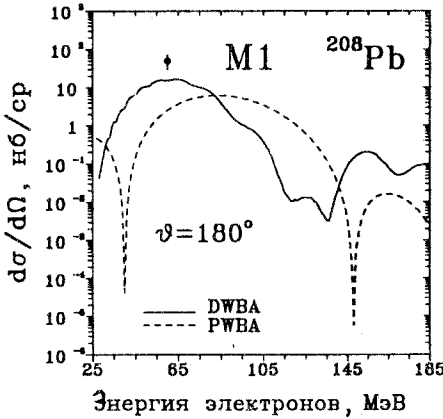


Рис. 10. Предсказываемое на основе флюид-динамической модели сечение возбуждения высокоэнергетического $M1, T=0$ твистового резонанса в ядре ^{208}Pb . Расчеты выполнены как в рамках плосковолнового борновского приближения (PWBA), так и в приближении искаженных волн (DWBA). Экспериментальная точка — результат измерения сечения неупругого рассеяния электронов на 180° при энергии налетающих электронов 60 МэВ. Данные линейного ускорителя электронов в Бейтсе (Bates LINAC) [2]

Таблица 4. Теоретические предсказания для $M1, T=0$ твистовой моды в ^{208}Pb и экспериментальные данные [2] по возбуждению магнитного дипольного резонанса в реакции неупругого рассеяния электронов с энергией 60 МэВ на угол 180°

^{208}Pb	Теория	Эксперимент
$E(M1), \text{МэВ}$	22,9	24,0
$B(M1), \mu^2$	2,0	—
$d\sigma/d\Omega, \text{нб/ср}$	15,0	50 ± 20

Суммарная вероятность возбуждения $B(M1)$ для $M1, T=0$ моды ядерного кручения, вычисленная в зависимости от атомного номера ядра и его массового числа, дается выражением

$$B(M1) = \frac{3e^2}{2} \left[\int J_{1,1}(r)r^3 dr \right]^2 \approx 1,0 \cdot 10^{-2} Z^2 A^{-2/3} \mu^2. \quad (5.9)$$

Представленные в данном разделе результаты позволяют сделать следующее резюме. Ядерная флюид-динамика предсказывает высокоэнергетическую $M1, T=0$ моду, локализацию силы которой следует ожидать в районе 20—25 МэВ. В работах [10,18—21,42] приводятся для области локализации центроида энергии высокоэнергетического $M1, T=0$ резонанса оценки в интервале $E(M1, T=0) = 21+ 27$ МэВ. Результаты наших расчетов и данные обсуждаемого эксперимента суммированы в табл.4.

6. ШИРИНЫ МАГНИТНЫХ ТВИСТОВЫХ МОД

Релаксация коллективных ядерных возбуждений в последние годы является предметом интенсивного изучения в ядерной флюид-динамике [28,33,101,102]. Микроскопическое происхождение рассматриваемого в данном разделе механизма затухания коллективного ядерного движения связывается с двухчастичными столкновениями нуклонов, приводящими, в конечном итоге, к вязкости ядерного вещества. Анализ затухания коллективных ядерных движений, связанных с изоскалярными электрическими резонансами с $\lambda \geq 2$, показал, что роль отдельной диссипации (затухание Ландау) менее значительна по сравнению с ролью двухтельной диссипации [102]. В теории сплошных сред двухчастичная диссипация макроскопически описывается тензором вязких напряжений. Эффект сдвиговой вязкости имеет объемное происхождение и характеризуется коэффициентом динамической вязкости μ , который в наших вычислениях рассматривается как параметр. Однако, как показано в [27], этот коэффициент может быть извлечен из данных по кинетической энергии фрагментов деления тяжелых ядер. Численная оценка коэффициента μ составляет [103]:

$$\mu = (0,03 \pm 0,01) \text{ ТП}, \quad 1\text{ТП} = 0,948\hbar \text{ фм}^{-3},$$

где ТП означает терапуаз. В нижеприводимых расчетах мы также используем кинематический коэффициент вязкости, не зависящий от плотности и определяемый соотношением $\nu = \mu/\rho_0$, где ρ_0 — равновесная плотность ядерного вещества. Подчеркнем, что при фиксированном значении коэффициента динамической вязкости наши вычисления перестают зависеть от каких-либо свободных параметров. Наиболее последовательное изложение механизма двухтельной диссипации представлено в недавней серии работ, указанных в [33], где, в частности, получены оценки коэффициента вязкости на основе развитого авторами кинетического подхода (см. также [104,105]). Микроскопические теории релаксации ядерных возбуждений изложены в [31,77,106,107]. В данном разделе дается макроскопический расчет столкновительных ширин магнитных твистовых резонансов согласно [37].

