

УДК 539.172

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Ф. А. Живописцев

Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Москва

*С. Хурэлсух**

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ	782
ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ	784
ОБЛАСТЬ ПРИМЕНИМОСТИ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ РЕАКЦИЙ	787
КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ПРЯМЫХ РЕАКЦИЙ В ОБЛАСТИ НЕПРЕРЫВНОГО СПЕКТРА СОСТОЯНИЙ КОНЕЧНОГО ЯДРА (ТМНР)	789
КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ КОМПАУНД-ПРОЦЕССОВ (СМКП) И СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ПРЯМЫХ ПРОЦЕССОВ (СМПП) (ФОРМАЛИЗМ ФЕШБАХА, КЕРМАНА, КООНИНА (ФКК))	795
Квантовая теория статистических многоступенчатых компаунд-процессов (СМКП)	797
Квантовая теория статистических многоступенчатых прямых процессов (СМПП)	801
6 МОДИФИКАЦИИ И РАЗВИТИЕ ФОРМАЛИЗМА ФКК	804
Применение модифицированного формализма ФКК к описанию экспериментов	807

*serod@thsun1.jinr.ru

ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУ- ПЕНЧАТЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ (ОМСМР)	815
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	838
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	839

УДК 539.172

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Ф. А. Живописцев

Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Москва

*С. Хурэлсух**

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обсуждаются феноменологические модели и квантовые подходы для описания статистических многоступенчатых ядерных реакций. Подробно рассмотрены основные достоинства и недостатки различных вариантов квантовой теории статистических многоступенчатых реакций: теория многоступенчатых прямых реакций (ТМДР), формализм Фешбаха–Кермана–Коонина (ФКК), обобщенная модель статистических многоступенчатых реакций (ОМСМР). Помимо парциальных вкладов механизмов (статистические многоступенчатые компаунд-процессы (СМКП)+множественная СМКП-эмиссия; статистические многоступенчатые прямые процессы (СМПП)) для количественного описания данных необходимо учитывать вклады комбинированного механизма (СМПП \rightarrow СМКП) и множественной СМПП-эмиссии. На конкретных примерах показано, что можно достигнуть согласованного описания экспериментальных спектров для реакций с нуклонами, установить количественные соотношения вкладов 1СПП, 2СПП, 3СПП, n СПП \rightarrow СМКП ($n = 1, 2, 3$)+множественная эмиссия. Для анализа инклюзивных реакций с участием составных частиц (при учете вкладов в сечения кластерной и оболочечной областей ядра) требуется дальнейшее совершенствование и развитие квантового формализма для более полного и последовательного описания различных механизмов формирования составной частицы в выходном канале, правильный выбор плотностей несвязанных состояний промежуточного и конечного ядер, при этом особенно привлекательны те варианты единой квантовой теории, в рамках которых найдены удачные упрощения, дающие возможность количественного описания разностороннего экспериментального материала.

Some phenomenological models and the quantum approach to the description of the statistical multistep nucleus reactions are discussed. The role of the phenomenological models leads off to a parametrization of the experimental data. The complete and consistent description of a variety of multistep mechanisms is possible only in the framework of the quantum approach. We will consider in detail the main advantages and failures of the variety of modifications of the quantum theory of the statistical multistep reaction: the theory of multistep direct reactions (TMDR), Feshbach–Kerman–Koonin (FFK) formalism, the generalized model of statistical multistep reactions (GMSMR). Besides of the partial contributions of mechanisms (statistical multistep compound process (SMC)+multi SMC emission; statistical multistep direct process (SMD)) to the numerical calculation data it is necessary to take into account the contributions from the combined mechanism (SMD \rightarrow SMC) and multi-SMD emission. We will show, for concrete reactions with nucleus, that our set of correlations of one step, two step, three step MSD \rightarrow SDC ($n = 1, 2, 3$)+ multiemission is in agreement with the experimental

*serod@thsun1.jinr.ru

spectra. The analysis of inclusive reactions with complex particles (and considering the section of the contribution of the cluster and the shell region nucleus) demands further improvement and development of the quantum formalism for more complete and consistent description of the various mechanisms of formation of the complex particles on the outgoing channel. This implies that we must choose correctly the density of the unbound state of intermediate and residual nucleus, to find that special and unified quantum theory in terms of which we can found successful simplifications and give the possibility of a numerical descriptions of the experimental data.

1. ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Развитие ядерной физики в большой степени определяется исследованиями в такой ее важной области, как ядерные реакции. В ядерной физике сравнительно хорошо изучены два крайних типа ядерных реакций, описываемых механизмами равновесного и прямого протекания процесса. Равновесная статистическая модель (испарительная модель (ИМ)) внесла важный вклад в понимание физики ядерного процесса, протекающего через стадию составного ядра.

Дифференциальное сечение реакции $A(a, b)B$ через составное ядро в области перекрывающихся состояний конечного ядра B ($\Gamma_B > D_B, \Gamma_B$ — ширина уровня, D_B — расстояние между уровнями конечного ядра) определяется формулой Хаузера–Фешбаха (ХФ) [1]:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{a,b}^{\text{ИМ}}(\varepsilon_a, \varepsilon_b)}{d\varepsilon_b} &= \\ &= \frac{\pi}{k_a^2} \frac{\sum_{J, l_a, s} g(J) T_{l_a, s}^J(\varepsilon_a) \sum_{l_b, s', I_B} T_{l_b, s'}^J(\varepsilon_b) \varrho(E_a - \varepsilon_b - B_b, I_B)}{\sum_{b, l_b, s', I_B} \int d\varepsilon_b T_{l_b, s'}^J(\varepsilon_b) \varrho(E_a - \varepsilon_b - B_b, I_B)}, \quad (1) \end{aligned}$$

где s, s' — полные спины каналов ($s = s_a + I_A$; $s' = s_b + I_B$); s_a, s_b — спины падающей (a) и испущенной (b) частиц; I_A, I_B — спины ядра-мишени A и конечного ядра B ; l_a, l_b — орбитальные моменты сталкивающихся и разлетающихся фрагментов; J — полный спин системы ($\mathbf{J} = \mathbf{s} + \mathbf{l}_a = \mathbf{s}' + \mathbf{l}_b$); $g(J)$ — статистический вес состояния с полным спином J ; $E_a = \varepsilon_a + B_a$ — энергия возбуждения составного ядра; $B_{a(b)}$ — энергия отделения частицы $a(b)$; $T_{l_a, s}^J(\varepsilon_a)$ — коэффициент проницаемости, который характеризует вероятность образования составного ядра с полным спином J частицей a с заданными ε_a, l_a, s :

$$\sigma_a(\varepsilon_a, l_a, s, J) = \frac{\pi}{k_a^2} g(J) T_{l_a, s}^J(\varepsilon_a), \quad (2)$$

где $g(J) = \frac{(2J+1)}{(2s_a+1)(2I_A+1)}$, при этом полное сечение поглощения

$$\sigma_{\text{abs}}(\varepsilon_a) \equiv \sigma_a^{\text{OM}}(\varepsilon_a) = \sum_{J,l_a,s} \sigma_a(\varepsilon_a, l_a, s, J). \quad (3)$$

Коэффициенты проницаемости $T_{l_a,s}^J(\varepsilon_a)$ в (3) рассчитываются на основе оптической модели (ОМ), в которой взаимодействие частицы с ядром-мишенью представляют с помощью комплексного оптического потенциала $V_{\text{opt}}^{(a)}(r) = U^{(a)}(r) + iW^{(a)}(r)$ [2]. Для вывода формулы (1) применялся квантово-механический принцип детального баланса, причем сечение обратной реакции $\sigma_{\text{inv}}(\varepsilon_b)$ заменено сечением поглощения $\sigma_{\text{abs}}(\varepsilon_b)$ частицы b невозбужденным ядром B , т.е. полагалось $\sigma_{\text{inv}}(\varepsilon_b) = \sigma_{\text{abs}}(\varepsilon_b)$, где $\sigma_{\text{abs}}(\varepsilon_b) = \sigma_b^{\text{OM}}(\varepsilon_b)$.

Для описания одноступенчатых прямых реакций (ПП) широко используется метод искаженных волн (МИВ) в борновском приближении (БПИВ) [3]. Амплитуда одноступенчатой прямой реакции $A(a, b)B$ в БПИВ определяется выражением

$$\begin{aligned} T_{ba}^{\text{ПП}} = T_{ba}^{\text{БПИВ}} &= \langle \chi_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) | \langle \Psi_B \varphi_b | V_{bB} - V_{\text{opt}}^{(b)} | \varphi_a \Psi_A \rangle | \chi_a^{(+)}(\mathbf{k}_a) \rangle = \\ &= \langle \chi_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) | v_{ba} | \chi_a^{(+)}(\mathbf{k}_a) \rangle, \quad (4) \end{aligned}$$

где Ψ_A, Ψ_B — волновые функции начального и конечного состояний ядер; φ_a, φ_b — внутренние волновые функции налетающей (a) и вылетающей (b) частиц; $\chi_a^{(+)}(\mathbf{k}_a), \chi_b^{(-)}(\mathbf{k}_b)$ — искаженные волновые функции относительного движения, рассчитанные в рамках ОМ; явный вид потенциала $v_{ba} = \langle \Psi_B \varphi_b | V_{bB} - V_{\text{opt}}^{(b)} | \varphi_a \Psi_A \rangle$ определяется конкретным механизмом прямой реакции (срыв, подхват или замещение). БПИВ во многих случаях удовлетворительно описывает угловые распределения и энергетические спектры прямых реакций, в то же время теоретическое описание отдельных реакций явно требует выхода за пределы БПИВ, в частности, учета второго и более высоких порядков борновского ряда.

Многоступенчатые прямые реакции (МПП) в эксклюзивной постановке традиционно рассчитываются в методе связанных каналов (МСК) [3], когда только несколько промежуточных состояний включены в анализ. И практически расчеты многоступенчатых прямых инклюзивных реакций в методе связанных каналов становятся невозможными, когда велико число открытых каналов и промежуточных состояний. Анализ экспериментальных данных (низкие и средние энергии) показывает, что нет заметных флуктуаций в спектрах — признака интерференционных процессов, что свидетельствует о некогерентности вкладов от каждой стадии процесса. Реакции такого типа

исследовались на основе различных вариантов модели внутриядерного каскада (МВК) [4, 5]. Описание спектра во всей области энергий возможно лишь в рамках комбинированной каскадно-испарительной модели. Однако и такая комбинированная модель не позволила полностью воспроизвести экспериментальные спектры [6]. По мере увеличения энергии налетающих частиц увеличивается область в спектрах вылетающих частиц между пиками от возбуждения дискретных состояний конечных ядер и испарительным распределением. На эту область приходилась заметная часть полного сечения, которую не могли описать ни теория испарения (ИМ), ни теория нестатистических многоступенчатых прямых реакций (МСК).

2. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Для описания экспериментальных данных из многоступенчатых инклюзивных реакций были предложены феноменологические модели неравновесных процессов: модель Харпа–Миллера–Берна (ХМБ) [7]; экситонная модель (ЭМ) [8]; гибридная модель (ГМ) [9]; коалесцентная экситонная модель (КЭМ) [10]; каскадно-экситонная модель (К-ЭМ) [11]. Различные феноменологические модели предравновесных ядерных реакций и их модификации, полумикроскопические подходы и основные положения квантовой теории статистических многоступенчатых ядерных реакций более подробно изложены в [12–14].

В основе любых модификаций ЭМ лежат следующие положения: 1) составная система (ядро-мишень + падающая частица) рассматривается как система нуклонов со слабым двухчастичным остаточным взаимодействием, движущихся в некотором среднем поле; 2) возбужденные состояния составной системы на n -й стадии многоступенчатого процесса (промежуточные состояния (ПС) n -го порядка) характеризуются энергией возбуждения составной системы E_n , полным числом возбужденных частиц p_n над поверхностью Ферми и дырок h_n , т. е. числом экситонов $N = p_n + h_n$.

В ЭМ предполагается, что для внутриядерных переходов все возможные конфигурации возникают с одинаковой вероятностью.

Распадная ширина в открытый канал (b) выражается с помощью принципа детального равновесия через сечение оптической модели ($\sigma_{\text{abs}} = \sigma^{\text{OM}}$). ЭМ в отличие от МВК и модели ХМБ может быть обобщена на случай вылета составных частиц [15, 16].

В рамках экситонной модели в пренебрежении переходами $\Delta N = -2, 0$ дифференциальное сечение с эмиссией составной частицы типа b определя-

ется выражением [16]:

$$\frac{d\sigma_{a,b}(\varepsilon_a, \varepsilon_b)}{d\varepsilon_b} = \sigma_{\text{abs}}(\varepsilon_a) \sum_{N=N_0=p_a+2}^{N_{\text{max}}} D(N) \frac{\Gamma_{N,b}^\dagger(E_a, \varepsilon_b)}{\Gamma_N(E_a)}, \quad (5)$$

где $D(N)$ — фактор обеднения; $\Gamma_N(E_a)$ — полная ширина; $\Gamma_N^\dagger(E_a)$ — распадная ширина:

$$\Gamma_N^\dagger(E_a) = \sum_{b,l,m} \int_0^{E_a-B_b} d\varepsilon_b \Gamma_{N,b(lm)}^\dagger(E_a, \varepsilon_b), \quad (6)$$

$$\Gamma_{N,b(lm)}^\dagger(E_a, \varepsilon_b) = \frac{2s_b + 1}{\pi^2 \hbar^2} m_b \varepsilon_b \sigma_{\text{inv}}(\varepsilon_b) \frac{\varrho_b^f(lm)(N, U_B)}{\varrho(p_n, h_n, E_a)} F_{lm}(\varepsilon_b, \Delta R), \quad (7)$$

где $\varrho(p_n, h_n, E_a)$ — плотность $p_n p h_n h$ -состояний при энергии возбуждения E_a . В (7) $F_{lm}(\varepsilon_b, \Delta R)$ — фактор формирования составной частицы b из ℓ возбужденных частиц и m нуклонов, находящихся ниже уровня Ферми, при этом $\ell + m = p_b$; p_b — число нуклонов, образующих составную частицу b (введение фактора $F_{lm}(\varepsilon_b, \Delta R)$, предполагает, что нет предварительно сформированных b -кластеров внутри ядра, формирование составной частицы b происходит в поверхностной области ядра ΔR):

$$F_{lm}(\varepsilon_b, \Delta R) = \sum_{\substack{(e_i > \varepsilon_F (i=1, \dots, l) \\ (e_j < \varepsilon_F (j=1, \dots, m))}} |\langle \varphi_b \chi_b(\varepsilon_b, \mathbf{R}_b) | \varphi(\mathbf{r}_1) \dots \varphi(\mathbf{r}_{p_b}) \rangle|^2, \quad (8)$$

где φ_b — внутренняя волновая функция составной частицы b ; $\chi_b(\varepsilon_b, \mathbf{R}_b)$ — волновая функция движения ц.м. частицы b с энергией ε_b ; $\varphi_i(\mathbf{r}_i)$ — волновая функция нуклона в ядре ($i = 1, \dots, p_b$). Если $\{\varphi_1, \dots, \varphi_b\}$ — полный ортонормированный набор, то

$$\sum_{\substack{l=1 \\ (m=p_b-l)}}^{p_b} F_{lm}(\varepsilon_b, \Delta R) = 1$$

при $\Delta R \gg \sqrt{\langle r_b^2 \rangle}$, где $\langle r_b^2 \rangle$ — средний квадратический радиус составной частицы b . С учетом того, что формирование составной частицы b происходит в поверхностной области ядра ΔR , получаем

$$\sum_{\substack{l=1 \\ (m=p_b-l)}}^{p_b} F_{lm}(\varepsilon_b, \Delta R) < 1,$$

при этом ΔR — свободный параметр модели, или, что равнозначно,

$$\sum_{\substack{l=1 \\ (m=p_b-l)}}^{p_b} F_{lm}(\varepsilon_b, \Delta R)$$

как параметр определяется из сравнения вычисленных и экспериментальных спектров.

Факторы $F_{lm}(\varepsilon_b, \Delta R)$ рассчитываются в квазиклассическом приближении в рамках модели ферми-газа, в предположении, что внутренняя волновая функция частицы b есть основное состояние внутреннего осцилляторного гамильтониана, причем параметр $\nu_b = m\omega/\hbar$, характеризующий размер осциллятора, соответствует среднему квадратическому радиусу составной частицы b : $\langle r_b^2 \rangle \sim 1/\nu_b$, при этом все значения $|\mathbf{r}_i| < (R_{\text{res}} + \Delta R)$, где радиус конечного ядра $R_{\text{res}} = |\mathbf{R}| = \frac{|\mathbf{r}_1 + \dots + \mathbf{r}_{p_b}|}{p_b}$ при условии, что ц. м. p_b нуклонов (R) находится на поверхности конечного ядра: $R \approx R_b \approx R_{\text{res}}$.

Фактор $F_{p_b 0}(\varepsilon_b, \Delta R)$ соответствует процессу коалесценции (составная частица b формируется из p_b возбужденных частиц); $F_{lm}(\varepsilon_b, \Delta R)$ соответствует механизму прямого m -нуклонного подхвата (m -подхват) для $m = 1, \dots, p_b - 1$, при этом $l = p_b - m$.

Выражение (7) для $\Gamma_{N,b(lm)}^\dagger(E_a, \varepsilon_b)$ получено в предположении, что нуклоны ниже энергии уровня Ферми, вошедшие в вылетевшую частицу b , не взаимодействуют с конечным ядром, при этом для плотности конечного ядра $\varrho_{b(lm)}^f(N, U_B)$ в случае эмиссии составной частицы b (m -подхват) постулируется следующее соотношение:

$$\varrho_{b(lm)}^f(N, U_B) = \varrho(p_n - l, h_n, U_B). \quad (9)$$

В ЭМ и ГМ при описании угловых распределений нуклонов [17, 18] предполагается, что угловое распределение неравновесного испускания определяется только направлением движения лидирующей частицы (нуклона), и вероятности внутриядерных переходов $\lambda_{N,N'}(E_a, \Omega \rightarrow \Omega')$ можно представить в виде произведения двух множителей (факторизованное выражение):

$$\lambda_{N,N'}(E_a, \Omega \rightarrow \Omega') = \lambda_{N,N'}(E_a)G(\Omega \rightarrow \Omega'), \quad (10)$$

где

$$G(\Omega \rightarrow \Omega') = \frac{d\sigma_{N,N}(\Omega; \Omega')}{d\Omega'} \bigg/ \frac{\int d\Omega' d\sigma_{N,N}(\Omega; \Omega')}{d\Omega'}. \quad (11)$$

В выражении (11)

$$\frac{d\sigma_{N,N}(\Omega; \Omega')}{d\Omega'} = \begin{cases} \frac{d\sigma_{N,N}^f(\Omega; \Omega')}{d\Omega'} & \text{— дифференциальное сечение сво-} \\ & \text{бодного } NN\text{-рассеяния;} \\ \left\langle \frac{d\sigma_{N,N}(\Omega; \Omega')}{d\Omega'} \right\rangle & \text{— усредненное по энергии диф-} \\ & \text{ференциальное сечение } NN\text{-рас-} \\ & \text{сеяния в ядерной материи.} \end{cases}$$

В пренебрежении переходами $\Delta N = 0, -2$ дважды дифференциальное сечение с эмиссией частицы b определяется суммой факторизованных выражений

$$\frac{d^2\sigma_{a,b}(\varepsilon_a, \varepsilon_b, \Omega_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} = \sum_{N=N_0=p_a+2}^{N_{\max}} \frac{d\sigma_{a,b}^{(N)}(\varepsilon_a, \varepsilon_b)}{d\varepsilon_b} P(N, \Omega_b), \quad (12)$$

где

$$P(N, \Omega_b) = \sum_L \mu_L^{(N+2-N_0)/2} \frac{(2L+1)}{4\pi} P_L(\cos \Theta_b), \quad (13)$$

$$\mu_L = \int_{-1}^1 d \cos \Theta' \int_0^{2\pi} G(\Omega \rightarrow \Omega') d\varphi' P_L(\cos \Theta').$$

В рамках ЭМ и ГМ и их модификаций был достигнут заметный прогресс в описании непрерывных спектров, что особенно относится к реакциям с нуклонами. Для того чтобы понять, являются ли модели неравновесной эмиссии частиц лишь удобным способом параметризации экспериментальных данных или основаны на более глубоких физических соображениях, необходимо установить их связь с квантово-механическими уравнениями теории ядерных реакций [19–21]. Это позволит глубже понять физический смысл моделей, определить область их применимости и, кроме того, наметить пути их дальнейшего развития.

3. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНИМОСТИ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ РЕАКЦИЙ

Агасси, Вайденмюллер и Манзуранис (АВМ) [20], используя стационарный подход Липпмана–Швингера в микроскопической теории ядерных реакций, получили проинтегрированные по времени кинетические уравнения,

совпадающие с уравнениями баланса в экситонной модели при условии, что ΔE — интервал усреднения по энергии $\Delta E > 2\langle W^{(N)} \rangle$, где $\langle W^{(N)} \rangle$ — усредненная мнимая часть оптического нуклонного потенциала.

Фридман и др. предложили модель «гнездовых» входных состояний (МГВС), описывающую многоступенчатый процесс испускания частиц из компаунд-ядра [21]. Эта модель очень близка по физическому содержанию к экситонной модели. В ней входные состояния группируются по классам с различными усредненными ширинами Γ_n и расстояниями между уровнями D_n , образующими последовательность $\Gamma_1 > \Gamma_2 > \dots > \Gamma_n$. Усреднение проводилось по интервалам энергии ΔE_n , подчиняющимся условиям $\Gamma_{n-1} > \Delta E_n > \Gamma_n$, при этом $\Gamma_n > D_n$ и число открытых каналов велико.

Как было показано в [19], нестационарное уравнение Шредингера, описывающее систему «налетающая частица + ядро», может быть сведено к системе квантовых кинетических уравнений для чисел заполнения нуклонов лишь при огрублении энергетической зависимости всех величин, входящих в уравнения. При этом необходимо, чтобы указанный интервал усреднения $\Delta E > 2\langle W^{(N)} \rangle$. Сравнивая квантовое кинетическое уравнение для конечных открытых систем [19] с феноменологическим кинетическим уравнением модели ХМБ, можно видеть, что они резко отличаются друг от друга в двух существенных пунктах: формой оттокового члена и плотностью одночастичных состояний $\rho(\varepsilon)$ для непрерывного спектра

$$\rho(\varepsilon) = \frac{(2s+1)2\pi V_a (2m)^{3/2} \varepsilon^{1/2}}{(2\pi\hbar)^3}, \quad (14)$$

где V_a — объем ядра; ε — кинетическая энергия, которая существенно отличается от энергии e , используемой в уравнении модели ХМБ: $\varepsilon = e - U_0$; U_0 — глубина ядерного потенциала. Вероятность выхода частицы из ядра в основном определяется вероятностью ее перехода в состояние сплошного спектра. Выражение для вероятности выхода частицы из ядра через сечение обратной реакции требует корректного соблюдения условий применимости принципа детального равновесия. Для предравновесных моделей (ЭМ, ГМ) эти условия не всегда выполняются. Действительно, если составная система в N -экситонном состоянии испускает частицу b и формирует дочернее ядро B в N_B -экситонном состоянии, то при обратной реакции $B(N_B) + b$ образуется промежуточная система, которая может с заметной вероятностью иметь состояния, отличающиеся от начального. Другими словами, N -экситонные состояния не исчерпывают полного базиса состояний компаунд-системы, образующихся в обратной реакции. В связи с этим распадную ширину $\Gamma_{N,b}^\dagger$ нельзя выразить через сечение обратной реакции, используя обычный принцип детального равновесия. Вследствие этого существующие варианты ЭМ могут претендовать лишь на описание небольших отклонений от равновесного испа-

рительного спектра. Главный недостаток ЭМ — невозможность корректного описания МПП (особенно ИПП с составными частицами).

В [19] было показано, что существующие феноменологические модели являются приближенными решениями кинетических уравнений для открытых конечных систем и пригодны лишь для усредненного описания экспериментов с плохим энергетическим разрешением. Роль феноменологических моделей сводится в настоящее время в основном к параметризации экспериментальных данных.

4. КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ПРЯМЫХ РЕАКЦИЙ В ОБЛАСТИ НЕПРЕРЫВНОГО СПЕКТРА СОСТОЯНИЙ КОНЕЧНОГО ЯДРА (ТМПП)

Сформулируем основные положения ТМПП [23] на примере прямой реакции $A(p, p')B$. Гамильтониан системы A взаимодействующих нуклонов представим в виде

$$H_A = \sum_{i=1}^A (T_i + U_i^{\text{МО}}) + \left(1/2 \sum_{i \neq j=1}^A v_{ij} - \sum_{i=1}^A U_i^{\text{МО}} \right) = H_A^{\text{МО}} + V_{\text{ост}}^A, \quad (15)$$

где $U_i^{\text{МО}}$ — средний потенциал модели оболочек (МО); v_{ij} — эффективное двухчастичное нуклон-нуклонное взаимодействие. В МО (ph -представление) возбужденные состояния ядра A классифицируются числом p_n возбужденных частиц и числом h_n дырок:

$$H_A^{\text{МО}} |p_n, h_n, \beta_n\rangle = E_{\beta_n} |p_n, h_n, \beta_n\rangle, \quad (16)$$

где β_n — полный набор квантовых чисел. Гамильтониан $H_A^{\text{МО}}$ определяет систему базисных экситонных функций $\{|p_n, h_n, \beta_n\rangle\}$, при этом каждое реальное (точное) возбужденное состояние ядра $|f\rangle$ с энергией возбуждения U_f и полным набором квантовых чисел (f) является суперпозицией базисных состояний (конфигурационное смешивание):

$$|f\rangle = \sum_{n, \beta_n} a_{n\beta_n}^f(U_f) |p_n, h_n, \beta_n\rangle. \quad (17)$$

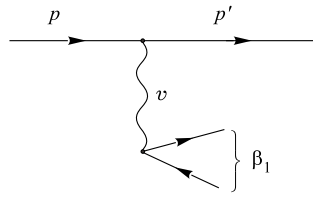
Пусть ядро-мишень A — четно-четное ядро ($|0p0h\rangle$ -конфигурация с $E_A = 0$), тогда каждое точное возбужденное состояние $|f\rangle$ конечного ядра B ($B = A^*$) запишем в виде

$$|f\rangle = \sum_{\beta_1} a_{\beta_1}^f(U_f) |1, 1, \beta_1\rangle + S_f(U_f), \quad (18)$$

где $S_f(U_f)$ — сумма по более сложным конфигурациям ($2p2h$, $3p3h$ и т.п.). $T_{p'p}^{1\Pi\Pi}$ -матрица реакции (p, p') в БПИВ (ph -представление) с возбуждением состояния $|f\rangle$ (см. (18)) определяется выражениями

$$T_{p'p}^{1\Pi\Pi}(\mathbf{k}'_p, \mathbf{k}_p, f) = \sum_{\beta_1} a_{\beta_1}^{f*} t_{p'p}(\mathbf{k}'_p, \mathbf{k}_p, \beta_1), \quad (19a)$$

$$t_{p'p}(\mathbf{k}'_p, \mathbf{k}_p, \beta_1) = \langle \chi_{p'}^{(-)}(\mathbf{k}'_p) | \langle 1, 1, \beta_1 | v | 0 \rangle | \chi_p^{(+)}(\mathbf{k}_p) \rangle. \quad (19b)$$



Часть $S_f(U_f)$ волновой функции конечного ядра $|f\rangle$ (см. (18)) не дает вклада в $T_{p'p}^{1\Pi\Pi}$, потому что v — двухчастичные силы, следовательно, одноступенчатая прямая реакция (p, p') описывается с помощью графика, изображенного на рис. 1. В (19) искаженная волна $\chi_p^{(\pm)}(\mathbf{k}_p)$ — это решение уравнения

Рис. 1. График 1\Pi\Pi (p, p')

$$[\varepsilon_p - T_p - V_{\text{opt}}^{(p)}] \chi^{(\pm)}(\mathbf{k}_p) = 0 \quad (20a)$$

с условием нормировки

$$\langle \tilde{\chi}^{(\pm)}(\mathbf{k}_p) | \chi^{(\pm)}(\mathbf{k}'_p) \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k}_p - \mathbf{k}'_p), \quad (20b)$$

где $\tilde{\chi}^{(\pm)}(\mathbf{k}_p)$ удовлетворяет уравнению

$$[\varepsilon_p - T_p - V_{\text{opt}}^{(p)*}] \tilde{\chi}^{(\pm)}(\mathbf{k}_p) = 0. \quad (20b)$$

В области непрерывного спектра состояний конечного ядра дважды дифференциальное сечение (p, p') представляется в виде суммы парциальных сечений с возбуждением отдельных состояний $|f\rangle$. Используя (19), получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{p,p'}^{1\Pi\Pi}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}'_p)}{d\varepsilon_{p'} d\Omega_{p'}} &= \frac{2\pi \varrho(\varepsilon_{p'}, \Omega_{p'})}{\hbar v_p} \sum_f \delta(U_f - U_B) \times \\ &\times \sum_{\beta_1, \beta'_1} a_{\beta_1}^{f*}(U_f) a_{\beta'_1}^f(U_f) t_{p'p}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}'_p, \beta_1) t_{p'p}^*(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}'_p, \beta'_1), \end{aligned} \quad (21)$$

где $U_B = \varepsilon_p - \varepsilon_{p'}$ — энергия возбуждения конечного ядра; $\varrho(\varepsilon_{p'}, \Omega_{p'})$ — плотность состояний испускаемого протона в континууме с энергией $\varepsilon_{p'}$ и направлением его импульса $\Omega_{p'}$: $\varrho(\varepsilon_{p'}, \Omega_{p'}) = \frac{m_{p'} k_{p'}}{(2\pi)^3 \hbar^2}$.

Измеряемое сечение усредняется по большому числу конечных состояний $|f\rangle$ (при $\Gamma_f \gg D_f$) в интервале ΔE , где ΔE — энергетическое разрешение детектора. Можно предположить, что амплитуды $\{a_{\beta_1}^f(U_f)\}$ случайны по знаку и величине. Тогда интерференционные члены в (21) исчезают при усреднении по конечным состояниям $|f\rangle$ (статистика конечного состояния):

$$\begin{aligned} \sum_f a_{\beta_1}^{f*}(U_f) a_{\beta_1}^f(U_f) \delta_{\Delta E}(U_f - U_B) &= \\ &= \delta_{\beta_1, \beta_1} \sum_f |a_{\beta_1}^f(U_f)|^2 \delta_{\Delta E}(U_f - U_B), \end{aligned} \quad (22)$$

где $\delta_{\Delta E}(U_f - U_B) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta E}{(U_f - U_B)^2 + \Delta E^2/4}$. Из (22) следует, что

$$\tilde{\varrho}(1, 1, \beta_1, U_B) = \sum_f |a_{\beta_1}^f(U_f)|^2 \delta_{\Delta E}(U_f - U_B) \quad (23a)$$

является распределением состояний $|1, 1, \beta_1\rangle$ ($1p1h$ -конфигурация) по реальным состояниям конечного ядра с энергией возбуждения U_B (парциальный вклад состояния $|1, 1, \beta_1\rangle$ в реальное состояние конечного ядра). При дополнительном усреднении $\tilde{\varrho}(1, 1, \beta_1, U_B)$ по β_1

$$\left\langle \sum_{\beta_1} \tilde{\varrho}(1, 1, \beta_1, U_B) \right\rangle = \varrho(1p, 1h, U_B) \quad (23b)$$

есть реалистическая плотность $1p1h$ -состояний.

Тогда энергетически усредненное сечение (21) представляется в виде суммы 1ПП-сечений с возбуждением изолированных состояний $|1, 1, \beta_1\rangle$:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{d^2 \sigma_{p,p'}^{1ПП}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_{p'})}{d\varepsilon_{p'} d\Omega_{p'}} \right\rangle_{\Delta E} &= \frac{2\pi \varrho(\varepsilon_{p'}, \Omega_{p'})}{\hbar v_p} \times \\ &\times \sum_{\beta_1} \tilde{\varrho}(1, 1, \beta_1, U_B) |\langle \chi_{p'}^{(-)}(\mathbf{k}_{p'}) | \langle 1, 1, \beta_1 | v | 0 \rangle | \chi_p^{(+)}(\mathbf{k}_p) \rangle|^2. \end{aligned} \quad (24)$$

В рамках сформулированного выше подхода в МИВ (ph -представление) $T_{p'p}^{2ПП}$ — матрица двухступенчатой прямой реакции (p, p'')(p'', p) (второй порядок борновского ряда) определяется выражением

$$T_{p'p}^{2ПП}(\mathbf{k}_{p'}, \mathbf{k}_p, f) = \sum_{f'} \langle \chi_{p'}^{(-)}(\mathbf{k}_{p'}) | \langle f | v | f_1 \rangle \hat{G}_{p''}(\varepsilon_{p''}) \langle f_1 | v | 0 \rangle | \chi_p^{(+)}(\mathbf{k}_p) \rangle. \quad (25)$$

Здесь $\hat{G}_{p''}(\varepsilon_{p''})$ — гриновский оператор в промежуточном канале (p'')

$$\hat{G}_{p''}(\varepsilon_{p''}) = \frac{1}{(\varepsilon_{p''} - T_{p''} - U_{\text{opt}}^{(p'')} + i\delta)}, \quad (26)$$

где $\varepsilon_{p''} = \varepsilon_p - U_{f_1}$; $|f_1\rangle$ и $|f\rangle$ представлены в виде рядов (см. (17), (18))

$$\begin{aligned} |f_1\rangle &= \sum_{\beta_1} a_{\beta_1}^{f_1}(U_{f_1})|1, 1, \beta_1\rangle + S_{f_1}(U_{f_1}), \\ |f\rangle &= \sum_{\gamma_1, f_2} a_{\gamma_1 f_2}^f(U_f)|1, 1, \gamma_1; f_2\rangle + S_f(U_f), \end{aligned} \quad (27)$$

где $|1, 1, \gamma_1; f_2\rangle$ — состояние, получаемое добавлением новой $|1, 1, \gamma_1\rangle$ -пары к состоянию $|f_2\rangle$. Предполагая, что при неупругом рассеянии протона в каждом акте взаимодействия вероятность рождения новой $1p1h$ -пары ($\Delta N = +2$) не зависит от ядерной структуры $|f_2\rangle$ и $|f_1\rangle$, и пренебрегая другими процессами неупругого рассеяния ($\Delta N = 0$), имеем

$$\langle 1, 1, \gamma_1; f_2 | v | f_1 \rangle \simeq \delta_{f_2, f_1} \langle 1, 1, \gamma_1 | v | 0 \rangle. \quad (28)$$

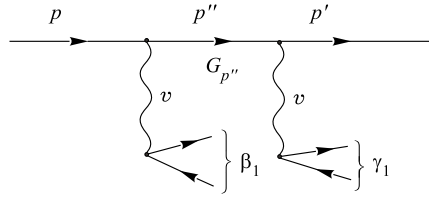


Рис. 2. График 2ПП (p, p'): $(p, p'')(p'', p)$

Следовательно, двухступенчатая прямая реакция (p, p') описывается графиком, изображенным на рис. 2.

По аналогии с (22) и (23), предполагая, что амплитуды $a_{\beta_1}^{f_1}$ и $a_{\gamma_1 f_2}^f$ случайны по величине и знаку (статистика конечного состояния), определим реалистические парциальные плотности $\tilde{q}(1, 1, \beta_1, U_1)$ и $\tilde{q}(1, 1, \gamma_1; f_2, U_B)$ с помощью соотношений

$$\begin{aligned} \sum_{f_1} a_{\beta_1}^{f_1*}(U_{f_1}) a_{\beta_1}^{f_1}(U_{f_1}) \delta_{\Delta E}(U_{f_1} - U_1) &= \delta_{\beta_1, \beta_1'} \tilde{q}(1, 1, \beta_1, U_1), \\ U_1 &= \varepsilon_p - \varepsilon_{p''}, \\ \sum_f a_{\gamma_1 f_2}^{f*}(U_f) a_{\gamma_1 f_2}^f(U_f) \delta_{\Delta E}(U_f - U_B) &= \delta_{\gamma_1, \gamma_1'} \delta_{f_2, f_2'} \tilde{q}(1, 1, \gamma_1; f_2, U_B), \\ U_B &= \varepsilon_p - \varepsilon_{p'}, \end{aligned} \quad (29)$$

при этом

$$\tilde{q}(1, 1, \gamma_1; f_2, U_B) \simeq \tilde{q}(1, 1, \gamma_1, U_2), \quad \text{где } U_2 = \varepsilon_{p''} - \varepsilon_{p'}. \quad (30)$$

Используя (25)–(30), для энергетически усредненного 2ПП-сечения получаем:

$$\begin{aligned}
 \left\langle \frac{d^2 \sigma_{p,p'}^{2\text{ПП}}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_{p'})}{d\varepsilon_{p'} d\Omega_{p'}} \right\rangle_{\Delta E} &= \frac{2\pi \varrho(\varepsilon_{p'}, \Omega_{p'})}{\hbar v_p} \times \\
 &\times \sum_{\beta_1, \gamma_1} \int_{\varepsilon_{p'}}^{\varepsilon_p} d\varepsilon_{p''} \tilde{\varrho}(1, 1, \gamma_1, \varepsilon_{p''} - \varepsilon_{p'}) \tilde{\varrho}(1, 1, \beta_1, \varepsilon_p - \varepsilon_{p''}) \times \\
 &\times \int d\varepsilon_{p'''} d\Omega_{p'''} \varrho(\varepsilon_{p'''}, \Omega_{p'''}) |\langle \chi_{p'''}^{(-)}(\mathbf{k}'_p) | \langle 1, 1, \gamma_1 | v | 0 \rangle | \chi_{p'''}^{(+)}(\mathbf{k}'_{p''}) \rangle \times \\
 &\times (\varepsilon_{p''} - \varepsilon_{p'''} + i\delta)^{-1} |\langle \tilde{\chi}_{p'''}^{(+)}(\mathbf{k}'_{p''}) | \langle 1, 1, \beta_1 | v | 0 \rangle | \chi_p^{(+)}(\mathbf{k}_p) \rangle|^2. \quad (31)
 \end{aligned}$$

Нетрудно показать, что в рамках статистики конечного состояния интерференция амплитуд 1ПП и 2ПП исчезает.

Формализм ТМПР (ph -представление) для (p, p') легко обобщить на поверхностные реакции $A(a, b)B$ с участием составных частиц (вклад в сечение, определяемый кластерной областью ядра). Например, одноступенчатая и двухступенчатая прямые реакции подхвата (p, b) описываются графиками (по аналогии с рис. 1, 2), приведенными на рис. 3, 4. На рис. 3, 4 показано $V_{px} - p - x$ -взаимодействие: $V_{px} = \sum_{\substack{i \in p, \\ j \in x}} v_{ij}$; $0pxh$ -конфигурация состояний

конечного ядра, возбуждаемых прямым взаимодействием V_{px} . В соответствии с правилами расшифровки графиков в ТМПР энергетически усредненные 1ПП- и 2ПП-сечения поверхностной реакции (p, b) (x -подхват, $x = b - 1$)

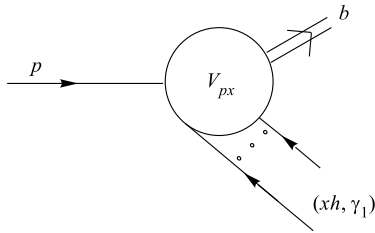


Рис. 3. График 1ПП (p, b) (x -подхват, $x = b - 1$)

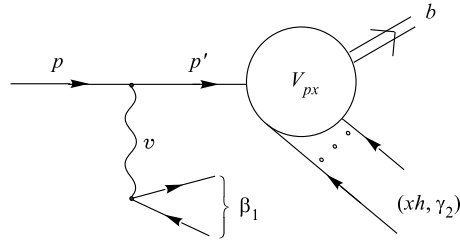


Рис. 4. График 2ПП (p, p') (p', b) (x -подхват, $x = b - 1$)

определяются выражениями в МИВ [24]:

$$\left\langle \frac{d^2 \sigma_{p,b}^{1\Pi\Pi}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} \right\rangle_{\Delta E} = \sum_{\beta'_1, L, S, I} (2I+1) \tilde{q}(0, x, \beta'_1, LSI, U_B) S_{\beta'_1 LSI}^{BA} \times \\ \times \frac{d\sigma_{p,b}^{1\Pi\Pi}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_b, \beta'_1, LSI)}{d\Omega_b}, \quad (32a)$$

где $S_{\beta'_1, LSI}^{BA}$ — спектроскопический фактор; I — передаваемый полный момент, складывающийся из орбитального момента L и спинового момента S (при $I_A = 0$, $I = I_B$); $0pxh$ -конфигурация в МО определяется заданием квантовых чисел β'_1, LSI ;

$$\frac{d\sigma_{p,b}^{1\Pi\Pi}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_b, \beta'_1, LSI)}{d\Omega_b} = \frac{2\pi}{\hbar v_p} \varrho_b(\varepsilon_b, \Omega_b) \times \\ \times |\langle \chi_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) \varphi_b | \langle 0, x, \beta'_1, LSI | V_{px} | 0 \rangle | \chi_p^{(+)}(\mathbf{k}_p) \rangle|^2, \quad (32b)$$

$$\left\langle \frac{d\sigma_{p,b}^{2\Pi\Pi}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} \right\rangle_{\Delta E} = \\ = \sum_{\beta'_2, LSI, \beta_1} \int_{\varepsilon_b - Q_{bp}}^{\varepsilon_p} d\varepsilon_{p'} (2I+1) \tilde{q}(0, x, \beta'_2, LSI, \varepsilon_{p'} - \varepsilon_b + Q_{bp}) \times \\ \times \tilde{q}(1, 1, \beta_1, \varepsilon_p - \varepsilon_{p'}) S_{\beta'_2, LSI}^{BA} \frac{d\sigma_{p,b}^{2\Pi\Pi}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_b, \beta_1, \beta'_2, LSI)}{d\Omega_b}, \quad (33a)$$

$$\frac{d\sigma_{p,b}^{2\Pi\Pi}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_b, \beta_1, \beta'_2, LSI)}{d\Omega_b} = \frac{2\pi}{\hbar v_p} \varrho_b(\varepsilon_b, \Omega_b) \times \\ \times \int d\varepsilon'_{p'} d\Omega'_{p'} \varrho(\varepsilon'_{p'}, \Omega'_{p'}) \langle \chi_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) \varphi_b | \langle 0, x, \beta'_2, LSI | V_{px} | 0 \rangle | \chi_{p'}^{(+)}(\mathbf{k}_{p'}) \rangle \times \\ \times (\varepsilon_{p'} - \varepsilon'_{p'} + i\delta)^{-1} \langle \tilde{\chi}_{p'}^{(+)}(\mathbf{k}'_{p'}) | \langle 1, 1, \beta_1 | v | 0 \rangle | \chi_p^{(+)}(\mathbf{k}_p) \rangle|^2. \quad (33b)$$

В (32) и (33) $\varrho_b(\varepsilon_b, \Omega_b) = \frac{m_b k_b}{2\pi^3 \hbar^2}$, $Q_{bp} = B_p - B_b$, $U_B = \varepsilon_p + B_p - \varepsilon_b - B_b$.

Аналогичные выражения для 1ПП- и 2ПП-сечений для любой поверхностной реакции $A(a, b)B$ с участием составных частиц легко получить, при

этом амплитуда прямого взаимодействия определяется $V_{\text{eff}} = V_{bB} - U_{\text{opt}}^{(b)}$ [24]. При оценке 1ПП- и 2ПП-сечений (24), (31), (32а) и (33а) требуется вычислить $\tilde{\rho}(p_n, h_n, \beta_n, U)$. В [23] предполагается, что простое частично-дырочное состояние $|p_n, h_n, \beta_n\rangle$ распределено по реальным состояниям конечного ядра по закону Гаусса или Лоренца:

$$\tilde{\rho}(p_n, h_n, \beta_n, U) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(E_{\beta_n} - U)^2}{2\Gamma^2}\right], \\ \frac{\Gamma}{2\pi} / [(U - E_{\beta_n})^2 + (\Gamma/2)^2], \end{cases} \quad (34)$$

где E_{β_n} — энергия $|p_n, h_n, \beta_n\rangle$ -состояния, определяемая в модели оболочек; Γ — ширина распределения (в расчетах Γ полагалась равной 4 МэВ). Расчеты $\frac{d\sigma_{a,b}^{\text{1ПП}}(LSI)}{d\Omega_b}$ в БПИВ выполняются по программе DWUCK (DWUCK4, DWUCK5) [25]. Основное достоинство ТМПР: в рамках статистики конечного состояния (случайное конфигурационное смешивание оболочечных (базисных) состояний конечного ядра) энергетически усредненное сечение реакции — сумма вкладов, обусловленных возбуждением большого числа реальных состояний конечного ядра, сводится к сумме парциальных сечений в МИВ с возбуждением много меньших по числу более простых (частично-дырочных) состояний. Основные недостатки расчетов в ТМПР: значительные математические трудности при учете третьей и последующих стадий многоступенчатого прямого процесса и множественного выхода частиц (вклад n ПП ($n \geq 3$) и множественный выход частиц увеличивается с ростом энергии падающих частиц); необходимость стыковки ТМПР (при учете многоступенчатых компаунд-процессов) с коренным образом отличающейся статистической моделью ядерных реакций, при этом особую привлекательность имеют подходы и модели, основывающиеся на единых физических методах описания, а не составленные из сочетания разных моделей.

5. КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ КОМПАУНД-ПРОЦЕССОВ (СМКП) И СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ПРЯМЫХ ПРОЦЕССОВ (СМП) (ФОРМАЛИЗМ ФЕШБАХА, КЕРМАНА, КОНИНА (ФКК))

Сформулируем основные положения формализма ФКК на примере ядерных реакций с нуклонами. В единой теории ядерных реакций [26] (в стационарном подходе) задача о взаимодействии падающего нуклона с ядром

A (реакция $A(a, b)B$; $a, b = p, n$), описываемая полным гамильтонианом системы

$$H\Psi^{(+)} = E_a\Psi^{(+)}, H = \sum_{i=1}^{A+1} T_i + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^{A+1} v_{ij}, \quad (35)$$

решается выделением из полной волновой функции $\Psi^{(+)}$ с помощью проекционных операторов \hat{P} и \hat{Q} волновой функции открытых каналов $\hat{P}\Psi^{(+)}$ (пространство состояний рассеяния \equiv несвязанные состояния (континуум)) и волновой функции закрытых каналов $\hat{Q}\Psi^{(+)}$ (\equiv связанные (квазисвязанные)) состояния (дискретный (квазидискретный) ($D > \Gamma$) и непрерывный ($\Gamma > D$) спектры).

В методе проекционных операторов T_{ba} -матрица реакции записывается в виде [27]:

$$T_{ba} = T_{ba}^{\text{МПП}} + T_{ba}^{\text{МКП}}, \quad (36)$$

где $T_{ba}^{\text{МПП}}$ -матрица описывает многоступенчатые прямые процессы (МПП) — переходы, обусловленные связью различных несвязанных состояний (открытых каналов):

$$T_{ba}^{\text{МПП}} = \frac{1}{2\pi i} (\delta_{b,a} - \langle \mathbf{x}_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) | \mathbf{x}_a^{(+)}(\mathbf{k}_a) \rangle), \quad (37)$$

$T_{ba}^{\text{МКП}}$ -матрица описывает многоступенчатые компаунд-процессы (МКП) — переходы из несвязанных состояний (открытых каналов) в закрытые каналы (связанные и квазисвязанные состояния) и обратно:

$$T_{ba}^{\text{МКП}} = \langle \mathbf{x}_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) | V_{PQ}(E_a - h_{QQ})^{-1} V_{QP} | \mathbf{x}_a^{(+)}(\mathbf{k}_a) \rangle. \quad (38)$$

В (37) и (38) $|\mathbf{x}_a^{(+)}(\mathbf{k}_a)\rangle, |\mathbf{x}_b^{(-)}(\mathbf{k}_b)\rangle$ — решения уравнения в P -пространстве

$$(E_a - H_{\text{opt}})\mathbf{x}_p^{(\pm)} = 0, \quad (39)$$

$$H_{\text{opt}} = H_{PP} + H_{PQ}(E_a - H_{QQ} + i\Delta E)^{-1} H_{QP}, \quad (40)$$

$$h_{QQ} = H_{QQ} + W_{QQ} = H_{QQ} + V_{QP}(E_a - H_{\text{opt}})^{-1} V_{PQ}, \quad (41)$$

$$W_{QQ} = V_{QP}(E_a - H_{\text{opt}})^{-1} V_{PQ}, \quad (42)$$

$$V_{PQ} = H_{PQ} \left[\frac{i\Delta E}{E_a - H_{QQ} + i\Delta E} \right]^{1/2}, \quad (43)$$

$$V_{QP} = \left[\frac{i\Delta E}{E_a - H_{QQ} + i\Delta E} \right]^{1/2} H_{QP},$$

при этом $\langle T_{ba}^{\text{МКП}} \rangle_{\Delta E} = 0$. Учет промежуточных состояний (ПС) любого порядка (состояния возрастающей сложности) — собственные функции гамильтониана h_{QQ} (41) либо H_{opt} (40) в методе проекционных операторов осуществляется представлением \hat{Q} и \hat{P} в виде [27]:

$$\hat{Q} = \sum_n \hat{Q}_n; \hat{Q}_n \hat{Q}_m = \delta_{n,m} \hat{Q}_n, \quad \hat{P} = \sum_n \hat{P}_n; \hat{P}_n \hat{P}_m = \delta_{n,m} \hat{P}_n, \quad (44)$$

при этом сложность ПС характеризуется возрастанием числа экситонов N (см. п. 1.2). В предположении двухчастичного остаточного взаимодействия накладываются дополнительные условия

$$h_{n,m} = V_{n,m} \equiv v, \quad |n - m| \leq 1, \quad (45)$$

$$h_{n,m} = \hat{Q}_n h_{QQ} \hat{Q}_m = 0, \quad \hat{P}_n H_{\text{opt}} \hat{P}_m = 0, \quad \text{если } |n - m| \geq 2.$$

5.1. Квантовая теория статистических многоступенчатых компаунд-процессов (СМКП). При выполнении условий (44) и (45) $T_{ba}^{\text{МКП}}$ -матрицу (38) можно представить в виде суммы парциальных вкладов от отдельных стадий:

$$T_{ba}^{\text{МКП}} = \sum_{n=1}^r T_{ba(n)}^{\text{МКП}}, \quad (46)$$

где

$$T_{ba(n)}^{\text{МКП}} = \langle \mathbf{x}_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) | V_{P,n} G_n^{(b)} V_{n,n-1} G_{n-1}^{(b)} V_{n-1,n-2} \dots V_{2,1} G_1^{(b)} V_{1,P} | \mathbf{x}_a^{(+)}(\mathbf{k}_a) \rangle, \quad (47)$$

$$V_{n,n-1} \equiv h_{n,n-1} = \hat{Q}_n h_{QQ} \hat{Q}_{n-1}, \quad V_{P,n} = \hat{P} V_{PQ} \hat{Q}_n, \quad V_{1P} = \hat{Q}_1 V_{QP} \hat{P},$$

$G_n^{(b)}$ — функция Грина (пропагатор) соответствующего ПС n -го порядка в Q_n -пространстве (n -я стадия многоступенчатого процесса):

$$G_n^{(b)}(E_a) = \hat{Q}_n (E_a - h_{n,n} - \omega_{n,n})^{-1} \hat{Q}_n,$$

где

$$\omega_{n,n} = V_{n,n+1} G_{n+1}^{(b)}(E_a) V_{n,n+1}. \quad (48)$$

Последовательность операторов $V_{n,n-1}$ в (47) описывает прохождение цепочки ПС с растущей сложностью (увеличением числа экситонов N) до некоторого значения r (r — равновесная стадия, при этом $G_{r+1}^{(b)} \equiv 0$):

$$\text{возможная эмиссия} \\ 1p \rightarrow 2p1h \uparrow \rightarrow 3p2h \uparrow \rightarrow 4p3h \uparrow \rightarrow \dots \text{ к равновесию } (r).$$

Если выполняются условия $\Gamma_n \gg D_{n-1} > D_n$ (приближение сильной связи) для $n \leq r$, то эффекты перехода в более сложные конфигурации в $G_n^{(b)}$ обуславливают слабую энергетическую зависимость операторов $\omega_{n,n}$ (см. (48)). Тогда для $G_n^{(b)}$ имеем

$$G_n^{(b)}(E_a) = \sum_{\beta_n} |p_n, h_n, \beta_n\rangle (E_a - E_{\beta_n})^{-1} \langle \widetilde{p_n, h_n, \beta_n} |, \quad (49)$$

