«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1998, ТОМ 29, ВЫП.3

УДК 539.12.01

К ВОПРОСУ О КОНЕЧНОСТИ СПЕКТРА МАСС ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

В.Г.Кадышевский

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обсуждается нестандартный подход к построению квантовой теории поля, навеянный идеей М.А.Маркова о конечности спектра масс элементарных частиц.

A non-standard approach to construction of quantum field theory is discussed which was inspired by M.A.Markov's idea of finiteness of the elementary-particle mass spectrum.

1. В 1956 г. М.А.Марков выдвинул идею о **конечности** спектра масс элементарных частиц, связав верхнюю границу этого спектра с «планковской массой» [1]:

$$M_p = \sqrt{\frac{hc}{G}} \simeq 10^{19} \text{ ГэВ} \tag{1}$$

(G — гравитационная постоянная).

Частицам предельной массы $m = m_p$, названным автором «максимонами», отводилась особая роль в мире элементарных частиц [2]. Концепция максимона была положена в основу марковского сценария ранней Вселенной [3].

Само понятие «элементарная частица» предполагает, что данный объект не имеет составной структуры. Однако этот экспериментальный факт, как неоднократно подчеркивал Моисей Александрович, может быть установлен лишь с определенной точностью.

На сегодняшний день кварки и лептоны, безмассовые фотоны и глюоны, массивные векторные бозоны W и Z^0 вплоть до расстояний $10^{-16} - 10^{-17}$ см не обнаруживают сложного строения. Поэтому все эти частицы с указанной точностью рассматриваются как элементарные и в рамках известной стандартной модели (СМ) описываются локальными квантовыми полями.

Кварки и лептоны, будучи фермионами, выступают в роли фундаментальных составляющих материи. Как известно, они группируются в три семейства — поколения. Чем выше номер поколения, тем массивнее соответствующие фермионы. Самым тяжелым из них, и, вообще, самой тяжелой из известных ныне элементарных частиц, является t-кварк:

$$m_t \simeq 175 \text{ ГэВ}. \tag{2}$$

В список элементарных частиц, фигурирующих в СМ, входит также хиггсовский бозон H, массу которого модель не предсказывает. По последним экспериментальным данным

$$m_H > 77 \text{ ГэВ}. \tag{3}$$

Не исключено, что данная частица может оказаться значительно тяжелее t-кварка. Заметим в этой связи, что центральным пунктом программы исследований на Большом адронном калориметре (LHC) в ЦЕРН является поиск хиггсовского бозона в диапазоне значений масс до 1 ТэВ.

Можно сказать, что в СМ реализуется марковская идея о конечности спектра масс частиц, однако максимон при этом оказывается примерно в 10^{16} раз легче, чем «планковская масса» (1)*.

Спектр масс обрывается и в ряде вариантов теории, являющихся обобщением стандартной модели, например, в ее минимальном суперсимметричном расширении. А что если конечность этого спектра представляет собой **фундаментальный физический принцип**, который, подобно релятивистскому и квантовому постулатам, должен быть положен в основу теории элементарных частиц? Оригинальное условие М.А.Маркова фактически имело чисто феноменологический характер, и даже для описания максимона он использовал стандартный теоретико-полевой аппарат. Мы, как было сказано, предлагаем более радикальный подход. Представляя условие конечности спектра масс частиц в виде

$$m \leq M, \tag{4}$$

где параметр $M \geq 1$ ТэВ — некая **фундаментальная масса**, можно попытаться **заново** развить формализм квантовой теории поля (КТП), согласуя его с требованием (4).

Данная программа частично реализована в [4—13]. Оказалось, что новая формулировка КТП, несмотря на присутствие в ней фундаментальной массы M, остается локальной схемой, допускающей использование калибровочных групп симметрии.

---

*Формально в СМ и в других моделях, не учитывающих гравитацию, $m_p = \infty$.

