

ОБЗОР КОЛЛЕКТИВНЫХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ ПУЧКА В ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ НАКОПИТЕЛЯХ

В. В. Смалюк

Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

КОЛЛЕКТИВНЫЕ ЭФФЕКТЫ, WAKE-ПОЛЯ И ИМПЕДАНСЫ	401
ПРОДОЛЬНАЯ МИКРОВОЛНОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ	406
ПРОДОЛЬНАЯ МНОГОСГУСТКОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ	410
ПОПЕРЕЧНАЯ HEAD-TAIL-НЕУСТОЙЧИВОСТЬ	414
ПОПЕРЕЧНАЯ МНОГОСГУСТКОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ	425
ИОННЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ	432
ЭЛЕКТРОННЫЕ ОБЛАКА	436
ОБРАТНАЯ СВЯЗЬ	439
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	443
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	445

ОБЗОР КОЛЛЕКТИВНЫХ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ ПУЧКА В ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ НАКОПИТЕЛЯХ

В. В. Смалюк

Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

Дан обзор современного состояния дел в области исследований коллективных неустойчивостей пучка в электрон-позитронных накопителях. Рассматриваются механизмы возбуждения и подавления продольной микроволновой неустойчивости, неустойчивости поперечных связанных мод, продольной и поперечной многосгустковых неустойчивостей, а также неустойчивостей, вызванных взаимодействием пучка с ионами и электронными облаками. Приведен ряд формул для оценок пороговых токов пучка и времен нарастания неустойчивостей, даны ссылки на оригинальные работы. Способы диагностики и подавления неустойчивостей рассмотрены на конкретных примерах.

A review of studies of collective beam instabilities in electron-positron storage rings is presented in this paper. Processes of excitation and suppression of the longitudinal microwave instability, transverse mode coupling instability, longitudinal and transverse multi-bunch instabilities, and instabilities caused by interaction of a beam with ions or electron clouds, are discussed. Some techniques of estimation of the threshold beam currents and rise times of the instabilities are described, the references to original works are given. Ways of diagnostics and suppression of the instabilities are considered with examples.

PACS: 29.20.-c; 29.27.-a; 29.27.Bd

1. КОЛЛЕКТИВНЫЕ ЭФФЕКТЫ, WAKE-ПОЛЯ И ИМПЕДАНСЫ

Взаимодействие интенсивного пучка заряженных частиц с электромагнитными полями, индуцированными им в вакуумной камере ускорителя (wake-полями), приводит к коллективным эффектам динамики пучка, зависящим от количества частиц в пучке. Наиболее значительным следствием коллективных эффектов является неустойчивость продольного или поперечного движения. При выполнении резонансных условий малые отклонения положения или энергии пучка могут усиливаться из-за его взаимодействия с wake-полями. Такая положительная обратная связь приводит к нарастанию амплитуды колебаний и, как следствие, к потере пучка или снижению его качества. Изучение коллективных эффектов представляет существенный интерес как при проектировании новых ускорителей, так и при исследованиях динамики пучка

в существующих установках. Подробное изложение теории коллективных эффектов и неустойчивостей можно найти в [1–6].

Для описания взаимодействия релятивистских заряженных частиц с wake-полями используется понятие wake-функции, определенной как нормированный интеграл силы Лоренца, действующей на пробный заряд e , который движется на расстоянии s за точечным зарядом q , возбуждающим wake-поля. Скорость движения обоих зарядов полагается равной скорости света c . Wake-функция — это функция отклика структуры на возбуждение точечным зарядом, в ультрарелятивистском случае она определяется только формой и электромагнитными свойствами структуры и не зависит от распределения зарядов в пучке.

В большинстве практических случаев для анализа устойчивости движения пучка достаточно рассмотреть только монополярную продольную W_{\parallel} и дипольную поперечную \mathbf{W}_{\perp} wake-функции. Поскольку магнитное поле перпендикулярно траектории частицы и не влияет на продольное движение, продольная wake-функция получается интегрированием компоненты электрического поля, параллельной скорости \mathbf{v} движения частиц [5]:

$$W_{\parallel}(s) = -\frac{1}{q} \int_{-\infty}^{\infty} E_z dz, \quad v \simeq c. \quad (1)$$

Дипольная поперечная wake-функция определена аналогично продольной как интеграл поперечных электромагнитных сил с нормировкой на заряд q и поперечное смещение r и представляет собой вектор, имеющий горизонтальную и вертикальную компоненты:

$$\mathbf{W}_{\perp}(s) = -\frac{1}{qr} \int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})_{\perp} dz. \quad (2)$$

Продольная и дипольная поперечная wake-функции связаны между собой теоремой Панофского–Венцеля:

$$r \frac{\partial \mathbf{W}_{\perp}}{\partial s} = \nabla_{\perp} W_{\parallel}. \quad (3)$$

Взаимодействие wake-полей и пучка с произвольным распределением плотности определяется wake-потенциалом V , представляющим собой свертку wake-функции W с нормированным продольным распределением плотности пучка $\lambda(z)$ [5]:

$$V(s) = \int_0^{\infty} W(z) \lambda(s-z) dz, \quad (4)$$

где ось z направлена по движению пучка, а нормировка функции $\lambda(z)$ определена как $\int_{-\infty}^{\infty} \lambda(z) dz = 1$.