6.1. Уравнения диссипативной ядерной флюид-динамики. Макроскопическое описание затухания коллективных колебаний нуклонов основано на введении диссипативной функции Рэлея F , которая определяется как скорость потери полной энергии коллективных колебаний и представляется в виде (см., например, уравнение (3.8) в [108]):

$$\frac{d}{dt} H(\alpha_\lambda, \dot{\alpha}_\lambda) = F(\dot{\alpha}_\lambda), \quad (6.1)$$

где H — гамильтониан собственных нормальных колебаний (2.10), а диссипативная функция связана с коэффициентом трения D соотношением $F = \dot{\alpha}_\lambda^2 D_\lambda$. В лагранжевой трактовке уравнение диссипативной ядерной флюид-динамики имеет вид

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{a}_\lambda} - \frac{\partial L}{\partial a_\lambda} + \frac{\partial F}{\partial \dot{a}_\lambda} = 0, \quad (6.2)$$

где L — лагранжиан нормальных крутильных колебаний

$$L = \frac{B_\lambda (\dot{\alpha}_\lambda)^2}{2} - \frac{C_\lambda (\alpha_\lambda)^2}{2}. \quad (6.3)$$

Массовый параметр B_λ и параметр крутильной жесткости C_λ определены в разд.3 формулами (3.3) и (3.4) соответственно. Подстановка (6.1) и (6.3) в (6.2) приводит к хорошо известному уравнению затухающих линейных колебаний:

$$B_\lambda \ddot{\alpha}_\lambda + 2D_\lambda \dot{\alpha}_\lambda + C_\lambda \alpha_\lambda = 0, \quad (6.4)$$

откуда следует, что собственная частота ω_λ и коэффициент затухания крутильных колебаний γ_λ равны

$$\omega_\lambda = (C_\lambda/B_\lambda)^{1/2}, \quad \gamma_\lambda = D_\lambda/B_\lambda. \quad (6.5)$$

Коэффициент трения D_λ определяется интегралом

$$D_\lambda = \frac{\nu}{2} \int \rho_0 \left(\frac{\partial a_i^\lambda}{\partial x_j} + \frac{\partial a_j^\lambda}{\partial x_i} \right)^2 d\tau, \quad (6.6)$$

структура которого, как видно, совпадает со структурой коэффициента жесткости. С учетом диффузности ядерной поверхности вычисления коэффициента трения сдвиговых колебаний дают

$$D_\lambda = M\nu \langle r^{2\lambda-2} \rangle \lambda(\lambda^2 - 1), \quad (6.7)$$

где M — масса ядра. Результат вычислений в приближении резкого края приводится ниже.

6.2. Столкновительные ширины магнитных резонансов. Согласно теории линейных ядерных колебаний, энергии $E(M\lambda)$ и столкновительные ширины $\Gamma(M\lambda)$ ядерных изоскалярных резонансов в рассматриваемом подходе определяются соотношениями [27]:

$$E(M\lambda) = \hbar\omega_\lambda, \quad \Gamma(M\lambda) = \hbar\gamma_\lambda. \quad (6.8)$$

Подставляя сюда (6.7), получаем следующее выражение для столкновительной ширины $M\lambda$, $T=0$ твистового резонанса:

$$\Gamma(M\lambda) = \hbar v (2\lambda + 1)(\lambda - 1) \frac{\langle r^{2\lambda-2} \rangle}{\langle r^{2\lambda} \rangle}. \quad (6.9)$$

