

УДК 539.12

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ СТАТУС ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И МАГНИТНОЙ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ ПРОТОНА

П.С.Баранов, А.И.Львов, В.А.Петрунькин, Л.Н.Штарков

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Москва

ВВЕДЕНИЕ	699
НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАН- НЫЕ	703
Работы 50—70-х годов	704
Работы 90-х годов	707
ФИТИРУЮЩИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ	710
Низкоэнергетическое приближение	710
Дисперсионный подход	714
Источники теоретических неопределенностей	718
ФИТИРОВАНИЕ С УЧЕТОМ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШ- НОСТЕЙ	719
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ ПРОТОНА	721
Поляризуемости протона, определенные по отдельным экспериментам	722
Поляризуемости, полученные по всем ранним и всем поздним экспериментам	724
Поляризуемости, полученные при объединении всех экс- периментов	724
Модельная зависимость и модельно-независимые опре- деления	726
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	728
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	731

УДК 539.12

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ СТАТУС ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И МАГНИТНОЙ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ ПРОТОНА

П.С.Баранов, А.И.Львов, В.А.Петрунькин, Л.Н.Штарков

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Москва

Впервые выполнен совместный анализ всех (ранних и поздних) экспериментальных данных по дифференциальному сечению упругого γp -рассеяния при энергиях фотонов $\omega < 150$ МэВ с целью определения электрической (α_p) и магнитной (β_p) поляризуемостей протона. Фитирование данных теоретическим сечением с двумя свободными параметрами α_p и β_p , полученным на основе s -канальных дисперсионных соотношений при конечной энергии, дает мировые средние экспериментальные значения поляризуемостей протона: $\alpha_p^{\text{экср}} = 11,7 \pm 0,8 \pm 0,7$ и $\beta_p^{\text{экср}} = 2,3 \pm 0,9 \pm 0,7$ (в ед. 10^{-4} фм³), где первая погрешность (комбинированная) учитывает статистические и систематические погрешности экспериментальных сечений, а вторая — теоретические неопределенности дисперсионного сечения. Отмечается, что более полные и точные данные при $\omega \lesssim 100$ МэВ позволят в будущем уменьшить теоретические и экспериментальные погрешности в извлекаемых значениях α_p и β_p .

For the first time a global analysis of all (early and recent) experimental data on the differential cross section of elastic γp scattering at photon energies $\omega < 150$ MeV is fulfilled in order to determine the electric (α_p) and (β_p) polarizabilities of the proton. Fit of the data with the two free parameters α_p and β_p embedded into a theoretical cross section obtained on the basis of finite-energy s -channel dispersion relations gives the world-average for the values of the proton electromagnetic polarizabilities: $\alpha_p^{\text{exp}} = 11.7 \pm 0.8 \pm 0.7$ and $\beta_p^{\text{exp}} = 2.3 \pm 0.9 \pm 0.7$ (in units of 10^{-4} fm³), where the first error (combined) takes into account statistical and systematic errors of the experimental cross section and the second error does theoretical uncertainties in the dispersion cross section. It is emphasized that more complete and precise data at $\omega \lesssim 100$ MeV will enable one to reduce theoretical and experimental errors in the extracted values of α_p and β_p .

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы заметно вырос интерес к изучению свойства поляризуемости нуклонов и пионов, то есть наведения у них дипольных моментов внешним электромагнитным полем, и его влияния на различные двухфотонные процессы с участием этих частиц. В этой связи на электронных ускорителях BNL, MAMI, SAL и других исследовательских центров выполнены новые измерения [1–8] дифференциального сечения упругого рассеяния фотона (УРФ) на протоне при низких энергиях падающего фотона в л.с. $\omega \leq 150$ МэВ и в окрестности Δ_{33} -резонанса, и по полученным данным

повторно определены значения электрической и магнитной поляризуемостей протона α_p и β_p соответственно. Из данных по другим процессам извлекались также поляризуемости нейтрона, заряженного и нейтрального пионов*. Найденные разными группами экспериментальные значения поляризуемостей нейтрона и пионов плохо согласуются между собой; здесь необходимы как более точные измерения соответствующих сечений, так и развитие методов извлечения поляризуемостей из данных. Положение с экспериментальными значениями поляризуемостей протона в целом лучше, и его анализу посвящена настоящая работа. В отличие от [4, 8] мы обсуждаем как поздние, так и ранние данные по УРФ на протоне ниже порога фоторождения пионов, часть которых не использовалась прежде для определения поляризуемостей α_p и β_p .

Впервые значения α_p и β_p были экспериментально определены в Физическом институте им. П.Н.Лебедева (ФИАН) [23, 24]. С пучком тормозного излучения измерялось дифференциальное сечение УРФ протоном при углах рассеяния фотона в л.с. $\theta \geq 75^\circ$ в трех энергетических интервалах с шириной $20 \div 40$ МэВ и со средними энергиями падающего фотона $\langle \omega \rangle$, равными 55 [23], 83 и 109 МэВ [24]. По числу точек углового распределения (5 точек) работа [23] и до настоящего времени остается наиболее полной при низких энергиях. Систематические погрешности в полученных значениях сечения равны 6% в [23] и 1–3,7% в [24] (по поводу последней см. разд. 2). Статистическая погрешность была 4–6%. Оказалось, что экспериментальное дифференциальное сечение при фиксированном угле θ и разных ω лежит ниже дифференциального сечения Поуэлла [25], которое описывает рассеяние фотона на точечном протоне с аномальным магнитным моментом (а.м.м.). В [23, 24] наблюдаемое отклонение интерпретировалось как специфическое проявление структуры протона в двухфотонном процессе, то есть как влияние на УРФ свойства поляризуемости протона [26–28]. Чтобы определить поляризуемости протона, экспериментальные значения сечений фитировались безмодельным низкоэнергетическим, то есть разложенным по ω с точностью до ω^2 - или ω^3 -членов, дифференциальным сечением, зависящим от неизвестных параметров α_p и β_p [28, 29]. В результате были получены экспериментальные значения α_p и β_p , воспроизведенные в табл. 1.

*История попыток определить электрическую поляризуемость нейтрона α_n в экспериментах по рассеянию реакторных нейтронов тяжелыми ядрами насчитывает четыре десятилетия [9]. Этим методом были получены значения $\alpha_n^{\text{эксп}} = (12,0 \pm 1,5 \text{ (стат.)} \pm 2,0 \text{ (сист.)}) \cdot 10^{-4}$ фм³ [10] и $\alpha_n^{\text{эксп}} = (0 \pm 5) \cdot 10^{-4}$ фм³ [11]. Впрочем, выполненный в [12] анализ показал, что систематическая ошибка в значении $\alpha_n^{\text{эксп}}$ из [10], по-видимому, сильно занижена. С приблизительно той же точностью поляризуемости нейтрона можно извлекать также из данных по неупругому [13, 14] и упругому [15, 16] γd -рассеянию. После первых экспериментов в 80-е годы [17, 18] поляризуемости пионов извлекались в последнее время из данных о процессах $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ (см., например, [19–22]).

Таблица 1. Поляризуемости протона (в ед. 10^{-4} фм³) по публикациям экспериментальных работ

Ссылка	α_p	β_p	$\alpha_p + \beta_p$	$\alpha_p - \beta_p$	Теор. пригл.	
					Теория	$\alpha_p + \beta_p$
Gol60 [23]	9±2	2±2	—	—	LEX	11
Var74 [24]	10,7±1,1	-0,7±1,6	10,0±2,3	—	LEX	—
Fed91 [1]	—	—	12,2±3,5±1,5	9,1±4,0±2,0	LEX	—
	10,9±2,2±1,3	3,3±2,2±1,3	11,9±3,9±1,7	8,0±4,4±2,2	DR	—
Fed95 [4]	—	—	—	—	LEX	14,2
Fed95 [4]	—	—	15,8±4,5±0,1	11,9±5,3±0,2	DR	—
Zie92 [2]	—	—	—	7,03 ^{+2,49+2,14} _{-2,27-2,05}	DR	—
	10,6 ^{+1,25+1,07} _{-1,19-1,03}	3,6 ^{-1,25-1,07} _{+1,19+1,03}	—	—	DR	14,2
Hal93 [3]	9,8±0,4±1,1	4,4±0,4±1,1	—	5,5±0,7±2,1	DR	14,2
Mac95 [4]	—	—	15,0±2,9±1,1	10,8±1,1±1,4	DR	—
	12,5±0,6±0,7	1,7±0,6±0,7	—	—	DR	14,2
Ton98 [8]	—	—	13,23±0,86 ^{+0,20} _{-0,49}	10,11±1,74 ^{+1,22} _{-0,86}	DR	—

Примечание. Последние две колонки указывают тип применяемой теории — низкоэнергетическое разложение (LEX) или дисперсионные соотношения (DR), а также использовалось ли при фите теоретическое значение суммы $\alpha_p + \beta_p \simeq 14,2$ (или 11,0 в ранней работе [23]). Строка Fed95 означает результаты работы [1], исправленные ее авторами в [4]. Строка Ton98 представляет результат глобального фита работ [1–7, 24]. Смысл приведенных погрешностей различен в разных работах. В [23] указанная погрешность — только статистическая, а в [24] — полная. В [1–3] раздельно даны статистические и систематические погрешности. В [4, 8] указаны полные экспериментальные погрешности и оценки модельной зависимости

Отметим, что в использованном в [23] фитирующем сечении параметр β_p заменялся на $11 - \alpha_p$ (здесь и далее для поляризуемостей приняты единицы 10^{-4} фм³) и варьировался только параметр α_p . Таким образом, сумма поляризуемостей приравнивалась к известному в то время теоретическому значению $(\alpha_p + \beta_p)^{\text{теор}} = 11$ [27], тогда как ее современное значение равно

$(14,0 \pm 0,5)$ [24, 30–32]*. Систематическая погрешность 6% в экспериментальных сечениях при фитировании данных [23] не принималась во внимание. В [24] оба параметра α_p и β_p определялись независимо, так как статистические и систематические погрешности в измеренных сечениях относительно малы. Отметим, что из сравнения безмодельного низкоэнергетического сечения УРФ на протоне (обозначаемого далее LEX) с предсказаниями дисперсионной теории [36–38], которая удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными ниже Δ_{33} -резонанса, следует, что область применимости LEX лежит при $\omega \lesssim 80$ МэВ (зависит от угла θ), в то время как измерения в [24] были выполнены в интервале энергий фотона $80 \div 110$ МэВ. В рамках определенных модельных предположений дисперсионная теория указала также на возможность определить значения суммы $(\alpha_p + \beta_p)^{\text{экс}}$ и разности $(\alpha_p - \beta_p)^{\text{экс}}$ из данных при $\omega \leq 150$ МэВ, где неопределенности в предсказаниях минимальны, без использования разложения фитирующего дифференциального сечения УРФ на протоне по ω [36, 37, 39, 40] (см. также п. 3.2). Этот путь используется в настоящей работе.

После работ [23, 24] длительное время измерения поляризуемостей протона не проводились. Работы [1–4] были стимулированы, с одной стороны, прогрессом в технике эксперимента (см. разд. 2), с другой — расчетами поляризуемостей протона в различных теоретических подходах (см., например, [31, 41–44]). В частности, было показано, что в нерелятивистской кварковой модели (НКМ), не учитывающей мезонное облако, не удается одновременно воспроизвести экспериментальные значения электрической поляризуемости протона, квадрата его зарядового радиуса и энергии низколежащих возбуждений [31, 41, 42]. Расхождения вычисленных значений $\alpha_p^{\text{НКМ}}$ и $\langle r_p^2 \rangle_p^{\text{НКМ}}$ с экспериментальными составляют не $\sim 20\%$, как часто принято считать (см., например, гл. 1 и 5 в книге [45]), а около 3 раз. Все это привело к осознанию возможности и важности более точного измерения поляризуемостей протона. Определение значений $\alpha_p^{\text{экс}}$ и $\beta_p^{\text{экс}}$ с точностью 5–10% и 20–30% соответственно является проверкой предсказаний разных дисперси-

*Впервые значение $(\alpha_p + \beta_p)^{\text{теор}} = 14,1 \pm 0,3$ получено в [24] из дисперсионного правила сумм [27, 33] (см. формулу (11)) с привлечением данных по полному сечению адронного фотопоглощения на протоне. Ранее соответствующий дисперсионный интеграл вычислялся в работе [30], авторы которой не упоминают о его связи с суммой $\alpha_p + \beta_p$. Приведенное в [30] значение интеграла дает $(\alpha_p + \beta_p)^{\text{теор}} = 14,2 \pm 0,3$. Полученное недавно значение $(\alpha_p + \beta_p)^{\text{теор}} = 13,69 \pm 0,14$ [32] учитывает только статистическую погрешность использованных сечений. Полная неопределенность в значении $(\alpha_p + \beta_p)^{\text{теор}}$ в основном определяется систематической погрешностью, которая составляет $\sim 2-3\%$ или $\pm(0,3-0,4)$. На центральное значение результата [32] повлияло использование сечений, найденных с помощью мультипольного анализа фоторождения [34], занижающего сечение фотопоглощения в окологороговой области. При использовании другого анализа [35] центральное значение $(\alpha_p + \beta_p)^{\text{теор}}$ поднимается до 14,0.

онных правил сумм (ПС) [31], в частности, широко используемого ПС для $\alpha_p + \beta_p$ [27, 33], и разных моделей структуры адронов [41–44, 46, 47]. Но несмотря на значительные усилия точность измерений сечения УРФ на протоне в работах [1–4] оказалась все-таки недостаточно высокой (см. разд. 2), так что погрешности полученных в них значений $\alpha_p^{\text{эксп}}$, $(\alpha_p - \beta_p)^{\text{эксп}}$ и $(\alpha_p + \beta_p)^{\text{эксп}}$ лежат в пределах 10 – 50 %, а значений $\beta_p^{\text{эксп}}$ — 50 – 100 % (см. табл. 1)*. Такая ситуация предполагает необходимость привлечения или получения дополнительных экспериментальных данных.