В частотной области каждая часть вакуумной камеры может быть представлена как частотно-зависимый импеданс связи. Продольный Z_{\parallel} и поперечный Z_{\perp} импедансы являются фурье-образами соответствующих wake-функций:

$$Z_{\parallel}(\omega) = \frac{1}{c} \int_{-\infty}^{\infty} W_{\parallel}(s) e^{i\omega s/c} ds, \quad Z_{\perp}(\omega) = -\frac{i}{c} \int_{-\infty}^{\infty} W_{\perp}(s) e^{i\omega s/c} ds. \quad (5)$$

Основной вклад в суммарный импеданс связи вакуумной камеры циклического ускорителя вносят изменения поперечного сечения камеры, конечная проводимость стенок, электромагнитные кикеры и пикапы на полосковых линиях, высшие моды ускоряющих ВЧ-резонаторов, электростатические пикап-электроды, фланцы, сильфоны, отверстия в камере для впуска-выпуска пучков, вывода СИ и т. д. При отсутствии интерференции wake-полей, возбуждаемых пучком в разных компонентах вакуумной камеры (удаленные друг от друга компоненты или быстрозатухающие wake-поля), импедансы аддитивны при любых частотах. В этом случае импеданс всей вакуумной камеры может быть представлен суммой импедансов ее составных частей.

Для оценок устойчивости движения пучка удобно использовать интегральные параметры взаимодействия пучка с импедансом — продольный фактор когерентных потерь k_{\parallel} (longitudinal loss factor) и поперечный kick-фактор k_{\perp} , определенные как

$$k_{\parallel} = \int_{-\infty}^{\infty} V_{\parallel}(t) \lambda(t) dt, \quad k_{\perp} = \int_{-\infty}^{\infty} V_{\perp}(t) \lambda(t) dt, \quad (6)$$

где V_{\parallel} и V_{\perp} — продольный и поперечный wake-потенциалы соответственно; $\lambda(t)$ — нормализованное продольное распределение плотности пучка. В частотной области loss-фактор и kick-фактор выражаются через соответствующие импедансы [5]:

$$k_{\parallel} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z_{\parallel}(\omega) h(\omega) d\omega, \quad k_{\perp} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z_{\perp}(\omega) h(\omega) d\omega, \quad (7)$$

где $h(\omega) = \tilde{\lambda}(\omega) \tilde{\lambda}^*(\omega)$, $\tilde{\lambda}(\omega)$ — фурье-образ продольного распределения плотности пучка $\lambda(t)$. В частности, для пучка с гауссовым продольным распределением плотности частиц

$$\lambda(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}\right), \quad h(\omega) = \exp(-\omega^2\sigma_t^2). \quad (8)$$

Величина когерентных потерь энергии пучка с зарядом q , взаимодействующего с продольным импедансом, пропорциональна продольному loss-фактору:

$$\Delta E = -k_{\parallel} q^2. \quad (9)$$

Приращение поперечного импульса пучка (удар) за счет взаимодействия с поперечным импедансом пропорционально поперечному kick-фактору:

$$\Delta x' = \frac{q}{E/e} k_{\perp} x, \quad (10)$$

где E — энергия пучка; x — его поперечное смещение.

Практически для любого участка вакуумной камеры импеданс может быть представлен в виде эквивалентной RLC-цепи для каждой моды колебаний:

$$Z_{\parallel}(\omega) = \frac{R_{\parallel}}{1 + iQ(\omega/\omega_r - \omega_r/\omega)}, \quad Z_{\perp}(\omega) = \frac{\omega_r}{\omega} \frac{R_{\perp}}{1 + iQ(\omega/\omega_r - \omega_r/\omega)}, \quad (11)$$

где R — шунтовое сопротивление продольной (Ом) или поперечной (Ом/м) моды; ω_r — резонансная частота и Q — добротность. Поскольку время затухания резонансной моды равно $\tau = 2Q/\omega_r$, высокодобротная (узкополосная) мода является более долгоживущей, чем низкодобротная (широкополосная). Узкополосный импеданс приводит к взаимодействию нескольких ступков между собой, в то время как широкополосный импеданс вносит взаимодействие частиц внутри ступка. Таким образом, в принципе можно отдельно рассматривать узкополосный и широкополосный импедансы в соответствии с видом связи между частицами пучка, вносимой тем или иным импедансом.

