

## КУЛОНОВСКИЕ РЕЗОНАНСЫ И ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОРАСЩЕПЛЕНИЯ ЯДЕР ЭЛЕКТРОНАМИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

*А. А. Пасичный\**

Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ: КВАЗИУПРУГИЕ ПИКИ	197
Введение.	197
Эксклюзивные сечения электрорасщепления ядер.	202
СВОЙСТВА КВАЗИУПРУГИХ ПИКОВ	207
Квазиупругие пики и взаимодействие нуклонов в конечном состоянии.	207
Квазиупругие пики и оболочечная структура ядер.	213
Квазиупругие пики и проблема вычитания.	219
Квазиупругие пики: резонансная структура.	222
КУЛОНОВСКИЕ И ЦЕНТРОБЕЖНЫЕ РЕЗОНАНСЫ В ПРОЦЕССАХ ЭЛЕКТРОДЕЗИНТЕГРАЦИИ ЯДЕР	226
Кулоновские резонансы: формулы, определения, алгоритмы.	226
Резонансные энергии; полюса амплитудной матрицы и матрицы рассеяния в плоскости комплексной энергии $E$ .	230
Волновые функции кулоновских резонансов.	235
Оболочечная модель с $jj$ -связью. Метод комплексных энергий.	237
Кулоновские резонансы и квантовая динамика $\alpha$ -распада.	242
Кулоновские резонансы и(или?) оптическая модель.	244
Кулоновские резонансы и эксперимент.	246
Полуширины кулоновских резонансов.	248
Кулоновские резонансы и феномен дальнего действия.	251
КВАЗИРЕАЛЬНЫЕ ФОТОНЫ И ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОРАСЩЕПЛЕНИЯ ЯДЕР	253

---

\*E-mail: apasichny@kinr.kiev.ua

Угловые распределения выбитых протонов.	253
Квазиреальные фотоны и кулоновские резонансы: аспекты взаимодействия.	257
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	263
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	263

# КУЛОНОВСКИЕ РЕЗОНАНСЫ И ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОРАСЩЕПЛЕНИЯ ЯДЕР ЭЛЕКТРОНАМИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

А. А. Пасичный\*

Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев

В рамках оболочечной модели ядра исследовано влияние кулоновских резонансов и квази-реальных фотонов на динамику электрорасщепления ядер электронами высоких энергий.

Effects of the Coulomb resonances and the quasi-real photons on the dynamics of the nucleus electrodisintegration by high-energy electrons are investigated in the framework of the nuclear shell model.

PACS: 25.30.Fj; 25.30.Dh

## 1. НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ: КВАЗИУПРУГИЕ ПИКИ

**1.1. Введение.** Благодаря относительной слабости электромагнитного взаимодействия электронов и нуклонов атомных ядер исследование процессов упругого и неупругого рассеяния релятивистских электронов на ядрах [1–35] позволяет получить наиболее достоверную информацию о различных аспектах структуры атомных ядер. В данной работе\*\* главное внимание предполагаем уделить таким все еще малоизученным явлениям, как кулоновские резонансы и квазиреальные фотоны, а также изучить их влияние на динамику процессов электрорасщепления ядер (реакции  $A(e, e'p)(A-1)$ ;  $A(e, e'n)(A-1)$ ) при исследовании неупругого рассеяния электронов высоких энергий на ядрах. Особый интерес представляет изучение реакций выбивания нуклонов из ядер для идентификации и исследования оболочечной структуры различных атомных ядер.

Процесс неупругого рассеяния высокоэнергетического электрона на ядре сопровождается передачей ядру энергии  $\omega = \varepsilon - \varepsilon'$  ( $\omega > 0$ ;  $\varepsilon, \varepsilon'$  — начальная

---

\*E-mail: apasichny@kinr.kiev.ua

\*\*Широкий ретроспективный взгляд на многие моменты в истории исследований квазиупругого рассеяния электронов на атомных ядрах вместе с обширной библиографией работ в этой области исследований (практически *ab urbe condita*) представлен в обзоре [35].

и конечная энергии рассеиваемого электрона) и импульса  $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$  ( $\mathbf{k}, \mathbf{k}'$  — импульсы электрона до и после акта неупругого соударения электрона и ядра). В дальнейшем ограничимся рассмотрением процессов, в которых выбивание протонов и нейтронов из ядер сопряжено с относительно небольшими передачами энергий  $\omega$  и импульсов  $|\mathbf{q}| = |\mathbf{k} - \mathbf{k}'|$  от рассеиваемых электронов к атомному ядру  $A$ :

$$\frac{\omega}{M} \ll 1; \quad \frac{|\mathbf{q}|}{M} \ll 1; \quad \frac{|\mathbf{K}_x|}{M} \ll 1. \quad (1)$$

Здесь  $M$  — масса нуклона;  $\mathbf{K} \equiv \mathbf{K}_x$  — импульс выбиваемого протона ( $x = p$ ) или нейтрона ( $x = n$ ). Если справедливы неравенства (1), то взаимодействие релятивистского электрона с неточечным нуклоном атомного ядра можно достаточно точно описать гамильтонианом Мак-Воя–Ван Хоа [1, 2], учитывающим эмпирически в виде релятивистских поправок\* электромагнитную структуру выбиваемого неточечного квазирелятивистского нуклона [2]:

$$\begin{aligned} H' = & \frac{4\pi e^2}{q_\mu^2} \left\{ F_1 \langle u_f | e^{iqx} | u_i \rangle - \frac{F_1}{2M} \langle u_f | [(\mathbf{p}\boldsymbol{\alpha}) e^{iqx} + e^{iqx} (\mathbf{p}\boldsymbol{\alpha})] | u_i \rangle - \right. \\ & \left. - \frac{F_1 + \varkappa F_2}{2M} \langle u_f | \langle u_f | i\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{q} \times \boldsymbol{\alpha}) e^{iqx} | u_i \rangle - \right. \\ & \left. - \frac{(F_1 + 2\varkappa F_2)}{8M^2} [\langle u_f | q_\mu^2 e^{iqx} + i\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{p}(\omega\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{q}) e^{iqx} - e^{iqx}(\omega\boldsymbol{\alpha} - \mathbf{q})\mathbf{p}] | u_i \rangle] \right\}. \quad (2) \end{aligned}$$

В формуле (2) координаты и время, импульсы и энергии объединены (как это и принято в релятивистски-ковариантных теориях) в 4-мерные векторы ( $m$  — масса электрона):

$$k_\mu = (\mathbf{k}, i\varepsilon), \quad k_\mu^2 = \mathbf{k}^2 - \varepsilon^2 = -m^2 < 0, \quad (3)$$

$$k'_\mu = (\mathbf{k}', i\varepsilon'), \quad k'^2_\mu = \mathbf{k}'^2 - \varepsilon'^2 = -m^2 < 0,$$

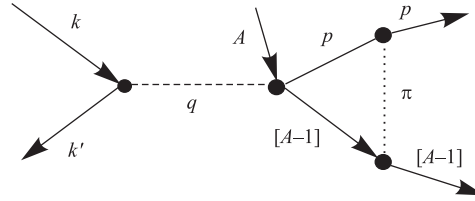
$$q_\mu = k_\mu - k'_\mu \equiv (\mathbf{q}, i\omega); \quad q_\mu^2 = \mathbf{q}^2 - \omega^2 > 0, \quad (4)$$

$$x_\mu = (\mathbf{r}, it); \quad qx = q_\mu x_\mu \equiv \mathbf{q}\mathbf{r} - \omega t,$$

$\mathbf{p} = -i\nabla$ ,  $\hat{\boldsymbol{\mu}} = (1 + \varkappa)\frac{e\hbar}{2Mc}\boldsymbol{\sigma} \equiv (1 + \varkappa)\frac{e}{2M}\boldsymbol{\sigma} \quad (\hbar = c = 1)$  — операторы импульса и магнитного момента квазирелятивистского нуклона;  $e$  — заряд протона;  $M$  — масса нуклона;  $\varkappa\mu$  — аномальный магнитный момент нуклона;  $\boldsymbol{\sigma}$  — матрицы Паули;  $\boldsymbol{\alpha}$  — операторы-матрицы Дирака, действующие

\*Более подробный анализ и оценку релятивистских поправок в нерелятивистских моделях можно найти в работе [33].

в пространстве биспинорных амплитуд  $|u_i\rangle$  и  $|u_f\rangle$  плосковолновых решений уравнения Дирака для начального и конечного состояний рассеиваемого электрона;  $F_1 \equiv F_1(q_\mu^2)$ ,  $F_2 \equiv F_2(q_\mu^2)$  ( $F_1(0) = F_2(0) = 1$ ) — формфакторы распределения заряда и магнитного момента в нуклонах. Динамику процесса  $A(e, e'p)(A-1)$  выбивания протонов  $p$  из ядра  $A$  можно наглядно представить с помощью изображенной ниже диаграммы Фейнмана. На этой диаграмме в рамках общепринятых обозначений схематически представлены ключевые фигуранты теоретической интерпретации выбивания нуклонов из ядер при неупругом рассеянии электронов высоких энергий. Это рассеиваемый (начальный) электрон с 4-импульсом  $k$ , излучающий виртуальный фотон  $q$  и приобретающий статус рассеянного (конечного) электрона с 4-импульсом  $k'$ ; виртуальный фотон  $q$  поглощается одним из нуклонов ядра мишени  $A$  и провоцирует выбивание этого нуклона из ядра  $A$ ; выбитый нуклон  $p$  взаимодействует в конечном состоянии с ядром-остатком  $A-1$ ; это взаимодействие схематически представлено на диаграмме 4-импульсом  $\pi$  гипотетического мезона, которым выбитый нуклон обменивается с ядром  $A-1$ .



В рамках теории возмущений (импульсное приближение) сечение  $\sigma_{x\nu l}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})$  неупругого рассеяния релятивистского электрона с выбиванием  $x$ -нуклона ( $x = p; n$ ) из  $x\nu l$ -ядерной оболочки ( $\nu = 1, 2, 3 \dots$  — радиальное квантовое число;  $l = 0(s), 1(p), 2(d), 3(f) \dots$  — орбитальное квантовое число) в различных ракурсах было получено и исследовано многими авторами [4, 6, 12, 18, 34]. В зависимости от предполагаемых аспектов исследования одно и то же выражение для сечения  $\sigma_{x\nu l}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})$  можно представить в различных формах. Воспользовавшись естественной [36] системой единиц ( $\hbar = c = 1$ ), преобразуем выражение для сечения  $\sigma_{x\nu l}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})$  из [18] к формату этой формулы в работе [34], где в рамках модели независимых частиц эксклюзивное сечение выбивания  $x$ -нуклона ( $x = n, p$ ) из  $x\nu l$ -оболочки ядра с достаточной для последующего анализа и заключений точностью представлено таким одночастичным факторизованным выражением:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{x\nu l}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K}) &\equiv \frac{d^5 \sigma_{x\nu l}}{d\varepsilon' d\Omega' d\Omega} = \\
 &= e^4 N_{x\nu l} F_x^2(q_\mu^2) \frac{4MK}{\mathbf{k}^2} P(\mathbf{k}, \mathbf{k}') S_x(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K}) G_{x\nu l}(\mathbf{q}, \mathbf{K}), \quad (5)
 \end{aligned}$$

где  $e$  — заряд электрона;  $N_{x\nu l}$  — число  $x$ -нуклонов в ядерной  $x\nu l$ -оболочке,

$$\theta' \equiv \theta_{\mathbf{k}'}, \theta \equiv \theta_{\mathbf{K}}, \theta_{\mathbf{k}} = 0, \quad \varphi' \equiv \varphi_{\mathbf{k}'} = 0, \varphi_{\mathbf{q}} = \pi, \quad (6)$$

$$\gamma_x = 1,79\delta_{xp} - 1,91\delta_{xn}, \quad (7)$$

$$F_x(q_\mu^2) \equiv F(q_\mu^2) = (1 + 0,055(Fm)^2 q_\mu^2)^{-2}, \quad (8)$$

$$S_x(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K}) = \frac{1}{2kk'} \left\{ \delta_{xp} \left[ \left( 1 + \frac{\omega}{M} + \frac{\mathbf{q}^2(1-2\gamma_x)}{4M^2} \right) (\varepsilon\varepsilon' + \mathbf{k}\mathbf{k}') - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2}{M} \mathbf{K}(\varepsilon\mathbf{k}' + \varepsilon'\mathbf{k}) + \frac{q_\mu^2 \mathbf{K}^2 + 4(\mathbf{k}\mathbf{K})(\mathbf{k}'\mathbf{K})}{2M^2} \right] + \gamma_x^2 \frac{4[\mathbf{k}\mathbf{k}']^2 + (q_\mu^2)^2}{4M^2} \right\} \quad (9)$$

— безразмерная функция векторных аргументов  $\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K}$ , отражающая структурные особенности взаимодействия релятивистского электрона и выбиваемого квазирелятивистского нуклона в гамильтониане Мак-Воя–Ван Хоа [2],

$$P(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \equiv P(\theta') = \frac{\mathbf{k}^2 \mathbf{k}'^2}{(q_\mu^2)^2}, \quad (10)$$

$$G_{x\nu l}(\mathbf{q}, \mathbf{K}) = \frac{1}{(2l+1)(2\pi)^3} \sum_{m=-l}^{m=l} \left| \int \langle \psi_{\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{r}) | \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) | \varphi_{x\nu lm}(\mathbf{r}) \rangle d^3\mathbf{r} \right|^2. \quad (11)$$

Функция  $G_{x\nu l}(\mathbf{q}, \mathbf{K})$ , зависящая от кинематических параметров  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{K}$ , определяет так называемое искаженное импульсное распределение нуклонов в  $x\nu l$ -оболочке атомного ядра. Именно  $G_{x\nu l}(\mathbf{q}, \mathbf{K})$  заключает в себе сведения о динамике нуклона в силовом поле  $V_x(r)$  ядра:  $\varphi_{x\nu lm}(\mathbf{r})$  и  $\psi_{\mathbf{K}_x}^{(-)}(\mathbf{r})$  — это волновые функции нуклона в связанном состоянии и в состоянии непрерывного спектра [37, 38], которые являются решениями уравнения Шредингера с потенциалом  $V_x(r)$ :

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta + V_x(r) \right] \Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r}), \quad (12)$$

$$\Psi(\mathbf{r})|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow e^{i\mathbf{K}\mathbf{r}} + f(\mathbf{n}_K) \frac{e^{\pm iKr}}{r} \quad \forall [E > 0; \Psi(\mathbf{r}) = \psi_{\mathbf{K}}^{(\pm)}(\mathbf{r})] \times \\ \times \left( K = |\mathbf{K}|; \quad \mathbf{n}_K = \frac{\mathbf{K}}{K} \right). \quad (13)$$

$$r^2 \Psi(\mathbf{r})|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad \forall [E < 0; \Psi(\mathbf{r}) = \varphi_{x\nu lm}(\mathbf{r})]. \quad (14)$$

Факторизация выражения (5) для сечения  $\sigma_{x\nu l}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})$  при учете влияния силового поля ядра на движение нуклона в конечном состоянии является

приближенной. Следует, однако, уточнить, что ошибка такого приближения относительно небольшая, так как приближенные выражения для интегралов перекрытия содержатся лишь в слагаемых порядка  $M^{-1}$ ,  $M^{-2}$ . Точным факторизованное выражение (5) становится лишь в плосковолновом приближении, которое справедливо тогда, когда энергия выбиваемых протонов достаточно велика. Именно в этом случае предполагают, что искажение движения нуклона в конечном состоянии незначительно и им можно пренебречь:

$$\psi_{\mathbf{K}}^{(\pm)}(\mathbf{r}) \approx \exp[i(\mathbf{K}\mathbf{r})]. \quad (15)$$

В этом приближении после замены  $\psi_{\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{r}) \rightarrow e^{i\mathbf{K}\mathbf{r}}$  искаженное импульсное распределение  $G_{x\nu l}(\mathbf{q}, \mathbf{K})$  в (11) трансформируется в функцию  $G_{x\nu l}^0(\mathbf{q} - \mathbf{K})$ , определяющую распределение нуклонов по импульсам в  $x\nu l$ -оболочке атомного ядра:

$$G_{x\nu l}^0(\mathbf{q} - \mathbf{K}) = \frac{1}{(2l+1)(2\pi)^3} \sum_{m=-l}^{m=l} \left| \int \varphi_{x\nu lm}(\mathbf{x}) \exp[i(\mathbf{q} - \mathbf{k})\mathbf{x}] d^3\mathbf{x} \right|^2. \quad (16)$$

Сечения (и другие величины)  $\sigma(\omega, \theta')$ ,  $\sigma_{x\nu l}(\omega, \theta')$ ,  $\dots$ , рассчитанные в плосковолновом приближении (при замене  $G_{x\nu l}(\mathbf{q}, \mathbf{K}) \rightarrow G_{x\nu l}^0(\mathbf{q} - \mathbf{K})$ ), на графиках, в таблицах и формулах будем в дальнейшем идентифицировать с помощью символа «0» или «(0)» (например,  $\sigma^0(\omega, \theta')$ ,  $\sigma_{x\nu l}^0(\omega, \theta')$ ,  $\dots$ ). Аналогичные величины, рассчитанные с учетом взаимодействия выбитого нуклона в конечном состоянии, в необходимых случаях будут отмечены символами « $d$ » или «( $d$ )». Отметим, что центральное место в расчетах сечений электрорасщепления ядер электронами высоких энергий занимает вычисление функций  $G_{x\nu l}(\mathbf{q}, \mathbf{K})$  (11) и  $G_{x\nu l}^0(\mathbf{q} - \mathbf{K})$  (16).

С развитием ускорительной техники и увеличением энергии электронных пучков сечения неупругого рассеяния электронов все чаще измеряются при больших переданных энергиях ( $\omega \gtrsim M$ ) и больших углах рассеяния электронов ( $q \gtrsim M$ ). В таких экспериментах неравенства (1) безусловно же не выполняются, вследствие чего приведенные выше формулы и алгоритмы (1)–(12) неприменимы для интерпретации таких экспериментов и извлечения из этих экспериментов полезной информации. Для анализа таких экспериментальных данных в последнее время разработаны [23, 24] и непрерывно совершенствуются весьма и весьма сложные и трудоемкие вычислительные алгоритмы в рамках так называемой полной релятивистской модели, где и релятивистские электроны, и выбиваемые ими нуклоны высоких энергий описываются в рамках релятивистской квантовой механики Дирака. В предельном случае нерелятивистских энергий выбиваемых нуклонов результаты расчетов в рамках полной релятивистской модели и представленные ниже результаты и выводы в рамках квазирелятивистской модели (1)–(12) обязаны в конечном итоге «найти полное взаимопонимание».

**1.2. Эксклюзивные сечения электрорасщепления ядер.** Одночастичные волновые функции нуклона дискретного ( $\varphi_{x\nu lm}(\mathbf{r})$ ) и непрерывного ( $\psi_{\mathbf{K}}^{(\pm)}(\mathbf{r})$ ) спектров в (11) — это волновые функции нуклона оболочечной модели, которые описывают динамику нуклона в среднем поле атомного ядра  $V_x(r)$ . Эти функции представим в виде

$$\varphi_{x\nu lm}(\mathbf{r}) = R_{x\nu l}(r)Y_{lm}(\mathbf{n}_r) = A_{x\nu l}Z_{x\nu l}(r)Y_{lm}(\mathbf{n}_r), \quad (17)$$

$$\psi_{\mathbf{K}}^{(\pm)}(\mathbf{r}) = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{m=l} i^l R_{Kl}^{(\pm)}(r)Y_{lm}^*(\mathbf{n}_r)Y_{lm}(\mathbf{n}_K) \equiv \quad (18)$$

$$\equiv 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{m=l} i^l A_{Kl}^{(\pm)} Z_{Kl}(r)Y_{lm}^*(\mathbf{n}_r)Y_{lm}(\mathbf{n}_K), \quad (19)$$

где  $\mathbf{n}_r = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$ ;  $A_{Kl}^{(\pm)} \equiv A_l^{(\pm)}(E)$  — коэффициенты, которые будут определены несколько позже в (52), (53). В нашей модели радиальные функции непрерывного ( $Z_{\lambda}(r) = Z_{Kl}(r), \forall E > 0$ ) и дискретного ( $Z_{\lambda}(r) = Z_{x\nu l}(r) \forall E = E_{x\nu l} < 0$ ) спектров являются действительными (!) и ограниченными в промежутке  $0 \leq r < \infty$

$$Z_{\lambda}(0) = 0, \quad A_{x\nu l}^2 \int_0^{\infty} Z_{x\nu l}^2(r) dr = 1 \quad (20)$$

решениями радиального уравнения Шредингера с действительным потенциалом  $V_x(r)$ :

$$\frac{d^2 Z_{\lambda}(r)}{dr^2} + \left[ 2m(E - V_x(r)) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] Z_{\lambda}(r) = 0. \quad (21)$$

Для расчета сечений электрорасщепления ядер в рамках модели оболочек с  $LS$ -связью представим потенциал  $V_x(r)$  среднего ядерного поля суммой короткодействующего потенциала Вудса–Саксона  $V_{WS}(r)$  [18] и кулоновского (в случае протонов)  $V_C(r)$  потенциала равномерно заряженного (с зарядом  $(Z-1)e$ ) шара радиусом  $R$ :

$$V_x(r) = V_{WS}(r) + \delta_{xp} V_C(r), \quad (22)$$

$$V_{WS}(r) = -\frac{V_{0x}}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \approx -\frac{V_{0x}\Theta(b-r)}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} (V_{0x} > 0), \quad (23)$$

$$V_C(r) = \frac{(Z-1)e^2}{R} \left( \frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2} \right) \Theta(R-r) + \frac{(Z-1)e^2}{r} \Theta(r-R), \quad (24)$$



где

$$b \approx r_0 \sqrt[3]{A} + 20a, \quad R = r_0 \sqrt[3]{A}. \quad (25)$$

Фигурирующая в определениях (23) и (24) функция  $\Theta(x)$  — это единичная функция Хевисайда:

$$\Theta(x) = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{1}{2} \left( 1 + \operatorname{th} \frac{x}{d} \right) = \begin{cases} \frac{x + |x|}{2x}, & \forall x \neq 0, \\ \frac{1}{2}, & x = 0. \end{cases} \quad (26)$$

Наиболее точные решения  $Z_\lambda(r)$  радиального уравнения Шредингера с потенциалами  $V_x(r)$  типа (22), как правило, получают численным интегрированием уравнения (21).

Если в потенциале Вудса–Саксона в (23) перейти к пределу  $a \rightarrow 0$  (или же рассмотреть случай  $a \ll R$ ) и пренебречь частью кулоновского потенциала в области действия ядерных сил:  $V_C(r) \rightarrow V_C(r)\Theta(r - R)$ , то потенциал (23) после некоторых переобозначений ( $R = d, V_{0x} = V_G$ ) превратится в удобный [19] для теоретических прогнозов и иллюстраций потенциал Гамова [39, 40]:

$$V_G(r) = -V_0\Theta(d - r) + \frac{Ze^2}{r}\Theta(r - d), \quad r \geq 0, \quad (27)$$

параметр  $d \equiv R_G$  определяет радиус ядра в модели Гамова. Особая и неординарная роль модели Гамова заключается в том, что эта модель предоставляет читателю возможность качественного (и даже отчасти количественного) бескомпьютерного контроля практически всех представленных ниже (а также ранее в работах [19–21, 26, 34]) «компьютерных» результатов.

Изначально одна из центральных идей исследования оболочечной структуры атомных ядер при неупругом рассеянии электронов на ядрах проистекала именно из плосковолнового приближения (16). Полагали, что с помощью надлежащего выбора кинематики эксперимента удастся измерить импульсные распределения (16) протонов в различных ядерных оболочках. Успех таких измерений тесно связан с предположением о возможности сепарировать в эксперименте протоны различных ядерных оболочек по такому параметру, как энергия сепарации  $\varepsilon_{pvl}$ . Несложно *a priori* предположить, что такую идею легче реализовать в случае легких ядер, где

- число ядерных оболочек сравнительно невелико;
- энергии сепарации нуклонов из различных оболочек существенно различны;
- влияние взаимодействия выбитого нуклона с легким ядром-остатком в конечном состоянии существенно меньше, чем в случае тяжелого атомного ядра.