В настоящей работе с целью уменьшения полных (комбинированных) и теоретических (модельных) погрешностей в экспериментальных значениях поляризуемостей протона их определение проводится по всему массиву мировых данных по дифференциальному сечению УРФ на протоне при энергиях $\omega < 150$ МэВ. Этот массив состоит из 94 экспериментальных точек, а именно: 48 поздних из [1–4] и 46 ранних из [23, 24, 48–52]. Статистический анализ показывает совместимость друг с другом экспериментальных данных, полученных разными группами, и возможность их объединения в одном фите. Внимание уделяется и теоретическим ошибкам в значениях $\alpha_p^{\text{эксп}}$ и $\beta_p^{\text{эксп}}$, возникающим из-за различных модельных неопределенностей в фитирующем дисперсионном сечении, меньшим при низких и большим при средних энергиях фотона ω .

Далее в разд. 2 приводится краткий обзор ранних и поздних низкоэнергетических данных по УРФ на протоне, используемых в нашем анализе. В разд. 3 обсуждаются теоретические сечения, используемые при фитировании данных. В разд. 4 описана методика фитирования данных с учетом их статистических и систематических погрешностей. В разд. 5 приводятся результаты фитирования данных отдельных групп и глобального фитирования всего массива сечений. Раздел 6 содержит выводы и рекомендации для будущих экспериментов по определению поляризуемостей протона.

2. НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Все экспериментальные данные по УРФ на протоне в интервале энергий $\omega = 30 \div 150$ МэВ, где вклад ω^2 -членов, зависящих от α_p и β_p , в низкоэнергетическое дифференциальное сечение реально наблюдаем, можно условно разбить на две группы. В одну входят данные [23, 24, 48–52], полученные в 50–70-х годах (см. обзор [53]), в другую — данные последних лет [1–4].

*Потребность в более точном измерении поляризуемостей протона возникает и в связи с измерениями поляризуемостей нейтрона в опытах по упругому γd -рассеянию, в которых определяется сумма поляризуемостей протона и нейтрона (см., например, [16]).

Ранние работы были выполнены с пучками тормозного излучения, полученными на циклических электронных ускорителях первого поколения. В них процесс УРФ на протоне наблюдался, как правило, по рассеянному фотону, который регистрировался телескопом сцинтилляционных счетчиков с очень плохим энергетическим разрешением. Такой метод наблюдения не позволял надежно выделять УРФ на протоне на фоне других электромагнитных процессов, например $\gamma p \rightarrow e^+ e^- \gamma' p$, при углах рассеяния фотона $\theta \lesssim 60^\circ$ и энергии $\omega \lesssim 80$ МэВ. Экспериментальные точки, относящиеся к этой кинематической области, не использовались авторами оригинальных работ в последующем анализе. Они не включены и в массив данных, которые мы далее фитируем.

Поздние работы [1–4] выполнены на электронных ускорителях следующего поколения, обладающих гораздо лучшим коэффициентом заполнения пучка («duty factor»): микротрон Иллинойского университета MUSL-2 (сейчас разобран), электронный ускоритель с растяжителем в Саскачеване (SAL), микротрон в Майнце MAMI-A (сейчас работает как первая ступень микротрона MAMI-B). Наиболее важной особенностью работ [1–4] была регистрация рассеянных фотонов спектрометрами полного поглощения с большими кристаллами NaI(Tl), которые позволяли измерять энергию конечного фотона ω' с точностью несколько процентов.

2.1. Работы 50—70-х годов. В работах [48–52], где измерялось дифференциальное сечение УРФ на протоне, поляризуемости протона α_p и β_p не определялись.

В ФИАНе [48] измерения были выполнены при $\omega \approx 100$ МэВ для трех значений угла θ . Статистические погрешности в полученных значениях сечения равняются в среднем 20%. Систематическую погрешность авторы не приводят. Поэтому экспериментальные точки [48] не пригодны для фитирования в рамках принятой нами процедуры, учитывающей зависимость χ^2 от систематической погрешности экспериментальных сечений (см. разд. 4). Они не включены нами в массив фитируемых данных.

Из трех работ [49], выполненных в Чикагском университете, в последней получены наиболее точные данные. Она включает также ранние результаты, в которые авторы внесли значительные поправки на многократные фоновые процессы в экспериментальные сечения для малых углов θ . В соответствии со сказанным в начале этого раздела только данные при угле $\theta > 60^\circ$ включены в табл. 2. Статистические погрешности в полученных сечениях равны $\sim 5\%$, систематическая — 8%.

В [50] энергетическая зависимость сечения для углов $\theta = 50^\circ$ и 90° показана в виде сплошных полос, ширина которых определяет статистическую точность данных ($\approx 15\%$). Число энергетических интервалов соответствует числу изломов в представленных таким образом сечениях. В работе отмечено, что данные при $\theta = 50^\circ$ и $\omega \leq 80$ МэВ сильно искажены фоном. По-

этому в дальнейшем мы используем сечения при $\theta = 50^\circ$ только для энергий $\omega > 80$ МэВ. Систематическая погрешность сечений из [50] равна $\sim 10\%$.

Таблица 2. Экспериментальные данные по УРФ на протоне в области энергий фотонов до 150 МэВ. Указаны число экспериментальных точек n , систематическая погрешность δ , а также энергии, углы и дифференциальные сечения в лаб. системе

Ссылка	n	$\delta, \%$	$\omega, \text{ МэВ}$	$\theta, \text{ град}$	$d\sigma/d\Omega, \text{ нб/ср}$
Gov56 [48] *	3	-	97	45	$14,0 \pm 1,7$
				90	$13,5 \pm 1,3$
				135	$22,5 \pm 4,5$
Oxl58 [49]	4	8	60	70	$10,6 \pm 0,8$
				90	$10,8 \pm 0,4$
				120	$11,8 \pm 0,5$
				150	$14,7 \pm 0,6$
Нум59 [50]	12	10	88	50	$13,9 \pm 4,0$
				99	$13,2 \pm 3,8$
				109	$12,3 \pm 3,8$
				120	$12,8 \pm 8,3$
				60	$10,9 \pm 1,8$
				70	$10,9 \pm 1,9$
				78	$10,9 \pm 1,8$
				87	$10,8 \pm 1,5$
				95	$10,6 \pm 1,4$
				106	$10,5 \pm 1,3$
				118	$9,8 \pm 2,0$
				128	$9,4 \pm 4,0$
Gol60 [23]	5	6	55	75	$11,2 \pm 0,8$
				90	$11,0 \pm 0,5$
				120	$13,4 \pm 0,8$
				135	$15,6 \pm 0,8$
				150	$19,3 \pm 0,7$
Ber61 [51] **	2	10	120	134,5	$14,9 \pm 2,0$
				133,9	$18,9 \pm 1,9$
Fri67 [52]	16	7	80	50	$11,8 \pm 2,4$
				95	$9,4 \pm 2,4$
				105	$9,4 \pm 2,4$
				115	$8,2 \pm 2,4$
				125	$4,7 \pm 6,0$
				55	$10,6 \pm 1,4$
				75	$10,6 \pm 1,4$
				95	$10,6 \pm 1,4$
				115	$9,9 \pm 1,9$
				125	$9,7 \pm 2,8$
				135	$4,7 \pm 7,0$
				65	$15,3 \pm 4,7$
				75	$16,5 \pm 4,7$
				95	$18,9 \pm 4,7$
115	$14,2 \pm 4,7$				
125	$18,9 \pm 9,4$				
Bar74a [24]	3	1	80,9	90	$11,5 \pm 0,6$
			85,4	90	$10,9 \pm 0,4$
			109,9	90	$10,3 \pm 0,6$
Bar74b [24] (см. текст)	4	3,7	81,9	150	$14,4 \pm 1,2$
			86,3	150	$13,7 \pm 1,0$
			106,7	150	$16,0 \pm 0,8$
			111,1	150	$14,4 \pm 0,6$

(продолжение таблицы 2)

Ссылка	n	δ , %	ω , МэВ	θ , град	$d\sigma/d\Omega$, нб/ср
Fed91 [1] (см. текст)	16	3	33,5	60	$15,0 \pm 1,6$
			37,5	60	$16,1 \pm 1,4$
			44,2	60	$11,0 \pm 1,5$
			48,2	60	$12,0 \pm 1,4$
			55,0	60	$13,5 \pm 1,3$
			59,0	60	$11,7 \pm 1,2$
			65,8	60	$12,7 \pm 1,2$
			70,0	60	$12,2 \pm 1,0$
			33,5	135	$14,6 \pm 1,8$
			37,5	135	$15,0 \pm 1,5$
			44,2	135	$20,5 \pm 1,8$
			48,2	135	$14,8 \pm 1,6$
			55,0	135	$14,9 \pm 1,5$
			59,0	135	$15,7 \pm 1,4$
			65,8	135	$15,3 \pm 1,5$
			70,0	135	$13,5 \pm 1,3$
Zie92 [2] **	2	4,3	98	180	$18,4 \pm 3,4$
			132	180	$21,8 \pm 1,2$
Hal93 [3] **	12	4	135	45,6	$8,4 \pm 1,9$
			140	45,4	$8,1 \pm 1,5$
			146	45,2	$7,8 \pm 1,4$
			138	60,4	$8,3 \pm 4,5$
			144	60,1	$4,7 \pm 3,4$
			149	59,9	$9,2 \pm 3,2$
			132	82,9	$12,4 \pm 1,2$
			139	82,6	$13,0 \pm 1,1$
			145	82,3	$11,5 \pm 0,9$
			130	136,4	$18,3 \pm 1,4$
			138	136,1	$20,9 \pm 1,3$
			146	135,9	$19,7 \pm 1,3$
Mac95 [4] (tagged)	8	3,5	73,2	90	$10,4 \pm 1,7$
			81,8	90	$9,0 \pm 1,6$
			89,8	90	$10,7 \pm 1,5$
			96,8	90	$8,6 \pm 1,4$
			73,2	135	$14,3 \pm 1,8$
			81,8	135	$16,1 \pm 1,8$
			89,8	135	$16,7 \pm 1,7$
96,8	135	$16,0 \pm 1,6$			
Mac95 [4] (untagged)***	10	2,9	105	90	$9,5 \pm 1,4$
			115	90	$12,1 \pm 1,6$
			125	90	$11,2 \pm 1,0$
			135	90	$11,4 \pm 1,6$
			145	90	$13,1 \pm 2,4$
			105	135	$14,6 \pm 2,5$
			115	135	$15,9 \pm 2,0$
			125	135	$14,9 \pm 1,8$
			135	135	$18,8 \pm 1,4$
			145	135	$18,4 \pm 2,0$

*Данные этой работы не включены в фит из-за отсутствия информации о систематической погрешности.

**Большинство данных из работ [3,51] относятся к энергиям выше 150 МэВ и здесь опущены. Сечения, приведенные в [2,3,51] в с.д.м., даны в таблице в лаб. системе.

***Указанные погрешности в сечениях при каждом угле рассеяния сильно коррелированы, что необходимо учитывать при построении функции χ^2 (см. [4] и раздел 4).

В работе [51], выполненной на бетатроне Иллинойского университета, УРФ на протоне наблюдалось по одновременной регистрации протона отдачи и рассеянного фотона. Только два из полученных значений экспериментального сечения относятся к области $\omega < 150$ МэВ. Их статистические и систематические погрешности одинаковы и равны 10 %.

В MIT [52] определялась энергетическая зависимость сечения для трех углов θ . Получено 19 экспериментальных точек со статистическими погрешностями $\approx 25\%$ и систематической погрешностью 7 %. Окончательные значения сечений объявлены через 10 лет после первых публикаций.

О работах [23, 24], где впервые достаточно надежно определена электрическая поляризуемость протона и было установлено, что $\alpha_p^{\text{эксп}} > \beta_p^{\text{эксп}}$, мы уже говорили в разд. 1. Здесь ограничимся одним важным замечанием, касающимся точности работы [24]. Абсолютная нормировка сечения рассеяния фотонов на протонах в [24] выполнялась по мониторинговому процессу — рассеянию фотонов на атомных электронах. При вычислении сечения рассеяния фотона на электроне учитывались радиационные поправки. Угол рассеяния фотонов θ_e в мониторинговом процессе выбирался так, чтобы рассеянные фотоны на протонах и электронах имели одинаковую энергию ω' ; этот угол определяется отношением масс электрона и протона и углом рассеяния в основном процессе: $\sin(\theta_e/2) = \sin(\theta/2)\sqrt{m_e/M}$. Тогда при определении экспериментального отношения сечений основного и мониторингового процессов систематическая погрешность, связанная с недостаточным знанием многих факторов, включая энергетическую зависимость эффективности регистрации фотона γ -телескопом, сокращается. В действительности нужный угол рассеяния в мониторинговом сеансе был выдержан только для $\theta = 90^\circ$. По техническим причинам изменить геометрию мониторингового сеанса для полного совпадения энергетических интервалов (увеличить θ_e) при переходе к $\theta = 150^\circ$ было нельзя, и в этом случае γ -телескоп регистрировал фотоны с энергией на ~ 8 МэВ больше, чем в основном процессе. Поправка на изменение эффективности регистрации γ -телескопа с ростом энергий фотонов в [24] вводилась. Однако анализ, проведенный в рамках данной работы, показал, что связанная с этим максимальная погрешность может привести к увеличению систематической погрешности получаемых сечений УРФ до 3,7 %.

Поэтому в рамках принятой нами процедуры фитирования и построения функции χ^2 (см. формулу (16) в разд. 4) мы рассматриваем данные работы [24] при углах 90° и 150° как два независимых набора данных с систематической погрешностью 1 и 3,7 % соответственно.

2.2. Работы 90-х годов. В работе [1] были выполнены первые измерения сечений УРФ на протоне с мечеными фотонами. На микротроне MUSL-2 сечения измерены в интервале энергий ω от 33 до 70 МэВ при $\theta = 60^\circ$ и 135° . Статистические погрешности полученных в этой работе сечений равны

8–13%, систематическая — 3%. В дальнейшем авторы [1] обнаружили неточность калибровки γ -детекторов, связанную с учетом мертвого времени, и скорректировали (уменьшили) первоначальные сечения на 3–4% (см., например, рис. 9 в [4]). В настоящей работе мы используем эти исправленные значения сечений [54].

В работе [2], выполненной на микротроне МАМІ-А с мечеными фотонами, произведено уникальное измерение сечения УРФ при $\theta = 180^\circ$. Наблюдение процесса проводилось по регистрации протона отдачи, вылетающего под углом 0° , с помощью магнитного спектрометра. Измерения сделаны для энергий $\omega = 98$ и 132 МэВ с статистическими погрешностями 18,5 и 5,5% соответственно. Систематическая погрешность в полученных сечениях равна 4,3%.