В приближении резкого края формула (6.9) приобретает вид

$$\Gamma(M\lambda) \approx 6,0(2\lambda + 3)(\lambda - 1) A^{-2/3} \text{ МэВ}. \quad (6.10)$$

Таким образом, мы находим, что механизм двухтельной диссипации энергии приводит к тому, что ширины магнитных резонансов спадают с ростом массового числа по закону $A^{-2/3}$. С увеличением мультипольности возбуждения ширина резонанса растет пропорционально множителю $(2\lambda + 3)(\lambda - 1)$. Численные оценки ширины квадрупольного магнитного изоскалярного резонанса в некоторых сферических ядрах приведены в табл.2. Эти оценки получены при вышеприведенных значениях параметров фермиевского распределения для плотности.

Обратив внимание на то, что энергия и ширина имеют сходную мультипольную зависимость, можем представить выражение (6.10) в виде

$$\Gamma(M\lambda) = \frac{5v}{\hbar v_F^2} [E(M\lambda)]^2 \text{ МэВ}^{-1}. \quad (6.11)$$

Как следует из (6.11), столкновительная ширина магнитного резонанса данной мультипольности пропорциональна квадрату энергии возбуждения. Аналогичная зависимость столкновительной ширины от массового числа имеет место и для электрических изоскалярных резонансов [27,28,33]. Аналитическая зависимость ширины электрических изоскалярных резонансов от мультипольного порядка λ в наших расчетах имеет вид

$$\Gamma(E\lambda) = \frac{5v}{\hbar v_F^2} [E(E\lambda)]^2, \quad (6.12)$$

где $E(E\lambda)$ дается формулой Никса — Сирка (2.16). Сравнивая выражения для ширин (6.11) и (6.12), находим

$$\frac{\Gamma(M\lambda)}{\Gamma(E\lambda)} = \frac{1}{2} \frac{(2\lambda + 3)}{(2\lambda + 1)} < 1, \quad \lambda \geq 2, \quad (6.13)$$

т.е. ширина магнитного изоскалярного резонанса данной мультипольности $\lambda \geq 2$ всегда больше ширины электрического изоскалярного резонанса той же мультипольности.

Представленные оценки носят предсказательный характер, поскольку в настоящее время отсутствует какая-либо экспериментальная информация о ширинах магнитных резонансов. Наши предсказания довольно хорошо согласуются с результатами работ [28,33], где приведены оценки на параметры релаксации трансверсальных ядерных колебаний. В частности, предсказанный в [28] $A^{-2/3}$ -закон спадания ширин трансверсальных коллективных мод

с ростом массового числа, воспроизводится в рассмотренном нами случае магнитных резонансов с $\lambda \geq 2$.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время коллективные магнитные возбуждения ядер являются предметом активных исследований, которые стимулируются экспериментами, проводимыми в Дармштадте (DALINAC), Москве, Штутгарте, Массачусетсе (Bates LINAC) и других центрах. В этой связи представляется своевременным представить обзор теоретических исследований, выполненных в рамках макроскопической теории коллективных ядерных возбуждений.

Одна из целей данного обзора состояла в конструктивном аналитическом представлении полного набора измеряемых интегральных характеристических параметров изоскалярных магнитных мультипольных резонансов: положений центроидов энергий, суммарных вероятностей возбуждения, столкновительных ширин и сечений возбуждения в реакции неупругого рассеяния электронов. Указанные величины представляются в виде степенных функций атомного номера, массового числа и мультипольного порядка возбуждения. Это делает модель открытой для экспериментальной проверки ее предсказаний. Тот факт, что изложенная теория предсказывает значения основных интегральных характеристических параметров для $M2$ коллективной моды, находящиеся в качественном согласии с имеющимися экспериментальными данными, указывает на адекватность развитой макроскопической трактовки наблюдаемого квадрупольного резонанса.