Широкополосный импеданс можно полагать аддитивным, поскольку wake-поля быстро затухают и интерференцией wake-полей, возбуждаемых пучком в разных компонентах вакуумной камеры, практически можно пренебречь. Широкополосный импеданс вакуумной камеры в целом может быть получен суммированием широкополосных импедансов всех компонентов. Величина суммарного широкополосного импеданса используется для оценок устойчивости внутрискучков движения пучка (а также является мерой качества проектирования и изготовления вакуумной камеры).

Для вакуумной камеры кругового сечения связь между продольным и поперечным дипольным импедансом описывается формулой (следствие теоремы Панофского–Венцеля (3))

$$Z_{\perp} = \frac{2c}{\omega b^2} Z_{\parallel}, \quad (12)$$

где b — радиус камеры. Эта формула может также использоваться для грубых оценок и в случае камеры переменного сечения, если полагать b равным средней полувысоте камеры.

Во многих практически важных случаях для оценок устойчивости движения пучка частотная зависимость суммарного широкополосного эффективного импеданса $Z_{\text{ВВ}}$ вакуумной камеры может быть приближенно описана моделью низкодобротного резонатора [2, 7]

$$\begin{aligned} Z_{\parallel\text{ВВ}}(\omega) &= \frac{R_{\parallel}}{1 + iQ(\omega/\omega_c - \omega_c/\omega)}, \\ Z_{\perp\text{ВВ}}(\omega) &= \frac{\omega_c}{\omega} \frac{R_{\perp}}{1 + iQ(\omega/\omega_c - \omega_c/\omega)}, \end{aligned} \quad (13)$$

где R_{\parallel} , R_{\perp} — шунтовое сопротивление; $Q \simeq 1$ — добротность; ω_c — характеристическая частота. Эта частота определяет ширину полосы взаимодействия, ее величина зависит от размера области взаимодействия. Для коротких ($\sigma_z < b$) сгустков ω_c определяется характерным поперечным размером b вакуумной камеры: $\omega_c \approx c/b$. Если длина сгустка σ_z значительно превышает размер b , то электромагнитные поля возбуждаются пучком в полосе частот, ограниченной спектром пучка $\hat{\lambda}(\omega)$, и характеристическая частота модельного импеданса (13) может быть определена как $\omega_c \approx c/\sigma_z$. На низких частотах продольный широкополосный импеданс (13) можно приближенно полагать индуктивным:

$$Z_{\parallel\text{ВВ}}(\omega) \approx i \frac{R_{\parallel}}{Q} \frac{\omega}{\omega_c} = \frac{Z_{\parallel}}{n} \frac{\omega}{\omega_0}.$$

Здесь Z_{\parallel}/n — нормализованный продольный импеданс, часто используемый в расчетах импедансов и оценках устойчивости пучка; n — номер гармоники частоты обращения $n = \omega/\omega_0$. Низкочастотный поперечный импеданс Z_{\perp} пропорционален величине Z_{\parallel}/n :

$$Z_{\perp} = \frac{2R}{b^2} \frac{Z_{\parallel}}{n},$$

R — средний радиус ускорителя.

Для анализа продольных неустойчивостей пучка используется эффективный импеданс $(Z_{\parallel}/n)_{\text{эфф}}$, который является взвешенным, усредненным по спектру частот пучка [8]. Существует приближенное соотношение между низкочастотным и эффективным импедансом, зависящее от среднеквадратичной длины пучка. Для коротких сгустков, если среднеквадратичная длительность сгустка $\sigma_t = \sigma_z/c$ значительно меньше величины $1/\omega_c$, где ω_c — характеристическая частота импеданса, $(Z_{\parallel}/n)_{\text{эфф}} \approx \omega_c \sigma_t (Z_{\parallel}/n)$, в то время как для длинных сгустков, т.е. если $\sigma_t > 1/\omega_c$, можно считать что $(Z_{\parallel}/n)_{\text{эфф}} \approx (Z_{\parallel}/n)$.

2. ПРОДОЛЬНАЯ МИКРОВОЛНОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Теоретические и экспериментальные исследования устойчивости продольного движения сгруппированного пучка в циклических ускорителях и накопителях электронов проводились с 1960-х гг. [9–11]. Механизм неустойчивости когерентных продольных колебаний, возникающей при взаимодействии пучка с резонансным импедансом, подробно описан в [1]. Устойчивость движения исследовалась аналитически с использованием модели макрочастиц и модели непрерывной среды. Сгусток частиц, движущийся по замкнутой орбите и совершающий когерентные продольные колебания, представляет собой импульсный ток, модулированный по фазе. Поскольку длительность импульсов мала по сравнению с периодом повторения, спектр пучка содержит большое количество гармоник. Фазовая модуляция приводит к появлению боковых частот вблизи каждой из гармоник спектра. В результате частотный спектр фазомодулированного тока пучка и, соответственно, наводимого пучком в окружающей структуре поля содержит очень много комбинационных частот. В свою очередь, наведенные поля могут возбуждать колебания частиц пучка, каждая из которых представляет собой осциллятор с собственной частотой. В связи с богатым спектром комбинационных частот подавление продольной неустойчивости представляет собой непростую задачу.