В работе [3], выполненной на ускорителе SAL с тормозным пучком фотонов, дифференциальное сечение УРФ измерялось как выше, так и ниже порога фоторождения пионов на установке, регистрирующей только рассеянный фотон. Это стало возможным благодаря использованию большого NaI(Tl)-спектрометра фотонов с энергетическим разрешением 1,5%. Статистические и систематические погрешности в полученных сечениях равны 10–20 и 4% соответственно. В наших целях мы используем только малую часть этих данных, относящуюся к допороговым энергиям $\omega \leq 150$ МэВ.

Следует отметить, что полученные дифференциальные сечения представлены в [3] двумя способами: как функции энергии при фиксированных углах и как угловые распределения при фиксированных энергиях (149 МэВ в нашем случае). Мы проводили определение поляризуемостей, используя оба варианта представления сечений, и нашли, что их результаты немного отличаются. В первом значении $\alpha_p^{\text{экс}}$ на $\sim 1,3 \cdot 10^{-4}$ фм³ больше, а значение $\beta_p^{\text{экс}}$ на $\sim 0,6 \cdot 10^{-4}$ фм³ меньше, чем во втором, что, впрочем, находится в пределах статистических погрешностей. В работе [3] непосредственно измерялись энергетические распределения при фиксированных положениях γ -детектора, а угловые распределения при фиксированном ω выводились из них на основе дальнейших предположений о форме энергетической зависимости дифференциального сечения, которое имеет излом (касп) вблизи пионного порога. В нашей работе мы предпочли использовать первичные энергетические, а не вторичные угловые зависимости — всего 12 точек.

В работе [4], сделанной также на ускорителе SAL, измерения выполнялись с большими NaI(Tl)-детекторами в интервале энергий $\omega = 73 \div 148$ МэВ при углах $\theta = 90^\circ$ и 135° . Система мечения позволяла отдельно метить фотоны с энергиями $\omega \leq 100$ МэВ. В немеченых событиях спектр конечных фотонов при энергиях $\omega' \leq 80$ МэВ был загрязнен фотонами, не связанными с УРФ на протоне. Их источником служит, например, реакция $\gamma p \rightarrow e^+ e^- \gamma' p$, а также распад π^0 -мезонов, рождаемых фотонами тормозного спектра, максимальная энергия которого (148 МэВ) немного превышала порог фоторо-

ждения π^0 -мезонов (144,7 МэВ). Поэтому сечения при $\omega < 100$ МэВ определялись только по событиям с мечеными фотонами, а при $\omega > 100$ МэВ — по немеченым событиям. Статистические погрешности в значениях сечений при $\omega < 100$ МэВ и $\omega > 100$ МэВ равны 10–17 и $\sim 13\%$ соответственно. Систематическая погрешность измерений с мечеными фотонами в среднем равна 3,5%, а с тормозными фотонами — 2,9%.

Отметим, что энергия электронного пучка, использованного в работе [4], была фиксированной, так что энергетическая зависимость сечения УРФ с тормозными фотонами получалась в результате анализа спектра регистрируемых фотонов. Из-за конечного энергетического разрешения детектора получаемые сечения в выбранных пяти интервалах энергий от 100 до 150 МэВ имеют сильно коррелированные статистические погрешности, что следует учитывать при использовании метода χ^2 . В табл. 2 приведены сечения только с диагональными элементами матрицы погрешностей [4]. Использовать буквально указанные погрешности для представления результатов эксперимента [4] нельзя. Правильная процедура обсуждается в [4] (см. также разд. 4).

В [8] сумма и разность поляризуемостей протона α_p и β_p извлекались из данных [1–4, 24] при $\omega \leq 150$ МэВ и полученных совсем недавно на ускорителях BNL и MAMI данных [5–7], относящихся к окрестности Δ_{33} -резонанса. Фитирование всех этих данных, выполненное в [8], показало, что получаемое значение разности $(\alpha_p - \beta_p)^{\text{экс}}$ весьма чувствительно к деталям теоретического описания УРФ выше порога фоторождения пионов (см. разд. 3 и 5). Поэтому далее мы не используем данные по УРФ при $\omega > 150$ МэВ,

Все данные по дифференциальному сечению γp -рассеяния при $\omega \leq 150$ МэВ собраны в табл. 2, где для каждой работы приводится число экспериментальных точек (n), систематическая погрешность (δ) и сами сечения при энергии ω для угла θ со статистическими погрешностями. Из табл. 2 видно, что систематические погрешности измерений сечения УРФ на протоне в работах последних лет приблизительно в два раза меньше, чем в ранних работах, за исключением [24]. Однако статистическая точность измерений низкоэнергетического сечения, достигнутая в ранних работах, не только не уступает точности измерений последних лет, но в ряде работ ее превосходит. По числу полученных экспериментальных точек ранние и поздние работы практически совпадают. Несомненным достоинством работ 90-х годов являются измерения энергетической зависимости сечения УРФ. К недостаткам этих работ относится бедная информация по угловому распределению, асимметрия которого относительно угла $\theta = 90^\circ$ чувствительна к величине магнитной поляризуемости протона и модельным поправкам в теоретическом сечении. Поэтому при определении мировых средних значений поляризуемостей протона $\alpha_p^{\text{экс}}$ и $\beta_p^{\text{экс}}$ все еще желательно фитировать всю совокупность не очень многочисленных и не очень точных экспериментальных данных по УРФ на протоне.

3. ФИТИРУЮЩИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ

В этом разделе обсуждаются низкоэнергетическое и дисперсионное дифференциальные сечения УРФ на протоне, которые обычно используются при фитировании экспериментальных данных и определении экспериментальных значений поляризуемостей протона $\alpha_p^{\text{эксп}}$ и $\beta_p^{\text{эксп}}$. Специально обращается внимание на область применимости и точность теоретических дифференциальных сечений.

3.1. Низкоэнергетическое приближение. Разложение дифференциального сечения УРФ на протоне по степеням энергии падающего фотона в л.с. ω есть следствие низкоэнергетических теорем для амплитуды рассеяния T_{fi} ($f = \gamma'p'$ и $i = \gamma p$, конечное и начальное состояния), выведенных без использования теории возмущений по константе сильной связи из общих принципов квантовой теории поля: релятивистская, калибровочная, P -, T -инвариантности, полнота системы состояний и т.д. Так, по теореме Тирринга [55], справедливой также во всех порядках по константе тонкой структуры $e^2 = 1/137$ ($\hbar = c = 1$), амплитуда УРФ на любой заряженной частице (ион, ядро, адрон) в пределе нулевой энергии ω совпадает с классической томсоновской амплитудой $T_{fi}^T = -(e^2/M)\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}'$, где e и M — заряд и масса частицы, а \mathbf{e} и \mathbf{e}' — векторы поляризации начального и конечного фотонов.

Теорема Гелл-Манна–Гольдбергера–Лоу [56,57] утверждает, что постоянные коэффициенты при линейных по ω спин-тензорных структурах разложения амплитуды УРФ на протоне выражаются через заряд e , массу M и а.м.м. λ . Однако все ω -члены в амплитуде зависят от спина протона и не вносят линейный по ω вклад в дифференциальное сечение для неполяризованных протонов.

Обобщение этих низкоэнергетических теорем на ω^2 -члены амплитуды УРФ было получено в работах [26,28,58–61], где доказано, что соответствующие коэффициенты разложения выражаются через e , M , λ и две структурные константы α_p и β_p , получившие названия поляризуемостей протона.

В рамках того же квантово-полевого подхода выведены новые формулы и для самих поляризуемостей, которые кроме известных из нерелятивистской теории сумм по возбужденным состояниям протона имеют дополнительные релятивистские поправки, выражающиеся через e , M , λ и зарядовый радиус протона [28,58,60–62]. Схожесть полученных формул с нерелятивистскими послужила основанием для принятого названия констант α_p и β_p . Обобщенная низкоэнергетическая теорема открыла возможность вывести дифференциальное сечение УРФ на протоне с точностью до ω^2 -членов и тем самым поставила задачу экспериментального определения поляризуемостей α_p и β_p на реальную основу. Такое низкоэнергетическое дифференциальное сечение, выведенное впервые в [28a], при явном учете кроссинг-симметрии амплитуды

T_{fi} принимает в лабораторной системе вид

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{e^2}{M} \right)^2 \left(\frac{\omega'}{\omega} \right)^2 & \left\{ 1 + \cos^2 \theta + \frac{\omega\omega'}{M^2} \left[1 + 2\lambda + \frac{9}{2}\lambda^2 + 3\lambda^3 + \frac{3}{4}\lambda^4 - \right. \right. \\ & \left. \left. - (2 + 4\lambda + 5\lambda^2 + 2\lambda^3) \cos \theta + \left(1 + 2\lambda + \frac{1}{2}\lambda^2 - \lambda^3 - \frac{1}{4}\lambda^4 \right) \cos^2 \theta \right] - \right. \\ & \left. - \frac{2M\omega\omega'}{e^2} [\alpha_p(1 + \cos^2 \theta) + 2\beta_p \cos \theta] + O(\omega^2\omega'^2) \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\omega' = \omega/[1 + (\omega/M)(1 - \cos \theta)]$ — энергия конечного фотона в л.с. Последний член в квадратных скобках в формуле (1) получается из-за интерференции томсоновского вклада в амплитуде с теми ω^2 -вкладами, которые зависят от поляризуемостей α_p и β_p . Если его отбросить, то (1) переходит в сечение Поуэлла $d\sigma^{\text{П}}/d\Omega$. Еще раз подчеркнем, что при выводе формулы (1) никаких предположений о структуре протона и механизмах его взаимодействия с фотоном не делалось*. Поэтому дифференциальное сечение (1) называют безмодельным, и оно может рассматриваться как операциональное определение поляризуемостей α_p и β_p через УРФ на протоне. Если в (1) исключить фактор фазового объема $(\omega'/\omega)^2$, то видно, что низкоэнергетическое разложение идет по единственному кроссинг-симметричному параметру $\omega\omega'$. Таким образом, формула (1) фактически справедлива до ω^3 -членов включительно (см. [29]). Для краткости мы обозначаем низкоэнергетическое разложение дифференциального сечения (1) как LEX.

Использование LEX для фитирования экспериментальных данных и определения значений поляризуемостей $\alpha_p^{\text{эксп}}$ и $\beta_p^{\text{эксп}}$ оправданно, если «редуцированное экспериментальное сечение»

$$\frac{d\tilde{\sigma}^{\text{эксп}}}{d\Omega} = \left(\frac{\omega}{\omega'} \right)^2 \frac{d\sigma^{\text{эксп}}}{d\Omega} \quad (2)$$

при фиксированном угле рассеяния θ линейно зависит от $\omega\omega'$. Как имеющиеся данные удовлетворяют этому требованию, показано на рис. 1, где даны экспериментальные сечения при $\theta = 90^\circ$ и 135° . Там же показана теоретическая зависимость от $\omega\omega'$ других низкоэнергетических сечений, а также дисперсионного сечения. Видно, что отбрасываемые в LEX члены

*В [26, 28, 29, 60, 61] низкоэнергетические теоремы выведены в низшем по e^2 приближении. Радиационные поправки к формуле (1) вычислялись в [63, 64]. При интересующих нас энергиях ω и углах θ эти поправки сводятся к сдвигу поляризуемостей протона на пренебрежимо малую величину порядка $e^4/M^3 = 0,005 \cdot 10^{-4}$ фм³.

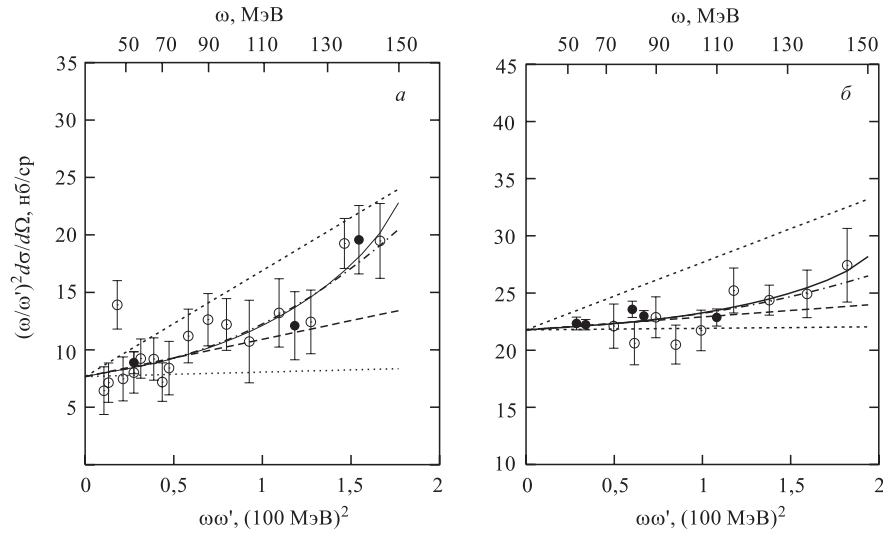


Рис. 1. Зависимость редуцированного дифференциального сечения γp -рассеяния (2) от $\omega\omega'$ при фиксированном угле $\theta = 90^\circ$ (а) или 135° (б). Точечные кривые — сечение Поуэлла (верхняя кривая) и Клейна–Нишины–Тамма (нижняя кривая); они отличаются учетом и, соответственно, неучетом аномального магнитного момента протона. Пунктирная кривая — сечение LEX (1) при $\alpha_p = 12, 1$ и $\beta_p = 2, 1$. Штрихпунктирная кривая (ELEX) включает поправки Δ_1 и Δ_2 (см. текст). Сплошная кривая — предсказания дисперсионных соотношений. Данные из работ [23, 24, 49, 51] (черные кружки) и [1, 4] (светлые кружки)

$O(\omega^2\omega'^2)$ при $\omega \geq 80$ МэВ не малы. Чтобы иметь возможность фитировать все данные при $\omega < 150$ МэВ простым алгебраическим выражением, добавим к формуле (1) $\omega^2\omega'^2$ -поправку, ответственную за нелинейный рост «редуцированного сечения». Общая структура такой поправки имеет вид

$$\Delta_1 = \left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2 \omega^2\omega'^2 A(\theta), \quad (3)$$

где $A(\theta)$ — полином третьей степени от $\cos\theta$ [65], значение которого при фиксированном θ будем считать новым свободным параметром*. Другая по-

*При одновременном фитировании данных, относящихся к разным углам θ , нужно варьировать наряду с α_p и β_p еще четыре коэффициента полинома $A(\theta)$, что приводит к заметному увеличению ошибок в извлекаемых значениях $\alpha_p^{\text{экс}}$ и $\beta_p^{\text{экс}}$. Все или часть из этих коэффициентов можно вычислить в рамках дисперсионного подхода (см. п. 3.2), но это вносит в низкоэнергетическое сечение модельную зависимость. Такова плата за расширение области применимости формулы (1).