В полном лагранжиане новой версии СМ возникает ряд новых членов с константами связи, пропорциональными $\frac{1}{M}$ и $\frac{1}{M^2}$, что кардинально меняет картину взаимодействия частиц при высоких энергиях $E \geq M$. Стоит подчеркнуть, что в силу (5) комптоновская длина волны частицы $\lambda_c = \frac{h}{mc}$ не может быть меньше **фундаментальной длины** $\frac{h}{Mc} = 1$. Согласно Ньютону и Вигнеру [14] параметр λ_c характеризует размеры области пространства, в которой можно локализовать релятивистскую частицу с массой m. Следовательно, фундаментальная длина l вносит в теорию универсальное ограничение на точность пространственной локализации элементарных частиц.

В настоящей статье мы обсудим некоторые характерные особенности нового подхода, используя простые модельные примеры.

2. Пусть $\varphi(p_0, \mathbf{p})$ — скалярное поле, описывающее в стандартной теории бесспиновые частицы с массой m. В свободном случае, очевидно, имеем

$$(p_0^2 - \mathbf{p}^2 - m^2)\, \varphi(p_0, \mathbf{p}) = 0, \tag{5}$$

откуда следует, что $\varphi(p_0, \mathbf{p}) \neq 0$ лишь на массовой поверхности

$$p_0^2 - \mathbf{p}^2 = m^2. \tag{6}$$

С геометрической точки зрения (6) есть двуполостный гиперболоид, погруженный в импульсное 4-пространство. В стандартной КТП это пространство псевдоевклидово, т.е. однородно и бесконечно. Следовательно, в нем можно разместить гиперболоиды (6) с произвольно большим радиусом m. Другими словами, кванты поля φ могут быть как угодно тяжелыми.

Если, однако, пожертвовать псевдоевклидовостью p-пространства и постулировать, что в аппарате КТП импульсное 4-пространство представляет собой пространство де Ситтера с радиусом кривизны M, то ограничение (4) может быть заложено в такую теорию с самого начала.

Действительно, рассмотрим 5-гиперболоид

$$p_0^2 - p_1^2 - p_2^2 - p_3^2 + p_5^2 = M^2, \tag{7}$$

поверхность которого представляет собой реализацию 4-пространства постоянной кривизны, или пространства де Ситтера. Для свободной частицы, в силу (6), $m^2 + p_5^2 + M^2$, т.е. (4) выполняется автоматически.

После перехода от p-пространства Минковского к p-пространству де Ситтера (7) удобно вместо $\varphi(p_0, \mathbf{p})$ работать с величиной

$$\delta(p_0^2 - \mathbf{p}^2 + p_5^2 - M^2)\, \varphi(p_0, \mathbf{p}, p_5). \tag{8}$$

Ясно, что задание в (8) одной функции $\varphi(p_0, \mathbf{p}, p_5)$ пяти переменных (p_μ, p_5) эквивалентно заданию двух независимых функций $\varphi_1(p)$ и $\varphi_2(p)$ от 4-импульса p_μ:

$$\varphi(p, p_5) = \begin{pmatrix} \varphi(p, |p_5|) \\ \varphi(p, -|p_5|) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \varphi_1(p) \\ \varphi_2(p) \end{pmatrix}, \quad |p_5| = \sqrt{M^2 - p^2}. \tag{9}$$

Появление новой дискретной степени свободы $\dfrac{p_5}{|p_5|}$ и связанное с ней удвоение числа полевых переменных — важнейшая особенность развиваемого подхода. Ее нужно учитывать уже при отыскании уравнения движения для свободного поля в p-пространстве де Ситтера. С одной стороны, поскольку нет никаких оснований теоретического или экспериментального характера для отказа от стандартного релятивистского соотношения (6) между энергией, импульсом и массой, прежнее уравнение Клейна — Гордона (5) должно выполняться и для поля $\varphi(p_0, \mathbf{p}, p_5)$:

$$(p_0^2 - \mathbf{p}^2 - m^2)\, \varphi(p_0, \mathbf{p}, p_5) = 0. \tag{10}$$

С другой стороны, уравнение (10) обладает двумя очевидными дефектами:

1) в нем не отражено условие (4);

2) из этого уравнения нельзя определить зависимость поля от нового квантового числа $\dfrac{p_5}{|p_5|}$, чтобы различать компоненты $\varphi_1(p)$ и $\varphi_2(p)$.