При малых токах энергетический разброс релятивистского электронного пучка не зависит от его интенсивности. Взаимодействие сгруппированного пучка с продольными wake-полями (широкополосный импеданс) приводит к изменению формы и удлинению сгустка из-за искажения потенциальной ямы. Распределение продольной плотности пучка $\lambda(t)$ в зависимости от среднего тока I_b может быть приближенно описано интегральным уравнением Хайсинского [12]

$$\lambda(t) = K \exp \left(-\frac{t^2}{2\sigma_{t0}^2} - \frac{\alpha I_b}{\nu_s^2 E/e} \int_{-\infty}^t S(t+t') \lambda(t') dt' \right), \quad (14)$$

где $\sigma_{t0} = \sigma_{z0}/c$, σ_{z0} — длина сгустка при нулевом токе пучка:

$$\sigma_{z0} = \frac{\alpha R}{\nu_s} \frac{\sigma_E}{E},$$

E — средняя энергия пучка; σ_E/E — относительный энергетический разброс; ν_s — синхротронная частота (в единицах частоты обращения); α — коэффициент расширения орбит; R — средний радиус ускорителя. Взаимодействие пучка с wake-полями описывается функцией

$$S(t) = \int_0^t W_{\parallel}(t) dt,$$

где W_{\parallel} — wake-функция. Коэффициент K определяется из условия нормировки $\int_{-\infty}^{\infty} \lambda(z) dz = 1$.

Уравнение (14) для заданной модели импеданса обычно решается численно, что позволяет определить форму продольного распределения плотности сгустка в зависимости от тока пучка, которая может быть использована для аппроксимации измеренных данных. Таким образом может быть измерен широкополосный продольный импеданс ускорителя.

Когда ток пучка превышает некоторую пороговую величину, возникает микроволновая неустойчивость продольного движения (неустойчивость продольных связанных мод, longitudinal mode coupling instability), которая наблюдалась и исследовалась во многих ускорительных лабораториях [13–18]. Неустойчивость регистрируется датчиками пучка как сигналы в СВЧ-диапазоне, отсюда название «микроволновая». Динамика продольного движения пучка выше порога микроволновой неустойчивости характеризуется увеличением энергетического разброса и длины сгустка с ростом тока. Микроволновая неустойчивость является результатом взаимодействия большого числа мод колебаний пучка, затухающих со своими характерными временами, в результате чего происходит турбулентное удлинение сгустка. На рис. 1, *a* приведен пример измеренной зависимости от тока длины электронного и позитронного пучков ВЭПП-4М, а на рис. 1, *б* — зависимость энергетического разброса от тока пучка, измеренная на установке ELETTRA [18], на обоих графиках виден порог I_{th} микроволновой неустойчивости.

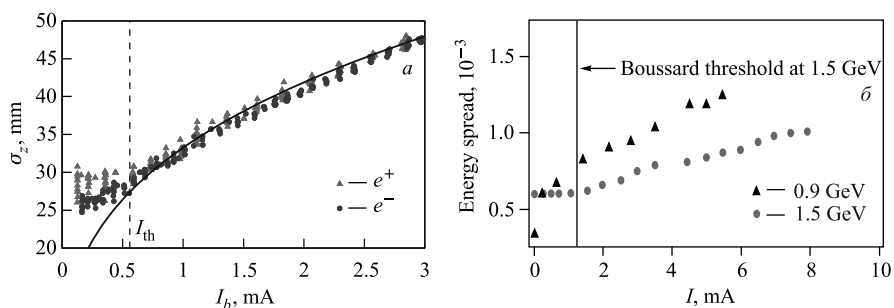


Рис. 1. Удлинение пучка ВЭПП-4М (*a*) и рост энергетического разброса пучка ELETTRA (*б*)

Кроме удлинения сгустка и увеличения энергетического разброса довольно распространенными являются релаксационные колебания пучка (sawtooth instability). Наблюдаемые пилообразные колебания синхротронных гармоник в спектре пучка указывают на достижение порога микроволновой неустойчивости. Наиболее реалистичным механизмом возбуждения релаксационных колебаний представляется взаимодействие мод колебаний, как азиму-