где $|p_n, h_n, \beta_n\rangle$ — собственные функции оператора $H_{n,n}^{(b)} = [h_{n,n} + \omega_{n,n}]$ (связанная (квазисвязанная) конфигурация системы взаимодействующих $p_n = n + 1$ частиц и $h_n = n$ дырок с энергией возбуждения E_{β_n}):

$$[E_{\beta_n} - H_{n,n}^{(b)}]|p_n, h_n, \beta_n\rangle = 0, [E_{\beta_n}^* - H_{n,n}^{(b)+}]|\widetilde{p_n, h_n, \beta_n}\rangle = 0, \quad (50)$$

причем $2\Im E_{\beta_n} = \Gamma_{n,\beta_n}$ — полная ширина ПС n -го порядка. В рамках фундаментального статистического предположения о случайности фаз матричных элементов при усреднении по квантовым числам ПС (в случае слабой комплексности: $|p_n, h_n, \beta_n\rangle \simeq |\widetilde{p_n, h_n, \beta_n}\rangle$ и $|\mathbf{x}_c^{(-)}\rangle \simeq |\widetilde{\mathbf{x}_c^{(+)}}\rangle$), причем $|\mathbf{x}_a^{(+)}(\mathbf{k}_a)\rangle = |\chi_{l_a s_j}^{(+)}(\varepsilon_a)\rangle|0\rangle$ и $|\mathbf{x}_b^{(-)}(\mathbf{k}_b)\rangle = |\chi_{l_b s' j}^{(-)}(\varepsilon_b)\rangle|p_\nu, h_\nu, \gamma_\nu, I_B, U_{B_\nu, \gamma_\nu}\rangle$ и усреднении по большому числу конечных состояний в интервале ΔE (см. разд. 4) из (47) в ℓ -представлении для энергетически усредненного сечения получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{a,b}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} &\equiv \left\langle \frac{d^2 \sigma_{a,b}^{\text{МКП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} \right\rangle_{\Delta E} = \\ &= \sum_{L, J, l_a, l_b, s, s'} \frac{(-1)^{s'-s}}{4\pi} Z(l_a J l_a J; sL) \times \\ &\times Z(l_b J l_b J; s'L) P_L(\cos \Theta_b) \frac{d\sigma_{a,b}(\varepsilon_a, l_a, s; \varepsilon_b, l_b, s'; J)}{d\varepsilon_b}, \quad (51) \end{aligned}$$

где $Z(l J l J; sL)$ — коэффициенты Блатта–Биденхарна,

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{a,b}(\varepsilon_a, l_a, s; \varepsilon_b, l_b, s'; J)}{d\varepsilon_b} &= \\ &= \sum_{n=1}^r \sum_{\nu=n-1}^{n+1} \sigma_a(1, \varepsilon_a, l_a, s, J) D(n) \frac{\Gamma_{n,\nu}^\uparrow(E_a, \varepsilon_b, l_b, s', J)}{\Gamma_n(E_a, J)}, \quad (52) \end{aligned}$$

$D(n)$ — фактор обеднения:

$$D(n) = \prod_{k=1}^{n-1} \left[\frac{\Gamma_k^\downarrow(E_a, J)}{\Gamma_k(E_a, J)} \right], \quad (53)$$

$\sigma_a^{\text{СМКП}}(1, \varepsilon_a, l_a, s, J)$ — сечение образования составной системы во входном квазисвязанном состоянии с полным спином J в Q_1 :

$$\sigma_a^{\text{СМКП}}(1, \varepsilon_a, l_a, s, J) = \frac{\pi}{k_a^2} T_{l_a, s}^{J(\text{СМКП})}(\varepsilon_a). \quad (54)$$

В последнем выражении $T_{l_a, s}^{J(\text{СМКП})}(\varepsilon_a)$ — коэффициент проницаемости для СМКП; $\Gamma_{n, \nu}^\uparrow(E_a, \varepsilon_b, l_b, s', J)$ — парциальная ширина распада квазисвязанного ПС n -го порядка в выходной канал (b) в P_ν ; $\Gamma_n^\downarrow(E_a, J)$ — релаксационная ширина; $\Gamma_n^\uparrow(E_a, J)$ — распадная ширина:

$$\Gamma_n^\uparrow(E_a, J) = \sum_b \sum_{\nu=n-1}^{n+1} \int_0^{E_a - B_b} d\varepsilon_b \Gamma_{n, \nu}^\uparrow(E_a, \varepsilon_b, l_b, s', J). \quad (55)$$

Для полного сечения СМКП-реакции $\sigma_a^{\text{СМКП}}(\varepsilon_a)$ (51) имеем

$$\begin{aligned} \sigma_a^{\text{СМКП}}(\varepsilon_a) &= \sum_b \int d\varepsilon_b d\Omega_b \frac{d^2 \sigma_{a, b}^{\text{СМКП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} = \\ &= \frac{\pi}{k_a^2} \sum_{J, l_a, s} \frac{2J+1}{(2s_a+1)(2I_A+1)} T_{l_a, s}^{J(\text{СМКП})}(\varepsilon_a). \end{aligned} \quad (56)$$

Парциальный вклад в $\frac{d\sigma_{a, b}^{\text{СМКП}}(\varepsilon_a, \varepsilon_b)}{d\varepsilon_b}$ от последней (равновесной) стадии r (для стадии r $\Gamma_r = \Gamma_r^\uparrow$) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{a, b(r)}^{\text{СМКП}}(\varepsilon_a, \varepsilon_b)}{d\varepsilon_b} &= \int d\Omega_b \frac{d^2 \sigma_{a, b(r)}^{\text{СМКП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} = \\ &= \frac{\pi}{k_a^2} \sum_{J, l_a, s} \frac{2J+1}{(2s_a+1)(2I_A+1)} \times \\ &\quad \times \tilde{T}_{l_a, s}^J(\varepsilon_a) \sum_{l_b, s'} \tilde{T}_{l_b, s'}^J(\varepsilon_b) / \sum_{b, l_b, s'} \int d\varepsilon_b \tilde{T}_{l_b, s'}^J(\varepsilon_b), \end{aligned} \quad (57)$$

где обобщенные коэффициенты проницаемости

$$\tilde{T}_{l_a s}^J(\varepsilon_a) = T_{l_a s}^{J(\text{СМКП})}(\varepsilon_a)D(r), \quad \tilde{T}_{l_b s'}^J(\varepsilon_b) = T_{l_b s'}^{J(\text{СМКП})}(\varepsilon_b)D(r), \quad (58)$$

$D(r)$ — фактор обеднения (см. (53)), определяющий вероятность перехода ($1 \rightarrow r$). Формула (57) совпадает с формулой Хаузера–Фешбаха (см. (1)) с точностью до замены коэффициентов проницаемости оптической модели $T_{l_s}^J \rightarrow \tilde{T}_{l_s}^J$. Из структуры выражения (51) видно, что угловые распределения испущенных частиц симметричны относительно угла 90° .

Энергетические распределения испущенных частиц определяются выражением (СМКП-эмиссия):

$$\frac{d\sigma_{a,b}^{\text{СМКП}}(\varepsilon_a, \varepsilon_b)}{d\varepsilon_b} = (2s_a + 1)^{-1}(2I_A + 1)^{-1} \times \\ \times \sum_{J, l_a, l_b, s, s'} (2J + 1) \frac{d\sigma_{a,b}^{\text{СМКП}}(\varepsilon_a, l_a, s; \varepsilon_b, l_b, s'; J)}{d\varepsilon_b}. \quad (59)$$

Таким образом, формализм СМКП позволяет на единой основе описывать многоступенчатые процессы образования составного ядра и процессы, протекающие через стадию составного ядра. Структура соотношения (52) явно напоминает форму феноменологической экситонной модели при учете переходов ($\Delta n = +1$) (см. (5)).

В предположении двухчастичного характера взаимодействия (ν) Γ_n^\downarrow , $\Gamma_{n,\nu}^\uparrow$, $T_{l_a s}^{J(\text{СМКП})}(\varepsilon_a)$ и $T_{l_b s'}^{J(\text{СМКП})}(\varepsilon_b)$ определяются соотношениями

$$\Gamma_n^\downarrow(E_a, J) = 2\pi \langle |V(n, E_a, J)|^2 \rangle \varrho_n^{(b)+}(E_a), \quad (60)$$

$$\Gamma_{n,\nu}^\uparrow(E_a, \varepsilon_b, l_b, s', J) = 2\pi \langle |V(n, \nu, E_a, \varepsilon_b, s', J)|^2 \rangle \varrho_n^{(b)f(\Delta n)}(U_B), \quad (61)$$

$$T_{l_a s}^{J(\text{СМКП})}(\varepsilon_a) = (2\pi)^2 \langle |V(1, E_a, l_a, s, J)|^2 \rangle \varrho_1^{(b)+}(E_a), \quad (62)$$

$$T_{l_b s'}^{J(\text{СМКП})}(\varepsilon_b) = (2\pi)^2 \langle |V(r_0, r + 1, E_a, l_b, s', J)|^2 \rangle \varrho_r^{(b)f+}(U_B), \quad (63)$$

где $\varrho_n^{(b)+}(E_a)$ — плотность состояний составной системы с энергией возбуждения E_a , доступных при переходе ($\Delta n = +1$); $\varrho_n^{(b)f(\Delta n)}(U_B)$ — плотность состояний конечного ядра с энергией возбуждения U_B , доступных при переходе в выходной канал ($\Delta n = 0, \pm 1$). В (60)–(63) соответствующие квадраты матричных элементов остаточного взаимодействия, усредненные по начальным спиновым конфигурациям (n -стадия) и просуммированные по конечным спиновым состояниям ($\nu = n, n \pm 1$) со спиновыми функциями распределения N -экситонных состояний $\{R_N(J)\}$, представляются в виде произведения $\langle I^2(\{j\})X(\{j\}) \rangle$, ($\{j\}$ — наборы квантовых чисел), где $X(\{j\})$ — спиновая часть квадрата матричного элемента, определяемая видом двухчастичного

эффективного взаимодействия v ; $I(\{j\})$ — радиальный интеграл перекрытия [27].

В формализме СМКП плотности частично-дырочных связанных (квазисвязанных) состояний $\varrho^{(b)}(p_n, h_n, E_a)$, $\varrho_n^{(b)+}(E_a)$ и соответствующие плотности доступных квазисвязанных состояний $\varrho_n^{(b)f(\Delta n)}(U_B)$ (реакция (N, N')) в эквидистантном приближении вычисляются по формулам, приведенным в работах [28–30].

При приближенном учете эффекта спаривания [31]

$$\varrho^{(b)}(p_n, h_n, E_a) \rightarrow \varrho^{(b)}(p_n, h_n, E_a - \Delta(N, Z)), \quad (64)$$

где $\Delta(N, Z) = x\sqrt{12}/A$; $x = \{0, \text{н.н}; 1, \text{н}; 2, \text{ч.ч}\}$. При учете оболочечных эффектов [31]

$$g \rightarrow g(E_a) = g \left[1 + \frac{\delta W(Z, A)}{E_a} (1 - \exp(-0,05E_a)) \right], \quad (65)$$

где $g = A/13 \text{ МэВ}^{-1}$ — средняя плотность одночастичных состояний; $\delta W(Z, A) = M_{\text{exp}}(Z, A) - M_{\text{жк}}(Z, A)$; $M_{\text{exp}}(Z, A)$ — экспериментальная масса ядра (Z, A) ; $M_{\text{жк}}(Z, A)$ — масса ядра (Z, A) в модели жидкой капли. Более подробно ph -плотности в эквидистантном приближении и их модификации рассмотрены в [32].

5.2. Квантовая теория статистических многоступенчатых прямых процессов (СМПП). $T_{ba}^{\text{МПП}}$ -матрица реакции $A(a, b)B(a \neq b)$ в \mathbf{k} -представлении определяется соотношением [27]:

$$T_{ba}^{\text{МПП}} = T_{ba}^{1\text{ПП}} + \sum_{n \geq 2} T_{ba}^{n\text{ПП}}, \quad (66)$$

где $T_{ba}^{1\text{ПП}}$ — вклад одноступенчатого прямого процесса (1ПП):

$$T_{ba}^{1\text{ПП}} = \langle \chi_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) | \langle f | v | 0 \rangle | \chi_a^{(+)}(\mathbf{k}_a) \rangle. \quad (67)$$

При выполнении условий (44) и (45) для $T_{ba}^{n\text{ПП}}(n \geq 2)$ получим

$$T_{ba}^{n\text{ПП}} = \langle \chi_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) | \langle f | v G_n^{(u)} v G_{n-1}^{(u)} \dots v G_1^{(u)} v | 0 \rangle | \chi_a^{(+)}(\mathbf{k}_a) \rangle, \quad (68)$$

где $G_n^{(u)}$ — функция Грина ПС n -го порядка в P_n (n -я стадия):

$$G_n^{(u)}(E_a) = \hat{P}_n [E_a^{(+)} - \hat{P}_n H_{\text{opt}} \hat{P}_n - V_{n,n+1} G_{n+1}^{(u)} V_{n,n+1}] \hat{P}_n, \quad (69)$$

$V_{n,m} = \hat{P}_n v \hat{P}_m$, причем $V_{n,m} = 0$, если $|n - m| \geq 2$.

Введем собственные функции непрерывного спектра $|p_n, h_n, \gamma_n\rangle|\chi_N^{(\pm)}(\mathbf{k}_n)\rangle$ эффективного гамильтониана $H_{n,n}^{(u)} = [\hat{P}_n H_{\text{opt}} \hat{P}_n + V_{n,n+1} G_{n+1}^{(u)} V_{n+1,n}]$:

$$H_{n,n}^{(u)}|p_n, h_n, \gamma_n\rangle|\chi_N^{(\pm)}(\mathbf{k}_n)\rangle = [E_n + U_{\gamma_n}]|p_n, h_n, \gamma_n\rangle|\chi_N^{(\pm)}(\mathbf{k}_n)\rangle. \quad (70)$$

Волновая функция $|p_n, h_n, \gamma_n\rangle|\chi_N^{(\pm)}(\mathbf{k}_n)\rangle$ в \hat{P}_n в \mathbf{k} -представлении есть произведение волновой функции остаточного ядра в состоянии γ_n с энергией U_{γ_n} и искаженной волновой функции нуклона в континууме с волновым вектором \mathbf{k}_n и энергией $\varepsilon_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m}$ (если ограничиться одним нуклоном в континууме); $E_n = \varepsilon_n + B_N$.

В соответствии с (69) для функции Грина $G_n^{(u)}$ имеем

$$G_n^{(u)}(E_a) = \sum_{\gamma_n} \int \frac{d\mathbf{k}_n}{(2\pi)^3} |p, h_n, \gamma_n\rangle|\chi_N^{(+)}(\mathbf{k}_n)\rangle \langle \tilde{\chi}_N^{(+)}(\mathbf{k}_n) | \times \\ \times \langle p_n, h_n, \gamma_n | / (E_a - E_n - U_{\gamma_n} + i\delta). \quad (71)$$

Используя фундаментальное статистическое предположение, что матричные элементы V при переходах $n \rightarrow n+1$ в непрерывном спектре случайны по знаку и величине (V — случайная матрица (статистика лидирующей частицы)), при выводе выражения для дважды дифференциального МПП-сечения сделаем следующие приближения.

Приближение 1. Пренебрегается главным значением функции Грина $G_n^{(u)}(E_a)$ (см. (71)) $\rightarrow G_n^{(u)}(E_a)$ на массовой поверхности (сохранение энергии при переходах ($n \rightarrow n+1$))

$$G_n^{(u)}(E_a) \simeq -i\pi \sum_{\gamma_n} \int \frac{d\mathbf{k}_n}{(2\pi)^3} |p_n, h_n, \gamma_n\rangle \times \\ \times |\chi_N^{(+)}(\mathbf{k}_n)\rangle \langle \tilde{\chi}_N^{(+)}(\mathbf{k}_n) | \langle p_n, h_n, \gamma_n | \delta(E_a - E_n - U_{\gamma_n}).$$

Приближение 2. Интегралы по углам вычисляются при условии

$$\int d\Omega_n d\Omega'_n \rightarrow \int d\Omega_n d\Omega'_n \delta(\Omega_n - \Omega'_n).$$

Приближение 3. Быстрая (лидирующая) промежуточная частица (нуклон) в континууме взаимодействует со связанным нуклоном ядра с рождением $1p1h$ -пары (переход $n-1 \rightarrow n$), при этом плотность доступных квазисвязанных состояний остаточного ядра (n -я стадия) принимается равной

$$\varrho^{(b)f}(n, n, U_n) \simeq \varrho^{(b)}(1, 1, E_{n-1} - E_n).$$

Приближение 4. Замена в (71):

$$\langle \tilde{\chi}_N^{(+)}(\mathbf{k}_n) | \rightarrow \langle \chi_N^{(-)}(\mathbf{k}_n) |.$$

В рамках этих приближений при усреднении по большому числу состояний конечного ядра $|f\rangle$ в интервале ΔE (см. разд. 4 и (51)) для энергетически усредненного n СПП-сечения ($n \geq 2$) получим компактное выражение (рекуррентное соотношение)

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{a,b}^{n\text{СПП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} &= \frac{m}{4\pi^2 \hbar^2} \int d\Omega_{n-1} \int d\varepsilon_{n-1} \varepsilon_{n-1} \times \\ &\times \frac{d^2 \sigma_{N,b}^{1\text{СПП}}(\mathbf{k}_{n-1}, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} \frac{d^2 \sigma_{a,N}^{(n-1)\text{СПП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_{n-1})}{d\varepsilon_{n-1} d\Omega_{n-1}}, \end{aligned} \quad (72)$$

при этом 1СПП-сечение (БПИВ)

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{a,b}^{1\text{СПП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} &= \frac{2\pi \varrho(\varepsilon_b, \Omega_b)}{\hbar v_a} \varrho^{(b)}(1, 1, E_a - E_b) \langle | \chi_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) | \times \\ &\times \langle 1, 1, \gamma_1, U_{\gamma_1} = E_a - E_b | v | 0 \rangle | \chi_a^{(+)}(\mathbf{k}_a) \rangle|^2, \end{aligned} \quad (73)$$

полное СМПП-сечение

$$\frac{d^2 \sigma_{a,b}^{\text{СМПП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} = \sum_{n \geq 1} \frac{d^2 \sigma_{a,b}^{n\text{СПП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b}. \quad (74)$$

Формула (72) для 2СПП-сечения (и, соответственно, для n СПП, $n \geq 3$) проще (в плане вычислений), чем соответствующие формулы в ТМНР (см. разд. 4), что и обусловило широкое использование формализма ФКК для анализа многоступенчатых ядерных реакций.

В рамках статистики лидирующей частицы (прибл. 1, 2, 3) из (68) для 2СПП получим выражение [33]

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{a,b}^{2\text{СПП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} &= \frac{2m^5 k_b}{(2\pi)^8 \hbar^{10} k_a} 2\pi^2 \int d\Omega_1 d\varepsilon_1 \varepsilon_1 \varrho^{(b)}(1, 1, E_a - E_b) \times \\ &\times \varrho^{(b)}(1, 1, E_a - E_1) \langle | \chi_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) | \langle 1, 1, \gamma'_1, U_{\gamma'_1} = E_1 - E_b | v | 0 \rangle | \chi_N^{(+)}(\mathbf{k}_1) \rangle|^2 \rangle \times \\ &\times \langle | \tilde{\chi}_N^{(+)}(\mathbf{k}_1) | \langle 1, 1, \gamma_1, U_{\gamma_1} = E_a - E_1 | v | 0 \rangle | \chi_a^{(+)}(\mathbf{k}_a) \rangle|^2 \rangle. \end{aligned} \quad (75)$$

Из (75) видно, что 2СПП-сечение (в общем случае n СПП-сечение) определяется через нормальные БПИВ-матричные элементы вида

$$\langle \chi^{(-)} | \langle 1p1h | v | 0 \rangle | \chi^{(+)} \rangle$$

и ненормальные БПВ-матричные элементы вида

$$\langle \tilde{\chi}^{(+)} | \langle 1p1h | v | 0 \rangle | \chi^{(+)} \rangle,$$

где $|\chi^{(\pm)}\rangle$, $|\tilde{\chi}^{(\pm)}\rangle$ — искаженные волны в оптическом потенциале (см. (20)). При этом $\langle \tilde{\chi}^{(+)}(\varepsilon, \Omega) | = \int d\Omega' S^{-1}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon, \Omega') \langle \chi^{(-)}(\varepsilon, \Omega') |$, где $S(\varepsilon, \Omega; \varepsilon, \Omega') = \langle \chi^{(-)}(\varepsilon, \Omega') | \chi^{(+)}(\varepsilon, \Omega) \rangle$ — матрица упругого рассеяния (промежуточный канал). Приближение 4 ($|\langle \tilde{\chi}^{(+)} | \simeq \langle \chi^{(-)} |$) выполняется, если $S^{-1}(\varepsilon, \Omega; \varepsilon, \Omega') \simeq \delta(\Omega' \rightarrow \Omega)$ (при $\Im V_{\text{opt}} = 0$), однако, если $\Im V_{\text{opt}} \neq 0$, то возможно $S^{-1} > 1$, что приводит к увеличению n СПП-сечения ($n \geq 2$) при замене нормального БПВ-матричного элемента ненормальным.

В [34] проведено сравнение расчетов 2СПП-сечения реакции $^{208}\text{Pb}(p, p')$ при $\varepsilon_p = 62$ МэВ, выполненных в ТМР (см. разд. 4) и ФКК (СМПП), что приводит к выводу о том, что n СПП-сечение (ФКК) $\simeq 2^{n-1}$ n СПП-сечение (ТМР). Проведенный анализ сечений (p, n) , (n, n') и (p, p') в ФКК (СМПП) [35–40] показал хорошее согласие между теорией и экспериментальными данными. В рамках статистики лидирующей частицы [33] n СПП-сечение определяется через ненормальные БПВ-матричные элементы (см. (75)) в отличие от n СПП-сечения (ФКК) (см. (72)). В [41] приведены аргументы, что дополнительное энергетическое усреднение в одночастичном канале приводит к ротации полюсов S -матрицы, что ведет к замене $\langle \tilde{\chi}^{(+)}(\varepsilon, \Omega) |$ на энергетически усредненную искаженную волну $\langle \tilde{\chi}^{(-)}(\varepsilon, \Omega) |$ и, следовательно, к n СПП-сечению с нормальными БПВ-матричными элементами. Однако этот вывод противоречит утверждениям в [33, 34], что требует дальнейшего исследования.

6. МОДИФИКАЦИИ И РАЗВИТИЕ ФОРМАЛИЗМА ФКК

Модификация и развитие формализма ФКК [27] состоит в полном и корректном учете всех эффектов, которые не рассматривались и которые необходимо включить в теорию для более точного количественного описания экспериментальных данных (реакции (N, xN') , $N, N' = p, n$) для широкой области энергий и диапазона ядер:

- 1) возможные переходы между СМПП и СМКП: СМПП \rightarrow СМКП;
- 2) эффекты коллективных возбуждений (фононов) в СМПП;
- 3) множественная эмиссия нуклонов в СМКП;
- 4) множественная эмиссия нуклонов в СМПП;
- 5) эффект различимости n и p в СМКП и СМПП (двухкомпонентный формализм СМКП и СМПП с разделением на $p \equiv \pi$ и $n \equiv \nu$).

При этом все расчеты СМКП и СМПП выполняются для эффективного двухчастичного взаимодействия v в форме потенциала Юкавы; искаженные

волны $\chi_N^{(\pm)}$ ($N = p, n$) рассчитываются в потенциале оптической модели ($V_{\text{opt}}^{(p)}, V_{\text{opt}}^{(n)}$) и волновые функции одночастичных связанных (квазисвязанных) состояний — в потенциале Вудса–Саксона.

Необходимо расширить формализм ФКК на реакции, где проявляют себя коллективные степени свободы (фононы: низколежащие коллективные возбуждения (НКС) и мультипольные гигантские резонансы (МГР)). В рамках микроскопического подхода матричные элементы прямого возбуждения фотона мультипольности λ с энергией ω_λ $\langle (j'\lambda)j | H_{\text{eff}} | j \rangle$ могут быть параметризованы таким же соотношением, как и в коллективной модели ядра, а именно

$$\langle j'\lambda | H_{\text{eff}} | j \rangle = [(2j+1)(2\lambda+1)]^{-1/2} \beta_\lambda \langle j | T_\lambda | j' \rangle, \quad (76)$$

где $T_{\lambda m} = R \frac{\partial U}{\partial r} Y_{\lambda m}$; β_λ — параметр деформации для коллективного возбуждения (фонон λ); j — набор квантовых чисел одночастичного состояния; R — радиус ядра. Параметры β_λ , ω_λ извлекаются из экспериментальных данных о структуре НКС и МГР, либо из данных теоретических расчетов в рамках микроскопического подхода. При учете возбуждения фононов ($\Delta N_\Phi = +1$) коллективное 1СПП (coll)-сечение (73) записывается в виде [24]:

$$\frac{d^2 \sigma_{a,b}^{\text{coll}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} = \frac{2\pi \varrho(\varepsilon_b, \Omega_b)}{\hbar v_a} \sum_\lambda \beta_\lambda^2 \left[\frac{d\sigma_{a,b}^{\text{БПИБ}}}{d\Omega_b} \right]_\lambda f_\lambda[\omega_\lambda, \Gamma], \quad (77)$$

где $f_\lambda[\omega_\lambda, \Gamma]$ — функция распределения в лоренцевской форме;

$$\left[\frac{d\sigma_{a,b}^{\text{БПИБ}}}{d\Omega_b} \right]_\lambda = \sum_m \langle | \chi_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) | R(\partial U / \partial r) Y_{\lambda m} | \chi_a^{(+)}(\mathbf{k}_a) \rangle^2. \quad (78)$$

Формула (73) при учете передаваемого углового момента L (рождение $1p1h$ -пары со спином $L(\Delta N = +2)$) имеет вид

$$\frac{d^2 \sigma_{a,b}^{\text{1СПП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} = \frac{2\pi \varrho(\varepsilon_b, \Omega_b)}{\hbar v_a} \times \sum_L \varrho^{(b)}(1, 1, U_1 = E_a - E_b)(2L+1) R_2(L) \left[\frac{d\sigma_{a,b}^{\text{БПИБ}}}{d\Omega_b} \right]_L, \quad (79)$$

где $R_2(L)$ — спиновая функция распределения для $1p1h$ -состояния [27].