Заметим, однако, что в силу (7) уравнение (10) может быть представлено как

$$(M \cos\mu + p_5)(M \cos\mu - p_5)\, \varphi(p, p_5) = 0,$$

$$\cos\mu \equiv \sqrt{1 - \frac{m^2}{M^2}}\,. \tag{11}$$

Теперь, подражая классическому приему Дирака, постулируем искомое уравнение движения в виде

$$2M(M\cos\mu - p_5)\,\varphi(p, p_5) = 0. \tag{12}$$

Ясно, что в (12) уже нет дефектов, присущих уравнению (10), хотя последнее по-прежнему продолжает выполняться.

Из (12) и (9) следует, что

$$2M(M\cos\mu - |\,p_5|\,)\,\varphi_1(p) = 0, \tag{13}$$

$$2M(M\cos\mu + |\,p_5|\,)\,\varphi_2(p) = 0, \tag{14}$$

откуда находим

$$\varphi_1(p) \simeq \delta(m^2 - p^2)\,\tilde{\varphi}_1(p), \tag{15}$$

$$\varphi_2(p) = 0. \tag{16}$$

Таким образом, свободное поле $\varphi(p, p_5)$, заданное в p-пространстве де Ситтера (7), описывает те же самые скалярные частицы с массой m, что и поле $\varphi(p)$ в p-пространстве Минковского, с той лишь разницей, что теперь обязательно $m \le M$. Двухкомпонентная структура (9) нового поля в силу (16) на массовой поверхности не проявляется. Эта структура, однако, играет важную роль при рассмотрении взаимодействия полей, т.е. вне массовой поверхности.

Теперь нашей задачей является построение интеграла действия, отвечающего уравнению (12), и переход к конфигурационному построению. Из соображений удобства мы будем использовать далее евклидову формулировку теории, возникающую при аналитическом продолжении к чисто мнимым энергиям

$$p_0 \to -\,ip_4. \tag{17}$$

При этом вместо (7) будем иметь

$$p_5^2 - p_n^2 = M^2, \quad n = 1, 2, 3, 4, \tag{18}$$

откуда

$$p_5 = \pm\sqrt{M^2 + p_n^2}\,. \tag{19}$$

Евклидов оператор Клейна — Гордона $(m^2+p_n^2)$ с учетом (18) представляется в следующем факторизованном виде (ср. (11)):

$$m^2+p_n^2=(p_5+M\cos\mu)(p_5-M\cos\mu). \tag{20}$$

Ясно, что неотрицательный функционал

$$S=2\pi M\int\frac{d^4p}{|p_5|}\,[\varphi_1^+(p)\,2M(|p_5|-M\cos\mu)\,\varphi_1(p)+$$

$$+\varphi_2^+(p)\,2M(|p_5|+M\cos\mu)\,\varphi_2(p)],$$

где

$$\varphi_{1,2}(p)=\varphi(p,\pm|p_5|), \tag{21}$$

может претендовать на роль интеграла действия свободного евклидова поля $\varphi(p,p_5)$. Он легко представляется и в виде 5-интеграла:

$$S=4\pi M\int\varepsilon(p_5)\,\delta(p_Lp^L-M^2)\,d^5p[\varphi^+(p,p_5)\times$$

$$\times\,2M(p_5-M\cos\mu)\,\varphi(p,p_5)],$$

$$L=1,2,3,4,5, \tag{22}$$

где

$$\varepsilon(p_5)=\frac{p_5}{|p_5|}.$$

Преобразование Фурье и конфигурационное представление в развиваемом подходе имеют свою специфику. Прежде всего обратим внимание на то, что в основном уравнении (18), определяющем p-пространство де Ситтера, все компоненты 5-импульса выступают как равноправные. Поэтому выражение $\delta(p_Lp^L-M^2)\,\varphi(p,p_5)$, заменяющее теперь (8), можно подвергнуть 5-преобразованию Фурье:

$$\frac{2M}{(2\pi)^{3/2}}\int e^{-ip_Kx^K}\,\delta(p_Lp^L-M^2)\,\varphi(p,p_5)\,d^5p\equiv\varphi(x,x_5),$$

$$K,L=1,2,3,4,5. \tag{23}$$

Очевидно, (23) удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению в **конфигурационном 5-пространстве**:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_5^2} - \Box + M^2\right)\varphi(x, x_5) \equiv 0. \tag{24}$$