тальных, так и радиальных, в зависимости от характера импеданса связи. Неустойчивость азимутальной моды может объясняться негармоничностью движения частицы в потенциальной яме $U(x) \sim x^3$ [19, 20]. Возбуждение колебаний частиц пучка происходит по известному механизму затыгивания частот аналогично воздействию внешнего периодического возмущения на нелинейный осциллятор. Затянутые в колебательный режим частицы производят периодический сигнал с частотами $m\nu_s$, $m = 1, 2, \dots$. Взаимодействие нескольких неустойчивых мод или неустойчивых мод с устойчивыми может привести к периодической негармонической модуляции их амплитуд. Зависимость частоты нелинейных колебаний от их амплитуды приводит к затуханию когерентной моды и к увеличению энергетического разброса, при этом изменяется функция распределения частиц в пучке [21, 22]. В результате рост неустойчивости прекращается при достижении некоторой равновесной амплитуды. Радиационное затухание восстанавливает равновесное распределение частиц пучка, и процесс возбуждения повторяется.

Поскольку амплитуда продольных колебаний частиц пучка обычно ограничивается нелинейными эффектами, микроволновая неустойчивость редко приводит к потерям частиц, однако может ухудшить качество пучка, в частности, на электрон-позитронных коллайдерах микроволновая неустойчивость является причиной снижения светимости [23].

Если импеданс можно считать индуктивным (низкочастотные wake-поля, возбуждаемые длинным сгустком), то для оценки амплитудного значения (peak current) порогового тока сгустка I_p применим эмпирический критерий Боссарда [24]

$$I_p = \frac{\alpha}{|Z_{\parallel}/n|} \frac{E}{e} \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_{\text{FWHM}}^2, \quad (15)$$

который согласуется с формулой Кайла–Шнелля [25], выведенной в рамках модели непрерывного пучка. Здесь $|Z_{\parallel}/n|$ — нормализованный продольный импеданс; $\frac{\Delta p}{p} = \frac{\gamma^2}{\gamma^2 - 1} \frac{\Delta E}{E}$ — ширина распределения частиц по продольному импульсу, для ультрарелятивистских пучков ($\gamma \gg 1$) равная энергетическому разбросу $\Delta E/E$.

Для сгустка с гауссовым распределением плотности и среднеквадратичной длиной σ_z амплитудное значение тока I_p связано со средним током I_b следующим соотношением:

$$I_p = \frac{\sqrt{2\pi}R}{\sigma_z} I_b. \quad (16)$$

Средний пороговый ток микроволновой неустойчивости определяется выражением

$$I_{\text{th}} = \frac{\sqrt{2\pi}(E/e)\nu_s^2}{\alpha|Z_{\parallel}/n|} \left(\frac{\sigma_{z0}}{R} \right)^3. \quad (17)$$

Спектр продольных колебаний пучка выше порога микроволновой неустойчивости содержит большое количество гармоник, поэтому анализ динамики пучка является непростой задачей. Так как задача существенно нелинейна, аналитические модели разрабатываются с использованием методов теории возмущений. Тем не менее во многих практически интересных случаях нелинейные члены не могут считаться малыми, и это ограничивает возможности анализа. В настоящее время основным инструментом исследования механизмов возбуждения и подавления микроволновой неустойчивости является компьютерное моделирование с использованием различных методов: трекинга частиц [26], численного решения линеаризованного уравнения Власова [19, 20, 27] или нелинейного уравнения Фоккера–Планка [28, 29].

Уравнение Фоккера–Планка для функции f , описывающей распределение частиц в фазовом пространстве, имеет вид [29]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{x} \frac{\partial f}{\partial x} + \dot{p} \frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left(D_1 p f + D_2 \frac{\partial f}{\partial p} \right), \quad (18)$$

где $f = f(t, x, p)$ является функцией канонических переменных — отклонений продольной координаты x и продольного импульса p от равновесных значений,

$$\dot{x} = \frac{\alpha c}{E} p,$$

E — энергия; α — коэффициент расширения орбит. Коэффициенты затухания D_1 и диффузии D_2 являются функциями времени радиационного затухания τ_d и невозмущенного относительного энергетического разброса σ_e :

$$D_1 = \frac{2}{\tau_d}, \quad D_2 = \frac{2}{\tau_d} \sigma_e^2.$$

Производная продольного импульса по времени представляет собой сумму сил ускоряющего ВЧ-поля $F_{\text{RF}}(t, x)$ и wake-полей $F_w(t, x)$:

$$\dot{p} = F_{\text{RF}}(t, x) + F_w(t, x).$$

Прямое численное интегрирование уравнения Фоккера–Планка [28, 29], описывающего динамику распределения частиц пучка в фазовом пространстве, позволяет не только определить пороговый ток неустойчивости, но и моделировать динамику пучка выше порога.