правка к формуле (1), влияющая на результаты фитирования, возникает от интерференции ω -членов в низкоэнергетической амплитуде с кубичной по ω амплитудой Лоу [51, 56], учитывающей вклад ближайшего к физической области значений кинематических переменных полюса в t -канале от обмена нейтральным пионом. Она имеет вид*

$$\Delta_2 = \left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2 \frac{e^2 \omega^2 \omega'^2}{M^2} \frac{g_{\pi NN} F_{\pi\gamma\gamma}}{8\pi(m_\pi^2 - t)} [1 + 3\lambda + \lambda^2 - (1 + \lambda) \cos \theta] (1 - \cos \theta)^2. \quad (4)$$

В (4) $t = -2\omega\omega'(1 - \cos \theta)$ — квадрат передаваемого протону 4-импульса, m_π — масса нейтрального пиона, а произведение констант πNN -взаимодействия и распада $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ отрицательно (в соответствии со структурой аномалии в алгебре токов и эффективных киральных лагранжианах; см., например, [67]) и дается выражением

$$g_{\pi NN} F_{\pi\gamma\gamma} = -16\pi \sqrt{\frac{g_{\pi NN}^2}{4\pi} \frac{\Gamma_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma}}{m_\pi^3}} = -(0,331 \pm 0,012) \text{ ГэВ}^{-1}. \quad (5)$$

В (5) подставлены следующие численные значения констант: $g_{\pi NN}^2/4\pi = (13,75 \pm 0,55)$ [68], $\Gamma_{\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma} = (7,74 \pm 0,55)$ эВ [69]. Выделение интерференционного вклада (4) в отдельное слагаемое объясняется его резкой полюсной зависимостью от t . Пренебречь этой t -зависимостью нельзя. Действительно, при $\omega \geq 70$ МэВ и $\theta \geq 90^\circ$ значения $|t| \geq m_\pi^2$ и разложение Δ_2 в степенной ряд по t/m_π^2 невозможно. Следовательно, дифференциальное сечение (1) с поправками (3) и (4), которое будем обозначать как ELEX, не является последовательным низкоэнергетическим приближением, и его следует рассматривать как одно из простых аппроксимирующих выражений. Область применимости ELEX, как видно из рис. 1, простирается до энергий $\omega \approx 130$ – 140 МэВ. ELEX удобно использовать при фитировании экспериментальных сечений, измеренных при одном угле θ и разных энергиях ω . В этом случае имеются два неизвестных параметра: $\alpha_p(1 + \cos^2 \theta) + 2\beta_p \cos \theta$ и $A(\theta)$. Выполнив процедуру фитирования для двух углов, например $\theta_1 = 90^\circ$ и $\theta_2 = 135^\circ$, получаем два экспериментальных значения первого параметра и, решая систему из двух уравнений, находим сами поляризуемости $\alpha_p^{\text{экс}}$ и $\beta_p^{\text{экс}}$. Далее мы используем ELEX только для независимой проверки фитов с дисперсионным дифференциальным сечением из-за невозможности применить такой «модельно-независимый» анализ ко всем данным в табл. 2 из-за их скудости,

* Впервые влияние поправок Δ_1 и Δ_2 на значения $\alpha_p^{\text{экс}}$ и $\beta_p^{\text{экс}}$, извлекаемые из экспериментальных данных, обсуждалось в [65, 66]. Однако из-за неправильного определения знака поправки Δ_2 найденные там значения $(\alpha_p - \beta_p)^{\text{экс}}$ заметно отличаются от современных.

недостаточной точности и больших погрешностей в получаемых значениях $\alpha_p^{\text{эксп}}$ и $\beta_p^{\text{эксп}}$.

3.2. Дисперсионный подход. Теперь кратко обсудим дисперсионный расчет дифференциального сечения УРФ на протоне, которое в разд. 5 используется для фитирования данных из табл. 2 и определения экспериментальных значений поляризуемостей протона. В отличие от низкоэнергетических сечений LEX и ELEX область практической применимости дисперсионного дифференциального сечения значительно шире. Так, в [38] в рамках дисперсионного подхода получено удовлетворительное описание всех данных по УРФ на протоне при энергии $\omega \lesssim 1,0$ ГэВ, включая поляризационные характеристики. Дальнейшее изложение следует работам [31, 36, 38], к которым мы отсылаем за отсутствующими ниже деталями.

Из [70, 71] известно, что общая амплитуда УРФ на протоне T_{fi} для начальных и конечных частиц с произвольными поляризациями выражается через шесть скалярных амплитуд, зависящих от двух кинематических переменных, например, от энергии и угла рассеяния фотона. В релятивистском расчете удобно использовать свободные от кинематических особенностей и связей амплитуды $A_{k=1\dots 6}(\nu, t)$ [72] от инвариантных переменных $\nu = (s - u)/4M = \omega + t/4M$ и t , где s, u, t — мандельштамовские переменные. По определению четные по ν амплитуды $A_k(\nu, t)$ при фиксированном и по крайней мере малом $|t| \leq 12m_\pi^2$ являются аналитическими функциями во всей комплексной плоскости ν (см. [73, 74]), исключая полюсы и разрезы на вещественной оси, и удовлетворяют дисперсионному соотношению при конечной энергии [31, 36, 72]:

$$\begin{aligned} \text{Re } A_k(\nu, t) = & \frac{a_k(t)}{\nu^2 - \frac{t^2}{16M^2}} + \frac{2}{\pi} P \int_{\nu_{\text{пор}}(t)}^{\nu_{\text{макс}}(t)} \frac{\nu' \text{Im } A_k(\nu', t)}{\nu'^2 - \nu^2} d\nu' + \\ & + \frac{1}{\pi} \text{Re} \int_0^\pi \frac{\nu'^2 A_k(\nu', t)}{\nu'^2 - \nu^2} d\varphi \Big|_{\nu' = \nu_{\text{макс}}(t) \exp(i\varphi)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Первый член в правой части (6) — однонуклонный полюсный вклад $A_k^{\text{пол}}(\nu, t)$, в числителе которого стоит линейная функция t с известными коэффициентами, зависящими от заряда e , массы M и а.м.м. λ протона. Взятый отдельно вклад $A_k^{\text{пол}}(\nu, t)$ приводит к дифференциальному сечению Поуэлла [25]. Второй член, интегральный вклад $A_k^{\text{нт}}(\nu, t)$, учитывает низшие адронные возбуждения протона в промежуточных состояниях УРФ на протоне. Нижний предел интегрирования $\nu_{\text{пор}}(t)$ равен порогу фоторождения одиночных пионов на протоне по переменной ν при фиксированном t : $\nu_{\text{пор}}(t) = m_\pi + m_\pi^2/2M + t/4M$. Выбор верхнего предела $\nu_{\text{макс}}(t) = \omega_{\text{макс}} + t/4M$ определяется реальной возможностью вычислить мнимую часть $A_k(\nu, t)$ в интервале от $\nu_{\text{пор}}(t)$ до $\nu_{\text{макс}}(t)$, используя условие унитарности для амплитуды

T_{fi} в e^2 -приближении:

$$2 \operatorname{Im} T_{fi} = \sum_n (2\pi)^4 \delta(P_n - P_i) T_{nf}^* T_{ni} \quad (7)$$

и результаты мультипольных анализов экспериментальных данных по фоторождению пионов на протоне. В (7) суммирование выполняется по всем разрешенным законами сохранения состояниям адронов $|n\rangle = |\pi N\rangle, |\pi\pi N\rangle, \dots$ с полным 4-импульсом P_n . Фактически в численных расчетах используются формулы, являющиеся следствием (7) и связывающие мнимые части амплитуд $A_k(\nu, t)$ с квадратичными формами от мультипольных амплитуд пионного фоторождения. Если ω_{\max} положить равным 1,5 ГэВ, то в расчетах интегрального вклада $A_k^{\text{инт}}(\nu, t)$ можно ограничиться πN - и $\pi\pi N$ -вкладами (см. ниже).

Третий член в (6), так называемый асимптотический вклад $A_k^{\text{ас}}(\nu, t)$, учитывает связь «высокоэнергетического» поведения амплитуды $A_k(\nu, t)$ с низкоэнергетическим. Предполагая применимость асимптотического степенного разложения по ν амплитуды $A_k(\nu, t)$, предсказываемого полюсной моделью Редже, на полуокружности с радиусом $\nu_{\max}(t)$, по которой проводится интегрирование, получаем следующее выражение для асимптотического вклада*:

$$A_k^{\text{ас}}(\nu, t) \approx \sum_R \frac{b_k^R(t) (2M\alpha'_R \nu_{\max}(t))^{\alpha_R(t) - n_k}}{\alpha_R(t) - n_k} \times \left[1 + \frac{\alpha_R(t) - n_k}{\alpha_R(t) - n_k - 2} \left(\frac{\nu}{\nu_{\max}(t)} \right)^2 + \dots \right]. \quad (8)$$

В (8) $\alpha_R(t) = \alpha_R(0) + \alpha'_R t$ — траектории полюсов Редже $R = P$ (померон), f_2 , a_2 , π , σ , \dots , обмен которыми в t -канале УРФ на протоне приводит к слагаемым с разной зависимостью от ν в асимптотиках амплитуд $A_k(\nu, t)$. Интерсепты $\alpha_R(0)$ и наклоны α'_R траекторий $\alpha_R(t)$ известны из эксперимента: $\alpha_P(0) \approx 1,1$, $\alpha_{f_2, a_2}(0) \approx 0,5$, $\alpha_\pi(0) \approx 0$, $\alpha_\sigma(0) \approx -0,5$; $\alpha'_P \approx 0,2 \text{ ГэВ}^{-2}$, $\alpha'_{f_2, a_2, \pi, \sigma} \approx 0,9 \text{ ГэВ}^{-2}$. Целые числа $n_{1,2} = 0$, $n_{3,5,6} = 2$, $n_4 = 3$ определяют сигнатуру (четность спинов) полюсов Редже $\tau_R = (-1)^{n_k}$, вносящих вклад в асимптотику амплитуды $A_k(\nu, t)$; $b_k^R(t)$ — вещественные функции t , пропорциональные вычетам в полюсах R . Масштаб и t -зависимость функций $b_k^R(t)$, как правило, можно определить только грубо, привлекая экспериментальную информацию о процессах взаимодействия фотона с протоном

*При выводе (8) не учитывается теоретически возможный вклад фиксированного полюса или кронекеровского члена [75] в асимптотику амплитуды $A_k(\nu, t)$, так как убедительного экспериментального свидетельства его существования нет [30, 76].

при энергии $\omega \geq 1,5$ ГэВ и дополнительные модельные представления. С учетом P, C -симметрии и сигнатуры τ_R главные вклады в $A_k^{\text{ac}}(\nu, t)$ вносят траектории $\alpha_R(t)$ с интерсептом $\alpha_R(0) > -1$: $P, f_2(1270), a_2(1320), \sigma$ (или $f_0(400-1200)$) при $k = 1, 3, 5, 6$; $P, f_2(1270), a_2(1320), \pi$ при $k = 2$; $a_1(1260), f_1(1285)$ при $k = 4$. Таким образом, из (8) следует, что асимптотические вклады $A_k^{\text{ac}}(\nu, t)$ зависят от нескольких ненадежно определяемых функций $b_k^R(t)$, которые могут быть уточнены на основе будущих более полных и более точных экспериментальных данных по УРФ на протоне при разных ν и t , в частности, по асимметрии рассеяния линейно поляризованных фотонов на протонах при $\omega \geq 1,5$ ГэВ. Отметим, что асимптотические вклады (8) из-за присутствия в знаменателе выражения $\alpha_R(t) - n_k$ имеют полюсы, характерные для обмена частицами в t -канале, в частности, π - и σ -мезонами.