Интеграция в (23) по p_5 дает

$$\varphi(x, x_5) = \frac{M}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{ip_n x_n} \frac{d^4 p}{|p_5|} [e^{-i|p_5|x_5} \varphi_1(p) + e^{i|p_5|x_5} \varphi_2(p)], \tag{25}$$

откуда

$$\frac{i}{M} \frac{\partial \varphi(x, x_5)}{\partial x_5} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{ip_n x_n} d^4 p\, [e^{-i|p_5|x_5} \varphi_1(p) - e^{i|p_5|x_5} \varphi_2(p)]. \tag{26}$$

Четырехмерные интегралы (25), (26) играют роль преобразований Фурье, переводящих поля $\varphi_1(p)$ и $\varphi_2(p)$ в конфигурационное представление. Обратные преобразования имеют вид

$$\varphi_1(p) = \frac{-i}{2M(2\pi)^{5/2}} \int d^4 x\, e^{-ip_n x_n} \left[\varphi(x, x_5) \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_5} e^{i|p_5|x_5} \right], \tag{27}$$

$$\varphi_2(p) = \frac{i}{2M(2\pi)^{5/2}} \int d^4 x\, e^{-ip_n x_n} \left[\varphi(x, x_5) \frac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_5} e^{-i|p_5|x_5} \right], \tag{28}$$

где использовано обозначение $f_1 \dfrac{\overleftrightarrow{\partial}}{\partial x_5} f_2 \equiv f_1 \dfrac{\partial f_2}{\partial x_5} - \dfrac{\partial f_1}{\partial x_5} f_2$. Правые части (27), (28) не зависят от x_5 в силу (24). Отметим, что независимые полевые переменные

$$\varphi(x, 0) \equiv \varphi(x) = \frac{M}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{ip_n x_n} d^4 p \frac{\varphi_1(p) + \varphi_2(p)}{|p_5|}, \tag{29}$$

$$\frac{i}{M}\frac{\partial\varphi(x,0)}{\partial x_5}=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int e^{ip_n x_n}\,d^4p\,[\varphi_1(p)-\varphi_2(p)] \tag{30}$$

мы вправе толковать как начальные данные Коши на плоскости $x_5=0$ для уравнения гиперболического типа (24).

Подставляя теперь (27), (28) в интеграл (21), имеем

$$S=\int d^4x\left[\left|\frac{\partial\varphi(x,x_5)}{\partial x_n}\right|^2+m^2|\varphi(x,x_5)|^2+\right.$$

$$\left.+\left|i\frac{\partial\varphi(x,x_5)}{\partial x_5}-M\cos\mu\,\varphi(x,x_5)\right|^2\right]\equiv\int L(x,x_5)\,d^4x. \tag{31}$$

Нетрудно убедиться, что благодаря (24) действие (31) не зависит от x_5:

$$\frac{\partial S}{\partial x_5}=0. \tag{32}$$

Следовательно, переменную x_5 в (31) можно фиксировать произвольным образом и рассматривать S как функционал от соответствующих начальных данных Коши. Например, при $x_5=0$

$$S=\int d^4x\left[\left|\frac{\partial\varphi(x)}{\partial x_n}\right|^2+m^2|\varphi(x)|^2+\right.$$

$$\left.+M^2|\chi(x)-\cos\mu\varphi(x)|^2\right]\equiv\int L(x)\,d^4x. \tag{33}$$

Итак, мы убедились в том, что в рассматриваемом подходе свойство локальности теории не только не исчезает, но становится даже более **глубоким**, т.к. оно распространяется на зависимость от дополнительного пятого измерения x_5.