1СПП-сечения (77) и (79) вычисляются с использованием DWUCK4 [25], при этом 1СПП-сечение (78) усредняется по $1p1h$ -состояниям, определяемым

дифференциальное СМПП-сечение с эмиссией двух нуклонов определяется приближенным соотношением [43]

$$\frac{d\sigma_{a,b}^{\text{СМПП}\uparrow\uparrow}(\varepsilon_a, \varepsilon_b)}{d\varepsilon_b} = \sum_{n \geq 1} \sum_{b'} \int_0^{E_a - B_{b'}} d\varepsilon_{b'} \frac{d\sigma_{a,b'}^n(\varepsilon_a, \varepsilon_{b'})}{d\varepsilon_{b'}} \times$$

$$\times \left[\frac{\varrho(1, 0, \varepsilon_b + B_b)}{p_n} \frac{\varrho(p_n - 1, h_n, E_a - E_{b'} - E_b)}{\varrho(p_n, h_n, E_a)} \right] R_n^{b'b} P_b(\varepsilon_b), \quad (82)$$

где $P_b(\varepsilon_b)$ — проникаемость для нуклона типа b ; выражение в квадратных скобках — вероятность найти нуклон типа b с энергией $E_b > B_b$ на n -й стадии в состоянии $|p_n, h_n, U_n = E_a - E_{b'}\rangle$ остаточного ядра (после эмиссии на n -й стадии нуклона типа b' с энергией $\varepsilon_{b'}$); $R_n^{b'b}$ — вероятность найти нуклон типа b на n -й стадии СМПП после эмиссии нуклона типа b' [44]. Более корректный анализ — расчет процесса прямого выбивания двух нуклонов в МИВ, что значительно усложняет вычисления СМПП $\uparrow\uparrow$.

6.1. Применение модифицированного формализма ФКК к описанию экспериментов. Схема анализа в модифицированном однокомпонентном формализме ФКК ((51)–(63), (72)–(80)) включает: параметризации оптических и оболочечного потенциалов; вычисление коэффициентов прохождения; БПИВ-вычисления для СМПП (программы DWUCK 4, 5); учет коллективных возбуждений (фононов) в СМПП; учет $P \rightarrow Q$ -переходов; расчеты СМПП- и СКМПП-сечений с учетом множественной эмиссии.

Пример 1. Реакция (n, xn') на ядрах ^{90}Zr и ^{208}Pb при $\varepsilon_n = 14,1$ МэВ [46].

Параметры: $g = A/13^{-1}$; $\varepsilon_F = 40$ МэВ; подгоночный параметр $v_0 = 28$ МэВ (потенциал Юкавы); параметры Вудса–Саксона: $r_0 = 1,2$ фм, $a = 0,6$ фм; параметры оптического потенциала [45]; факторы R : 0,29, и 0,23 для ^{90}Zr и ^{208}Pb соответственно; параметры β_λ для НКС и МГР взяты из анализа соответствующих данных: $\lambda^\pi = 2^+ \div 5^-$ с $\omega_\lambda \leq 7,215$ МэВ, LEOR с $\omega_{\text{LEOR}} = 7,8$ МэВ для ^{90}Zr ; $\lambda^\pi = 2^+ \div 10^+$ с $\omega_\lambda \leq 7,382$ МэВ, LEOR с $\omega_{\text{LEOR}} = 7,114$ МэВ для ^{208}Pb ; ширина распределения Лоренца: $\Gamma \simeq 1$ МэВ для НКС; $\Gamma = 5$ МэВ для LEOR. Примеры расчетов в [46] приведены на рис. 5, а, б.

Пример 2. Реакции $^{90}\text{Zr}(p, xn)$ и $^{90}\text{Zr}(p, xp')$ при $\varepsilon_p = 80$ и 160 МэВ [43].

Расчеты СМПП-сечений с учетом эмиссии двух нуклонов (см. (82)). Подгоночные параметры:

$$v_0(\text{МэВ}) = \begin{cases} 11,30 \text{ и } 6,52 (p, xn) & \text{при } \varepsilon_p = 80 \text{ и } 160 \text{ МэВ,} \\ 15,00 \text{ и } 8,69 (p, xp') & \text{при } \varepsilon_p = 80 \text{ и } 160 \text{ МэВ.} \end{cases}$$

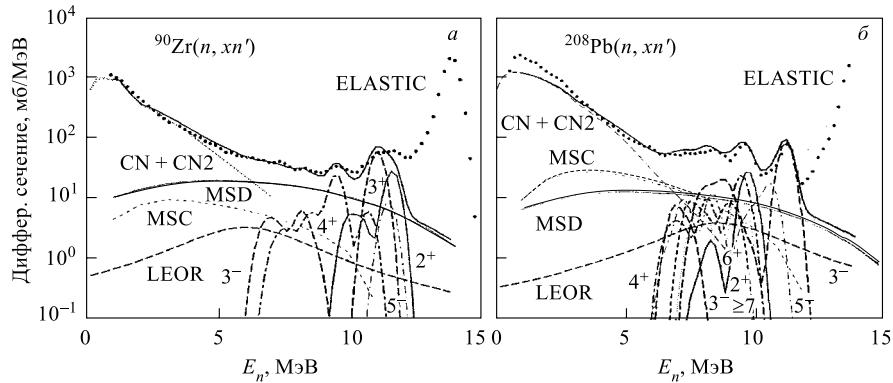


Рис. 5. Спектр эмиссии из реакции $^{90}\text{Zr}(n, xn')$ (а) и $^{208}\text{Pb}(n, xn')$ (б) при $\varepsilon_n = 14, 1$ МэВ. Кривая MSD — вклад СМПП; кривая MSC — вклад СМКП без стадии r ; кривая CN + CN2 — равновесная эмиссия (стадия r): одиночное испускание нейтрона (CN), испускание двух нейтронов (CN2); кривые с индексами 2^+ , 3^- , 4^+ , 5^- , 6^+ , ≥ 7 ; LEOR — вклады 1СПП (coll) для соответствующих коллективных возбуждений (фононов λ^π); сплошная линия — полное дифференциальное сечение $d\sigma_{n, xn'}/d\varepsilon_{n'}$; точки — экспериментальные данные [47]

Угловое распределение вылетающего нуклона (в случае эмиссии двух нуклонов) рассчитывается в приближении, что оно такое же, как в случае одиночного испускания нуклона. Примеры расчетов в [43] приведены на рис. 6, 7.

Пример 3. Реакции $^{90}\text{Zr}(n, xn')$ при $\varepsilon_n = 14, 1$ и 18 МэВ; $^{90}\text{Zr}(p, xn)$ при $\varepsilon_p = 25, 45$ и 80 МэВ; $^{90}\text{Zr}(p, xp')$ при $\varepsilon_p = 80$ МэВ; $^{56}\text{Fe}(p, xn)$ при $\varepsilon_p = 113$ МэВ; $^{208}\text{Pb}(p, xn)$ при $\varepsilon_p = 113$ МэВ [49].

В отличие от приведенных выше примеров (однокомпонентный формализм ФКК) в [49] предложен двухкомпонентный формализм СМПП (ФКК) с разделением на протоны (π) и нейтроны (ν). В двухкомпонентном формализме соответствующие графики (см. рис. 1, 2) для реакций (p, p') и (p, n) изображены на рис. 8. Аналогичные графики нетрудно изобразить для n СПП ($n \geq 3$). Частично-дырочные возбуждения описываются конфигурацией $(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu)$, где $p_\pi(h_\pi)$ — число протонных частиц (π) (дырок ($\bar{\pi}$)), $p_\nu(h_\nu)$ — число нейтронных частиц (ν) (дырок ($\bar{\nu}$)). Эффективное NN -взаимодействие $v = \{v_{\pi\pi}; v_{\pi\nu}(= v_{\nu\pi}); v_{\nu\nu}\}$ — потенциал Юкавы; $\{v_{\pi\nu}^0, v_{\pi\pi}^0, v_{\nu\nu}^0\}$ — подгоночные параметры.

1СПП-сечение рассчитывается по формуле (73) и n СПП-сечение ($n \geq 2$) рассчитывается по рекуррентной формуле (72) в соответствии с графиками (см. рис. 8). Функция распределения $1p1h$ -состояний $\tilde{q}(p_\pi, h_\pi, p_\nu, h_\nu, \beta_1, I, U_1)$ определяется формулой (34), где E_{β_1} вычисляются в сферической модели Нильссона [50, 51] (для нейтронов и протонов). В БПИВ-вычислениях учитываются только индивидуальные $1p1h$ -состояния,

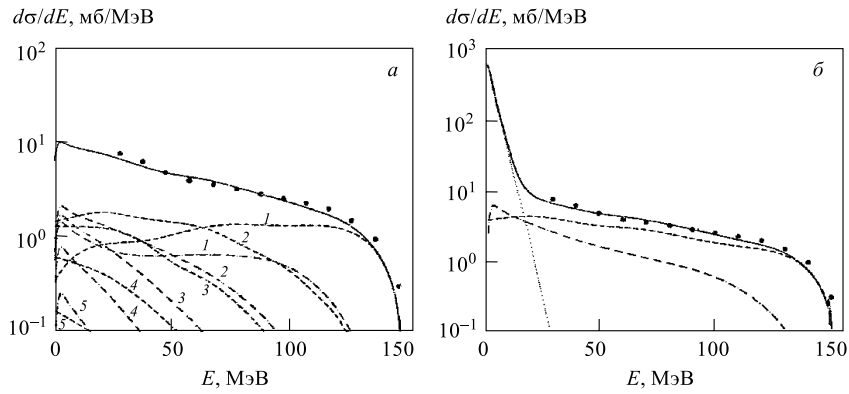


Рис. 6. Спектры эмиссии из реакции $^{90}\text{Zr}(p, xn)$ при $\varepsilon_p = 160$ МэВ: штриховая кривая — испускание одного нейтрона; штрихпунктирная — испускание двух нуклонов ($nn + np$); сплошная — полное дифференциальное СМПП-сечение; точки — экспериментальные данные [38]. Цифры указывают номера стадий СМПП (а); точечная кривая — эмиссия из равновесной стадии (r) (расчеты по формуле Хаузера–Фешбаха с учетом множественного выхода нуклонов) и сплошная — СМПП + РП (б)

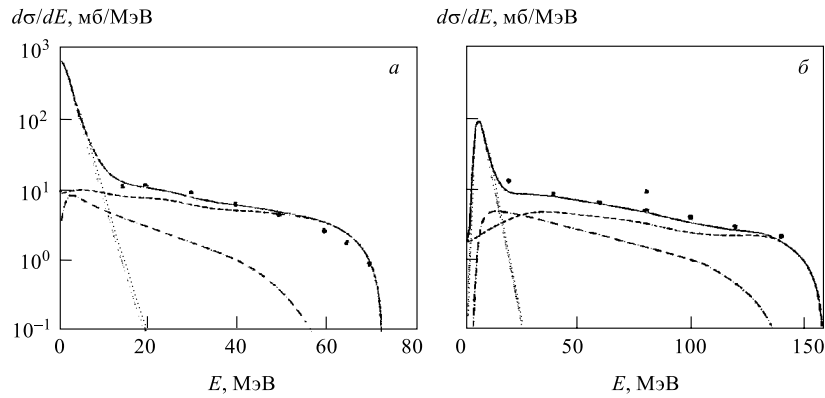


Рис. 7. Спектры эмиссии из реакции $^{90}\text{Zr}(p, xn)$ при $\varepsilon_p = 80$ МэВ (а) и $^{90}\text{Zr}(p, xp')$ при $\varepsilon_p = 160$ МэВ (б). Обозначения те же, что на рис. 6; точки — экспериментальные данные [39] (а) и [48] (б)

удовлетворяющие условию сохранения полного углового момента: $|j_h - j_p| \leq I \leq j_h + j_p$, где I — передаваемый угловой момент (т.к. 0^+ — основное состояние ядра-мишени).

СМКП-сечения рассчитываются в модифицированном формализме ФКК с учетом $P \rightarrow Q$ -переходов, СМПП $^{\uparrow\uparrow}$ -сечения — по формуле (82). Сравнение расчетов в модифицированном формализме ФКК [49] с экспериментальными

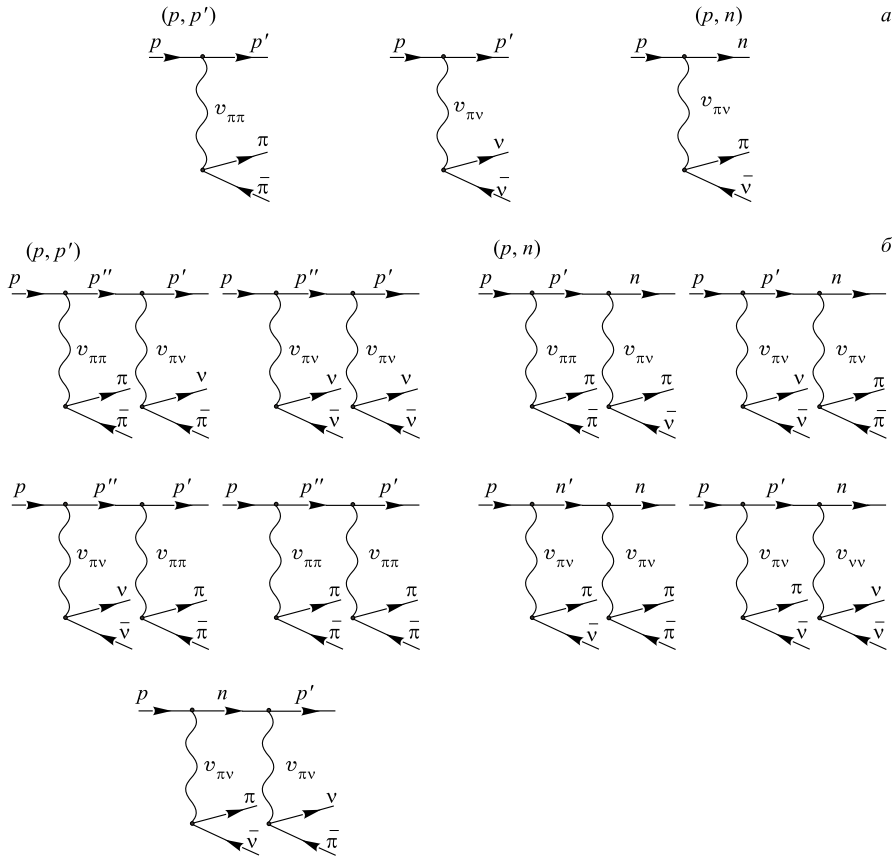


Рис. 8. Частично-дырочные ($1p1h$)-возбуждения в двухкомпонентном формализме СМПП: а) 1СПП (p, p') и (p, n); б) 2СПП (p, p') и (p, n)

данными в интервале энергий $10 \div 200$ МэВ [52–55] позволяет выделить три области, когда энергетический спектр вылетающих частиц формируется на основе действия различных механизмов реакции.

Первая область ($\varepsilon_a \leq 30$ МэВ) — основные вклады: 1СПП, 1СПП(coll), СМКП (исключая стадию r), РП (равновесная эмиссия — стадия r).

Вторая область ($30 < \varepsilon_a \leq 60$ МэВ) — основной вклад 1СПП, значительные вклады 2СПП и 3СПП, вклад СМКП резко уменьшается при $\varepsilon_a > 30$ МэВ.

Третья область ($\varepsilon_a > 60$ МэВ) — основные вклады: n СПП, $n = 1 \div 4$; растет вклад СМПП $\uparrow\uparrow$ (эмиссия двух нуклонов). Примеры расчетов в [49] приведены на рис. 9, 10.

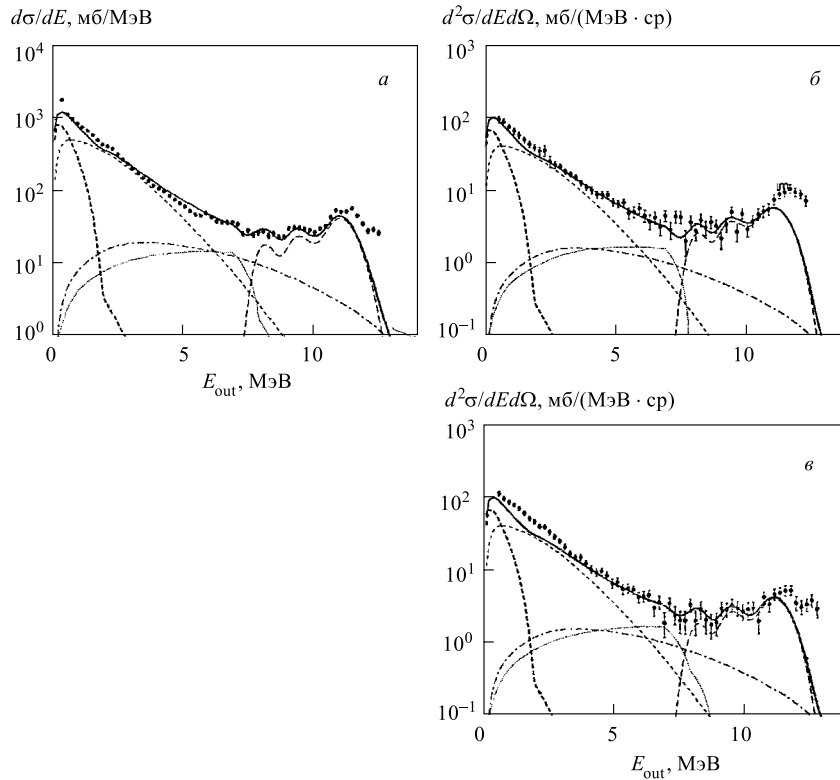


Рис. 9. Спектры эмиссии при $\varepsilon_n = 14,1$ МэВ из реакции $^{90}\text{Zr}(n, xn')$ (а), при $\Theta_{n'} = 30^\circ$ (б) $\Theta_{n'} = 60^\circ$ (в). Штриховая (с длинным штрихом) кривая — вклад 1СПП (coll); точечная — вклад СМПП (MSD); штрихпунктирная — вклад СМКП (MSC), исключая стадию r ; тонкая штриховая — вклад РП (эмиссия одного нуклона); жирная штриховая — вклад РП2 (эмиссия двух нуклонов); сплошная — полное дифференциальное сечение; точки — эксперимент [52]

Пример 4. Реакция $(p, {}^3\text{He})$ на ядрах ^{59}Co и ^{197}Au при $\varepsilon_p = 120$ МэВ [56]. Механизм реакции — дейтронный подхват (см. разд. 4, рис. 3, 4 и ф-лу (32а)). 1СПП-сечение реакции $A(p, b)B$, $b = {}^3\text{He}$ в БПИВ определяется выражением

$$\frac{d^2\sigma_{p,b}^{\text{БПИВ}}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} = \sum_{\beta_1, L, S, I} \frac{(2I+1)}{\Delta E} S_{\beta_1 L S I}^{BA} \frac{d\sigma_{p,b}^{\text{DWUCK}}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_b, \beta_1, L S I)}{d\Omega_b},$$

где проводится суммирование $\sum_{\beta_1, L, S, I}$ по всем состояниям конечного ядра $\{|0, 2, \beta_1, L S I, U_{\beta_1}\}$ с энергиями $U_{\beta_1} = E_p - E_{{}^3\text{He}} \equiv U_1$ и квантовыми числами (β_1, L, S, I) , рассчитанными в модели оболочек, в интервале

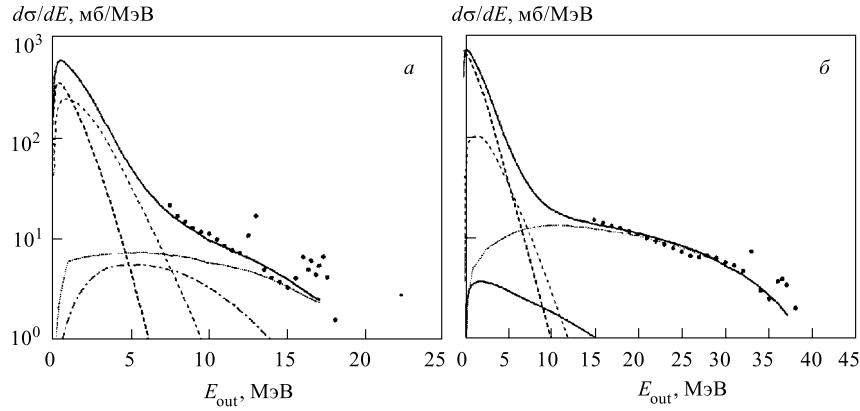


Рис. 10. Энергетическое распределение нейтронов из реакции $^{90}\text{Zr}(p, xn)$ при $\varepsilon_p = 25$ МэВ (а) и $\varepsilon_p = 45$ МэВ (б). Точки — данные экспериментов [53] (а) и [54] (б). Обозначения те же, что на рис. 9

$(U_1 - \Delta E/2, U_1 + \Delta E/2)$; $S_{\beta_1 LSI}^{BA}$ — спектроскопический фактор. Дифференциальное сечение $\frac{d\sigma_{p,b}^{\text{БПИВ}}}{d\Omega_b}$ рассчитывается в кластерном приближении (ядро-мишень $A = \text{кор} + d$ -кластер в связанном состоянии в модели оболочек с квантовыми числами (β_1, LSI) , для эффективного $p-d$ -взаимодействия (v_{pd}) используется приближение нулевого радиуса). Расчеты в БПИВ выполняются по программе DWUCK4 [25]. Параметры оптических потенциалов для протона [45] и ^3He [57], параметры оболочечного потенциала Вудса–Саксона $r_0 = 1,15$ фм и $a = 0,76$ фм [58]. В расчетах [56] учтены многоступенчатые прямые процессы 2СПП: $(p, p')(p', ^3\text{He})$ и 3СПП: $(p, p')(p', p'')(p'', ^3\text{He})$, при этом n СПП-сечения ($n = 2, 3$) реакции $(p, ^3\text{He})$ рассчитываются в формализме ФКК по рекуррентной формуле (72). Примеры расчетов в [56] представлены на рис. 11.

Пример 5. Реакция $^{59}\text{Co}(p, \alpha)$ при $\varepsilon_p = 120$ и 160 МэВ [59].

Основной механизм реакции (p, α) — прямое выбивание α -кластера падающим протоном (кластерное приближение: ядро-мишень $A = \text{кор} + \alpha$ -кластер в связанном состоянии в модели оболочек). Амплитуда прямого выбивания α -кластера (α -частицы) в реакции (p, α) определяется выражением

$$T_{p\alpha} = \langle \chi_{\alpha}^{(-)}(\mathbf{k}_{\alpha}) | \langle \varphi_p^{(b)} | v_{p\alpha} | \varphi_{\alpha}^{(b)} \rangle | \chi_p^{(+)}(\mathbf{k}_p) \rangle,$$

где $\varphi_p^{(b)}$ и $\varphi_{\alpha}^{(b)}$ — волновые функции протона и α -частицы в связанных состояниях; $v_{p\alpha}$ — эффективное $p-\alpha$ -взаимодействие. БПИВ-сечение ре-

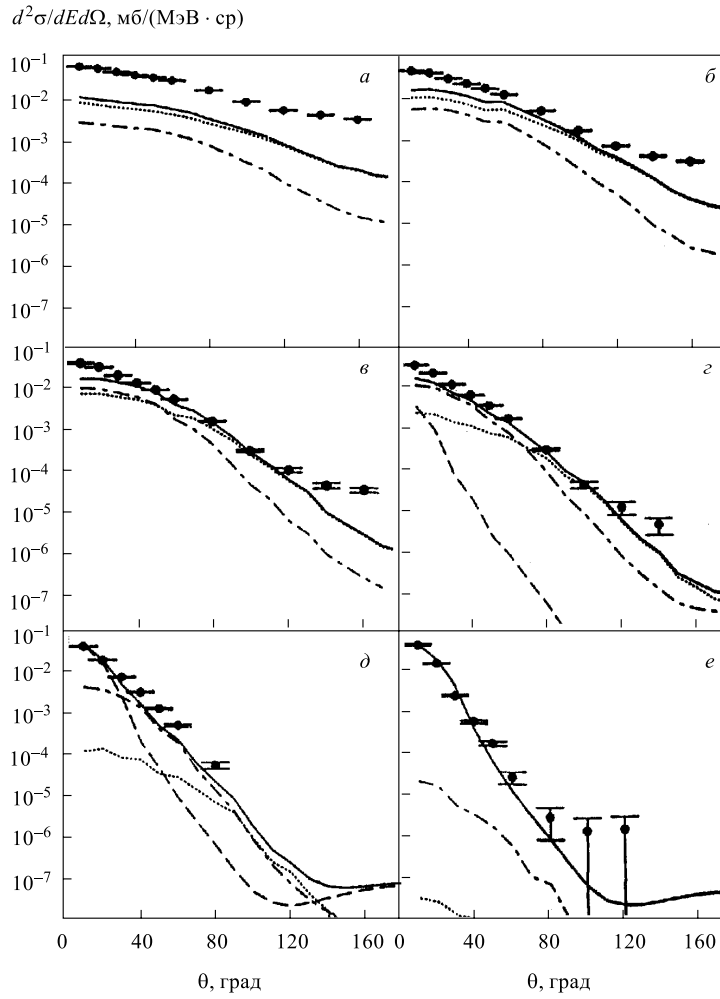


Рис. 11. Дважды дифференциальные сечения для реакции $^{59}\text{Co}(p, {}^3\text{He})$ при $\varepsilon_p = 120$ МэВ и $\varepsilon_{{}^3\text{He}} = 30$ (а), 45 (б), 60 (в), 75 (г), 90 (д) и 105 МэВ (е). Штриховая линия — 1СПП; штрихпунктирная — 2СПП; точечная — 3СПП; сплошная — СМПП; точки — эксперимент [56]

акции $A(p, \alpha)B$

$$\frac{d\sigma_{p,\alpha}^{\text{БПВ}}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_\alpha)}{d\Omega_\alpha} = \sum_{\beta_1, \gamma_1, L, I} \frac{(2I+1)}{\Delta E} S_{\beta_1 \gamma_1 L I}^{BA} \frac{d\sigma_{p,\alpha}^{\text{DWUCK}}(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_\alpha, \beta_1, \gamma_1, L, I)}{d\Omega_b},$$

где $\beta_1 \equiv n_p l_p j_p$ — набор квантовых чисел связанного протона в МО в конечном ядре; $\{\gamma_1 \equiv n_i l_i j_i\}^4$ — набор квантовых чисел четырех связанных нуклонов в МО, образующих α -кластер с (L, I) ; $S_{\beta_1 \gamma_1 L I}^{BA}$ — спектроскопический фактор, суммирование $\sum_{\beta_1, \gamma_1, L, I}$ по всем состояниям $\{|1, 4, \beta_1, \gamma_1 L, I, U_{\beta_1 \gamma_1}\}$ в МО внутри интервала $\left(U_1 - \frac{\Delta E}{2}, U_1 + \frac{\Delta E}{2}\right)$, $U_1 = E_p - E_\alpha$; $\frac{d\sigma_{p,\alpha}^{\text{DWUCK}}}{\partial\Omega_b}$ рассчитывается по программе DWUCK4 [25]. Расчетный формализм $d\frac{d\sigma_{p,\alpha}^{\text{БПИВ}}}{d\Omega_\alpha}$ (в рамках квантовой теории СМПП (ФКК)) изложен в [60, 61]. В расчетах [59] учтены многоступенчатые прямые процессы 2СПП: $(p, p')(p', \alpha)$ и $(p, n)(n, \alpha)$; 3СПП: $(p, N)(N, N')(N', \alpha)$, $N, N' = n, p$. Величины n СПП-сечений ($n = 1, 2, 3$) определяются параметризацией эффективного $N\alpha$ -взаимодействия ($v_{N\alpha}$) и параметризацией эффективного NN -взаимодействия (v), при этом n СПП-сечения умножаются на фактор Φ_α — вероятность существования α -частицы в ядре (уже сформированные α -кластеры). Тогда в качестве конфигурации конечного ядра можно использовать конфигурации с нуклонной частицей ($1p$) и α -дыркой ($\bar{1}\alpha$). В качестве плотности α -экситонных состояний вводят величину $g_\alpha = g/4$. В рамках такого подхода в n СПП-сечение реакции (p, α) входит подгоночный (нормировочный) параметр, который включает неизвестные параметр $v_{N\alpha}^0$ и фактор Φ_α . В расчетах получено: параметризация эффективного NN -взаимодействия [43]; эффективное $v_{N\alpha}$ -взаимодействие в приближении нулевого радиуса с подгоночным параметром (амплитудой) $v_{N\alpha}^0$; параметризация оптического нуклонного потенциала [45], параметризация оптического потенциала для α -частицы [62]. Примеры расчетов в [59] приведены на рис. 12.