В изложенной коллективной модели магнитные изоскалярные резонансы интерпретируются в терминах крутильных колебаний ядра, рассматриваемого как сферическая макрочастица ядерной ферми-среды. Этим подчеркивается, что ядерная материя обладает свойствами упругого континуума, причем физическая природа упругости ядерного вещества имеет существенно квантовое происхождение, поскольку является следствием фермиевского движения нуклонов и связанной с ним динамической деформации поверхности Ферми. В этой связи уместно добавить, что проблема упругости ядерного вещества является предметом активного изучения в теории ядерных движений большой амплитуды [110,111]. Можно надеяться, что конкретность представленных в обзоре результатов окажется полезной при выборе направления планируемых экспериментов, которые позволят установить, насколько достоверными являются представления об упругоподобном поведении ядерной материи.

В заключение мы хотели бы поблагодарить В.В.Гудкова, В.М.Шилова, А.В.Сушкова за плодотворное сотрудничество, а также выразить призна-

тельность В.О.Нестеренко, И.Н.Михайлову, М.Ди Торо, Е.Б.Бальбуцеву, А.И.Вдовину, Дж.Петерсону, Р.Хилтону, Л.А.Малову, Б.С.Ишханову, С.Раману, Дж.Провиденсия, Э.Х.Юлдашбаевой, П.Рингу, Ж.Либеру, В.В.Воронovu, Н.Г.Гончаровой, М.Браку, А.Г.Магнеру и Н.Ло Юдечи за полезные дискуссии по затронутым вопросам.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 94-02-04615) и Европейского Физического Общества (грант INTAS-93-151).

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Вычисление интегралов, фигурирующих в тексте, удобнее проводить в системе с фиксированной полярной осью. В этом случае сферические компоненты тороидального поля мгновенных смещений a_i , соответствующего крутильным колебаниям сферического ядра, имеют вид

$$a_r = 0, \quad a_\theta = 0, \quad a_\phi = A_\lambda r^\lambda (1 - \mu^2)^{1/2} \frac{dP_\lambda(\mu)}{d\mu}, \quad (\text{П.1.1})$$

где $\mu = \cos \theta$, $P_\lambda(\mu)$ — полиномы Лежандра.

Компоненты тензора упругих напряжений, возникающих при крутильных колебаниях, даются соотношениями

$$\frac{\partial a_1}{\partial x_1} = \frac{\partial a_r}{\partial r} = 0,$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial x_2} = -\frac{(1 - \mu^2)^{1/2}}{r} \frac{\partial a_\theta}{\partial \mu} + \frac{a_r}{r} = 0,$$

$$\frac{\partial a_3}{\partial x_3} = \frac{1}{r(1 - \mu^2)^{1/2}} \frac{\partial a_\phi}{\partial \mu} + \frac{a_r}{r} + \frac{a_\theta}{r} \frac{\mu}{(1 - \mu^2)^{1/2}} = 0,$$

$$\frac{\partial a_1}{\partial x_2} = -\frac{(1 - \mu^2)^{1/2}}{r} \frac{\partial a_\theta}{\partial \mu} - \frac{a_\theta}{r} = 0,$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial x_1} = \frac{\partial a_\theta}{\partial r} = 0,$$

$$\frac{\partial a_1}{\partial x_3} = \frac{1}{r(1-\mu^2)^{1/2}} \frac{\partial a_r}{\partial \phi} - \frac{a_\phi}{r} = -A_\lambda r^{\lambda-1} (1-\mu^2)^{1/2} \frac{dP_\lambda(\mu)}{d\mu},$$

$$\frac{\partial a_3}{\partial x_1} = \frac{\partial a_\phi}{\partial r} = A_\lambda \lambda r^{\lambda-1} (1-\mu^2)^{1/2} \frac{dP_\lambda(\mu)}{d\mu},$$

$$\frac{\partial a_2}{\partial x_3} = -\frac{1}{r} \frac{\partial a_\theta}{\partial \mu} - \frac{a_\phi}{r} \frac{\mu}{(1-\mu^2)^{1/2}} = -A_\lambda r^{\lambda-1} \mu \frac{dP_\lambda(\mu)}{d\mu},$$

$$\frac{\partial a_3}{\partial x_2} = -\frac{(1-\mu^2)^{1/2}}{r} \frac{\partial a_\phi}{\partial \mu} = -A_\lambda r^{\lambda-1} \left[\mu \frac{dP_\lambda(\mu)}{d\mu} - \lambda(\lambda+1) P_\lambda(\mu) \right].$$