Отталкиваясь от плосковолнового приближения (16), рассчитаем кинематику эксперимента для определения импульсного распределения протонов в ядерной оболочке. Зафиксировав переданную энергию  $\omega = \varepsilon - \varepsilon'$ , определяем энергию  $E = \omega - \varepsilon_{p\nu l}$  и импульс  $K = \sqrt{2ME}$  выбитого протона, после чего из равенства  $q = K \rightarrow k^2 + k'^2 - 2kk' \cos \theta' = 2ME$  определяем угол  $\theta'$  рассеянного электрона, а также угол  $\theta_q$  между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{q}$  в лабораторной системе отсчета:  $2qk \cos \theta_q = k'^2 - k^2 - q^2$ , при этом  $\varphi_q = \pi$ . Отсчитывая угол вылета  $\theta_{Kq}$  выбитого протона от направления вектора  $\mathbf{q}$  и измеряя сечение  $\sigma_{p\nu l}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})$  как функцию угла  $\theta_{Kq} = |\theta_K - \theta_q|$  (ортогональная кинематика), из формулы (5) несложно определить распределение протонов в ядерной  $x\nu l$ -оболочке по импульсам, сопоставив углу вылета протона  $\theta_{Kq}$  импульс  $\kappa$  протона в ядре в момент соударения его с рассеиваемым электроном:

$$|\kappa| = 2K \sin \frac{\theta_q K}{2} \quad (q = K).$$

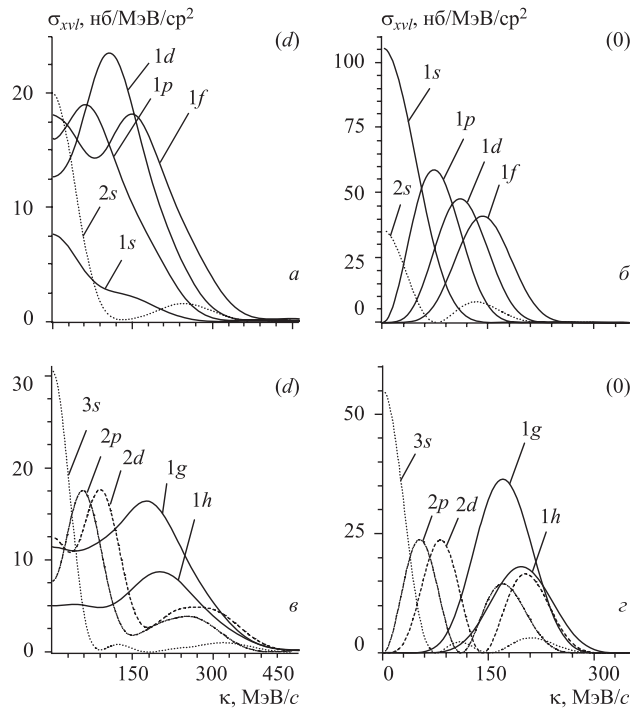


Рис. 1. Сечения  $\sigma_{p\nu l}(\mathbf{K}, \mathbf{k}, \mathbf{k}')$  неупругого рассеяния электронов на ядре  $^{208}\text{Pb}$  в зависимости от импульса  $\kappa = |\mathbf{q} - \mathbf{K}|$  протона в момент столкновения с электроном. Кинематика рассеяния:  $\varepsilon = 500$  МэВ,  $E = 100$  МэВ. Параметры потенциала Вудса-Саксона:  $V_{0p}/\text{МэВ} = 57,498$

В качестве примера на рис. 1 представлены рассчитанные согласно (5)–(9) сечения выбивания протонов ( $E_p = 100$  МэВ) из различных заполненных оболочек ядра  $^{208}\text{Pb}$  при неупругом рассеянии электронов ( $\varepsilon = 500$  МэВ) в зависимости от импульса  $\kappa$  выбиваемого протона в момент соударения его с налетающим электроном. Сечения рассчитаны в плосковолновом приближении (0) и с учетом взаимодействия протона с ядром-остатком в конечном состоянии (d). Несложно заметить, что влияние учета сильного преломления протонной волны в поле тяжелого ядра-остатка существенно влияет на форму теоретически предсказываемых импульсных распределений протонов в различных оболочках ядра  $^{208}\text{Pb}$ . В области больших импульсов  $\kappa$  характер поведения небольших по величине рассчитанных сечений  $\sigma_{x\nu l}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})$  проще извлечь из рис. 2, где представлены «логарифмические копии» кривых из рис. 1. Рис. 2 свидетельствует, что взаимодействие протона с ядром-остатком в конечном состоянии до некоторой степени сглаживает плосковолновые осцилляции сечений в области небольших протонных импульсов  $\kappa$ . Влияние

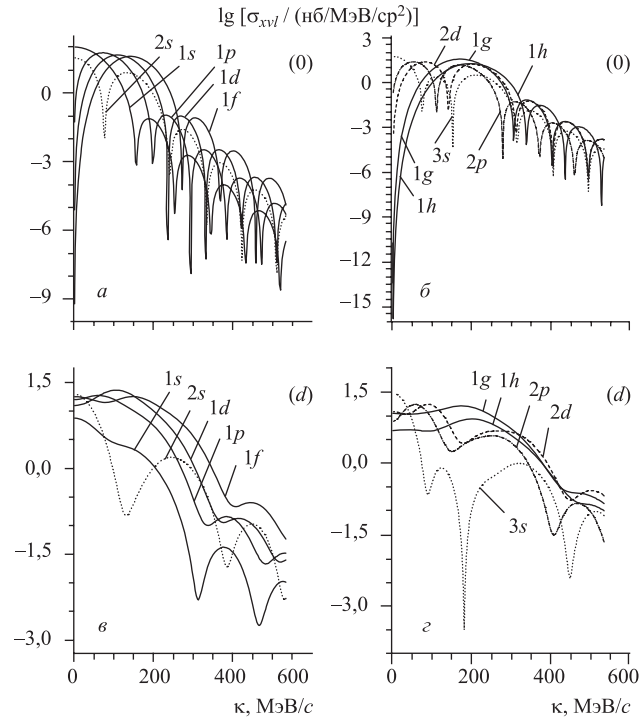


Рис. 2. Логарифмы сечений  $\sigma_{p\nu l}(\mathbf{K}, \mathbf{k}, \mathbf{k}')$  неупругого рассеяния электронов на ядре  $^{208}\text{Pb}$ , представленных на рис. 1: а, б) 0 — плосковолновое приближение; в, г) d — учет взаимодействия в конечном состоянии

взаимодействия протонов в конечном состоянии существенно сказывается на поведении  $\sigma_{x\nu l}(\mathbf{K}, \mathbf{k}, \mathbf{k}')$  ( $l \neq 0$ ) в кинематической точке  $\kappa = |\mathbf{q} - \mathbf{K}| = 0$ , где по предсказанию расчетов в плосковолновом приближении сечение электродезинтеграции протонов из оболочек с  $l \neq 0$  обращается в нуль. При этом в случае тяжелых ядер преломление протонной волны существенно видоизменяет форму кривых искаженных импульсных распределений протонов по сравнению с истинными импульсными распределениями, рассчитанными в плосковолновом приближении. В работе [15] показано, что форму искаженного импульсного распределения можно «исправить», устранив подъем теоретической кривой в точке  $\kappa = 0$  при помощи надлежащего выбора кинематики эксперимента. Идея коррекции кинематики измерений для устранения погрешности формы искаженного импульсного распределения проистекает из предположения, что влияние сил притяжения между выбитым нуклоном и ядром-остатком можно частично учесть уже в плосковолновом приближении, если принять во внимание тот факт, что в области сил притяжения ядра импульс выбитого протона  $K^{\text{eff}}$  больше импульса нуклона  $K$  за пределами атомного ядра [34]:  $K \rightarrow K^{\text{eff}} \sim \sqrt{\omega + V_{0x} - |\varepsilon_{x\nu l}|}$ . Если значение  $K^{\text{eff}}$ , которое определяет динамику процесса выбивания нуклона из ядра в области действия ядерных сил, подставить вместо  $K$  в формулу для плосковолнового приближения, то кинематическое равенство  $|\kappa| = |\mathbf{q} - \mathbf{K}| = 0$  при учете взаимодействия выбитого нуклона с ядром-остатком, т. е. при содействии ядерных сил притяжения, трансформируется в неравенство  $|\kappa^{\text{eff}}| = |\mathbf{q} - \mathbf{K}^{\text{eff}}| \neq 0$ . В результате при заданной кинематике рассеяния в точке ( $\theta' = \theta'_{q=K}$ ,  $\kappa = 0$ ) главенствует неравенство  $\mathbf{q} - \mathbf{K}^{\text{eff}} \neq 0$ , что и приводит к подъему кривой импульсного распределения в этой точке. Для того чтобы устранить такой подъем, достаточно, например, при неизменной переданной энергии увеличить угол рассеяния электрона  $\theta' \rightarrow \theta'_{\text{eff}}$  так, чтобы имело место равенство  $q \rightarrow q^{\text{eff}} = \sqrt{k^2 + k'^2 - 2kk' \cos \theta'_{\text{eff}}} = K^{\text{eff}}$ . Как показывают расчеты [15,16], при таком увеличении угла  $\theta'$  неупругого рассеяния электрона (компенсационная кинематика) сечения выбивания протона из  $x\nu l$ -оболочки ( $l \neq 0$ ), рассчитанные с учетом взаимодействия этого протона в конечном состоянии, приобретают вид сечений, рассчитанных в плосковолновом приближении.

## 2. СВОЙСТВА КВАЗИУПРУГИХ ПИКОВ

**2.1. Квазиупругие пики и взаимодействие нуклонов в конечном состоянии.** Выражение (5) определяет исходное эксклюзивное сечение электрорасщепления атомного ядра. Экспериментальная проверка формулы (5) требует выполнения довольно трудоемких экспериментов, в которых одновременно фиксируются (или идентифицируются) и неупруго рассеянный электрон, и выбитый именно этим электроном нуклон. На данный момент осуществлено

большое число менее трудоемких экспериментов, в которых исследуются распределения неупруго рассеянных электронов по энергиям. Разработаны методики, позволяющие вычестить из таких распределений в области небольших (порядка нескольких сотен МэВ) переданных энергий электроны, потерявшие свою энергию в различных квантово-электродинамических процессах, таких как тормозное излучение, рождение пар и т. п. В результате такого вычитания экспериментальным путем получают инклюзивные сечения  $\sigma(\omega, \theta')$  электрорасщепления атомных ядер в процессах соударения ультрарелятивистских электронов с нуклонами атомных ядер (реакции  $A(e, e'p)(A-1)$ ;  $A(e, e'n)(A-1)$ ):

$$\sigma(\omega, \theta') \equiv \sigma(\omega) = \sum_{x\nu l} \sigma_{x\nu l}(\omega, \theta') = \sum_{x\nu l} N_{x\nu l} \sigma_{x\nu l}^u(\omega, \theta'). \quad (28)$$

Суммирование в (28) распространяется на все заполненные оболочки ядра, а  $\sigma_{x\nu l}(\omega, \theta')$  рассчитываем и в 0-, и в  $d$ -приближениях интегрированием дифференциального сечения (5) по полному телесному углу  $\Omega \equiv \Omega_{\mathbf{k}}$  вылета выбиваемых нуклонов:

$$\sigma_{x\nu l}(\omega, \theta') \equiv \frac{d^3 \sigma_{x\nu l}}{d\varepsilon' d\Omega'} = \int_{\Omega} \sigma_{x\nu l}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K}) d\Omega_{\mathbf{K}}. \quad (29)$$

Равенствами (28) определено также используемое в дальнейшем удельное сечение выбивания нуклона из  $x\nu l$ -оболочки атомного ядра

$$\sigma_{x\nu l}^u(\omega, \theta') \equiv \sigma_{x\nu l}^u(\omega) = \frac{1}{N_{\nu l}} \sigma_{x\nu l}(\omega, \theta'). \quad (30)$$

Исследуем спектры неупругого рассеяния электронов (28) на ядрах, акцентируя внимание на двух аспектах такого исследования:

- а) согласие теоретических расчетов с экспериментальными кривыми;
- б) влияние взаимодействия выбитых нуклонов с ядром-остатком в конечном состоянии на динамику формы инклюзивных (28) сечений  $\sigma(\omega, \theta')$  неупругого рассеяния электронов на различных ядрах и при различных вариантах выбора кинематики эксперимента.

Как свидетельствуют расчеты, неординарные свойства волновых функций непрерывного спектра  $\psi_{\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{r})$ , описывающих движение выбитых нуклонов в области невысоких энергий, довольно ярко [19, 34] проявляются в зависимостях сечений  $\sigma(\omega, \theta')$  при фиксированном угле вылета рассеиваемых электронов  $\theta'$ . Для того чтобы определить границы «доверительных интервалов» правдоподобия последующих предсказаний и заключений в рамках исследуемой модели, а также определить роль учета взаимодействия выбитого нуклона с ядром-остатком в конечном состоянии в оболочечной модели ядра,

рассчитаем в 0- и  $d$ -приближениях инклюзивные сечения неупругого рассеяния электронов (квазиупругие (28) пики  $\sigma(\omega) \equiv \sigma(\omega, \theta')$ ) в зависимости от теряемой электроном энергии  $\omega = \varepsilon - \varepsilon'$  в процессе столкновения его с атомным ядром. Предполагая, что в области небольших переданных энергий передаваемая ядру энергия  $\omega$  расходуется на выбивание нуклонов из ядра, в рамках представленной выше модели проанализируем и сравним с экспериментальными данными рассчитанные сечения электродезинтеграции ядер  $\sigma(\omega) \equiv \sigma(\omega, \theta')$ , пытаясь охватить по возможности максимально широкий спектр кинематических условий и атомных ядер.

Если влияние ядерного поля ядра-остатка на движение выбитого нуклона в конечном состоянии в расчетах волновой функции  $\psi_{\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{r})$  предполагаем учитывать точно, то влияние кулоновского поля атомного ядра на движение релятивистского электрона в начальном и конечном состояниях в представленных ниже расчетах достаточно учесть приближенно путем модификации значений импульсов рассеиваемого электрона кулоновским притяжением атомного ядра. При этом для простоты вместе с [30, 31] предполагаем, что электрон выбивает нуклон в центре атомного ядра. Такая модификация электронных импульсов сводится к эффективному увеличению импульсов электрона до  $(k^{\text{eff}})$  и после  $(k'^{\text{eff}})$  момента соударения с нуклоном ядра:

$$k \rightarrow k^{\text{eff}} = \sqrt{\left(\varepsilon + \frac{3Ze^2}{2R}\right)^2 - m^2}, \quad (31)$$

$$k' \rightarrow k'^{\text{eff}} = \sqrt{\left(\varepsilon' + \frac{3Ze^2}{2R}\right)^2 - m^2}, \quad (32)$$

а следовательно, и передаваемого выбиваемому нуклону импульса [30, 31, 34]:

$$|\mathbf{q}| \rightarrow |\mathbf{q}^{\text{eff}}| = \sqrt{(k^{\text{eff}})^2 + (k'^{\text{eff}})^2 - 2k^{\text{eff}}k'^{\text{eff}} \cos \theta'}. \quad (33)$$

На рис. 3–6 представлены рассчитанные в рамках оболочечной модели ядра сечения  $\sigma(\omega)$  электрорасщепления некоторых атомных ядер при неупругом рассеянии электронов высоких энергий на этих ядрах. Отметим, что и рассчитанные, и измеренные сечения представляют собой колоколообразные кривые — так называемые квазиупругие пики. Пунктирные кривые рассчитаны в плосковолновом приближении, сплошные — с учетом взаимодействия выбиваемых нуклонов с ядром-остатком в конечном состоянии. Рассчитанные кривые сравниваются с экспериментальными. Выбор ядер-мишеней ( $Z, A$ ) и кинематики ( $\varepsilon, \theta'$ ) неупругого рассеяния релятивистских электронов продиктован набором этих параметров в измеренных сечениях, с которыми сравниваются рассчитанные кривые.

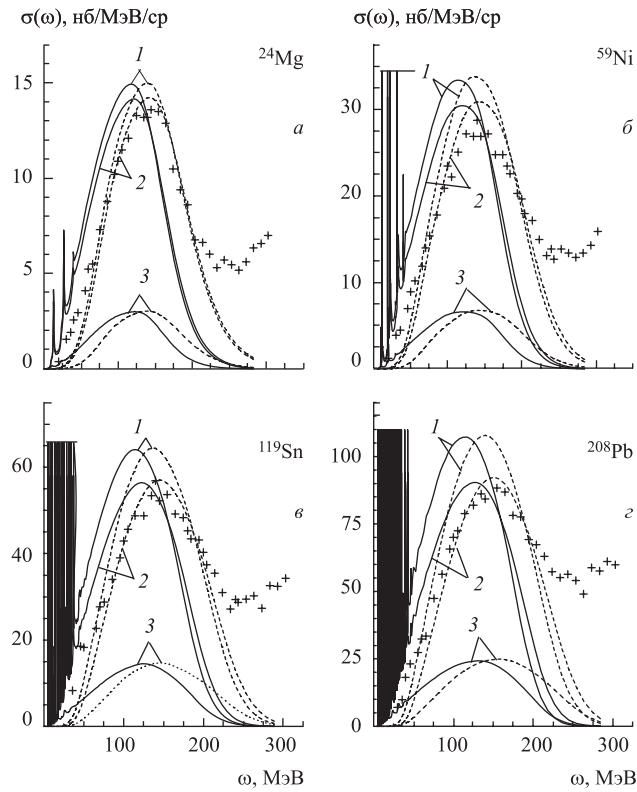


Рис. 3. Квазиупругие пики: инклюзивные (кривые 1, 2) сечения  $\sigma(\omega)$  неупругого рассеяния электронов на ядрах  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{59}\text{Ni}$ ,  $^{119}\text{Sn}$ ,  $^{208}\text{Pb}$  в зависимости от переданной энергии  $\omega$ . Параметры потенциала Вудса–Саксона:  $V_{0n} = 45$  МэВ;  $V_{0p}/\text{МэВ} = 52$  (Mg) (а); 55 (Ni) (б); 58 (Sn, Pb) (в, г)

Наиболее примечательным явлением в сечениях  $\sigma(\omega) = \sigma^{(d)}(\omega)$ , рассчитанных с учетом преломления нуклонной волны в конечном состоянии, есть появление в области сравнительно небольших переданных энергий серий очень узких и зачастую чрезвычайно высоких резонансных пиков — так называемых [19–21, 26, 34] кулоновских резонансов. Для удобства графического представления таких сечений эти чрезмерно высокие и очень узкие (по сравнению с квазиупругим пиком) резонансные пики срезаны на представленных графиках примерно по высоте плосковолнового квазиупругого пика.

Параметры  $a, r_0$  потенциала (23) Вудса–Саксона заимствованы из работ [34, 44]:  $a = 0,55$  Фм,  $r_0 = 1,24$  Фм. Для того чтобы более ярко представить и проиллюстрировать на данном этапе исследований феномен кулоновских резонансов, глубину потенциальной ямы  $V_{0x}$  для некоторых

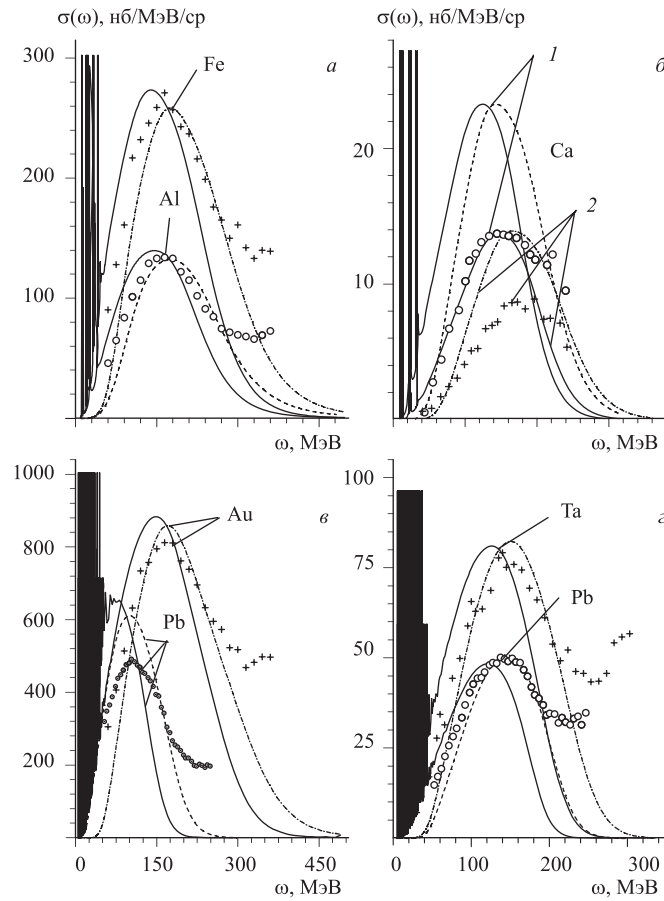


Рис. 4. Сечения  $\sigma^d(\omega)$  (сплошные кривые) и  $\sigma^0(\omega)$  (пунктирные) неупругого рассеяния релятивистских электронов на средних и тяжелых ядрах:  $^{27}\text{Al}$ ,  $^{56}\text{Fe}$  (а);  $^{40}\text{Ca}$  (б);  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{197}\text{Au}$  (в);  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{181}\text{Ta}$  (г)

атомных ядер (или групп ядер) мы варьируем в сравнительно узких пределах. Область максимума квазиупругих пиков по шкале переданных энергий можем приближенно определить, выполнив оценку модуля интеграла в (11). Несложные выкладки позволяют утверждать, что значение переданной энергии  $\omega = \omega_m$ , при котором сечение (28) достигает максимума, определяется приближенно равенством величины переданного импульса  $\mathbf{q}$  и импульса выбитого нуклона  $\mathbf{K}$ :

$$[q \approx K] \rightarrow [k^2 + k'^2 - 2kk' \cos \theta' \approx 2M(\omega_m - \bar{\varepsilon})], \quad (34)$$



где  $\bar{\varepsilon}$  — средняя энергия связи нуклонов в ядерных оболочках. В связи с этим несложно предвидеть тот факт, что с увеличением угла рассеяния электронов  $\theta'$  при одной и той же переданной энергии  $\omega$  величина переданного импульса возрастает, и, следовательно, максимум квазиупругого пика смещается в область больших переданных энергий.

На рис. 3, 4 представлены сечения, рассчитанные для ряда средних и тяжелых ядер, которые сравниваются с экспериментальными данными. На рис. 3 инклюзивные сечения рассчитаны для различных атомных ядер ( $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{59}\text{Ni}$ ,  $^{119}\text{Sn}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ ) для одной и той же кинематики рассеяния [8]:  $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta' = 60^\circ$ . Кривые 1 рассчитаны в рамках исходной модели (5)–(16), кривые 2 — с приближенным (31)–(33) учетом искажения кулоновским полем ядра электронных плоских волн в начальном и конечном состояниях. Кривые 3 отражают вклад нейтронной компоненты ядер в сечения  $\sigma(\omega)$  при объявленной кинематике неупругого рассеяния ( $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta' = 60^\circ$ ). На рис. 4 инклюзивные сечения рассчитаны для некоторых средних и тяжелых атомных ядер для различных кинематических условий. Начальные энергии  $\varepsilon$ , углы рассеяния  $\theta'$  и экспериментальные спектры неупругого рассеяния электронов заимствованы из таких работ:  $\varepsilon = 2020$  МэВ,  $\theta' = 15^\circ$  (рис. а — Al, Fe) [28];  $\varepsilon = 546$  МэВ:  $\theta' = 56^\circ$  (рис. б (кружки и кривая 1) — Ca);  $\theta' = 62^\circ$  (рис. б (кружки и кривая 2) — Ca) [9];  $\varepsilon = 2020$  МэВ,  $\theta' = 15^\circ$  (рис. в — Au) [28];  $\varepsilon = 635$  МэВ,  $\theta' = 35^\circ$  (рис. в — Pb) [30];  $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta' = 60^\circ$  (рис. г — Ta) [8];  $\varepsilon = 354$  МэВ,  $\theta' = 90^\circ$  (рис. г — Pb) [30]. Численные значения параметров глубины потенциала модели оболочек для различных ядер, использованные в расчетах графиков на рис. 3–6 и рис. 14, 15, выбраны такими, чтобы проиллюстрировать различные свойства упомянутых выше кулоновских резонансов:

$$\begin{aligned} V_{0n} &= 47,412 \text{ МэВ}, & V_{0p} &= 57,498 \text{ МэВ (Au, Pb, U);} \\ V_{0n} &= 45,980 \text{ МэВ}, & V_{0p} &= 59,20174 \text{ МэВ (Sn);} \\ V_{0n} &= 54,0 \text{ МэВ}, & V_{0p} &= 63,5 \text{ МэВ (Al);} \\ V_{0n} &= 42,352 \text{ МэВ}, & V_{0p} &= 53,908458 \text{ МэВ (Ca);} \\ V_{0n} &= 50,5650 \text{ МэВ}, & V_{0p} &= 63,3188 \text{ МэВ (Fe);} \\ V_{0n} &= 41,734 \text{ МэВ}, & V_{0p} &= 54,0 \text{ МэВ (Y).} \end{aligned}$$

На рис. 5 представлены сечения электрорасщепления легкого ядра  $^{12}\text{C}$ . Энергии  $\varepsilon$  и углы рассеяния  $\theta'$  электронов в выполненных расчетах выбраны в соответствии с экспериментальными данными указанных ниже работ [8, 14, 28]:  $\varepsilon = 537$  МэВ,  $\theta' = 37^\circ$  (рис. а, кривая 1) [14];  $\varepsilon = 2020$  МэВ,  $\theta' = 15^\circ$  (рис. а, кривая 2) [28];  $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta' = 60^\circ$  (рис. б, кривая 3) [8];  $\varepsilon = 2020$  МэВ,  $\theta' = 20^\circ$  (рис. б, кривая 4) [28]. Параметры глубины потенциала Вудса–Саксона:  $V_{0n} = 49,5$  МэВ,  $V_{0p} = 61$  МэВ. И, наконец, на рис. 6 представлены такие же сечения неупругого рассеяния электронов на большие углы на двух изотопах ядер атома кальция:  $^{40}\text{Ca}$  и  $^{48}\text{Ca}$ . Кинематические

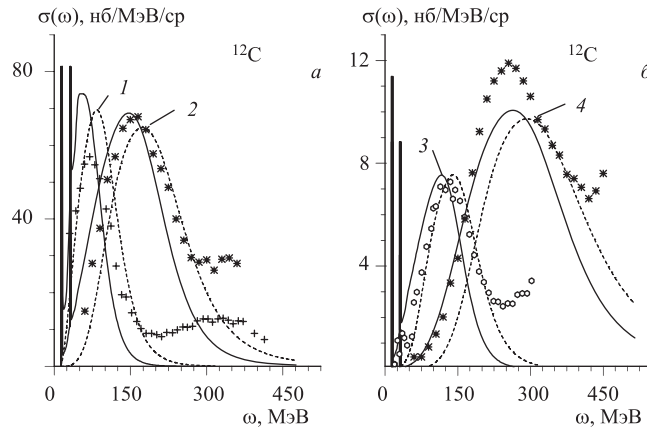


Рис. 5. Сечения неупругого рассеяния релятивистских электронов на легком ядре  $^{12}\text{C}$ , рассчитанные с учетом (сплошные кривые) и без учета (пунктирные кривые) взаимодействия выбиваемого протона с ядром-остатком в конечном состоянии для различных кинематических условий эксперимента

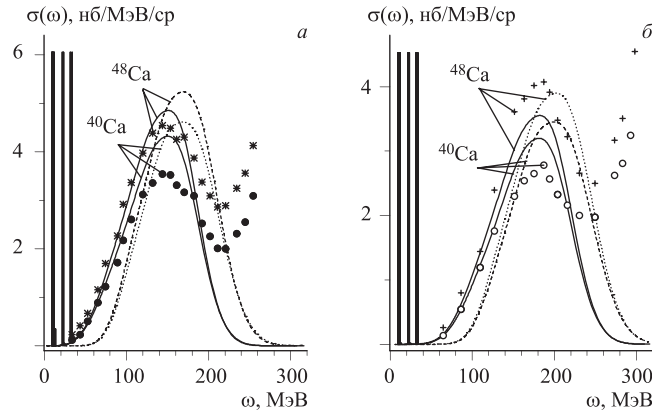


Рис. 6. Сечения  $\sigma(\omega)$  неупругого рассеяния релятивистских электронов на большие углы ( $\theta' = 140^\circ$ ) на изотопах ядра кальция ( $^{40}\text{Ca}$  и  $^{48}\text{Ca}$ ), рассчитанные с учетом (сплошные кривые) и без учета (пунктирные кривые) взаимодействия выбиваемого протона с ядром-остатком в конечном состоянии

параметры  $\varepsilon = 330$  МэВ (рис. *а*) и  $370$  МэВ (рис. *б*);  $\theta' = 140^\circ$  выбраны в соответствии с экспериментальными данными работы [13].

Анализируя вопрос согласия рассчитанных и измеренных квазиупругих пиков, отметим, что представленное выше сравнение теории и эксперимента

можно рассматривать, например, как попытку с единой точки зрения пусть даже далеко не совершенной и упрощенной модели оценить согласованность выполненных разными коллективами авторов экспериментальных измерений. В первую очередь речь идет об измеренных сечениях на идентичных ядерных мишенях в экспериментах, кинематические условия которых (начальная энергия  $\varepsilon$  и угол рассеяния электронов  $\theta'$ ) можно считать близкими друг другу. Так, например, в случае сечений рассеяния электронов на ядрах  $^{40}\text{Ca}$ , измеренных для близких кинематик  $\varepsilon = 546$  МэВ,  $\theta = 56^\circ$  [9] и  $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta = 60^\circ$  [8], можно было бы ожидать примерно идентичного согласия или несогласия теории и эксперимента. Однако это не так. Превышение рассчитанных квазиупругих пиков над экспериментальными в случае [9] значительно больше, чем в случае [8].

Несмотря на отмеченное выше обстоятельство, уровень и характер несовпадения теоретических и экспериментальных кривых на отдельных графиках побуждает нас к дополнительным исследованиям с целью установить возможные причины такого несовпадения рассчитанных и измеренных сечений.

**2.2. Квазиупругие пики и оболочечная структура ядер.** Ниже проанализируем потенциальные возможности нашей модели при согласовании теоретических расчетов и экспериментальных данных. Акцентируем внимание на анализе тех случаев, когда рассчитанные сечения неупругого рассеяния электронов, согласуясь с экспериментальными данными по форме и высоте, не описывают положение максимума квазиупругого пика. При этом (рис. 3–5) зачастую экспериментально измеренные кривые занимают промежуточное положение между двумя сдвинутыми один относительно другого плосковолновым (0) и преломленным ( $d$ ) квазиупругими пиками. В связи с этим представляет интерес предпринять попытку совместить одну из рассчитанных кривых с измеренным квазиупругим пиком для различных вариантов кинематики эксперимента. В плане решения этой задачи в первую очередь рассмотрим влияние параметров оболочечной модели на положение максимума рассчитанных квазиупругих пиков и отметим наиболее заметные особенности и некоторые любопытные детали рассчитанных спектров неупругого рассеяния релятивистских электронов.

Если на мгновение отвлечься от присутствия в рассчитанных электронных спектрах острых кулоновских резонансов, то несложно визуально подметить, что учет взаимодействия выбиваемых нуклонов в конечном состоянии смещает как целое искаженный плосковолновый квазиупругий пик в область меньших переданных энергий  $\omega$ . При этом для случая «средних» углов рассеяния ( $\pi/3 \lesssim \theta' \lesssim \pi/2$ , рис. 3–5) форма, высота и полуширина квазиупругих пиков практически не претерпевают заметных изменений. В случае же небольших углов рассеяния ( $\theta' \lesssim \pi/3$ , рис. 4, 5) рассчитанный преломленный пик несколько превышает плосковолновый и, наоборот, при больших углах

рассеяния ( $\theta' \gtrsim \pi/2$ , рис. 6) имеет место некоторое превышение плосковолнового пика над  $d$ -пиком.