Приведенные выше примеры анализа инклюзивных ядерных реакций в модифицированном формализме ФКК демонстрируют достаточно хорошее описание энергетических спектров и угловых распределений (особенно для реакций (N, xN') , $N, N' = p, n$ в двухкомпонентном формализме СМПП (ФКК)). Последовательная квантовая теория $P \rightarrow Q$ -переходов, множественной эмиссии в СМПП и СМКП — задача будущего развития ФКК, при этом необходимо модифицировать метод вычисления реалистических плотностей, включая несвязанные частично-дырочные состояния (с одной и более частицами в непрерывном спектре). Анализ реакций с участием составных частиц ($d, t, {}^3\text{He}, \alpha$) в ФКК, по существу, учитывает лишь вклад в сечения поверхностной (кластерной) области ядра, однако важно оценить вклад оболочечной (внутренней) области ядра. Рассчитываемые сечения в ФКК (в МИВ) чувствительны к выбору параметров оптических потенциалов падающей и вылетающей частиц, к выбору парциальных ph -состояний (при усреднении БПИВ-вычислений). Формализм ФКК, по существу, является обобщением традиционных расчетов по методу связанных каналов в рамках оболочеч-

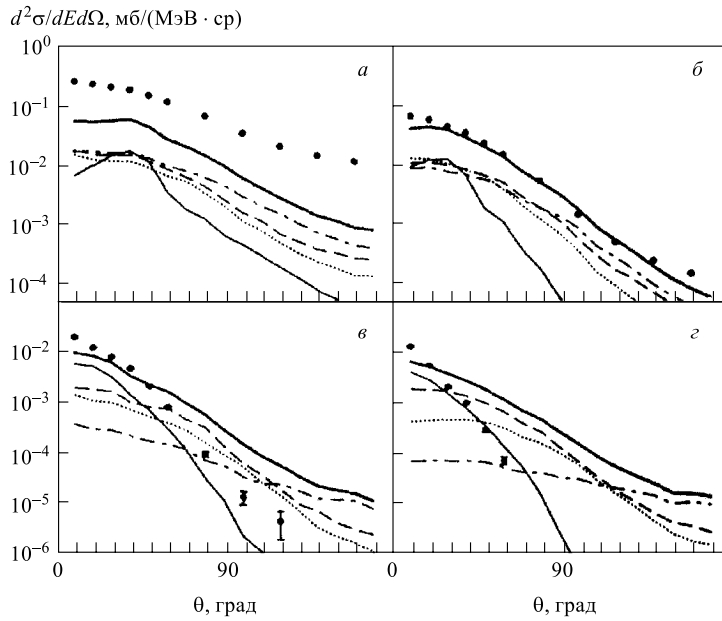


Рис. 12. Угловые распределения для реакции $^{59}\text{Co}(p, \alpha)$ при $\varepsilon_p = 120$ МэВ и $\varepsilon_\alpha = 30$ (а), 50 (б), 80 (в) и 100 МэВ (г). Сплошная кривая — 1СПП (p, α); точечная — 2СПП (p, p')(p', α); штрихпунктирная — 3СПП; сплошная — СМПП — суммарное сечение; точки — эксперимент [59]

ной модели с учетом непрерывного спектра на случай, когда велико число открытых каналов и промежуточных состояний, возбуждаемых в инклюзивных ядерных реакциях (статистические многоступенчатые процессы). В настоящее время актуальным вопросом является построение квантовой теории СМПП и СМКП в инклюзивных ядерных реакциях с участием составных частиц при полном описании различных механизмов многоступенчатого ядерного процесса и относительной простоте расчетов.

7. ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ СТАТИСТИЧЕСКИХ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ (ОМСМР)

В квантово-полевым формализме с применением метода квантовых функций Грина [63] в единой теории ядерных реакций с составными частицами S_{ba} -матрица реакции $A(a, b)B$, при классификации возбужденных состояний конечного ядра B $\psi^{(b)}(B^*, \beta_{B^*}, U_{B^*}, \beta_{\beta^*} = U_B)$ с заданным числом экситонов $B^* = p_B + h_B$ (частицы и дырки определены по отношению к уровню Ферми

ядра-мишени A) и энергией возбуждения $U_{B^*, \beta_{B^*}} = U_B = E_{B^*} - E_B$, β_{B^*} — набор квантовых чисел (см. разд. 5), определяется соотношением [61–68]:

$$S_{ba}(E_a) = \lim_{\varepsilon, \eta \rightarrow 0} \varepsilon \eta \int_0^\infty dt \exp(i e_b t - \eta t) \int_{-\infty}^0 dt' \exp(-i e_a t' + \varepsilon t') \times \\ \times \lim_{\gamma \rightarrow 0} \gamma \int_{t_1}^\infty dt_2 \exp(i(E_{B^*} - E_A)t_2 - \gamma t_2) \times \\ \times \langle \psi^{(b)}(B^*, \beta_{B^*}, U_{B^*, \beta_{B^*}} = U_B) | \langle \varphi_b(\mathbf{k}_b) | G_A[b + B^*, a] | \varphi_a(\mathbf{k}_a) \rangle, \quad (83)$$

где $G_A[b + B^*, a]$ — причинная многочастичная функция Грина

$$G_A[b + B^*, a] = \langle | T \{ \tilde{\psi}(x_1, t_1) \dots \tilde{\psi}(x_k, t_k) \tilde{\psi}^+(x'_1, t'_1) \dots \tilde{\psi}^+(x'_k, t'_k) \} | A \rangle, \quad (84)$$

$\tilde{\psi}^{(+)}(x, t)(\tilde{\psi}(x, t))$ — оператор рождения (уничтожения) нуклона в представлении Гейзенберга; $x = (\mathbf{r}, \sigma, \tau)$; $\varphi_{a(b)}(\mathbf{k}_{a(b)}) = \varphi_{a(b)} \chi_{a(b)}(\mathbf{k}_{a(b)})$ — волновая функция свободной составной частицы $a(b)$; $e_a(e_b)$ — энергия частицы $a(b)$; $e_{a(b)} = \varepsilon_{a(b)} - B_{a(b)}^0$, $B_{a(b)}^0$ — энергия связи частицы $a(b)$; a и b — числа нуклонов в падающей и вылетающей частицах, $k = (a + b + B^*)/2$; $E_{B^*} = E_B + U_B$, $E_{A(B)}$ — внутренняя энергия ядра $A(B)$ в основном состоянии. Соотношение (83) получено в предположении, что ядерный фрагмент типа b формируется из частиц (нуклонов) с энергией выше уровня Ферми ядра A .

Введем полные (приводимые) амплитуды взаимодействия $\tilde{\Gamma}_{N, N'}$ — симметризованные суммы графиков Фейнмана, которые начинаются и кончаются актом взаимодействия с помощью соотношений ($N > N'$)

$$G_A[N, N'] = \tilde{G}_A[N, N] \tilde{\Gamma}_{N, N'} \tilde{G}_A[N', N'], \quad (85)$$

где $\tilde{G}_A[N, N]$ — функция Грина системы N взаимодействующих экситонов удовлетворяет уравнению

$$\tilde{G}_A[N, N] = \tilde{G}_A^{\text{os}}[N, N] + \tilde{G}_A^0[N, N] \tilde{V}_{N, N} \tilde{G}_A[N, N]. \quad (86)$$

Блоки $\tilde{V}_{N, N}$ определяются соотношениями

$$\tilde{V}_{N, N} = V_{N, N} + V_{N, N+2} \tilde{G}_A[N + 2, N + 2] V_{N+2, N}, \quad (87)$$

где $V_{N, N}$ — неприводимые симметризованные амплитуды взаимодействия (неприводимые вершинные части), которые соответствуют суммированию графиков Фейнмана, не содержащих блоков, соединенных $ap, (a + 1)p1h, \dots$,

$(b + p_B)ph_Bh$ -линиями; $\tilde{G}_A^{\text{os}}[N, N](\tilde{G}_A^0[N, N])$ — симметризованное (несимметризованное) произведение N одночастичных функций Грина $\{G_A[1, 1]\}$. Уравнение для $\tilde{\Gamma}_{N, N'}$ имеет вид ($N > N'$)

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{N, N'} &= V_{N, N'}\delta_{N', N-2} + \\ &+ V_{N, N-2}\tilde{G}_A[N-2, N-2]V_{N-2, N-4}\dots\tilde{G}_A[N+2, N+2]V_{N+2, N'}. \end{aligned} \quad (88)$$

В приближении, когда оператор $\tilde{V}_{N, N}$ слабо зависит от энергии, можно записать разложение $\tilde{G}_{[N, N]}$ по собственным функциям эффективного гамильтониана $\tilde{H}_{N, N} = H_N^{\text{MO}} + \tilde{V}_{N, N}$, H_N^{MO} — гамильтониан модели оболочек (система N экситонов),

$$\begin{aligned} \tilde{G}_A[N, N] &= \\ &= S_\gamma |\psi(N, \gamma, E_{N, \gamma})\rangle \langle \psi(N, \gamma, E_{N, \gamma})| \exp[iE_{N, \gamma}(t' - t)]H(t - t'), \end{aligned} \quad (89)$$

где $E_{N, \gamma}$ — собственные значения энергии; символ S_γ обозначает суммирование по дискретным и интегрирование по непрерывным квантовым числам γ ; $H(x)$ — функция Хевисайда. Функции $|\psi(N, \gamma, E_{N, \gamma})\rangle$ нормированы на δ -символ Кронекера или δ -функцию в зависимости от того, идет речь о дискретной ($|\psi(N, \gamma, E_{N, \gamma})\rangle \equiv |\psi^{(b)}(N, \gamma, E_{N, \gamma})\rangle$) или непрерывной ($|\psi(N, \gamma, E_{N, \gamma})\rangle \equiv |\psi^{(u)}(N, \gamma, E_{N, \gamma})\rangle$) части спектра.

В E -представлении функция Грина $\tilde{G}_A[N, N]$ записывается в виде

$$\begin{aligned} \tilde{G}_A[N, N; E] &= \tilde{G}_A^{(b)}[N, N; E] + \tilde{G}_A^{(u)}[N, N; E] = \\ &= \sum_\gamma \frac{|\psi^{(b)}(N, \gamma, E_{N, \gamma})\rangle \langle \psi^{(b)}(N, \gamma, E_{N, \gamma})|}{E - E_{N, \gamma}} + \\ &+ S_\gamma \frac{|\psi^{(u)}(N, \gamma, E_{N, \gamma})\rangle \langle \psi^{(u)}(N, \gamma, E_{N, \gamma})|}{E - E_{N, \gamma} + i\delta} \equiv \\ &\equiv S_\gamma \frac{|\psi(N, \gamma, E_{N, \gamma})\rangle \langle \psi(N, \gamma, E_{N, \gamma})|}{E^{(+)} - E_{N, \gamma}}. \end{aligned} \quad (90)$$

Подставляя (85) в (83) и используя (89) и (90), после несложных преобразований и раскрытия $\{\text{lim}\}$ получаем для T_{ba} -матрицы реакции $A(a, b)B$ следующее выражение (в пренебрежении взаимодействием b нуклонов, формирующих вылетающую частицу (b) в выходном канале) при учете вклада в сечение, определяемого оболочечной областью ядра [67]:

$$\begin{aligned} T_{ba}(E_a = E_b + U_B) &= S_\alpha C_a(\mathbf{k}_a, \alpha, E_{a, \alpha} = E_a) S_\beta C_b(\mathbf{k}_b, \beta, E_{b, \beta} = E_b) \times \\ &\times \langle \psi(b, \beta, E_{b, \beta} = E_b) | \langle \psi^{(b)}(B^*, \beta_{B^*}, U_{B^*, \beta_{B^*}} = U_B) | \times \\ &\times \tilde{\Gamma}_{b+B^*, a}(E_a) | \psi(a, \alpha, E_{a, \alpha} = E_a) \rangle, \end{aligned} \quad (91)$$

где

$$\begin{aligned} C_a(\mathbf{k}_a, \alpha, E_{a,\alpha} = E_a) &= \langle \psi(a, \alpha, E_{a,\alpha} = E_a) | \varphi_a(\mathbf{k}_a) \rangle, \\ C_b(\mathbf{k}_b, \beta, E_{b,\beta} = E_b) &= \langle \psi(b, \beta, E_{b,\beta} = E_b) | \varphi_b(\mathbf{k}_b) \rangle. \end{aligned} \quad (92)$$

Выражения (91) и (92) записаны при определении энергии возбуждения промежуточного ядра в реакции $A(a, b)B$: $W_a = e_a + E_A - E_{c \rightarrow E_a} = e_a + B_a$; $W_b = e_b + E_{B^*} - E_{c \rightarrow E_a} = E_b + U_B$, причем $E_b = \varepsilon_b + B_b$, $E_a = \varepsilon_a + B_a$; $E_{b,\beta} = E_b$, $E_{a,\alpha} = E_a$.

При учете кластеров во входном и выходном каналах из (83) в пренебрежении процессами перестройки во входном и выходном каналах для T_{ba} получаем (в кластерном приближении) [67];

$$\begin{aligned} T_{ba}(E_a) &= \langle \chi_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) | \langle \psi^{(b)}(B^*, \beta_{B^*}, U_{B^*, \beta_{B^*}} = U_B) | \times \\ &\quad \times \tilde{\Gamma}_{b+B^*, a}(E_a) | \varphi_a \rangle | \chi_a^{(+)}(\mathbf{k}_a) \rangle. \end{aligned} \quad (93)$$

Формула (93) совпадает с выражением для T_{ba} -матрицы в МИВ (75) (см. разд. 5). Если для $\Gamma_{b+B^*, a}$, определяемой уравнением (88) при $N = b+B^*$ и $N' = a$, учитывать только $\tilde{G}_A^{(b)}[N, N; E_a]$ в ПС (Q -канал) при условии $\Gamma_n > D_{n-1} > D_n$, получим формулы для СМКП-сечений (51)–(52), если только $\tilde{G}_A^{(u)}[N, N, E_a]$ в ПС (P -канал), в рамках статистики лидирующей частицы, получим формулы для СМПП-сечений (72)–(75) (см. разд. 4, 5). Если провести в блоке $\tilde{\Gamma}_{N, N'}$ (88) суммирование графиков, приводимых по внутренним линиям, содержащих хотя бы одну частицу в непрерывном спектре, и неприводимых по линиям связанных (квазисвязанных) частиц, для полной амплитуды $\tilde{\Gamma}_{N, N'} (N > N')$ получим

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{N, N'}(E_a) &= \tilde{\Gamma}_{N, N'}^{(u)}(E_a) + \tilde{\Gamma}_{N, N-2}^{(u)}(E_a) \tilde{G}_A^{(b)}[N-2, N-2; E_a] \times \\ &\quad \times \tilde{\Gamma}_{N-2, N-4}^{(u)}(E_a) \dots \tilde{G}_A^{(b)}[a+2, a+2; E_a] \tilde{\Gamma}_{a+2, a}^{(u)}(E_a), \end{aligned} \quad (94)$$

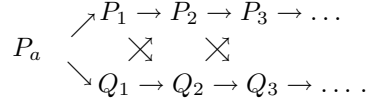
$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{N, N'}^{(u)}(E_a) &= V_{N, N'} \delta_{N, N'+2} + V_{N, N-2} \tilde{G}_A^{(u)}[N-2, N-2; E_a] V_{N-2, N-4} \tilde{G}_A^{(u)} \times \\ &\quad \times [N-4, N-4, E_a] \dots \tilde{G}_A^{(u)}[N'+2, N'+2; E_a] V_{N'+2, N'} \end{aligned} \quad (95)$$

или в символической записи

$$\tilde{\Gamma} = \tilde{\Gamma}^{(u)} \left[\sum_{s \geq 0} (\tilde{G}_A^{(b)} \tilde{\Gamma}^{(u)})^s \right], \quad \tilde{\Gamma}^{(u)} = V \left(\sum_{s \geq 0} \tilde{G}_A^{(u)} V \right)^s. \quad (96)$$

При этом $\tilde{\Gamma}^{(u)}$ соответствует СМПП, $\tilde{\Gamma}^{(b)} = V \left(\sum_{s \geq 1} \tilde{G}_A^{(b)} V \right)^s$ — СМКП, $V \tilde{G}_A^{(u)} V \tilde{G}_A^{(b)} \tilde{\Gamma}^{(b)}$ — 1СПП \rightarrow СМКП, $V \tilde{G}_A^{(u)} V \tilde{G}_A^{(u)} V \tilde{G}_A^{(b)} \tilde{\Gamma}^{(b)}$ — 2СПП \rightarrow

СМКП, и т. д. (см. разд. 5). В общем случае согласно (94), (95) возможны следующие переходы СМПП \leftrightarrow СМКП ($P \leftrightarrow Q$):



В рамках статистических приближений (см. разд. 4, 5) для комбинированного статистического многоступенчатого процесса (СМПП \rightarrow СМКП) из (94) и (95) следует, что СМПП \rightarrow СМКП-сечение определяется выражением

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 \sigma_{a,b}^{\text{СМПП} \rightarrow \text{СМКП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} &= \\
 &= \sum_{c=p,n} \sum_{n \geq 1} \int \frac{d\mathbf{k}_c}{(2\pi)^3} \frac{d^2 W_{b,c(n+1)}^{\text{СМКП}}(\mathbf{k}_b, \mathbf{k}_c)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} \frac{d^2 \sigma_{a,c}^{\text{СМПП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_c)}{d\varepsilon_c d\Omega_c}, \quad (97)
 \end{aligned}$$

где $\frac{d^2 \sigma_{a,c}^{\text{СМПП}}}{d\varepsilon_c d\Omega_c}$ определяется выражениями (72) и (73), $\frac{d^2 W_{a,c(n+1)}^{\text{СМКП}}}{d\varepsilon_b d\Omega_b}$ — формулами типа (51) и (52) (для СМКП с начальным числом экситонов $N'_0 = N+2$), в которых

$$\begin{aligned}
 \sigma_a^{\text{СМКП}}(N'_0, \varepsilon_a) \rightarrow W_n^\downarrow(\varepsilon_c, E_a, N'_0) &= 2\pi^2 \varrho_1^{(b)+}(E_c) \langle |\psi^{(b)}(N'_0, \beta, E_{N'_0, \beta} = \\
 &= E_a) | V_{N'_0, N} | \chi_c^{(+)}(\mathbf{k}_c) | \psi^{(b)}(N-1, \alpha, U_{N-1, \alpha}) \rangle|^2 \rangle. \quad (98)
 \end{aligned}$$

Используя для T_{ba} -матрицы реакции с составными частицами ($a, b \neq N$) выражение (91), для усредненных СМПП- и СМКП-сечений получаем:

а) СМПП: $\frac{d^2 \sigma_{a,b}^{\text{СМПП}}}{d\varepsilon_b d\Omega_b}$ определяются формулами (72) и (73) (рассматриваются СМПП: 1СПП (a, b); 2СПП (a, N)(N, b); 3СПП (a, N)(N, N')(N', b) и т. д.) с заменой

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 \sigma_{a,b}^{\text{1СПП}}}{d\varepsilon_b d\Omega_b} &\rightarrow \frac{2\pi \varrho(\varepsilon_b, \Omega_b)}{\hbar v_a} \varrho_1^{(b)f}(U_1 = E_a - E_b) F_{b0}^{(u)}(\mathbf{k}_b) \times \\
 &\times \langle |\psi^{(u)}(b, \beta, E_{b, \beta} = E_b) | \langle 0, 1, \beta_1, E_{\beta_1} = E_a - E_b | V_{b+1, a} | 0 \rangle \times \\
 &\times |\psi^{(u)}(a, \alpha, E_{a, \alpha} = E_a) \rangle|^2 \rangle F_{a0}^{(u)}(\mathbf{k}_a) \quad (99)
 \end{aligned}$$

для $b = a + 1$ (аналогичные выражения легко написать для $b \leq a$);

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{a,N}^{1\text{СПП}}}{d\varepsilon_N d\Omega_N} &\rightarrow \frac{2\pi \varrho(\varepsilon_b, \Omega_b)}{\hbar v_a} \varrho^{(b)}(a, 1, E_a - E_N) \langle |\chi_N^{(-)}(\mathbf{k}_N)| \rangle \times \\ &\times \langle \psi^{(b)}(a+1, \beta, U_{a+1, \beta} = E_a - E_N) | V_{a+2, a} | 0 \rangle \times \\ &\times |\psi^{(u)}(a, \alpha, E_{a, \alpha} = E_a) \rangle F_{a0}^{(u)}(\mathbf{k}_a), \quad (100) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{N,b}^{1\text{СПП}}}{d\varepsilon_b d\Omega_b} &\rightarrow \frac{2\pi \varrho(\varepsilon_b, \Omega_b)}{\hbar v_N} \varrho_1^{(b)f}(U_1 = E_N - E_b) F_{b0}^{(u)}(\mathbf{k}_b) \times \\ &\times \langle |\langle \psi^{(u)}(b, \beta, E_{b\beta} = E_b) | \langle 0, 1, \beta_1, E_{\beta_1} = E_N - E_b | V_{b+1, 1} | 0 \rangle \rangle \times \\ &\times |\chi_N^{(+)}(\mathbf{k}_N) \rangle|^2 \rangle \quad (\text{для } b = 2), \quad (101) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} F_{a0}^{(u)}(\mathbf{k}_a) &= S_{\alpha > F} |C_a^{(u)}(\mathbf{k}_a, \alpha, E_{a, \alpha} = E_a)|^2, \\ F_{b0}^{(u)}(\mathbf{k}_b) &= S_{\beta > F} |C_b^{(u)}(\mathbf{k}_b, \beta, E_{b, \beta} = E_b)|^2, \\ C_a^{(u)}(\mathbf{k}_a, \alpha, E_{a, \alpha} = E_a) &= \langle \psi^{(u)}(a, \alpha, E_{a, \alpha} | \varphi_a(\mathbf{k}_a) \rangle, \\ C_b^{(u)}(\mathbf{k}_b, \beta, E_{b, \beta} = E_b) &= \langle \psi^{(u)}(b, \beta, E_{b, \beta} | \varphi_b(\mathbf{k}_b) \rangle. \end{aligned} \quad (102)$$

В (99) и (101) имеем $\varrho_1^{(b)f}(U_1) = \varrho^{(b)}(0, 1, U_1)$ — плотность квазисвязанных состояний остаточного ядра с энергией возбуждения U_1 , доступных при переходе с $\Delta N = +2$ в 1СПП.

В (102) $\psi^{(u)}$ — волновая функция несвязанного состояния системы возбужденных $a(b)$ частиц (с энергией выше уровня Ферми ($\alpha(\beta) > F$)) и, следовательно, $F_{b0}^{(u)}$ — фактор формирования составной частицы типа b из b возбужденных частиц в несвязанном состоянии ($\beta > F$) (механизм коалесценции (см. разд. 2)); $F_{a0}^{(u)}$ — фактор развала падающей составной частицы типа a на a возбужденных частиц ($\alpha > F$), — несвязанное состояние a частиц (механизм развала, при котором есть хотя бы одна частица в континууме).

