

СТОЛКНОВЕНИЯ БЫСТРЫХ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ С АТОМАМИ

В.И.Матвеев

Ташкентский государственный университет,
Научно-исследовательский институт прикладной физики, Ташкент, Узбекистан
E-mail: victor@aph.silk.glas.apc.org

Рассматриваются неупругие процессы при столкновениях быстрых, в том числе релятивистских, многозарядных ионов с атомами в области скоростей столкновения v и зарядов ионов $Z \sim v \lesssim c$ (ат. ед. $\hbar = m = e = 1$, $c = 137$ — скорость света), когда борновское приближение неприменимо. Описываются следующие процессы: одноэлектронные и многоэлектронные возбуждения и ионизация атомов, торможение и потери энергии многозарядных ионов при столкновениях с атомами и при движении в среде.

There are reviewed the inelastic processes at collisions of fast, including relativistic, multicharged ions with atoms in the range collision velocities v and ions charge z such that $Z \sim v \lesssim c$ (atomic units are used, $\hbar = m = e = 1$, $c = 137$ is the light velocity), in cases in which the Born approximation is inapplicable. Single and multielectron excitations and ionization of atoms, stopping power and energy losses of multicharged ions at collisions with atoms and in continuous medium are considered.

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование поведения вещества в сверхсильных электромагнитных полях является одной из актуальных задач современной физики. Поэтому значительный интерес, проявляемый во всем мире к исследованиям неупругих процессов, сопровождающих столкновения атомов с многозарядными ионами, объясняется прежде всего тем, что напряженности полей, создаваемых многозарядными ионами, могут достигать значений $\geq 10^{11}$ В/см (для сравнения: характерная атомная напряженность электрического поля $\approx 5 \cdot 10^9$ В/см). Получение таких значений напряженности поля другими методами в настоящее время невозможно. Таким образом, столкновительные эксперименты с участием многозарядных ионов представляют собой, по сути дела, пока единственную возможность исследовать поведение атомов и молекул в сверхсильных электромагнитных полях. Сечения неупругих процессов в столкновениях такого типа довольно велики, поэтому такие иссле-

дования интересны и в прикладном плане. Особый интерес проявляется в последнее время к многоэлектронным неупругим процессам, сопровождающим столкновения многозарядных ионов с атомами и молекулами. Это одноэлектронные и многоэлектронные возбуждения, ионизация и перезарядка. В экспериментах обычно используют ионы с большим зарядом $Z \leq 90$ (например, частично или полностью ободренные ядра урана), движущиеся с энергиями до 10^3 МэВ/нуклон. Обычно измеряются сечения многоэлектронных возбуждений, ионизаций и перезарядки. Причем при столкновениях, например, с атомами аргона или криптона измеряют сечения частичной или полной обдирки атома-мишени. Теоретические исследования подобного рода эффектов, т.е. возбуждения, ионизации и перезарядки столь высокой кратности, требуют разработки специальных схем описания и расчета влияния сверхсильного поля многозарядного иона на поведение атома или молекулы. Сильное поле иона не позволяет в данных случаях использовать теорию возмущений (которая применима при $Ze^2/\hbar v \ll 1$, Ze — заряд иона, v — скорость столкновения, e — заряд электрона, \hbar — постоянная Планка), что существенно усложняет расчеты. Расчеты из первых принципов — на основе эйконоального приближения и его модификаций, а также приближение внезапных возмущений, как правило, ограничиваются, из-за громоздкости, лишь столкновениями быстрых многозарядных ионов с атомами водорода. Трудности еще более возрастают при расчетах столкновений со сложными атомами и в области релятивистских скоростей столкновения.

В настоящем обзоре рассматриваются неупругие процессы при столкновениях быстрых, в том числе релятивистских, многозарядных ионов с легкими (нерелятивистскими) атомами в довольно широкой области относительных скоростей столкновения $v: v_a \ll v \leq c$, где v_a — характерная атомная скорость, c — скорость света. При этом на заряды ионов Z не накладываются ограничения, связанные с применимостью теории возмущений. Таким образом, в обзоре рассмотрена область значений параметров столкновения $Z/v \leq 1$, $Z \gg 1$, $v \leq c$ (здесь и далее используются атомные единицы: $\hbar = e = m = 1$), активно исследуемая в настоящее время на ускорителях тяжелых ионов и не нашедшая необходимого отражения в известной монографии [1], а также в обзоре [2]. Изложены основные механизмы, ответственные за неупругие процессы при столкновениях быстрых, в том числе релятивистских, многозарядных ионов с атомами, и наиболее распространенные теоретические методы их описания. Рассмотрены следующие основные процессы: одноэлектронные и многоэлектронные возбуждения и ионизация атомов, их полные сечения; потери энергии, эффективное торможение. Экспериментальный материал привлечен лишь для иллюстрации и сравнения с результатами расчетов. Особое внимание уделе-

но методам получения оценок характерных для рассматриваемых эффектов величин, что, несомненно, полезно при постановке и проведении экспериментов.

Следует отметить, что столкновения с участием многозарядных ионов характеризуются естественным и дополнительным большим параметром $Z \gg 1$, что позволяет надеяться на возможное развитие асимптотического подхода, справедливого для всех практически интересных относительных скоростей столкновений. Подобная программа, предложенная в пионерской работе [3] на примере столкновения атома водорода с многозарядным ионом, до настоящего времени так и не реализована.

Общий план изложения следующий: в разд.2 и 3 изложена методика оценок сечений неупругих столкновений атомов с быстрыми, в том числе и релятивистскими, многозарядными ионами. Для иллюстрации приведен ряд конкретных расчетов и сравнение с экспериментом. В разд.4 на основе материала разд.2 и 3 рассмотрены потери энергии при столкновениях релятивистских многозарядных ионов с атомами, а также поляризационные потери при движении в веществе. В разд.5 изложены строгие, из первых принципов методы расчета, которые позволяют, несмотря на их громоздкость и значительный объем численного счета, рассчитать все неупругие процессы, сопровождающие столкновения быстрых многозарядных ионов с атомами.

2. НЕУПРУГИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ БЫСТРЫХ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ С АТОМАМИ

Обычно сечения неупругих процессов при столкновениях атомов с быстрыми заряженными частицами рассчитываются в борновском приближении (см., например, обзор [4]), которое справедливо при выполнении неравенства $Z/v \ll 1$ (Z — заряд частицы, v — относительная скорость столкновения, ат. ед.). При столкновении же с быстрыми многозарядными ионами это неравенство не выполняется (из-за высоких значений $Z \gg 1$, несмотря на то, что $v \gg 1$), так что часто оказывается $Z/v \sim 1$. В таких случаях предлагается использовать либо приближение Глаубера [5,6], либо приближение внезапных возмущений [7—9]. Связь между ними обсуждается в [7]. Однако получающиеся в этих приближениях выражения для амплитуд неупругих процессов громоздки, затруднено их применение для оценок, тогда как представляется необходимым иметь возможность простых оценок сечений для экспериментов с участием быстрых многозарядных ионов. Именно такой метод предлагается ниже. Показано, что результат рассеяния быстрого многозарядного иона сводится к внезапной передаче импульса атомным электронам. Предложенный механизм ионизации и возбуждения допускает

непосредственное обобщение на столкновения, приводящие к одновременному возбуждению или ионизации двух или нескольких электронов.

2.1. Механизм неупругого столкновения. Рассмотрим для простоты столкновение атома водорода с быстрой ($v \sim Z$) тяжелой частицей с зарядом $Z \gg 1$. Для удобства считаем ион неподвижным и помещенным в начало системы координат, а атом водорода — движущимся со скоростью \mathbf{v} по прямолинейной траектории $\mathbf{R}_0(t) = \mathbf{b} + \mathbf{v}t$, где \mathbf{b} — вектор прицельного параметра. Тогда до столкновения волновая функция атома водорода имеет вид

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi(\mathbf{r} - \mathbf{R}_0(t)) \exp(i \mathbf{v} \mathbf{r} - i \epsilon t - i v^2 t^2 / 2), \quad (2.1)$$

где $\Phi(\mathbf{r})$ — волновая функция основного состояния покоящегося атома водорода, ϵ — энергия этого состояния.

Окружим ион сферой с радиусом d , такой, что при движении атома водорода внутри этой сферы взаимодействие электрона атома водорода с протоном (ядром атома) намного меньше взаимодействия электрона с ионом, т.е. $d \ll Z$. Тогда при движении атома по траектории с прицельным параметром $b < d$ можно (в течение времени столкновения $\tau \sim b/v \ll 1$) пренебречь полем протона и считать, что на тяжелой частице с зарядом Z рассеивается свободный электрон, волновая функция которого представляет собой пакет (2.1). Характерное время расплывания такого пакета ~ 1 , поэтому в течение времени τ можно считать его нерасплывающимся. Но тогда можно считать (за исключением траекторий с очень малыми $b < 1$, вносящих малый вклад в сечение), что пакет (2.1) движется как целое по классической кулоновской траектории $\mathbf{R}_c(t)$ в поле заряда Z (мы предполагаем, что, несмотря на то, что $d \ll Z$, из-за $Z \gg 1$ можно считать $d \gg 1$). Поэтому после рассеяния волновая функция электрона

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi(\mathbf{r} - \mathbf{R}_c(t)) \exp\left(i \mathbf{v}_c \mathbf{r} - i \epsilon t - i \frac{v_c^2 t}{2}\right), \quad (2.2)$$

где $\mathbf{v}_c = v \mathbf{R}_c(t) / |\mathbf{R}_c(t)|$ — есть просто повернутый на угол рассеяния χ в кулоновском поле вектор скорости \mathbf{v} , причем [10] $b^2 = Z^2 \text{ctg}^2(\chi/2) / v^4$. Протон же в рассматриваемой области значений прицельных параметров в течение всего времени продолжает двигаться по прямолинейной траектории $\mathbf{R}_0(t)$. Поэтому амплитуда перехода атома водорода в какое-либо состояние Φ_n с энергией ϵ_n , по истечении времени столкновения τ , имеет вид

$$A_n = \int d^3r \Phi(\mathbf{r}) \Phi_n^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{R}) \exp\{i \Delta\mathbf{v}(\mathbf{r} + \mathbf{R}_c(\tau)) + i(\epsilon_n - \epsilon_0) \tau\}, \quad (2.3)$$

где $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_c - \mathbf{v}$, $\Delta\mathbf{R} = \mathbf{R}_c(\tau) - \mathbf{R}_0(\tau) \sim \tau \Delta\mathbf{v}$, причем $\Delta v = 2v \sin \frac{\chi}{2} \sim v \chi \sim 2Z/vb$, поэтому $\tau \Delta v \sim 2Z/v^2 \ll 1$.

Поскольку в (2.3) $r \sim 1$, то величиной $\Delta R \sim \tau \Delta v \ll 1$ можно пренебречь, и, опустив зависящий от времени несущественный фазовый множитель, получим выражение для амплитуды

$$A_n = \int d^3r \varphi_n^*(\mathbf{r}) \exp(i \mathbf{r} \Delta \mathbf{v}) \Phi(\mathbf{r}). \quad (2.4)$$

Интерпретация: за время столкновения атома с многозарядным ионом атомный электрон приобретает относительно ядра импульс Δv , однако не успевает заметно изменить свое положение относительно ядра атома (конечно, изменение положения относительно иона велико). Подобное выражение использовалось Мигдалом [11] для вычисления вероятности ионизации атома при соударении нейтрона с ядром. Сечение перехода атома водорода из состояния Φ в φ_n получается путем умножения $|A_n|^2$ на сечение Резерфордского рассеяния $d\sigma_R$ пакета (2.1) в поле иона: $d\sigma = |A_n|^2 d\sigma_R$ и интегрирования по прицельному параметру или углу рассеяния. Вводя вместо угла рассеяния переданный импульс q , получаем

$$\sigma_n = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} \int_{q_0}^{q_1} \frac{dq}{q^3} |A_n|^2, \quad q = \Delta v = 2v \sin \frac{\chi}{2}, \quad (2.5)$$

где пределы интегрирования $q_0 = 2/v$, $q_1 = 2Z/v$ определены из условий применимости подхода. Верхний предел соответствует малым значениям прицельных параметров $b \sim 1$ (порядка размера состояния Φ), до которых еще можно говорить о движении пакета как целого в поле иона, или большим переданным импульсам $q \sim 2Z/v$. При таких q неупругий формфактор мал [4], поэтому интеграл (2.5) слабо зависит от верхнего предела, и, следовательно, можно считать $q_1 = 2Z/v$. Нижний предел соответствует малым переданным импульсам или большим прицельным параметрам b_0 , до этих значений еще можно пренебречь полем протона по сравнению с полем иона; причем, поскольку квадрат модуля неупругого формфактора (2.4) при малых q ведет себя как q^2 , интеграл (2.5) зависит от нижнего предела логарифмически, т.е. слабо. Поэтому мы можем считать, что $b_0 \sim Z$, поскольку именно на этих расстояниях от иона, поле иона становится равным полю протона (на расстоянии 1 ат. ед. от протона); таким образом, $q_0 = 2/v$.