Анализ устойчивости пучка путем приближенного решения линеаризованного уравнения Власова [19, 20, 27] производится методами теории возмущений. Линеаризация заключается в отбрасывании членов второго порядка малости и выше, в результате уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \dot{x} \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{F_0}{m_p} \frac{\partial f_1}{\partial p} = - \frac{F_1}{m_p} \frac{\partial f_0}{\partial p}, \quad (19)$$

где m_p — масса частицы, функция распределения частиц $f(t, x, p) = f_0(x, p) + f_1(t, x, p)$ представлена в виде суммы стационарной (не зависящей от времени) части $f_0(x, p)$ и малого возмущения $f_1(t, x, p)$, а сила Лоренца $F(t) = F_0 + F_1(t)$, действующая на частицы, — в виде суммы стационарной части F_0 (внешние электромагнитные поля и wake-поля, возбуждаемые f_0) и малой добавки F_1 , соответствующей зависимым от времени wake-полям, возбуждаемым f_1 . Если возмущение считать колебательным ($\sim e^{-i\omega t}$), то путем замены $\partial/\partial t \rightarrow -i\omega$ получается система алгебраических уравнений, решением которой являются комплексные частоты колебаний. Решение задачи на собственные значения для мод колебаний позволяет анализировать связь неустойчивых и устойчивых мод, определить пороговый ток возбуждения неустойчивости и оценить зависимость инкрементов/декрементов от тока пучка.

Как показали многочисленные исследования, микроволновая неустойчивость возбуждается в результате взаимодействия большого числа мод и спектр продольных колебаний пучка содержит очень много комбинационных частот, что делает крайне затруднительным разработку системы обратной связи, которая могла бы эффективно подавлять неустойчивость. Практически единственным средством предотвращения микроволновой неустойчивости является минимизация импеданса связи вакуумной камеры на этапе ее проектирования, причем использование общепринятой модели эквивалентного широкополосного резонатора (13) может оказаться недостаточным, оценки и моделирование импеданса должны проводиться с учетом высокочастотных составляющих. Кроме того, многосгустковый режим работы ускорителя позволяет уменьшить ток в каждой сгустке и не превышать (или несильно превышать) пороговый ток неустойчивости.

3. ПРОДОЛЬНАЯ МНОГОСГУСТКОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Современные электрон-позитронные накопители, как коллайдеры, так и источники синхротронного излучения, работают в многосгустковом режиме. Таким образом достигаются большие суммарные токи пучков (несколько ампер) при относительно малых токах сгустков, не превышающих пороги односгустковых неустойчивостей. Однако взаимодействие пучка с узкополосным импедансом приводит к возбуждению долгоживущих wake-полей, которые, воздействуя на следующие сгустки, могут вызвать неустойчивость движения пучка в многосгустковом режиме. Продольная многосгустковая неустойчивость наблюдалась и исследовалась на многих установках: PEP (США) [30], ELETTRA (Италия) [31], CESR (США) [32], ESRF (Франция) [33], ALS, SPEAR (США), DAΦNE (Италия) [34], BESSY-II (Германия) [35], ВЭПП-4М (Россия) [36], PEP-II (США) [38], КЕК РF (Япония) [39], в настоящее время разработан инструментарий для ее подавления, включая системы обратной

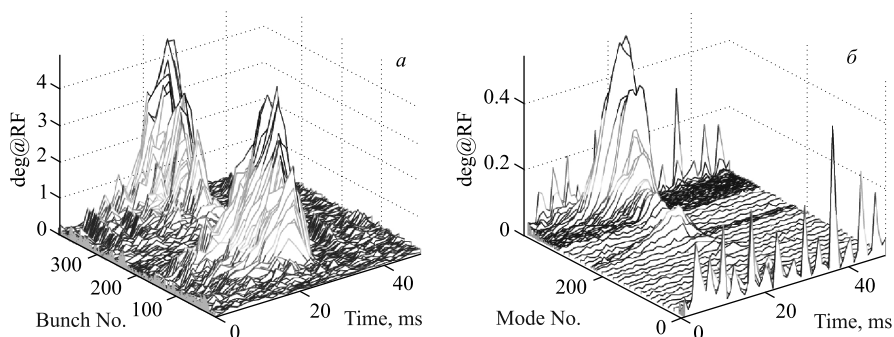


Рис. 2. Измерения продольной многосгустковой неустойчивости пучка BESSY-II

связи. На рис. 2 приведен пример измерений продольной многосгустковой неустойчивости пучка BESSY-II [35], на рис. *a* показана временная эволюция амплитуд колебаний сгустков, на рис. *b* — эволюция амплитуд мод колебаний.