Исследуем сперва зависимость положения 0- и  $d$ -пиков от параметров потенциала Вудса–Саксона. Для этого рассчитаем сечения выбивания нуклонов из ядра  $^{119}\text{Sn}$  в условиях кинематики выполненных экспериментов [8] для нескольких чувствительно отличающихся друг от друга значений глубины потенциала  $V_{0x}$ :  $V_{0p}/\text{МэВ} = (52, 59, 20174 \text{ и } 72)$  и  $V_{0n}/\text{МэВ} = 42; 45,98 \text{ и } 62$  соответственно для случаев 1, 2, 3 (рис. 7).

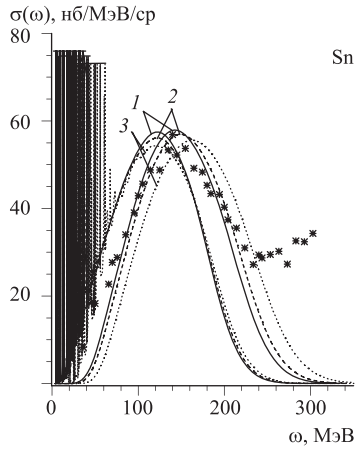


Рис. 7. Сечения  $\sigma(\omega)$  и  $\sigma^0(\omega)$  неупругого рассеяния электронов на ядрах  $^{119}\text{Sn}$ , рассчитанные для различных глубин  $V_{0x}$  потенциала Вудса–Саксона в условиях кинематики [8]:  $\varepsilon = 500 \text{ МэВ}$ ,  $\theta' = 60^\circ$

Анализируя результаты расчетов, представленных на рис. 7, несложно заключить, что положение максимума квазиупругого пика, рассчитанного с учетом взаимодействия выбиваемых нуклонов в конечном состоянии, практически не зависит от глубины потенциала Вудса–Саксона; плосковолновый же пик с увеличением глубины  $V_{0x}$  явно смещается в область больших переданных энергий  $\omega$ . Несложно догадаться, что причиной отмеченного выше смещения плосковолнового квазиупругого пика в сторону больших значений теряемой электроном энергии  $\omega$  при увеличении глубины потенциальной ямы является

сопутствующее такому изменению  $V_{0x}$  увеличение энергий связи  $\varepsilon_{x\nu l}$  нуклонов в ядерных оболочках, следствием чего при неизменной переданной энергии  $\omega$  энергия  $E$ : ( $E = \omega - \varepsilon_{x\nu l}$ ) и импульс  $K$  выбиваемых нуклонов уменьшаются. Как следствие этого, условие максимума плосковолнового квазиупругого пика — приближенное равенство (34) — реализуется при больших переданных энергиях  $\omega$ .

Следует отметить, что идентичное уменьшение энергии выбиваемых нуклонов имеет место и в том случае, когда взаимодействие в конечном состоянии учитывается. Однако в данном случае кинетическая энергия и импульс выбиваемого нуклона в области действия сил притяжения (центр атомного ядра) эффективно увеличиваются:  $E^{\text{eff}} \lesssim \omega - |\varepsilon_{x\nu l}| + V_{0x} = \omega + (V_{0x} - |\varepsilon_{x\nu l}|)$ ,  $V_{0x} > 0$ ,  $|\varepsilon_{x\nu l}| > 0$ . А так как с увеличением  $V_{0x}$   $|\varepsilon_{x\nu l}|$  также увеличивается, то разность  $(V_{0x} - |\varepsilon_{x\nu l}|)$  практически не изменяется, что в конечном итоге и приводит к очень слабой зависимости положения и формы квазиупругого пика от переданной энергии.

Установленный выше механизм сохранения положения максимума квазиупругого пика при вариации параметра глубины потенциала Вудса–Саксона

позволяет обосновать и предложить некоторое усовершенствование алгоритма расчета сечений спектров неупругого рассеяния электронов в плосковолновом приближении. Прежде всего заметим, что если при расчете волновой функции  $\psi_{\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{r})$  выбитого нуклона в непрерывном спектре искусственно упразднить внешние поля, переопределив, например, параметры потенциала силового поля в модели оболочек

$$V_{0x} = 0, \quad (Z - 1)e = 0 \quad (\text{при этом } \psi_{\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{r}) \rightarrow e^{i\mathbf{K}\mathbf{r}}), \quad (35)$$

то и в рамках расчетной схемы с учетом искажения в конечном состоянии мы получим обычное плосковолновое приближение. В квантово-механической теории концепция ортогональности волновых функций [6] является доминирующей при выводе практически всех основных формул в теории квантовых переходов. Воспользовавшись этой концепцией, можно предложить модификацию расчетов в плосковолновом приближении [34], которая приводит практически к сближению и даже совмещению плосковолнового и искаженного квазиупругих пиков. Для того чтобы максимально удовлетворить концепции ортогональности волновых функций дискретного и непрерывного спектров, необходимо вышеуказанным преобразованиям (35) параметров потенциала в области непрерывного спектра сопоставить адекватные изменения в динамической картине связанных состояний.

Однако непосредственное дублирование (35) в области дискретного спектра неприменимо, так как при переходе (35) исчезают связанные состояния. Тем не менее в случае дискретного спектра можно воспользоваться следствием предельного перехода (35). С уменьшением глубины потенциала в оболочечной модели ядра энергии связи нуклонов уменьшаются и в конечном итоге при  $\varepsilon_{x\nu l} \rightarrow 0$  дискретные уровни с квантовыми числами  $(x\nu l)$  поочередно исчезают. Таким образом, обобщение процедуры (35) на случай дискретного спектра состоит в том, что при определении энергии  $E = \omega - |\varepsilon_{x\nu l}|$  выбиваемого нуклона энергии связи нуклонов во всех заполненных  $x\nu l$ -оболочках следует рассматривать как эмпирические параметры, которые в модифицированном варианте плосковолнового приближения следует устремить к нулю:  $\varepsilon_{x\nu l} \rightarrow 0$ . В этом случае положение максимума и другие параметры формы квазиупругого пика, рассчитанного в модифицированном плосковолновом приближении, будут довольно близки к аналогичным характеристикам искаженного квазиупругого пика. При этом, однако, свойственный  $d$ -приближению спектр кулоновских резонансов даже в модифицированном таким образом варианте плосковолнового приближения отсутствует.

Возвращаясь к рис.7, отметим также весьма слабое влияние изменения глубины потенциала Вудса–Саксона на форму и параметры рассчитанных в 0- и  $d$ -приближениях квазиупругих пиков: с увеличением глубины потенциала

малозаметное понижение пика сопровождается столь же незначительным его уширением. Этот феномен может свидетельствовать, к примеру, о том, что полное интегральное сечение неупругого рассеяния (28), как и положение максимума квазиупругого пика, также практически не зависит от глубины потенциальной ямы (а также и от других параметров потенциала модели оболочек).

На рис. 8 представлены суммарные сечения

$$\sigma_{p\nu l}^s(\omega, \theta') = \sum_{x\nu' l' = p\nu l} \sigma_{p\nu' l'}(\omega, \theta') \quad (36)$$

неупругого рассеяния электронов с выбиванием протонов из последовательности заполненных (в порядке возрастания энергии связи  $\varepsilon_{x\nu l}$ ) оболочек ядра  $^{208}\text{Pb}$ . Так как сечения выбивания нуклонов из ядер слабо зависят от параметров оболочечной модели ядер, приведенные сечения  $\sigma_{x\nu l}^s(\omega, \theta')$  достаточно точно воспроизводят изменения сечений электрорасщепления ядер при переходе от одного ядра к другому в порядке возрастания порядкового номера  $Z$  или массового числа  $A$ . Анализируя рис. 8 с учетом вышесказанного, нельзя не отметить факт практически неизменного положения максимума квазиупругого пика по шкале переданных энергий  $\omega$  при изменении массового числа  $A$ . Установленные выше свойства квазиупругих пиков провоцируют выполнить дополнительное тестирование сечений электрорасщепления различных ядер в разрезе идентификации оболочечной структуры ядра при исследовании  $\sigma(\omega, \theta')$ . В первую очередь представляет интерес сравнить между

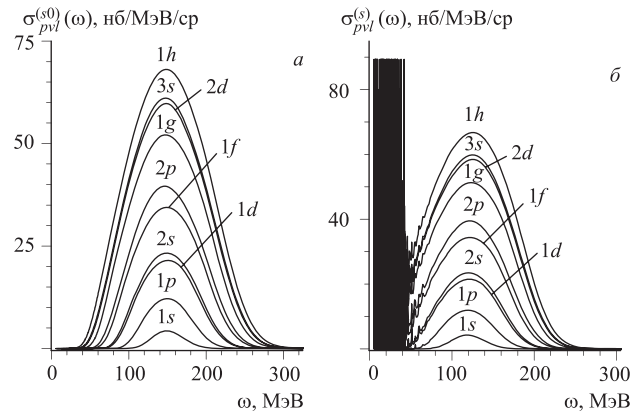


Рис. 8. Инклюзивные сечения  $\sigma_{p\nu l}^s(\omega)$  неупругого рассеяния электронов на ядре  $^{208}\text{Pb}$  в зависимости от переданной энергии  $\omega$  (квазиупругие пики), рассчитанные для кинематических условий  $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta' = 60^\circ$

собой для различных атомных ядер и рассчитанные, и измеренные в эксперименте  $\sigma(\omega, \theta')$ . Принимая во внимание, что при небольших углах рассеяния главную роль в неупругом рассеянии электронов играет протонная компонента ядер, для сравнения сечений электрорасщепления различных атомных ядер испытаем такие инклюзивные сечения тестом на пропорциональность. Пусть  $\sigma^R(\omega, \theta')$ ,  $\sigma^S(\omega, \theta')$ ,  $\sigma^T(\omega, \theta')$ ... — квазиупругие пики для ядер  $R, S, T, \dots, X$ , рассчитанные или измеренные в идентичных кинематических  $(\varepsilon, \theta')$ -условиях;  $Z_R, Z_S, Z_T \dots$  — числа протонов в этих ядрах. Предстоит ответить на вопрос: насколько точно и в каких областях аргумента (переданной энергии  $\omega$ ) выполняются следующие приближенные равенства удельных сечений электрорасщепления ядер:

$$\frac{\sigma^R(\omega, \theta')}{Z_R} \approx \frac{\sigma^S(\omega, \theta')}{Z_S} \approx \frac{\sigma^T(\omega, \theta')}{Z_T} \approx \dots \approx \frac{\sigma^X(\omega, \theta')}{Z_X}. \quad (37)$$

Предложенная операция сравнения\* предполагает, что для двух или нескольких ядер — участников тестирования — справедливо также выполнение приближенного равенства

$$\frac{Z_R}{A_R} \approx \frac{Z_S}{A_S} \approx \frac{Z_T}{A_T} \dots \approx \frac{Z_X}{A_X}. \quad (38)$$

Более удобно сравнивать между собой квазиупругие пики двух (или больше) атомных ядер, определив предварительно выражение для эквивалентного сечения электрорасщепления ядра  $X^{**}$ :

$$\sigma_Y^X(\omega, \theta') = \frac{Z_X}{Z_Y} \sigma^Y(\omega, \theta'). \quad (39)$$

Очевидно, что  $\sigma_Y^Y(\omega, \theta') = \sigma^Y(\omega, \theta')$ . Умножив (37) на  $Z_X$ , получим новую цепочку приближенных равенств для эквивалентных сечений, т. е., если приближенные равенства (37) справедливы для ядер  $R, S, T, Y, X$ , то и все эквивалентные сечения примерно равны между собой:  $\sigma_R^X(\omega, \theta') \approx \sigma_S^X(\omega, \theta') \approx \sigma_T^X(\omega, \theta') \approx \dots$

Пытаясь максимально удовлетворить условиям (38), сравним экспериментальные и рассчитанные эквивалентные сечения для случая двух ([28] и [8]) кинематик неупругого рассеяния электронов на различных ядерных мишенях.

---

\*Не вызывает сомнения тот факт, что в предлагаемом тестировании в неявном виде заложена проверка гипотезы, содержание которой можно сформулировать, например, так: ядра — это бесструктурные образования — равномерно распределенная смесь протонов и нейтронов в некотором объеме (подобие капли ферми-жидкости).

\*\*Такие сечения можно непосредственно измерять на мишенях, толщина которых выбрана такой, чтобы масса 1 см<sup>2</sup> мишени была одинаковой для всех исследуемых ядер.

Анализируя представленные на рис. 9, 10 результаты сравнения эквивалентных сечений, можем констатировать, что рассчитанные в рамках оболочечной модели (в 0- и  $d$ -приближениях) и экспериментально измеренные эквивалентные сечения для избранных групп ядерных мишеней и для двух различных кинематических условий рассеяния практически идентичны (с учетом точ-

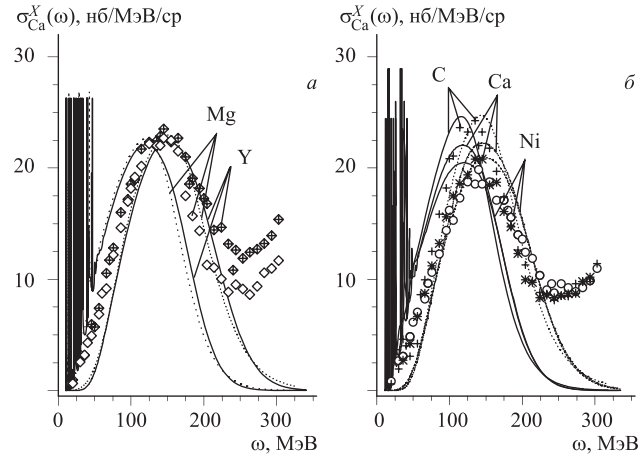


Рис. 9. Эквивалентные квазиупругие пики — сечения электродезинтеграции  $\sigma_{Ca}^X(\omega)$  таких легких ядер  $X$ :  ${}^{12}_6C$ ,  ${}^{24}_{12}Mg$ ,  ${}^{40}_{20}Ca$ ,  ${}^{58}_{28}Ni$ ,  ${}^{89}_{39}Y$ . Экспериментальные данные и рассчитанные кривые соответствуют условиям эксперимента [8]:  $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta' = 60^\circ$

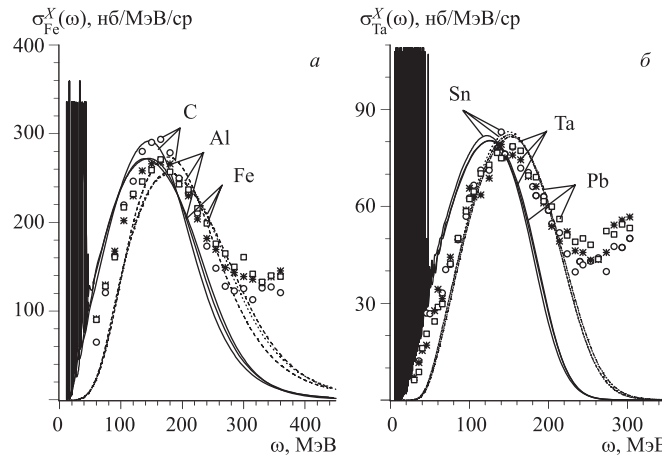


Рис. 10. Эквивалентные квазиупругие пики — сечения электродезинтеграции  $\sigma_{Fe}^X(\omega)$  (а) и  $\sigma_{Ta}^X(\omega)$  (б) легких, средних и тяжелых ядер  $X$ :  ${}^{12}_6C$ ,  ${}^{27}_{13}Al$ ,  ${}^{56}_{26}Fe$  (а);  ${}^{119}_{50}Sn$ ,  ${}^{181}_{73}Ta$ ,  ${}^{208}_{82}Pb$  (б). Экспериментальные данные, а также рассчитанные кривые соответствуют уже упоминавшимся ранее условиям экспериментов [28] и [8]



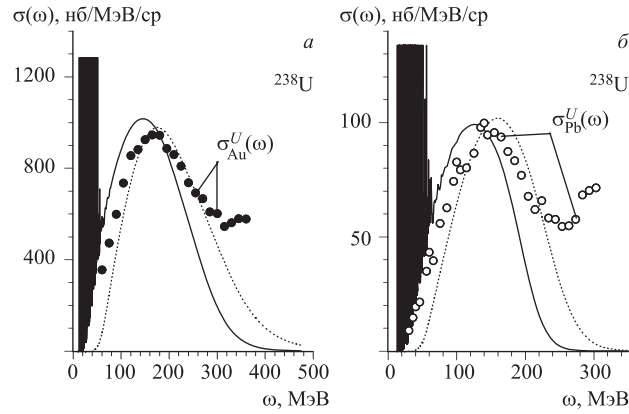


Рис. 11. Инклюзивные сечения  $\sigma(\omega)$  неупругого рассеяния электронов на ядре  $^{238}\text{U}$  в зависимости от переданной энергии  $\omega$  (квазиупругие пики), рассчитанные для кинематических условий  $\varepsilon = 2020$  МэВ,  $\theta' = 15^\circ$  [28] (а);  $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta' = 60^\circ$  [8] (б). Экспериментальные точки являются фиктивными. Эксперимент искусственно спрогнозирован при помощи алгоритма (39)

ности измерений) друг другу. При этом важно отметить, что и высота, и, что не менее важно, положение максимумов и измеренных, и рассчитанных квазиупругих пиков эквивалентных сечений с хорошей точностью совпадают между собой. Чтобы дополнительно подчеркнуть этот момент исследования, на рис. 11 представлены рассчитанные в рамках исследуемой модели сечения неупругого рассеяния электронов на ядре атома урана  $^{238}\text{U}$  для случая двух кинематик [8] и [28]. Анализ сравнений, представленных на рис. 9, 10, позволяет дополнить эти теоретические расчеты фиктивными экспериментальными точками — эквивалентными экспериментальными квазиупругими пиками  $\sigma_{\text{Au}}^{\text{U}}(\omega, \theta')$  и  $\sigma_{\text{Pb}}^{\text{U}}(\omega, \theta')$ , полученными на основе экспериментов [28] (рис. 3, а) и [8] (рис. 4, б). Риск привнесения существенной ошибки в прогнозируемые экспериментальные кривые, по мнению автора, незначителен.

**2.3. Квазиупругие пики и проблема вычитания.** Из отмеченного выше результата — идентичности эквивалентных сечений нескольких ядер — можно однозначно заключить, что убедительная идентификация оболочечной структуры атомного ядра не может быть достигнута при непосредственном (прямом) сравнении рассчитанных и измеренных инклюзивных квазиупругих пиков даже в случае хорошего согласия теории и эксперимента. Для того чтобы повысить роль квазиупругих пиков в изучении оболочечной структуры ядер, следует прибегнуть к непрямому дополнительному анализу спектров неупругого рассеяния электронов [34].

Чтобы представить суть предлагаемого метода исследования оболочечной структуры ядер при изучении квазиупругих пиков, напомним, что спектр неупругого рассеяния электронов на заданном ядре формируется как прямая сумма сечений рассеяния электронов на нуклонах отдельных ядерных оболочек. На рис. 12, 13 представлены удельные сечения (30) неупругого рассеяния на протонах ( $\sigma_{p\nu l}^u(\omega)$ ) и нейтронах ( $\sigma_{n\nu l}^u(\omega)$ ) отдельных оболочек ядра  $^{208}\text{Pb}$  в условиях кинематики работы [8].

Если форме квазиупругих пиков рассеяния электронов на ядрах присуще стремление к однообразию, то спектры неупругого рассеяния на нуклонах отдельных оболочек с различными квантовыми числами  $\nu l$  по форме вполне различимы. Для того чтобы получить сечение неупругого рассеяния электронов на нуклонах одной (или нескольких) внешних оболочек некоторого атомного ядра, можно воспользоваться методом вычитания квазиупругих пиков [34]. Суть метода состоит в следующем. Подберем два недалеко отстоящих в периодической системе элементов Менделеева ядра  $X$  и  $Y$  таким образом, чтобы более тяжелое ядро  $Y$  имело на одну заполненную оболочку

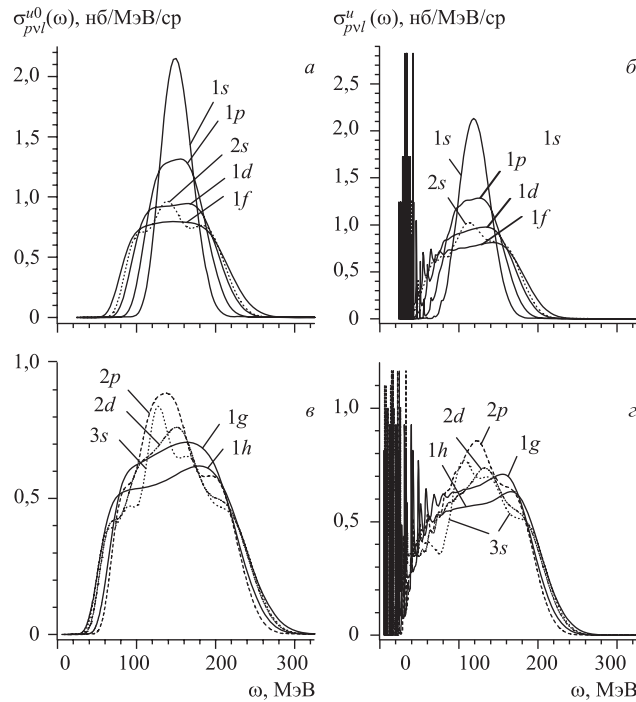


Рис. 12. Инклюзивные  $\sigma_{p\nu l}^u(\omega)$ - и  $\sigma_{p\nu l}^{u0}(\omega)$ -сечения выбивания протонов из ядра  $^{208}\text{Pb}$ . Сплошные кривые рассчитаны для случая  $\nu \equiv \nu_l = 1$ , пунктирные — для случая  $\nu \equiv \nu_l > 1$  ( $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta' = 60^\circ$ );  $V_{0p} = 57,498$  МэВ

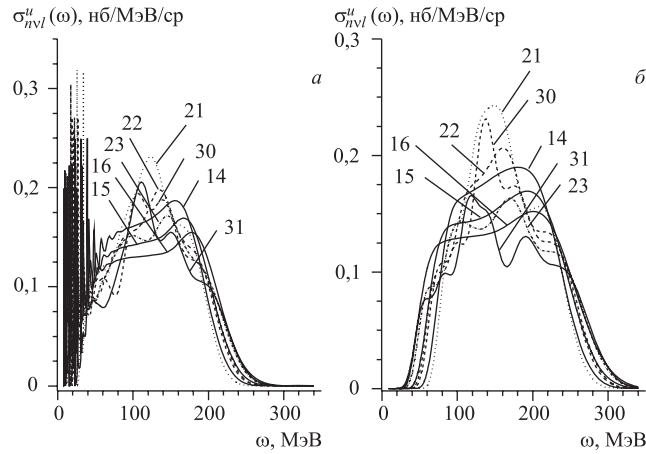


Рис. 13. Инклюзивные  $\sigma_{n\nu l}^u(\omega)$ - и  $\sigma_{n\nu l}^{u0}(\omega)$ -сечения выбивания нейтронов из ядра  $^{208}\text{Pb}$ . Сплошные кривые рассчитаны для случая  $\nu \equiv \nu_l = 1$ , пунктирные — для случая  $\nu \equiv \nu_l > 1$  ( $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta' = 60^\circ$ );  $V_{0n} = 47,412$  МэВ

больше, чем ядро  $X$ . Учитывая постоянство положения максимума квазиупругого пика для двух ядер  $X$  и  $Y$ , а также установленную ранее слабую зависимость формы и величины квазиупругого пика от параметров среднего ядерного поля ядра, можем утверждать, что разность двух квазиупругих пиков  $\sigma^Y(\omega, \theta')$  и  $\sigma^X(\omega, \theta')$ , измеренных в условиях одной и той же кинематики, с достаточной точностью воспроизводит сечение выбивания нуклона из внешней  $x\nu l$ -оболочки ядра  $Y$ :

$$\sigma_{x\nu l}^Y(\omega, \theta') = \sigma^Y(\omega, \theta') - \sigma^X(\omega, \theta'). \quad (40)$$

Приведенные выше рассуждения несложно обобщить на случай, когда ядра  $X$  и  $Y$  отличаются более чем на одну заполненную оболочку. Не вызывает сомнений факт, что для эффективности предлагаемого вычитания точность измерений сечений неупругого рассеяния электронов должна быть достаточно высокой.

Представляет интерес сравнить рассеивательную способность нуклонов различных оболочек атомного ядра. Так как форма удельных сечений  $\sigma_{x\nu l}^u(\omega, \theta')$  зависит от квантовых чисел оболочки, сравним интегральные сечения  $\sigma_{x\nu l}^{\theta'}$  выбивания одного нуклона из  $x\nu l$ -оболочки атомного ядра:

$$\sigma_{x\nu l}^{\theta'} = \int_0^\varepsilon \sigma_{x\nu l}^u(\omega, \theta') d\omega. \quad (41)$$

Таблица 1. Интегральные удельные сечения  $\sigma_{p\nu l}^{us}(\theta')$  неупругого рассеяния электронов на одном  $\nu l$ -протоне ядер  $^{208}\text{Pb}$  ( $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta' = 60^\circ$ ) и  $^{197}\text{Au}$  ( $\varepsilon = 2020$  МэВ,  $\theta' = 15^\circ$ ), рассчитанные с учетом взаимодействия ( $d$ ) в конечном состоянии и в плосковолновом (0) приближении

$\nu l$	$\sigma_{p\nu l}^{us}$ , нб/ср			
	Pb( $d$ )	Pb(0)	Au( $d$ )	Au(0)
10	$1,039 \cdot 10^2$	$1,062 \cdot 10^2$	$1,504 \cdot 10^3$	$1,455 \cdot 10^3$
11	$1,039 \cdot 10^2$	$1,078 \cdot 10^2$	$1,511 \cdot 10^3$	$1,503 \cdot 10^3$
12	$1,041 \cdot 10^2$	$1,056 \cdot 10^2$	$1,505 \cdot 10^3$	$1,488 \cdot 10^3$
20	$1,049 \cdot 10^2$	$1,038 \cdot 10^2$	$1,505 \cdot 10^3$	$1,467 \cdot 10^3$
13	$1,051 \cdot 10^2$	$1,082 \cdot 10^2$	$1,513 \cdot 10^3$	$1,460 \cdot 10^3$
21	$1,056 \cdot 10^2$	$1,109 \cdot 10^2$	$1,528 \cdot 10^3$	$1,433 \cdot 10^3$
14	$1,084 \cdot 10^2$	$1,098 \cdot 10^2$	$1,535 \cdot 10^3$	$1,511 \cdot 10^3$
22	$1,065 \cdot 10^2$	$1,110 \cdot 10^2$	$1,532 \cdot 10^3$	$1,594 \cdot 10^3$
30	$1,137 \cdot 10^2$	$1,095 \cdot 10^2$	$1,541 \cdot 10^3$	$1,664 \cdot 10^3$
15	$1,073 \cdot 10^2$	$1,085 \cdot 10^2$	$1,544 \cdot 10^3$	$1,522 \cdot 10^3$

В табл. 1 представлены результаты расчетов интегральных удельных сечений  $\sigma_{p\nu l}^{\theta'}$  выбивания протонов из различных оболочек ядер  $^{208}\text{Pb}$  ( $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta = 60^\circ$ ) и  $^{197}\text{Au}$  ( $\varepsilon = 2200$  МэВ,  $\theta = 15^\circ$ ) в зависимости от квантовых чисел протонной оболочки. Расчеты выполнены в 0- и  $d$ -приближениях. Из представленных данных можно сделать вывод, что в условиях обозначенных выше кинематик эффективная рассеивательная способность протонов различных оболочек примерно одинакова и практически остается постоянной при изменении квантовых чисел  $\nu l$  в указанных пределах. Аналогичное заключение справедливо и в случае нейтронов, хотя численные значения  $\sigma_{n\nu l}^{\theta'}$  отличны от  $\sigma_{p\nu l}^{\theta'}$ . Приведенные результаты дополнительно подтверждают правильность полученного выше результата о совпадении эквивалентных сечений различных атомных ядер.