В допороговой области, где $\nu \leq m_\pi + m_\pi^2/2M, |t| \leq 3,5m_\pi^2$ и $\nu^2/\nu_{\text{макс}}^2(t) \ll 1$, задача определения вкладов $A_k^{\text{ac}}(\nu, t)$ несколько упрощается, так как они, во-первых, перестают практически зависеть от ν , то есть $A_k^{\text{ac}}(\nu, t) \approx A_k^{\text{ac}}(0, t)$. Во-вторых, при относительно малых t вместо (8) можно использовать одно- или двухполюсную аппроксимацию

$$A_k^{\text{ac}}(\nu, t) \approx a_k \frac{M_k^2}{M_k^2 - t}, \quad k = 1, 3, 4, 5, 6 \quad (9)$$

и

$$A_2^{\text{ac}}(\nu, t) \approx a_2 \frac{M_2^2}{M_2^2 - t} + \frac{g_{\pi NN} F_{\pi\gamma\gamma}}{t - m_\pi^2} \frac{\Lambda_\pi^2 - m_\pi^2}{\Lambda_\pi^2 - t}, \quad (10)$$

где a_k — не определенные пока константы, а M_k — массы эффективных промежуточных частиц в t -канале. Мы явно выделили в $A_2^{\text{ac}}(\nu, t)$ быстроменяющийся с изменением t вклад от π^0 -обмена, в котором в отличие от (4) учтен комбинированный формфактор πNN - и $\pi^0\gamma\gamma$ -вершин с $\Lambda_\pi = 0,7$ ГэВ. Другие вклады в (9) и (10) не так резко зависят от t , так как массы эффективных частиц M_k лежат в пределах от 0,5 до 1,0 ГэВ. Согласно (8) асимптотические вклады $A_{1,2}^{\text{ac}}(\nu, t)$ пропорциональны $\nu_{\text{макс}}(t)$, а $A_{3,4,5,6}^{\text{ac}}(\nu, t)$ убывают как $1/\nu_{\text{макс}}(t)$ или быстрее. Если $\nu_{\text{макс}}(t)$ достаточно большое, можно ожидать, что вклады $A_{3,4,5,6}^{\text{ac}}(\nu, t)$ малы по сравнению с интегральными вкладами $A_{3,4,5,6}^{\text{инт}}(\nu, t)$. Для величин $A_{3+6}^{\text{ac}}(0, 0) = A_3^{\text{ac}}(0, 0) + A_6^{\text{ac}}(0, 0)$ и $A_{3+6}^{\text{инт}}(0, 0) = A_3^{\text{инт}}(0, 0) + A_6^{\text{инт}}(0, 0)$ это прямо следует из дисперсионного ПС для $\alpha_p + \beta_p$,

записанного в виде [72]*:

$$\begin{aligned} \alpha_p + \beta_p &= -\frac{1}{2\pi} \left(A_{3+6}^{\text{инт}}(0, 0) + A_{3+6}^{\text{ас}}(0, 0) \right) = \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \left(\int_{\nu_{\text{пор}}(0)}^{\nu_{\text{макс}}(0)} \frac{\sigma_{\text{пол}}(\nu)}{\nu^2} d\nu + \int_{\nu_{\text{макс}}(0)}^{\infty} \frac{\sigma_{\text{пол}}(\nu)}{\nu^2} d\nu \right). \end{aligned} \quad (11)$$

В (11) под знаками интегралов стоит умноженное на $1/\nu^2$ полное сечение адронного фотопоглощения на протоне. В интервале энергий ν от 1,3 до 20 ГэВ оно хорошо воспроизводится феноменологической формулой $\sigma_{\text{пол}}(\nu) = A_p + B_{f_2+a_2}/\sqrt{\nu}$, где $A_p \approx 100$ мкб и $B_{f_2+a_2} \approx 57$ мкб·ГэВ^{1/2}, учитывающей обмена P^- , f_2^- и a_2 -траекториями Редже [79]. В сумме поляризуемостей

$$(\alpha_p + \beta_p)^{\text{теор}} = 14,0 \pm 0,5, \quad (12)$$

вычисленной с помощью (11), при $\nu_{\text{макс}}(0) = 1,5$ ГэВ вклад второго интеграла, который получен путем преобразования соответствующего интеграла по полуокружности в (6), составляет всего 6%. Далее предполагается, что неравенство $|A_{3+6}^{\text{инт}}(\nu, t)| \gg |A_{3+6}^{\text{ас}}(\nu, t)|$ выполняется не только при нулевых, но, по крайней мере, и малых ν и t . Асимптотические вклады $A_{3,4,5}^{\text{ас}}(\nu, t)$ имеют дополнительный фактор малости по сравнению с вкладом $A_6^{\text{ас}}(\nu, t)$. Он обусловлен тем, что амплитуды $A_{3,4,5}(\nu, t)$ при больших ν описывают УРФ на протоне с переворотом спинов частиц, которое, как известно из эксперимента, подавлено в несколько раз по сравнению с рассеянием без переворота спинов [80, 81]. Следовательно, вклады $A_{3,4,5}^{\text{ас}}(\nu, t)$ еще меньше, чем $A_{3+6}^{\text{ас}}(\nu, t)$, и коэффициенты $a_{3,4,5}$ в (9) будем считать равными нулю. В этом приближении естественными параметрами амплитуд $A_k(\nu, t)$ и дифференциального сечения являются остающиеся коэффициенты $a_{1,2,6}$ и массы $M_{1,2,6}$. Коэффициенты $a_{1,2,6}$ в (9) и (10) можно выразить через $\alpha_p - \beta_p$, $\alpha_p + \beta_p$ и γ_π , где последняя величина есть спиновая поляризуемость назад (см., например, [82]). Для этого нужно воспользоваться первым равенством в (11) и соотношениями $2\pi(\alpha_p - \beta_p) = -(A_1^{\text{инт}}(0, 0) + A_1^{\text{ас}}(0, 0))$ и

*ПС (11) все еще не имеет устоявшегося названия. Например, в [38] оно называется ПС Балдина–Липидуса, а в [32] — ПС Балдина. Отметим, что ПС (11), строго говоря, справедливо с точностью до вещественной аддитивной константы C , которая появляется из-за принципиальной возможности добавить к аналитической функции $A_3(\nu, t) + A_6(\nu, t)$ постоянное слагаемое (вклад фиксированного полюса $J = 2$), не изменяя ее особенностей [77]. Константу C можно попытаться определить экспериментально. В частности, поэтому в разд. 5 мы варьируем α_p и β_p как независимые параметры. Фиксированный полюс $J = 2$ меняет асимптотическое поведение амплитуды УРФ вперед и, следовательно, влияет на энергетическую зависимость дифференциального сечения $d\sigma/dt$ при высоких энергиях. Используя данные FNAL по $d\sigma/dt$ при $\omega = 50 \div 130$ ГэВ [78], можно получить достаточно сильное ограничение $|C| \lesssim 0,02 \cdot 10^{-4}$ фм³.

$2\pi M\gamma_\pi = -(A_{2+5}^{\text{ннт}}(0,0) + A_{2+5}^{\text{ac}}(0,0))$. В результате вместо трех дисперсионных соотношений (6) для амплитуд $A_{1,2,6}(\nu, t)$ получаем

$$\text{Re } A_1(\nu, t) = A_1^{\text{пол}}(\nu, t) + A_1^{\text{ннт}}(\nu, t) - \left[A_1^{\text{ннт}}(0,0) + 2\pi(\alpha_p - \beta_p) \right] \frac{M_1^2}{M_1^2 - t}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{Re } A_{2+5}(\nu, t) &= A_{2+5}^{\text{пол}}(\nu, t) + A_{2+5}^{\text{ннт}}(\nu, t) - \\ &- \left[A_{2+5}^{\text{ннт}}(0,0) + 2\pi M\gamma_\pi - \frac{g_{\pi NN} F_{\pi\gamma\gamma}}{m_\pi^2} \right] \frac{M_2^2}{M_2^2 - t} + \frac{g_{\pi NN} F_{\pi^0\gamma\gamma}}{t - m_\pi^2} \frac{\Lambda_\pi^2 - m_\pi^2}{\Lambda_\pi^2 - t}, \quad (14) \end{aligned}$$

$$\text{Re } A_{3+6}(\nu, t) = A_{3+6}^{\text{пол}}(\nu, t) + A_{3+6}^{\text{ннт}}(\nu, t) - \left[A_{3+6}^{\text{ннт}}(0,0) + 2\pi(\alpha_p + \beta_p) \right] \frac{M_6^2}{M_6^2 - t}. \quad (15)$$

Для величин $\alpha_p - \beta_p$ и γ_π , как и для $\alpha_p + \beta_p$, из дисперсионных соотношений (6) можно вывести правила сумм при конечной энергии. В [31, 72, 83] такие правила сумм использовались для более или менее точных расчетов значений $\alpha_p - \beta_p$ и γ_π . Однако при фитировании низкоэнергетических экспериментальных данных дисперсионным сечением некоторые из его параметров варьируют: $\alpha_p - \beta_p$ в [2], $\alpha_p - \beta_p$ и $\alpha_p + \beta_p$ в [1, 4], $\alpha_p - \beta_p$, $\alpha_p + \beta_p$ и γ_π в [8]. При одном и том же массиве фитируемых точек с ростом числа варьируемых параметров точность получаемых экспериментальных значений этих параметров, конечно, уменьшается. Далее мы обсудим основные источники неопределенностей, возникающие при расчете дисперсионного сечения, в частности, из-за разброса используемых значений параметров, которые не варьируются.

3.3. Источники теоретических неопределенностей. Численный расчет интегральных вкладов $A_k^{\text{ннт}}(\nu, t)$ вносит сравнительно малые неопределенности в дисперсионное дифференциальное сечение и, соответственно, в значения параметров, определяемых при фитировании данных в допороговой области. Основной вклад в $A_k^{\text{ннт}}(\nu, t)$ вносит интегрирование по области $\nu' \leq 0,5$ ГэВ. Используя два набора довольно точных при $\nu' \leq 0,5$ ГэВ «экспериментальных» мультипольных амплитуд фоторождения одиночных пионов на протоне, как основной — SAID из [34] и как альтернативный — HDD из [35], можно оценить погрешность, возникающую при определении значений $\alpha_p^{\text{эксп}}$ и $\beta_p^{\text{эксп}}$. Численные значения всех теоретических (модельных) погрешностей приводятся в разд. 5. Главное различие между наборами [34] и [35] заключается в пороговом поведении s -волновой амплитуды E_{0+} . Мы изменяем также резонансную амплитуду M_{1+} на $\pm 2\%$ так, как это описано в [84]. Учет парного фоторождения пионов, которое начинает вносить заметный вклад в полное сечение $\sigma_{\text{полн}}(\gamma p \rightarrow \text{адроны})$, при $\omega \gtrsim 0,4$ ГэВ мало изменяет доминирующие интегральные вклады $A_1^{\text{ннт}}(\nu, t)$ и $A_{3+6}^{\text{ннт}}(\nu, t)$. В дисперсионных соотношениях (13)–(15) сильное подавление интегральных вкладов от больших ν' происходит из-за вычитаний, например, из-за присутствия

члена $A_{3+6}^{\text{инт}}(\nu, t) - A_{3+6}^{\text{инт}}(0, 0)M_6^2/(M_6^2 - t)$ в (15). Это легко проверить при $t = 0$ и убедиться, что вычитание приводит к появлению дополнительного обрезającego фактора ν^2/ν'^2 под знаком интеграла. Для получения верхней оценки погрешности, связанной с учетом парного фоторождения пионов, мы рассматриваем в разд. 5 случай, когда оно вообще опускается.

Как показывают расчеты, основная неопределенность возникает при учете асимптотических вкладов в дисперсионных соотношениях (13)–(15). При разных k роль $A_k^{\text{ac}}(\nu, t)$, как мы уже отметили ранее, не одинакова. Вклад $A_1^{\text{ac}}(\nu, t)$ почти целиком определяет экспериментальное значение разности поляризуемостей $\alpha_p^{\text{экс}} - \beta_p^{\text{экс}} \approx 10$, и от значения массы M_1 заметно зависят результаты фитирования. В настоящей работе выбрано $M_1 = 0,5$ ГэВ, хотя в [38] для удовлетворительного описания данных выше Δ_{33} -резонанса приходилось брать $M_1 = 0,6$ ГэВ, которое там называлось «массой σ -мезона». В асимптотическом вкладе $A_{2+5}^{\text{ac}}(\nu, t)$ (14) первый член относительно мал и множитель $M_2^2/(M_2^2 - t)$ не так существен. Вклад самого π^0 -обмена заметен, и неопределенности в значениях Λ_π и (5) следует учитывать. Однако при малых t изменение Λ_π не имеет самостоятельного значения и сводится к сдвигу коэффициента a_{2+5} и, соответственно, γ_π . В дальнейшем мы берем $\Lambda_\pi = 0,7$ ГэВ, а спиновую поляризуемость без вклада π^0 -обмена меняем в пределах точности теоретического расчета [85]: $\gamma_\pi^{(\text{non-}\pi^0)} = \gamma_\pi - g_{\pi NN}F_{\pi\gamma\gamma}/2\pi Mm_\pi^2 = (5,5 \pm 1,8) \cdot 10^{-4}$ фм⁴. Так как вклад $A_{3+6}^{\text{ac}}(\nu, t)$ сам по себе мал, то результаты фитирования практически не зависят от значения M_6 .

4. ФИТИРОВАНИЕ С УЧЕТОМ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

При определении физических параметров (поляризуемостей протона) из нескольких ($N_{\text{экс}}$) независимых экспериментов по измерению дифференциальных сечений γp -рассеяния возникает необходимость совместного учета как статистических, так и систематических погрешностей. Для каждого отдельно взятого эксперимента $j = 1, \dots, N_{\text{экс}}$, рассматриваемого в данном анализе, относительные систематические погрешности измеряемых сечений $\sigma_{ij}^{\text{экс}} \equiv \sigma^{\text{экс}, j}(\omega_{ij}, \theta_{ij})$, $i = 1, \dots, n_j$ слабо зависят от энергий или углов рассеяния фотонов и в основном сводятся к неопределенности в общей нормировке k_j этих сечений. Коэффициенты k_j можно рассматривать как неизвестные параметры обобщенного теоретического описания экспериментов, при котором теоретические сечения $\sigma_{ij}^{\text{теор}} \equiv \sigma(\omega_{ij}, \theta_{ij}; \alpha_p, \beta_p)$, зависящие от поляризуемостей протона, должны согласовываться с перемасштабированными экспериментальными сечениями $k_j \sigma_{ij}^{\text{экс}}$. Тот факт, что величины k_j равны единице в пределах неопределенностей δ_j абсолютизации сечений отдельных экспе-

риментов, можно рассматривать как независимое «измерение» этих величин. Соответственно функция χ^2 записывается как [86]

$$\chi^2(k; \alpha_p, \beta_p) = \sum_{j=1}^{N_{\text{эксп}}} \left\{ \sum_{i=1}^{n_j} \left(\frac{k_j \sigma_{ij}^{\text{эксп}} - \sigma_{ij}^{\text{теор}}}{k_j \Delta \sigma_{ij}^{\text{эксп}}} \right)^2 + \left(\frac{k_j - 1}{k_j \delta_j} \right)^2 \right\}, \quad (16)$$

где $\Delta \sigma_{ij}^{\text{эксп}}$ — статистические погрешности. Так как выражение (16) — квадратичная функция от $1/k_j$, его минимизация по величинам k_j легко делается в аналитическом виде. Результат имеет вид

$$\chi^2(\alpha_p, \beta_p) = \min_k \chi^2(k; \alpha_p, \beta_p) = \sum_{j=1}^{N_{\text{эксп}}} \left\{ X_j^{ee} - \frac{(X_j^{te})^2 \delta_j^2}{1 + X_j^{tt} \delta_j^2} \right\}, \quad (17)$$

где

$$X_j^{ee} = \sum_{i=1}^{n_j} \left(\frac{\sigma_{ij}^{\text{эксп}} - \sigma_{ij}^{\text{теор}}}{\Delta \sigma_{ij}^{\text{эксп}}} \right)^2, \quad X_j^{te} = \sum_{i=1}^{n_j} \frac{\sigma_{ij}^{\text{эксп}} - \sigma_{ij}^{\text{теор}}}{\Delta \sigma_{ij}^{\text{эксп}}} \frac{\sigma_{ij}^{\text{теор}}}{\Delta \sigma_{ij}^{\text{эксп}}}, \quad X_j^{tt} = \sum_{i=1}^{n_j} \left(\frac{\sigma_{ij}^{\text{теор}}}{\Delta \sigma_{ij}^{\text{эксп}}} \right)^2. \quad (18)$$

В уравнении (17) член X_j^{ee} учитывает статистические погрешности j -го эксперимента. Он является обычным для методики фитирования по критерию χ^2 . Второй (отрицательный) член возникает благодаря оптимизации χ^2 по нормировочным параметрам k_j и описывает влияние систематической погрешности j -го эксперимента. Минимум (17) достигается при перемасштабировании экспериментальных сечений факторами

$$k_j = \left(1 + \frac{X_j^{te} \delta_j^2}{1 + X_j^{tt} \delta_j^2} \right)^{-1} \quad (19)$$

(зависящими от поляризуемостей). Возникающая функция (17) зависит только от двух параметров, что делает ее особенно удобной для фитирования в случае большого количества экспериментов.