Основной вклад в узкополосный импеданс дают паразитные высшие моды ускоряющих высокочастотных резонаторов. Минимизация высших мод — необходимое условие проектирования современных резонаторов. Для электрон-позитронных коллайдеров и источников синхротронного излучения разрабатываются ускоряющие резонаторы с подавлением высших мод — одномодовые резонаторы [40–43], как с нормальной проводимостью, так и сверхпроводящие. В таких резонаторах подавление высших мод осуществляется с помощью специальных ВЧ-нагрузок, изготавливаемых из слабопроводящей керамики и помещаемых в вакуумный объем. Вывод высших мод производится через специальные волноводы. Геометрия резонатора должна обеспечивать хорошую связь нагрузок с высшими модами, при этом характеристики основной (ускоряющей) моды не должны ухудшаться, поэтому одномодовые резонаторы имеют довольно сложную форму, для оптимизации которой проводятся тщательные расчеты конфигурации полей в резонаторе с помощью программ трехмерного моделирования, таких как MAFIA [44] и GdfidL [45]. Тем не менее полное подавление высших мод во всем диапазоне частот, возбуждаемых пучком, является практически невыполнимой задачей.

Пучок, состоящий из N_b сгустков, равномерно распределенных по периметру ускорителя, может рассматриваться как система связанных осцилляторов, имеющая N_b степеней свободы и, соответственно, N_b мод колебаний со сдвигом фазы $\Delta\varphi = 2\pi n/N_b$, $n = 0, 1, \dots, N_b - 1$. Взаимодействие такого пучка с высшей модой резонатора приводит к резонансному возбуждению n -й моды колебаний при совпадении частоты высшей моды ω_r с какой-либо из частот ω_{np} спектра пучка

$$\omega_{np} = (pN_b + n + m\nu_s)\omega_0, \quad (20)$$

где p — целое число; ν_s — синхротронная частота в единицах частоты обращения ω_0 ; m — когерентная мода колебаний (дипольная $m = 1$, квадрупольная $m = 2$ и т. д.).

Если не принимать во внимание динамику частиц внутри сгустка, то для оценок устойчивости пучка может быть использована модель жестких сгустков. В рамках этой модели комплексный когерентный сдвиг частоты n -й моды имеет вид [2, 46, 47]

$$\Delta\Omega_{\parallel n} = -i \frac{\alpha N_b I_b}{4\pi \nu_s E/e} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \omega_{np} Z_{\parallel}(\omega_{np}) e^{-\omega_{np}^2 \sigma_t^2}, \quad (21)$$

где $N_b I_b$ — полный средний ток пучка; $\sigma_t = \sigma_z/c$, σ_z — среднеквадратичная длина сгустка с гауссовым распределением продольной плотности; Z_{\parallel} — продольный импеданс связи. Мода становится неустойчивой, если $\text{Im} \Delta\Omega_{\parallel n} < 0$, при этом время нарастания равно $\tau_{\parallel n} = -2\pi/\text{Im} \Delta\Omega_{\parallel n}$.

Пусть n -я мода колебаний возбуждается какой-либо из высших мод ускоряющего резонатора, импеданс которой имеет вид (11):

$$Z_{\parallel \text{НОМ}}(\omega) = \frac{R_s}{1 + iQ(\omega/\omega_r - \omega_r/\omega)}, \quad (22)$$

где ω_r — резонансная частота; R_s — шунтовое сопротивление и Q — добротность. В этом случае время нарастания может быть оценено с помощью формулы [46, 48]

$$\frac{1}{\tau_{\parallel n}} = \frac{\alpha N_b I_b}{4\pi \nu_s E/e} \omega_{np} \text{Re} Z_{\parallel \text{НОМ}}(\omega_{np}). \quad (23)$$

Если частота n -й моды колебаний ω_{np} близка к резонансной частоте высшей моды ω_r , то импеданс $\text{Re} Z_{\parallel \text{НОМ}}$ может быть выражен через характеристическое сопротивление $\rho = R_s/Q$ и добротность Q высшей моды приближенной формулой

$$\text{Re} Z_{\parallel \text{НОМ}}(\Delta\omega) \approx \frac{\rho Q}{1 + 4Q^2(\Delta\omega/\omega_r)^2}, \quad (24)$$

где $\Delta\omega = \omega_{np} - \omega_r$ — расстройка частоты ($\Delta\omega \ll \omega_r$).