Новая лагранжева плотность $L(x,x_5)$ (см. (31)) является эрмитовой формой, которая строится из $\varphi(x,x_5)$ и компонент 5-градиента $\dfrac{\partial\varphi(x,x_5)}{\partial x_L}$ $(L=1,\ 2,3,4,5)$. И хотя $L(x,x_5)$ явно зависит от x_5, развиваемая теория по своей сути остается **четырехмерной** (см. (32), (33)).

Как видно из проведенных преобразований, зависимость действия (33) от двух функциональных аргументов $\varphi(x)$ и $\chi(x)$ есть прямое следствие того факта, что в импульсной картине из-за двузначности p_5 поле имеет дублетную структуру $\begin{pmatrix} \varphi_1(p) \\ \varphi_2(p) \end{pmatrix}$.

Поскольку лагранжиан $L(x)$ из (33) не содержит кинетического члена, отвечающего полю $\chi(x)$, эта переменная носит вспомогательный характер, и ее значение полностью определяется значением **физического** поля $\varphi(x)$.

Конфигурационному 5-пространству в новом формализме принадлежит особо важная роль, ибо именно в нем теперь локализуются калибровочные преобразования симметрии. Указанным преобразованиям подвергаются начальные данные основного уравнения (24):

$$\begin{pmatrix} \varphi_1(x, x_5) \\ \dfrac{i}{M} \dfrac{\partial \varphi}{\partial x_5}(x, x_5) \end{pmatrix}.$$

$$x_5 = \text{фикс.} \tag{34}$$

Рассмотрим этот вопрос более детально. При наличии группы внутренней симметрии каждому полю сопоставляется некоторый закон глобального преобразования*

$$\varphi' = U\varphi.$$

При локализации группы в 5-мерном x-пространстве

$$U \to U(x, x_5) \tag{35}$$

для начальных данных (29), (30) на плоскости $x_5 = 0$ возникает следующий закон калибровочных преобразований:

$$\varphi'(x) = U(x, 0)\, \varphi(x),$$

$$\chi'(x) = \frac{i}{M} \frac{\partial U(x, 0)}{\partial x_5} \varphi(x) + U(x, 0)\, \chi(x). \tag{36}$$

Групповые свойства (36) являются очевидными. Конкретный вид матрицы $U(x, x_5)$ может быть установлен в теории векторных полей, являющейся обобщением стандартной теории в духе нового подхода (см. разд.3).

*Не теряя общности, мы ограничиваемся здесь скалярным случаем.

3. Убедимся теперь, что развитый в разд.2 формализм легко может быть приспособлен для описания векторного поля. Мы рассмотрим здесь лишь абелев случай. Соответствующая версия теории полей Янга — Миллса обсуждается в [7].

Пусть $A_\mu(p, p_5)$ — электромагнитный 4-потенциал, заданный в p-пространстве де Ситтера (7) и подчиняющийся стандартным уравнениям Максвелла:

$$p^2 A_\mu(p, p_5) - p_\mu(p \cdot A(p, p_5)) = 0. \tag{37}$$

Ясно, что из (37) невозможно определить зависимость поля от нового квантового числа $\frac{p_5}{|p_5|}$ (ср.с (10)). По аналогии с (11), представим (37) в факторизованной форме:

$$(M + p_5)\left[(M + p_5)\, A_\mu(p, p_5) - \frac{p_\mu(p \cdot A(p, p_5))}{M + p_5} \right] = 0.$$

Вводя далее обозначение $\frac{p \cdot A(p, p_5)}{M + p_5} \equiv A_5(p, p_5)$, постулируем искомое обобщение уравнений Максвелла в следующем виде:

$$2M[(M - p_5)\, A_\mu(p, p_5) - p_\mu A_5(p, p_5)] = 0,$$

$$p \cdot A(p, p_5) - (p_5 + M)\, A_5(p, p_5) = 0. \tag{38}$$

Таким образом, на сцене появился электромагнитный 5-потенциал:

$$A_L(p, p_5) = (A_\mu(p, p_5), A_5(p, p_5)). \tag{39}$$

Его четырехмерная составляющая $A_\mu(p, p_5)$, как видно из нашего построения, по-прежнему удовлетворяет классическим максвелловским уравнениям (37). Для поперечного поля