б) СМКП: в (51) и (52) заменить

$$\begin{aligned} \sigma_a^{\text{СМКП}} &\rightarrow \frac{4\pi^3}{k_a^2} \varrho^{(b)+}(a, 0, E_a, J) F_{a0}^{(b)}(\varepsilon_a, l_a, s, J) \times \\ &\times \langle |\langle \psi^{(b)}(a+2, \gamma, E_{a+2, \gamma} = E_a, J) \rangle \times \\ &\times V_{a+2, a} | \psi^{(b)}(a, \alpha, E_{a, \alpha} = E_a, J) \rangle|^2 \rangle, \quad (103) \end{aligned}$$

это сечение развала падающей частицы типа a на a возбужденных частиц во входном канале с образованием промежуточной системы в начальном связанном (квазисвязанном) состоянии с $N_0 = a + 2$ экситонами;

$$\begin{aligned} \Gamma_{n,b}^\dagger(\varepsilon_b, l_b, s', J) \rightarrow 2\pi \langle |\langle \psi^{(b)}(N, \gamma, E_{n,\gamma} = E_a J) | V_{N,b+B^*} \times \\ \times |\psi^{(b)}(B^*, \beta_{B^*}, U_{B^*,\beta_B} = U_B, I_B) \rangle \langle \psi^{(b)}(b, \gamma, E_{b,\gamma} = E_a - U_B) \rangle|^2 \rangle \times \\ \times \varrho_{n,b}^{(b)f+}(U_B, I_B) F_{b0}^{(b)}(\varepsilon_b, l_b, s', J). \end{aligned} \quad (104)$$

В (103) и (104) $F_{a0}^{(b)}$ — фактор развала падающей частицы типа a во входном канале на a возбужденных частиц в связанном (квазисвязанном) состоянии ($\alpha > F$) и $F_{b0}^{(b)}$ — фактор формирования составной частицы типа b в выходном канале из b возбужденных частиц в квазисвязанном состоянии ($\beta > F$):

$$\begin{aligned} F_{a0}^{(b)}(\varepsilon_a, l_a, s, J) &= S_{\alpha > F} |C_a^{(b)}(l_a, s, J, \varepsilon_a, \alpha, E_{a,\alpha} = E_a)|^2, \\ F_{b0}^{(b)}(\varepsilon_b, l_b, s', J) &= S_{\beta > F} |C_b^{(b)}(l_b, s', J, \varepsilon_b, \beta, E_{b,\beta} = E_b)|^2, \end{aligned} \quad (105)$$

где

$$\begin{aligned} C_a^{(b)}(l_a, s, J, \varepsilon_a, \alpha, E_{a,\alpha}) &= \langle \psi^{(b)}(a, \alpha, E_{a,\alpha}, J) | \varphi_a(l_a, s, J, \varepsilon_a) \rangle, \\ C_b^{(b)}(l_b, s', J, \varepsilon_b, \beta, E_{b,\beta}) &= \langle \psi^{(b)}(b, \beta, E_{b,\beta}, J) | \varphi_b(l_b, s', J, \varepsilon_b) \rangle, \end{aligned} \quad (106)$$

$\varrho_{n,b}^{(b)f+}(U_B)$ — плотность квазисвязанных экситонных состояний конечного ядра с энергией возбуждения U_B , доступных при переходе $\Delta N = +2$ в выходной канал (b) в СМКП. ПС n -го порядка в общем случае классифицируются числами частиц, дырок, фононов (coll) и кластеров.

Во внутренней (оболочечной) области ядра успешно используются представления оболочечной модели ($\tilde{G}_A[N, N] \simeq \tilde{G}_A^{(ph)}[N, N]$), в поверхностной (кластерной) области выделяются каналы реакции, в которых продукты реакции сформированы [69] ($\tilde{G}_A[N, N] \simeq \tilde{G}_A^{(cl)}[N, N] + \tilde{G}_A^{(ph)}[N, N]$). При учете двух типов внутриядерных переходов с изменением числа экситонов $\Delta N = +2$ и числа фононов $\Delta N_\phi = +1$ приходим к экситонно-фононной модели статистических многоступенчатых процессов [67, 70, 71]. В (99), (101), (104) факторы $\{F_{b0}^{(u)}, F_{b0}^{(b)}\}$ учитывают возможность формирования составной частицы типа b из возбужденных частиц (механизм коалесценции). Однако возможен также механизм формирования составной частицы b из нуклонов с энергией ниже уровня Ферми (механизм прямого подхвата (см. разд. 2)).

Для примера рассмотрим 1СПП: $A(p, b)B, b = {}^3\text{He}$ (реакция прямого подхвата, двухнуклонная передача ($m = 2$ -подхват)). В предположении, что 1СПП (реакция прямого подхвата) происходит главным образом с наиболее слабосвязанными нуклонами, находящимися в поверхностной (кластерной)

области ядра A , волновую функцию основного состояния ядра A можно записать в виде

$$|A\rangle = |B + m\rangle = \sum_{B', \beta'_m} \int d^3 x_{[m]} C_{\beta'_m}^{B'A} \psi^{(b)}(m, \beta'_m, E_{m, \beta'_m}; x_{[m]}) \times \\ \times \tilde{\psi}^+(x_1, t') \tilde{\psi}^+(x_2, t') |B'\rangle, \quad (107)$$

где $C_{\beta'_m}^{B'A}$ — спектроскопическая амплитуда двух передаваемых нуклонов ($m = 2 (= p' + n)$):

$$C_{\beta'_m}^{B'A} = \langle A | \int d^3 x'_{[m]} \psi^{(b)}(m, \beta'_m, E_{m, \beta'_m}; x'_{[m]}) \psi^+(x_1) \psi^+(x_2) |B'\rangle,$$

B', β'_m — наборы квантовых чисел; $x_1 = x_{p'}$, $x_2 = x_n$; $\beta'_m = (\beta'_{p'}, \beta'_n)$; $|\Psi^{(b)}(m, \beta'_m, E_{m, \beta'_m})\rangle$ — волновая функция системы m взаимодействующих частиц в среднем поле ядра B с энергией E_{m, β'_m} (частицы определены относительно основного состояния ядра B).

Из (83) для $S_{b,p}$ ($b = {}^3\text{He}$) получим

$$S_{b,p} = \lim_{\varepsilon \eta \rightarrow 0} \varepsilon \eta \sum_{\beta'_m} C_{\beta'_m}^{BA} \int_{-\infty}^0 dt' \int_0^{\infty} dt e^{ie_b t - \eta t} e^{-i(e_p + E_A - E_B)t' + \varepsilon t'} \times \\ \times \langle \varphi_b(\mathbf{k}_b) | \tilde{G}_B[3, 3] | \psi^{(b)}(m, \beta'_m, E_{m, \beta'_m}) \rangle | \varphi_p(\mathbf{k}_p) \rangle, \quad (108)$$

где

$$\tilde{G}_B[3, 3] \equiv G_{n'p_1p_2, np'p} = G_{n'p_1p_2, np'p}^{\text{os}} + \\ + G_{n'p_1p_2, np'p}^0 V_{n'p_1p_2, np'p} G_{n'p_1p_2, np'p}, \quad (109)$$

$$V_{n'p_1p_2, np'p} = G_{n'n}^{-1} V_{p_1p_2, pp'} + G_{p_1p}^{-1} V_{n'p_2, np'} + G_{p_2p}^{-1} V_{n'p_1, np'},$$

причем $\tilde{G}_B[3, 3] \equiv \tilde{G}_{A-m}[b, b]$ при $b = 3$, $m = 2$; $E_A + e_p = E_B + e_b$.

Используя (91), для $T_{b,p}$ окончательно получаем (вклад кластерной области ядра)

$$T_{b,p}^{\text{БПВ}} = \sum_{\beta'_m} C_{\beta'_m}^{BA} \langle \chi_b^{(-)}(\mathbf{k}_b) | \langle \varphi_b | V_{p,p'n}^{\text{eff}} | \psi^{(b)}(m, \beta'_m, E_{m, \beta'_m}) \rangle | \chi_p^{(+)}(\mathbf{k}_p) \rangle, \quad (110)$$

где $V_{p,p'n}^{\text{eff}} = G_{p'}^{-1} v_{np} + G_n^{-1} v_{pp'}$; $\chi_b^{(-)}(\mathbf{k}_b)$, $\chi_p^{(+)}(\mathbf{k}_p)$ — искаженные волны (в $V_{\text{opt}}^{(B)}$, $V_{\text{opt}}^{(p)}$).

Полученная формула (110) для $T_{b,p}^{\text{БПВ}}$ описывает прямой (поверхностный) механизм формирования $b \equiv {}^3\text{He}$ из двух нуклонов с энергией ниже уровня Ферми ядра A ($m < F$) и налетающего нуклона (протона) (см. разд. 4, рис. 3).

В предположении, что ядро-мишень — A -ядро с незаполненной внешней оболочкой (заполнены низшие оболочки): $A = B(\text{кор}) + m$ (внешние нуклоны), B — четно-четное ядро с замкнутыми оболочками, и внешние нуклоны не участвуют во внутриядерном многоступенчатом процессе ($\Delta N = +2$), при этом частицы и дырки определены относительно основного состояния ядра B , в рамках квантово-полевого формализма СМПП и СМКП при учете возможности формирования вылетающей составной частицы b из ℓ возбужденных частиц ($\ell > F$) и m нуклонов с энергией ниже уровня Ферми ядра A ($m < F$) в выходном канале $S_{b,a}$ -матрица в пренебрежении процессами перестройки в выходном канале определяется выражением (см. (93), (108))

$$S_{b,a} = \lim_{\varepsilon, \eta \rightarrow 0} \varepsilon \eta \sum_{\beta'_m} C_{\beta'_m}^{BA} \int_{-\infty}^0 dt' \int_0^{\infty} dt e^{i(\varepsilon_b + E_{B^*} - E_B)t - \eta t} e^{-i(\varepsilon_a + E_A - E_B)t' + \varepsilon t'} \times \\ \times \langle \psi(B^*, \beta_{B^*}, U_{B^*, \beta_{B^*}} = U_B) | \langle \varphi_b(\mathbf{k}_b) | \tilde{G}_B[b, b] | \psi^{(b)}(m, \beta'_m, E_{m, \beta'_m}) \rangle \times \\ \times \tilde{G}_A[B^*, B^*] \tilde{\Gamma}_{l+B^*, a} \tilde{G}_A[a, a] | \varphi_a(\mathbf{k}_a) \rangle, \quad (111)$$

при этом $E_{B^*} = E_B + U_B$.

Тогда для T_{ba} -матрицы (91), (110) в приближении $\psi(b, l, \beta_l, m, \beta_m, E_{b, \beta}) \simeq \psi(l, \beta_l, E_{l, \beta_l}) \psi^{(b)}(m, \beta_m, E_{m, \beta_m})$, т. е. предполагается, что волновые функции поверхностных (внешних) m нуклонов ($m < F$) (или дырок относительно основного состояния ядра A) слабо перекрываются с волновыми функциями внутренних частиц (и дырок), получим (вклад оболочечной области ядра)

$$T_{b,a}(E_a) = S_{\alpha} C_a(\mathbf{k}_a, \alpha, E_{a, \alpha} = E_a) \times \\ \times S_{\beta_l, \beta_m} C_{b(l, m)}(\mathbf{k}_b, \beta, E_{b, \beta} = E_{l, \beta_l} + E_{m, \beta_m} = E_b) \times \\ \times C_{\beta_m}^{BA} \langle \psi(l, \beta_l, E_{l, \beta_l}) | \langle \psi(B^*, \beta_{B^*}, U_{B^*, \beta_{B^*}} = U_B = E_a - E_b) | \times \\ \times \tilde{\Gamma}_{l+B^*, a}(E_a) | \psi(a, \alpha, E_{a, \alpha} = E_a) \rangle, \quad (112)$$

где

$$C_{b(l, m)}(\mathbf{k}_b, \beta, E_{b, \beta}) = \langle \psi(b, l, \beta_l, m, \beta_m, E_{b, \beta}) | \varphi_b(\mathbf{k}_b) \rangle, \quad (113)$$

причем $\beta = (\beta_l, \beta_m)$, $\beta_l > F$, $\beta_m < F$, $b = \ell + m$. При определении энергии промежуточного ядра $W_a = e_b + E_B + U_B - E_c \rightarrow \varepsilon_b + B_b + U_B = E_b + U_B$ имеем $E_{b, \beta} = E_{m, \beta_m} + E_{l, \beta_l} = E_b$.

Для усредненных сечений СМПП и СМКП получим выражения, аналогичные (99), (101) и (104), с заменой

$$F_{b0}^{(u)} \rightarrow F_{lm}^{(u)}(\mathbf{k}_b) = S_{(\beta_l > F, \beta_m < F)} |C_{\beta_m}^{BA}|^2 |C_{b(l, m)}^{(u)}(\mathbf{k}_b, \beta, E_{b, \beta} = E_b)|^2, \quad (114)$$

$$\varrho_n^{(b)f}(U_n) \rightarrow \varrho_{n(l)}^{(b)f}(U_n) = \begin{cases} \varrho^{(b)}(1, 1, U_n), & \ell = 1, \\ \varrho^{(b)}(0, 1, U_n), & \ell > 1, \end{cases} \quad (115)$$

$$\begin{aligned} F_{b0}^{(b)} \rightarrow F_{lm}^{(b)}(\varepsilon_b, l_b, s', J) = \\ = S_{(\beta_l > F, \beta_m < F)} |C_{\beta_m}^{BA}|^2 |C_{b(l,m)}^{(b)}(l_b, s', J, \varepsilon_b, \beta, E_{b,\beta} = E_b)|^2, \end{aligned} \quad (116)$$

$$\varrho_{n,b}^{(b)f(\Delta n)}(U_B, I_B) \rightarrow \varrho_{n,b(l)}^{(b)f(\Delta n)}(U_B, I_B), \quad (117)$$

где $\varrho_{n,b(l)}^{(b)f(\Delta n)}(U_B, I_B)$ — плотности квазисвязанных состояний конечного ядра B с энергией возбуждения U_B , доступных при переходах $\Delta N = 0, \pm 2$ в выходной канал с формированием составной частицы b из m нуклонов с энергией ниже уровня Ферми ядра A (механизм прямого m -подхвата, $m = b - \ell$).

Проведенный выше в рамках квантово-полевого формализма анализ ядерных реакций с участием составных частиц обосновывает используемые в ЭМ факторы формирования $F_{lm}(\varepsilon_b, \Delta R)$ (8) и постулированное соотношение (9), когда вклад в сечение определяется внутренней (оболочечной) областью ядра.

Инклюзивные ядерные реакции с участием составных частиц $A(a, b)B$ в ОМСМР описываются в виде трехэтапного процесса по схеме $a \downarrow(N, N') \uparrow b(l, m)$: на первом этапе — развал падающей составной частицы a во входном канале на a возбужденных частиц (фактор F_{a0}); на втором этапе — внутриядерный процесс (NN -столкновения с $\Delta N = +2$); на третьем этапе — процесс формирования вылетающей составной частицы b в выходном канале из ℓ возбужденных частиц ($\ell > F$) и m нуклонов ниже уровня Ферми ядра A ($m < F$) (фактор F_{lm}), и затем частица b как целое проникает через потенциальный барьер с «вероятностью» $P_b(\varepsilon_b)$ ($P_b(\varepsilon_b)$ — фактор проницаемости).

В отличие от ТМПР и ФКК в ОМСМР предполагается, что основной вклад в сечения инклюзивных прямых реакций с участием составных частиц при средних энергиях определяется внутренней (оболочечной) областью ядра (вылетающая составная частица формируется из нуклонов, находящихся во внутренней области ядра). В ТМПР и ФКК прямая реакция с составными частицами рассматривается в кластерном приближении (см. разд. 4, 6), характерном для области низких энергий (МИВ, прямое поверхностное взаимодействие с внешними нуклонами ядра, вклад в сечение определяется кластерной областью ядра).

Рассмотрим усредненные квадраты матричных элементов эффективного NN -взаимодействия V , входящие в СМПП-сечения $((\varepsilon, \hat{\mathbf{k}}, s_1, \gamma) \rightarrow (\varepsilon', \hat{\mathbf{k}}', s_2', \gamma'))$ — внутриядерные переходы с $\Delta N = +2$. Повторяя схему

вывода формулы Блатта–Биденхарна для дифференциального сечения в теории ядерных реакций [24], для усредненного квадрата матричного элемента взаимодействия V получаем факторизованное выражение

$$\langle |\langle \varepsilon, \hat{\mathbf{k}}, \gamma | V | \varepsilon', \hat{\mathbf{k}}', \gamma' \rangle_{uu}|^2 \rangle = \bar{V}_{uu}^2(\varepsilon, \varepsilon') G(\varepsilon, \hat{\mathbf{k}} \rightarrow \varepsilon', \hat{\mathbf{k}}'), \quad (118)$$

где угловой фактор в системе координат $(\hat{\mathbf{k}} || 0z)$ определяется выражением

$$G(\varepsilon, \hat{\mathbf{k}} \rightarrow \varepsilon', \hat{\mathbf{k}}') = \frac{1}{4\pi} \sum_L (2L+1) a_L(\varepsilon, \varepsilon') P_L(\cos \Theta'), \quad (119)$$

при этом

$$\begin{aligned} \bar{V}_{uu}^2(\varepsilon, \varepsilon') = \sum_{s, s', l, l', J} \frac{2J+1}{(2s_1+1)(2s_2+1)} \times \\ \times \langle |\langle \varepsilon, \gamma, lsJ0 | V | \varepsilon', \gamma', l's'J0 \rangle_{uu}|^2 \rangle, \end{aligned} \quad (120)$$

$$\int G(\varepsilon, \hat{\mathbf{k}} \rightarrow \varepsilon', \hat{\mathbf{k}}') d\Omega' = 1, \quad a_0(\varepsilon, \varepsilon') = 1. \quad (121)$$

Согласно вышеприведенным формулам для СМПП-сечений реакции $(a, b)a, b = p, n$ получим

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{a,b}^{1\text{СПП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} = \\ = \frac{4\pi^3}{k_a^2} \bar{V}_{uu}^2(\varepsilon_a, \varepsilon_b) G^{1\text{СПП}}(\varepsilon_a, \hat{\mathbf{k}}_a \rightarrow \varepsilon_b, \hat{\mathbf{k}}_b) \varrho_1^{(b)f}(U_1 = E_a - E_b), \end{aligned} \quad (122)$$

где

$$G^{1\text{СПП}}(\varepsilon_a, \hat{\mathbf{k}}_a \rightarrow \varepsilon_b, \hat{\mathbf{k}}_b) = \sum_L \frac{(2L+1)}{4\pi} a_L(\varepsilon_a, \varepsilon_b) P_L(\cos \Theta_b), \quad (123)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma_{a,b}^{2\text{СПП}}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)}{d\varepsilon_b d\Omega_b} = \frac{4\pi^3}{k_a^2} \int \frac{d\varepsilon_1}{4\pi} \bar{V}_{uu}^2(\varepsilon_a, \varepsilon_1) \varrho_1^{(b)f}(U_1 = E_a - E_1) \times \\ \times 2\pi^2 \bar{V}_{uu}^2(\varepsilon_1, \varepsilon_b) \varrho_1^{(b)f}(U_2 = E_1 - E_b) G^{2\text{СПП}}(\varepsilon_a, \hat{\mathbf{k}}_a \rightarrow \varepsilon_b, \hat{\mathbf{k}}_b), \end{aligned} \quad (124)$$

где

$$G^{2\text{СПП}}(\varepsilon_a, \hat{\mathbf{k}}_a \rightarrow \varepsilon_b, \hat{\mathbf{k}}_b) = \sum_L \frac{(2L+1)}{4\pi} a_L(\varepsilon_a, \varepsilon_1) a_L(\varepsilon_1, \varepsilon_b) P_L(\cos \Theta_b). \quad (125)$$

Аналогичные формулы имеют место для n СПП ($n > 2$). В конкретных СМПП-расчетах используется параметризация для $G^{\text{СМПП}}(\varepsilon_a, \hat{\mathbf{k}}_a \rightarrow \varepsilon_b, \hat{\mathbf{k}}_b)$, предложенная в [78], либо угловой фактор $G^{m\text{СМПП}}(\varepsilon_a, \hat{\mathbf{k}}_a \rightarrow \varepsilon_b, \hat{\mathbf{k}}_b)$ ($n = 1, 2, \dots$), предложенный в [79]. В ОМСМР усредненные квадраты матричных элементов взаимодействия, определяющие внутриядерные переходы:

$$\{\bar{V}_{ub}^2(\varepsilon_a, E_a); \bar{V}_{bu}^2(E_a, \varepsilon_b); \bar{V}_{bb}^2(E_a)\},$$

входят в СМКП-расчеты; $\{\bar{V}_{uu}^2(\varepsilon, \varepsilon')\}$ входят в СМПП-расчеты. Для оценки $\{\bar{V}^2\}$ используется одночастичный базис $\{\varphi^{(b)}(r), \varphi^{(u)}(\mathbf{k}, \mathbf{r})\}$ для области $r \leq R$ (R — радиус ядра), при этом радиальная часть одночастичной функции континуума $\varphi^{(u)}(\mathbf{k}, \mathbf{r})$ нормирована на δ -функцию от энергии.

Тогда $R_{lj}^{(u)}(k, r)$ при $r \leq R$ может быть представлена в виде [72]:

$$R_{lj}^{(u)}(k, r) \simeq \sqrt{\frac{m}{\hbar^2 k}} \left\{ \frac{1}{\pi} \left[R + \frac{d\delta_{lj}}{dk} + \frac{1}{2k} \sin(2kR + \delta_{lj}) \right] \right\}^{1/2} R_{lj}^{(u)}(r) = [\varrho_{lj}(\varepsilon)]^{1/2} R_{lj}^{(u)}(r), \quad (126)$$

где $R_{lj}^{(u)}(r)$ — слабо зависящая от энергии функция (типа $\sin kr$) с условием нормировки $\int_0^R (R_{lj}^{(u)}(r))^2 r^2 dr = 1$; $\varrho_{lj}(\varepsilon)$ — плотность одночастичных состояний континуума внутри ядра с заданными l, j :

$$\varrho_{lj} = \frac{m}{\hbar^2 k \pi} \left[R + \frac{d\delta_{lj}}{dk} + \frac{1}{2k} \sin(2kR + \delta_{lj}) \right], \quad (127)$$

при этом одночастичная плотность состояний континуума внутри ядра

$$\varrho_R(\varepsilon) = \sum_{l,j} (2j+1) \varrho_{lj}(\varepsilon) \simeq \varrho(\varepsilon)(2s_N + 1). \quad (128)$$

При $kR > 1$ $\varrho_{lj}(\varepsilon) \simeq \left[\frac{mR}{\hbar^2 k \pi} \right]^{1/2}$, тогда

$$\varrho_R(\varepsilon) \simeq \frac{4\pi R^3}{3} (2s_N + 1) 2\pi (2m)^{3/2} \frac{\varepsilon^{1/2}}{(2\pi\hbar)^3} = \varrho(\varepsilon)(2s_N + 1). \quad (129)$$

Используя (126)–(129), из (120) для $\bar{V}_{uu}^2(\varepsilon, \varepsilon')$ получаем

$$\bar{V}_{uu}^2(\varepsilon, \varepsilon') = \varrho(\varepsilon) \bar{V}_{uu}^2(\varepsilon) \varrho(\varepsilon') (2s'_N + 1), \quad (130)$$

$$\bar{V}_{uu}^2(\varepsilon) = \frac{\bar{V}_{uu}^2}{(kR)^2 (2s_N + 1)},$$

где \bar{V}_{uu}^2 практически не зависит от ε и ε' . Соответственно для $\bar{V}_{ub}^2(E_a, \varepsilon_a)$ и $\bar{V}_{bu}^2(E_a, \varepsilon_b)$ имеем

$$\begin{aligned}\bar{V}_{ub}^2(E_a, \varepsilon_a) &= \varrho(\varepsilon_a) \bar{V}_{ub}^2(E_a), \\ \bar{V}_{ub}^2(E_a) &= \frac{\bar{V}_{bb}^2}{(k_a R)^2 (2s_N + 1)}, \\ \bar{V}_{bu}^2(E_a, \varepsilon_b) &= \bar{V}_{bb}^2 \varrho(\varepsilon_b) (2s_b + 1).\end{aligned}\quad (131)$$

Из оценки соответствующих радиальных интегралов в приближении

$$R_{lj}^{(b)}(r) \simeq R_{lj}^{(u)}(r) = \sqrt{\frac{3}{R^3}} \frac{1}{r}, \quad (132a)$$

$$V \equiv v(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) = \begin{cases} v_0 \left(\frac{4\pi r_0^3}{3} \right) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \\ v_0 \left(\frac{4\pi r_0^4}{3} \right) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(r_1 - R), \end{cases} \quad (132b)$$

для \bar{V}_{uu}^2 и \bar{V}_{bb}^2 получим $\bar{V}_{uu}^2, \bar{V}_{bb}^2 \sim \begin{cases} v_0^2 A^{-6/3}, \\ v_0^2 A^{-8/3}, \end{cases}$ что приводит к параметризации $\bar{V}_{uu}^2(\varepsilon)$ и $\bar{V}_{ub}^2(E_a) (kR > 1)$:

$$\bar{V}_{uu}^2(\varepsilon) \sim \begin{cases} v_0^2 \varepsilon^{-1} A^{-8/3}, \\ v_0^2 \varepsilon^{-1} A^{-10/3}, \end{cases} \quad \bar{V}_{ub}^2(E_a) \sim \begin{cases} v_0^2 E_a^{-1} A^{-8/3}, \\ v_0^2 E_a^{-1} A^{-10/3}, \end{cases} \quad (133)$$

где v_0 — подгоночный параметр.