**2.4. Квазиупругие пики: резонансная структура.** Наиболее характерной особенностью рассчитанных с учетом искажения (сплошные кривые, рис. 3–6) сечений  $\sigma(\omega, \theta')$  является присутствие на указанных рисунках в области небольших переданных энергий  $\omega$  спектра острых и часто чрезвычайно высоких резонансных пиков. Для удобства графического представления этих сечений высокие резонансные пики срезаны примерно по высоте плосковолнового квазиупругого пика. Более исчерпывающая и полная картина резонансной структуры сечений электродезинтеграции некоторых ядер (рис. 3–6), рассчитанных с учетом преломления протонной волны в конечном состоянии, представлена на рис. 14, 15. Анализ выполненных расчетов позволяет утверждать, что острые резонансные пики присутствуют в рассчитанных искаженных сечениях  $\sigma(\omega, \theta')$  электрорасщепления всех (легких, средних и

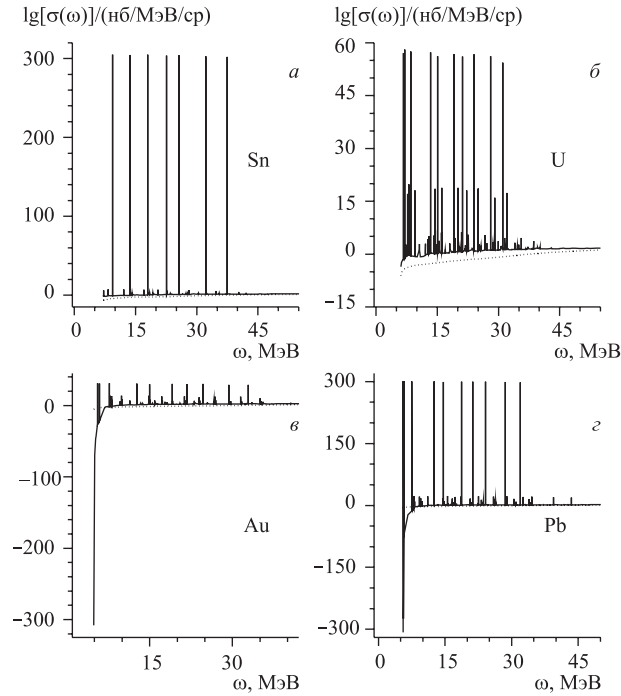


Рис. 14. Резонансная структура сечений  $\sigma(\omega)$  неупругого рассеяния электронов на тяжелых ядрах  $^{119}\text{Sn}$  (а),  $^{238}\text{U}$  (б),  $^{208}\text{Pb}$  (г) ( $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta' = 60^\circ$ ) и  $^{197}\text{Au}$  (в) ( $\varepsilon = 2020$  МэВ,  $\theta' = 15^\circ$ ) в зависимости от переданной энергии  $\omega$  ( $\omega \lesssim 60$  МэВ). Пунктирные кривые —  $\sigma(\omega)$ , рассчитанные в плосковолновом приближении, сплошные — с учетом взаимодействия в конечном состоянии

тяжелых) исследуемых здесь атомных ядер независимо от выбора кинематики ( $\varepsilon, \theta'$ ) неупругого рассеяния электрона. При этом следует отметить, что резонансная структура (количество резонансов) спектра рассеиваемых электронов значительно богаче в случае тяжелых атомных ядер. Комментируя графики логарифмов  $\sigma(\omega, \theta')$ , представленных на рис. 14, 15, трудно обойти молчанием наблюдаемый здесь кажущийся неправдоподобным феномен аномального(!) превышения высоты  $\sigma_d^r$  отдельных резонансных пиков над измеряемой в эксперименте высотой  $\sigma_0^m$  плосковолнового квазиупругого пика:

$$\varkappa = \sigma_d^r / \sigma_0^m \sim 10^{50} - 10^{300}. \quad (42)$$

Как мы уже отмечали (4), одним из наиболее весомых и информативных множителей в факторизованном выражении для сечения электрорасщепления ядер является функция  $G_{x\nu l}(\mathbf{q}, \mathbf{K})$  искаженного импульсного распре-

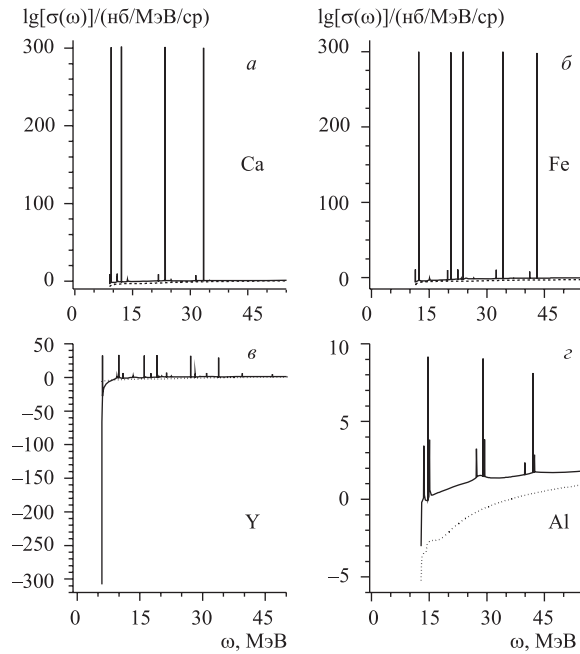


Рис. 15. Резонансная структура сечений  $\sigma(\omega)$  неупругого рассеяния электронов на ядрах  $^{40}\text{Ca}$  (а),  $^{89}\text{Y}$  (в) ( $\varepsilon = 500$  МэВ,  $\theta' = 60^\circ$ ) и  $^{27}\text{Al}$  (г),  $^{56}\text{Fe}$  (б) ( $\varepsilon = 2020$  МэВ,  $\theta' = 15^\circ$ ) в зависимости от переданной энергии  $\omega$  ( $\omega \lesssim 60$  МэВ). Пунктирные кривые —  $\sigma(\omega)$ , рассчитанные в плосковолновом приближении, сплошные — с учетом взаимодействия в конечном состоянии

ления нуклонов  $x\nu l$ -оболочки. Стоящие под знаком интегралов в  $G_{x\nu l}(\mathbf{q}, \mathbf{K})$  волновые функции выбиваемых нуклонов дискретного и непрерывного спектров ( $\varphi_{x\nu lm}(\mathbf{r})$  и  $\psi_{\mathbf{K}x}^{(-)}(\mathbf{r})$ ) являются традиционными фигурантами классических учебников и монографий [37, 38] по квантовой механике. По этой причине свойства таких решений уравнения Шредингера (асимптотика в точках  $r = 0$  и  $r = \infty$ , кажущиеся априорными ограниченность и непрерывность по параметру  $E$  и т. д.), а также алгоритмы их вычисления предполагаются известными и подробно изученными. Приведенные выше и представленные на рис. 14, 15 значения коэффициента  $\varkappa$  вряд ли укладываются в классические [37, 38] априорные сведения о волновых функциях выбиваемых нуклонов. По этой причине происхождение и свойства так называемых кулоновских резонансов, а также их влияние на динамику электрорасщепления ядер будут более подробно исследованы в следующих разделах данной работы. Однако уже сейчас отметим, что рассчитанные при специально подобранных значе-

ниях параметров потенциала Вудса–Саксона и представленные на рис. 14, 15 необычайно высокие и очень узкие резонансные пики (ядра  $^{119}\text{Sn}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ , рис. 14;  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ , рис. 15) — быть может одна из внешне наиболее ярких и впечатляющих иллюстраций такого известного феномена как *дальнодействие* кулоновского поля.

Еще раз напомним, что путем относительно небольших вариаций параметров глубины  $V_{0p}$  и  $V_{0n}$  несложно подобрать\* значения этих параметров такими, чтобы высоты  $\sigma_d^r$  отдельных резонансных пиков на рис. 14, 15 во много раз ( $\sim 10^{100} - 10^{300}$ ) превосходили максимальные значения  $\sigma_0^m$  рассчитанного плоскотоволнового квазиупругого сечения  $\sigma^0(\omega, \theta')$ . Глубина потенциала модели оболочек ( $V_{0p}$  или  $V_{0n}$ ) при этом выбирается таким образом, чтобы энергии отдельных резонансных состояний были по возможности минимальными. Если же параметры  $V_{0p}$  и  $V_{0n}$  выбраны произвольно и энергии резонансов при таком выборе сравнительно большие (составляют несколько МэВ), то высоты резонансных пиков при этом существенно уменьшаются (ядра  $^{197}\text{Au}$ ,  $^{238}\text{U}$ , рис. 14;  $^{86}\text{Y}$ ,  $^{27}\text{Al}$ , рис. 15).

Ниже мы акцентируем внимание на еще одном явлении, которое проиллюстрировано в некоторых фрагментах на рис. 14, 15. Пусть  $|\varepsilon_{p\nu'l'}^h|$  и  $|\varepsilon_{n\nu'l''}^h|$  — энергии связи соответственно протона и нейтрона в наивысших заполненных протонной и нейтронной оболочках ядра  $X$ . Выберем сперва параметры потенциала Вудса–Саксона  $V_{0p}$  и  $V_{0n}$  таким образом, чтобы  $|\varepsilon_{p\nu'l'}^h| < |\varepsilon_{n\nu'l''}^h|$ . В этом случае минимальная энергия  $\omega_m$ , необходимая для электрорасщепления ядра  $X$ , равна  $|\varepsilon_{p\nu'l'}^h|$ . Следовательно, если переданная в акте столкновения электрона с нуклоном ядра энергия  $\omega$  лежит в интервале  $|\varepsilon_{p\nu'l'}^h| < \omega < |\varepsilon_{n\nu'l''}^h|$ , то процесс выбивания протона из ядра уже разрешен, в то время как выбивание нейтрона из ядра еще невозможно — энергия связи нейтрона в ядре больше, чем передаваемая ядру энергия.

В этом случае на рис. 14, 15 можно наблюдать феномен сильного кулоновского подавления сечения электродезинтеграции ядра с выбиванием протонов (ядра  $^{197}\text{Au}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ , рис. 14;  $^{86}\text{Y}$ , рис. 15). В противоположном случае ( $|\varepsilon_{p\nu'l'}^h| > |\varepsilon_{n\nu'l''}^h|$ ) электрорасщепление ядра «стартует» с выбивания нейтронов (ядра:  $^{119}\text{Sn}$ ,  $^{238}\text{U}$ , рис. 14;  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{27}\text{Al}$ , рис. 15) — в этом случае кулоновское подавление явления электродезинтеграции ядер маскируется доминирующим в этой области переданных энергий  $\omega$  сечением реакции  $A(e, e'n)A - 1$ .

Возвращаясь к рис. 3–6 и рис. 14, 15, отметим следующее немаловажное обстоятельство. На указанных рисунках несложно, например, найти такие

---

\*В данном случае использован простой метод ручной подгонки. Более изысканные методы манипулирования спектрами квантовых систем, описанные, например, в [41], здесь не применяются.

значения аргументов  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ , для которых значения рассчитанных сечений определяются набором чисел  $a_i = \sigma(\omega_i, \theta') / (\text{нб/МэВ/ср})$ , где  $a_1 = 10^{300}$ ,  $a_2 = 10^0$ ,  $a_3 = 10^{-300}$ . Все указанные значения  $a_i$  — это продукт задекларированного выше единого набора формул и алгоритмов (2)–(16), реализованных в одной и той же компьютерной программе. К обоснованию и анализу некоторых из этих наиболее важных алгоритмов мы приступим в следующем разделе данной работы.

### 3. КУЛОНОВСКИЕ И ЦЕНТРОБЕЖНЫЕ РЕЗОНАНСЫ В ПРОЦЕССАХ ЭЛЕКТРОДЕЗИНТЕГРАЦИИ ЯДЕР

**3.1. Кулоновские резонансы: формулы, определения, алгоритмы.** Модель ядерных оболочек [37] в изначальных своих вариантах основывается на предположении о существовании созданного ядерными нуклонами (протонами ( $p$ ) и нейтронами ( $n$ )) некоторого среднего, как правило, сферически-симметричного поля  $V_x(r)$  ( $x = p, n$ ;  $0 \leq r < \infty$ ), которое определяет динамику каждого отдельного нуклона атомного ядра. Решая затем задачу Штурма–Лиувилля для нерелятивистского радиального уравнения Шредингера, определяем спектр энергий  $E = E_{nl}$  и нормированные условием (20) радиальные волновые функции  $R_{nl}(r)$  связанных одночастичных нуклонных состояний, а также волновые функции нуклонов в непрерывном спектре ( $E > 0$ ). Заселив затем в соответствии с принципом Паули нижайшие одночастичные состояния  $Z$  протонами ( $p$ ) и  $N$  нейтронами ( $n$ ), мы таким образом формируем исходную многочастичную волновую функцию оболочечной модели ядра — фундаментальное приближение (модель независимых частиц) для исследования свойств атомных ядер как систем многих взаимодействующих частиц. Интерпретируя результаты различных ядерных экспериментов, можем определить (установить) пределы применимости исходных предпосылок и структурные параметры оболочечной модели в приближении независимых частиц. В дальнейшем (при необходимости) можем усовершенствовать исходную модель, учитывая, например, остаточное межнуклонное взаимодействие.

Так как наш последующий анализ, а также отдельные малоизвестные результаты и выводы, следующие из этого анализа, тесно сопряжены со свойствами фигурирующих в (11) волновых функций непрерывного спектра  $\psi_{\mathbf{K}}^{(\pm)}(\mathbf{r})$ , ниже мы напомним некоторые особенности процесса расчета этих функций [19]. Как известно [37, 38], асимптотика (13) волновых функций непрерывного спектра  $\psi_{\mathbf{K}}^{(\pm)}(\mathbf{r})|_{r \gg b} \rightarrow \exp i(\mathbf{K}\mathbf{r}) + f(\mathbf{K}) \frac{e^{\pm iKr}}{r}$  трансформируется



в асимптотику решений  $R_{Kl}^{(\pm)}(r)$  радиального уравнения Шредингера (21):

$$R_{Kl}^{(+)}(r) = \begin{cases} A_{Kl}^{(+)} Z_{Kl}(r) \forall r \leq b, \\ \frac{(g_l(\rho) + i f_l(\rho)) - S_{Kl}^{(+)}(g_l(\rho) - i f_l(\rho))}{2i} \forall r \geq b, \end{cases} \quad (\text{для } \psi_{\mathbf{K}}^{(+)}(\mathbf{r})), \quad (43)$$

$$R_{Kl}^{(-)}(r) = \begin{cases} A_{Kl}^{(-)} Z_{Kl}(r) \forall r \leq b, \\ \frac{S_{Kl}^{(-)}(g_l(\rho) + i f_l(\rho)) - (g_l(\rho) - i f_l(\rho))}{2i} \forall r \geq b, \end{cases} \quad (\text{для } \psi_{\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{r})), \quad (44)$$

$$\text{здесь } \rho = Kr, \quad \begin{cases} S_{Kl}^{(\pm)} \equiv S_l^{(\pm)}(E), \\ A_{Kl}^{(\pm)} \equiv A_l^{(\pm)}(E) \end{cases} \quad (45)$$

— неизвестные комплекснозначные коэффициенты, которые определяются из условий непрерывности решений  $Z_{Kl}(r)$  ( $Z_{Kl}(0) = 0$ ) радиального уравнения Шредингера (21), нормировка которых произвольным образом зафиксирована. Удобно, например, нормировать  $Z_{Kl}(r)$  таким образом:

$$Z_{Kl}(r_{1m}) = 1, \quad (46)$$

где  $r = r_{1m}$  — точка первого экстремума функции  $Z_{Kl}(r)$  (если такой экстремум достигается в интервале интегрирования радиального уравнения Шредингера (21)). В этом случае коэффициенты  $|A_{Kl}^{(\pm)}|$  согласно (43), (44) будут равны максимальному значению модуля радиального решения  $|R_{Kl}^{(\pm)}(r)|$  в точке  $r = r_{1m}$ . Если  $V_C(r) \neq 0$ , то функции  $g_l(\rho), f_l(\rho)$  ( $\rho = Kr$ ) в (43), (44) — это известные [42] кулоновские функции

$$g_l(\rho) = G_l(\eta, \rho), \quad f_l(\rho) = F_l(\eta, \rho), \quad (47)$$

где  $\eta = (Z - 1)e^2 \sqrt{M/2E}$  — кулоновский параметр. Если же  $V_C(r) = 0$ , то

$$g_l(\rho) = -\rho n_l(\rho) = \lim_{\eta \rightarrow 0} G_l(\eta, \rho), \quad f_l(\rho) = \rho j_l(\rho) = \lim_{\eta \rightarrow 0} F_l(\eta, \rho), \quad (48)$$

где  $n_l(\rho), j_l(\rho)$  — сферические функции Неймана и Бесселя. Отметим, что если разделить (44) на  $S_{Kl}^{(-)}$  и обозначить

$$S_{Kl}^{(+)} = (S_{Kl}^{(-)})^{-1}, \quad R_{Kl}^{(+)}(r) = R_{Kl}^{(-)}(r)(S_{Kl}^{(-)})^{-1}, \quad A_{Kl}^{(+)} = A_{Kl}^{(-)}(S_{Kl}^{(-)})^{-1}, \quad (49)$$

то получим случай (43). Таким образом, достаточно ограничиться случаем (44); после проделанных выкладок, отвлекаясь от знака мнимой части знаменателя (51) в (52), (53), можно утверждать, что резонансные свойства  $S_{Kl}^{(-)}$  и  $S_{Kl}^{(+)}$ ,  $A_{Kl}^{(-)}$  и  $A_{Kl}^{(+)}$ , которые проявляются в инклюзивных сечениях  $\sigma(\omega, \theta')$ , практически неразличимы.

Сшивая решения (44) в точке  $r = b$ :

$$\begin{cases} 2iA_{Kl}^{(-)}Z_{Kl}(b) = S_{Kl}^{(-)}[g_l(kb) + if_l(kb)] - [g_l(kb) - if_l(kb)], \\ 2iA_{Kl}^{(-)}Z'_{Kl}(b) = S_{Kl}^{(-)}[g'_l(kb) + if'_l(kb)] - [g'_l(kb) - if'_l(kb)], \end{cases} \quad (50)$$

представим решение системы уравнений (50) через детерминант  $D_l(E)$  этой системы:

$$D_l(E) = w_{gZ}^l(E) + iw_{fZ}^l(E), \quad (51)$$

$$A_l^{(-)}(E) = \frac{1}{D_l(E)} = \frac{1}{w_{gZ}^l(E) + iw_{fZ}^l(E)}, \quad (52)$$

$$S_l^{(-)}(E) = \frac{D_l^*(E)}{D_l(E)} = \frac{w_{gZ}^l(E) - iw_{fZ}^l(E)}{w_{gZ}^l(E) + iw_{fZ}^l(E)}. \quad (53)$$

Определенный в (51) детерминант  $D_l(E)$  системы уравнений (50) выражается через вронскианы функций  $g_l(\rho)$ ,  $f_l(\rho)$ ,  $Z_{Kl}(r)$ :

$$w_{gZ}^l(E) = \left[ g_l(\rho) \frac{dZ_{Kl}(r)}{dr} - Z_{Kl}(r) \frac{dg_l(\rho)}{dr} \right] \Big|_{r \gg b}, \quad (54)$$

$$w_{fZ}^l(E) = \left[ f_l(\rho) \frac{dZ_{Kl}(r)}{dr} - Z_{Kl}(r) \frac{df_l(kr)}{dr} \right] \Big|_{r \gg b}. \quad (55)$$

Несложно подметить, что диагональные элементы (53) матрицы рассеяния (коэффициенты  $S_l^{(-)}(E)$ ) могут быть выражены через диагональные элементы (52) амплитудной матрицы (коэффициенты  $A_l^{(-)}(E)$ ):

$$S_l^{(-)}(E) = \frac{A_l^{(-)}(E)}{[A_l^{(-)}(E)]^*}. \quad (56)$$

Отметим также, что, так как  $V_x(r) = 0 \forall r \geq b$ , вронскианы  $w_{gZ}^l(E)$  и  $w_{fZ}^l(E)$  в области  $r \geq b$  не зависят от  $r$ , так как функции  $g_l(\rho)$ ,  $f_l(\rho)$ ,  $Z_{Kl}(r)$  в этой области являются решениями одного и того же радиального уравнения Шредингера (21).

Пусть  $V_C(r) \neq 0$  и  $g_l(\rho) = G_l(\eta, \rho)$ ,  $f_l(\rho) = F_l(\eta, \rho)$ . Определим [19] в абстрактном трехмерном пространстве такие векторы:

$$\mathbf{G}_{lb} = \left( G_l(\eta, \rho), \frac{dG_l(\eta, \rho)}{d\rho}, 0 \right) \Big|_{r=b}, \quad (57)$$

$$\mathbf{F}_{lb} = \left( F_l(\eta, \rho), \frac{dF_l(\eta, \rho)}{d\rho}, 0 \right) \Big|_{r=b}, \quad (58)$$

$$\mathbf{Z}_{lb} = \left( Z_{Kl}(\rho), \frac{dZ_{Kl}(\rho)}{d\rho}, 0 \right) \Big|_{r=b}. \quad (59)$$

На языке обозначенных выше (57)–(59) трехмерных векторов вронскианы функций  $g_l(\rho)$ ,  $f_l(\rho)$ ,  $Z_{Kl}(\rho)$  выражаются через  $z$ -компоненты векторных произведений определенных в (57)–(59) векторов:

$$\frac{1}{K} w_{GZ}^l(E) = [\mathbf{G}_{lb}, \mathbf{Z}_{lb}]_z, \quad \frac{1}{K} w_{FZ}^l(E) = [\mathbf{F}_{lb}, \mathbf{Z}_{lb}]_z, \quad (60)$$

$$w_{GF}^l(E) = [\mathbf{G}_{lb}, \mathbf{F}_{lb}]_z = 1 \rightarrow (\mathbf{G}_{lb} \nparallel \mathbf{F}_{lb}). \quad (61)$$

Отталкиваясь от свойств кулоновских функций [42], несложно убедиться, что если энергия выбиваемого протона невелика:  $E \ll V_C(R)$ , то справедливы такие сильные неравенства:

$$|\mathbf{G}_{lb}| = \sqrt{(G_l(\eta, \rho))^2 + \left( \frac{dG_l(\eta, \rho)}{d\rho} \right)^2} \Big|_{r=b} \gg 1, \quad (62)$$

$$|\mathbf{F}_{lb}| = \sqrt{(F_l(\eta, \rho))^2 + \left( \frac{dF_l(\eta, \rho)}{d\rho} \right)^2} \Big|_{r=b} \ll 1; \quad (63)$$

иногда неравенства (62), (63) настолько сильны, что более уместной, правдоподобной и убедительной будет несколько иная символика [19]:

$$|\mathbf{G}_{lb}| \gg \gg 1, \quad |\mathbf{F}_{lb}| \ll \ll 1 \quad \text{или} \quad |\mathbf{G}_{lb}| \gg \gg 1, \quad |\mathbf{F}_{lb}| \ll \ll 1. \quad (64)$$

Для иллюстрации приведенных утверждений приведем такой численный пример. Предположим, что протон выбивается из ядра  $^{126}\text{Sb}$ . Пусть энергия выбитого протона, движущегося в поле ядра-остатка  $^{125}\text{Sn}$  ( $Z = 50$ )  $E = 0,64$  МэВ, пусть также  $R = r_0 A^{1/3}$ , где параметр  $r_0 = 1,2$  Фм. Тогда  $\eta = Ze^2/\hbar v = 10$ ,  $K = (2ME)^{1/2} = 0,17$  Фм $^{-1}$ ,  $Kr_0 A^{1/3} = \rho_s = 1$ . Из таблиц кулоновских функций [42] несложно извлечь

$$\begin{aligned} F_0(10, 1) &= 3,7 \cdot 10^{-11}, & F'_0(10, 1) &= 1,7 \cdot 10^{-10}, \\ G_0(10, 1) &= 3,1 \cdot 10^9, & G'_0(10, 1) &= -1,3 \cdot 10^{10}. \end{aligned} \quad (65)$$

Значения кулоновских функций и их производных, представленных в (65), по-видимому, все еще пригодны для иллюстрации и неравенств (62), и неравенств (64). Однако с уменьшением энергии  $E$  (несколько позже энергия  $E$  будет ассоциироваться с энергией  $E = E_{NL}^r$  кулоновских резонансов) и увеличением заряда ядра  $Z$  аргумент  $\eta$  возрастает и одновременно второй аргумент  $\rho$  кулоновских функций уменьшается. При этом разрыв в значениях порядков модулей векторов  $|\mathbf{G}_{lb}|$  и  $|\mathbf{F}_{lb}|$  существенно возрастает: величина  $\lg |\mathbf{G}_{lb}|/|\mathbf{F}_{lb}|$  может достигать нескольких сотен. В этом случае следует отдать предпочтение символике (64).

Можно утверждать, что если функции  $Z_{Kl}(r)$  нормированы условиями (46), то неравенства (64), как правило, порождают вторичную цепь неравенств:

$$\frac{1}{K}|w_{GZ}^l(E)| = |[\mathbf{G}_{lb}, \mathbf{Z}_{lb}]_z| \ggg 1, \quad \frac{1}{K}|w_{FZ}^l(E)| = |[\mathbf{F}_{lb}, \mathbf{Z}_{lb}]_z| \lll 1, \quad (66)$$

$$|A_l(E)| = |D_l^{-1}(E)| \lll 1, \quad (67)$$

и, как следствие (19) и (67),

$$\|\psi_{\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{r})\| \equiv \frac{1}{4\pi b^3/3} \iiint_{|\mathbf{r}| < b} |\psi_{\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r} \lll 1. \quad (68)$$

Соотношение (68) определяет так называемое кулоновское подавление разного рода реакций с участием заряженных частиц в области невысоких (меньше высоты кулоновского барьера) энергий этих частиц. Такое кулоновское подавление, однако, не носит всеобъемлющий характер: существуют промежутки энергий, где соотношение (68) превращается в свой антипод; об этих промежутках речь пойдет в следующем пункте данной работы.

**3.2. Резонансные энергии; полюса амплитудной матрицы и матрицы рассеяния в плоскости комплексной энергии  $E$ .** Вронсиан  $w_{GZ}^l(E)$  является функцией энергии выбитого протона  $E$ , и, следовательно, мы вправе предположить, что первое из неравенств (66) при определенных значениях энергии выбитого нуклона может не выполняться. Пусть  $l = L$ ;  $N \equiv N_L = 1, 2, \dots (N — \text{число экстремумов } Z_{Kl}(r) \text{ в промежутке интегрирования } (0, b))$ ;  $E = E_{NL}^r$  — корень уравнения

$$w_{GZ}^L(E) = \left[ G_L(\eta, \rho) \frac{dZ_{KL}(r)}{dr} - Z_{KL}(r) \frac{dG_L(\eta, \rho)}{dr} \right] \Big|_{r \geq b} = 0. \quad (69)$$

Уравнение (69) можно представить и в таком виде:

$$\frac{\left( \frac{dZ_{KL}(r)}{dr} \right) \Big|_{r=b}}{Z_{KL}(r)} = \frac{\left( \frac{dG_L(\eta, \rho)}{dr} \right) \Big|_{r=b}}{G_L(\eta, \rho)}. \quad (70)$$

Энергию  $E = E_{NL}^r$  будем называть резонансной энергией или же энергией кулоновского резонанса с квантовыми числами  $N, L$ . При этом все параметры, зависящие от энергии  $E$  выбитого нуклона, в случае, когда  $E = E_{NL}^r$ , приобретают «резонансный» индекс  $r$ :  $K_{rNL} \equiv K^r = \sqrt{2ME_{NL}^r}$  — волновой вектор выбитого нуклона в резонансном состоянии;  $\eta \rightarrow \eta^r = Ze^2M/K^r$ . Если  $E = E_{NL}^r$ , то формулы (52), (53) принимают вид

$$A_L^{(-)}(E_{NL}^r) = \frac{1}{iw_{fZ}^L(E_{NL}^r)} = \frac{1}{i \left[ f_L(K^r r) \frac{dZ_{K^r L}(r)}{dr} - Z_{K^r L}(r) \frac{df_L(K^r r)}{dr} \right] \Big|_{r=b}}, \quad (71)$$

$$S_L^{(-)}(E_{NL}^r) = -1. \quad (72)$$

Отметим: уравнение (70) — это основное соотношение, на котором строится алгоритм определения резонансного спектра энергий атомного ядра в модели оболочек с  $LS$ -связью. Формуле (71) можно придать более простой вид, если из (69) определить  $Z'_{K^r L}(b) = G'(\eta^r, \rho_b^r) \frac{Z_{K^r L}(b)}{G(\eta^r, \rho_b^r)}$  и подставить в (71); принимая во внимание  $G_L(\eta, \rho) \frac{dF_{KL}(r)}{dr} - F_{KL}(r) \frac{dG_L(\eta, \rho)}{dr} = 1$ , в результате получим

$$A_L^{(-)}(E_{NL}^r) = \frac{G(\eta^r, \rho_b^r)}{Z_{K^r L}(b)}, \quad (73)$$

т. е. нормированная радиальная компонента  $R_{K^r L}(r)$  волновой функции нуклона в непрерывном спектре может быть представлена в виде

$$R_{K^r L}(r) = \frac{G(\eta^r, \rho_b^r)}{Z_{K^r L}(b)} Z_{K^r L}(r). \quad (74)$$

Из (74) несложно получить  $R_{K^r L}(b) = G(\eta^r, K^r b)$ . Если, например, воспользоваться численным примером из (65), то можно вместе с [45–47] утверждать, что в области действия ядерных сил внутри атомного ядра модуль резонансной радиальной волновой функции может принимать огромные значения.