Аналогичный способ обрезания интеграла по переданным импульсам применяется в теории рассеяния быстрых заряженных частиц на атоме при использовании дипольного приближения [12]. В принципе, к сечению (2.5) необходимо добавить вклады от траекторий с прицельными параметрами

$b < 1$ и $b > Z$. В области $b < 1$ (т.е. для прицельных параметров удара, меньших размеров пакета (2.1)) при столкновении происходит развал пакета, и поэтому наиболее вероятно ионизация (это подтверждается расчетами [13]). Таким образом, вклад этой области в сечение есть $\Delta\sigma = \pi \xi$, где $\xi = 1$ для ионизации и $\xi = 0$ для возбуждения. В области больших прицельных параметров применимо борновское приближение (формула (25) из [3]). Однако добавки от областей $b < 1$ и $b > Z$ малы в силу неравенства $Z \gg 1$, и их можно не учитывать.

Отметим, что сделанные нами приближения при выводе формул (2.4) или (2.5) не являются специфическими. Например, при использовании приближения Глаубера предполагается, что атомный электрон не меняет своего положения в течение всего времени столкновения, что, конечно же, требует выделения области существенного действия потенциала многозарядного иона и краткости времени пребывания атома водорода в этой области; по сути дела, аналогичные предположения приходится делать при использовании приближения внезапных возмущений. Оба приближения, строго говоря, применимы только для потенциалов с конечным радиусом действия или достаточно быстро убывающих с расстоянием.

Естественное обобщение амплитуды (2.4) на случай столкновения многозарядного иона со сложным атомом, в результате которого атом из начального состояния $\Phi_0 = \Phi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$, где \mathbf{r}_i — координаты атомных электронов, переходит в состояние $\Phi_n = \Phi_n(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$, имеет вид

$$A_n = \int d^3r_1 \dots d^3r_N \Phi_n^*(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) \Phi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) \exp(i\Delta v \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i). \quad (2.6)$$

При этом Φ_n может соответствовать ионизации или возбуждению одного или нескольких электронов. Выражение (2.6) справедливо, если относительная скорость столкновения $v \gg v_a$ — характерная скорость атомных электронов, $Z \gg Z_a$ — заряд ядра атома, причем $Z/v \sim 1$, а также если в течение времени столкновения τ можно пренебречь межэлектронным взаимодействием по сравнению с взаимодействием атомных электронов с многозарядным ионом. В этом случае Δv в (2.6) — то же самое, что и в (2.4). Другими словами, результат рассеяния быстрого многозарядного иона сводится к внезапной передаче импульса каждому из атомных электронов.

Отметим также следующее: может случиться, что скорость столкновения больше скорости внешних электронов, но меньше скорости внутренних, либо Z больше эффективного заряда ядра атома для внешних электронов, но меньше эффективного заряда ядра атома для внутренних электро-

нов; в этом случае многозарядный ион «сдувает» только внешние оболочки (ср. [11]). Таким образом, формулу (2.5) с амплитудой (2.6) можно использовать для оценок сечений ионизации и возбуждения при столкновениях быстрых многозарядных ионов со сложными атомами, необходимо только переопределить пределы интегрирования.

Для простоты рассмотрим ионизацию или возбуждение K -оболочки. Введем Z_a — эффективный заряд ядра атома для K -оболочки. Тогда $b_1 \sim 1/Z_a$ и, соответственно, $q_1 = 2ZZ_a/v$, а b_0 определяется из равенства полей ядра атома (на расстоянии $1/Z_a$ от ядра) и многозарядного иона (на расстоянии b_0 от иона), т.е. $b_0 \sim Z/Z_a^2$ и, следовательно, $q_0 = 2Z_a^2/v$. Подчеркнем, что формула (2.5) (лишь для атома водорода) формально отличается по виду от первого борновского приближения [12] только пределами интегрирования по переданному импульсу, но имеет совершенно другую, по сравнению с борновским приближением, область применимости.

Используя данные [4] о неупругом формфакторе атома водорода, получаем из (2.5) оценку сечения ионизации атома водорода из $1s$ -состояния при соударении с быстрым многозарядным ионом ($Z/v \sim 1$):

$$\sigma \approx 8\pi \frac{Z^2}{v^2} 0,3 \ln(2v) \approx \frac{\ln(2v)}{\ln(9,1v)} \sigma_B, \quad (2.7)$$

где σ_B — сечение ионизации, вычисленное в первом борновском приближении (асимптотика Бете):

$$\sigma_B = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} 0,285 \ln \frac{v^2}{0,012}. \quad (2.8)$$

Приведем также оценку сечения ионизации водородоподобного иона из $1s$ -состояния при соударении с быстрым многозарядным ионом:

$$\sigma \approx 8\pi v^{-2} (Z/Z_a)^2 0,3 \ln(2v/Z_a).$$

То, что сечение ионизации (2.7) в интересующей нас области скоростей меньше σ_B , обусловлено применением унитарного подхода, тогда как известно, что борновское приближение неунитарно. Заметим, что часто используемое «перенормированное» борновское приближение типа [14], соответствующее «унитаризации» борновского приближения, получено на основе феноменологических рассуждений.

На рис.1 приведено сечение ионизации атома водорода шестизарядными ионами углерода: кривая 1 — формула (2.7); 2 — расчет [13] в приближении внезапных возмущений [7] (видно, что сечение по формуле

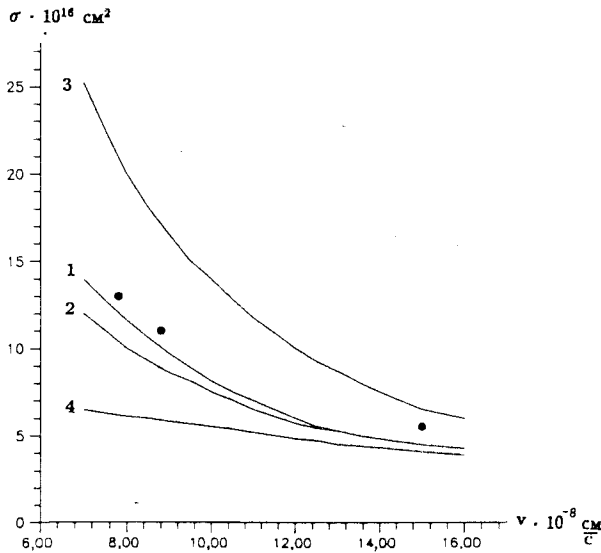


Рис.1. Сечение ионизации атома водорода ионами C^{6+} в зависимости от относительной скорости столкновения

(2.7) лишь немного превышает результаты [13]); кривая 3 — σ_B ; кривая 4 — сечение [3]:

$$\sigma = 7,2 \frac{Z^2}{v^2} \ln \frac{1,43v^2}{Z}, \quad (2.9)$$

рассчитанное на основе борновского приближения; точки — эксперимент [15,16]. Как видно из рисунка, согласие с экспериментом хорошее для столь простого метода расчета. В таком же согласии находятся расчеты по формуле (2.7) и остальные экспериментальные данные [16] ($\sigma_{H_2} \approx 2\sigma_H$).

В табл.1 приведены данные для ионизации молекулярного водорода при соударении с быстрым многозарядным ионом, а также теоретические результаты. Видно, что с ростом заряда налетающего иона наши результаты приходят в хорошее согласие с экспериментом, тогда как борновское приближение и формула (2.9) существенно от него отличаются, причем σ_B систематически больше (примерно в 1,5 раза) экспериментального сечения.

Таблица 1. Сечения ионизации ($\times 10^{16}$ см²) молекулярного водорода быстрыми многозарядными ионами

Ион	Энергия, МэВ/нукл.	Эксперимент $\frac{1}{2} \sigma_{H_2}$	Наши результаты, ф-ла (2.7)	Борновское прибр. (асимп. Бете) σ_B	Сечение ионизации, ф-ла (2.9)
C ⁴⁺	0,31	7,0	5,32	9,45	3,88
C ⁴⁺	1,14	2,6	1,93	3,05	1,98
C ⁵⁺	0,31	9,5	8,31	14,8	5,16
C ⁵⁺	1,14	3,6	3,01	4,77	2,85
C ⁶⁺	0,31	12,5	12,0	21,3	6,36
C ⁶⁺	1,14	5,0	4,33	6,87	3,81
C ⁶⁺	4,75	2,4*	1,32	1,93	1,46
Nb ²³⁺	3,6	28,8	24,6	36,4	16,3
Nb ²⁸⁺	3,43	36,0	38,1	56,4	22,5
Nb ³¹⁺	3,43	44,0	46,7	69,1	26,1
Nb ³⁴⁺	3,43	54,0	56,2	83,2	29,9
Nb ³⁵⁺	3,43	55,0	63,0	93,3	32,4
Pb ⁵²⁺	4,65	110	102	149	48,0
Pb ⁵³⁺	4,65	110	106	154	49,3
Pb ⁵⁵⁺	4,65	115	114	166	59,1
Pb ⁵⁷⁺	4,65	125	122	179	54,5
Pb ⁵⁹⁺	4,65	130	131	191	57

*Этот результат плохо объясняется и другими авторами, см., например, [15].

В заключение приведем еще раз границы применимости рассмотренного механизма неупругого столкновения атома с быстрым многозарядным ионом.

1. Представление о внезапном возмущении справедливо, если время столкновения $\tau \sim b/v$ существенно меньше характерного атомного времени τ_a , что накладывает ограничение на область значений прицельного параметра: $b \ll v\tau_a$.

2. Смещение ΔR атомных электронов относительно ядра атома за время столкновения должно быть много меньше r_a — характерного атомного размера: $\Delta R \ll r_a$. Согласно (2.3) $\Delta R \sim 2Z/v^2$, в результате получаем ограничение снизу на относительную скорость столкновения: $v^2 \gg 2Z/r_a$.

3. Рассматриваемые полные неупругие сечения должны быть существенно больше характерного атомного сечения $\sigma_a \sim \pi r_a^2$.

2.2. Двойная ионизация атома гелия. Согласно (2.5), (2.6) сечение двойной ионизации атома гелия при его столкновении с быстрым многозарядным ионом имеет вид

$$\sigma^{2+} = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} \int_{q_0}^{q_1} \frac{dq}{q^3} \int d^3k_1 d^3k_2 \langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 | \exp \{ i\mathbf{q}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \} | 0, 0 \rangle \rangle^2, \quad (2.10)$$

где $|0, 0\rangle$ — основное состояние атома гелия, $|\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2\rangle$ — состояние с двумя электронами в непрерывном спектре, $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ — импульсы электронов в континууме, при интегрировании по которым необходимо следить, чтобы конечное состояние не учитывалось дважды, \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 — координаты атомных электронов, \mathbf{q} — переданный импульс, а пределы интегрирования q_0 и q_1 определяются из условий применимости подхода. Состояния атома гелия описываются в виде симметризованных произведений водородоподобных одноэлектронных волновых функций, причем в основном состоянии эффективный заряд ядра атома гелия $Z_c = 2 - 5/16$, а в двухэлектронном континууме эффективный заряд $Z_a = 2$. При этом состояния $|0, 0\rangle$ и $|\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2\rangle$ оказываются неортогональными. Для того, чтобы избежать процедуры ортогонализации (обычно неоднозначно определенной, т.к., строго говоря, следует ортогонализировать все состояния непрерывного и дискретного спектров), состояния $|\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2\rangle$ и $|0, 0\rangle$ описываются симметризованными произведениями одноэлектронных водородоподобных волновых функций в поле ядра с одним и тем же эффективным зарядом Z^* , значения которого должны находиться между близкими по величине $Z_a \approx 1,7$ и $Z_c = 2$. Мы выбрали $Z^* = (Z_a + Z_c)/2$. В результате сечение двойной ионизации принимает вид

$$\sigma^{2+} = 8\pi (Z/Z^*v)^2 \int_{q_0}^{q_1} q^{-3} dq \left\{ \int_0^\infty k^2 dk \Phi_k(q) \right\}^2, \quad (2.11)$$

где

$$\Phi_k(q) = \frac{2^8 q^2 [q^2 + (1 + k^2)/2] \exp \left\{ -2 \operatorname{arctg} \left(\frac{2k}{q^2 + 1 - k^2} \right) / k \right\}}{k [1 - \exp \{-2\pi/k\}] [(q^2 + 1 - k^2)^2 + 4k^2]^3} \quad (2.12)$$

— квадрат модуля неупругого формфактора водородоподобного атома с зарядом ядра Z^* , проинтегрированный по углом вылета электрона; здесь $k \equiv k/Z^*$, $q \equiv q/Z^*$, тогда $q_0 = 2Z^*/v$, $q_1 = 2Z/v$.