Для описания СМКП и СМПП необходимы плотности квазисвязанных $\varrho^{(b)}(p_n, h_n, E)$ и несвязанных $\varrho^{(u)}(p_n, h_n, E)$ промежуточных состояний. Плотности несвязанных состояний промежуточной системы, в которых одна или две частицы находятся в состоянии континуума ($\varrho(\varepsilon)$ — одночастичная плотность состояний континуума в ядре (129)), определяются выражениями (в предположении различимости несвязанных и связанных частиц) [73, 67]:

$$\begin{aligned}\varrho^{(u)}(1_N, p_n - 1, h_n, E) &= \int_0^{E - B_N(A)} d\varepsilon_N \times \\ &\times \varrho^{(b)}(p_n - 1, h_n, E - B_N(A) - \varepsilon_N) 2\varrho(\varepsilon_N), \\ \varrho^{(u)}(2_N, p_n - 2, h_n, E) &= \int_0^{E - B_N(A) - B_N(A-1)} dE_2 \times \\ &\times \varrho^{(b)}(p_n - 2, h_n, E - B_N(A) - B_N(A-1) - E_2) \varrho^{(u)}(2, E_2),\end{aligned}\quad (134)$$

где

$$\varrho^{(u)}(2, E_2) = 2 \int_0^{E_2} d\varepsilon_1 2\varrho(\varepsilon_1) 2\varrho(E_2 - \varepsilon_1).$$

При этом полная плотность состояний с заданным числом экситонов

$$\begin{aligned} \varrho(p_n, h_n, E) &= 2\varrho^{(u)}(1_N, p_n - 1, h_n, E) + \varrho^{(u)}(2_N, p_n - 2, h_n, E) + \\ &+ \varrho^{(b)}(p_n, h_n, E) = \varrho^{(u)}(p_n, h_n, E) + \varrho^{(b)}(p_n, h_n, E). \end{aligned} \quad (135)$$

Факторы формирования составной частицы типа b $F_{lm}^{(u)}(\varepsilon_b)$ и $F_{lm}^{(b)}(\varepsilon_b)$ (см. (102), (105), (104), (116)) при соответствующем усреднении (см. разд. 4) можно записать в виде [74]:

$$F_{lm}^{(u)}(\varepsilon_b) = \frac{\varrho^{(u)}(l, m, E_b)}{\sum_{l=1}^b \varrho(l, m, E_b)}, \quad F_{lm}^{(b)}(\varepsilon_b) = \frac{\varrho^{(b)}(l, m, E_b)}{\sum_{l=1}^b \varrho(l, m, E_b)} \quad (136)$$

при условии нормировки

$$\sum_{l=1}^b F_{lm}(\varepsilon_b) = 1, \quad F_{lm}(\varepsilon_b) = F_{lm}^{(u)}(\varepsilon_b) + F_{lm}^{(b)}(\varepsilon_b),$$

где

$$\varrho(l, m, E_b) \equiv \varrho(p_n = l, h_n = m, E = E_b, \varepsilon_F = \varepsilon_0),$$

ε_0 — подгоночный параметр для вылетающей частицы типа b , соответствующий энергии уровня Ферми в поверхностной области ядра $\varepsilon_0 = \varepsilon_F(\Delta R) \simeq 11 \div 25$ МэВ (в общем случае $\sum_{l=1}^b F_{lm}(\varepsilon_b) = c_b$ можно рассматривать как подгоночный параметр (см. разд. 2)), причем большему значению ε_0 соответствует большее число нуклонов, из которых m нуклонов участвуют в процессе прямого подхвата (m -подхват).

Действительно, если ввести усредненную вероятность формирования составной частицы b (из b возбужденных частиц, при этом частицы определены относительно основного состояния конечного ядра $B|bp0h, E_b\rangle_B$, или (что эквивалентно) из ℓ возбужденных частиц ($\ell > F$) и m нуклонов, $m < F$ (или m дырок), при этом частицы и дырки определены относительно основного состояния ядра $A(|lpmh, E_b\rangle_A)$), при усреднении по конечным состояниям (см. разд. 4) в приближении $\varrho(bp0h, E_b)_B \simeq \varrho(lpmh, E_b)_A \equiv \varrho(l, m, E_b)$ для $F_{lm}(\varepsilon_b)$ получим $F_{lm}(\varepsilon_b) \sim C_b \varrho(l, m, E_b)$. При нормировке $\sum_{l=1}^b F_{lm}(\varepsilon_b) = 1$ для $F_{lm}(\varepsilon_b)$ получим соотношения (136).

В рамках ОМСМР парциальные вклады от различных многоступенчатых механизмов эмиссии в энергетические спектры вылетающих частиц из реакции (N, xb) , где $N = p, n$; $b = N, d, t, {}^3\text{He}, \alpha$, определяются следующими выражениями.

1. Многоступенчатый компаунд-процесс (одиночное испускание):

$$\begin{aligned} \text{СМКП}^{\uparrow b} &\equiv \sum_{n=1}^r \sum_{\substack{l=1 \\ m=b-l}}^b \sum_{\Delta n=0, \pm 1} \left[\frac{d\sigma_{N,b(l,m)}^{n\text{СКП}}(\varepsilon_N, \varepsilon_b)}{d\varepsilon_b} = \right. \\ &= \left. \frac{2\pi V_{\text{я}}}{\hbar v_N} \bar{V}_{ub}^2(E_N) \varrho_1^{(b)+}(E_N) P_N(\varepsilon_N) \tau(n, E_N) \Gamma_{n,b(l,m)}^{\uparrow(\Delta n)}(E_N, \varepsilon_b) \right], \quad (137) \end{aligned}$$

где

$$\tau(n, E_N) = \left[\prod_{k=1}^{n-1} \Gamma_k^{\downarrow}(E_N) / \Gamma_k(E_N) \right] / \Gamma_n(E_N), \quad (138)$$

$$\Gamma_n^{\downarrow}(E_N) = 2\pi \bar{V}_{bb}^2(E_N) \varrho_n^{(b)+}(E_N), \quad (139)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{n,b(l,m)}^{\uparrow(\Delta n)}(E_N, \varepsilon_b) &= 2\pi \bar{V}_{bu}^2(E_N) \varrho_{n,b(l)}^{(b)f(\Delta n)}(U_B) \times \\ &\times F_{lm}^{(b)}(\varepsilon_b) (2s_b + 1) \varrho_b(\varepsilon_b) P_b(\varepsilon_b), \quad (140) \end{aligned}$$

при этом $\Gamma_n(E_N) = \Gamma_n^{\downarrow}(E_N) + \Gamma_n^{\uparrow}(E_N)$; $P_b(\varepsilon_b)$ — усредненная проникаемость ($b = n, p, d, t, {}^3\text{He}, \alpha$):

$$P_b(\varepsilon_b) = \sum_{l_b=0}^{l_{b\max}} (2l_b + 1) P_{l_b}(\varepsilon_b) / \sum_{l_b=0}^{l_{b\max}} (2l_b + 1), \quad (141)$$

$$\varrho_b(\varepsilon_b) = V_{\text{я}} 2\pi (2m_b)^{3/2} \sqrt{\varepsilon_b} / (2\pi\hbar)^3, \quad (142)$$

причем $p_n = 2 + (n - 1)$; $h_n = 1 + (n - 1)$, $n = 1, \dots, r$; $V_{\text{я}} = 4\pi R^3/3$.

2. Многоступенчатый прямой процесс (одиночное испускание):

$$\begin{aligned} \text{СМПП}^{\uparrow b} &\equiv \sum_{n=1}^{n_{\max}} \sum_{\substack{l=1 \\ m=b-l}}^b \frac{d\sigma_{N,b(l,m)}^{n\text{СПП}}(\varepsilon_N, \varepsilon_b)}{d\varepsilon_b} = \\ &= \frac{2\pi V_{\text{я}}}{\hbar v_N} \bar{V}_{uu}^2(\varepsilon_N) P_N(\varepsilon_N) [\pi \bar{V}_{uu}^2(\varepsilon_N) \varrho_N^2(\varepsilon_N)]^{n-1} \times \\ &\times \varrho_{n(l)}^{(b)f}(U_B) F_{lm}^{(u)}(\varepsilon_b) (2s_b + 1) \varrho_b(\varepsilon_b) P_b(\varepsilon_b). \quad (143) \end{aligned}$$

Плотности конечных состояний $\varrho_{n(l)}^{(b)f}(U_B)$ определяются соотношениями

$$\begin{aligned}\varrho_{1(1)}^{(b)f}(U_B) &= \varrho^{(b)}(1, 1, U_B), \\ \varrho_{2(1)}^{(b)f}(U_B) &= \int_0^{U_B} dE_1 \varrho^{(b)}(1, 1, U_B - E_1) \varrho^{(b)}(1, 1, E_1), \\ \varrho_{3(1)}^{(b)f}(U_B) &= \int_0^{U_B} dE_2 \varrho_{2(1)}^{(b)f}(U_B - E_2) \varrho^{(b)}(1, 1, E_2).\end{aligned}\quad (144)$$

Аналогичные соотношения нетрудно получить для любых n ($n = 1, \dots, n_{\max}$) и l ($l = 1, \dots, b$).

3. Многоступенчатый комбинированный процесс (одиночное испускание):

$$\begin{aligned}\text{СМП} \rightarrow \text{СМКП}^{\uparrow b} &\equiv \\ &\equiv \sum_{n=1}^{n_{\max}} \sum_{c=p,n} \sum_{\substack{l=1 \\ m=b-l}}^b \int_0^{E_N - B_c} d\varepsilon_c \frac{\varrho_c(\varepsilon_c)}{4\pi} \frac{d\sigma_{N,c}^{\text{СМП}}(\varepsilon_N, \varepsilon_c)}{d\varepsilon_c} \Bigg|_{P_c(\varepsilon_c)} \rightarrow 1 \times \\ &\quad \times W_n^{\downarrow}(E_c) \sum_{n'=1}^{r'} \sum_{\Delta n'=0, \pm 1} \tau(n', E_N) \Gamma_{n', b(l, m)}^{\uparrow(\Delta n')}(E_N, \varepsilon_b),\end{aligned}\quad (145)$$

где $W_n^{\downarrow}(E_c) = 2\pi^2 \bar{V}_{ub}^2(E_c) \varrho^{(b)}(2, 1, E_c)$, причем $p_{n'} = 2 + n + (n' - 1)$, $h_{n'} = 1 + n + (n' - 1)$.

4. Множественный выход (испускание двух частиц):

$$\begin{aligned}\text{а) СМКП}^{\uparrow c=p,n} \rightarrow \text{СМКП}^{\uparrow b} &\equiv \\ &\equiv \sum_{c=p,n} \sum_{n=1}^r \sum_{\Delta n=0, \pm 1} \sum_{\substack{l=1 \\ m=b-l}}^b \int_0^{E_N - B_c} d\varepsilon_c \frac{d\sigma_{N,c}^{\text{СМКП}(\Delta n)}(\varepsilon_N, \varepsilon_c)}{d\varepsilon_c} \times \\ &\quad \times \sum_{n'}^{r'} \tau(n', E_N - E_c) \sum_{\Delta n'=0, \pm 1} \Gamma_{n', b(l, m)}^{\uparrow(\Delta n')}(E_N - E_c, \varepsilon_b);\end{aligned}\quad (146a)$$

$$\begin{aligned}\text{б) СМП}^{\uparrow =n,p} \rightarrow \text{СМКП}^{\uparrow b} &\equiv \sum_{c=p,n} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \int_0^{E_N - B_c} d\varepsilon_c \frac{d\sigma_{N,c}^{\text{СМП}}(\varepsilon_N, \varepsilon_c)}{d\varepsilon_c} \times \\ &\quad \times \sum_{n'=1}^{r'} \sum_{\Delta n'=0, \pm 1} \tau(n', E_N - E_c) \Gamma_{n', b(l, m)}^{\uparrow(\Delta n')}(E_N - E_c, \varepsilon_b),\end{aligned}\quad (146b)$$

причем $p_{n'} = 1 + (n - 1) + (n' - 1)$; $h_{n'} = 1 + (n - 1) + (n' - 1)$;

$$\begin{aligned}
 \text{в) } \text{СМПП}^{\uparrow=p, n \uparrow b} &\equiv \sum_{c=p, n} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \sum_{\substack{l=1 \\ m=b-l}}^b \frac{d\sigma_{N, cb(l, m)}^{n\text{СПП}}(\varepsilon_N, \varepsilon_b)}{d\varepsilon_b} = \\
 &= \frac{2\pi V}{\hbar v_N} P_N(\varepsilon_N) [\pi \bar{V}_{uu}^2(\varepsilon_N) \varrho_N^2(\varepsilon_N)]^{n-1} \tilde{\varrho}_{n(l)}^{(u)f}(U'_B) \times \\
 &\quad \times F_{lm}^{(u)}(\varepsilon_b) (2s_b + 1) \varrho_b(\varepsilon_b) P_b(\varepsilon_b), \quad (147)
 \end{aligned}$$

где $\tilde{\varrho}_{n(l)}^{(u)f}(U'_B)$ определяются соотношениями

$$\begin{aligned}
 \tilde{\varrho}_{1(1)}^{(u)f}(U'_B) &= \tilde{\varrho}^{(u)}(1_c, 0, 1, U'_B), \\
 \tilde{\varrho}_{2(1)}^{(u)}(U'_B) &= \int_0^{U'_B} dE_1 \tilde{\varrho}^{(u)}(1_c, 0, 1, U'_B - E_1) \varrho^{(b)}(1, 1, E_1) + \\
 &\quad + \int_0^{U'_B} dE_1 \varrho^{(b)}(1, 1, U'_B - E_1) \tilde{\varrho}^{(u)}(1_c, 0, 1, E_1), \quad (148) \\
 \tilde{\varrho}_{3(1)}^{(u)f}(U'_B) &= \int_0^{U'_B} dE_2 \tilde{\varrho}_{2(1)}^{(u)f}(U'_B - E_2) \varrho^{(b)}(1, 1, E_2) + \\
 &\quad + \int_0^{U'_B} dE_2 \varrho_{2(1)}^{(b)f}(U'_B - E_2) \tilde{\varrho}^{(u)}(1_c, 0, 1, E_2),
 \end{aligned}$$

$$\text{где } \tilde{\varrho}^{(u)}(1_c, p-1, h, E) = \int_0^{E-B_c} d\varepsilon_c \varrho^{(b)}(p-1, h, E-B_c-\varepsilon_c) 2\varrho_c(\varepsilon_c) P_c(\varepsilon_c), U'_B =$$

$E_N - E_b$. Аналогичные соотношения (148) нетрудно написать для любых n ($n = 1, \dots, n_{\max}$) и l ($l = 1, \dots, b$). Аналогичные по структуре (147) выражения описывают эмиссию двух частиц (c, b) на соответствующих последовательных стадиях СМПП:

$$\text{СМПП}^{\uparrow c=p, n} \rightarrow \text{СМПП}^{\uparrow b}.$$

Множественный выход (испускание трех частиц) описывается следующими схемами протекания многоступенчатой эмиссии (соответствующие формулы

аналогичны по структуре (145)–(147)):

$$\begin{aligned} \text{СМПП}^{\uparrow c} &\rightarrow \text{СМКП}^{\uparrow b'} \rightarrow \text{СМКП}^{\uparrow b}, \\ \text{СМКП}^{\uparrow c} &\rightarrow \text{СМКП}^{\uparrow b'} \rightarrow \text{СМКП}^{\uparrow b}, \\ \text{СМПП}^{\uparrow c} &\rightarrow \text{СМПП}^{\uparrow b'} \rightarrow \text{СМПП}^{\uparrow b}, \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Плотности $\varrho_{n,b(l)}^{(b)f(\Delta n)}(U)$, входящие в $\Gamma_{b(l,m)}^{\uparrow(\Delta n)}(N,U)$ (см. формулы для СМКП^{\uparrow} (137) и $\text{СМПП} \rightarrow \text{СМКП}^{\uparrow}$ (145), при этом $U = E_a - E_b$; формулы для $\text{СМКП}^{\uparrow} \rightarrow \text{СМКП}^{\uparrow}$ (146а) и $\text{СМПП}^{\uparrow} \rightarrow \text{СМКП}^{\uparrow}$ (146б), при этом $U = E_a - E_{b'} - E_b$), определяются соотношениями, аналогичными по структуре соотношениям, приведенным в [28–30]:

$$\begin{aligned} \varrho_{n,b(l)}^{(b)f+}(U) &= \frac{1}{\varrho^{(b)}(p_n, h_n, E)} \times \\ &\times \left\{ \int_0^U dE_1 \varrho^{(b)}(p_n - l, h_n, E_1) \varrho^{(b)}(l, 0, E - E_1) \varrho^{(b)}(1, 1, U - E_1) + \right. \\ &\left. + \int_0^U dE'_1 \varrho^{(b)}(p_n - l + 1, h_n - 1, E'_1) \varrho^{(b)}(l - 1, 1, E - E'_1) \varrho^{(b)}(0, 2, U - E'_1) \right\}, \\ \varrho_{n,b(l)}^{(b)f0}(U) &= \frac{1}{\varrho(p_n, h_n, E)} \left\{ \int_0^U dE_1 \varrho^{(b)}(p_n - l - 1, h_n, E_1) \times \right. \\ &\times \varrho^{(b)}(l + 1, 0, E - E_1) \varrho^{(b)}(1, 0, U - E_1) + \\ &\left. + \int_0^U dE'_1 \varrho^{(b)}(p_n - l, h_n - 1, E'_1) \varrho^{(b)}(l, 1, E - E'_1) \varrho^{(b)}(0, 1, U - E'_1) \right\}, \\ \varrho_{n,b(l)}^{(b)f-}(U) &= \frac{\varrho^{(b)}(p_n - l - 1, h_n - 1, U) \varrho^{(b)}(l + 1, 1, E - U)}{\varrho(p_n, h_n, E)}. \end{aligned} \quad (149a)$$

Плотности $\{\varrho^{(b)}(p, h, E)\}$, входящие в выражения для $\varrho_{n,b(l)}^{(b)f(\Delta n)}(U)$ (149а), $\varrho_{n(l)}^{(b)f}(U)$ (144) и $\tilde{\varrho}_{n(l)}^{(u)f}(U)$ (148), вычисляются по формуле [32]:

$$\begin{aligned} \varrho^{(b)}(p, h, E) &= \frac{g^{p+h}}{p!h!(p+h-1)!} \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^h (-1)^{i+j} \frac{p!}{i!(p-i)!} \frac{h!}{j!(h-j)!} \times \\ &\times (E - A_{ph} - iS_0 - j\varepsilon_F)^{p+h+1} H(E - \alpha_{ph} - iS_0 - j\varepsilon_F), \quad (149б) \end{aligned}$$

где $g = A/13 \text{ МэВ}^{-1}$; $A_{ph} = (p^2 + h^2 p - 3h)/4g$; $\alpha_{ph} = (p^2 + h^2 + p - h)/2g$; $\varepsilon_F = 40 \text{ МэВ}$ (внутренняя (оболочечная) область ядра); $\varepsilon_F = 11 \div 25 \text{ МэВ}$ (поверхностная область ядра); $S_0 = B_N \simeq 7 \text{ МэВ}$ (при учете только связанных одночастичных состояний), $S_0 \simeq 15 \div 20 \text{ МэВ}$ (при учете квазисвязанных (квазидискретных) состояний).

В вычислении плотностей

$$\{\varrho^{(u)}(p_n, h_n, E), \varrho^{(b)}(p_n, h_n, E), \varrho_{n,b(l)}^{(b)f(\Delta n)}(U), \varrho_{n(l)}^{(b)}(U)\}$$

можно использовать реалистические схемы одночастичных состояний в оболочечном потенциале, а также учесть разделение частиц и дырок на протоны и нейтроны [75–77].

Введение параметризованных блоков $\{\bar{V}_{uu}^2, \bar{V}_{ub}^2, \bar{V}_{bb}^2\}$; $\{F_{lm}\}$; $\{G(\varepsilon_a, \hat{\mathbf{k}}_a \rightarrow \varepsilon_b, \hat{\mathbf{k}}_b)\}$ в квантово-полевым формализме СМКП + СМПП приводит к полуфеноменологическим расчетам и, следовательно, к обобщенной модели статистических многоступенчатых ядерных реакций, в которой сочетаются сильные стороны квантово-полевого подхода и относительная простота вычислений (сравнимая с простотой вычислений в феноменологической экситонной модели (см. разд. 2)).

Расчеты сечений реакций, проведенные в формализме ФКК (в методе искаженных волн) и в экситонной модели, показали, что вычисленные угловые распределения и угловые распределения, определяемые параметризацией [78], практически с одинаковой степенью точности описывают экспериментальные данные [80–82], что и определяет широкое использование параметризации [78] в вычислениях СМПП.

Пример 1. Анализ реакции (n, xn') при $\varepsilon_n = 8 \div 26 \text{ МэВ}$ в рамках экситонно-фононной модели СМКП + СМПП [71, 83].

В ОМСР вклад СМКП в сечение реакции $A(N, xN')B$ определяется выражением (137) с заменой $b \rightarrow N'$, $F_{lm}^{(b)} \rightarrow 1$. Основные парциальные вклады 1СПП и 2СПП (с изменением числа экситонов $\Delta N = +2$ и фононов $\Delta N_{\text{ф}} = +1$) определяются выражениями

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{N,N'}^{n\text{СПП}}(\varepsilon_N, \varepsilon_{N'})}{d\varepsilon_{N'}} &= \sum_{[\beta_n]} \frac{m_N^2 V_a^2}{(2\pi\hbar^2)^2} 4\pi \left(\frac{k_{N'}}{k_N} \right) (2s_{N'} + 1) \times \\ &\times W[\beta_n] P_N(\varepsilon_N) P_{N'}(\varepsilon_{N'}), \quad n = 1, 2, \end{aligned} \quad (150)$$

$[\beta_1] = [\vartheta], [\Phi]$:

$$\begin{aligned} W[1\vartheta] &= R_{N,N'} (2s_N + 1)^{-1} (k_N R)^{-2} [\bar{V}_{uu(\vartheta)}^2 g^2] U_B, \\ W[1\Phi] &= (2s_N + 1)^{-1} (k_N R)^{-2} \left[\sum_{\lambda} \hat{\beta}_{\lambda}^2 \bar{V}_{uu(\Phi)}^2 \delta(U_B - w_{\lambda}) \right], \end{aligned} \quad (151)$$

$[\beta_2] = [2\varepsilon], [\varepsilon\phi], [\phi\varepsilon], [2\phi]:$

$$\begin{aligned}
 W[2\varepsilon] &= \left(\sum_{b'=p,n} R_{N,b'} R_{b',N'} \right) \times \\
 &\quad \times (2s_N + 1)^{-1} (k_N R)^{-2} [\bar{V}_{uu(\varepsilon)}^2 g^2]^2 U_B^3 / 3! Q(r_0, A), \\
 W[2\phi] &= (2s_N + 1)^{-1} (k_N R)^{-2} \times \\
 &\quad \times \left[\sum_{\lambda, \lambda'} (\hat{\beta}_\lambda^2 \bar{V}_{uu(\phi)}^2) (\hat{\beta}_{\lambda'}^2 \bar{V}_{uu(\phi)}^2) Q(r_0, A) \delta(U_B - w_\lambda - w_{\lambda'}) \right], \quad (152) \\
 W[1\varepsilon 1\phi] &= R_{N,N'} (2s_N + 1)^{-1} (k_N R)^{-2} [\bar{V}_{uu(\varepsilon)}^2 g^2] \times \\
 &\quad \times \left[\sum_{\lambda} \hat{\beta}_\lambda^2 \bar{V}_{uu(\phi)}^2 \delta(U_B - w_\lambda) Q(r_0, A) \right],
 \end{aligned}$$

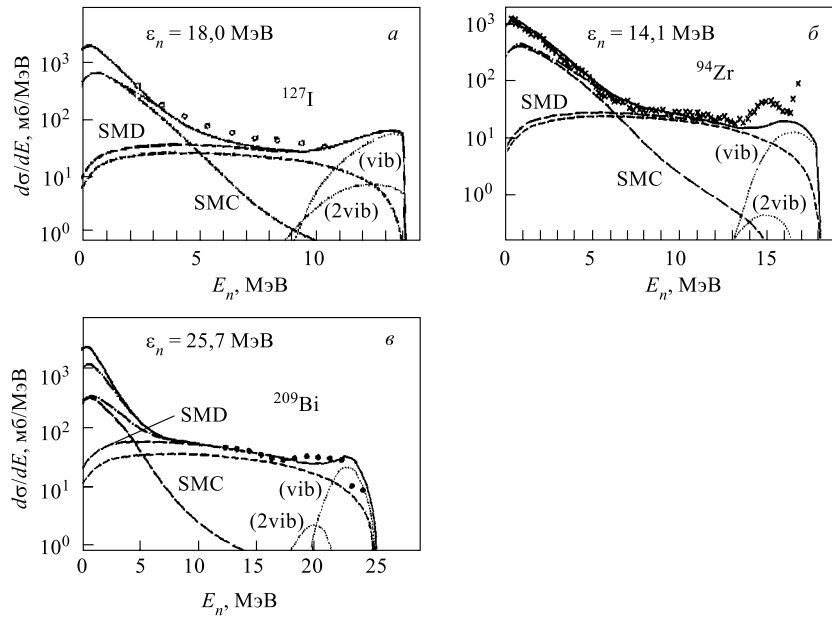


Рис. 13. Спектр эмиссии из реакций $^{127}\text{I}(n, xn')$ при $\varepsilon_n = 18,0$ МэВ (а), $^{94}\text{Zr}(n, xn')$, $\varepsilon_n = 14,1$ МэВ (б) и $^{209}\text{Bi}(n, xn')$, $\varepsilon_n = 25,7$ МэВ (в). Светлые и темные точки и крестики — эксперименты; кривая с короткими штрихами — вклад [1\varepsilon]; точечные кривые — вклады [1\phi] (vib), [2\phi] (2 vib); штриховая — СМПП (1СПП + 2СПП); кривая с длинными штрихами — СМКП; штрихпунктирные — СМПП + СМКП (испускание одного нейтрона), СМПП + СМКП (испускание двух нейтронов); сплошная — суммарный вклад СМПП + СМКП + множественная СМКП-эмиссия

где

$$R_{N,N'} = \delta_{N,N'} \left[\frac{N^2 + Z^2}{A^2} \right] + (1 - \delta_{N,N'}) \left[\left(\frac{N}{A} \right)^2 \delta_{N',n} + \left(\frac{Z}{A} \right)^2 \delta_{N',p} \right],$$

$$Q(r_0, A) = \frac{\pi \varrho^2(\varepsilon)}{2(kR)^2} = 4,12 \cdot 10^{-5} r_0^4 A^{4/3} (\text{МэВ}^2), \quad \hat{\beta}_\lambda^2 = \frac{\beta_\lambda^2}{4\pi(2\lambda + 1)},$$

$g = A/13 \text{ МэВ}^{-1}$; β_λ — параметр деформации; λ и ω_λ — мультипольность и энергия фонона; $P_N(\varepsilon_N)$ — усредненная проницаемость:

$$P_N(\varepsilon_N) = \left[\frac{\sigma_N^{\text{OM}}(\varepsilon_N)}{\sigma_n^{\text{OM}}(\varepsilon_n = \varepsilon_N)} \right] (1 - \exp(-\varepsilon_N/C_0)),$$

$\sigma_N^{\text{OM}}(\varepsilon_N)$ — сечение реакции в оптической модели; $C_0 \simeq 1 \text{ МэВ}$; $N = p, n$.