Следует отметить, что существование действительного  $E = E_{NL}^r$  решения уравнения (70), а следовательно, и появление в сечении электрорасщепления атомного ядра острого кулоновского резонанса — это результат специфического взаимодействия кулоновских сил отталкивания и ядерных сил притяжения. Присутствие индекса  $L$  ( $L \neq 0$ ) в выражении  $E = E_{NL}^r$  свидетельствует о том, что в формировании кулоновского резонанса принимают участие помимо кулоновских сил отталкивания также и центробежные силы,

которые к тому же даже в отсутствие кулоновских сил (случай нейтронов) способны «самостоятельно» породить на этот раз чисто центробежный резонанс, который можно интерпретировать согласно (48) как предельный случай кулоновского резонанса, когда заряд нуклона (а следовательно, и параметр  $\eta$ ) равны 0. Тем не менее кулоновские силы доминируют в процессах «резонансообразования» в непрерывном спектре одночастичных состояний протонов (особенно в тяжелых ядрах), и, следовательно, термин «кулоновские резонансы» отражает сущность явления и вполне приемлем при анализе процессов электрорасщепления атомных ядер.

Пусть  $E = E_{NL}^r$ . Тогда система неравенств (66), (67) преобразуется в иную последовательность соотношений:

$$\begin{aligned} \frac{1}{K} |w_{GZ}^L(E_{NL}^r)| &= |[\mathbf{G}_{lb}, \mathbf{Z}_{lb}]_z| = 0, \\ \frac{1}{K} |w_{FZ}^L(E_{NL}^r)| &= |[\mathbf{F}_{lb}, \mathbf{Z}_{lb}]_z| \lll 1, \end{aligned} \quad (75)$$

а также

$$|A_L(E_{NL}^r)| = |D_L^{-1}(E_{NL}^r)| \ggg 1 \quad (76)$$

и согласно (19) и (76)

$$|\psi_{\mathbf{K}_L^r}^{(-)}(\mathbf{r})| \ggg 1 \quad \forall (0 \lesssim r \lesssim b), \quad \|\psi_{\mathbf{K}_L^r}^{(-)}(\mathbf{r})\| \ggg 1. \quad (77)$$

Проанализируем подробнее поведение функций  $A_L^{(-)}(E)$  и  $S_L^{(-)}(E)$  в окрестности резонансной энергии  $E = E_{NL}^r$ . Предварительно обозначив

$$a_{NL}^r = \left. \frac{dw_{GZ}^L(E)}{dE} \right|_{E=E_{NL}^r}, \quad b_{NL}^r = \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2 w_{GZ}^L(E)}{dE^2} \right|_{E=E_{NL}^r}, \quad (78)$$

представим  $w_{GZ}^L(E)$  в чрезвычайно узком\* интервале энергий в окрестности резонансного значения  $E = E_{NL}^r$  ( $E_{NL}^r - \gamma_{NL}^r \lesssim E \lesssim E_{NL}^r + \gamma_{NL}^r$ ) степенным рядом Тэйлора ( $w_{GZ}^L(E_{NL}^r) = 0$ ):

$$w_{GZ}^L(E) = a_{NL}^r (E - E_{NL}^r) + b_{NL}^r (E - E_{NL}^r)^2 + \dots \quad (79)$$

Воспользовавшись (79), представим выражения (52), (53) для  $A_L^{(-)}(E)$  и  $S_L^{(-)}(E)$  в окрестности  $E = E_{NL}^r$  такой цепочкой приближенных выра-

---

\*Несколько позже мы убедимся:  $\gamma_{NL}^r \lll E_{NL}^r$ .

жений:

$$A_L^{(-)}(E) = (w_{GZ}^L(E) + iw_{FZ}^L(E))^{-1} \approx \quad (80)$$

$$\approx \frac{1}{[a_{NL}^r(E - E_{NL}^r) + b_{NL}^r(E - E_{NL}^r)^2 + \dots + iw_{FZ}^L(E_{NL}^r)]}, \quad (81)$$

$$S_L^{(-)}(E) \approx \frac{[a_{NL}^r(E - E_{NL}^r) + b_{NL}^r(E - E_{NL}^r)^2 + \dots - iw_{FZ}^L(E_{NL}^r)]}{[a_{NL}^r(E - E_{NL}^r) + b_{NL}^r(E - E_{NL}^r)^2 + \dots + iw_{FZ}^L(E_{NL}^r)]}. \quad (82)$$

Если учесть тот факт, что в заданной окрестности  $(E_{NL}^r - \gamma_{NL}^r \lesssim E \lesssim E_{NL}^r + \gamma_{NL}^r)$  резонансной энергии  $E = E_{NL}^r$  справедливо сильное неравенство  $a_{NL}^r(E - E_{NL}^r) \gg b_{NL}^r(E - E_{NL}^r)^2$ , то формулы (80)–(82) могут быть представлены в таком виде:

$$A_L^{(-)}(E) = \frac{(a_{NL}^r)^{-1}}{\left[ (E - E_{NL}^r) + i\frac{\gamma_{NL}^r}{2} \right] + c_{NL}^r(E - E_{NL}^r)^2 + \dots} \approx$$

$$\approx \frac{(a_{NL}^r)^{-1}}{\left[ (E - E_{NL}^r) + i\frac{\gamma_{NL}^r}{2} \right] + \dots}, \quad \text{где } c_{NL}^r = \frac{b_{NL}^r}{a_{NL}^r}. \quad (83)$$

$$S_L^{(-)}(E) = \dots \approx \frac{\left[ (E - E_{NL}^r) - i\frac{\gamma_{NL}^r}{2} \right] + c_{NL}^r(E - E_{NL}^r)^2 + \dots}{\left[ (E - E_{NL}^r) + i\frac{\gamma_{NL}^r}{2} \right] + c_{NL}^r(E - E_{NL}^r)^2 + \dots} \approx$$

$$\approx \frac{\left[ (E - E_{NL}^r) - i\frac{\gamma_{NL}^r}{2} \right] + \dots}{\left[ (E - E_{NL}^r) + i\frac{\gamma_{NL}^r}{2} \right] + \dots}. \quad (84)$$

Определенная в формулах (83) и (84) величина

$$\frac{\gamma_{NL}^r}{2} = w_{FZ}^L(E) \left( \frac{dw_{GZ}^L(E)}{dE} \right)^{-1} \Bigg|_{E=E_{NL}^r} \quad (85)$$

— это важнейшая физическая характеристика (квантовое число) квазидискретного уровня — его полуширина.

Благодаря сильному неравенству (76) коэффициенты  $A_L(E_{NL}^r)$  при заданной резонансной энергии доминируют в сумме (19) и играют важную роль

в формировании и определении свойств резонансных пиков в сечениях неупругого рассеяния электронов на ядрах и в других аналогичных процессах. Сечение  $\sigma_{pvl}(\omega, \theta')$  (а следовательно, и  $\sigma(\omega, \theta')$ ) неупругого рассеяния электронов в области резонансной энергии  $E = E_{NL}^r$  при этом фактически определяется одним слагаемым в выражении (19) для волновой функции  $\psi_{\mathbf{K}_{NL}}^{(-)}(\mathbf{r})$ ; его зависимость от энергии выбиваемого протона в области резонанса  $E = E_{NL}^r$  с большой точностью определяется квадратом модуля коэффициента  $A_L(E_{NL}^r)$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{pvl}(\omega, \theta') \sim |A_L(E_{NL}^r)|^2 &\sim \frac{1}{(E - E_{NL}^r)^2 + \frac{(\gamma_{NL}^r)^2}{4}} \sim \\ &\sim \frac{1}{(\omega - |\varepsilon_{pvl}| - E_{NL}^r)^2 + \frac{(\gamma_{NL}^r)^2}{4}}. \end{aligned}$$

В связи с этим моментом амплитудные коэффициенты  $A_L(E_{NL}^r)$  вместе с резонансными значениями энергий  $E_{NL}^r$  и полуширинами резонансов  $\gamma_{NL}^r$  на данном этапе исследования можно причислить к квантовым характеристикам одночастичных нуклонных (или кластерных) резонансов.

Если, к примеру, ограничиться приближениями (81), (84), то можно утверждать, что комплексные энергии

$$E = E_{NL}^r - i \frac{\gamma_{NL}^r}{2} \quad (86)$$

— это полюса функций  $A_L^{(-)}(E)$  и  $S_L^{(-)}(E)$  — диагональных элементов амплитудной матрицы  $A_L^{(-)}(E)$  и матрицы рассеяния  $S_L^{(-)}(E)$  в плоскости комплексной переменной  $E$ . Для определения местоположения этих полюсов определим знак полуширины  $\gamma_{NL}^r$  в формулах (81), (84). Пусть, например,  $N_L = 2k + 1$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ;  $r = b$ . Тогда в точке  $r = b$  ( $\rho = K^r b$ ) справедливы такие неравенства:

$$\begin{aligned} Z_{K^r L}(b) > 0, \quad F_L(K^r b) > 0, \quad G_L(K^r b) > 0, \\ \left. \frac{dZ_{K^r L}(r)}{dr} \right|_{r=b} < 0, \quad \left. \frac{dF_L(K^r r)}{dr} \right|_{r=b} > 0, \quad \left. \frac{dG_L(K^r r)}{dr} \right|_{r=b} < 0, \end{aligned} \quad (87)$$

$$\text{а также } w_{FZ}^L(E_{NL}^r) < 0, \quad \left. \frac{dw_{GZ}^L(E)}{dE} \right|_{E=E_{NL}^r} < 0.$$

Следовательно,

$$\gamma_{NL}^r > 0. \quad (88)$$



Таким образом, в приближении (81) комплексное значение энергии  $E = E_{NL}^r - i\frac{\gamma_{NL}^r}{2}$ , где  $E_{NL}^r > 0$ ,  $\gamma_{NL}^r > 0$ , является полюсом амплитудной матрицы  $A_L^{(-)}(E)$  и матрицы рассеяния  $S_L^{(-)}(E)$  в нижней полуплоскости комплексной переменной  $E$ .

Для подтверждения оценок в цепочке (81)–(84) и для дальнейшего анализа оценим порядок величин (78) и (85):

$$\begin{aligned} |a_{NL}^r| &\sim \frac{|\mathbf{G}_b| \cdot |\mathbf{Z}_b|}{E_{NL}^r}, & |b_{NL}^r| &\sim \frac{|\mathbf{G}_b| \cdot |\mathbf{Z}_b|}{(E_{NL}^r)^2}, \\ |c_{NL}^r| &\sim \frac{1}{E_{NL}^r}, & \gamma_{NL}^r &\sim \frac{|\mathbf{F}_b| \cdot E_{NL}^r}{|\mathbf{G}_b|}. \end{aligned} \quad (89)$$

Из (89) следует, например, что

$$\frac{\gamma_{NL}^r}{E_{NL}^r} \sim \frac{|\mathbf{F}_b|}{|\mathbf{G}_b|} \lll 1, \quad (90)$$

и так как  $|(E - E_{NL}^r)| \lesssim \gamma_{NL}^r$ , то

$$\frac{b_{NL}^r(E - E_{NL}^r)^2}{a_{NL}^r(E - E_{NL}^r)} \lesssim \frac{\gamma_{NL}^r}{E_{NL}^r} \lll 1. \quad (91)$$

Неравенство (90) подтверждает сделанное при переходе от (80) к (83) допущение, что  $a_{NL}^r(E - E_{NL}^r) \ggg b_{NL}^r(E - E_{NL}^r)^2$ . Формулы (83) и (85) определяют вторую важнейшую характеристику резонансного уровня — его полуширину  $\gamma_{NL}^r$ . Несложно видеть, что полуширина резонансного уровня имеет порядок  $\exp(-2\pi\eta)$ , и в области небольших резонансных энергий отношение  $\gamma_{NL}^r/E_{NL}^r$  может достигать исключительно микроскопических значений.

**3.3. Волновые функции кулоновских резонансов.** Пусть  $E = E_{NL}^r$ \*. Тогда

$$|A_l(E_{NL}^r)| \ggg 1, \quad \text{если } l = L, \quad |A_l(E_{NL}^r)| \lll 1, \quad \text{если } l \neq L, \quad (92)$$

\*Случай вырожденных резонансов в данной работе мы не рассматриваем.

и, следовательно,

$$\psi_{\mathbf{K}_{NL}}^{(-)}(\mathbf{r}) = 4\pi \sum_{l=0}^{l=\infty} i^l A_{(K_{NL}^r)}^{(-)} Z_{(K_{NL}^r)}(r) \left[ \sum_{m=-l}^{m=l} Y_{lm}^*(\mathbf{n}_r) Y_{lm}(\mathbf{n}_K) \right] = \quad (93)$$

$$= 4\pi \left\{ \sum_{l=0}^{l=\infty} i^l \frac{Z_{(K_{NL}^r)}(r) \left[ \sum_{m=-l}^{m=l} Y_{lm}^*(\mathbf{n}_r) Y_{lm}(\mathbf{n}_K) \right]}{w_{gZ}^l(E_{NL}^r) + iw_{fZ}^l(E_{NL}^r)} (1 - \delta_{Ll}) + \right. \\ \left. + i^{L-1} \frac{Z_{K_{NL}^r L}(r)}{w_{FZ}^L(E_{NL}^r)} \left[ \sum_{m=-L}^{m=L} Y_{Lm}^*(\mathbf{n}_r) Y_{Lm}(\mathbf{n}_K) \right] \right\} \approx \quad (94)$$

$$\approx 4\pi i^{L-1} \frac{Z_{K_{NL}^r L}(r)}{w_{FZ}^L(E_{NL}^r)} \left[ \sum_{m=-L}^{m=L} Y_{Lm}^*(\mathbf{n}_r) Y_{Lm}(\mathbf{n}_K) \right]. \quad (95)$$

Отталкиваясь от (93)–(95), несложно убедиться, что представленное выше выражение  $\psi_{\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{r})$  для волновой функции кулоновского резонанса, а также алгоритм (70) определения собственных значений энергий квазидискретного спектра ядер не зависит от выбора нормировки решений  $Z_{Kl}(r)$  ( $0 \leq l < \infty$ ) радиального уравнения Шредингера.

Так как  $K^{-1}w_{FZ}^L(E_{NL}^r) \ll 1$ , амплитуда резонансной волновой функции протона  $|\psi_{\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{r})|$  в области действия ядерных сил и в очень узком интервале энергий может достигать огромных значений\*:  $|\psi_{\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{r})|^2 \sim \exp(2\pi\eta)$ , где  $\eta$  — кулоновский параметр. Именно этот феномен и является источником острых резонансных пиков в инклюзивном сечении неупругого рассеяния электронов на ядрах с выбиванием протонов из ядерных оболочек.

Отметим, что глубины потенциала Вудса–Саксона ( $V_{0p} = 57,498 \dots$  МэВ,  $V_{0n} = 49,412$  МэВ) в случае ядра  $^{208}\text{Pb}$  в рассчитанном примере подобраны специально таким образом, чтобы энергии и полуширины протонного (кулоновского) квазидискретного уровня ( $L = 3$ ,  $N_L = 2$ ) и нейтронного центробежного ( $L = 7$ ,  $N_L = 1$ ) уровня были по возможности минимальными:  $\gamma_{32} = 3,162 \cdot 10^{-302}$  МэВ,  $E_{32} = 0,0125$  МэВ;  $\gamma_{17} = 5,0 \cdot 10^{-23}$  МэВ,  $E_{17} = 0,0085$  МэВ. Как следствие этого, превышение резонансных пиков для этих уровней над квазиупругим плосковолновым пиком достигает в данном примере не требующих комментариев огромных значений.

Итак, квазидискретное состояние непрерывного спектра (или одночастичное резонансное состояние, или кулоновский резонанс) описывается стан-

---

\*Этот момент хорошо известен и достаточно убедительно представлен в литературе. См., например, [45–47].

дартного вида (93) волновой функцией  $\psi_{\mathbf{K}_{NL}^r}^{(-)}(\mathbf{r})$  и точными квантовыми числами  $\mathbf{K}_{NL}^r$ , которые в силу специфических свойств волновой функции (92), (94), (95) трансформируются (приближенно) в новый набор квантовых характеристик резонанса  $E_{NL}^r, \gamma_{NL}^r, A_{KL}(E_{NL}^r)$ , обозначенных квантовыми числами  $N, L, (J), \dots$ . Вероятности квантовых переходов из таких резонансных состояний и в такие резонансные состояния рассчитываются согласно стандартным предписаниям (аксиомам) нерелятивистской квантовой механики [38] для квантовых переходов в непрерывном спектре. Для интерпретации таких переходов, а также для определения периодов полураспада  $\alpha$ -активных, протонно- и нейтронноизбыточных ядер нет необходимости в расширении базиса квантовой теории, связанного с применением метода комплексных энергий, в дополнительных параметрах, связанных с нормировкой радиальных функций непрерывного спектра [46], в подсчете числа ударов стоячей волны в потенциальный барьер [37] и т. д. Именно в этих вышеупомянутых пунктах выражается преимущество предельно простой теоретической интерпретации кулоновских резонансов, представленной в работе [19].

**3.4. Оболочечная модель с  $jj$ -связью. Метод комплексных энергий.** В процессах формирования кулоновских резонансов могут принимать участие также и спин-орбитальные силы (оболочечная модель с  $jj$ -связью). Спин-орбитальное взаимодействие  $U_{ls}(r)$  приводит к расщеплению одночастичных нуклонных состояний, рассчитанных в среднем  $U_x(r)$  поле атомного ядра, и играет важную роль при интерпретации спинов основных состояний атомных ядер и определении магических квантовых чисел в оболочечной модели атомного ядра.

В случае кулоновских резонансов действие этих сил (как и в случае дискретного спектра связанных состояний нуклонов) приводит к расщеплению резонансных уровней энергии. При этом мы сможем наблюдать явления, когда некоторые резонансные уровни, понижаясь, могут изменить свой статус и превратиться в связанные состояния дискретного спектра; наоборот, при повышении энергии высоколежащего резонансного состояния последнее может «раствориться» в среде «ничем не отличившихся», т. е. «обычных» состояний непрерывного спектра. Возможен также и обратный процесс: энергия высоколежащего дискретного уровня нуклона под действием спин-орбитальных сил отталкивания увеличивается настолько, что такое дискретное состояние приобретает статус кулоновского (или центробежного) резонанса в непрерывном спектре. Описанные выше взаимопревращения кулоновских резонансов и состояний дискретного спектра свидетельствуют о том, что протонные и нейтронные ( $l \neq 0$ ) оболочки средних и тяжелых ядер формируются и реально существуют уже в области положительных энергий непрерывного спектра.

Несложно догадаться, что рецепты для идентификации спектра энергий резонансных и дискретных состояний в оболочечных моделях с  $LS$ -связью и

$jj$ -связью практически идентичны [19,20]. На первом этапе решаем радиальное уравнение Шредингера (96), где учитывается спин-орбитальное взаимодействие нуклона с ядром:

$$\frac{d^2 Z_{Klj}(r)}{dr^2} + [2m(E - V_{xlj}(r))] Z_{Klj}(r) = 0; \quad (96)$$

потенциальная энергия  $V_{xlj}(r)$  в (96) представляется таким выражением:

$$V_{xlj}(r) = V_{xWS}(r) + V_C(r) + \frac{l(l+1)}{2Mr^2} + \kappa[(l + j_l^* - 1)(l + j_l^* + 1) - l(l+1)] \frac{2dV_{xWS}}{d(r^2)}. \quad (97)$$

Здесь

$$j_l^* = \left( j + \frac{1}{2} - l \right) = \begin{cases} 1, & j = l + \frac{1}{2}, \\ 0, & j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (98)$$

— это квантовое число взаимной ориентации спина и орбитального момента:  $j_l^* = 1$ , если спин и орбитальный момент параллельны ( $\uparrow \uparrow s$ );  $j_l^* = 0$ , если спин и орбитальный момент антипараллельны ( $\uparrow \downarrow s$ ).

На втором этапе сшиваем внутренние и внешние (асимптотические) решения радиального уравнения Шредингера (96). Выполнив анализ, полностью идентичный цепочке формул (50)–(85), можем утверждать, что соотношения

$$\left. \frac{\left( \frac{dZ_{K_r L J}(r)}{dr} \right)}{Z_{K_r L J}(r)} \right|_{r=b} = \left. \frac{\left( \frac{dG_L(\eta, K_r r)}{dr} \right)}{G_L(\eta, K_r r)} \right|_{r=b}, \quad (99)$$

$$\frac{\gamma_{N L J}^r}{2} = \left. \frac{w_{F Z}^{L J}(E)}{\left( \frac{dw_{G Z}^{L J}(E)}{dE} \right)} \right|_{E=E_{N L J}^r}, \quad A_{N L J}^{(-)}(E_{N L J}^r) = \frac{-i}{w_{F Z}^{L J}(E_{N L J}^r)}$$

являются исходными формулами для определения главных характеристик ( $E_{N L J}^r$ ;  $\gamma_{N L J}^r$ ,  $A_{N L J}^{(-)}(E_{N L J}^r)$ ) кулоновских резонансов в оболочечной модели с  $jj$ -связью. Отметим, что приведенные в (99) формулы полностью аналогичны соотношениям (70), (85) в случае оболочечной модели ядра с  $LS$ -связью.

Анализируя выражения (52)–(55), (82) для определения  $S_L^{(-)}(E)$ , несложно убедиться, что для действительных положительных энергий  $E > 0$  выбитого нуклона справедливо утверждение  $|S_L^{(\pm)}(E)| = 1$ . Диагональный

элемент матрицы рассеяния  $S_L^{(-)}(E)$ , представленный в форме (52) или (82), является комплексной функцией действительной переменной  $E$ . Воспользовавшись представлением (82), попытаемся аналитически продолжить («сместить») функцию  $S_L^{(-)}(E)$  с действительной оси в область комплексных значений энергии  $E$ . Напомнив, что  $|S_L^{(-)}(E_{NL}^r)| = 1$  и  $|\gamma_{NL}^r| \ll E_{NL}^r$ , подставим в (82) значение  $E = E_{NL}^r - \frac{i}{2}\gamma_{NL}^r$ . В результате получим

$$\left| S_L^{(-)} \left( E_{NL}^r - \frac{i}{2}\gamma_{NL}^r \right) \right| \approx \left| \frac{4\gamma_{NL}^r}{i(\gamma_{NL}^r)^2 c_{NL}^r} \right| \sim \left| \frac{E_{NL}^r}{\gamma_{NL}^r} \right| \gg 1. \quad (100)$$

Другими словами, соотношение  $|S_L^{(-)}(E)| = 1$  справедливо только для действительных энергий: незначительная резонансная мнимая добавка  $\frac{i}{2}\gamma_{NL}^r$  к резонансной энергии приводит к резкому возрастанию модуля диагонального элемента матрицы рассеяния  $|S_L^{(-)}(E)|$ . Вспоминая затем, что радиальная волновая функция нуклона в непрерывном спектре в области  $r \geq b$  представлена выражением  $R_{KL}(r) = \frac{1}{2i}[S_l(E)(G_L(Kr) + iF_L(Kr)) + (G_L(Kr) - iF_L(Kr))]$ , учитывая неравенство (100), можем утверждать, что  $R_{KL}(r) \approx \frac{1}{2i}[S_l(E)(G_L(Kr) + iF_L(Kr))] \forall \left( E = E_{NL}^r - \frac{i}{2}\gamma_{NL}^r \right)$ . Следовательно, анализируя решение  $Z_{KL}(r)$  ( $E$  и  $K$  — комплексные величины) радиального уравнения Шредингера ((21) или (96)) с комплексной энергией  $E$ , ищем те значения комплексной энергии  $E$ , для которых выполняется равенство

$$\begin{aligned} \left. \frac{\left( \frac{dZ_{KL}(r)}{dr} \right)}{Z_{KL}(r)} \right|_{\begin{cases} r = b, \\ E = E_{NL}^r - \frac{i\gamma_{NL}^r}{2} \end{cases}} &= \\ &= \left. \frac{\left( \frac{dG_L(\eta, \rho)}{dr} + i \frac{dF_L(\eta, \rho)}{dr} \right)}{G_L(\eta, \rho) + iF_L(\eta, \rho)} \right|_{\begin{cases} r = b, \\ E = E_{NL}^r - \frac{i\gamma_{NL}^r}{2} \end{cases}}. \quad (101) \end{aligned}$$

Если воспользоваться формулой [43]

$$G_L(\eta, \rho) + iF_L(\eta, \rho) = \frac{\Gamma(L+1-i\eta) e^{\pi\eta/2} i^L}{|\Gamma(L+1-i\eta)|} W_{i\eta, L+1/2}(-2i\rho), \quad (102)$$

то, подставив (102) в (101), получим в точности алгоритм определения спектра квазидискретных энергий (метод комплексных энергий Дж. Дж. Томсона),

представленный и реализованный в работе [44]:

$$\left. \frac{\left( \frac{dZ_{KL}(r)}{dr} \right)}{Z_{KL}(r)} \right|_{\begin{cases} r = b, \\ E = E_{NL}^r - \frac{i\gamma_{NL}^r}{2} \end{cases}} = \left. \frac{\left( \frac{dW_{i\eta, L+1/2}(-2i\rho)}{dr} \right)}{W_{i\eta, L+1/2}(-2i\rho)} \right|_{\begin{cases} r = b, \\ E = E_{NL}^r - \frac{i\gamma_{NL}^r}{2} \end{cases}} . \quad (103)$$

Тем самым мы трансформировали алгоритм поиска действительных энергий и действительных полуширин резонансных состояний нуклонов (99), объединив эти величины в комплекснозначные энергии (103), действительные части которых — это энергии резонансных состояний, а мнимые части — это полуширины этих же резонансов. В связи с этим представляет интерес сравнить эффективность, корректность и непротиворечивость представленных выше двух методов поиска численных характеристик одночастичных резонансов в оболочечной модели ядра. С этой целью определим исходные параметры кулоновского потенциала и потенциала Вудса–Саксона в соответствии с формулами работы [44]:  $r_0 = 1,24$  Фм,  $a = 0,63$  Фм,  $\kappa = 0,263(1 + 2(N - Z)A^{-1})$  Фм<sup>2</sup>;  $V_0[p, n] = V_0(1 \pm \gamma(N - Z)A^{-1})$ ,  $V_0 = 53,3$  МэВ,  $\gamma = 0,63$ . В нашем случае  $A = 208,0$ ;  $Z = 82,0$ ;  $V_{0p} = 60,40325$  МэВ;  $V_{0n} = 46,19675$  МэВ;  $\kappa = 0,37427$ . Воспользовавшись полученными величинами, выполним расчеты энергий и полуширин одночастичных резонансных состояний нуклонов в ядре <sup>208</sup>Pb согласно (99) и сравним полученные результаты с результатами применения алгоритма (103) [44].