Как чувствительны наши вычисления $\sigma^{2+} = \sigma^{2+}(Z^*)$ к выбору $Z^* = (Z_a + Z_c)/2$? Для $v \sim Z \gg 1$ и $Z^* \ll Z$ имеем $q_0 = 2Z^*/v \ll 1$, и в (2.11) $\Phi_k(q)$ мал для малых q , поэтому основной вклад в зависимость $\sigma^{2+} = \sigma^{2+}(Z^*)$ вносит нижний предел интегрирования в (2.11). Для $\Delta Z^* \ll Z$ имеем из (2.11):

$$\Delta \sigma^{2+} = \sigma^{2+}(Z^* \pm \Delta Z^*) - \sigma^{2+}(Z^*) \approx \mp 2\sigma^{2+}(Z^*) \Delta Z^*/Z^*,$$

в нашем случае $\Delta Z^* \leq (Z_a - Z_c)/2 \approx 0,15 \ll Z^* \approx 2$. Следовательно, $|\Delta \sigma^{2+}/\sigma^{2+}| \approx 2\Delta Z^*/Z^* \ll 1$.

В табл.2 приведены экспериментальные данные для сечения двойной ионизации гелия при столкновении с быстрым многозарядным ионом, а также теоретические результаты, полученные по формуле (2.11). Аналогичные данные приведены в табл.3, но для экспериментальных σ^{2+} , взятых из работы [18], иногда приводятся два значения, первое из которых соответствует сечению двойной ионизации атома гелия при столкновении с многозарядным ионом углерода, а второе — с ионом кислорода. Видно, что наши результаты систематически находятся в хорошем (учитывая простоту подхода) согласии с экспериментом, что подтверждает вывод работы [17] о преимущественно (при $Z \geq 5$) прямом механизме возбуждения сложного атома полем многозарядного иона.

Аналогично могут быть проведены расчеты [19] для других неупругих процессов, сопровождающихся столкновениями быстрых многозарядных ионов с атомом гелия: одноэлектронных и двухэлектронных возбуждений (в том числе и в автоионизационные состояния) и одноэлектронной ионизации.

2.3. Многократная ионизация. В последнее время выполнено много работ по исследованиям многократной ионизации сложных атомов при столкновениях с быстрыми многозарядными ионами (см., например, [20] и имеющиеся там ссылки). Обычно использовались ионы с большим зарядом ($Z \gg 1$), движущиеся со скоростью $v \gg 1$, причем $Z/v \geq 1$ (ат. ед.). При расчетах таких процессов многоэлектронная ионизация сложного атома объясняется на основе так называемого прямого возбуждения атома сильным

Таблица 2. Сечения двойной ионизации атома гелия

Энергия налетающего иона, МэВ/нукл.	Заряд иона	$\sigma^{2+} \cdot 10^{16}, \text{см}^2$ эксперимент [17]	$\sigma^{2+} \cdot 10^{16}, \text{см}^2$ теория (наши рез.)
1,4	6	0,276	0,252
1,4	15	2,91	2,73
1,4	18	4,50	4,05
1,4	20	5,41	5,06
1,4	36	16,0	17,0
1,4	37	16,8	17,9
1,4	44	23,0	25,4

Таблица 3. Сечения двойной ионизации атома гелия при столкновении с многозарядными ионами углерода и кислорода

Энергия, МэВ/нукл.	Заряд иона	$\sigma^{2+} \cdot 10^{16}, \text{см}^2$ эксперимент [18]	$\sigma^{2+} \cdot 10^{16}, \text{см}^2$ теория
0,64	5	0,340 0,49	0,442
0,64	6	0,59 0,64	0,737
0,64	8	1,32	1,50
1,00	8	1,06	0,911
1,44	5	0,107 0,164	0,123
1,44	6	0,183 0,221	0,239
1,44	7	0,34	0,392
1,44	8	0,45	0,576
2,26	5	0,101	0,056
2,26	6	0,120	0,119
2,26	7	0,189	0,209
2,26	8	0,31	0,325
2,31	5	0,052	0,0494
2,31	6	0,092	0,106

полем многозарядного иона [17]. Феноменологически это соответствует обычно используемой в таких случаях модели независимых электронов [21,30]. На механизме прямого возбуждения основан и наш подход, согласно которому возбуждение сложного атома в столкновении с быстрым мно-

гозарядным ионом происходит в результате внезапной передачи импульса атомным электронам. Здесь показано, что формулы модели независимых электронов при естественных упрощениях следуют из нашего подхода; установлены соотношения между сечениями ионизаций различной кратности. В качестве примера рассмотрена многократная (до восьми) ионизация атома неона, проведено сравнение с экспериментом.

Согласно (2.6) вероятность перехода сложного атома из состояния $\Phi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$ в состояние $\Phi_f(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N)$, $i = 1, \dots, N$ — координаты атомных электронов, в результате столкновения с быстрым многозарядным ионом имеет вид

$$W(\mathbf{q}) = \left| \int \prod_{i=1}^N d^3r_i \Phi_f^*(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) \exp(i\mathbf{q} \sum_{j=1}^N \mathbf{r}_j) \Phi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) \right|^2, \quad (2.13)$$

где переданный импульс $\mathbf{q} = 2Z\mathbf{b}/(vb^2)$, \mathbf{b} — прицельный параметр, соответственно W — функция прицельного параметра. Будем считать атомные электроны различимыми и каждому электрону приписывать одноэлектронную водородоподобную волновую функцию. Тогда

$$\Phi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) = \prod_{i=1}^N \phi_i(\mathbf{r}_i), \quad \Phi_f(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) = \prod_{i=1}^N \psi_i(\mathbf{r}_i). \quad (2.14)$$

Поэтому полная вероятность $(N_0 - N)$ -кратной ионизации N_0 -электронного атома, соответствующая попаданию каких-либо $N_0 - N$ электронов в состояние континуума, а остальных N электронов — в любое из состояний дискретного спектра, с учетом унитарности вероятности (2.13) имеет вид

$$W(\mathbf{q}) = \frac{N_0!}{(N_0 - N)!N!} \prod_{i=1}^{N_0 - N} \int d^3k_i \left| \int d^3r_i \psi_{\mathbf{k}_i}^*(\mathbf{r}_i) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}_i) \phi_i(\mathbf{r}_i) \right|^2 \times \\ \times \prod_{j=N_0 - N + 1}^{N_0} (1 - \int d^3r_j \left| \int d^3r_j \psi_{\mathbf{k}_j}^*(\mathbf{r}_j) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}_j) \phi_j(\mathbf{r}_j) \right|^2), \quad (2.15)$$

\mathbf{k} — импульс электрона в континууме, $\prod_{j=N_0 - N + 1}^{N_0} (\dots) = 1$ для $N = 0$.

В дальнейшем рассмотрим ионизацию с высокой кратностью: $N_0 \gg 1$, $N_0 - N \gg 1$. Вероятность (2.15) зависит от вектора \mathbf{q} , однако после усреднения по проекции полного орбитального момента начального состояния атома вероятность есть функция только $|\mathbf{q}|$. Сечение ионизации рассчитыва-

ется путем интегрирования по прицельному параметру b либо по переданному импульсу $q = 2Z/vb$ в пределах от q_0 до q_1 , определяемых из условий применимости подхода. Необходимость такого обрезания определяется недостаточной скоростью убывания (в общем случае, например, при произвольных N_0 , $N_0 - N$) неупругого формфактора (2.13) при $q \rightarrow 0$ и $q \rightarrow \infty$. При ионизации (либо возбуждении) высокой кратности многоэлектронный формфактор (2.13) сводится к многократным произведениям (2.15) одноэлектронных формфакторов, такие произведения быстро убывают при $q \rightarrow 0$ и $q \rightarrow \infty$, и необходимость в обрезании отпадает, что позволяет считать $q_0 = 0$ и $q_1 = \infty$. Таким образом, сечение $(N_0 - N)$ -кратной ионизации имеет вид

$$\sigma^{(N_0 - N)+} = 8\pi (Z/v)^2 \int_0^{\infty} q^{-3} dq W(q). \quad (2.16)$$

В дальнейшем для простоты рассмотрим ионизацию одной оболочки, когда N_0 — число электронов в оболочке. Введем среднее по орбитальному моменту l и его проекции m значение одноэлектронного неупругого формфактора для каждого электрона оболочки:

$$p(q) = M_n^{-1} \sum_{l, m} \int d^3 k \int d^3 r \varphi_{\mathbf{k}}^*(\mathbf{r}) \exp\{i\mathbf{q}\mathbf{r}\} \varphi_{nlm}(\mathbf{r})^2, \quad (2.17)$$

где суммирование ведется по всем возможным значениям l и m для данной n -оболочки, M_n — число таких значений, n — главное квантовое число. Кроме того, в (2.17) интегрирование по импульсу вылетевшего электрона \mathbf{k} проводится в области, ограниченной некоторым $k_0 \ll v$, поскольку применимость приближения внезапных возмущений предполагает малость собственных скоростей системы по сравнению со скоростью столкновения. Очевидно, что $p(\mathbf{q}) = p(|\mathbf{q}|)$ не зависит от углов вектора \mathbf{q} . Если считать, что эффективный заряд ядра Z^* для всех электронов данной оболочки имеет одно и то же значение, то $p(q)$ имеет смысл средней вероятности ионизации одного электрона. Тогда, заменяя в (2.15) каждый одноэлектронный формфактор на среднее (2.17), получаем для вероятности ионизации $N_0 - N$ электронов обычное для приближения независимых электронов выражение [21]:

$$W(q) = \frac{N_0!}{(N_0 - N)! N!} [p(q)]^{N_0 - N} [(1 - p(q))]^N. \quad (2.18)$$

Таким образом, широко используемая модель независимых электронов является естественным следствием нашего подхода.

Однако эффективный заряд ядра зависит от степени ионизации. Чтобы учесть это, проделаем в (2.17) замену $\mathbf{k} = \mathbf{k}/Z^*$, $\mathbf{q} = \mathbf{q}/Z^*$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}Z^*$, соответствующую переходу к кулоновским единицам [12]. Тогда правую часть (2.17) можно вычислить, используя волновые функции атома водорода с зарядом, равным единице, а вся зависимость от Z^* заключается в замене $q = q/Z^*$. Везде ниже $p(q)$ — формфактор атома водорода, усредненный в соответствии с формулой (2.17). Такая замена позволит вычислить сечение ионизации при более общих, чем при выводе (2.18), предположениях.

Рассмотрим сначала сечение полной ионизации оболочки (ионизации всех N_0 электронов), тогда в (2.15) $N=0$, и W сводится к произведению N_0 одноэлектронных формфакторов. Введем эффективный заряд ядра, соответствующий полной ионизации оболочки $Z_{N_0}^*$. Заменяя каждый одноэлектронный формфактор на средний (2.17), получаем вероятность полной ионизации

$$W_{N_0}^{N_0+} = [p(q)]^{N_0}, \quad (2.19)$$

где $q = q/Z_{N_0}^*$. Интеграл (2.16) с вероятностью (2.19) можно взять асимптотически ($N_0 \gg 1$) по методу Лапласа в предположении, что $p(q)$ имеет один максимум на интервале интегрирования. В существовании максимума легко убедиться из (2.17): при $q \rightarrow 0$ $p(q) \rightarrow 0$ из-за ортогональности Φ_{nlm} и Ψ_k ; при $q \rightarrow \infty$ $p(q) \rightarrow 0$ из-за осцилляций $\exp\{i\mathbf{q}\mathbf{r}\}$, при этом необходимо учитывать, что, как уже отмечалось, интегрирование в (2.17) по d^3k ведется по ограниченной сверху области. В результате сечение полной N_0 -кратной ионизации оболочки

$$\sigma_{N_0}^{N_0+} = 8\pi \frac{Z^2}{(vZ_{N_0}^*)^2} q_0^{-3} \left[\frac{-2\pi}{p''(q_0)N_0} \right]^{1/2} [p(q_0)]^{N_0+1/2}, \quad (2.20)$$

здесь и ниже q_0 — точка максимума функции $p(q)$, $p''(q_0)$ — значение второй производной в этой точке.

В случае $(N_0 - 1)$ -кратной ионизации вероятность (2.15) — разность двух членов, причем первый член содержит произведение $N_0 - 1$ одноэлектронных формфакторов и соответствует $N_0 - 1$ электрону в континууме (соответствующий эффективный заряд $Z_{N_0-1}^*$), а второй член содержит произведение N_0 одноэлектронных формфакторов и соответствует N_0 электронам

в континууме (соответствующий заряд ядра $Z_{N_0}^*$). Тогда, вводя средний формфактор (2.17), получаем вероятность $(N_0 - 1)$ -кратной ионизации:

$$W^{(N_0-1)+} = N_0 \{ \{p(q')\}^{N_0-1} - \{p(q'')\}^{N_0} \}, \quad (2.21)$$

где $q' = q/Z_{N_0-1}^*$ и $q'' = q/Z_{N_0}^*$. Подставляя (2.21) в (2.16) и интегрируя каждый член в отдельности, получаем сечение $(N_0 - 1)$ -кратной ионизации

$$\sigma^{(N_0-1)+} = N_0 \sigma^{N_0+} \left[\left(\frac{Z_{N_0}^*}{Z_{N_0-1}^*} \right)^2 \left(\frac{N_0}{N_0-1} \right)^{1/2} \frac{1}{p(q_0)} - 1 \right]. \quad (2.22)$$

В общем случае $(N_0 - N)$ -кратной ионизации, действуя аналогично, получаем

$$\begin{aligned} \sigma^{(N_0-N)+} &= \frac{N_0! \sigma^{N_0+}}{(N_0 - N)! N!} \sum_{m=0}^N (-1)^m \left(\frac{Z_{N_0}^*}{Z_{N_0-N+m}^*} \right)^2 \times \\ &\times \frac{N! \sqrt{N_0} / (N_0 - N + m)}{(N - m)! m!} \{p(q_0)\}^{-N+m}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

где $Z_{N_0-N+m}^*$ — эффективный заряд при $(N_0 - N + m)$ -кратной ионизации.