$$A_\mu^\perp(p, p_5) = A_\mu(p, p_5) - \frac{p_\mu(p \cdot A)}{p^2}$$

из (38) находим новое уравнение Даламбера (ср. (12) при $\mu = 0$):

$$2M(M - p_5)\, A_\mu^\perp(p, p_5) = 0.$$

Пятая компонента $A_5(p, p_5)$ в (39), подобно продольному полю $p_\mu \dfrac{(p \cdot A)}{p^2}$, является чисто калибровочной степенью свободы. Сама группа калибровочных преобразований, оставляющих инвариантными уравнения (38), выглядит так:

$$A_\mu(p, p_5) \to A_\mu(p, p_5) - ip_\mu\, \lambda(p, p_5),$$

$$A_5(p, p_5) \to A_5(p, p_5) - i(M - p_5)\, \lambda(p, p_5). \tag{40}$$

Перейдем теперь к построению интеграла действия, отвечающего уравнениям (38) для 5-потенциала $A_L(p, p_5)$. Здесь нам снова будет удобно совершить переход (17) к евклидовой формулировке и рассматривать в качестве p-пространства поверхность (18). Нетрудно убедиться далее, что искомый интеграл действия имеет вид (ср. (22)):

$$S = 2\pi M \int \varepsilon(p_5)\, \delta(p_L p^L - M^2)\, d^5p\, 2M(p_5 - M) \left| A_n(p, p_5) - \frac{p_n A_5(p, p_5)}{p_5 - M} \right|^2,$$

$$n = 1, 2, 3, 4. \tag{41}$$

Инвариантность (41) относительно калибровочных преобразований

$$A_n(p, p_5) \to A_n(p, p_5) - ip_n\, \lambda(p, p_5), \tag{42}$$

$$A_5(p, p_5) \to A_5(p, p_5) - i(M - p_5)\, \lambda(p, p_5)$$

совершенно очевидна.

Применяя преобразование Фурье (23) к каждой из компонент $A_L(p, p_5)$, находим 5-потенциал $A_L(x, x_5)$ в конфигурационном 5-пространстве. Разумеется,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_5^2} - \Box + M^2 \right) A_L(x, x_5) = 0. \tag{43}$$

Преобразования (42) приобретают следующую форму:

$$e^{iMx_5} A_L(x, x_5) \to e^{iMx_5} A_L(x, x_5) - \frac{\partial}{\partial x^L} (e^{iMx_5}\, \lambda(x, x_5)), \tag{44}$$

при условии, что

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_5^2} - \Box + M^2\right)\lambda(x, x_5) = 0. \tag{45}$$

Полезно иметь в виду калибровочно-инвариантный «5-тензор напряженностей»

$$F_{KL}(x, x_5) = \frac{\partial(\mathrm{e}^{iMx_5} A_K(x, x_5))}{\partial x^L} - \frac{\partial(\mathrm{e}^{iMx_5} A_L(x, x_5))}{\partial x^K}, \tag{46}$$

который выражается, очевидно, через коммутатор 5-мерных «ковариантных производных»

$$D_L = \frac{\partial}{\partial x^L} - iq\,\mathrm{e}^{iMx_5} A_L(x, x_5), \tag{47}$$

q — электрический заряд.

После несложных вычислений интеграл (41) приобретает следующий вид (ср. (31)):

$$S = \int d^4 x L(x, x_5) = \frac{1}{4}\int d^4 x \left[F^*_{KL}(x, x_5)\, F^{KL}(x, x_5) + \right.$$

$$\left. + 2 \left| \frac{\partial(\mathrm{e}^{iMx_5} A_L(x, x_5))}{\partial x_L} - 2iM\,\mathrm{e}^{iMx_5} A_5(x, x_5) \right|^2 \right]. \tag{48}$$

Калибровочная инвариантность второго слагаемого в подынтегральном выражении (48) обеспечивается условием (45).