В вычислениях используются следующие основные интегралы:

$$\int_{-1}^{+1} P_\lambda^2(\mu) d\mu = \frac{2}{(2\lambda+1)},$$

$$\int_{-1}^{+1} (1-\mu^2) \left(\frac{dP_\lambda(\mu)}{d\mu} \right)^2 d\mu = \frac{2\lambda(\lambda+1)}{(2\lambda+1)},$$

$$\int_{-1}^{+1} \mu P_\lambda(\mu) \frac{dP_\lambda(\mu)}{d\mu} d\mu = \frac{2\lambda}{(2\lambda+1)},$$

$$\int_{-1}^{+1} \left(\mu \frac{dP_\lambda(\mu)}{d\mu} \right)^2 d\mu = \frac{\lambda(\lambda+1)(2\lambda-1)}{(2\lambda+1)},$$

два последних получены с использованием рекуррентных соотношений для полиномов Лежандра.

Вышеприведенные формулы позволяют значительно облегчить громоздкие вычисления интегралов, содержащих тензор упругих напряжений. В частности,

$$\frac{1}{2} \int_v F(r) \left(\frac{\partial a_i^\lambda}{\partial x_j} + \frac{\partial a_j^\lambda}{\partial x_i} \right)^2 d\tau = 4\pi A_\lambda^2 \lambda(\lambda-1)(\lambda+1) \int_0^R F(r) r^{2\lambda} dr, \quad (\text{П.1.2})$$

где $F(r)$ — произвольная функция от r .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Richter A.** — Lecture Notes in Physics, 1979, vol.108, p.19; Prog. Part. Nucl. Phys., 1984, vol.13, p.1; Nucl. Phys., 1989, vol.A507, p.99.
2. **Woodward C., Peterson G.A.** — Phys. Rev., 1979, vol.C20, p.2437.
3. **Richter A.** — Proc. Dubna Int. School on Nucl. Structure, D4-80-385, Dubna, 1980.
4. **Hicks R.S., Huffman R.L., Lindgren R.A. et al.** — Phys. Rev., 1982, vol. C26, p.920.
5. **Raman S., Fagg L.W., Hicks R.** — In: Electric and Magnetic Giant Resonances. World Scientific, Singapore, 1991, ch.4, p.355.
6. **Rowe D.J.** — Nuclear Collective Motion: Models and Theory. Methuen, London, 1970.
7. **Bohr A., Mottelson B.** — Nuclear Structure. Benjamin, New York, 1970.
8. **Соловьев В.Г.** — Теория сложных ядер. М.: Наука, 1974.
9. **Ring P., Schuck P.** — The Nuclear Many-Body Problem. Springer, Berlin, 1978.
10. **Holzwarth G., Eckart G.** — Z.Phys., 1977, vol.A283, p.219; Nucl. Phys. A, 1979, vol.325, p.1.
11. **Eckart G., Holzwarth G., Da Providencia J.P.** — Nucl. Phys. A, 1981, vol.364, p.1.
12. **Schwesinger B., Pingel K., Holzwarth G.** — Nucl. Phys., 1982, vol.A341, p.1.
13. **da Providencia J.P., Holzwarth G.** — Nucl. Phys., 1983, vol.A398, p.59.
14. **Holzwarth G.** — Density Functional Methods in Physics. (Ed. R.M.Dreizler, J.P. da Providencia). Plenum Publishing Corporation, 1985, p.381.
15. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** — Теория упругости. М.: Наука, 1986.
16. **Морс Ф., Фешбах Г.** — Методы математической физики. М.: Наука, 1986, т.2.
17. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** — Гидродинамика. М.: Наука, 1988.
18. **Семенко С.Ф.** — ЯФ, 1975, т.21, с.977; ЯФ, 1981, т.26, с.274; ЯФ, 1981, т.34, с.356; ЯФ, 1984, т.39, с.351.
19. **Wong C.Y., Azziz A.** — Phys. Rev., 1981, vol.C24, p.2290; Phys. Rev., 1982, vol.C25, p.2777.
20. **Hasse R.W., Ghosh G., Winter J., Lumbrozo A.** — Phys. Rev., 1982, vol.C25, p.2771.
21. **Баструков С.И., Гудков В.В., Деак Ф., Сушков А.В.** — Краткие сообщения ОИЯИ, 1990, №45[6], с.51.
22. **Ламб Н.** — Гидродинамика: Пер. с англ. М.: Гостехиздат, 1947.
23. **Bastrukov S.I.** — Phys. Rev., 1994, vol.E49, p.3166.
24. **Bertsch G.F.** — Ann. Phys., 1974, vol.86, p.138; Nucl. Phys., 1975, vol.A249, p.253.
25. **Bertsch G.F.** — Les Houches 1977, Session XXX (ed. by R.Balian et. al.) vol.1, North-Holland, Amsterdam, 1978, p.175.
26. **Климонтович Ю.Л.** — Статистическая физика. М.: Наука, 1982.
27. **Nix J.R., Sierk A.J.** — Phys. Rev., 1980, vol.C21, p.396.
28. **Коломиец В.М.** — Приближение локальной плотности в атомной и ядерной физике. Киев: Наукова думка, 1990.
29. **Бальбуцев Е.Б., Михайлов И.Н.** — Коллективная ядерная динамика (под ред. Р.В.Джолоса). Л.: Наука, 1990, с.3.
30. **Коломиец В.М.** — Коллективная ядерная динамика (под ред. Р.В.Джолоса). Л.: Наука, 1990, с.67.