Использование χ^2 вида (17) (или (16)) ведет к двум важным последствиям. Во-первых, поляризуемости α_p и β_p фактически определяются из исправленных значений экспериментальных сечений $k_j \sigma_{ij}^{\text{эксп}}$, что приводит к смещению (обычно в пределах полных погрешностей) значений поляризуемостей, определяемых из исходных (неисправленных) сечений $\sigma_{ij}^{\text{эксп}}$. Во-вторых, ошибки в поляризуемостях оказываются больше, чем при использовании только первого члена в (17), так как теперь они включают как статистические, так и систематические неопределенности экспериментальных сечений.

Отметим, что данные работы [4] с немечеными фотонами входят в χ^2 с учетом корреляций статистических погрешностей сечений $\sigma_i^{\text{эксп}}$, относящихся к разным энергиям ω_i . В соответствии с [4] вместо самих сечений σ_i (и экспериментальных, и теоретических) мы включаем в (17) их линейные комбинации $\sigma'_i = \sum_{i'} V_{ii'} \sigma_{i'}$, имеющие некоррелированные погрешности. Экспериментальные значения величин σ'_i и их погрешностей $\Delta\sigma'_i$, а также матрица $V_{ii'}$, диагонализующая матрицу погрешностей сечений $\sigma_i^{\text{эксп}}$, приведены в [4].

В дальнейшем фитирование данных с помощью функции (17) проводилось в нескольких вариантах выбора теоретической модели для сечений $\sigma_{ij}^{\text{теор}}$ и отбора экспериментальных данных. При использовании низкоэнергетического приближения, описанного в разд. 3, теоретические сечения являются элементарной функцией энергии ω , угла θ и поляризуемостей α_p, β_p . При использовании дисперсионной теории сечения определяются сложным численным алгоритмом, так что для целей фитирования использовалась предварительная табуляция и последующая интерполяция теоретических сечений по четырем переменным.

Совместимость экспериментальных данных с теорией проверялась по величине оптимального значения χ^2 и вероятности P иметь такое или большее χ^2 при числе степеней свободы $N_f = n - 2$, где n — число экспериментальных точек с сечениями рассеяния. Вероятность P не должна быть слишком мала. Обычно считается допустимым, если $P > 10\%$, что соответствует вероятности в пределах 1,64 стандартных отклонений; нередко используются и более мягкие критерии: $P > 5\%$ (1,96 стандартных отклонений) и даже $P > 1\%$ (2,58 стандартных отклонений).

Часть фитов в разд. 5 выполнена при наложенной связи $\alpha_p + \beta_p = 14,0 \pm 0,5$ в соответствии с ПС (11). Мы рассматриваем эту связь как дополнительное «измерение» и включаем его в уравнение (17):

$$\chi^2(\alpha_p, \beta_p) \rightarrow \chi^2(\alpha_p, \beta_p) + \left(\frac{\alpha_p + \beta_p - 14,0}{0,5} \right)^2. \quad (20)$$

Здесь число степеней свободы равно $N_f = n - 1$. Такой фит приходится делать, например, в тех случаях, когда используются дифференциальные сечения γp -рассеяния при единственном угле θ .

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯРИЗУЕМОСТЕЙ ПРОТОНА

Мы определяли поляризуемости из экспериментальных данных, делая: 1) отдельные фиты отдельных взятых экспериментов, 2) отдельные фиты по группам ранних и поздних экспериментов и 3) объединенный (глобальный)

фит по всем экспериментам. Во всех случаях, кроме описанных ниже в п. 5.4, фитирующее сечение находилось с помощью дисперсионной теории, описанной в п. 3.2.

С одной стороны, такая процедура позволяет судить о том, какие экспериментальные данные наиболее информативны с точки зрения определения поляризуемостей и правомерно ли отбрасывать старые данные в нынешней экспериментальной ситуации. С другой стороны, эта процедура позволяет сказать, совместимы ли различные группы данных друг с другом и можно ли объединять их в один глобальный фит. Ниже приводятся полученные результаты.

5.1. Поляризуемости протона, определенные по отдельным экспериментам. Поляризуемости протона α_p и β_p , определенные для каждого из экспериментов [1–4, 23, 24, 49–52], приведены в табл. 3. Так как в работах [2, 51] дифференциальное сечение измерялось при единственном угле, оба параметра α_p и β_p можно определить из них лишь при привлечении правила сумм (11).

Двухпараметрические фиты с независимыми поляризуемостями протона хорошо описывают каждый из экспериментов, рассматриваемый в отдельности, о чем свидетельствует достаточно высокий уровень достоверности P . Более того, в пределах 1–2 получаемых погрешностей большинство результатов, данных в различных строках таблицы, согласуются друг с другом и со средневзвешенными по верхней части таблицы величинами $\alpha_p \simeq 11,3$, $\beta_p \simeq 1,8$, определяемыми без привлечения ПС (11). Несколько выпадают лишь значения магнитной поляризуемости, получаемые при фитировании сечений из работ [24, 49] (соответственно на 2,3 и 2,6 стандартных отклонения).

Если не обращать внимания на погрешности, то можно заметить, что дифференциальные сечения трех работ [24, 49, 50] приводят к отрицательным значениям магнитной поляризуемости протона. До сих пор по «ранним экспериментам» [49, 50] поляризуемости вообще не определялись (во всяком случае, не публиковались), и было принято считать, что только одна работа [24] указывает на отрицательное значение β_p . Однако при учете погрешностей все β_p совместимы с нулевым значением.

Другим любопытным обстоятельством является то, что значения поляризуемостей, выводимые из последнего эксперимента [4], предопределяются набором точек, полученных с немечеными фотонами. Подмножество точек, полученных с мечеными фотонами, обладает низкой точностью и, если опять забыть о погрешностях, дает рекордно большое положительное значение для β_p и для суммы $\alpha_p + \beta_p$ — см. последнюю строку табл. 3. Таким образом, измерения с мечеными фотонами, которые обладают рядом неоспоримых методических преимуществ, пока не могут сравниться по достигнутым результатам для поляризуемостей с измерениями на обычном тормозном пучке.

Для работ 90-х годов имеется близкое соответствие между результатами, приведенными в табл. 3, и оригинальными результатами самих авторов (также

Таблица 3. Поляризуемости протона в единицах 10^{-4} фм³, найденные по данным отдельных экспериментов с помощью дисперсионной теории

Эксперимент (ссылка)	n	α_p	β_p	$\alpha_p + \beta_p$	χ^2/N_f	$P, \%$
Ox158 [49]	4	17, 0±8, 1	-6, 7±3, 7	10, 2±9, 2	4,2/2	12
Hym59 [50]	12	13, 9±5, 6	-4, 7±7, 2	9, 2±6, 1	0,6/10	100
Gol60 [23]	5	10, 1±7, 8	9, 0±5, 0	19, 1±10, 2	2,3/3	52
Fri67 [52]	16	14, 2±4, 0	5, 6±4, 2	19, 8±4, 3	2,4/14	100
Bar74 [24]	7	11, 4±1, 4	-4, 7±2, 5	6, 7±3, 3	8,0/5	15
Fed91 [1]	16	13, 7±3, 7	2, 1±3, 1	15, 9±4, 4	17,3/14	24
Hal93 [3]	12	9, 1±1, 7	3, 7±1, 5	12, 7±2, 0	5,9/10	82
Mac95 [4]	18	12, 2±1, 7	3, 3±1, 8	15, 5±3, 1	7,4/16	97
Ber61 [51]	2	11, 4±2, 9	2, 6±2, 9	—	0,7/1	41
Zie92 [2]	2	10, 0±1, 4	4, 0±1, 4	—	0,1/1	73
Mac95 (tagged)	8	18, 3±5, 7	13, 2±7, 2	31, 5±12, 3	2,2/6	90

Примечание. n — число точек в работе в области энергий до 150 МэВ. Погрешности включают статистические и систематические неопределенности. P – уровень достоверности при найденном χ^2 . Сумма $\alpha_p + \beta_p$ не фиксирована в первой части таблицы. В следующей части таблицы фит сечений из работ [2,51], измеренных при единственном угле, делался при дополнительном условии (12). Последняя строка представляет результаты фита подмножества эксперимента [4] с мечеными фотонами.

найденными для случая нефиксированной суммы $\alpha_p + \beta_p$), которые также использовали дисперсионную теорию (в ее более ранней форме [36]) для определения поляризуемостей. Исключением является только работа [1] – из-за того, что первоначально измеренные там сечения были позже скорректированы (см. разд. 2); наш результат очень близок к результату обработки исправленных данных [1], приведенному в [4]. Расхождение с оригинальными результатами [3] главным образом связано с тем, что мы используем только малую часть их данных, относящуюся к допороговым энергиям ниже 150 МэВ, тогда как в [3] в фит включались данные при энергиях вплоть до 293 МэВ, где модельная зависимость становится предметом особых забот.

Как уже подчеркивалось в разд. 2, погрешности сечений при $\omega > 100$ МэВ из работы [4] обладают сильной корреляцией, которая означает наличие дополнительных связей между сечениями и тем самым их более высокую точность по сравнению с той, которая наивно следует из табл. 2. Прямолинейное использование в (17) вместо правильных линейных комбинаций сечений σ'_i , упомянутых в разд. 4, самих величин из табл. 2 привело бы к увеличению α_p на +2, а β_p на +3, подняло бы сумму $\alpha_p + \beta_p$ до 21 и увеличило бы все погрешности примерно вдвое. Таким образом, учет корреляций представляет важный элемент при интерпретации сечений, полученных в [4]. Следует за-

метить, что ни в одной другой из рассматриваемых здесь экспериментальных работ учет корреляций сечений не производился. Можно думать, что сильные корреляции в [4] явились результатом разбиения энергетического интервала на слишком маленькие участки, которые были меньше реального энергетического разрешения установки. Последнее не указано явно в публикации [4].

Учитывая разброс и погрешности в поляризуемостях, приведенных в табл. 3, мы приходим к выводу о допустимости объединения данных для глобальных фитов ранних, поздних или всех работ.

5.2. Поляризуемости, полученные по всем ранним и всем поздним экспериментам. По применяемой экспериментальной методике работы [1–4, 23, 24, 49–52] четко распадаются на ранние (50–70-е годы) и поздние (90-е годы). В публикациях последних лет результаты ранних экспериментов нередко игнорируются со ссылкой на их якобы низкую систематическую точность. Чтобы количественно проверить разумность такого пренебрежения, мы провели отдельные фиты ранних [23, 24, 49–52] и поздних [1–4] экспериментов. Результаты сведены в табл. 4. Из них можно заключить, что ранние и поздние работы дают приблизительно одинаковые полные погрешности в поляризуемостях, особенно для α_p . Немного лучшая точность поздних работ достигается в основном за счет присутствия большего числа точек в области энергий выше 100 МэВ, где чувствительность к поляризуемостям выше (но выше и модельные неопределенности). Следовательно, нет достаточных оснований игнорировать ранние работы. Обе группы (ранних и поздних) экспериментов демонстрируют хорошее согласие с двухпараметрическим теоретическим сечением и показывают удовлетворительное согласие между индивидуальными работами в каждой из групп. Ранние и поздние эксперименты в целом приводят к согласующимся результатам для поляризуемостей протона, и их объединение в глобальном фите не только допустимо, но и целесообразно для уменьшения полной ошибки.

5.3. Поляризуемости, полученные при объединении всех экспериментов. Результаты глобальных фитов всех имеющихся данных при энергиях фотона до 150 МэВ как со свободным значением $\alpha_p + \beta_p$ (фит (а)), так и при ограничении (12) (фит (б)) приведены в табл. 4. В фите (а) найденная сумма поляризуемостей удивительно хорошо согласуется с предсказанием ПС (11). Следствием такого согласия является то, что поляризуемости, найденные в фите (б), почти не отличаются от поляризуемостей, найденных в фите (а).

Стоит отметить, что при достигнутом уровне точности измерений погрешности в поляризуемостях, полученных в фите (б), в значительной степени определяются не погрешностями в экспериментальных дифференциальных сечениях УРФ на протоне, а погрешностью в теоретическом значении (12). Поэтому может показаться, что наши результаты (фит (а)) не улучшают значения поляризуемостей, найденные в «глобальном» фите трех работ 90-х годов [4] и вошедшие в компиляцию «Particle Data Group» [69] (см. табл. 4).

В действительности «глобальный» фит в [4] был сделан при использовании теоретического ограничения $(\alpha_p + \beta_p)^{\text{теор}} = 14,2 \pm 0,5$, и погрешности в полученных средних значениях $\alpha_p^{\text{эксп}}$ и $\beta_p^{\text{эксп}}$ определяются в основном погрешностью $\pm 0,5$, а это может создать завышенное впечатление об уровне погрешностей в самих экспериментах. Роль ранних данных ясно видна из нашего глобального фита (δ), погрешности в котором меньше тех, что получены в [4] (см. также рис. 1).