Формулы (2.20), (2.22), (2.23) позволяют, в принципе, получить сечения ионизации любой кратности (при условии $N_0 \gg 1$, $(N_0 - N) \gg 1$) или по известным из эксперимента каким-либо двум сечениям восстановить остальные. Проще всего считать известными σ^{N_0+} и $\sigma^{(N_0-1)+}$, тогда из (2.22) легко найти $p(q_0)$ и подставить в (2.23); в результате сечение произвольной $(N_0 - N)$ -кратной ионизации выражается через σ^{N_0+} и $\sigma^{(N_0-1)+}$. Результат такого расчета для многократной (до восьми) ионизации неона приведен на рис.2, при расчете эффективный заряд принимался равным степени ионизации, т.е. $Z_N^* = N$. Как видно из рисунка, согласие расчета с экспериментом [20] хорошее даже для ионизации малой кратности, формально лежащей вне границы $(N_0 - N \gg 1)$ применимости формул (2.20), (2.22), (2.23).

Таким образом, предложенный простой подход, основанный на наглядной качественной картине столкновения, в достаточной мере заменяет сложные численные расчеты сечений ионизации и возбуждения атомов быстрыми многозарядными ионами в случае, когда борновское приближение неприменимо. Особенно удобна предложенная схема для оценок се-

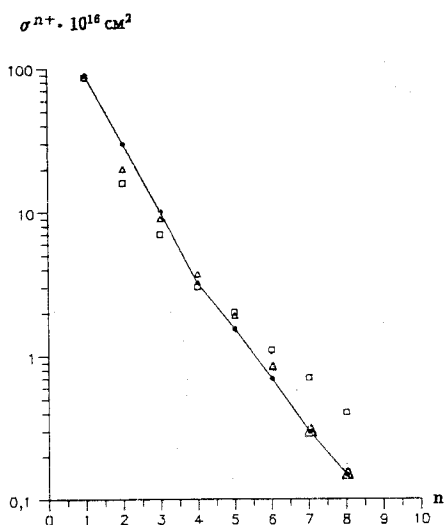


Рис.2. Сечение многократной ионизации атома неона многозарядными ионами U^{32+} с энергией 1,4 МэВ/нукл. в зависимости от степени ионизации n : • — эксперимент, □ — расчет из работы [20], Δ — наши результаты

чений одновременного возбуждения или ионизации двух или нескольких электронов при столкновении сложного атома с быстрыми многозарядными ионами. В изложении данного раздела мы следовали в основном работам [22—26].

3. НЕУПРУГИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ С АТОМАМИ

Сильное поле иона не позволяет использовать борновское приближение, что существенно усложняет расчеты, даже в случае нерелятивистских столкновений быстрых многозарядных ионов с атомами водорода. Расчеты тем более усложняются при распространении на область релятивистских скоростей столкновения [27]. Хотя последнее необходимо, вследствие того, что в экспериментах (см., например, работы [28,29,35] и имеющиеся там ссылки) часто используются тяжелые ионы с большим зарядом, для которых область применимости борновского приближения не достигается даже при релятивистских скоростях $v \sim c \approx 137$ ат. ед. Исходя прежде всего из потребностей эксперимента — иметь простые оценки сечений неупругих процессов, сопровождающих столкновения быстрых многозарядных ионов с атомами, в предыдущем разделе мы рассмотрели подход [22], согласно которому в результате неупругого столкновения быстрого нерелятивистского многозарядного иона (при $Z/v \sim 1$) с атомом происходит внезапная передача импульса атомным электронам. Результаты расчетов сечений неупругих процессов, полученные на основе этого простого подхода, хорошо согласуются с экспериментом.

В настоящем разделе рассматривается обобщение метода [22] расчетов сечений неупругих процессов, сопровождающих столкновения многозарядных ионов с атомами, на область релятивистских скоростей столкновения при таких зарядах иона $Z \gg 1$ и относительных скоростях столкновения

$v \gg 1$, что $Z/v \sim 1$, причем $v \leq c$. Сделаны оценки сечения ионизации атома водорода и проведено распространение на случаи столкновений многозарядных ионов со сложными атомами. Особенно удобен предложенный подход при рассмотрении многократной ионизации и возбуждения сложного атома.

3.1. Общий формализм. Мы будем использовать приближение внезапных возмущений, которое применяется в задачах квантовой механики в случаях, когда время действия возмущения $U(t)$ значительно меньше характерных собственных периодов времени невозмущенной системы [31,32]. В этом случае при решении уравнения Шрёдингера

$$i \dot{\Psi} = (H_0 + U(t)) \Psi, \quad (3.1)$$

где H_0 — невозмущенный гамильтониан, можно (в течение времени действия возмущения $U(t)$) пренебречь эволюцией волновой функции под действием собственного гамильтониана H_0 и решить уравнение

$$i \dot{\Psi} = U(t) \Psi. \quad (3.2)$$

Поэтому амплитуда перехода нерелятивистского атома из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$ под действием внезапного возмущения $U(t)$ имеет вид [7,8,31]:

$$a_n = \langle n | \exp \left\{ -i \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) dt \right\} | 0 \rangle. \quad (3.3)$$

Рассмотрим сначала столкновение многозарядного иона, движущегося с релятивистской скоростью, с атомом водорода. Будем считать атом водорода покоящимся в начале системы координат, а ион — движущимся по прямолинейной траектории $\mathbf{R}(t) = \mathbf{b} + \mathbf{v}t$, где \mathbf{b} — прицельный параметр, \mathbf{v} — скорость иона. В этом случае применимость приближения внезапных возмущений может быть обоснована следующим образом: время столкновения можно оценить как $\tau \sim b \sqrt{1 - \beta^2} / v$, $\beta = v/c$ (в нерелятивистском случае мы имели бы $\tau \sim b/v$, фактор $\sqrt{1 - \beta^2}$ появляется из-за релятивистского сплющивания поля иона [33] (см. также ф-лу (3.11)). При столкновении электрон атома водорода движется под действием поля иона с ускорением $a \sim Z/(b^2 \sqrt{1 - \beta^2})$ и сдвигается на расстояние $l \sim a\tau^2 \sim Z \sqrt{1 - \beta^2} / v^2$. Таким образом, должны выполняться следующие условия:

а) Внезапность действия возмущения: $\tau \ll 1 \sim$ характерного времени атома водорода, то есть $b \ll v / \sqrt{1 - \beta^2}$, что накладывает ограничение на область значений прицельного параметра.

б) Малость искажения квадрата модуля волновой функции атомного электрона: $l \ll 1$, т.е. $v^2 / \sqrt{1 - \beta^2} \gg Z$.

Отметим, что в нерелятивистском случае (см. п.2.1, при $\tau_a = 1$, $r_a = 1$) условия (а) и (б) принимают вид $b \ll v$ и $v \gg \sqrt{Z}$.

Движущийся равномерно и прямолинейно ион создает поле [33], описываемое скалярным φ и векторным \mathbf{A} потенциалами:

$$\varphi = \frac{Z}{R^*}, \quad \mathbf{A} = \frac{\mathbf{v}}{c} \varphi, \quad R^* = \sqrt{(x - vt)^2 + (1 - \beta^2)(s - b)^2}, \quad (3.4)$$

где c — скорость света, $(x, y, z) = (x, s) = \mathbf{r}$ — координаты точки наблюдения, ось x направлена по вектору \mathbf{v} , тогда s — проекция \mathbf{r} на плоскость прицельного параметра. Соответственно, поведение электрона нерелятивистского атома водорода описывается уравнением Шредингера (3.1), где H_0 — невозмущенный гамильтониан атома водорода, а возмущение $U(t)$ (заряд электрона равен -1 ат. ед.):

$$U(t) = \frac{1}{2c} (\mathbf{p}\mathbf{A} + \mathbf{A}\mathbf{p}) + \frac{1}{2c^2} A^2 - \varphi. \quad (3.5)$$

Теперь в (3.4) $\mathbf{r} = (x, s)$ — координаты электрона атома водорода с ядром, помещенным в начале системы координат, \mathbf{p} — оператор импульса электрона. Размер атома водорода ~ 1 ат. ед., поэтому $s \sim 1$, и для больших параметров ($b \gg 1$) имеем из (3.4)

$$\varphi = \frac{Z}{R_0(t)} + \frac{Z(1 - \beta^2)\mathbf{b}\mathbf{s}}{R_0^3(t)}, \quad \mathbf{A} = \frac{\mathbf{v}}{c} \varphi, \quad (3.6)$$

где

$$R_0(t) = \sqrt{(x - vt)^2 + (1 - \beta^2)b^2}. \quad (3.7)$$

Разложение (3.6) соответствует поперечной (перпендикулярной \mathbf{v}) однородности поля иона (при $b \gg 1$) на размере атома водорода. Поскольку атом водорода является нерелятивистской системой, то, в принципе, ясно, что взаимодействие электрона атома водорода с многозарядным ионом можно выбрать в виде запаздывающего кулоновского скалярного потенциала, т.е. $U(t) \approx -\varphi$. Однако в этом можно убедиться и непосредственно. Для этого приведем калибровочное преобразование потенциалов (3.6):

$$\varphi' = \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t}; \quad \mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla f,$$

где

$$f = -\frac{Zv}{c} \ln |(x - vt) + R_0(t)|.$$

В результате

$$\begin{aligned}\phi' &= \frac{(1-\beta^2)Z}{R_0(t)} + \frac{Z(1-\beta^2)bs}{R_0^3(t)}, \\ \Lambda' &= \frac{v}{c} \frac{Z(1-\beta^2)bs}{R_0^3}.\end{aligned}\quad (3.8)$$

Но тогда в возмущении (3.5) линейные (по размерам атома водорода) члены будут содержаться только в скалярном потенциале ϕ' . Поэтому можно считать $U(t) \approx -\phi'$.

При таком выборе возмущения имеем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} U(t)dt = -Z \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(1-\beta^2)dt}{R_0(t)} - Z \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(1-\beta^2)bs}{[R_0(t)]^3} dt.\quad (3.9)$$

При подстановке этого интеграла в (3.3) первое слагаемое из правой части (3.9) приводит к появлению не зависящего от координат атомного электрона постоянного фазового фактора, который (хотя и бесконечен) не влияет на вероятности переходов и поэтому может быть опущен. Без потери общности при использовании приближения внезапных возмущений вместо (3.5) мы можем применить возмущение

$$U(t) = \frac{Z(1-\beta^2)bs}{[(x-vt)^2 + (1-\beta^2)b^2]^{3/2}}.\quad (3.10)$$

Этот потенциал уже может рассматриваться как действующий в течение конечного времени τ ; действительно,

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} U(t)dt &= \frac{2Z}{v} \frac{bs}{b^2} = \mathbf{q}\mathbf{s} = 2U(t=x/v)\tau, \\ \mathbf{q} &= \frac{2Z\mathbf{b}}{vb^2}, \quad \tau = b\sqrt{1-\beta^2}/v,\end{aligned}\quad (3.11)$$

где τ имеет смысл времени действия потенциала (3.10), \mathbf{q} — переданный атомному электрону импульс. Отметим, что именно такая процедура (связанная с опусканием постоянного фазового фактора и позволяющая ввести время столкновения τ) и оправдывает применение приближения внезапных возмущений к дальнедействующему кулоновскому полю (ср. аналогичную вычитательную процедуру в [7]). Таким образом, при условии внезапности возмущения, т.е. при $\tau \ll 1 \sim$ характерного времени для атома водорода — амплитуда перехода (3.3) имеет вид

$$a_n = \langle n | \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) | 0 \rangle,\quad (3.12)$$

где, согласно (3.11), $\mathbf{qr} = \mathbf{qs}$, \mathbf{s} — проекция \mathbf{r} на плоскость прицельного параметра. Таким образом, результат столкновения многозарядного релятивистского иона с атомом сводится к внезапной передаче импульса атомному электрону. Такая интерпретация справедлива в области значений прицельных параметров, для которых справедливо разложение (3.6), т.е. $b \gg 1$, и выполняется неравенство $\tau \ll 1$ (отсюда $b \ll v/\sqrt{1-\beta^2} \sim Z/\sqrt{1-\beta^2}$ при $v \sim Z$) или для таких b , что

$$1 = b_1 \ll b \ll b_0 = Z/\sqrt{1-\beta^2}. \quad (3.13)$$

Сечение перехода атома водорода из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$ получается путем умножения квадрата модуля амплитуды перехода из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$ на $2\pi b db$ и интегрирования по всем параметрам b . При этом по тем же причинам, что и в нерелятивистском случае (подробно изложенным в п.2.1), вкладом от областей $b_1 > b$ и $b > b_0$ можно пренебречь и считать, что

$$\sigma_n = \int_{b_1}^{b_0} 2\pi b db |a_n|^2 = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} \int_{q_0}^{q_1} |a_n|^2 \frac{dq}{q^3}, \quad (3.14)$$