31. **Wambach J.** — Rep. Prog. Phys., 1988, vol.51, p.989.
32. **Speth J., Wambach J.** — In: Electric and Magnetic Giant Resonances. World Scientific, Singapore, 1991, ch.1, p.3.
33. **Коломиец В.М., Магнер А.Г., Плюйко В.А.** — ЯФ, 1992, т.55, с.45; ЯФ, 1993, т.56, с.110; Z.Phys., 1993, vol.A345, p.131; *ibid* p.137.
34. **Abrosimov V., Di Toro M., Strutinsky V.** — Nucl. Phys., 1993, vol.A562, p.41.
35. **Bastrukov S.I., Gudkov V.V.** — Z. Phys., 1992, vol.A341, p.395.
36. **Bastrukov S.I., Molodtsova I.V.** — Europhys. Lett., 1993, vol.22(2), p.85.
37. **Баструков С.И., Молодцова И.В., Шилов В.М.** — Изв. РАН, сер. физ., 1993, т.57(10), с.148; Int. J. Mod. Phys., 1993, vol.E2, p.731.
38. **Баструков С.И., Молодцова И.В., Шилов В.М.** — Препринт ОИЯИ Р4-94-68, Дубна, 1994; ЯФ, 1995, т.58(6), с.6.
39. **Bastrukov S.I., Mistic S., Sushkov A.V.** — Nucl. Phys., 1993, vol.A562, p.191.
40. **Bastrukov S.I., Molodtsova I.V., Shilov V.M.** — Physica Scripta, 1995, vol.51, p.54.
41. **Денисов В.Ю.** — ЯФ, 1985, т.42, с.351.
42. **da Providencia J.P.** — J. Physique Coll., 1984, vol.C6, p.333; J. Phys., 1987, vol.G13, p.783; Nucl. Phys., 1988, vol.A489, p.190.
43. **Balbutsev E.B., Mikhailov I.N.** — J. Phys., 1988, vol.G14, p.245.
44. **Бальбуцев Е.Б., Молодцова И.В., Пиперова Й.** — ЯФ, 1991, т.53, с.670.
45. **Баструков С.И., Бальбуцев Е.Б., Молодцова И.В. и др.** — ЯФ, 1991, т.54, с.927.
46. **Бальбуцев Е.Б., Баструков С.И., Михайлов И.Н. и др.** — ЯФ, 1989, т.50, с.1264.
47. **Ponomarev V.Yu., Soloviev V.G., Stoyanov Ch., Vdovin A.I.** — Nucl. Phys., 1979, vol.A323, p.446.
48. **Cha D., Schwesinger B., Wambach J., Speth J.** — Nucl. Phys., 1984, vol.A430, p.321; Phys. Rev., 1984, vol.C29, p.636.
49. **Schwesinger B.** — Phys. Rev., 1984, vol.C29, p.1475.
50. **Dumitrescu T.S., Suzuki T.** — Nucl. Phys., 1984, vol.A423, p.277.
51. **Ponomarev V.Yu., Shilov V.M., Voronov V.V., Vdovin A.I.** — Phys. Lett., 1980, vol.B97, p.131.
52. **Вдовин А.И., Пономарев В.Ю., Шилов В.М.** — ЯФ, 1985, т.41, с.79.
53. **Ponomarev V.Yu.** — J. Phys., 1984, vol.G10, p.L177.
54. **Пономарев В.Ю.** — ЯФ, 1985, т.41, с.79.
55. **Kamerdzhiiev S.P., Tkachev V.N.** — Phys. Lett., 1984, 142B, p.225; Изв. АН СССР, 1988, т.52, с.874; Z. Phys., 1989, vol.A334, p.19.
56. **Vdovin A.** — New Trends in Nuclear Physics. Proc. III Kiev Int. School on Nucl. Phys., Kiev, 1992, p.145.
57. **Саперштейн Е.Е., Фаянс С.А., Ходель В.А.** — ЭЧАЯ, 1978, т.9, с.221.
58. **Stringari S.** — Ann. Phys., 1983, vol.151, p.35.
59. **Lipparini E., Stringari S.** — Phys. Rep., 1989, vol.174, p.105.
60. **Cleissl P., Brack M., Meyer J., Quentin P.** — Ann. Phys., 1990, vol.197, p.205.
61. **Бальбуцев Е.Б.** — ЭЧАЯ, 1991, т.22, вып.2, с.333.
62. **Ди Торо М.** — ЭЧАЯ, 1991, т.22, вып.2, с.385.
63. **Chandrasekhar S.** — Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Clarendon, Oxford, 1961.