В полной аналогии со скалярным случаем действие (48) не зависит от x_5, если выполняется уравнение (43). Следовательно, в роли независимых функциональных переменных в (48) выступают начальные данные Коши для (43):

$$\begin{pmatrix} A_L(x, x_5) \\ \dfrac{i}{M}\dfrac{\partial A_L}{\partial x_5}(x, x_5) \end{pmatrix}. \qquad x_5 = \text{фикс.} \tag{49}$$

4. Теперь подведем некоторые итоги. Развитый в разд.2—3 аппарат позволяет сформулировать **однозначный** рецепт построения интеграла действия для евклидовой скалярной электродинамики в нашем подходе, согласующийся с требованиями локальности и калибровочной инвариантности. Этот рецепт сводится к следующему:

1. В интеграле (31) необходимо произвести **минимальную подстановку** (см. (47)):

$$\frac{\partial}{\partial x^L} \to \frac{\partial}{\partial x^L} + iq\, e^{iMx_5} A_L(x, x_5)$$

и затем положить $x_5 = 0$.

2. К полученному выражению нужно добавить интеграл действия электромагнитного поля (48), предварительно положив $x_5 = 0$.

Полный интеграл действия остается инвариантным при одновременных калибровочных преобразованиях (36) и (44)*. Зависимость полного лагранжиана от вспомогательных полей $\chi(x)$ и $\frac{i}{M}\frac{\partial A_L(x, 0)}{\partial x^5}$ в принципе и есть причина появления нестандартных взаимодействий, о которых шла речь выше (см. разд.1).

Автор выражает искреннюю благодарность А.М.Балдину и Д.И.Казакову за полезные обсуждения ряда вопросов, затрагиваемых в статье.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Markov M.A.** — Supplement of the Progress of Theoretical Physics, Commemoration Issue for 30th Anniversary of Meson Theory by Dr. H.Yukawa, 1965, p. 85; **Марков М.А.** — ЖЭТФ, 1966, т.51, с. 878.
2. **Markov M.A.** — Preprint INR P-0208, 1981.
3. **Markov M.A.** — Preprint INR, P-0207, 1981; P-0286, 1983; **Markov M.A., Mukhanov V.F.** — Preprint INR, P-0331, 1984.
4. **Kadyshevsky V.G.** — Nucl. Phys., 1978, v.B141, p.477; **Kadyshevsky V.G.** — In: Proceedings of International Integrative Conference on Group Theory and Math. Physics, Austin, Texas, 1978; **Kadyshevsky V.G.** — FERMILAB-Pub. 78/70-THY, Sept. 1978; **Кадышевский В.Г.** — ЭЧАЯ, 1980, т.11, вып.1, с.5.
5. **Kadyshevsky V.G., Mateev M.D.** — Phys.Lett., 1981, v.106B, p.139.
6. **Kadyshevsky V.G., Mateev M.D.** — Nuovo Cimento, 1985, v.A87, p. 324.
7. **Chizhov M.V. et al.** — Nuovo Cimento, 1985, v.A87, p. 350.

*Соотношение (44) нужно рассматривать на плоскости $x_5 = 0$.

8. **Ибадов Р.М., Кадышевский В.Г.** — Препринт ОИЯИ Р2-86-830, Дубна, 1986.
9. **Кадышевский В.Г., Фурсаев Д.В.** — ДАН СССР, 1989, т. 306, с. 856.
10. **Кадышевский В.Г., Фурсаев Д.В.** — ТМФ, 1990, т.83, с.197.
11. **Fursaev D.V., Kadyshevsky V.G.** — JINR Rapid Communications, No. 6(57), 1992.
12. **Fursaev D.V., Kadyshevsky V.G.** — Difference Equations and Gauge Symmetry. CRM Proceedings and Lecture Notes, 1995, v.9, p.125.
13. **Baldin A.M., Kadyshevsky V.G.** — High-Energy Physics and the Problem of the Mass Spectrum in Elementary Particle Physics International Symposium. The 50th Anniversary of the Discovery of Phase Stability Principle. 1994, Dubna, p.18.
14. **Newton T.D., Wigner E.P.** — Rev. Mod. Phys., 1949, v.21, p.400. (пер. на русск. см. в кн.: «Этюды о симметрии», М.: Мир, 1971, с.277).