где из (3.11) следует $q = 2Z/(vb)$ и, соответственно,

$$q_0 = 2Z/(vb_0) = 2\sqrt{1-\beta^2}/v, \quad q_1 = 2Z/(vb_1) = 2Z/v. \quad (3.15)$$

Отметим, что, согласно (3.15), переданный импульс q мал по сравнению с mc ($m = 1$ ат. ед. — масса электрона, $c = 137$ ат. ед. — скорость света). Вследствие этого в области $b_1 < b < b_0$ (прицельных параметров, вносящих основной вклад в сечения) атом водорода и в конечном состоянии (в том числе в непрерывном спектре) можно считать нерелятивистским. Дальнейшие расчеты по формуле (3.14) можно провести лишь численным образом. Однако в случае ионизации атома водорода (аналогично п.2.1), может быть предложена следующая аппроксимационная формула для полного сечения ионизации при столкновении с многозарядным ионом, движущимся с релятивистской скоростью v ($Z/v \sim 1$):

$$\sigma = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} 0,3 \ln \frac{2v}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (3.16)$$

В табл.4 приведены результаты расчета сечения ионизации атома водорода при столкновении с релятивистским многозарядным ионом. В 3-м столбце даны значения сечения в борновском приближении (асимптотика Бете) [34]:

$$\sigma_n = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \left\{ 0,283 \left[\ln \frac{\beta^2}{1-\beta^2} - \beta^2 \right] + 4,0364 \right\}. \quad (3.17)$$

**Таблица 4. Сечения ионизации атома водорода
в зависимости от относительной скорости столкновения**

$\beta = v/c$	Энергия налетающего иона, МэВ/нуклон	$\sigma_B/Z^2(10^{+3})$ ат. ед., ф-ла (3.17)	$\sigma/Z^2(10^{+3})$ ат. ед., ф-ла (3.16)
0,20	19,30	52,30	40,10
0,30	45,30	25,00	19,90
0,40	85,40	14,70	12,00
0,50	145,00	9,79	8,14
0,60	234,00	7,02	5,94
0,70	375,00	5,31	4,59
0,80	615,00	4,20	3,70
0,90	1213,00	3,49	3,14
0,91	1323,00	3,43	3,10
0,92	1454,00	3,39	3,07
0,93	1613,00	3,34	3,04
0,94	1810,00	3,30	3,01
0,95	2064,00	3,27	2,99
0,96	2410,00	3,25	2,985
0,97	2918,00	3,24	3,00
0,98	3773,00	3,25	3,03
0,99	5707,00	3,32	3,10

Видно, что борновское приближение систематически завышает на 30—10% величину сечения, что связано, как и в п.2.1, с неунитарностью борновского приближения. Столь небольшое отличие от борновского приближения возможно лишь при одноэлектронных переходах, тогда как при многоэлектронных переходах в сложных атомах ситуация совершенно меняется.

3.2. Возбуждение и ионизация сложного атома. Естественное обобщение формулы (3.14) на случай столкновения быстрого релятивистского многозарядного иона со сложным N -электронным нерелятивистским атомом может быть сделано непосредственно путем замены в (3.5) $U(t)$ на оператор взаимодействия многозарядного иона с атомными электронами, с последующим очевидным повторением выкладок, приведшим нас к формуле (3.14). В результате сечение перехода атома из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$ при

столкновении с движущимся с релятивистской скоростью многозарядным ионом имеет вид

$$\sigma_n = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} \int_{q_0}^{q_1} \frac{dq}{q^3} |\langle 0 | \exp \left(-iq \sum_{a=1}^N \mathbf{r}_a \right) | n \rangle|^2, \quad (3.18)$$

где состояние $|n\rangle$ может соответствовать возбуждению или ионизации одного или нескольких электронов, \mathbf{r}_a — координаты атомных электронов. Формула (3.18) справедлива, если относительная скорость столкновения $v \gg v_a$ (характерная атомная скорость), заряд иона $Z \gg Z_a$ (заряд ядра атома) и $Z/V \sim 1$, $v \leq c$; а также если в течение времени τ пренебречь межэлектронным взаимодействием по сравнению с взаимодействием атомных электронов с многозарядным ионом. Пределы интегрирования в (3.18) по переданному импульсу $q = 2Z/(vb)$, как и в случае атома водорода, определяются из границ применимости подхода; для этого, согласно (3.15), достаточно переопределить b_0 и b_1 , причем значение b_0 находится из равенства $\tau = \tau_a$ (характерное атомное время), а b_1 — из равенства $b_1 = r_a$ (характерный атомный размер). В качестве примера рассмотрим K -оболочку. Введем Z_a — эффективный заряд ядра для K -оболочки. Тогда $b_1 = 1/Z_a$ и, соответственно, $q_1 = 2ZZ_a/v$, далее $\tau_a \sim 1/Z_a^2$, $\tau = b\sqrt{1-\beta^2}/v$, и из $\tau = \tau_a$ имеем $b_0\sqrt{1-\beta^2}/v = 1/Z_a^2$ или $b_0 = v/(Z_a^2\sqrt{1-\beta^2})$. Соответственно, для $v \sim Z$ имеем $b_0 = Z/(Z_a^2\sqrt{1-\beta^2})$, тогда $q_0 = 2Z/(vb_0) = 2\sqrt{1-\beta^2} Z_a^2/v$ (ср. п.2.1).

Таким образом, механизм неупругого столкновения релятивистского иона, как и в нерелятивистском случае, сводится (при $Z/v \sim 1$) к внезапной передаче импульса атомным электронам. Поэтому и для релятивистских столкновений справедливы результаты п.2.3, в частности, из (3.18) легко получить приближение независимых электронов [21,36].

Формула (3.18), как и механизм возбуждения или ионизации сложного атома в результате действия внезапного возмущения, нуждается в дополнительных комментариях, которые в равной степени относятся и к нерелятивистским столкновениям быстрых многозарядных ионов со сложными атомами. Обычно при расчетах сечений неупругих столкновений быстрых заряженных частиц со сложными атомами используется теория возмущений. При этом одноэлектронное возбуждение, или ионизация, является эффектом первого порядка при взаимодействии налетающей частицы с атомными электронами. Двухэлектронный переход (например, двойная ионизация)

является эффектом второго порядка, причем из-за малости взаимодействия атомных электронов с налетающей частицей доминирующий вклад в амплитуду двухэлектронного перехода вносит межэлектронное взаимодействие. Таким образом, двухэлектронный переход соответствует второму порядку теории возмущений, когда один раз учитывается взаимодействие налетающей частицы с атомными электронами и один раз — межэлектронное взаимодействие. Аналогичным образом рассчитываются и многоэлектронные переходы [37]: взаимодействие налетающей частицы с атомными электронами всегда учитывается один раз, а все остальное соответствует учтенному необходимому числу раз межэлектронному взаимодействию. Однако ситуация, очевидно, меняется, когда взаимодействие атомных электронов с налетающей частицей много больше межэлектронного взаимодействия. В этом случае многоэлектронный переход следует рассматривать как результат действия сильного поля налетающей частицы [17]. Именно такому механизму соответствует формула (3.3) для амплитуды перехода в быстромеменяющемся поле $U(t)$, наглядно это продемонстрировано в п.2.1, но формально в этом можно убедиться, разлагая экспоненту (3.3) в ряд. Очевидно, что такое разложение соответствует ряду теории возмущений по потенциалу $U(t)$. При этом необходимо помнить, что τ — время действия возмущения $U(t)$ — существенно меньше характерных обратных собственных частот возбуждаемой системы. Именно при этом условии формула (3.3) соответствует точному учету сильного поля $U(t)$ во всех порядках теории возмущений. Поэтому, как следует из (3.3),

$$\sum_n |a_n|^2 = 1,$$

или сумма вероятностей переходов во все состояния полного набора $|n\rangle$ равна единице, что позволяет из (3.18) легко получить полное неупругое сечение:

$$\sigma_{\text{in}} = \sum_{n \neq 0} \sigma_n = 8\pi \frac{Z^2}{v^2} \int_{q_0}^{q_1} \frac{dq}{q^3} \left(1 - | \langle 0 | \exp \left\{ -iq \sum_{a=1}^N \mathbf{r}_a \right\} | 0 \rangle |^2 \right), \quad (3.19)$$

где суммирование ведется по всему полному набору за исключением основного состояния. В свою очередь, σ_{in} представляет собой сумму сечений ионизации и возбуждения:

$$\sigma_{\text{in}} = \sigma_i + \sigma_{\text{ex}},$$

что позволяет по любой известной паре сечений узнать третье.

Таким образом, изложенное в разд.2 и 3 дает возможность оценить все необходимые сечения неупругих процессов при столкновениях быстрых, в том числе релятивистских, многозарядных ионов с атомами. В изложении данного раздела мы, в основном, следовали работе [36].

4. ИОНИЗАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ

Обычно для расчетов ионизационных потерь при столкновениях релятивистских заряженных частиц с атомами используют борновское приближение (см. [39,82]), область применимости которого требует выполнения неравенства $Z/v \ll 1$, где Z — заряд налетающей частицы, v — относительная скорость столкновения. Однако в последнее время проведены эксперименты, в которых исследовались потери энергии ионов с такими большими зарядами, что для них область применимости борновского приближения, строго говоря, не достигается даже при $v \approx c$ (c — скорость света), так что часто оказывается $Z/v \sim 1$ (см., например, [40,41] и указанные там ссылки).

В настоящем разделе на основе подхода п.2.1 и его обобщения на случай релятивистских столкновений (п.3.1), рассмотрены потери энергии тяжелых релятивистских многозарядных ионов при столкновениях с легкими (нерелятивистскими) атомами при $Z \sim v \leq c$ ($Z \gg 1$, $v \gg 1$, $c \approx 137$), а также поляризационные потери при движении тяжелых релятивистских многозарядных ионов в веществе. Получены простые формулы, описывающие эффективное торможение. Проведено сравнение с экспериментом и результатами расчетов других авторов.

4.1. Столкновения с отдельными атомами. Согласно [12, §49] средние потери энергии при столкновениях характеризуются эффективным торможением

$$\kappa = \sum_n (\epsilon_n - \epsilon_0) \sigma_n, \quad (4.1)$$

где ϵ_n и ϵ_0 — энергии возбужденного $|n\rangle$ и основного $|0\rangle$ состояний атома, σ_n — сечение возбуждения состояния $|n\rangle$. Рассмотрим сначала для простоты столкновение релятивистского многозарядного иона с атомом водорода.

Согласно п.3.1 весь интервал $0 < b < \infty$ возможных значений прицельного параметра b можно разбить на три области:

$$A) 0 < b < b_1; \quad B) b_1 < b < b_0; \quad C) b_0 < b < \infty, \quad (4.2)$$

соответствующие малым, средним и большим прицельным параметрам. Границы областей следующие:

$$b_1 \sim 1; \quad b_0 \sim v/\sqrt{1-\beta^2}; \quad \beta = v/c.$$

Мы вычислим κ в каждой из областей (4.2) и получим полное эффективное торможение, сложив вклады каждой области. При этом точные значения границ для нас несущественны, поскольку зависимость κ в каждой

области от параметров b_1 и b_0 оказывается логарифмической, что приводит к корректной сшивке вкладов смежных областей и отсутствию в окончательном ответе зависимости κ от параметров сшивки b_1 и b_0 .