Сравнительный анализ упомянутых результатов (табл. 2) позволяет констатировать, что результаты расчетов квантовых характеристик для так называемых «умеренных» резонансов ( $\gamma \sim 10^{-2} - 10^{-5}$  МэВ) согласно двум различным ((99) и (103)) алгоритмам практически совпадают. Другими словами, сравнение результатов, полученных двумя различными методами, позволяет утверждать, что принадлежащий [46] Дж. Дж. Томсону и представленный выше метод комплексных энергий следует воспринимать как полезный и вполне корректный математический прием для определения энергий и полуширин умеренных кулоновских резонансов.

Однако можно также констатировать, что в области чрезвычайно острых резонансов возможности метода комплексных энергий (точнее, компьютерной реализации этого метода в [44]) существенно ограничены: наиболее

Таблица 2. Квантовые характеристики квазидискретных уровней ядра  $^{208}\text{Pb}$ , рассчитанные в рамках оболочечной модели с  $jj$ -связью: согласно алгоритму (99) ( $E_{NLJ}, \gamma_{NLJ}$ ) и методом комплексных энергий Дж. Дж. Томсона ( $E_{NLJ}^*, \gamma_{NLJ}^*$  [44])

$N$	$L$	$J_L^*$	$x$	$E_{NLJ}$	$\gamma_{NLJ}$	$E_{NLJ}^*$ [44]	$\gamma_{NLJ}^*$ [44]	$R_{NLJ}$	$t_{NLJ}$
2	3	1	$p$	-3,4132	0	—	—	24,094	0,22
1	6	1	$p$	-3,3657	0	-3,438	0	24,656	0,44
1	6	0	$n$	-3,0218	0	—	—	23,906	0,22
1	7	1	$n$	-2,4387	0	-2,49	0	24,188	0,17
3	2	1	$n$	-1,9200	0	—	—	23,250	0,17
4	0	1	$n$	-1,2121	0	—	—	22,969	0,11
2	4	0	$n$	-0,5066	0	—	—	23,531	0,22
3	2	0	$n$	-0,4882	0	—	—	23,250	0,17
3	1	1	$p$	-0,1730	0	—	—	23,719	0,22
3	1	0	$p$	1,1851	$8,194 \cdot 10^{-21}$	(?)	(?)	17,906	0,99
2	5	1	$n$	2,5051	$6,391 \cdot 10^{-2}$	2,46	0,06	15,781	1,10
1	7	1	$p$	3,6286	$1,865 \cdot 10^{-12}$	3,55	$\lesssim 2 \cdot 10^{-5}$	17,906	1,27
2	4	1	$p$	3,7127	$7,310 \cdot 10^{-9}$	3,64	$\lesssim 10^{-9}$	17,906	1,10
1	6	0	$p$	4,6443	$1,348 \cdot 10^{-9}$	4,57	$\lesssim 10^{-6}$	17,906	0,93
1	8	1	$n$	4,7909	$1,125 \cdot 10^{-3}$	4,91	0,0012	17,672	1,04
1	7	0	$n$	5,7140	$1,745 \cdot 10^{-2}$	5,66	0,017	14,266	0,99
3	2	1	$p$	7,0417	$7,238 \cdot 10^{-3}$	6,97	0,0064	17,594	0,93
4	0	1	$p$	8,3988	$1,528 \cdot 10^{-1}$	8,33	0,143	13,891	1,10
2	4	0	$p$	8,4104	$3,171 \cdot 10^{-3}$	8,34	0,003	16,828	0,88
3	2	0	$p$	9,1543	$1,190 \cdot 10^{-1}$	9,084	0,112	13,734	0,98
2	5	1	$p$	10,7926	$2,661 \cdot 10^{-2}$	10,71	0,025	14,734	1,09
1	8	1	$p$	10,9903	$8,054 \cdot 10^{-5}$	10,90	$\lesssim 7 \cdot 10^{-5}$	17,906	1,10
1	9	1	$n$	12,1659	$1,345 \cdot 10^{-1}$	12,1	0,13	12,391	0,94
1	7	0	$p$	13,9673	$3,916 \cdot 10^{-3}$	13,88	0,004	14,219	0,93
1	9	1	$p$	18,6614	$1,378 \cdot 10^{-2}$	18,83	0,031	13,625	1,26
1	8	0	$p$	23,6664	$2,361 \cdot 10^{-1}$	23,57	0,23	10,750	1,04
1	10	1	$p$	26,5686	$1,667 \cdot 10^{-1}$	26,68	0,19	11,703	0,93

острый резонанс (при заданных параметрах потенциала) с квантовыми числами  $[NLJ_L^*] = [310]$  ( $\gamma_{310}^r = 8,194 \cdot 10^{-21}$  МэВ) вообще «выпал» из таблицы резонансов в работе [44], а полуширины других достаточно острых резонансов определены в [44] весьма и весьма приблизительно. В то же время широкие резонансы ( $\gamma_{NL}^r \gtrsim 1$  МэВ), которые формально определяются в методе комплексных энергий [44], в нашем подходе резонансами по существу не являются: приближенные квантовые числа  $NLJ^*$  можно приписать

\*Напомним: точным квантовым числом является вектор импульса нуклона  $\mathbf{K}_r$ .

резонансу только в том случае, когда имеет место приближенное равенство (95), которое, в свою очередь, порождается сильными неравенствами (92). Если же  $\gamma_{NL}^r \gtrsim 1$  МэВ, то в сумме (95) нет доминирующего слагаемого и, следовательно, в рамках задекларированного здесь подхода к определению кулоновских резонансов достаточных аргументов для утверждения о существовании кулоновского резонанса и идентификации его квантовых характеристик нет. Тем не менее информация о широких квазидискретных уровнях может быть также полезной: к примеру, можно предположить, что эти уровни рассматриваются как зарождающиеся резонансные состояния.

Попутно отметим также следующий технический момент. Каждый резонансный пик (кулоновский или центробежный резонанс) на рис. 14, 15 соответствует переходу из связанного дискретного состояния  $|x\nu l\rangle$  (энергия связи  $|\varepsilon_{x\nu l}\rangle$ ) в квазидискретное состояние непрерывного спектра  $|xNL\rangle$  с энергией  $E_{xNL}$ . Необходимая для такого перехода энергия  $\omega_{x\nu l \rightarrow xNL} = |\varepsilon_{x\nu l}| + E_{xNL}$  — это передаваемая электроном ядерному нуклону энергия  $\omega \equiv \omega_{x\nu l}^{xNL}$  в процессе неупругого столкновения этого электрона с нуклоном атомного ядра. Число протонных резонансных пиков  $N^{rr}$  в рассчитанном спектре неупругорассеянных электронов равно произведению числа заполненных протонных оболочек  $N_{p\nu l}$  данного ядра на число кулоновских резонансов  $N_{pNL}$  протонов в непрерывном спектре:  $N^{rr} = N_{p\nu l} \times N_{pNL}$ . Аналогично определяем число нейтронных резонансов в сечении неупругого рассеяния электронов на ядрах.

Теперь можно вспомнить, какую важную роль при интерпретации свойств атомных ядер в модели оболочек играет спин-орбитальное взаимодействие, которое, как нам хорошо известно, приводит к расщеплению дискретных одночастичных уровней с  $l \neq 0$  и, следовательно, практически к удвоению числа заполненных оболочек  $N_{p\nu l j}$  атомного ядра. Такое же расщепление ( $L \neq 0$ ) и удвоение числа резонансных состояний  $N_{pNLJ}$  наблюдаем и в случае квазидискретных резонансных уровней в непрерывном спектре. Таким образом, в оболочечной модели ядра с учетом спин-орбитального взаимодействия число острых резонансных пиков в спектре неупругого рассеяния электронов практически учетверяется. Этот феномен существенно усложняет техническую реализацию расчетов спектров неупругого рассеяния (расчетное время, построение графиков и т. п.) не только для тяжелых, но даже для средних ядер, не добавляя при этом (за исключением числа острых резонансных пиков) в окончательные результаты практически ничего нового ни в качественном, ни в количественном аспектах. Именно этот момент и является основной причиной исследования спектров неупругого рассеяния электронов в [19, 34] в рамках оболочечной модели ядра с  $LS$ -связью.

**3.5. Кулоновские резонансы и квантовая динамика  $\alpha$ -распада.** Свойства кулоновских резонансов [19, 34] в данной работе в первую очередь рассматриваются в разрезе влияния этих резонансов на динамику процессов



электродезинтеграции ядер электронами высоких энергий. Однако следует констатировать как самоочевидный факт, что феномен кулоновских резонансов имеет значительно более широкое и глубокое влияние на протекание различных внутриядерных процессов. Среди таких процессов — протонная активность нейтронодефицитных ядер и нейтронный распад нейтроноизбыточных ядер,  $\alpha$ -распад тяжелых атомных ядер [19,34,47], динамика столкновений тяжелых ионов и т. д. Нам трудно обойти молчанием эти явления хотя бы потому, что одночастичные квазидискретные состояния атомных ядер приобретают полноправный квантово-механический статус именно с момента определения в (93)–(95) волновой функции такого резонансного состояния [19,34]. Именно с этого момента теория квантовых переходов в квазидискретные состояния (93)–(95) и из квазидискретных состояний (93)–(95) непрерывного спектра определяется общепринятыми стандартными алгоритмами квантовой теории [38].

Для иллюстрации применения теории кулоновских резонансов к интерпретации явления  $\alpha$ -распада получим, например, закон Гейгера–Нэттола, описывающий зависимость периода полураспада  $\alpha$ -активных ядер от энергии вылетающих частиц. На первых порах ограничимся оболочечной моделью с потенциалом Гамова (27) и случаем кулоновских резонансов с квантовым числом  $L = 0$ . При таком ограничении несложно воспользоваться приближенными формулами [42] для кулоновских функций, справедливыми, когда  $\rho \ll 2\eta$ :

$$F_0(\rho) = \frac{\beta}{2} e^\alpha, \quad F'_0(\rho) = \frac{1}{2\beta} e^\alpha, \quad G_0(\rho) = \beta e^{-\alpha}, \quad G'_0(\rho) = -\frac{e^{-\alpha}}{\beta}, \quad (104)$$

$$\text{где } \alpha = \sqrt{8\eta\rho} - \pi\eta, \quad \beta^4 = \frac{\rho}{2\eta}, \quad \eta = \frac{ZMe^2}{k}, \quad (105)$$

и точным решением уравнения Шредингера для радиальной функции внутри ядра в модели Гамова (ограничимся случаем  $L = 0$ ):

$$Z_{K0}(r) = A_{K0} \sin qr \equiv (qr)A_{K0}j_0(qr), \quad \text{где } q = \sqrt{2M(E + V_G)}. \quad (106)$$

Отталкиваясь от соотношений (69), (70), (85), (104) и (106), несложно получить трансцендентное уравнение для определения энергий кулоновских резонансов:

$$w_{GZ}^0(E) = e^{-\alpha} \left( q\beta \cos qr_g + \frac{k}{\beta} \sin qr_g \right) = 0 \rightarrow \text{ctg } qR_G = -\frac{k}{q\beta^2}. \quad (107)$$

Уравнение (107) определяет спектр квазидискретных уровней с  $L = 0$  в оболочечной модели ядра с потенциалом Гамова. Если же, к примеру, энергия

резонансного уровня известна из эксперимента, то это уравнение следует рассматривать как источник информации о параметрах потенциала  $V_G(r)$  оболочечной модели ядра. Отталкиваясь от (85), (107) и выполняя несложные преобразования, получим [19]

$$\gamma_{N0}^r = \frac{q\beta^2}{Mr_G\sqrt{E_{N0}^r}} e^{2\alpha} \left[ \frac{1}{\sqrt{V_G}} + \sqrt{\frac{V_G}{V_c^2}} + \frac{1}{qr_G\sqrt{V_c}} \right]^{-1}. \quad (108)$$

При известной полуширине  $\gamma_{N0}^r$  время жизни таких  $\tau_{N0}^r$ -резонансов определяем с помощью соотношения неопределенности. В естественных для данного случая единицах измерения времени  $\tau_0 = r_G(\hbar = c = 1)$  величина  $\tau_{N0}^r$  может быть представлена формулой

$$\frac{\tau_{N0}^r}{r_G} = \frac{M}{q} \left[ \frac{1}{qr_G} + \sqrt{\frac{V_c}{V_G}} + \sqrt{\frac{V_G}{V_c}} \right] \exp(2\pi\eta - \sqrt{32qr_G\eta}). \quad (109)$$

Очевидно, что наиболее весомая информация (закон Гейгера–Нэттола) о зависимости времени жизни кулоновского резонанса (периоде полураспада) содержится в экспоненциальном множителе в (109). В частности, подставив в (109) численные значения физических констант (масса, заряд) для протона, получим [19]

$$T_{N0}^r \approx 25\sqrt{\frac{A}{Z}} \exp \left[ \frac{Z}{\sqrt{E_{N0}^r}/(\text{МэВ})} - 1,2Z^{1/2}A^{1/6} \right] \Phi_{\text{М}}. \quad (110)$$

**3.6. Кулоновские резонансы и(или?) оптическая модель.** Еще раз напомним, что в рамках представленной [19] модели волновые функции ядерных нуклонов в дискретном и непрерывном спектрах являются решениями волнового уравнения Шредингера с действительным потенциалом  $V_x(r)$ . При этом имеет место соотношение ортогональности\*: волновые функции дискретного и непрерывного спектров ортогональны между собой. Попытаемся, однако, «усовершенствовать» нашу расчетную модель, определив волновые функции непрерывного спектра  $\psi_{\mathbf{K}}^-(\mathbf{r})$  как решения уравнения Шредингера с комплексным потенциалом и представим ниже некоторые результаты такого усовершенствования.

Известно, что упругое рассеяние нуклонов и более сложных частиц успешно интерпретируют, описывая динамику частицы-волны уравнением Шредингера с комплексным потенциалом:

$$V_x(r) = V_{xx}(r) + iV_{xy}(r). \quad (111)$$

---

\*Идея последовательных расчетов сечений электрорасщепления ядер в ортогональном базисе волновых функций принадлежит А.Г. Ситенко [6].

В этом случае решения радиального уравнения Шредингера — это комплексные функции действительной переменной  $r$ :

$$Z_{KL}(r) = X_{KL}(r) + iY_{KL}(r). \quad (112)$$

При этом очевидно, что если  $\text{Im}(V_x(r)) = V_{xy}(r) \neq 0$ , то в точке сшивания  $r = b$  внутреннего и внешнего решений радиального уравнения Шредингера выполняется неравенство

$$\left. \frac{X'_{KL}(r)}{X_{KL}(r)} \right|_{r=b} \neq \left. \frac{Y'_{KL}(r)}{Y_{KL}(r)} \right|_{r=b}. \quad (113)$$

Амплитуды  $A_{KL}^{(-)}(E)$  в этом случае можно представить выражением

$$A_{KL}^{(-)}(E) = (w_{GX}^L(E) - w_{FY}^L(E) + i(w_{GY}^L(E) + w_{FX}^L(E)))^{-1}. \quad (114)$$

Отметим, что в общем случае справедливы неравенства

$$\begin{aligned} |w_{GX}^L(E)| \gg 1, \quad |w_{GY}^L(E)| \gg 1, \\ |w_{FX}^L(E)| \ll 1, \quad |w_{FY}^L(E)| \ll 1 \end{aligned} \quad (115)$$

и, следовательно,

$$|A_{KL}^{(-)}(E)| \ll 1. \quad (116)$$

Если раньше (в случае действительного потенциала) последнее неравенство можно было опрокинуть, положив  $E = E_{NL}^r$ ,  $w_{GZ}^L(E_{NL}^r) = 0$  ( $Z_{KL}(r)$  — действительное решение), то в случае комплексного ( $Z_{KL}(r) = X_{KL}(r) + iY_{KL}(r)$ ) решения радиального уравнения Шредингера с комплексным потенциалом достичь одновременного выполнения равенств  $w_{GX}^L(E_{NL}^r) = 0$  и  $w_{GY}^L(E_{NL}^r) = 0$  с помощью варьирования параметра энергии  $E$  в силу сопутствующего комплексному потенциалу неравенства (113) невозможно. А так как в рассматриваемой модели инверсия неравенства (116) — главное условие и необходимый атрибут рождения резонанса, то, следовательно, резонансные состояния протонов в оптическом потенциале подавляются мнимой частью оптического потенциала.

Таким образом, «усовершенствовав» оболочечную модель оптическим потенциалом, легко и непринужденно избавляемся от многих нетривиальных «неудобств», связанных с кулоновскими и центробежными резонансами в сечениях электрорасщепления ядер. Отметим, что чем меньше полуширина резонанса  $\gamma_{NL}^r$ , тем эффективнее влияние мнимой добавки к действительному потенциалу в процессах подавления кулоновских резонансов в инклюзивных

сечениях электродезинтеграции ядер\*. Завершая обсуждение вопроса о взаимодействии оптического потенциала с кулоновскими резонансами, отметим, что дилемма — нетривиальные кулоновские резонансы с их нетривиальным влиянием на выводы и заключения теории и (или) оптический потенциал, упраздняющий кулоновские резонансы параллельно с нарушением канонических основ квантовой теории — может быть разрешена только в целенаправленном физическом эксперименте. На данном же этапе исследований более рациональным смотрится союз «или»: или кулоновские резонансы, или оптический потенциал, хотя теоретическое обоснование оптического потенциала (например, в случае упругого рассеяния релятивистских электронов на ядрах) можно без труда связать также и с кулоновскими резонансами.

**3.7. Кулоновские резонансы и эксперимент.** Как следует из рис. 14, 15, инклюзивные сечения  $\sigma(\omega, \theta')$  неупругого рассеяния электронов на ядрах в максимумах кулоновских резонансов достигают огромных значений. При этом следует дополнительно отметить, что с увеличением высоты одного и того же резонансного пика, достигаемого, например, при варьировании параметров ядерного потенциала, полуширина этого пика  $\gamma_{NL}^r$  «адекватно» уменьшается, достигая при этом микроскопических значений. При столь необычных параметрах резонансных пиков необходимы дополнительные теоретические исследования для ответа на вопрос о возможности экспериментального обнаружения кулоновских резонансов при исследовании неупругого рассеяния электронов на атомных ядрах.

Прежде всего напомним, что в реальном эксперименте фиксируются неупруго рассеянные электроны в некотором конечном интервале энергий  $\Delta E$ :  $\varepsilon'_0 - \frac{\Delta E}{2} \leq \varepsilon' \leq \varepsilon'_0 + \frac{\Delta E}{2}$ . В этом случае измеряемая в эксперименте теряемая электроном энергия  $\omega = \varepsilon - \varepsilon'$  определяется приближенно:  $\omega_0 - \frac{\Delta E}{2} \leq \omega \leq \omega_0 + \frac{\Delta E}{2}$ , где  $\omega_0 = \varepsilon - \varepsilon'_0$ . Пусть в процессе соударения электрона с ядром из  $p\nu l$ -оболочки ядра  $X$  выбивается протон. Если теряемая электроном энергия  $\omega_0 = w_{p\nu l} + E_{NL}^r$ , то энергия  $E$  выбитого протона ограничена неравенствами  $E_{NL}^r - \frac{\Delta E}{2} \leq E \leq E_{NL}^r + \frac{\Delta E}{2}$ . Сечение выбивания протона в реакции  $(e, e'p)$  в данном случае — это сечение возбуждения кулоновского резонанса. Чтобы определить возможность экспериментального обнаружения такого квазидискретного одночастичного уровня, необходимо рассчитать резонансную

---

\* Аналогичный вывод можно сделать также и из расчетов, выполненных в рамках метода комплексных энергий [44]. Полуширины  $\gamma_{NLJ}^r$ -резонансов в расчетах с мнимой добавкой к действительному потенциалу (в случае именно острых резонансов) резко возрастают (примерно в  $\sim 10^4 - 10^9$  раз) и достигают значений  $\gtrsim 10$  МэВ, что в рамках метода комплексных энергий и является свидетельством практически полного исчезновения этих резонансов.

добавку  $\Delta\sigma_{NL}^r(\theta')$  к сечению неупругого рассеяния электронов под углом  $\theta'$  в единицу телесного угла, обусловленную возбуждением такого кулоновского резонанса в указанном выше интервале энергий.

Предполагаем изначально, что имеет место сильное неравенство  $\gamma_{NL}^r \lll \Delta E$ . Если кинематику эксперимента выбрать таким образом, чтобы сечение неупругого рассеяния электрона в области рассчитываемых кулоновских резонансов было очень небольшим, то резонансная добавка  $\Delta\sigma_{NL}^r(\theta')$  к сечению  $\sigma(\omega, \theta')$  будет измеряться полным интегральным вкладом кулоновского резонанса  $\sigma_{p\nu l}^{\text{int}}(E_{NL}^r, \theta') = \int_{E_{NL}^r - \Delta E/2}^{E_{NL}^r + \Delta E/2} \sigma_{p\nu l}(E, \theta') dE \approx \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_{p\nu l}^r(E - E_{NL}^r, \theta') dE$  в сечение неупругого рассеяния электрона.

Для определения интегральной мощности кулоновского резонанса заметим, что сечение рассеяния в области кулоновского резонанса можно представить в виде  $\sigma_{p\nu l}^r(E, \theta') = \frac{Q_{p\nu l}(E)}{(E - E_{NL}^r)^2 + (\gamma_{NL}^r)^2/4}$ , где  $Q_{p\nu l}(E)$  — плавно изменяющаяся функция энергии выбитого нуклона. Не вызывает сомнения факт, что зависимостью плавной функции  $Q_{p\nu l}(E)$  от  $E$  в узкой окрестности энергии кулоновского резонанса  $E = E_{NL}^r$  можно пренебречь:  $Q_{p\nu l}(E) \approx Q_{p\nu l}(E_{NL}^r)$ . В обозначениях приведенной формулы максимальное значение резонансного сечения  $\sigma_{p\nu l}(E_{NL}^r, \theta') \equiv \sigma_m = \frac{4Q(E_{NL}^r)}{(\gamma_{NL}^r)^2}$ , и, следовательно, интегральная мощность кулоновского резонанса может быть представлена такой формулой:

$$\sigma_{p\nu l}^{\text{int}}(E_{NL}^r, \theta') \approx \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(E, \theta') dE = \frac{\sigma_m \pi \gamma_{NL}^r}{2}. \quad (117)$$

Все величины, необходимые для расчета интегральных мощностей кулоновских резонансов согласно формуле (117) определяются в процессе счета с необходимой точностью. Полученная выше формула (117) определяет скачок сечения (резонансную добавку) в области возбуждения кулоновского резонанса для произвольного значения угла  $\theta'$  неупругого рассеяния электрона. Величина этого скачка зависит от квантовых чисел резонанса и квантовых чисел оболочки, из которой выбивается протон. Расчеты, выполненные в [34] согласно формуле (117), а также представленные выше графики инклюзивных сечений  $\sigma_{p\nu l}(E, \theta')$  в области широких кулоновских резонансов свидетельствуют о том, что кулоновские резонансы вполне реально наблюдать в экспериментах по неупругому рассеянию электронов высоких энергий на ядрах.

Проявление таких одночастичных протонных резонансов можно заподозрить, изучая, например, экспериментально измеренные сечения  $\sigma_{p\nu l}(\omega, \theta')$

неупругого рассеяния электронов на ядрах  $^{12}\text{C}$  [3,28]. О существовании кулоновских резонансов может косвенно свидетельствовать также и такой феномен [34]. Анализ экспериментально измеренных сечений  $\sigma(\omega, \theta')$  неупругого рассеяния электронов ( $\varepsilon = 500$  МэВ) на различных ядрах [8] в условиях одной и той же кинематики рассеяния ( $\theta' = 60^\circ$ ) показывает, что с увеличением числа протонов  $Z$  и нейтронов  $N$  в атомном ядре рассеивательная способность ядра также увеличивается. Другими словами, если для двух ядер с массовыми числами  $A_1$  и  $A_2$  справедливы неравенства  $Z_1 > Z_2$ ,  $N_1 > N_2$ , а следовательно, и  $A_1 > A_2$ , то, как правило, практически для всех ядерных мишеней и во всех измеренных в [8] точках аргумента  $\omega_i$  справедливы также и неравенства  $\sigma_{A_1}(\omega_i, \theta') > \sigma_{A_2}(\omega_i, \theta') \quad \forall (A_1 > A_2)$ . Однако же незначительное количество отклонений от этого неравенства можно обнаружить для некоторых «соседних» ядер и только в области небольших переданных энергий  $\omega$ . Так, например, опрокидывание упомянутого выше неравенства сечений  $\sigma(\omega, \theta')$  согласно таблице экспериментальных данных в [8] можно зафиксировать для двух пар ядер:  $^{208}\text{Pb}$  и  $^{181}\text{Ta}$  ( $\omega_i = 30, 36, 56, 60$  МэВ);  $^{181}\text{Ta}$  и  $^{119}\text{Sn}$  ( $\omega_i = 46$  МэВ). Возможной причиной невыполнения неравенства  $\sigma_{A_1}(\omega_i, \theta') > \sigma_{A_2}(\omega_i, \theta') \quad \forall (A_1 > A_2)$  для указанных пар ядер может быть возбуждение при некоторых значениях переданной энергии кулоновских резонансов, а следовательно, и наличие резонансной добавки  $\Delta\sigma_{NL}^r(\theta')$  к сечению неупругого рассеяния электронов на более легком ядре, обусловленной возбуждением кулоновских резонансов только более легкого ядра при указанных значениях переданных энергий. Отметим, что с учетом значений энергии сепарации протонов из протонных оболочек ядер и значений энергий высоколежащих резонансов в тяжелых ядрах ( $\sim 30$  МэВ) отмеченные выше значения  $\omega_i$  ( $\omega_i = \varepsilon_{pvl} + E_{NL}^r$ ) переданных энергий для указанных пар ядер — вполне приемлемые с точки зрения представленной здесь оболочечной модели атомных ядер. Можно высказать предположение, что аналогичное опрокидывание неравенства  $\sigma_{A_1}(\omega_i, \theta') > \sigma_{A_2}(\omega_i, \theta') \quad \forall (A_1 > A_2)$  в случае легких и средних ядер, а также прямую резонансную структуру сечений неупругого рассеяния релятивистских электронов можно наблюдать при несколько меньших значениях переданных энергий  $\omega_i$  и при более тщательных измерениях сечений  $\sigma(\omega, \theta')$  в области небольших значений переданных энергий  $\omega$ .

**3.8. Полуширины кулоновских резонансов.** Одной из важнейших характеристик кулоновского резонанса является его полуширина  $\gamma_{NL}^r$ , определяющая время пребывания атомного ядра  $A$  в возбужденном состоянии по отношению к процессу распада этого ядра на протон и ядро  $A - 1$ . И полуширина, и другие характеристики нуклонного резонанса определяются параметрами оболочечного потенциала, а поэтому, как правило, взаимозависимы. Представляет интерес исследовать зависимость основных характеристик квазидискретных уровней от параметров потенциала оболочечной модели ядра.

При этом полезно параллельно с решением поставленной задачи еще раз сравнить результаты, полученные в рамках развитой выше теории кулоновских резонансов, с результатами расчетов идентичных характеристик в рамках метода комплексных энергий.