Таблица 4. Поляризуемости протона в единицах 10^{-4} фм^3 , найденные по ранним (50–70-е гг.), новым (90-е гг.) и всем экспериментам с использованием дисперсионной теории

Эксперимент	n	α_p	β_p	$\alpha_p + \beta_p$	$\alpha_p - \beta_p$	χ^2/N_f
(a) $\alpha_p + \beta_p$ не фиксировано						
50–70-е гг.	46	$12,8 \pm 1,1$	$-0,3 \pm 1,6$	$12,5 \pm 2,2$	$13,0 \pm 1,7$	33,1/44
90-е гг.	48	$10,8 \pm 1,0$	$3,2 \pm 1,0$	$14,0 \pm 1,6$	$7,7 \pm 1,2$	33,7/46
Все экспер.*)	94	$11,7 \pm 0,8$	$2,3 \pm 0,9$	$14,0 \pm 1,3$	$9,5 \pm 1,0$	73,1/92
(б) $(\alpha_p + \beta_p)^{\text{теор}} = 14,0 \pm 0,5$						
50–70-е гг.	46	$13,3 \pm 0,8$	$0,6 \pm 0,9$	–	$12,7 \pm 1,6$	33,6/45
90-е гг.	48	$10,8 \pm 0,7$	$3,2 \pm 0,7$	–	$7,7 \pm 1,2$	33,7/47
Все экспер.	94	$11,7 \pm 0,5$	$2,3 \pm 0,6$	–	$9,5 \pm 1,0$	73,1/93
(в) $(\alpha_p + \beta_p)^{\text{теор}} = 14,2 \pm 0,5$						
PDG98	36	$12,1 \pm 0,8$	$2,1 \pm 0,8$	–	$10,0 \pm 1,5$	

*Эти значения могут быть рекомендованы для использования PDG. Указанные погрешности включают статистические и систематические неопределенности. n — число экспериментальных точек. Отдельно показан фит (δ) с фиксированной суммой $\alpha_p + \beta_p$, ур-е (11), а также фит (ϵ) — «глобальное среднее» по работам [1, 2, 4], полученное в [4] при условии $\alpha_p + \beta_p = 14,2 \pm 0,5$ и включенное в последнее издание «Particle Data Group» [69].

Удовлетворительная величина χ^2/N_f свидетельствует в целом о совместности массива экспериментальных данных с теоретическим дифференциальным сечением. Однако интерес представляют и индивидуальные вклады χ_j^2 в суммарную величину χ^2 от сечений из отдельных экспериментов, которые позволяют количественно судить о совместности результатов разных экспериментов друг с другом. Как и следовало ожидать, наибольший вклад в χ^2/N_f дают сечения из работ [24, 49] (в [24] — фактически только точки при $\theta = 150^\circ$), которые при независимых фитах приводят к отрицательным β_p . Вероятности чисто статистического происхождения наблюдаемых χ_j^2 составляют для [49] и [24] ($\theta = 150^\circ$), соответственно, 4 и 1 %, что может считаться допустимым при мягком критерии браковки. Вклады остальных работ в χ^2/N_f заметно меньше, и аналогичные вероятности составляют 33 % и более.

Нормировочные множители k_j (уравнение (19)), корректирующие экспериментальные сечения, для большинства работ близки к единице и находятся в пределах соответствующих систематических неопределенностей. Наибольшая коррекция сечений происходит для работ [49] и [24] ($\theta = 150^\circ$), для которых $k_j = 1,08$ и $1,10$ соответственно. Именно такая большая коррекция отвечает указанному выше уровню согласия этих экспериментов с глобальным фитом на уровне 4 и 1 %.

Таблица 5. Модельная зависимость при извлечении поляризуемостей протона с помощью дисперсионной теории

Изменение	$\delta\alpha_p$	$\delta\beta_p$	$\delta(\alpha_p + \beta_p)$	$\delta(\alpha_p - \beta_p)$
SAID \rightarrow HDT	-0,44 (-0,19)	-0,08 (+0,03)	-0,51 (-0,16)	-0,36 (-0,22)
$M_{1+} \rightarrow +2\%$	+0,18 (+0,07)	-0,11 (-0,04)	+0,06 (+0,03)	+0,29 (+0,11)
Отсутствие двойного фоторождения	+0,00 (+0,00)	-0,09 (-0,02)	-0,09 (-0,02)	+0,09 (+0,02)
$M_1 = 500$ МэВ \rightarrow 700 МэВ	-0,35 (-0,20)	+0,53 (+0,24)	+0,19 (+0,04)	-0,88 (-0,44)
$ g_{\pi NN} F_{\pi\gamma\gamma} \rightarrow +4\%$	-0,14 (-0,09)	+0,10 (+0,07)	-0,04 (-0,02)	-0,24 (-0,16)
$\gamma_{\pi}^{(\text{non-}\pi^0)} = 5,5 \rightarrow 7,3$	+0,40 (+0,18)	-0,45 (-0,15)	-0,05 (+0,03)	+0,84 (+0,32)
Оцениваемая модельная неопределенность	0,72 (0,34)	0,72 (0,29)	0,56 (0,17)	1,33 (0,62)

Примечание. Показаны изменения поляризуемостей (в ед. 10^{-4} фм³) при использовании разных амплитуд фоторождения пионов вблизи порога (SAID и HDT), при увеличении резонансной амплитуды фоторождения пионов M_{1+} , при неучете двойного фоторождения в дисперсионных интегралах, при изменении параметров M_1 , $g_{\pi NN} F_{\pi\gamma\gamma}$ и $\gamma_{\pi}^{(\text{non-}\pi^0)}$ (см. п. 3.2). Приведенная в конце таблицы полная модельная неопределенность получена квадратичным сложением указанных выше изменений. Отдельно даны неопределенности при фитировании всех экспериментальных точек и (в скобках) – при фитировании только точек ниже 100 МэВ.

5.4. Модельная зависимость и модельно-независимые определения.

Важной характеристикой извлекаемых значений $\alpha_p^{\text{эксп}}$ и $\beta_p^{\text{эксп}}$ являются теоретические (модельные) неопределенности, возникающие при расчете дисперсионного дифференциального сечения. В табл. 5 приведены изменения поляризуемостей при варьировании компонент дисперсионной теории, обсуждавшихся в п. 3.2. Их квадратичное сложение дает оценку модельной

неопределенности. Наибольший вклад в нее дают факторы, связанные с t -зависимостью амплитуды A_1 («масса» σ -мезона M_1), с фоном амплитуды Лоу (параметр a_2 или $\gamma_\pi^{(\text{non-}\pi^0)}$), а также с амплитудами фоторождения пионов в области энергий ниже Δ -резонанса.

При фитировании всех данных до 150 МэВ общая модельная неопределенность в α_p и β_p составляет $\pm 0,7$ и оказывается лишь немногим меньше, чем чисто экспериментальные погрешности, вызванные погрешностями измерений дифференциального сечения УРФ. Модельная неопределенность снижается более чем в два раза в случае, когда фитирование ограничивается областью энергий 100 МэВ. Однако при таких энергиях падает и чувствительность дифференциального сечения к поляризуемостям, так что экспериментальные статистические и систематические погрешности в поляризуемостях увеличиваются почти вдвое (см. табл. 6).

Таблица 6. Модельно-независимые фиты поляризуемостей (в ед. 10^{-4} фм³) с использованием LEX и ELEX с неопределенной функцией $A(\theta)$). В последнем случае фитируются данные при одном угле и фиксированной сумме поляризуемостей. Для сравнения показаны результаты фита тех же точек с дисперсионной теорией (без учета модельных неопределенностей)

Тип фита	n	α_p	β_p	$\alpha_p + \beta_p$	$\alpha_p - \beta_p$
$\omega < 100$ МэВ					
LEX	53	$11,8 \pm 1,1$	$1,1 \pm 1,4$	$12,8 \pm 2,0$	$10,7 \pm 1,6$
DR		$11,9 \pm 1,3$	$1,0 \pm 1,6$	$12,9 \pm 2,2$	$10,9 \pm 1,9$
$\omega < 150$ МэВ	$(\alpha_p + \beta_p) = 14,0 \pm 0,5$				
ELEX($\theta = 90^\circ$)	28	$11,3 \pm 2,2$	$2,7 \pm 2,2$	—	$8,5 \pm 4,4$
DR($\theta = 90^\circ$)		$11,7 \pm 1,0$	$2,3 \pm 1,1$	—	$9,4 \pm 2,0$
ELEX($\theta = 135^\circ$)	28	$12,0 \pm 1,8$	$2,0 \pm 1,8$	—	$10,0 \pm 3,5$
DR($\theta = 135^\circ$)		$11,1 \pm 0,7$	$2,9 \pm 0,7$	—	$8,2 \pm 1,3$
ELEX($\theta = 150^\circ$)	6	$14,4 \pm 2,7$	$-0,4 \pm 2,7$	—	$14,7 \pm 5,4$
DR($\theta = 150^\circ$)		$14,6 \pm 1,1$	$-0,6 \pm 1,1$	—	$15,2 \pm 2,1$

Независимый контроль фитов, использующих дисперсионную теорию, может быть сделан с помощью модельно-независимых разложений LEX и ELEX, описанных в п. 3.1. Разложение LEX неприменимо при энергиях, приближающихся к пионному порогу, поэтому в фите с помощью LEX мы ограничиваемся точками с $\omega < 100$ МэВ. При таких энергиях фит с LEX и фит с дисперсионной теорией (DR) дает почти идентичный результат (табл. 6). Если бы мы включили в фит LEX все точки до энергии 150 МэВ, результаты получились бы отличными от фита DR. В частности, электрическая поляри-

зуюмость получилась бы равной $9,4 \pm 0,5$ вместо значения $11,7 \pm 0,8$, получаемого с помощью дисперсионной теории. Такое отличие иллюстрирует степень важности учета высших поправок в низкоэнергетическом разложении (1)*.

В фите с помощью ELEX, в котором главные поправки следующего порядка по энергии включены в члены Δ_1 и Δ_2 , результаты фитирования точек вплоть до энергии 150 МэВ получаются довольно близкими к значениям, найденным с помощью дисперсионной теории. Однако наличие дополнительных фитируемых параметров (неизвестной функции $A(\theta)$) приводит к снижению точности определения поляризуемостей. Обе эти черты иллюстрируют результаты, помещенные в табл. 6, где показаны значения поляризуемостей, найденные из двухпараметрических фитов величин α_p и $A(\theta)$ при фиксированном угле θ и при наложенном ограничении на сумму поляризуемостей (12). Углы 90° , 135° и 150° выбраны потому, что при этих углах имеются данные как при очень низких энергиях, так и при энергиях выше 100 МэВ, что необходимо для анализа энергетической зависимости дифференциального сечения.

Среднее по результатам при трех углах дает значение $\alpha_p = 12,3 \pm 1,2$ (ELEX), которое можно сравнить с величиной $12,0 \pm 0,6$ (DR), полученной фитированием тех же 62 точек с помощью дисперсионной теории и того же ограничения (12). Естественно, что погрешности в однопараметрическом фите (DR) меньше, чем в фите ELEX с 4 параметрами (α_p , $A(90^\circ)$, $A(135^\circ)$ и $A(150^\circ)$). Однако согласие получаемых средних значений подтверждает полученную выше оценку, что теоретические неопределенности в поляризуемостях, найденных с помощью дисперсионной теории, не превышают $\pm 0,7$.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ всех имеющихся экспериментальных данных по дифференциальному сечению УРФ при энергиях до 150 МэВ привел к наиболее полному и точному на сегодняшний день определению экспериментальных значений электрической и магнитной поляризуемостей протона. Раздельный анализ ранних и поздних экспериментов, сделанный с учетом исправлений, внесенных самими авторами оригинальных работ, показал, что их результаты совместны как по сечениям, так и по получаемым поляризуемостям. Ранние и поздние работы дают примерно одинаковые конечные погрешности для поляризуемостей, и их объединение приводит к заметному снижению результирующих погрешностей. Наиболее достоверные значения

*Некоторое увеличение погрешностей в фите типа DR происходит из-за того, что в рамках дисперсионной теории зависимость дифференциального сечения от поляризуемостей протона носит не линейный, а квадратичный характер, что уменьшает чувствительность дифференциального сечения к поляризуемостям протона.

поляризуемостей протона равны

$$\alpha_p^{\text{эксп}} = 11,7 \pm 0,8 \text{ (стат.+сист.)} \pm 0,7 \text{ (теор.)}, \quad (21)$$

$$\beta_p^{\text{эксп}} = 2,3 \pm 0,9 \text{ (стат.+сист.)} \pm 0,7 \text{ (теор.)}. \quad (22)$$

В отличие от «глобальных» значений поляризуемостей из [4], вошедших в компиляцию PDG [69], экспериментальные значения (21) определены без использования теоретической величины $(\alpha_p + \beta_p)^{\text{теор}}$, предсказываемой ПС (11). Следующая из (21) и (22) сумма поляризуемостей

$$\alpha_p^{\text{эксп}} + \beta_p^{\text{эксп}} = 14,0 \pm 1,3 \text{ (стат.+сист.)} \pm 0,6 \text{ (теор.)} \quad (23)$$

хорошо согласуется с теоретическим значением (12) и указывает в пределах погрешностей на нулевую аддитивную константу в правиле сумм (см. сноску на с.231). Однако отметим, что экспериментальные и теоретические погрешности в (21), (22) и (23) все еще не малы. Это прежде всего относится к значениям $\beta_p^{\text{эксп}}$ и $\alpha_p^{\text{эксп}} + \beta_p^{\text{эксп}}$.

Планирование новых экспериментальных исследований УРФ на протоне в допороговой области должно исходить из уже достигнутого уровня точности измерений. Чтобы существенно уменьшить экспериментальные погрешности в значениях $\alpha_p^{\text{эксп}}$ и $\beta_p^{\text{эксп}}$, необходимо повысить статистическую и систематическую точность измерений дифференциального сечения до 1–2%. Уменьшение теоретической (модельной) погрешности в значениях $\alpha_p^{\text{эксп}}$ и $\beta_p^{\text{эксп}}$ может быть достигнуто, если такие измерения проводить в интервале $\omega \lesssim 100$ МэВ, где в качестве фитирующего сечения можно использовать LEX или ELEX. Для снижения погрешности в значении $\beta_p^{\text{эксп}}$ важно провести точные измерения угловой зависимости дифференциального сечения при разных энергиях. Проекты таких измерений существуют [87, 88]. Измерения асимметрии сечения рассеяния с линейно поляризованными фотонами также были бы полезны, но, по-видимому, они пока почти не реальны.