А) Область малых параметров удара — это область больших передач импульса, и мы, следуя [39, §82], будем пренебрегать связью электрона в атоме и считать, что происходит упругое рассеяние многозарядного иона на первоначально покоившемся электроне. Тогда эффективное торможение выражается через $\sigma(\epsilon)$ — сечение передачи энергии ϵ :

$$\kappa = \int_{\epsilon_{\min}}^{\epsilon_{\max}} \epsilon \sigma(\epsilon) d\epsilon, \quad (4.3)$$

но, в отличие от [39], где предполагается $Z/v \ll 1$, мы не можем использовать $\sigma(\epsilon)$ в борновском приближении, так как в нашем случае возможно $Z/v \sim 1$. Далее, как и в [39], мы будем считать налетающий ион бесконечно тяжелой частицей, не меняющей своего движения при столкновении. Тогда сечение рассеяния первоначально покоившегося электрона на двигающемся с постоянной скоростью ионе можно вычислить при помощи преобразования к системе, где двигающийся электрон рассеивается на неподвижном ионе. Соответствующий угол рассеяния обозначим θ . Согласно [39] можно считать (исключая область сверхвысоких энергий), что потеря энергии $\epsilon = \epsilon(\theta)$ и

$$\epsilon(\theta) = \frac{2v^2}{(1 - \beta^2)} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (4.4)$$

а значения ϵ_{\max} и ϵ_{\min} достигаются при $\theta = \pi$ и $\theta = \theta_{\min}$ соответственно. В результате формулу (4.3) можно переписать в виде

$$\kappa = 2\pi \frac{Z^2}{v^2} \int_{\theta_{\min}}^{\pi} \frac{\sigma(\theta)}{\sigma_R(\theta)} \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} d\theta, \quad (4.5)$$

где $\sigma(\theta)$ — сечение рассеяния электрона на неподвижном ионе с зарядом Z при произвольной скорости электрона v , полученное (см. [42, §11.5]) в результате точного решения задачи рассеяния для уравнения Дирака, $\sigma_R(\theta)$ — сечение Резерфорда:

$$\sigma_R = \frac{Z^2(1 - \beta^2)}{c^4 \beta^4 (1 - \cos \theta)^2}. \quad (4.6)$$

Согласно [42, 43] при $\theta \rightarrow 0$ отношение точного сечения к сечению Резерфорда $\sigma(\theta)/\sigma_R(\theta) \rightarrow 1$, поэтому для определения угла рассеяния θ мы мо-

жем воспользоваться квазиклассической связью ([33, задача к §39]) угла рассеяния с прицельным параметром (см. также наглядную качественную картину столкновения, предложенную в п.2.1):

$$\theta_{\min} = \frac{2Z}{v^2 b_1} \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (4.7)$$

Далее нетрудно убедиться, что при малых θ интеграл (4.5) зависит от угла θ логарифмически, поэтому (4.5) можно представить в виде

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \ln \frac{v^2 b_1}{Z \sqrt{1 - \beta^2} a(Z, v)}, \quad (4.8)$$

где функция $a(Z, v)$ определяется из сравнения (4.8) с результатами численных расчетов по формуле (4.5), которые выполнены нами с использованием значений $\sigma(\theta)$, взятых из [43]. В результате $a(Z, v)$ можно аппроксимировать формулой

$$a(Z, v) = (-0,23016 \cdot \alpha - (1,00832 \cdot \alpha - 0,32388) \beta^2 + 1)^2, \quad (4.9)$$

здесь $\alpha = Z/c$. Для подтверждения аппроксимации (4.9) в табл.5 и 6 приведены значения эффективного торможения, рассчитанные (при $b_1 = 1$) по формулам (4.5) (табл.5) и (4.8) (табл.6) с использованием $a(Z, v)$ из (4.9): в первом столбце — энергия многозарядного иона, соответствующая относительным скоростям, для которых приведены данные [43]. Как видно из таблиц, предложенная аппроксимация достаточно хорошая, во всяком случае, в пределах изменения Z и v , для которых приведены данные [43]. Отметим также, что в нерелятивистском пределе ($\beta \rightarrow 0$, $\alpha \rightarrow 0$), согласно (4.9), $a(Z, v) \rightarrow 1$ в соответствии с тем, что $\sigma/\sigma_R \rightarrow 1$ при $\beta \rightarrow 0$, $\alpha \rightarrow 0$.

В) Область средних значений параметров $b_1 < b < b_0$ — это область средних передач импульса, вносящая (пп. 2.1, 3.1) основной вклад в сечения неупругих процессов. В этой области передаваемая энергия $\epsilon \leq 1$ — потенциала ионизации атома водорода, и вклад этой области, как отмечалось в разд.3, не может быть учтен по теории возмущений. Отметим также, что в этой области электрон атома водорода до и после столкновения остается нерелятивистским (см. п.3.1). Вклад этой области в эффективное торможение может быть получен из формулы (4.1) путем подстановки сечения неупругих процессов (3.18):

$$\sigma_n = \int_{b_1}^{b_0} 2\pi b \langle |nl \exp(-iqr) |0\rangle|^2 db, \quad (4.10)$$

Таблица 5. Эффективное торможение (ат. ед.), результат численного интегрирования по ф-ле (4.5) с использованием σ/σ_R из [43]

Энергия иона, МэВ/нуклон	Заряды иона					
	6	13	29	50	82	92
91,8	0,894	3,714	16,247	44,368	110,067	135,497
183,6	0,554	2,333	10,411	29,185	75,125	93,469
367,2	0,372	1,580	7,160	20,452	53,402	68,540
734,4	0,280	1,200	5,495	15,893	43,418	55,109
1285,2	0,245	1,056	4,872	14,181	39,220	49,993
1836	0,235	1,015	4,697	13,705	38,063	48,618
3672	0,231	1,003	4,670	13,671	38,079	48,701
7344	0,239	1,043	4,879	14,310	40,246	50,941
18360	0,257	1,129	5,311	15,595	43,308	55,302

Таблица 6. Эффективное торможение (ат. ед.), рассчитанное по формуле (4.8) с использованием функции $\alpha(Z, v)$, определенной в (4.9)

Энергия иона, МэВ/нуклон	Заряды ионов					
	6	13	29	50	82	92
91,8	0,891	3,697	16,056	43,666	110,134	137,246
183,6	0,552	2,319	10,268	28,454	73,567	92,369
367,2	0,370	1,570	7,066	19,922	52,838	66,916
734,4	0,278	1,192	5,439	15,559	42,255	53,985
1285,2	0,244	1,051	4,834	13,951	38,430	49,379
1836	0,234	1,010	4,666	13,520	37,462	48,252
3672	0,230	0,999	4,647	13,529	37,685	48,636
7344	0,238	1,040	4,860	14,185	39,523	50,991
18360	0,256	1,125	5,291	15,475	43,018	55,405

с дальнейшим повторением выкладок [12, с.728], с упрощением, обусловленным тем, что верхний предел интегрирования в (4.10) не зависит от конечного состояния атома:

$$\kappa = \sum_n (\epsilon_n - \epsilon_0) \sigma_n = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \ln \frac{q_1}{q_0}, \quad (4.11)$$

где $q_0 = 2Z/vb_0$; $q_1 = 2Z/vb_1$.

С) Область больших параметров: $b_0 < b < \infty$. В этой области взаимодействие налетающего иона с атомом может быть учтено по теории возмущений. Запишем амплитуду перехода атома из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$, следуя [44]:

$$A_n = \frac{2iZ}{v^2} \Omega_n r_{0n} \left[i \frac{v}{v} (1 - \beta^2) K_0(\xi) + \frac{b}{b} \sqrt{1 - \beta^2} K_1(\xi) \right], \quad (4.12)$$

где $\Omega_n = \varepsilon_n - \varepsilon_0$; $\xi = \Omega_n b \sqrt{1 - \beta^2}/v$; $K_0(\xi)$, $K_1(\xi)$ — функции Макдональда, $r_{0n} = \langle 0 | \ln |n\rangle$.

Сечение, соответствующее амплитуде (4.12),

$$\sigma_n(b_0 < b < \infty) = \int d^2b |A_n|^2$$

получается путем интегрирования по параметру \mathbf{b} в следующих пределах: угол вектора \mathbf{b} меняется от 0 до 2π и $b_0 < b < \infty$. В результате имеем*

$$\sigma_n = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} |x_{0n}|^2 \left(\ln \frac{4v^2}{\eta^2 b_0^2 \Omega_n^2 (1 - \beta^2)} - \beta^2 \right), \quad (4.13)$$

где $\eta = e^B = 1,781$ ($B = 0,5772$ — постоянная Эйлера), $x_{0n} = \langle n | x | 0 \rangle$. Вклад этой области в эффективное торможение получаем подстановкой (4.13) в (4.1):

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \left\{ \ln \frac{2v}{\eta b_0 \sqrt{1 - \beta^2}} - \beta^2/2 \right\}, \quad (4.14)$$

где, следуя [39, §82], мы ввели «среднюю атомную энергию» I такую, что

$$\ln I = \frac{\sum (\varepsilon_n - \varepsilon_0) |x_{0n}|^2 \ln (\varepsilon_n - \varepsilon_0)}{\sum_n (\varepsilon_n - \varepsilon_0) |x_{0n}|^2}. \quad (4.15)$$

Полное эффективное торможение релятивистского многозарядного иона на атоме водорода получаем, складывая (4.14), (4.11) и (4.8):

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \left\{ \ln \frac{2v^3}{\eta I Z (1 - \beta^2) a(z, v)} - \beta^2/2 \right\}. \quad (4.16)$$

*Строго говоря, формула (4.13) получена в предположении, что $\xi = \Omega_n b \sqrt{1 - \beta^2}/v \ll 1$ (где $\Omega_n \sim 1$), тогда $b \ll v\sqrt{1 - \beta^2} \sim b_0$, так что последующая сшивка может быть проведена именно при таких b .

Приведем для сравнения значение κ из [39, §82], вычисленное в борновском приближении:

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \left\{ \ln \frac{2v^2}{I(1 - \beta^2)} - \beta^2 \right\}. \quad (4.17)$$

На рис.3 для иллюстрации показано эффективное торможение для $Z = 92$: сплошная линия — наш расчет (4.16), пунктир — борновское приближение (4.17). Как видно из рисунка, борновское приближение систематически завышает значения κ в области малых энергий, тогда как при больших энергиях борновское приближение дает меньшее, по сравнению с (4.16), значение κ .

Отметим, что нерелятивистский предел для ионизационных потерь (4.16), с учетом $a(Z, v) \rightarrow 1$ при $\beta \rightarrow 0$ и $\alpha \rightarrow 0$,

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \ln \frac{2v^3}{I\eta Z}$$

имеет вид, аналогичный известной формуле Бора [45, статья 4], полученной на основе классических представлений. Кроме того, подчеркнем, что наши результаты (4.16), полученные на основе подхода, справедливого только при $Z \sim v \gg 1$, не допускают перехода (как и формула Бора) к борновскому приближению, справедливому при $Z/v \ll 1$.

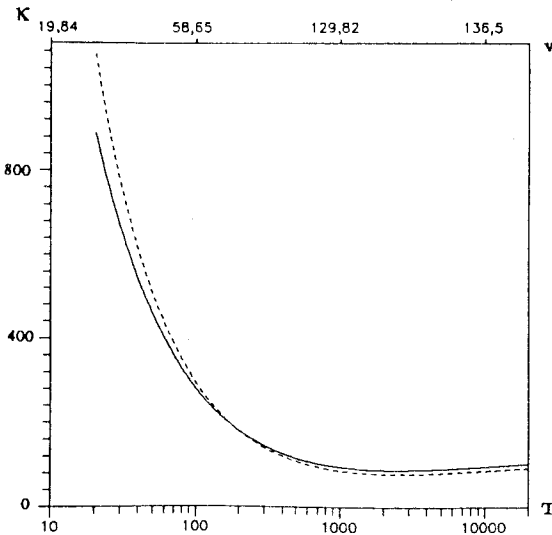


Рис.3. Эффективное торможение κ (ат.ед.) в зависимости от энергии налетающего иона T (МэВ/нукл.) для иона с зарядом $Z = 92$. На верхней горизонтальной шкале для удобства отмечены несколько значений скорости иона v (ат.ед.). Рисунок приведен с целью иллюстрации, поэтому выбран более широкий, чем формальные границы применимости, интервал скоростей

Как следует из нашего вывода формулы (4.16), ее обобщение, так же, как и обобщение борновских потерь (4.17), на случай столкновений релятивистских многозарядных ионов со сложными, но нерелятивистскими атомами (для которых характерная скорость атомных электронов $v_a \ll v$ — относительной скорости столкновения), получается умножением правой части (4.16) на Z_a с заменой I на средний атомный потенциал I_a (4.15) с ϵ_n , ϵ_0 и $|x_{0n}|^2$, вычисленными для сложного атома:

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2}{v^2} Z_a \left\{ \ln \frac{2v^3}{\eta I_a Z (1 - \beta^2) a(Z, v)} - \beta^2/2 \right\}. \quad (4.18)$$

4.2. Потери энергии в веществе. Рассмотрим потери энергии релятивистского многозарядного иона при его движении в среде, представляющие собой сумму макроскопических (поляризационных) потерь и потерь энергии при столкновении с отдельными атомами. При этом скорость иона предполагается много больше характерных скоростей атомных электронов (или, по крайней мере, большинства из них). Согласно Ферми [46, статья 85] поляризационные потери при движении заряженной частицы в среде определяются вектором Пойнтинга через боковую поверхность цилиндра радиусом b'_0 , построенного вокруг траектории частицы. Выражение для потерь энергии на единицу длины пути, или эффективного торможения, получается после деления потока энергии на скорость частицы:

$$\kappa = \frac{Z^2 b'^2_0}{\pi v^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega K_0(b'_0 \xi) K_1(b'_0 \xi^*) \left(\frac{1}{\epsilon(\omega)} - \beta^2 \right) i\omega \xi^*, \quad (4.19)$$

где $\xi^2 = \omega^2(v^{-2} - c^{-2}\epsilon(\omega))$, $\epsilon(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость. При достаточно малых радиусах цилиндра b'_0 , т.е. при

$$|b'_0 \xi| \ll 1, \quad (4.20)$$

имеем

$$\kappa = \frac{iZ^2}{\pi v^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \left\{ \frac{1}{\epsilon(\omega)} - \beta^2 \right\} \omega \ln \frac{2}{\eta b'_0 \xi}, \quad (4.21)$$