Можно предположить, что отмеченные выше трудности с определением очень малых полуширин кулоновских резонансов в методе комплексных энергий были, по-видимому, стимулирующим фактором и отправной точкой для определения более совершенных формул, представленных, например, в [47]; воспользовавшись эмпирически установленной [44] малостью мнимой части волновой функции в методе комплексной энергии [44] и «внедрив» метод комплексных энергий в теорию Шредингера с действительным потенциалом, авторы [47] предложили приближенную (и, как вскоре убедимся, довольно точную) формулу для определения полуширин кулоновских резонансов, которая в обозначениях данной работы может быть представлена в таком виде:

$$\gamma_{NL}^{r[kf]} = \frac{K_{NL}^r Z_{K^r L}^2(b)}{MG_L^2(K_{NL}^r b) \int_0^b Z_{K^r L}^2(r) dr}. \quad (118)$$

И в числителе, и в знаменателе формулы (118) фигурирует параметр  $b$  [46,47]. Изменение значения  $b$  ( $b \gg R$ ) в формуле (118) в сравнительно широких пределах практически не влияет на значение вычисляемой полуширины резонансного уровня. В связи с вышесказанным можно, например, доопределить  $b$  следующим образом. Пусть  $x_1$  — наименьший действительный корень уравнения  $G_L(\eta, x_1) = 0$ . Отталкиваясь от свойств кулоновских функций [42], можем утверждать: 1)  $x_1 > 2\eta$ ; 2) в промежутке  $[2\eta/K, x_1/K]$  для радиальной переменной  $2\eta/K < r < x_1/K$  существует корень уравнения  $G_L(\eta, Kr)|_{r=b} \equiv G_L(\eta, X_u) = 1$ . Тогда величину параметра  $b$  можно, например, доопределить соотношением  $b = X_u/K$ . При таком выборе  $b$  и  $K = K_{NL}^r$  справедливо  $G_L(\eta, K_{NL}^r b) = 1$ . В этом случае формула (118) примет вид

$$\gamma_{NL}^{r[kf]} = \frac{K_{NL}^r Z_{K^r L}^2(b)}{M \int_0^b Z_{K^r L}^2(r) dr} \quad (119)$$

и будет именоваться формулой Гамова [40,45]. Установив с помощью вышеизложенного приема историческую ценность формулы (118), дополним список рассчитываемых квантовых характеристик кулоновских резонансов (для сравнения) полушириной резонанса, рассчитанной согласно (118), а также значением первого максимума модуля амплитуды «нормированной» радиаль-

ной функции  $R_{Kl}(r)^*$ . В табл. 3 представлена картина изменения энергии, полуширины и амплитуды волновой функции протонного резонанса в ядре  $^{208}\text{Pb}$  с квантовыми числами  $L = 3$ ;  $N_L = 2$  в зависимости от глубины  $V_{0p}$  потенциала Вудса–Саксона. Важно отметить, что рассчитанные для таких значений параметра  $V_{0p}$  квазиупругие (плосковолновый и искаженный, со срезанными резонансами) пики практически неразличимы. Существенные отличия для таких рассчитанных сечений — только в значениях высот (и полуширин) кулоновских резонансов. Заметим, что результаты для полуширин  $\gamma_{NL}^{rkf}$ , полученные на основании приближенной формулы (118) из [47], лишь на несколько процентов отличаются от результатов теории, представленной в [19]. Приведенные выше сравнения квантовых характеристик кулоновских резонансов [19] и известных ранее квазидискретных резонансных состояний [44, 46, 47] свидетельствуют о том, что острые резонансные пики в сечениях неупругого рассеяния электронов на атомных ядрах, высота которых превышает высоту квазиупругого пика на несколько сот порядков, — это не вызывающая сомнений реальность в последовательной квантово-механической модели, которой вполне под силу, например, оказать существенное влияние на анализ и интерпретацию явлений электрорасщепления атомных ядер и многих других ядерных процессов [17, 19, 26, 34].

Анализируя проблему определения времени жизни кулоновского резонанса, следует иметь в виду, что квазидискретный уровень, как и уровень

---

\*Здесь и в дальнейшем мы избегаем употребления термина «нормированных на единицу» в применении к радиальным волновым функциям одночастичных резонансных состояний нуклонов:  $\int_0^b |R_{KL}(r)|^2 dr = 1$ . Необходимости в такой нормировке радиальных функций  $R_{KL}(r)$  (или  $R_{KLJ}(r)$ ) в декларируемой теории нет. Помимо всего прочего такая нормировка противоречит представленной здесь концепции кулоновских резонансов. Действительно, согласно (95)  $R_{KL}(r)$  входит лишь в одно из многих равноправных слагаемых в разложении в ряд  $\psi_{\mathbf{K}}^{(\pm)}(\mathbf{r})$ ; нормировка и асимптотика функции  $\psi_{\mathbf{K}}^{(\pm)}(\mathbf{r})$  однозначно [37, 38] определяют нормировку всех радиальных компонент  $R_{Kl}(r)$ . Более того, введение в обиход нормированных по типу дискретных состояний волновых функций  $R_{Kl}(r)$  может быть спонтанно (без надлежащей дополнительной проверки) интерпретировано, например, как отсутствие фазового скачка при вычислении сечения неупругого рассеяния электронов с выбиванием протона в низколежащее квазидискретное состояние  $R_{K_r, N_L}(r)$  или же с возбуждением высоколежащего дискретного состояния этого же протона, в которое трансформируется  $(\psi_{\mathbf{K}}^{(-)}(\mathbf{r}) \rightarrow \varphi_{nlm}(\mathbf{r}))$  кулоновский резонанс, например, при увеличении глубины ядерного потенциала. (Теряемая электроном энергия  $\omega$  и в первом, и во втором случае практически одна и та же.) Этот и другие аналогичные вопросы общетеоретического плана, относящиеся к компетенции квантово-механической теории, мы не намерены анализировать в рамках данной узкоспециализированной работы. Однако же упомянутая выше нормировка резонансных функций как вспомогательный математический прием для решения тех или иных локальных задач (например, при выводе приближенных формул типа (118) или при анализе вопроса о фазовом скачке) — вполне допустимое и достаточно аргументированное явление.



Таблица 3. Динамика квантовых характеристик квазидискретного состояния протонов в ядре  $^{208}\text{Pb}$  ( $L = 3$ ,  $N = 2$ ; оболочечная модель с  $LS$ -связью) в зависимости от глубины потенциала Вудса–Саксона  $V_{0p}$

$V_{0p}$	$E_{23p}$	$ A_{23p}^r $	$ A_{23p}^* $	$\gamma_{23p}^r$	$\gamma_{23}^{r kf}$
55,00	2,0043	$1,9960 \cdot 10^7$	0,53360	$9,2215 \cdot 10^{-15}$	$8,9787 \cdot 10^{-15}$
56,00	1,2115	$5,6831 \cdot 10^{10}$	0,53586	$8,9181 \cdot 10^{-22}$	$8,5214 \cdot 10^{-22}$
57,30	$1,7173 \cdot 10^{-1}$	$6,3474 \cdot 10^{36}$	0,53856	$2,7187 \cdot 10^{-74}$	$2,5347 \cdot 10^{-74}$
57,40	$9,1352 \cdot 10^{-2}$	$2,3949 \cdot 10^{52}$	0,53875	$1,3940 \cdot 10^{-105}$	$1,3418 \cdot 10^{-105}$
57,45	$5,1140 \cdot 10^{-2}$	$5,8965 \cdot 10^{71}$	0,53885	$1,7225 \cdot 10^{-144}$	$1,7128 \cdot 10^{-144}$
57,49	$1,8961 \cdot 10^{-2}$	$1,9517 \cdot 10^{121}$	0,53893	$9,5690 \cdot 10^{-244}$	$8,9613 \cdot 10^{-244}$
57,4950	$1,4938 \cdot 10^{-2}$	$2,1592 \cdot 10^{137}$	0,53894	$6,9409 \cdot 10^{-276}$	$6,8594 \cdot 10^{-276}$
57,4985	$1,2122 \cdot 10^{-2}$	$1,1276 \cdot 10^{153}$	0,53895	$2,2924 \cdot 10^{-307}$	$2,2345 \cdot 10^{-307}$
57,4988	$1,1880 \cdot 10^{-2}$	$4,5100 \cdot 10^{154}$	0,53895	$1,4186 \cdot 10^{-310}$	$1,3728 \cdot 10^{-310}$
57,4990	$1,1720 \cdot 10^{-2}$	$5,6182 \cdot 10^{155}$	0,53895	$9,0800 \cdot 10^{-313}$	$8,9902 \cdot 10^{-313}$
57,4995	$1,1317 \cdot 10^{-2}$	$3,8878 \cdot 10^{158}$	0,53895	$1,8631 \cdot 10^{-318}$	$1,8160 \cdot 10^{-318}$

дискретного спектра, имеет естественную ширину линии, происхождение которой связано с возможностью электромагнитного перехода протона из квазидискретного уровня на нижележащий протонный уровень дискретного или квазидискретного спектра с излучением  $\gamma$ -кванта или же излучения возбужденным ядром  $A$  нейтрона в результате взаимодействия резонансного протона с ядром-остатком  $A - 1$  посредством обменных сил. На основании вышесказанного можем утверждать, что долгоживущие кулоновские резонансы реализуются лишь тогда, когда квазидискретный уровень заряженной частицы или кластера в атомном ядре является основным состоянием этого ядра.

**3.9. Кулоновские резонансы и феномен дальнего действия.** Столь огромные по величине значения резонансных сечений  $\sigma_{pvl}^{rNL}$  и компенсирующие эти огромные значения микроскопически миниатюрные полуширины  $\gamma_{NL}^r$  — это, безусловно, следствие определенных свойств кулоновских сил в атомном ядре, точнее, такого свойства, как дальнее действие кулоновских сил. Для подтверждения сказанного попытаемся, к примеру, вслед за [46] аппроксимировать феномен кулоновского барьера прямоугольным потенциальным барьером:

$$V_{\pi}(r) = -V_0\Theta(a - r) + V_h(\Theta(r - b) - \Theta(r - a)), \quad (120)$$

$$0 < a < b < \infty, \quad V_0 > 0, \quad V_h > 0.$$

Сшивая решения

$$Z_{K0}(r) = \begin{cases} A_{K0} \sin(qr), & q = \sqrt{E + V_0}, \quad 0 < r < a, \\ B_{K0} \exp(\varkappa r) + C_{K0} \exp(-\varkappa r), & \varkappa = \sqrt{V_h - E}, \quad a < r < b, \\ S_{K0} \exp(iKr) + \exp(-iKr), & K = \sqrt{E}, \quad b < r < \infty \end{cases} \quad (121)$$

радиального уравнения Шредингера с таким потенциалом в точках разрыва потенциала (120), несложно получить значения коэффициентов  $A_{K0}$ ,  $B_{K0}$ ,  $C_{K0}$ ,  $S_{K0}$ . К примеру, диагональный элемент амплитудной матрицы  $A_{K0}$ , ответственной, как мы убедились, за процессы неупругого рассеяния, может быть представлен в виде

$$A_{K0}(E) = \frac{2 \exp(-iKb)}{\left(\frac{\varkappa}{K} - i\right) Q_1 \exp(\varkappa(b-a)) - \left(\frac{\varkappa}{K} + i\right) Q_2 \exp(-\varkappa(b-a))}, \quad (122)$$

$$\text{где } Q_1 = \sin qa + \frac{q}{\varkappa} \cos qa, \quad Q_2 = \sin qa - \frac{q}{\varkappa} \cos qa. \quad (123)$$

Аналогом уравнения (69) для определения резонансной энергии в данном случае будет

$$Q_1 = \sin qa + \frac{q}{\varkappa} \cos qa = 0, \quad (124)$$

а полуширина резонанса прямоугольного барьера  $\gamma_{N0}^{\Pi}$  имеет порядок  $\gamma_{N0}^{\Pi} \sim e^{(-2\varkappa(b-a))}$  (МэВ). Если, к примеру, высоту и ширину прямоугольного барьера аппроксимировать такими внушительными числами, как  $V_1 \approx 100$  МэВ и  $b - a \approx 10$  Фм, то полуширина резонанса, которая сравнительно медленно уменьшается с уменьшением резонансной энергии, в этом случае составит величину  $\gamma_{N0}^{\Pi} \sim 10^{-20}$  МэВ. Названная величина все еще значительно превышает рассчитанные (табл. 3) величины полуширин конкретных низколежащих кулоновских резонансов для реальных ядер, субмикроскопические полуширины которых обязаны своей малостью именно дальности действия кулоновского отталкивания протонов в атомных ядрах. Заметим, например, что дальность действия центробежного потенциала (нейтронные резонансы) значительно «слабее» дальности действия кулоновских сил.

#### 4. КВАЗИРЕАЛЬНЫЕ ФОТОНЫ И ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОРАСЩЕПЛЕНИЯ ЯДЕР

**4.1. Угловые распределения выбитых протонов.** Исследование и интерпретация спектров неупругого рассеяния электронов (квазиупругих пиков) сопряжены с определенными предостережениями как в теоретическом, так

и в экспериментальном аспектах. В теории, к примеру, предполагаем, что своим происхождением квазиупругий пик практически полностью обязан реакциям  $A(e, e'p)(A-1)$ ;  $A(e, e'n)(A-1)$  выбивания нуклонов из ядер, в связи с чем в исследуемой кинематической области обычно пренебрегаем процессами электророждения мезонов, выбивания кластеров, нескольких нуклонов и т.д. При интерпретации экспериментально измеренных сечений неупругого рассеяния электронов необходимо учесть процессы упругого рассеяния электронов, неупругое рассеяние электронов, сопровождающееся тормозным излучением, рождением пар и т.п. По этой причине исследование электрорасщепления ядер при непосредственном изучении угловых и энергетических распределений выбитых протонов можно рассматривать как примитивную попытку хотя бы частично избавиться от упомянутых неудобств.

В теоретическом аспекте исследование сечения  $\sigma_{\nu l}^p(E, \theta)$  выбивания протонов из  $\nu l$ -оболочки

$$\sigma_{\nu l}^p(E, \theta) = \int_{\Omega} \sigma_{p\nu l}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K}) d\Omega', \quad (125)$$

где  $\sigma_{p\nu l}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})$  определено в (5), и суммарного  $\sigma_{\nu l}^{ps}(E, \theta)$  сечения выбивания протонов из заполненных оболочек исследуемого ядра

$$\sigma_{\nu l}^{ps}(E, \theta) = \sum_{\nu' l'=(10)}^{\nu' l'=\nu l} \sigma_{\nu' l'}^p(E, \theta) \quad (126)$$

как функций распределения выбитых протонов по углам и энергиям, не представляет на первый взгляд сколь-нибудь значимого интереса. Действительно, обычно предполагаем, что главные особенности сечений электрорасщепления ядер обусловлены свойствами функций импульсного распределения нуклонов  $G_{x\nu l}(\mathbf{q}, \mathbf{K})$ . Однако, например, в плосковолновом приближении аргумент функции  $G_{x\nu l}^0(\mathbf{q} - \mathbf{K}) = G_{x\nu l}^0(\mathbf{k} - \mathbf{k}' - \mathbf{K})$  при фиксированном  $\mathbf{k}$  симметричным образом зависит от аргументов-векторов  $\mathbf{K}$  и  $\mathbf{k}'$ . Следовательно, мы вправе предположить, что в кинематических зависимостях сечений  $\sigma_{\nu l}^p(E, \theta)$  (при сравнении с ранее (28) исследованными  $\sigma_{p\nu l}(\omega, \theta')$ ) появление новых заметных качественных особенностей маловероятно. Если к этому добавить еще и фактор ошутимого возрастания технических трудностей и трудоемкости численного интегрирования (125) по  $d\Omega' \equiv d\Omega_{\mathbf{k}'}$  (по сравнению с аналогичным (29) интегрированием по  $d\Omega_{\mathbf{K}}$ ), то несложно предсказать изначально оправданный нигилизм при перспективной оценке данного ответвления в теоретическом исследовании реакций  $A(e, e'p)(A-1)$ . Однако более тщательный анализ ситуации и численные расчеты сечений выбивания протонов релятивистскими электронами опровергают этот предварительный неутошительный прогноз. Наиболее весомый вклад в это опровержение вносит

зависящая только от кинематических параметров  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{k}'$  процесса неупругого рассеяния электронов, обособленная в (5) и определенная в (10) безразмерная функция  $P(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ .

Напомним, что своим происхождением в сечении (5)  $P(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  обязана фурье-компоненте  $D_{\mu\nu}(q_\lambda^2) = \delta_{\mu\nu}/(q_\lambda^2)$  фотонного пропагатора, являющейся неотъемлемым и никем не оспариваемым\* атрибутом современной [48, 49] теоретической интерпретации любого процесса, обусловленного рассеянием релятивистских электронов на адронах. Проанализируем сперва те особенности  $P(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \equiv P(\theta')$ , которые необходимо учесть при выборе метода интегрирования (125) по телесному углу  $d\Omega'$  рассеиваемого электрона. Для дальнейших несложных численных оценок очертим область изменения кинематических переменных  $\varepsilon, \varepsilon', \omega$  ( $\varepsilon > \varepsilon', \varepsilon > \omega$ ), которые уже фигурировали в наших предыдущих расчетах:  $300 \lesssim \varepsilon/\text{МэВ} \lesssim 750$ ,  $150 \lesssim \varepsilon'/\text{МэВ} \lesssim 600$ ,  $50 \lesssim \omega/\text{МэВ} \lesssim 450$ . В декларируемой кинематической области справедливы очень сильные неравенства:  $\varepsilon \gg m$  ( $k \gg m$ );  $\varepsilon' \gg m$  ( $k' \gg m$ ). Отталкиваясь от этих неравенств, осмелимся утверждать, что

$$\varepsilon = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2} = (k^2 + m^2)^{1/2} = k \left( 1 + \frac{m^2}{2k^2} + O\left(\frac{m^4}{k^4}\right) \right), \quad (127)$$

$$\varepsilon' = \sqrt{\mathbf{k}'^2 + m^2} = (k'^2 + m^2)^{1/2} = k' \left( 1 + \frac{m^2}{2k'^2} + O\left(\frac{m^4}{k'^4}\right) \right). \quad (128)$$

С учетом (127), (128) в пределах задекларированной здесь точности несложно получить

$$(\varepsilon - \varepsilon')^2 = (k - k')^2 \left( 1 - \frac{m^2}{kk'} \right), \quad (\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2 = (k - k')^2 + 4kk' \sin^2 \frac{\theta'}{2}, \quad (129)$$

$$q_\mu^2 = (\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2 - (\varepsilon - \varepsilon')^2 = 4kk' \left( \sin^2 \frac{\theta'}{2} + \frac{\lambda^2}{4} \right), \quad (130)$$

где безразмерный кинематический параметр  $\lambda$

$$\lambda = \frac{m(k - k')}{kk'} \cong \frac{m\omega}{\varepsilon\varepsilon'} \quad (131)$$

---

\*В работе [12] приводятся десять релятивистских обобщений  $\sigma_{x\nu l}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})$ , полученных различными авторами. Фактор  $(q_\lambda^2)^{-2}$  не подвергается релятивистской модификации и присутствует, как ему и подобает, во всех десяти вариантах (а также еще примерно в таком же числе работ, не упомянутых в [12]) в неизменном и первоизданном виде.

определяет [34] феномен фронтального торможения релятивистского электрона внутри атомного ядра. Подставляя (130) в (10), получим

$$P(\theta') = \frac{1}{\left(4 \sin^2 \frac{\theta'}{2} + \lambda^2\right)^2}. \quad (132)$$

Для небольших углов рассеяния электрона  $\theta' \ll 1$  (132) удобно представить в виде

$$P(\theta') \approx \frac{1}{(\theta'^2 + \lambda^2)^2}. \quad (133)$$

Отметим, что в задекларированной здесь кинематической области безразмерные величины  $\lambda$ ,  $\lambda^2$  удовлетворяют сильным неравенствам  $\lambda \ll 1$ ,  $\lambda^2 \lll 1$ . Если, например,  $\varepsilon = 600$  МэВ,  $\omega = 100$  МэВ,  $\varepsilon' = 500$  МэВ, то  $\lambda^2 \approx 3 \cdot 10^{-8}$ , и, следовательно,  $P(0) \approx 1,2 \cdot 10^{15}$ , в то время как  $P(\theta' = 5^\circ = 5\pi/180) \approx 1,7 \cdot 10^4$ , т. е. положительно определенная функция  $P(\theta')$  в небольшом промежутке изменения угла рассеяния электрона  $\theta' \in [0; 10^{-1}]$  по абсолютной величине уменьшается почти на 11(!) порядков.

Отмеченное выше свойство функции  $P(\theta')$  необходимо обязательно помнить, выполняя интегрирование в (125) в области малых углов  $\theta' \ll 1$ . Это свойство обусловлено сильным неравенством  $q_\mu^2/\omega^2 \approx m^2/(\varepsilon\varepsilon') \lll 1 \forall (\theta' \lll m^2/(\varepsilon\varepsilon') \lll 1)$ , или (в иносказательной форме)  $q_\mu^2/\omega^2 \approx 0$ , если  $\theta' \approx 0$ . Известно [48, 49], что на фейнмановской диаграмме вектор  $q_\mu$  обозначает четырехмерный  $(\mathbf{q}, i\omega)$  импульс виртуального фотона, излучаемого ультрарелятивистским электроном при неупругом рассеянии на ядре. Так как в случае 4-импульса реального фотона имеет место точное равенство  $q_\mu^2 = 0$ , то в дальнейшем будем полагать, что выбивание протонов из ядер при неупругом рассеянии электронов на сверхмалые углы  $\theta' \lll 1$  осуществляется квазиреальными ( $q_\mu^2/\omega^2 \approx 0$ ) виртуальными фотонами, а эффекты, обусловленные неупругим рассеянием электронов в области  $\theta' \lll 1$ , будем именовать также феноменом квазиреальных фотонов или феноменом «0–0»-рассеяния. Ниже убедимся, что квазиреальные фотоны играют нетривиальную роль в динамике реакций  $A(e, e'p)(A - 1)$ .

Приняв во внимание особенности функции  $P(\theta')$  в области малых углов ( $\theta' \lll 1$ ) рассеяния (133), несложно теперь миновать опасные подводные рифы, связанные с интегрированием [34] по телесному углу  $d\Omega'$  в (125).

Изучим некоторые аспекты влияния квазиреальных фотонов на динамику электрорасщепления ядер электронами высоких энергий. С этой целью представим условно сечение  $\sigma_{\nu l}^p(E, \theta)$  суммой двух слагаемых:

$$\begin{aligned} \sigma_{\nu l}^p(E, \theta) &= \sigma_{\nu l}^p(E, \theta)|_{\theta' < \pi/90} + \sigma_{\nu l}^p(E, \theta)|_{\theta' \geq \pi/90} \equiv \\ &\equiv \sigma_{\nu l}^{p(1)}(E, \theta) + \sigma_{\nu l}^{p(2)}(E, \theta), \quad (134) \end{aligned}$$

где первое слагаемое  $\sigma_{\nu l}^{p(1)}(E, \theta)$  согласно нашему предположению описывает распределение протонов, выбитых квазиреальными ( $q_\mu^2/\omega^2 \ll 1$ ) фотонами, т. е. электронами, рассеянными под малыми углами  $\theta' < \pi/90^\circ$ ; а второе слагаемое  $\sigma_{\nu l}^{p(2)}(E, \theta)$  — это угловое распределение протонов, выбитых виртуальными ( $q_\mu^2 > 0$ ) фотонами. Так как в процессе интегрирования в (125) первоначально рассчитываем дифференциальное (5) сечение  $\sigma_{x\nu l}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})$  неупругого рассеяния электронов, то представляется разумным извлечь дополнительную информацию о процессе электродезинтеграции ядер, сравнив между собой угловые распределения протонов  $\sigma_{\nu l}^p(E, \theta)$  и угловые распределения протонов  $\sigma_{x\nu l}^c(E, \theta) = \sigma_{x\nu l}(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{K})\Delta\Omega_0$  в экспериментах на совпадение, представленные на рис. 1, 2. Чтобы определить сечение  $\sigma_{x\nu l}^c(E, \theta)$  выбивания протонов в экспериментах на совпадение, доопределим телесный угол  $\Delta\Omega_0$ , в котором фиксируются электроны, рассеянные под углом  $\theta'_0, \varphi'_0 = \varphi_0 + \pi$ :  $\Delta\Omega_0 = \sin\theta'_0\Delta\theta'\Delta\varphi'$ , где  $\Delta\theta' = \Delta\varphi' = \pi/90^\circ$ ;  $\theta'_0 - \Delta\theta'/2 < \theta' < \theta'_0 + \Delta\theta'/2$ ;  $\pi - \Delta\varphi'/2 < \varphi' < \pi + \Delta\varphi'/2$ . Угол  $\theta'_0$  определяем из кинематического равенства  $[\|\mathbf{K}\| = |\mathbf{q}|] \rightarrow [2ME = k^2 + k'^2 - 2kk'\cos\theta'_0]$ , где  $k' = \sqrt{\varepsilon'^2 - m^2}$ ,  $\varepsilon' = \varepsilon - E - \varepsilon_{\nu l}$ .

Расчеты сечений  $\sigma_{\nu l}^{p(1)}(E, \theta), \sigma_{\nu l}^{p(2)}(E, \theta), \sigma_{x\nu l}^c(E, \theta)$ , выполненные в [34], свидетельствуют о доминирующем положении сечения  $\sigma_{\nu l}^{p(1)}(E, \theta)$  выбивания протонов квазиреальными фотонами. Неравенства  $\sigma_{\nu l}^{p(1)}(E, \theta) \gg \sigma_{\nu l}^{p(2)}(E, \theta)$  и  $\sigma_{\nu l}^{p(1)}(E, \theta) \gg \sigma_{x\nu l}^c(E, \theta)$  справедливы в широкой кинематической области энергий и углов вылета выбитых протонов. Превышение  $\sigma_{\nu l}^{p(1)}(E, \theta)$  над  $\sigma_{x\nu l}^c(E, \theta)$  в обширных кинематических областях достигает нескольких ( $\sim 5-6$ ) порядков. Предсказываемый теорией столь внушительный и фактически главенствующий в обширных областях кинематики фон протонов, выбитых квазиреальными фотонами в процессах неупругого рассеяния ультрарелятивистских электронов на ядрах, нельзя не учитывать [34] при планировании прямых экспериментов по изучению реакций  $A(e, e'p)A-1$  и анализе результатов уже выполненных [10, 29] экспериментов на совпадение неупруго рассеянных электронов и выбитых ими протонов.

На рис. 16 представлены результаты расчетов угловых (125)  $\sigma_{\nu l}^p(E, \theta) \equiv \sigma_{\nu l}^p(\theta)$  и суммарных (126) угловых  $\sigma_{\nu l}^{ps}(E, \theta) \equiv \sigma_{\nu l}^{ps}(\theta)$  распределений протонов с энергией  $E = 165$  МэВ ( $\varepsilon = 500$  МэВ), выбитых из  $1s$ -,  $1p$ -,  $1d$ - и  $2s$ -оболочек ядра  $^{40}\text{Ca}$ . Отметим, что рассчитанные в плосковолновом приближении кривые угловых распределений протонов, выбитых из отдельных оболочек ядра, имеют ярко выраженный осциллирующий характер.

Рассмотренным выше примером влияния феномена квазиреальных фотонов на исследование процессов электрорасщепления ядер данная тема не исчерпывается. В следующем разделе мы рассмотрим еще один нетривиаль-

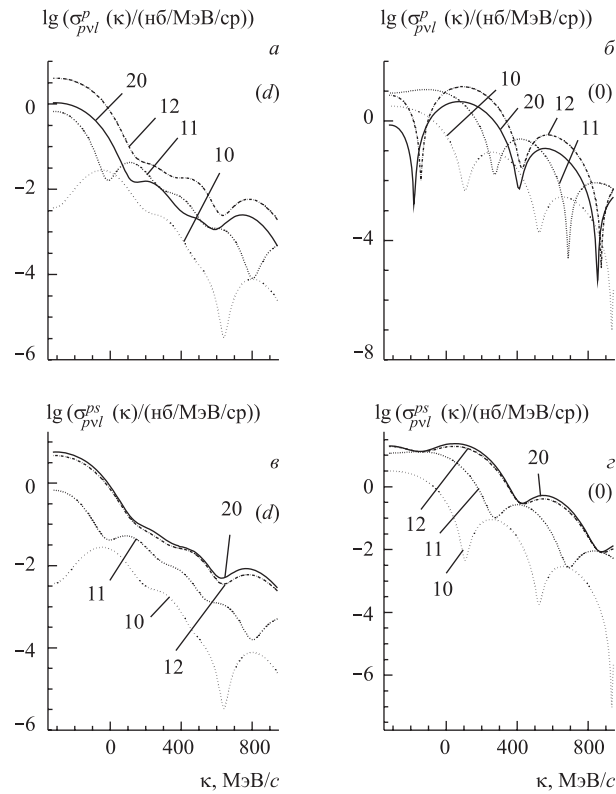


Рис. 16. Сечения  $\sigma_{pvl}^p(\omega)$  (а, б) и  $\sigma_{pvl}^{ps}(\omega)$  (в, г) выбивания протонов из ядра  $^{40}\text{Ca}$  в зависимости от импульса выбиваемого протона в ядре  $\kappa$  ( $E = 165$  МэВ,  $\varepsilon = 500$  МэВ)

ный аспект, привносимый этим феноменом в динамику процессов неупругого рассеяния электронов на атомных ядрах.