Конкретные расчеты выполнены при выборе параметров (см. (130)–(133) для поверхностных δ -сил)

$$\bar{V}_{uu(a)}^2 = \bar{V}_{bb}^2, \quad \bar{V}_{uu(\phi)}^2 = V_0^2, \quad V_0 = 48 \text{ МэВ},$$

$$\bar{V}_{bb}^2 = v_0^2 A^{-8/3}, \quad r_0 = 1,4 \text{ фм}, \quad v_0 = 19,4 \text{ МэВ}.$$

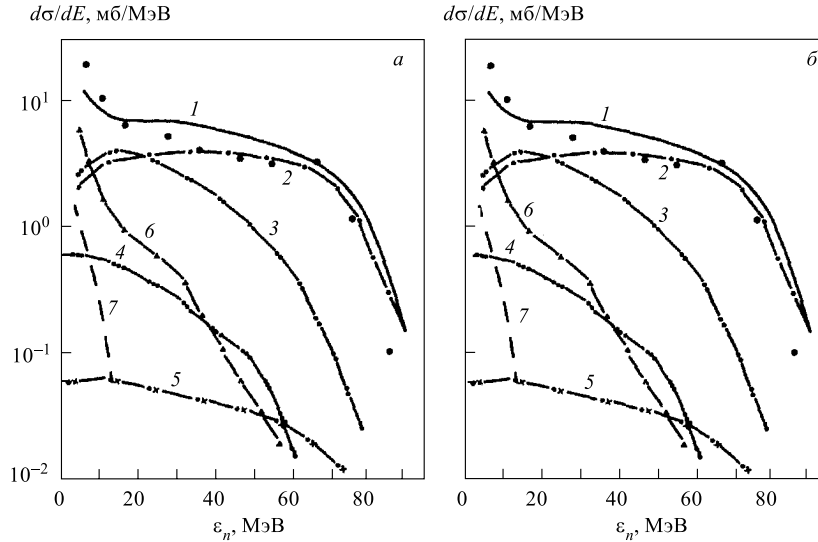


Рис. 14. Спектр эмиссии из реакций $^{58}\text{Ni}(p, xn)$ (а) и $^{209}\text{Bi}(p, xn)$ (б) при $\varepsilon_p = 90 \text{ МэВ}$. Точки — эксперимент [85]; 1 — суммарный вклад СМПП + СМПП; 2 — вклад 1СПП ([1φ]); 3 — вклад 2СПП ([2φ]); 4 — вклад 3СПП ([3φ]); 5 — вклад $(2 + 3)\text{СПП} = [\varepsilon\phi] = 2[\varepsilon\phi] + 3[2\varepsilon\phi] + 3[2\phi\varepsilon]$; 6 — вклад СМПП \rightarrow СМКП ($x = 1$); 7 — вклад СМПП \rightarrow СМКП ($x \geq 2$)

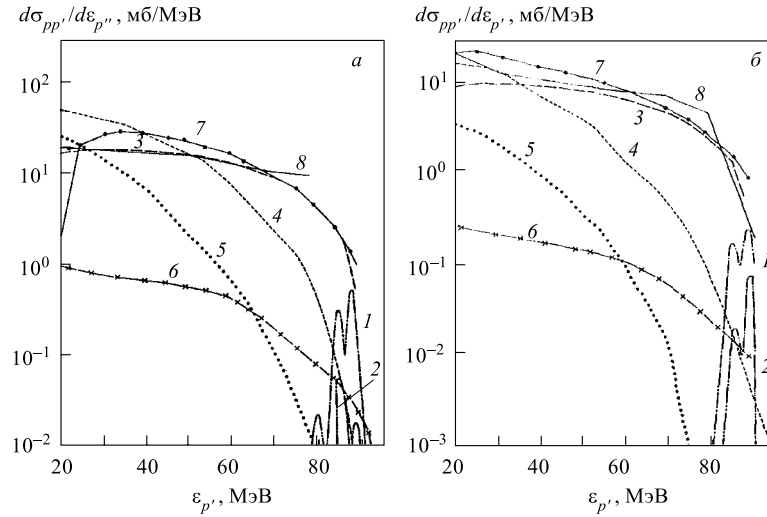


Рис. 15. Жесткая часть протонного спектра в реакции (p, p') на ядре ^{209}Bi (а) и ^{58}Ni (б) с начальной энергией $\varepsilon_p = 90$ МэВ: 1 — вклад однофоновных состояний (1ф) в 1СПП; 2 — вклад двухфоновных состояний (2ф) в 2СПП; 3 — вклад $1p1h$ -состояний (1э) в 1СПП; 4 — вклад $2p2h$ -состояний (2э) в 2СПП; 5 — вклад $3p3h$ -состояний (3э) в 3СПП; 6 — вклад $2p2h$ и фоонов в 2СПП (2эф); 7 — суммарный спектр протонов (СМПП); 8 — экспериментальные данные [89]

В расчетах учитывался вклад фоонов 2_1^+ и 3_1^- . Из структуры приведенных формул для СМКП (см. (137)) следует, что спектры СМКП-эмиссии не зависят от $\bar{V}_{bb}^2(E_N)$, а определяются только $\bar{V}_{ub}^2(E_N)$, поэтому в расчетах полагается $\bar{V}_{bb}^2(E_N) = \bar{V}_{ub}^2(E_N)$. При описании мягкой части спектров эмиссии учитывался вклад эмиссии $(n, 2n)$, (n, pn) и т. д. (см. (146)). Результаты расчетов приведены на рис. 13.

Пример 2. Анализ реакций (p, xp') при $\varepsilon_p = 62, 90$ МэВ на ядрах ^{54}Fe , ^{60}Ni и ^{209}Pb [84], (p, xn) при $\varepsilon_p = 90$ МэВ на ядрах ^{58}Ni , ^{90}Zr и ^{209}Bi [85] в ОМСМР. При энергии $\varepsilon_p > 30$ МэВ необходимо учитывать (см. (149)–(151)) дополнительно парциальные вклады

$$3\text{СПП} : [3\varepsilon], [2\varepsilon\phi] = [\phi 2\varepsilon] = [\varepsilon\phi\varepsilon], [\varepsilon 2\phi] = [2\phi\varepsilon] = [\phi\varepsilon\phi], [3\phi],$$

$$\text{СМПП} \rightarrow \text{СМКП}^\dagger = \sum_{n=1}^3 [n\varepsilon] \rightarrow \text{СМКП}^\dagger.$$

Сечение $\text{СМПП} \rightarrow \text{СМКП}^\dagger$ определяется выражением (145) с заменой $N \rightarrow p$; $b \rightarrow n$ или p' , при этом $F_{lm}^{(b)} \rightarrow 1$. Использовалась параметризация для $\bar{V}_{bb}^2 = k_0 A^{-7/3} / 5, 3$ (см. (130)–(133)), где $k_0 = 350 \div 430$ МэВ² (при

$30 \leq \varepsilon_p \leq 100$ МэВ). Конкретные расчеты выполнены для $k_0 = 400$ МэВ; плотности $\varrho_n^{(b)f\Delta n}(U_B), \varrho_n^{(b)+}(E_p)$ вычислялись по формулам, приведенным в [71] и [84]. Результаты расчетов спектров нейтронов в реакции (p, xn) при $\varepsilon_p = 90$ МэВ [85] представлены на рис. 14. На рис. 15, 16 приведены расчеты промежуточной и жесткой частей спектров $\left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon_{p'}}\right), \left(\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_{p'}d\Omega_{p'}}\right)$ при данном $\Theta_{p'}$ в реакции (p, p') на ядре ^{54}Fe при $\varepsilon_p = 62$ МэВ, на ядре ^{58}Ni при $\varepsilon_p = 90$ МэВ и на ядре ^{209}Bi при $\varepsilon_p = 90$ МэВ [84], при этом дважды дифференциальные сечения реакции (p, p') (вклад СМПП) рассчитывались с угловым фактором, предложенным в [78].

Пример. 3. Анализ реакции $^{54}\text{Fe}(p, d)$ при $\varepsilon_p = 62$ МэВ в ОМСР [86]. Дважды дифференциальные n СПП-сечения реакции (p, d) рассчитывались для переходов $\Delta N = 2$ по формулам (143) с заменой $N \rightarrow p, b \rightarrow d$. Аналогичные формулы имеют место и при учете переходов с $\Delta N_{\Phi} = +1$. Угловой фактор $G^{n\text{СПП}}(\Omega_p \rightarrow \Omega_d)$ рассчитывался по формуле (125) с начальным угловым распределением вида

$$G(0 \rightarrow \Omega_{p1}) = \cos \Theta_{p1} H\left(\frac{\pi/2 - \Theta_{p1}}{\pi}\right).$$

Факторы формирования $F_{20}^{(u)}(\varepsilon_d) = F_{20}(\varepsilon_d)$ и $F_{11}^{(u)}(\varepsilon_d) = F_{11}(\varepsilon_d)$, при этом $F_{20}(\varepsilon_d)$ и $F_{11}(\varepsilon_d)$ брались из работы [16]; $V_{bb}^2 = k_0 A^{-7/3}/5, 3$ (см. пример 2).

На рис. 17, а-в показаны парциальные вклады механизмов формирования дейтрона (коалесценция и подхват) в СМПП-сечение реакции (p, d) .

Анализ показывает важность учета вкладов 2СПП и 3СПП (с $\Delta N = +2$ и $\Delta N_{\Phi} = +1$). Доминирующим механизмом формирования дейтрона является механизм прямого подхвата.

Приведенные выше примеры подтверждают справедливость обобщенной модели статистических многоступенчатых ядерных реакций, в рамках которой возможен последовательный и количественный анализ экспериментальных энергетических и угловых распределений вторичных частиц для широкого класса ядерных реакций $((a, xb), a = \gamma, \pi^-, \mu^-, p, n; b = \gamma, n, p, d, t, ^3\text{He}, \alpha)$, широкого диапазона ядер и энергий при относительной простоте

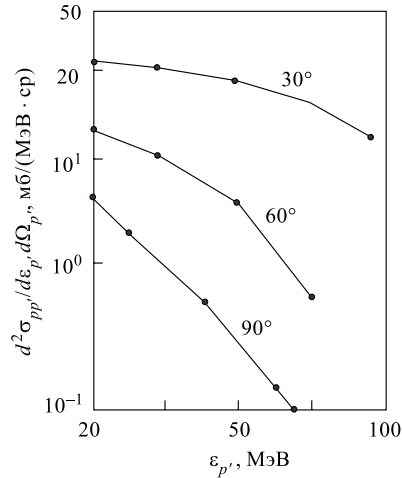


Рис. 16. Дважды дифференциальные сечения реакции (p, p') на ядре ^{58}Ni при энергии $\varepsilon_p = 90$ МэВ и $\Theta_{p'} = 30, 60$ и 90° . Кривые — суммарный вклад 1СПП+2СПП+3СПП; точки — экспериментальные данные [84]

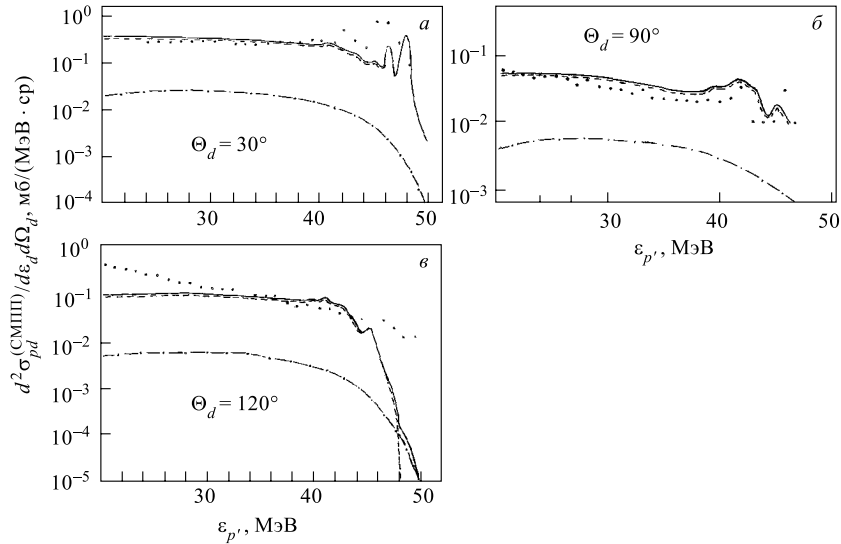


Рис. 17. Сравнение с экспериментом для $^{54}\text{Fe}(p,d)$ при $\varepsilon_p = 62$ МэВ расчетных вкладов под углом $\Theta_d = 30^\circ$ (а), 90° (б), 120° (в) в сечении $(d^2\sigma_{p,d})/(d\varepsilon_d d\Omega_d)$: точки — эксперимент; штриховая кривая — вклад механизма подхвата; штрихпунктирная — вклад механизма коалесценции; сплошная — полное расчетное сечение СМПП. Превышение экспериментальных значений над расчетными в мягкой части спектра связано с вкладом СМКП (в)

вычислений вкладов в сечения от различных многоступенчатых механизмов:

$$\begin{aligned} \text{СМКП}^\uparrow, \text{СМПП}^\uparrow, \text{СМПП} &\rightarrow \text{СМКП}^\uparrow, \\ \text{СМПП}^\uparrow\uparrow, \text{СМПП}^\uparrow &\rightarrow \text{СМКП}^\uparrow, \\ \text{СМКП}^\uparrow &\rightarrow \text{СМКП}^\uparrow [84-92]. \end{aligned}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные в данном обзоре квантовые подходы (ТМНР, ФКК, ОМСМР) для анализа ядерных реакций при низких и средних энергиях позволяют описать различные механизмы реакций для широкого диапазона энергий, ядер и образующихся частиц, когда велико число открытых каналов и промежуточных состояний. В модифицированном формализме СМКП + СМПП учтены:

1) внутриядерные переходы $P \rightarrow Q$ (СМПП \rightarrow СМКП) (комбинированный механизм многоступенчатого процесса);

- 2) множественный выход (множественная СМКП-эмиссия, множественная СМПП-эмиссия);
- 3) коллективные эффекты (возбуждение фононов в СМПП);
- 4) разделение на протоны и нейтроны (двухкомпонентный формализм СМКП + СМПП);
- 5) эмиссия составных частиц (механизм формирования составной частицы в выходном канале).

Особую привлекательность имеют те варианты подходов, в рамках которых удается найти удачные упрощения, дающие возможность количественного описания разностороннего экспериментального материала, особенно при описании реакций с участием составных частиц, и возможность выявления физически обоснованных закономерностей ядерных данных, необходимых для расчетов в прикладной ядерной физике, особенно в тех энергетических областях, где нет надежной экспериментальной информации. В настоящее время ясна необходимость дальнейшего совершенствования расчетного формализма для более точного количественного описания различных механизмов многоступенчатых ядерных реакций с участием составных частиц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hauser P., Feshbach H.* // Phys. Rev. 1952. V. 87. P. 366.
2. *Perey F. G.* Nuclear Spectroscopy and Reactions. London: Academic Press, 1974.
3. *Austern N.* Direct Nuclear Reaction Theories. London: Academic Press, 1974.
4. *Барашенков В. С., Тонеев В. Д.* Взаимодействие высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами. М.: Атомиздат, 1972.
5. *Bertini H. W., Harp G. D., Bertrand F. E.* // Phys. Rev. C. 1974. V. 10, No. 6. P. 2472.
6. *Bertrand F. E., Peele R. W.* ORNL Report, ORNL-4469. Oak-Ridge, 1970.
7. *Harp G. D., Miller I. M., Berne B. I.* // Phys. Rev. 1968. V. 165, No. 4. P. 1166;
Harp G. D., Miller I. M. // Phys. Rev. C. 1969 V. 3, No. 5. P. 1847.
8. *Griffin J. J.* // Phys. Rev. Lett. 1966. V. 17. P. 478;
Blann M. // Phys. Rev. Lett. 1968. V. 21. P. 1357.
9. *Blann M.* // Phys. Rev. Lett. 1971. V. 27, No. 6. P. 337.
10. *Machner H.* // Phys. Rev. Lett. B. 1979. V. 86. P. 129; Phys. Rev. C. 1980. V. 21. P. 2695.
11. *Gudima K. K., Mashnik S. G., Toneev V. D.* // Nucl. Phys. 1983. V. 401. P. 329.
12. *Зайдель К. и др.* // ЭЧАЯ. 1976. Т. 7. С. 13.
13. *Живовищев Ф. А., Кэбин Э. И., Сухаревский В. Г.* Предравновесные ядерные реакции: В 3 ч. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984–1986. Ч. 1. 1984; Ч. 2. 1985; Ч. 3. 1986;
Живовищев Ф. А., Кэбин Э. И., Сухаревский В. Г. Модели предравновесных ядерных реакций. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987.
14. *Gadioli E., Hodgson P. E.* Pre-equilibrium Reactions. Oxford: Clarendon, 1992.
15. *Ribansky I., Oblozinsky P.* // Phys. Lett. B. 1973. V. 48. P. 318;
Обложинский П., Рибанский И. // Изв. АН СССР, сер. физ. 1975. Т. 39, № 10. С. 2073.

16. *Iwamoto A., Harada K.* // Phys. Rev. C. 1982. V. 26. P. 1821; Phys. Rev. C. 1983. V. 28. P. 1527.
17. *Mantzouranis G., Weidenmuller H. A., Agassi D.* // Z. Phys. A. 1976. V. 276. P. 145;
Mantzouranis G. // Phys. Lett. B. 1976. V. 63. P. 25.
18. *Iwamoto A., Harada K.* // Nucl. Phys. A. 1984. V. 419. P. 472.
19. *Бунаков В. Е.* // ЭЧАЯ. 1980. Т. 11, вып. 6. С. 1285.
20. *Agassi D., Weidenmuller H. A.* // Phys. Rep. C. 1975. V. 22. P. 145.
21. *Friedman W. A. et al.* // Phys. Rep. 1981. V. 77. P. 47.
22. *Tamura T. et al.* // Phys. Lett. B. 1977. V. 66. P. 109.
23. *Tamura T., Udagawa T., Lenske H.* // Phys. Rev. C. 1982. V. 26. P. 379.
24. *Satcher G. R.* Direct Nuclear Reactions. Oxford: Clarendon, 1983.
25. *Kunz R. D., Rost E.* Computational Nuclear Physics / Ed. by K. Langanke et al. Berlin, 1993. Chap. 5.
26. *Feshbach H. et al.* // Ann. Phys. 1967. V. 41. P. 230; Rev. Mod. Phys. 1974. V. 46. P. 1.
27. *Feshbach H., Kerman A., Koonin S.* // Ann. Phys. 1980. V. 125. P. 429.
28. *Williams F. C.* // Nucl. Phys. A. 1971. V. 166. P. 231.
29. *Stankiewicz K. et al.* // Nucl. Phys. A. 1985. V. 435. P. 67.
30. *Oblozinsky P.* // Nucl. Phys. A. 1986. V. 453. P. 127;
Oblozinsky P., Chadwick M. B. // Phys. Rev. C. 1990. V. 42. P. 1652.
31. *Игнатюк А. В.* Статистические свойства возбужденных атомных ядер. М.: Энергоатомиздат, 1983.
32. *Betak E., Hodgson P. E.* // Rep. Prog. Phys. 1998. V. 61. P. 483.
33. *Koning A. J., Akkermans J. M.* // Ann. Phys. 1991. V. 208. P. 216.
34. *Udagawa T., Low K. S., Tamura T.* // Phys. Rev. C. 1983. V. 28. P. 1033.
35. *Bonetti R. et al.* // Phys. Rev. C. 1981. V. 24. P. 71.
36. *Holler Y. et al.* // Nucl. Phys. A. 1985. V. 442. P. 79.
37. *Marcinkowski A. et al.* // Nucl. Phys. A. 1989. V. 501. P. 1.
38. *Scobel W. et al.* // Phys. Rev. C. 1990. V. 41. P. 2010.
39. *Trabandt M. et al.* // Phys. Rev. C. 1989. V. 39. P. 452.
40. *Cowley A. A. et al.* // Phys. Rev. C. 1991. V. 43. P. 678.
41. *Feshbach H.* // Ann. Phys. 1985. V. 159. P. 150.
42. *Marcinkowski A. et al.* // Nucl. Phys. A. 1993. V. 561. P. 1387;
Marcinkowski A., Kcelan D. // Nucl. Phys. A. 1994. V. 578. P. 168.
43. *Chadwick M. B. et al.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 50. P. 996.
44. *Blann M., Vonach H.* // Phys. Rev. C. 1983. V. 28. P. 1475.
45. *Wilmore D., Hodgson P. E.* // Nucl. Phys. 1964. V. 55. P. 673;
Richter V. A. et al. // Phys. Rev. C. 1992. V. 46. P. 1030;
Schnandt P. // Phys. Rev. C. 1982. V. 26. P. 55.
46. *Demetriou P., Marcinkowski A., Hodgson P. E.* // Nucl. Phys. A. 1996. V. 596. P. 67.
47. *Takahashi A. et al.* OKTAVIAN Report A-92-01. 1992.
48. *Richter W. A. et al.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 49. P. 1001.

49. *Koning A. J., Chadwick M. B.* // Phys. Rev. C. 1996. V. 56. P. 970.
50. *Brussaard P. J., Glaudemans P. W.* Shell Model Applications in Nuclear Spectroscopy. Amsterdam: North-Holland, 1977.
51. *Seeger P. A., Howard W. M.* // Nucl. Phys. A. 1975. V. 238. P. 491.
52. *Takahashi A. et al.* OKTAVIAN Report A-92-01. 1992.
53. *Skobel W. et al.* // Phys. Rev. C. 1984. V. 30. P. 1480.
54. *Galonsky A. et al.* // Phys. Rev. C. 1976. V. 14. P. 748.
55. *Meier M. M. et al.* // Nucl. Sci. Eng. 1989. V. 102. P. 310.
56. *Cowley A. A. et al.* // Phys. Rev. C. 1997. V. 55. P. 1843.
57. *Willis N. et al.* // Nucl. Phys. A. 1973. V. 204. P. 454;
Fulmer C. B., Hafele J. C. // Phys. Rev. C. 1973. V. 7. P. 631.
58. *Meijer R. J. et al.* // Nucl. Phys. A. 1982. V. 386. P. 200.
59. *Cowley A. A. et al.* // Phys. Rev. C. 1996. V. 54. P. 778.
60. *Olaiyi H. B. et al.* // J. Phys. G. 1995. V. 31. P. 361.
61. *Guazzoni P. et al.* // Z. Phys. A. 1996. V. 354. P. 53.
62. *Avrigeanu V. et al.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 49. P. 2136.
63. *Мигдал А. Б.* Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. 2-е изд. М.: Наука, 1983.
64. *Живопищев Ф. А.* // ЯФ. 1965. Т. 1, вып. 4. С. 600;
Живопищев Ф. А. // ВМГУ. Физика. Астрономия. 1975. № 4. С. 408;
Деб А. К., Живопищев Ф. А., Сливной А. М. // ЯФ. 1983. Т. 38, вып. 10. С. 887.
65. *Frobrich P.* // Z. Phys. 1970. V. 240. P. 256.
66. *Emrich K.* // Nucl. Phys. A. 1971. V. 160. P. 1;
Emrich K. // Z. Phys. 1971. V. 248. P. 292.
67. *Живопищев Ф. А., Сухаревский В. Г.* // ЭЧАЯ. 1984. Т. 15, вып. 6. С. 1208.
68. *Живопищев Ф. А. и др.* // ВМГУ. Физика. Астрономия. 1983. Т. 24, № 4. С. 18;
Живопищев Ф. А. и др. // Изв. АН СССР, сер. физ. 1980. Т. 44, № 9. С. 1994.
69. *Кадменский С. Г., Фурман В. И.* Альфа-распад и родственные ядерные реакции. М.: Энергоатомиздат, 1985.
70. *Deb A. K., Zhivopistsev F. A.* // Czech. J. Phys. B. 1985. V. 35. P. 405.
71. *Kalka H., Seeliger D., Zhivopistsev F. A.* // Z. Phys. A. 1988. V. 329. P. 331.
72. *Базь А. Н., Зельдович Я. Б., Переломов А. М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1971.
73. *Живопищев Ф. А. и др.* // Изв. АН СССР, сер. физ. 1982. Т. 46. С. 885.
74. *Machner H.* // Phys. Rep. 1985. V. 127. P. 309.
75. *Живопищев Ф. А. и др.* // Изв. АН СССР, сер. физ. 1973. Т. 37. С. 2634; 1974. Т. 38. С. 822; 1978. Т. 42. С. 848.
76. *Williams F. C. et al.* // Nucl. Phys. A. 1979. V. 207. P. 619.
77. *Albrecht K., Blann M.* // Phys. Rev. C. 1973. V. 8. P. 1481.
78. *Kalbach C., Mann F. M.* // Phys. Rev. C. 1981. V. 23. P. 112.
79. *Chadwick M. B., Oblozinsky P.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 50. P. 2490.

80. *Kikuchi K., Kawai M.* Nuclear Matter and Nuclear Reactions. Amsterdam: North-Holland, 1968.
81. *Sato K.* // Phys. Rev. C. 1985. V. 32. P. 647.
82. *Costa C. et al.* // Phys. Rev. C. 1983. V. 28. P. 587.
83. *Kalka H. et al.* // Phys. Rev. C. 1989. V. 40. P. 1619.
84. *Живописцев Ф. А., Иванов В. А., Хурэлсух С.* // ЯФ. 1993. Т. 56, вып. 6. С. 37.
85. *Живописцев Ф. А., Иванов В. А.* // ЯФ. 1997. Т. 60, вып. 2. С. 259.
86. *Живописцев Ф. А. и др.* // ВМГУ. Физика. Астрономия. 1988. Т. 29, № 4. С. 43.
87. *Живописцев Ф. А., Иванов В. А.* Статистические многоступенчатые процессы в реакциях (N, xN') и (γ, xN) . М.: Изд-во Моск. ун-та, 1992.
88. *Живописцев Ф. А., Кычкина Ж. Е.* // ЯФ. 1997. Т. 60, вып. 2. С. 248.
89. *Живописцев Ф. А., Иванов В. А., Хурэлсух С.* // ЯФ. 1992. Т. 55, вып. 11. С. 2900.
90. *Живописцев Ф. А., Кычкина Ж. Е.* // Изв. РАН, сер. физ. 1998. Т. 62, № 1. С. 193; Т. 62, № 11. С. 2183.
91. *Живописцев Ф. А., Кычкина Ж. Е.* // Изв. РАН, сер. физ. 1997. Т. 61, № 1. С. 172.
92. *Абдель Мунем С. А., Живописцев Ф. А., Кычкина Ж. Е.* // Изв. РАН, сер. физ. 2000. Т. 64, № 11. С. 2309.