где, как и в (4.13), $\eta = 1,781$. С другой стороны, согласно Ландау [47], потери энергии могут быть представлены как работа поля на единицу длины пути:

$$\kappa = \frac{iZ^2}{\pi} \int_0^{q_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega d\omega dq \frac{(v^{-2} - c^{-2}\epsilon(\omega))}{\epsilon(\omega)(q^2 + \xi^2)}. \quad (4.22)$$

Формулы (4.21) и (4.22) совпадают при выполнении условия (4.20) и при $q_0 = 2/(\eta b'_0)$, действительно,

$$\ln \frac{2}{\eta \xi b'_0} \approx \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2^2}{\eta^2 \xi^2 b_0'^2} + 1 \right) = \int_0^{q_0} \frac{q dq}{q^2 + \xi^2}.$$

Далее, обычно отдельно рассматриваются два случая: $v^2 < c^2/\epsilon_0$ (где $\epsilon_0 = \epsilon(0)$ — диэлектрическая проницаемость в статическом поле) и $v^2 > c^2/\epsilon_0$. В первом случае [47]:

$$\kappa = 4\pi \frac{NZ^2}{v^2} \left[\ln \frac{q_0 v}{\bar{\omega} \sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{\beta^2}{2} \right], \quad q_0 = 2/(\eta b'_0), \quad (4.23)$$

где $\bar{\omega}$ — среднее значение частоты движения атомных электронов:

$$\ln \bar{\omega} = \frac{\int_0^\infty \omega \eta''(\omega) \ln \omega d\omega}{\int_0^\infty \omega \eta''(\omega) d\omega}, \quad \eta'' = \text{Im}(\epsilon^{-1}(\omega)).$$

Во втором случае ($v^2 > c^2/\epsilon_0$) для частиц с не слишком большими энергиями (энергия движения меньше энергии покоя иона) обычно используют ту же формулу (4.23), тогда как в ультрарелятивистском случае [47]:

$$\kappa = 2\pi \frac{NZ^2}{c^2} \ln \frac{q_0^2 c^2}{4\pi N}. \quad (4.24)$$

Далее следует «сшить» макроскопические потери с потерями энергии на отдельных атомах, для этого перепишем условие (4.20) следующим образом:

$$b'_0 \ll v/\omega \sqrt{1 - \beta^2 \epsilon} \leq v/\sqrt{1 - \beta^2} \sim b_0,$$

где для оценок положено $\omega \sim \omega_a \sim 1$ (характерная атомная частота). Условие применимости макроскопического подхода имеет вид: $b'_0 \gg b_1 \sim 1$. Таким образом, нижняя граница b' находится в пределах

$$b_1 \ll b'_0 \ll b_0. \quad (4.25)$$

Сравнивая это условие с условиями (4.2), приходим к выводу о том, что для получения полных потерь при движении релятивистского многозаряд-

ного иона в среде следует сложить вклады областей А и В из (4.2) (причем в области В верхний предел равен b'_0) с поляризационными потерями. Сумма вкладов областей А и В, согласно (4.8) и (4.11), равна

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2 N}{v^2} \ln \frac{v^2 b'_0}{Z a(Z, v) \sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (4.26)$$

где мы заменили число атомных электронов Z_a на число электронов в единице объема N , как принято в [47]. Складывая (4.23) и (4.26), получаем полные потери энергии релятивистского многозарядного иона в веществе в случае $v^2 < c^2/\epsilon_0$:

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2 N}{v^2} \left[\ln \frac{2v^3}{Z\eta(1 - \beta^2) a(Z, v) \bar{\omega}} - \beta^2/2 \right]. \quad (4.27)$$

Как уже говорилось, эта формула применяется часто для случая $v^2 > c^2/\epsilon_0$ и не слишком быстрых частиц. Отметим, что (4.27) отличается от формулы (4.18) (особенности поведения показаны на рис.3), описывающей потери на отдельных атомах, лишь заменой среднего потенциала I_a на $\bar{\omega}$ (ср. аналогичную ситуацию в [47]). В ультрарелятивистском случае, действуя аналогично, получаем полное эффективное торможение

$$\kappa = 2\pi \frac{Z^2 N}{c^2} \ln \frac{4c^6}{Z^2 \eta^2 (1 - \beta^2)^2 a^2(Z, v) 4\pi N}. \quad (4.28)$$

Таким образом, в этом случае учет поляризационных потерь приводит к более медленному росту эффективного торможения с ростом скорости, по сравнению с потерями на отдельных атомах (4.18). Для удобства перепишем формулу (4.27) в виде

$$\kappa = 4\pi \frac{Z^2 N}{v^2} \left[\ln \frac{2v^3}{Z\eta(1 - \beta^2) a(Z, v) I_a} - \beta^2/2 - \delta/2 \right], \quad (4.29)$$

где значения среднего ионизационного потенциала I_a и поправки Ферми $\delta/2$ на плотностные потери могут быть взяты из [48,49].

В табл.7 приведены теоретические и экспериментальные значения эффективного торможения (в МэВ/(мг/см²)) для различных ионов (мы ограничились Кг и Хе, имеющими достаточно большие заряды ядер) и мишеней из работы [40], а также наши результаты. В 3-м столбце — результаты расчетов [40] по ф-ле Бете с учетом поправки Ферми на поляризационные потери, в 4-м столбце — результаты расчетов [40] по ф-ле Бете с учетом поправок Ферми, Мотта [50] и Блоха [51]. Видно, что наши результаты неплохо согласуются с экспериментом, что подтверждает вывод авторов [40] о систе-

матических отклонениях от теории торможения Бете для релятивистских тяжелых ионов.

Таблица 7. Экспериментальные и теоретические значения потерь энергии в МэВ/(мг/см²) для различных комбинаций ион — мишень

Ион	Мишень	Расчеты [40]		Наши результаты	Эксперимент [40]
⁸⁶ ₃₆ Kr 900 МэВ/нукл. (β = 0,861)	Be	2,346	2,438	2,55200	2,432±0,037
¹³⁶ ₅₄ Xe 780 МэВ/нукл. (β = 0,839)	Be	5,488	5,812	5,86187	5,861±0,076
	C	6,014	6,378	6,43478	6,524±0,084
	Al	5,404	5,755	5,80985	5,806±0,121
	Cu	4,703	5,036	5,08741	5,077±0,066
	Pb	3,654	3,942	3,98736	3,959±0,063

Рассмотренный в разд. 2 и 3 простой подход позволяет сделать оценки эффективного торможения релятивистских высокозарядных ионов при столкновениях с отдельными атомами и при движении в веществе во многих практически важных случаях, поскольку полученные в настоящем разделе формулы для эффективного торможения дают возможность применить широко распространенную методику введения феноменологических поправок, обычно используемую в прикладных расчетах. Область применимости наших формул $Z \sim v \leq c$ не допускает непосредственного перехода в борновское приближение ($Z/v \ll 1$), однако это не представляется слишком существенным ограничением, поскольку для ионов с достаточно большими зарядами (например, $Z = 92$) область борновского приближения не достигается даже при $v \approx c$.

5. СЕЧЕНИЯ НЕУПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ В ПРИБЛИЖЕНИИ ГЛАУБЕРА И ВНЕЗАПНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Наиболее последовательным способом расчета сечений неупругих процессов при столкновениях быстрых многозарядных ионов с атомами является использование применимого при $Z/v \leq 1$ приближения Глаубера, основанного на очень старом и близком к квазиклассическому эйкональному приближении [52]. Это приближение обычно используют в задачах потенциального рассеяния в случаях, когда энергия рассеиваемой частицы E

везде значительно превышает потенциальную энергию U . При этом решение уравнения Шредингера

$$\left(-\frac{\nabla^2}{2M} + U\right)\Psi = E\Psi, \quad (5.1)$$

M — масса падающей частицы, ищется в виде $\Psi_i = \exp(i\mathbf{k}_i \mathbf{R})\Phi(\mathbf{R})$, где \mathbf{k}_i — импульс частицы до рассеяния ($k_i = \sqrt{2ME}$), \mathbf{R} — ее координата. Выбираем ось x по направлению вектора \mathbf{k}_i и, учитывая, что $\Phi(\mathbf{R})$ меняется медленно по сравнению с $\exp(i\mathbf{k}_i \mathbf{R})$, получаем для Φ уравнение

$$\left(-iv\frac{\partial}{\partial x} + U\right)\Phi(\mathbf{R}) = 0, \quad (5.2)$$

где $\mathbf{v} = \mathbf{k}/M$ — скорость частицы. Решая уравнение (5.2), находим

$$\Psi = \exp(i\mathbf{k}_i \mathbf{R})\Phi(\mathbf{R}) = \exp(i\mathbf{k}_i \mathbf{R} - \frac{i}{v} \int^x U dx). \quad (5.3)$$

В уравнении (5.2) опущен член $\nabla^2\Phi$, подобное пренебрежение возможно только при условии $x \ll ka^2$ (a — радиус действия потенциала U). Поэтому решение (5.3) неприменимо на слишком больших расстояниях и не может быть использовано непосредственно для получения амплитуды рассеяния из асимптотического выражения

$$\Phi \approx \exp(ik_i x) + \frac{f(\theta)}{R} \exp(ik_i R). \quad (5.4)$$

Однако в этом нет необходимости, поскольку выражение для амплитуды может быть получено путем использования формулы для T -матрицы:

$$f(\theta) = -\frac{M}{2\pi} T_{if} = -\frac{M}{2\pi} \langle \Phi_f | U | \Psi_i \rangle. \quad (5.5)$$

Интегрирование по координатам рассеиваемой частицы эффективно ведется в области действия потенциала U , и поэтому в качестве точного решения $|\Psi_i\rangle$ может быть выбрана функция (5.3), тогда как $|\Phi_f\rangle$, как обычно, — плоская волна $\exp(i\mathbf{k}_f \mathbf{R})$, причем $|\mathbf{k}_i| = |\mathbf{k}_f| = k$. Рассеяние быстрых частиц происходит, в основном, на малые углы, при этом изменение импульса $\mathbf{q} = \mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i$ относительно мало ($q \ll k$), и поэтому вектор \mathbf{q} можно считать перпендикулярным \mathbf{k}_i , т.е. лежащим в плоскости (y, z) . В результате с учетом (5.2) амплитуду (5.5) можно представить в виде

$$f(\mathbf{q}) = i\frac{k}{2\pi} \int \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{b}) \left\{ 1 - \exp\left\{-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x, \mathbf{b}) dx\right\}\right\} d^2b, \quad (5.6)$$

где $(x, \mathbf{b}) \equiv \mathbf{R}$ и \mathbf{b} обычно интерпретируется как вектор прицельного параметра. Если скорость частицы настолько велика, что $|U|a/v \ll 1$, то (5.6) переходит в борновское приближение. Эйкональное приближение для потенциального рассеяния может быть обобщено на случай столкновения быстрой частицы с системой частиц при дополнительном условии, что скорость падающей частицы много больше характерных скоростей атомной системы: $v \gg v_a$.

Отметим, что для рассеяния на атомах заряженных частиц с небольшим зарядом ($Z \sim Z_a$) условие $v_a \ll v$ совпадает [12] с условием применимости борновского приближения: действительно, атомный электрон обычно имеет скорость $v_a \sim Z_a$, поэтому $v_a/v \sim Z_a/v$, и для $Z \sim Z_a$ из условия $v_a \ll v$ получаем неравенство $Z/v \ll 1$. При столкновении атомов с многозарядным ионом ($Z \gg Z_a$) условие $v_a \ll v$ не означает автоматического выполнения неравенства $Z/v \ll 1$.

Однако предположение, что скорость падающей частицы (иона) существенно больше характерных скоростей внутри рассеивающей системы (атома), позволяет рассматривать движение иона при заданных положениях атомных электронов. Поэтому естественное обобщение выражения (5.6) на случай упругого рассеяния быстрого иона на атоме приводит к выражению [12]:

$$f_{fi}(\mathbf{q}) = \frac{ik_i}{2\pi} \int \left[1 - \exp \left\{ -\frac{i}{v} \int U(x, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\}) dx \right\} \right] |\Phi_0(\{\mathbf{r}_a\})|^2 \prod_{n=1}^N d^3r_n e^{-i\mathbf{q}\mathbf{b}} d^2b, \quad (5.7)$$

где рассеивающий потенциал есть функция не только координаты иона $\mathbf{R} = (x, \mathbf{b})$, но и мгновенных положений атомных электронов, совокупность координат которых обозначим $\{\mathbf{r}_a\}$, т.е. $U = U(x, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\})$. Интегрирование по координатам атомных электронов (общее число которых N) соответствует усреднению по внутреннему (основному) состоянию атома, описываемому волновой функцией $\Phi_0 \equiv \Phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N)$. Общее выражение для амплитуды неупругого столкновения с переходом атома из состояния $|\Phi_i\rangle$ в состояние $|\Phi_f\rangle$ в приближении Глаубера имеет вид [12]:

$$f_{if}(\mathbf{q}) = \frac{ik_i}{2\pi} \int \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{b}) \langle \Phi_f | \left[1 - \exp \left\{ -\frac{i}{v} \int U(X, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\}) dx \right\} \right] | \Phi_i \rangle d^2b, \quad (5.8)$$

где, как и в (5.6), (5.7), изменение импульса снаряда $\mathbf{q} = \mathbf{k}_f - \mathbf{k}_i$, причем из закона сохранения энергии следует $k_i^2/2M = k_f^2/2M - \epsilon_i + \epsilon_f$ (ϵ_i, ϵ_f — энергии начального и конечного состояний атома). Ион должен остаться быстрым и после столкновения, т.е. $|\epsilon_i - \epsilon_f| \ll k_i^2/2M$, таким образом, формула

(5.8) применима при малой разности энергий состояний i и f [12]. Кроме того, следует сделать следующее замечание: при столкновении иона, движущегося со скоростью v , с покоящимся электроном последний получит скорость $\Delta v = 2Z/vb$ и сместится за время столкновения $\tau \sim b/v$ на расстояние $l = \tau \Delta v$. Положение электрона можно считать фиксированным в течение столкновения, если $l \ll r_a \sim 1$, или $v^2 \gg Z$. Формула (5.8) применима, если $v \gg v_a$ и $v \gg \sqrt{Z}$. Если $Z/v \ll 1$, то (5.8) и (5.7) переходят в борновское приближение.