**4.2. Квазиреальные фотоны и кулоновские резонансы: аспекты взаимодействия.** Из предшествующих параграфов данной работы несложно заключить, что и кулоновские резонансы, и квазиреальные фотоны способны весомо и по существу заявить о себе в процессах электрорасщепления ядер электронами высоких энергий. В связи с этим представляет интерес исследовать вопрос о совместном действии этих весомых факторов в процессах упругого и неупругого рассеяния электронов атомными ядрами. Ниже мы покажем, что последовательный учет совместного действия отмеченных выше феномена квазиреальных фотонов и феномена кулоновских резонансов в реакциях  $A(e, e'p)(A - 1)$  позволит углубить наши представления о динамике процессов электрорасщепления ядер. В частности, мы проинтерпретируем

явление уширения квазиупругого пика и сдвига максимума  $\sigma(\omega)$  в область более высоких переданных энергий, эффект увеличения энергии сепарации нуклонов, обусловленный торможением релятивистского электрона в ядре, и связанный с ним эффект фиктивного увеличения энергии связи протонов в ядерных оболочках, некоторые другие особенности электрорасщепления ядер. Для этого еще раз обратимся к исследованию квазиупругих пиков и напомним свойства таких пиков при небольших углах рассеяния  $\theta' \ll 1$ .

Прежде всего отметим, что если угол неупругого рассеяния электронов очень мал ( $\theta' \ll 1$ ), то даже при небольших изменениях угла  $\theta'$  сечение  $\sigma(\omega)$  претерпевает резкие приращения по абсолютной величине, что, естественно, усложняет теоретические и особенно экспериментальные исследования в данной кинематической области. Оказывается, однако, что, рассчитывая  $\sigma(\omega, \theta')$  при  $\theta' = 0$ , прежде всего несложно совместить «усилия» двух названных выше явлений в едином процессе электрорасщепления атомного ядра при неупругом рассеянии электронов высоких энергий. Более того, дополнительно несложно получить весьма полезную информацию, если принять во внимание ранее установленный факт, что  $\sigma(\omega, \theta')$ , проинтегрированное в области малых  $\theta'$  по  $d\Omega'$  (интегрирование по  $d\Omega'$  при  $\theta' \ll 1$  согласно (133) легко осуществимо), с достаточной для последующих заключений точностью можно отождествить с полным сечением (или с нижним пределом этого сечения) электрорасщепления ядер  $\sigma^f(\omega)$ :

$$\sigma^f(\omega) = \sum_{x\nu l} \sigma_{x\nu l}^f(\omega), \quad \sigma_{xnl}^f(\omega) = \int \sigma_{xnl}(\omega, \theta') d\Omega'. \quad (135)$$

Напомним,  $\sigma_{x\nu l}(\omega, \theta')$  определено в (29).

В качестве примера на рис. 17 представлены графики сечений  $\sigma^f(\omega)$  для ядер  $^{119}\text{Sn}$  и  $^{208}\text{Pb}$ . Их анализ позволяет заключить, что полные сечения неупругого рассеяния электронов, рассчитанные в 0- и  $d$ -приближениях, существенно различаются по абсолютной величине. Чтобы понять природу этого явления, напомним, что и теория, и эксперимент [9, 28, 34] свидетельствуют, что с уменьшением угла  $\theta'$  рассеяния электрона величина сечения в области квазиупругого пика возрастает, а сам пик существенно сдвигается влево вдоль шкалы переданных энергий  $\omega$ , так что при небольших углах рассеяния электронов  $\theta'_0 \ll 1$  можно уверенно наблюдать лишь правый склон исследуемого квазиупругого пика. Левый же склон квазиупругого пика и даже сам пик, рассчитанный с учетом взаимодействия выбитого нуклона в конечном состоянии, в случае средних и тяжелых ядер будет испещрен многочисленными кулоновскими резонансами. Квазиупругий пик, рассчитанный в немодифицированном (15) плосковолновом приближении, сдвинут вправо относительно квазиупругого пика (рис. 3–6), рассчитанного с учетом взаимодействия в конечном состоянии. Как следствие этого факта, сечения выбивания прото-



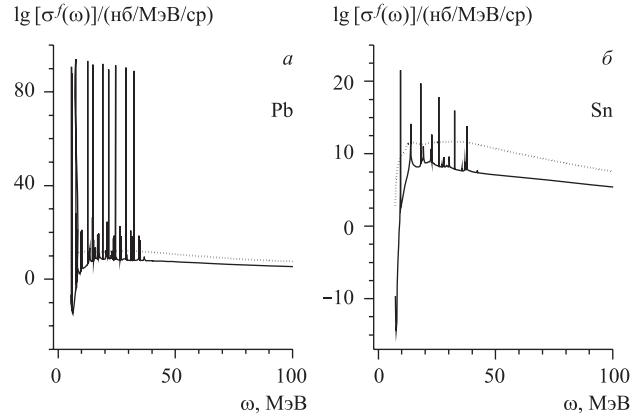


Рис. 17. Полные сечения  $\sigma^f(\omega)$  неупругого рассеяния электронов ( $\varepsilon = 500$  МэВ) на ядрах  $^{119}\text{Sn}$  (а) и  $^{208}\text{Pb}$  (б) в зависимости от переданной энергии  $\omega$

нов, рассчитанные в плосковолновом приближении, с увеличением переданной энергии  $\omega$  будут заметно превышать такие же сечения, рассчитанные в  $d$ -приближении. Феномен квазиреальных фотонов в данном случае порождает anomalously большие, противоречащие экспериментальным данным, полные сечения неупругого рассеяния электронов, рассчитанные в плосковолновом приближении. Этот момент является весомым аргументом, свидетельствующим о важности учета взаимодействия выбитого нуклона с ядром-остатком в конечном состоянии. Напомним, что некоторые аспекты такого взаимодействия можно учесть также путем несложной модификации стандартного (16) плосковолнового приближения.

Обратимся теперь к спектру кулоновских резонансов в полном сечении  $\sigma^f(\omega)$  неупруго рассеянных электронов. Напомним, что в данном случае, изучая кулоновские резонансы при неупругом рассеянии электронов на угол  $\theta' = 0$ , мы совмещаем (в пространстве и во времени) действие и взаимодействие двух исследуемых феноменов: кулоновские резонансы(!) возбуждаются квазиреальными фотонами(!). Чтобы оценить влияние возбуждения квазидискретных уровней на процессы электрорасщепления ядер, рассчитаем удельные интегральные вклады  $\sigma_{\nu l \rightarrow NL}^{fru}$  различных резонансных пиков в сечениях  $\sigma_{xnl}^f(\omega_{\nu l \rightarrow NL})$ :

$$\sigma_{\nu l \rightarrow NL}^{fru} = \frac{1}{N_{x\nu l}} \int_{\omega_{\nu l \rightarrow NL} - \delta E}^{\omega_{\nu l \rightarrow NL} + \delta E} \sigma_{xnl}^f(\omega) d\omega \quad (136)$$

$$(\omega_{\nu l \rightarrow NL} = E_{NL} - \varepsilon_{\nu l}, \delta E \gg \gamma_{pNL}).$$

Рассчитанные сечения возбуждения кулоновских резонансов ядра  $^{208}\text{Pb}$  представлены в табл. 4. Несложно заметить, что значения  $\sigma_{\nu l \rightarrow NL}^{fru}$ , рассчитанные для различных пар квантовых чисел  $\nu l$  и  $NL$ , существенно различны. В данном случае таблица сечений возбуждения спектра квазидискретных уровней демонстрирует исключительную роль дипольных переходов  $22 \rightarrow 23, 30 \rightarrow 31, 15 \rightarrow 16; L = l \pm 1, N_L = \nu_l$ ; а также  $22 \rightarrow 31, 14 \rightarrow 23; L = l \pm 1, N_L = \nu_l + 1$  в торможении ультрарелятивистских электронов в области атомного ядра. В табл. 4 сечений  $\sigma_{\nu l \rightarrow NL}^{fru}$  возбуждения квазидискретных одночастичных состояний протонов в ядре  $^{208}\text{Pb}$  исключительно удачно, широко и полно представлен феномен гигантского дипольного резонанса на примере внутриядерного поглощения почти реальных (квазиреальных) фотонов, рождающихся в процессах «0–0»-неупругого рассеяния электронов высоких энергий на ядрах.

Таблица 4. Полные удельные интегральные сечения  $\sigma_{\nu l \rightarrow NL}^{fru}$  возбуждения  $NL$ -кулоновских резонансов при неупругом рассеянии электронов с энергией  $\varepsilon = 500$  МэВ на ядре  $^{208}\text{Pb}$

$\nu l$	$\sigma_{\nu l \rightarrow NL}^{fru}, \text{ б}$					
	$NL$					
	23	16	31	24	32	17
10	$1,50 \cdot 10^{-3}$	$7,14 \cdot 10^{-8}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$9,15 \cdot 10^{-5}$	$3,82 \cdot 10^{-4}$	$3,17 \cdot 10^{-6}$
11	$1,62 \cdot 10^{-2}$	$3,47 \cdot 10^{-6}$	$2,33 \cdot 10^{-2}$	$1,19 \cdot 10^{-3}$	$1,95 \cdot 10^{-4}$	$1,12 \cdot 10^{-6}$
12	$7,78 \cdot 10^{-2}$	$1,72 \cdot 10^{-4}$	$1,97 \cdot 10^{-2}$	$1,15 \cdot 10^{-2}$	$6,52 \cdot 10^{-3}$	$3,69 \cdot 10^{-5}$
20	$6,00 \cdot 10^{-3}$	$4,84 \cdot 10^{-9}$	$1,23 \cdot 10^{-1}$	$2,16 \cdot 10^{-4}$	$7,12 \cdot 10^{-3}$	$7,12 \cdot 10^{-5}$
13	$2,39 \cdot 10^{-1}$	$8,01 \cdot 10^{-3}$	$1,95 \cdot 10^{-2}$	$3,75 \cdot 10^{-2}$	$1,83 \cdot 10^{-3}$	$3,88 \cdot 10^{-4}$
21	$2,57 \cdot 10^{-1}$	$5,78 \cdot 10^{-8}$	$3,59 \cdot 10^{-1}$	$5,71 \cdot 10^{-3}$	$2,45 \cdot 10^{-2}$	$1,19 \cdot 10^{-4}$
14	$2,86 \cdot 10^0$	$4,24 \cdot 10^{-1}$	$2,06 \cdot 10^{-4}$	$2,25 \cdot 10^{-1}$	$8,18 \cdot 10^{-3}$	$1,33 \cdot 10^{-2}$
22	$3,23 \cdot 10^1$	$5,90 \cdot 10^{-7}$	$6,90 \cdot 10^0$	$2,65 \cdot 10^{-1}$	$1,88 \cdot 10^{-1}$	$7,40 \cdot 10^{-4}$
30	$1,10 \cdot 10^{-4}$	$3,20 \cdot 10^{-13}$	$3,83 \cdot 10^1$	$2,16 \cdot 10^{-5}$	$2,25 \cdot 10^{-1}$	$1,82 \cdot 10^{-3}$
15	$1,35 \cdot 10^{-2}$	$4,33 \cdot 10^1$	$3,77 \cdot 10^{-8}$	$2,18 \cdot 10^0$	$4,79 \cdot 10^{-4}$	$5,49 \cdot 10^{-1}$

Воспользовавшись рассчитанными результатами, попытаемся предсказать судьбу ультрарелятивистского электрона, проникающего внутрь атомного ядра и выбивающего из этого ядра нуклон. Предполагая, что справедливо  $d$ -приближение, заключаем, что электрон сравнительно свободно (без торможения) преодолевает только центральную часть ядра — область расположения глубоких ядерных оболочек. Однако на периферии ядра, где квантовые числа протонов заполненных оболочек близки к квантовым числам кулоновских резонансов (нейтроны практически не принимают участия в рассеянии элек-

тронов на малые углы), вероятность неоднократного скачкообразного торможения электрона, обусловленная возбуждением кулоновских резонансов (напомним, что доминирующая роль принадлежит здесь дипольным переходам), весьма значительна.

Оперируя численными значениями удельных  $\sigma_{\nu l \rightarrow NL}^{fru}$  сечений возбуждения кулоновских резонансов, несложно [25, 50] оценить среднюю длину пробега, число столкновений с протонами, потери энергии релятивистского электрона в таких столкновениях внутри атомного ядра. На основании таких оценок можем утверждать, что пролетая внутри такого ядра, как  $^{208}\text{Pb}$ , релятивистский электрон до и(или) после акта рассеяния на большой угол в процессах рассеяния на угол  $\theta' \ll 1$  с большой вероятностью спровоцирует несколько ( $\sim 1-4$ ) одночастичных дипольных переходов, потеряв при этом энергию  $\delta\varepsilon \sim 9-40$  МэВ. Такое многократное скачкообразное торможение ультрарелятивистского электрона внутри ядра обусловит, например,

- уширение и, возможно, некоторое понижение квазиупругого пика;
- сдвиг квазиупругого пика в область больших переданных энергий  $\omega$ ;
- трансформацию понятия энергии сепарации  $w_{x\nu l}$  в спектр (набор) энергий сепарации  $w_{x\nu l}^\lambda$  ( $\lambda = 1, 2, \dots$ ) нуклона из  $x\nu l$ -оболочки атомного ядра и порождаемое такой трансформацией усложнение идентификации ядерной оболочки, из которой выбивается нуклон;
- вызванное большой вероятностью дипольного перехода (например,  $3s \rightarrow 3p$ , ядро  $^{208}\text{Pb}$ ) уменьшение эффективного числа заполнения внешней оболочки ( $3s$ -оболочки,  $^{208}\text{Pb}$ ) и, следовательно, уменьшение сечения выбивания протонов из внешней оболочки исследуемого ядра в экспериментах на совпадение.

При сравнении теории и эксперимента дополнительные потери энергии  $\sum \omega_{\nu l \rightarrow NL}$  электрона на возбуждение кулоновских резонансов при неупругом рассеянии на угол  $\theta' = 0$  в законе сохранения энергии

$$\varepsilon' = \varepsilon - \left( E + (|\varepsilon_{x\nu l}| + \sum \omega_{\nu l \rightarrow NL}) \right) \quad (137)$$

естественным образом объединяются с энергией связи выбиваемого протона  $|\varepsilon_{x\nu l}|$ , что естественно интерпретируется как эффект увеличения энергии сепарации

$$w_{x\nu l} \rightarrow w_{x\nu l}^{\text{incr}}, \quad w_{x\nu l}^{\text{incr}} = |\varepsilon_{x\nu l}| + \sum \omega_{\nu l \rightarrow NL} \quad (138)$$

выбиваемых из ядерных оболочек нуклонов. Если же предположить, что феномен торможения релятивистского электрона внутри ядра (второе слагаемое в формуле (137)) неизвестен, то, естественно, формулы (137), (138) читаются согласно (138) в упрощенном виде:  $|\varepsilon_{x\nu l}| = w_{x\nu l}^{\text{incr}}$ , т. е. энергия связи нуклона в ядре  $|\varepsilon_{x\nu l}|$  идентифицируется с полной энергией сепарации  $w_{x\nu l}^{\text{incr}}$  выбиваемого нуклона из  $x\nu l$ -ядерной оболочки. Неудивительно, что определенные в

реакциях  $A(e, e'p)(A - 1)$  энергии сепарации протонов даже в верхних ядерных оболочках традиционно превышают среднюю энергию связи протонов в соответствующих ядрах [34]. Очевидно, что явление фронтального торможения ультрарелятивистского электрона внутри ядра, обусловленное интенсивными дипольными переходами протонов в резонансные одночастичные состояния непрерывного спектра, способны нетривиально повлиять на интерпретацию и планирование экспериментов на совпадение при исследовании реакций  $A(e, e'p)(A - 1)$ . Отметим также, что представленный выше феномен возбуждения кулоновских резонансов вовсе не исключает неупругого «0–0»-рассеяния электрона внутри ядра с передачей большой энергии  $\omega$  выбиваемому протону.

Описанный выше процесс торможения релятивистского электрона внутри атомного ядра описывается диаграммами второго и более высокого порядков, где во всех электронных вершинах (за исключением одной) испускается квазиреальный фотон. Другими словами, феномен квазиреальных фотонов привносит в анализ упругого и неупругого рассеяния электронов на ядрах дополнительные аспекты, связанные с многовершинными диаграммами и многофотонными процессами. Рассмотрим, например, процесс упругого рассеяния электрона на ядре. В простейшем случае этот процесс описывается диаграммой первого порядка, в вершине которой имеет место поглощение скалярного фотона. Для априорных оценок воспользуемся аналогией с кулоновским возбуждением ядер [37] и представим себе классическую траекторию упруго рассеиваемого электрона. Тогда в любой точке этой траектории электрон способен излучить квазиреальный фотон и с большой вероятностью выбить протон из атомного ядра или спровоцировать другое подобное явление. Не вызывает сомнения тот факт, что такой процесс, уменьшая число упруго рассеиваемых электронов, способен оказать влияние на определение различных физических характеристик атомного ядра (например, распределение заряда). И упругий пик, и квазиупругий пик до некоторой степени размываются процессами «0–0»-рассеяния электрона внутри атомного ядра, трансформируя задачу рассеяния квантовой механики в несколько более сложную задачу физической кинетики. Другими словами, канал упругого рассеяния электронов на ядрах благодаря феномену квазиреальных фотонов также может привнести свой вклад в сечение реакции  $A(e, e'p)(A - 1)$ .

Одним из важных и интересных результатов в исследовании реакций  $A(e, e'p)(A - 1)$ , представленных в [14, 31], является исследование второго пика в сечении  $\sigma(\omega)$  глубоконеупругого рассеяния электронов на ядрах. Авторы [14, 31] связывают происхождение второго пика с проявлением в глубоконеупругом рассеянии электронов феномена  $\Delta$ -резонанса. Отметим, что в связи с вышесказанным для подтверждения высказанного предположения полезно было бы предварительно убедиться в том, что процессы выбивания нескольких нуклонов (реакции  $A(e, e'pp)(A - 2)$  и  $A(e, e'pn)(A - 2) \dots$ ), где

один из нуклонов (протон) выбивается квазиреальным фотоном, не приводят к появлению второго упруго-квазиупругого фонового эхопика в области больших переданных энергий.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Содержание данной работы свидетельствует, что представленные здесь феномен кулоновских резонансов и феномен квазиреальных фотонов, действуя и совместно, и порознь, способны привести новые существенные аспекты и коррективы в наше понимание динамики процессов электрорасщепления ядер. Последовательный учет названных явлений позволит избежать, по мнению автора, излишних нестыковок, не слишком корректных и преждевременных заключений, экзотических гипотез и тупиковых ситуаций при интерпретации уже осуществленных и при планировании новых экспериментов по исследованию структуры атомных ядер в процессах неупругого рассеяния электронов высоких энергий на ядрах. Можно высказать оптимистическое предположение, что изложенные здесь результаты исследований, связанные с кулоновскими резонансами, квазиреальными фотонами и дипольными переходами, будут способствовать генерированию новых идей и направлений в экспериментальных и теоретических исследованиях структуры атомных ядер.

Завершая изложение данной статьи, считаю своим приятным долгом выразить искреннюю благодарность профессору Я. И. Колесниченко и академику НАН Украины И. Н. Вишневному. Добрая воля и благожелательность этих физиков — это, безусловно, незримые соавторы вышеизложенной работы.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ситенко А. Г., Гурьев В. Н.* О неупругом рассеянии электронов высоких энергий на ядрах // ЖЭТФ. 1960. Т. 39, № 6(12). С. 1760–1765.
2. *McVoy K. W., Van Hove L.* Inelastic Electron–Nucleus Scattering and Nucleon–Nucleon Correlations // Phys. Rev. 1962. V. 125, No. 3. P. 1034–1043.
3. *Czyż W.* Inelastic Electron Scattering from Nuclei and Single-Particle Excitations // Phys. Rev. 1963. V. 131, No. 5. P. 2141–2148.
4. *Devanathan V.* Quasi-Free Scattering of Electrons and Nuclear Shell Structure // Ann. Phys. 1967. V. 43, No. 1. P. 74–90.
5. *Пасичный А. А., Тартаковский В. К.* О связанных одночастичных состояниях нуклонов в поле сферического потенциала // Укр. физ. журн. 1968. Т. 13, № 12. С. 2013–2019.

6. Ситенко А. Г., Пасичный А. А., Тартаковский В. К. Об электродезинтеграции легких ядер // ЯФ. 1970. Т. 12, вып. 6. С. 1208–1217.
7. Пасичный А. А. К исследованию оболочечной структуры ядер при неупругом рассеянии электронов высоких энергий // Укр. физ. журн. 1972. Т. 17, № 7. С. 1130–1138.
8. Whitney R. R. *et al.* Quasielastic Electron Scattering // Phys. Rev. C. 1974. V. 9, No. 6. P. 2230–2235.
9. Афанасьев Н. Г. *и др.* Сечения квазиупругого рассеяния электронов ядрами  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{11}\text{B}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{27}\text{Al}$ ,  ${}^{28}\text{Si}$ ,  ${}^{32}\text{S}$ ,  ${}^{39}\text{K}$  и  ${}^{40}\text{Ca}$ . Препринт ХФТИ 74-7. Харьков, 1974. 61 с.
10. Mougey J. *et al.* Quasi-Free ( $e, e'p$ ) Scattering on  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{28}\text{Si}$ ,  ${}^{40}\text{Ca}$ , and  ${}^{58}\text{Ni}$  // Nucl. Phys. A. 1976. V. 262, No. 3. P. 461–492.
11. Корчин А. Ю., Шебеко А. В. Расчет сечений ( $e, e'p$ )-реакции на атомных ядрах // ЯФ. 1980. Т. 32, вып. 1(7). С. 87–101.
12. de Forest T., Jr. Off-Shell Electron–Nucleon Cross Sections (The Impulse Approximation) // Nucl. Phys. A. 1983. V. 392, Nos. 2, 3. P. 232–248.
13. Dedy M. *et al.* Deep Inelastic Separated Response Functions from  ${}^{40}\text{Ca}$  and  ${}^{48}\text{Ca}$  // Phys. Rev. C. 1986. V. 33, No. 6. P. 1897–1904.
14. O'Connell J. S. *et al.* Electromagnetic Excitation of the Delta Resonance in Nuclei // Phys. Rev. C. 1987. V. 35, No. 3. P. 1063–1071.
15. Пасичный А. А. Некоторые кинематические особенности электрорасщепления легких ядер // Укр. физ. журн. 1987. Т. 32, № 9. С. 1303–1309.
16. Пасичный А. А. О подавлении эффекта преломления нуклонной волны в искаженных импульсных распределениях оболочечных нуклонов // ЯФ. 1987. Т. 46, вып. 3(9). С. 722–731.
17. Пасичный А. А. Электрорасщепление ядер и взаимодействие нуклонов в конечном состоянии // ЯФ. 1988. Т. 48, вып. 3(9). С. 694–702.
18. Ахизер А. И., Ситенко А. Г., Тартаковский В. К. Электродинамика ядер. Киев: Наук. думка, 1989. 432 с.
19. Пасичный А. А. О динамике электрорасщепления ядер при низких энергиях // ЯФ. 1991. Т. 54, вып. 6(12). С. 1543–1555.
20. Пасичный А. А. Кулоновские резонансы и дезинтеграция ядер // Укр. физ. журн. 1992. Т. 37, № 4. С. 487–497.
21. Пасичный А. А. Динамика электрорасщепления ядер при низких энергиях // Электромагнитные взаимодействия ядер при малых и средних энергиях: Тр. 8-го семинара. М., 1992. С. 296–299.
22. Ma Zhongyu, Feng Dachun. Quasielastic Electron Scattering in Quasiparticle Approach // Phys. Rev. C. 1992. V. 45, No. 2. P. 811–818.
23. Yanhe Jin, Onley D. S., Wright L. E. Electron Coulomb Effects in Quasielastic ( $e, e'p$ ) Reactions // Phys. Rev. C. 1992. V. 45, No. 3. P. 1311–1320.

24. *Garino G. et al.* Proton Propagation in Nuclei Studied in the  $(e, e'p)$  Reaction // *Phys. Rev. C.* 1992. V. 45, No. 2. P. 780–790.
25. *Pandharipande V. R., Pieper S. C.* Nuclear Transparency to Intermediate Energy Nucleons from  $(e, e'p)$  Reactions // *Phys. Rev. C.* 1992. V. 45, No. 2. P. 791–798.
26. *Пасичный А. А.* Квазидискретные спектры атомных ядер // *Укр. физ. журн.* 1993. Т. 38, № 11. С. 1619–1630.
27. *Udias J. M. et al.* Spectroscopic Factors in  $^{40}\text{Ca}$  and  $^{208}\text{Pb}$  from  $(e, e'p)$ : Fully Relativistic Analysis // *Phys. Rev. C.* 1993. V. 48, No. 6. P. 2731–2739.
28. *Day D. B. et al.* Inclusive Electron Nucleus Scattering at High Momentum Transfer // *Phys. Rev. C.* 1993. V. 48, No. 4. P. 1849–1863.
29. *Leuschner M. et al.* Quasielastic Proton Knockout from  $^{16}\text{O}$  // *Phys. Rev. C.* 1994. V. 49, No. 2. P. 955–967.
30. *Kim K. S. et al.* Approximate Treatment of Electron Coulomb Distortion in Quasielastic  $(e, e')$  Reactions // *Phys. Rev. C.* 1996. V. 54, No. 5. P. 2515–2524.
31. *Williamson C. F. et al.* Quasielastic Electron Scattering from  $^{40}\text{Ca}$  // *Phys. Rev. C.* 1997. V. 56, No. 6. P. 3152–3172.
32. *Dutta D. et al.* Separated Spectral Functions for Quasifree  $^{12}\text{C}(e, e'p)$  Reaction // *Phys. Rev. C.* 2000. V. 61, No. 6, 061602(R).
33. *Meucci A., Giusti C., Pacati F. D.* Relativistic Corrections in  $(e, e'p)$  Knockout Reactions // *Phys. Rev. C.* 2001. V. 64. P. 014604.
34. *Пасичный А. А., Пригодюк О. А.* Об электродезинтеграции ядер // *ЯФ.* 2005. Т. 68, вып. 6(12). С. 2051–2070.
35. *Benhar O., Day D., Sick I.* Inclusive Quasielastic Electron–Nucleus Scattering // *Rev. Mod. Phys.* 2008. V. 80. P. 189–224.
36. *Sakurai J. J.* *Advanced Quantum Mechanics.* Massachusetts: Addison–Wesley Publ. Comp. Reading, 1967. 336 p.
37. *Давыдов А. С.* Теория атомного ядра. М.: Физматгиз, 1958. 611 с.
38. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1989. 767с .
39. *Гамов Г. А.* Атомное ядро и радиоактивность. Сер. «Новейшие течения научной мысли». М.; Л.: Госиздат, 1930. 80 с.
40. *Гамов Г. А.* Строение атомного ядра и радиоактивность. Сер. «Современная физика», книга третья. М.; Л.: Гостехтеориздат, 1932. 146 с.
41. *Захарьев Б. Н.* Уроки квантовой интуиции. Дубна, 1996. 300 с.
42. Справочник по специальным функциям: Пер. с англ. / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979. 830 с.
43. *Люк Ю.* Специальные математические функции и их аппроксимации: Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 608 с.
44. *Бунатян Г. Г.* О квазидискретных состояниях в комплексном потенциале // *ЯФ.* 1978. Т. 28, вып. 2(8). С. 360–366.

45. *Бре́йт Г.* Теория ядерных реакций. М.: Наука, 1963. 463 с.
46. *Базь А. И., Зельдович Б. Я., Переломов А. М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1971. 544 с.
47. *Кадменский С. Г., Фурман В. И.* Альфа-распад и родственные ядерные реакции. М.: Энергоатомиздат, 1985. 221 с.
48. *Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1969. 623 с.
49. *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989. 723 с.
50. *Балашов В. В.* Квантовая теория столкновений. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985. 199 с.