64. **Elsasser W.M.** — *Phys. Rev.*, 1946, vol.70, p.202; *Rev. Mod. Phys.*, 1950, vol.22, p.1.
65. **da Providencia J.P.** — *Portugal Phys.*, 1987, vol.18, p.7.
66. **Di Toro M., Russo G.** — *Z.Phys.*, 1988, vol.A331, p.381.
67. **Bastrukov S.I., Maruhn J.A.** — *Z. Phys.*, 1990, vol.A337, p.139.
68. **Баструков С.И., Молодцова И.В., Юлдашбаева Э.Х.** — *ЯФ*, 1994, т.57, №7, с.1245.
69. **Meuer D., Frey R., Hoffmann D.H.H. et al.** — *Nucl. Phys.*, 1980, vol.A349, p.309.
70. **Bastrukov S.I., Sushkov A.V.** — *J. Phys.*, 1992, vol.G18, p.L37.
71. **da Providencia J.P.** — *J. Phys.*, 1986, vol.G12, p.23.
72. **Mikhailov I.N., Briancon Ch.** — *Nuclear Shape and Nuclear Structure at Low Excitation Energies. NATO ASI SERIES B*, 1991, vol.289, p.271.
73. **Bastrukov S.I.** — *New Trends in Nuclear Physics. Proc. III Kiev Int. School on Nucl. Phys.*, Kiev, 1992, p.262.
74. **Тамм И.Е.** — *Основы теории электричества*. М.: Наука, 1989.
75. **Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.** — *Электродинамика сплошных сред*. М.: Наука, 1992.
76. **Valantin L.** — *Physique Subatomique*. Hermann, Paris, 1982.
77. **Соловьев В.Г.** — *Теория атомного ядра. Квазичастицы и фононы*. М.: Наука, 1989.
78. **Tassie L.J.** — *Austr. J. Phys.*, 1956, vol.9, p.407.
79. **Семенко С.Ф.** — *Препринт ФИАН №76*, М., 1986.
80. **Гончарова Н.Г.** — *ЭЧАЯ*, 1992, т.23, с.1715.
81. **Lo Iudeci N., Palumbo F.** — *Phys. Rev. Lett.*, 1978, vol.41, p.1532; *Nucl. Phys.*, 1979, vol.A326, p.193.
82. **Zilges A. et al.** — *Nucl. Phys.*, 1994, vol. A577, p.191c.
83. **Lo Iudeci N., Richter A.** — *Phys. Lett.*, 1989, vol.B228, p.291.
84. **Heil R.D., Pitz H.H., Kneissl U. et al.** — *Nucl. Phys.*, 1988, vol.A476, p.39.
85. **Hilton R.R.** — *Ann. Phys.*, 1992, vol.214, p.258.
86. **De Coster C.**—*Thesis of Gent University*, Gent, 1991.
87. **Otsuka T.** — *Nucl. Phys.*, 1990, vol.A507, p.129c.
88. **Zawisha D., Speth J.** — *Phys. Lett.*, 1988, vol.B211, p.247; *Phys. Lett.*, 1989, vol.B219, p.529; *Phys. Lett.*, 1990, vol.B252, p.4.
89. **Speth J., Wambach J., Klemt V., Krewald S.** — *Phys. Lett.*, 1976, vol.B63, p.257.
90. **Ishkhanov B.S., Kapitonov I.M., Shirokov E.V., Ugaste A.Yu.** — *IV Int. Conf. on Selected Topics in Nuclear Structure. Abstracts. JINR, Dubna*, 1994.
91. **Нестеренко В.О.** — *Сообщения ОИЯИ, P4-12513*, Дубна, 1979.
92. **Соловьев В.Г., Ширикова Н.Ю.** — *ЯФ*, 1992, т.55, с.2359; *Nucl. Phys.*, 1992, vol.A542, p.410.
93. **Donnelly T.W., Waleska J.D.** — *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, 1975, vol.25, p.329.
94. **Lee H.C.** — *Preprint of Chalk River Nucl. Lab., AECL-4839*, Chalk River, Ontario, 1975.
95. **Heisenberg J., Blok H.P.** — *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 1983, vol.33, p.569.
96. **Варшолович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К.** — *Квантовая теория углового момента*. Л.: Наука, 1975.
97. **Kurath D.** — *Phys. Rev.*, 1963, vol.130, p.1525.