Сечение неупругого столкновения можно вычислить с помощью известной формулы

$$\sigma \equiv \int \frac{k_i}{k_f} |f_{if}|^2 d\Omega_{\mathbf{k}_f}, \quad (5.9)$$

где $\Omega_{\mathbf{k}_f}$ — телесный угол рассеяния иона.

В приближении Глаубера вычисления сечений возбуждения и ионизации при столкновении заряженной частицы даже с такой простой системой, как атом водорода, приводят к громоздким выражениям. Рассмотрим в качестве примера амплитуду ионизации атома водорода в столкновении с быстрой заряженной частицей [5, 38]:

$$f(\mathbf{q}, \mathbf{k}_e) = \frac{4\pi \mu Z}{(2\pi)^{3/2} q^2} \sum_{l=1}^{\infty} k_e^l C_l \sum_{m=-l}^l (-1)^{\frac{l+m}{2}} \frac{\Gamma(m-i\eta)}{\Gamma(-i\eta)m!} \exp(-im\varphi) \sum_{p=0}^{l+2} I_{lm}^p Y_{lm}(\hat{\mathbf{k}}_e).$$

Здесь μ и Z — масса и заряд снаряда; \mathbf{k}_e — импульс выбитого электрона; φ — угол вектора \mathbf{q} ; $\eta = -Z/v$; v — скорость столкновения;

$$C_l = \frac{2^\gamma \exp(-\pi\gamma/2) \Gamma(l+1+i\eta)}{(2l+1)!}, \quad \gamma = -1/k_e.$$

$$I_{lm}^p = (l+3-p)! q^{-2} \int_0^\infty db G(q/b) \times$$

$$\times \{ A_{lm}^p c^{-p-4} (c/d)^p {}_2F_1(l+1+i\gamma, l+4-p, 2l+2, -2ik_e/c) + \\ + (-1)^{m+p+1} A_{lm}^p d^{-p-4} (d/b)^p {}_2F_1(l+1+i\gamma, l+4-p, 2l+2, -2ik_e/d) \},$$

здесь

$$G(z) = \begin{cases} z^m {}_2F_1(-i\eta, m-i\eta, m+1; z^2) & \text{при } z \leq 1 \\ z^{-m+2i\eta} {}_2F_1(-i\eta, m-i\eta, m+1; z^{-2}) & \text{при } z \geq 1, \end{cases}$$

$$A_{lm}^p = \sum_{j=0}^p (2j-1)!! (c_{lm}^j - c_{lm}^{j-1}) a_{m+j}^{p-j},$$

где c_{lm}^j и a_{m+j}^n — коэффициенты разложений сферических функций

$$Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) = \frac{(-1)^m}{2\sqrt{\pi}} \sin^m \theta e^{-im\varphi} \sum_{j=0}^{(j-m)/2} c_{lm}^j \cos^{2j} \theta, \quad l+m \text{ четное,}$$

и сферических функций Бесселя

$$j_{j+m}(qb) = (2qb)^{-1} \sum_{n=0}^{j+m} \frac{a_{l+j}^n}{qb^n} [e^{iqb} + (-1)^{m+j-n+1} e^{-iqb}].$$

Некоторые упрощения могут быть сделаны следующим образом: для малых углов рассеяния имеем $d\Omega \approx d^2q / (k_i k_f) \approx d^2q / k^2$, далее, подставив $|f_{if}|^2$ из (5.8) в виде двойного интеграла по d^2b и d^2b' , интегрируем по d^2q с помощью интегрального представления для δ -функции, после чего последняя устраняется интегрированием по d^2b' . В результате получаем

$$\sigma = \int d^2b \langle |\Psi_f| \{ 1 - \exp \left\{ -\frac{i}{v} \int dx U(x, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\}) \right\} |\Psi_i \rangle \rangle^2. \quad (5.10)$$

Учитывая ортогональность функций Ψ_f и Ψ_i , а также соотношение $dt = dx/v$, запишем выражение для сечения неупругого процесса в виде, который может быть получен непосредственно из приближения внезапных возмущений:

$$\sigma = \int d^2b \langle |\Psi_f \rangle \exp \left\{ -i \int dx U(vt, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\}) \right\} |\Psi_i \rangle \rangle^2. \quad (5.11)$$

Подынтегральное выражение интерпретируется как вероятность перехода атома из состояния $|\Psi_i \rangle$ в состояние $|\Psi_f \rangle$ при столкновении с прицельным параметром \mathbf{b} .

Описанные процедуры получения формул (5.10), (5.11) из приближения Глаубера, включающие перестановку порядка интегрирования, корректны лишь в случае потенциалов с ограниченным радиусом действия. Для дальнедействующих потенциалов эти процедуры приводят к расходимости интегралов в (5.10), (5.11) при больших прицельных параметрах. Подобная расходимость, однако, несущественна [7], поскольку при больших прицельных параметрах применимо борновское приближение, причем области применимости борновского приближения и приближения внезапных возмущений перекрываются, что позволяет провести корректную шшивку по прицельному параметру. При расчетах [13] сечений ионизации атома водорода из

$1s$ -состояния вероятность ионизации рассчитывалась в приближении внезапных возмущений в ограниченной сверху области прицельных параметров. При больших прицельных параметрах применялось борновское приближение. В качестве точки шивки использовалось значение прицельного параметра, при котором вероятность ионизации в приближении внезапных возмущений совпадает с вероятностью в борновском. Технически такие расчеты не намного проще расчетов в эйкональном приближении.

Однако существенного упрощения можно добиться, если учесть, что при $v \sim Z \gg 1$ сечения неупругих процессов велики, и основной вклад вносит область больших прицельных параметров. Поэтому потенциал $U(x, \mathbf{b}; \mathbf{r}_a)$ в (5.11) может быть разложен по эффективному малому параметру $|\mathbf{r}_a| \sqrt{b}$, и если ограничиться дипольными членами, то мы возвращаемся к методике, изложенной в разд.2 и 3, где сечения неупругих процессов выражаются формулами (2.5) и (3.18).

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вне нашего рассмотрения остались такие важные процессы, сопровождающие неупругие столкновения быстрых многозарядных ионов с атомами, как одноэлектронные и многоэлектронные перезарядки, а также перезарядки с возбуждением и ионизацией, которые требуют, во-первых, развития несколько другой идеологии, во-вторых, характеризуются в данном интервале скоростей существенно меньшими сечениями. Кроме того, опущен ряд эффектов, таких как, например, оже-переходы и излучение света при столкновениях, которые в настоящее время интенсивно исследуются — экспериментально и теоретически. Однако нам удалось изложить единым образом схему расчетов, позволяющую оценивать сечения таких эффектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пресняков Л.П., Шевелько В.П., Янев Р.К. — Элементарные процессы с участием многозарядных ионов. М.: Энергоатомиздат, 1986.
2. McGuire J.H. — *Advanced in Atomic, Molecular and Optical Physics*. 1992, p.217.
3. Думан Е.Л., Меньшиков Л.И., Смирнов Б.М. — *ЖЭТФ*, 1979, т.76, с.516.
4. Inokuti M. — *Rev. Mod.Phys.*, 1971, vol.43, p.297.
5. McGuire J.H. — *Phys. Rev. A*, 1982, vol.26, p.143.
6. Crothers D.S.F., McCann S.H. — *J. Phys. B: At. Mol. Phys.*, 1983, vol.16, p.3229.
7. Eichler J.H. — *Phys. Rev. A*, 1977, vol.15, p.1856.
8. Юдин Г.Л. — *ЖЭТФ*, 1981, т.80, с.1026.
9. Юдин Г.Л. — *ДАН СССР*, 1985, т.282, с.874.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — *Механика*. М.: Наука, 1975.

11. Мигдал А.Б. — Качественные методы в квантовой теории. М.: Наука, 1975.
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Квантовая механика (нерелятивистская теория). М.: Наука, 1989.
13. Salop A., Eichler J.H. — J. Phys. B: At. Mol. Phys., 1979, vol.12, p.257.
14. Vanstein L.A., Vinogradov A.V. — J. Phys. B: At. Mol. Phys., 1970, vol.3, p.1090.
15. Shan M.B., Gilbody H.B. — J. Phys. B: At. Mol. Phys., 1983, vol.16, p.L447.
16. Schlahter A.S., Barkner K.H., Graham W.G. et al. — Phys. Rev. A, 1981, vol.29, p.1110.
17. McGuire J.H., Mueller A., Shuch B. et al. — Phys. Rev. A, 1987, vol.35, p.2479.
18. Knudsen H., Andersen L.H., Hvelplund P. et al. — J. Phys. B: At. Mol. Phys.; 1984, vol.17, p.3445.
19. Алимов Р.А., Матвеев В.И. — ЖТФ, 1994, т.64, с.7.
20. Ullrich J., Horbatsch M., Dangendorf V. et al. — J. Phys. B: At. Mol. Phys., 1988, vol.21, p.611.
21. Ben-Itzak I., Groy T.J., Legg J.C., McGuire J.H. — Phys. Rev. A., 1988, vol.37, p.3685.
22. Матвеев В.И. — ЖЭТФ, 1985, т.89, с.2021.
23. Matveev V.I. — J. Phys. B, 1991, vol.24, p.3589.
24. Матвеев В.И. — ЖТФ, 1987, т.57, с.1176.
25. Матвеев В.И. — Письма в ЖТФ, 1991, т.17, с.36.
26. Алимов Р.А., Матвеев В.И. — ЖТФ, 1989, т.59, с.158.
27. Yudin G.L. — Phys. Rev. A, 1991, vol.44, p.7355.
28. Kelbch S., Ullrich J., Rauch W. et al. — J. Phys. B, 1986, vol.19, p.147.
29. Reinhold C.O., Olson R.E., Fritsch W. — Phys. Rev. A, 1990, vol.41, No.9, p.4837.
30. McGuire J.H., Weaver L. — Phys. Rev. A, 1977, vol.16, p.41.
31. Дыхне А.М., Юдин Г.Л. — УФН, 1978, т.125, с.377.
32. Дыхне А.М., Юдин Г.Л. — УФН, 1977, т.121, с.157.
33. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Теория поля. М.: Наука, 1973.
34. Мотт Н., Месси Г. — Теория атомных столкновений. М.: Мир, 1969.
35. Berg H., Ullrich J., Bernstein E. et al. — J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., 1992, vol.25, p.3655.
36. Матвеев В.И., Мусаханов М.М. — ЖЭТФ, 1994, т.105, с.280.
37. Матвеев В.И., Парилис Э.С. — УФН, 1982, т.138, с.583.
38. McGuire J.H., Straton J.C. — Phys. Rev. A, 1990, vol.43, p.5184.
39. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. — Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989.
40. Scheidenberger C., Geissel H., Mikelsen H.H. et al. — Phys. Rev. Lett., 1994, vol.73, p.50.
41. Scheidenberger C., Geissel H., Stohlker Th. et al. — Nucl. Instr. Meth., 1994, vol.B90, p.36.
42. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. — Квантовая электродинамика. М.: Наука (изд. третье, перераб.), 1969.
43. Doggett J.A., Spenser L.V. — Phys. Rev., 1956, vol.103, p.1597.
44. Moiseiwitsch V.L. — Phys. Reports, 1985, vol.118, p.133.
45. Бор Н. — Избранные труды, т.1, М.: Наука, 1970.
46. Ферми Э. — Научные труды, т.II, М.: Наука, 1972.

47. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
48. Sternheimer R.M., Berger M.J., Seltzer S.M. — Atomic Data and Nuclear Data Tables, 1984, vol.30, p.261.
49. Inokuti M., Smith D.Y. — Phys. Rev. B, 1982, vol.25, p.61.
50. Mott N.F. — Proc. Roy. Soc., 1929, vol.A124, p.425.
51. Bloch F. — Ann. der Phys., 1933, vol.16, p.285.
52. Гольдбергер М., Ватсон К. — Теория столкновений. М.: Мир, 1967.