Интересно сравнить поляризуемости протона (21) с предсказаниями некоторых теоретических моделей (см. табл. 7). Значение электрической поляризуемости $\alpha_p^{\text{НКМ}} = 3,1$, получаемое в рамках нерелятивистской кварковой модели [31, 42], более чем в три раза отличается от соответствующего экспериментального результата. Величина $\alpha_p^{\text{НКМ}}$ слабо зависит от формы потенциала qq -взаимодействия при условии, что его параметры подобраны так, чтобы удовлетворительно воспроизводить спектр низших возбуждений протона. Указанное расхождение вызвано существенными недостатками НКМ, в частности, игнорированием мезонного облака на периферии нуклона. Уже давно было показано, что вклад пионного облака в α_p составляет величину ~ 10 – 20 [41, 89, 90], где численное значение зависит от параметра обрезания на малых расстояниях. Зарядовый радиус протона в НКМ ($\langle r_E^2 \rangle_p^{\text{НКМ}} = 0,29$ фм²) также получается маленьким по сравнению с экспериментальным значением

$\langle r_E^2 \rangle_p^{\text{эксп}} = 0,78 \pm 0,03 \text{ фм}^2$ [91], что также можно объяснить неучетом мезонного облака.

Таблица 7. Теоретические значения поляризуемостей протона (в ед. 10^{-4} фм^3), вычисленные в рамках нерелятивистской кварковой модели (НКМ), киральной теории возмущений (КТВ) и дисперсионных правил сумм (ПС)

Теория, ссылка	α_p	β_p	$\alpha_p + \beta_p$	$\alpha_p - \beta_p$
НКМ [31, 42]	3,1			
КТВ [92]	$10,5 \pm 2,0$	$3,5 \pm 3,6$	$14,0 \pm 4,1$	$7,0 \pm 4,1$
[47]	20,8	14,7	35,2	6,1
ПС [31, 72]	$9,0 \pm 2,6$	$5,2 \mp 2,6$	$14,2 \pm 0,5$	$3,8 \pm 4,7$
[93]				$3,2 \pm 2,6$

В настоящее время для учета мезонной периферии адронов часто применяется киральная теория возмущений (КТВ) [47, 92]. В одном из вариантов такой теории с феноменологическим добавлением Δ -резонансного вклада были получены значения поляризуемостей протона $\alpha_p^{\text{КТВ}} \simeq 10,5$ и $\beta_p^{\text{КТВ}} \simeq 3,5$ [92] (см. в табл. 7), которые, на первый взгляд, хорошо согласуются с экспериментом. Однако работа [92] предсказывает слишком большое отличие суммы поляризуемостей протона от суммы поляризуемостей нейтрона, а именно величина $\Delta S = (\alpha_p + \beta_p) - (\alpha_n + \beta_n)$ получается в [92] равной $\Delta S = 14,0 - 21,2 = -7,2$, тогда как строгое ПС (11) дает $\Delta S = 14,0 - 15,2 = -1,2 \pm 0,3$ (см. в [16, 31]). Указанное расхождение может быть связано с непоследовательным учетом резонансных и некоторых других вкладов в КТВ. В работе [47], где сделана попытка более последовательно учесть Δ -изобару, полученные предсказания для поляризуемостей оказались далеки от экспериментальных значений (см. табл. 7).

До сих пор наиболее надежным методом расчета поляризуемостей протона остаются дисперсионные ПС. Одним из таких ПС является соотношение (11), определяющее величину $\alpha_p + \beta_p$. Более сложные соотношения существуют и для разности поляризуемостей $\alpha_p - \beta_p$ (см. обзор [31]). При вычислении разности приходится использовать результаты мультипольных анализов фоторождения пионов на протоне и опираться на плохо известные пока величины, характеризующие t -канальные обмены в УРФ. Поэтому неопределенности в получаемых предсказаниях пока не малы (см. табл. 7). Ситуация может измениться в ближайшем будущем в связи с прогрессом экспериментальных исследований УРФ при высоких энергиях.

В заключение отметим, что без учета экспериментальных значений поляризуемостей нуклонов (наряду с другими низкоэнергетическими характери-

стиками) нельзя сформулировать адекватное модельное описание их структуры на средних и больших расстояниях.

Настоящая работа поддержана грантами ИНТАС — РФФИ 97-576 и РФФИ 96-02-17590. Один из авторов (А.Л.) благодарит А.М.Nathan за предоставленные экспериментальные данные и полезные обсуждения рассмотренной проблемы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Federspiel F.J. et al. — Phys. Rev. Lett., 1991, v.67, p.1511.
2. Zieger A. et al. — Phys. Lett., 1992, v.B278, p.34.
3. Hallin E.L. et al. — Phys. Rev., 1993, v.C48, p.1497.
4. Mac Gibbon B.E. et al. — Phys. Rev., 1995, v.C52, p.2097.
5. Molinari C. et al. — Phys. Lett., 1996, v.B371, p.181.
6. Peise J. et al. — Phys. Lett., 1996, v.B384, p.37.
7. Blanpeid G. et al. — Phys. Rev. Lett., 1996, v.76, p.1023; *ibid.*, 1997, v.79, p.4337.
8. Tonnison J. et al. — Phys. Rev. Lett., 1998, v.80, p.4382.
9. Александров Ю.А. — Фундаментальные свойства нейтрона. М.: Атомиздат, 1995.
10. Schmiedmayer J. et al. — Phys. Rev. Lett., 1991, v.66, p.1015.
11. Koester L. et al. — Phys. Rev., 1995, v.C51, p.3363.
12. Еник Т.Л. и др. — ЯФ, 1997, т.60, с.648.
13. Rose K.W. et al. — Nucl. Phys., 1990, v.A514, p.621.
14. Kolb N.R. et al. — nucl-ex/0003002.
15. Hornidge D.L. et al. — Phys. Rev. Lett., 2000, v.84, p.2334.
16. Levchuk M.I., L'vov A.I. — Nucl. Phys., 2000, v.A674 (in press, nucl-th/9909066).
17. Antipov Yu.M. et al. — Phys. Lett., 1983, v.B121, p.445.
18. Айбергенов Т.А. и др. — Краткие сообщения по физике, 1984, выпуск 5, с.31; Cz. J. Phys., 1986, v.B36, p.938.
19. Kaloshin A.E., Serebryakov V.V. — Phys. Lett., 1992, v.B278, p.198; Z. Phys., 1994, v.C64, p.689.
20. Kaloshin A.E., Persikov V.M., Serebryakov V.V. — Phys. Atom. Nucl., 1994, v.57, p.2207.
21. Babusci D. et al. — Phys. Lett., 1992, v.B277, p.158; *ibid.*, 1993, v.B314, p.112.
22. Donoghue J.F., Holstein B.R. — Phys. Rev., 1993, v.D48, p.137.
23. Гольданский В.И. и др. — Nucl. Phys., 1960, v.18, p.473; ЖЭТФ, 1960, т.38, с.1695.
24. Баранов П.С. и др. — Phys. Lett., 1974, v.B52, p.122; ЯФ, 1975, т.21, с.689.
25. Powell J.L. — Phys. Rev., 1949, v.75, p.32.
26. Klein A. — Phys. Rev., 1955, v.99, p.998.
27. Baldin A.M. — Nucl. Phys., 1960, v.18, p.318.

28. **Петрунькин В.А.** — а) ЖЭТФ, 1961, т.40, с.1148; б) Nucl. Phys., 1964, v.55, p.197; в) Труды ФИАН, 1968, т.41, с.165.
29. **Barashenkov V.S., Kaiser H.J., OGREBA A.A.** — Phys. Lett., 1962, v.2, p.33.
30. **Damashek M., Gilman F.J.** — Phys. Rev., 1970, v.D1, p.1319.
31. **Петрунькин В.А.** — ЭЧАЯ, 1981, т.12, с.692.
32. **Babusci D., Giordane G., Matone G.** — Phys. Rev., 1998, v.C57, p.291.
33. **Липидус Л.И.** — ЖЭТФ, 1962, т.43, с.1358.
34. **Arndt R.A., Strakovsky I.I., Workman R.L.** — Phys. Rev., 1996, v.C53, p.430; *ibid.*, 1997, v.C56, p.577 (программа SAID, описанная там).
35. **Hanstein O., Drechsel D., Tiator L.** — Nucl. Phys., 1998, v.A632, p.561.
36. **Львов А.И.** — ЯФ, 1981, т.34, с.1075.
37. **Петрунькин В.А., Львов А.И.** — В сб.: Труды 8-го Межд. семинара по электромагнитным взаимодействиям ядер при низких и средних энергиях. М.: ИЯИ, 1991.
38. **L'vov A.I., Petrun'kin V.A., Schumacher M.** — Phys. Rev., 1997, v.C55, p.359.
39. **Guiasu I., Pomponiu C., Radescu E.E.** — Ann. Phys. (N.Y.), 1978, v.114, p.296.
40. **Ахмедов Д.М., Фильков Л.В.** — ЯФ, 1981, т.33, с.1083.
41. **Weiner R., Weise W.** — Phys. Lett., 1985, v.B159, p.85.
42. **Schoberl F., Leeb H.** — Phys. Lett., 1986, v.B166, p.355.
43. **Bernard V. et al.** — Phys. Lett., 1993, v.B319, p.269.
44. **Broniowski W., Cohen T.D.** — Phys. Rev., 1993, v.D47, p.299.
45. **Anisovich V.V. et al.** — Quark Model and High Energy Collisions. Singapore: World Scientific, 1985.
46. **Nikolov E.N., Broniowski W., Goeke K.** — Nucl. Phys., 1994, v.A579, p.398.
47. **Hemmert T.R., Holstein B.R., Kambor J.** — Phys. Rev., 1997, v.D55, p.5598.
48. **Говорков Б.Б. и др.** — ДАН, 1956, т.111, с.988.
49. **Oxley C., Telegdi V.** — Phys. Rev., 1955, v.100, p.435; Nuovo Cim. Suppl., 1957, v.2, p.953; **Oxley C.** — Phys. Rev., 1958, v.106, p.733.
50. **Hyman L. et al.** — Phys. Rev. Lett., 1959, v.3, p.93.
51. **Bernardini G. et al.** — Nuovo Cim., 1961, v.18, p.1203.
52. **Pugh G. et al.** — Phys. Rev., 1957, v.105, p.982; *ibid.*, 1955, v.100, p.1245; MIT Summer Study, 1967, p.555; **Frish D.** — *priv. comm.*
53. **Баранов П.С., Фильков Л.В.** — ЭЧАЯ, 1976, т.7, с.108.
54. **Nathan A.M.** — *priv. comm.*
55. **Thirring W.** — Philos. Mag., 1950, v.41, p.1193.
56. **Low F.** — Phys. Rev., 1954, v.96, p.1428.
57. **Gell-Mann M., Goldberger L.** — Phys. Rev., 1954, v.96, p.1433.
58. **Шехтер В.М.** — ЯФ, 1968, т.7, с.1272.
59. **Choudhury S.R., Freedman D.Z.** — Phys. Rev., 1968, v.168, p.1739.
60. **L'vov A.I.** — Preprint FIAN #344, Moscow, 1987.

61. Максименко Н.В., Шульга С.П. — ЯФ, 1990, т.52, с.524.
62. Ragusa S. — Phys. Rev., 1975, v.D11, p.1536; *ibid.*, 1996, v.D53, p.63.
63. Gerasimov S.V., Soloviev L.D. — Nucl. Phys., 1965, v.74, p.589.
64. Пронько Г.П. — ЯФ, 1975, т.22, с.141.
65. Guíasu I., Radescu E.E. — Phys. Rev., 1978, v.D18, p.651.
66. Баранов П.С., Фильков Л.В., Штарков Л.Н. — Письма в ЖЭТФ, 1974, т.20, с.762.
67. Терентьев М.В. — ЯФ, 1972, т.16, с.1044.
68. Arndt R.A., Workman R.L., Pavan M.M. — Phys. Rev., 1994, v.C49, p.2729.
69. Particle Data Group (Caso C. et al.) — Eur. J. Phys., 1998, v.C3, p.1.
70. Ритус В.И. — ЖЭТФ, 1957, т.33, с.1264; там же, т.32, с.1536.
71. Prange R.E. — Phys. Rev., 1958, v.110, p.240.
72. Львов А.И., Петрунькин В.А., Старцев С.А. — ЯФ, 1979, т.29, с.1265.
73. Logunov A.A., Isaev P.S. — Nuovo Cim., 1958, v.10, p.917.
74. Oehme R., Taylor J.G. — Phys. Rev., 1959, v.113, p.371.
75. Brodsky S.J., Close F.E., Gunion J.F. — Phys. Rev., 1972, v.D5, p.1384.
76. Close F.E., Gunion J.F. — Phys. Rev., 1971, v.D4, p.742.
77. Fox G.C., Freedman D.Z. — Phys. Rev., 1969, v.182, p.1628.
78. Breakstone A.M. et al. — Phys. Rev. Lett., 1981, v.47, p.1778.
79. Bauer T.H., Spital R.D., Yennie D.R. — Rev. Mod. Phys., 1978, v.50, p.201.
80. Ballam J. et al. — Phys. Rev., 1972, v.D5, p.545.
81. Bourrely C., Leader E., Wray D. — Nuovo Cim., 1977, v.A35, p.559.
82. Babusci D. et al. — Phys. Rev., 1998, v.C58, p.1013.
83. Drechsel D., Krein G., Hanstein O. — Phys. Lett., 1998, v.B420, p.248.
84. Hüniger A. et al. — Nucl. Phys., 1997, v.A620, p.385.
85. L'vov A.I., Nathan A.M. — Phys. Rev., 1999, v.C59, p.1064.
86. Баранов П.С. и др. — ЯФ, 1967, т.5, с.1221;
Говорков Б.Б., Денисов С.П., Минарик Е.И. — Труды ФИАН, 1971, т.54.
87. Balin D.V. et al. — Preprint 2104, Petersburg Nuclear Physics Institute, 1996.
88. L'vov A.I. et al. — Preprint 91-24, Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk, 1991.
89. Varashenkov V.S., Barbashov V.M. — Nucl. Phys., 1958, v.9, p.426.
90. Kanazawa A. — Nucl. Phys., 1961, v.24, p.524.
91. Rosenfelder R. — Phys. Lett., 2000, v.B479, p.381;
Melnikov K., van Ritbergen T. — Phys. Rev. Lett., 2000, v.84, p.1673.
92. Bernard V., Kaiser N., Meissner U.-G. — Int. J. Mod. Phys., 1995, v.E4, p.193.
93. Holstein B.R., Nathan A.M. — Phys. Rev., 1994, v.D49, p.6101.