98. **Traini M.** — Phys. Rev. Lett., 1978, vol.41, p.1535.
99. **Oriandini G., Traini M.** — Rep. Prog. Phys., 1991, vol.54, p.257.
100. **Bastrukov S.I., Bonasera A., Di Toro M., Sushkov A.V.** — Z. Phys., 1991, vol.A338, p.455.
101. **Kiderlen D., Hoffmann H., Ivanyuk F.A.** — Nucl. Phys., 1992, vol.A550, p.473.
102. **Fiolhais C.** — Ann. Phys., 1986, vol.171, p.186.
103. **Blocki J., Boneh Y., Nix J.R. et al.** — Ann. Phys., 1977, vol.113, p.330.
104. **Bonasera A., Di Toro M., Gulminelli F.** — Phys. Rev., 1990, vol.C42, p.966.
105. **Ayik S., Boilley D.** — Phys. Lett., 1992, vol.B276, p.263.
106. **Mikhailov I.N., Piperova J., Di Toro M., Smerzi A.** — Nucl. Phys., 1994, vol. A575, p.269.
107. **Урин М.Г.** — Релаксация ядерных возбуждений. М.: Энергоатомиздат, 1990.
108. **Hasse R.W.** — Ann. Phys., 1975, vol.93, p.68; Rep. Prog. Phys., 1978, vol.41, p.1027.
109. **De Coster C., Heyde K., Richter A.** — Nucl. Phys., 1992, vol.A542, p.375.
110. **Swiatecki W.J.** — Nucl. Phys., 1988, vol.A488, p.375c.
111. **Bastrukov S.I., Moledtsova I.V., Gudkov V.V.** — Collective Nuclear Dynamics. Proc. IV Kiev Int. School on Nuclear Phys., Kiev, 1994, p.328.