В электрон-позитронных накопителях основным механизмом подавления продольных колебаний является радиационное затухание. Для устойчивого движения необходимо, чтобы характерное время τ_s радиационного затухания было меньше, чем время нарастания $\tau_{\parallel n}$ (23) любой моды в рабочем диапазоне тока пучка. Поскольку импеданс каждой из высших мод характеризуется своими значениями резонансной частоты, шунтового сопротивления и добротности, время нарастания неустойчивости надо оценивать для каждой моды. Учитывая радиационное затухание, можно оценить минимальную величину

сдвига частоты высшей моды от резонанса, необходимую для стабилизации n -й моды колебаний [48]:

$$|\Delta\omega| \geq \frac{\omega_r}{2Q} \sqrt{N_b I_b \frac{\alpha \tau_s}{4\pi \nu_s E/e} \omega_{np} \rho Q - 1}. \quad (25)$$

Отстройка высших мод от резонанса с частотами $\omega_{np} = (pN_b + n + \nu_s)\omega_0$ может осуществляться с помощью регулирования температуры резонатора. Варьирование температуры резонатора изменяет его геометрические размеры, и, таким образом, происходит сдвиг резонансных частот высших мод. В принципе, могут быть найдены определенные диапазоны температур, соответствующие отстройке частот высших мод от резонансов. Использование современных систем авторегулирования позволяет стабилизировать температуру резонаторов с точностью $0,05^\circ\text{C}$ и тем самым поддерживать стабильность пучка в течение эксперимента [31, 49].

Одним из эффективных механизмов подавления продольной многосгустковой неустойчивости является затухание Ландау, причина которого — разброс собственных частот частиц пучка из-за нелинейности потенциальной ямы синхротронных колебаний. Для анализа продольной устойчивости пучка с учетом затухания Ландау вместо простой модели жестких сгустков должны использоваться более адекватные модели, включающие, в частности, уравнение Власова для функции f_p распределения частиц в p -м сгустке ($p = 0, 1, \dots, N_b - 1$) [50]:

$$\frac{\partial f_p}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial I_p} \frac{\partial f_p}{\partial \psi_p} - \frac{\partial H}{\partial \psi_p} \frac{\partial f_p}{\partial I_p} = 0, \quad (26)$$

где H — гамильтониан системы, в который входят члены, описывающие взаимодействие частиц с внешними электромагнитными полями (включая нелинейные) и wake-полями, возбуждаемыми пучком; I_p и ψ_p — канонические переменные действие–фаза. Решение уравнения Власова ищется в виде

$$f_p(I_p, \psi_p) = f_0(I_p) + f_{mp}(I_p) e^{im\psi_p + i\Omega t}, \quad (27)$$

где $\Omega \ll \nu_{s0}\omega_0$ — когерентный сдвиг частоты; $\nu_{s0}\omega_0$ — невозмущенная частота синхротронных колебаний, функция f_p представлена в виде суммы стационарной части f_0 (равновесное распределение, гауссово для всех сгустков) и малого возмущения f_m , m — когерентная мода колебаний (дипольная $m = 1$, квадрупольная $m = 2$ и т.д.). Пренебрегая членами выше первого порядка по f_p и совершая переход от системы уравнений для N_b сгустков к системе для N_b мод колебаний

$$f_{mp} = f_{mn} e^{i2\pi np/N_b}, \quad (28)$$

где $n = 0, 1, \dots, N_b - 1$ — номер моды, можно записать матричное уравнение для вектора f_{mn} амплитуд мод колебаний:

$$f_{mn}(I) = \frac{me^2\omega_0^2 N_b}{2\pi E} \frac{\partial f_0/\partial I}{\Omega + m(\partial H/\partial I)} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{Z(\Omega - \nu_{s0}\omega_0 - n\omega_0 + kN_b\omega_0)}{i(n - kN_b)} \times \\ \times J_m\left((n - kN_b)\sqrt{\frac{2\alpha I}{\nu_{s0}}}\right) \sigma_{mn}(n - kN_b), \quad (29)$$

где

$$\sigma_{mn}(n - kN_b) = \int_0^{\infty} f_{mn}(I) J_m\left((n - kN_b)\sqrt{\frac{2\alpha I}{\nu_{s0}}}\right) dI,$$

Z — импеданс связи; J_m — функция Бесселя порядка m .

Таким образом, поскольку спектр колебаний представляет собой набор резонансных мод, анализ устойчивости с учетом затухания Ландау сводится к поиску собственных значений (29) для заданного импеданса связи и нелинейности ВЧ-потенциала. Инкременты неустойчивых мод могут быть найдены путем аналитического [1, 50, 51] или численного [33, 52] решения задачи на собственные значения (29).

Кроме методов, основанных на анализе связи мод колебаний, для изучения многосгустковой неустойчивости используется метод трекинга частиц с учетом коллективных эффектов, также позволяющий оценить инкременты и условия устойчивости [53, 54].

В ускорителях с большим количеством (десятки и сотни) сгустков довольно эффективным способом борьбы с продольной многосгустковой неустойчивостью является неравномерное заполнение ВЧ-сепаратрис, когда в последовательности сгустков делается 5–10 %-й зазор и тем самым разрушаются условия резонансного возбуждения. Анализ устойчивости пучка с неравномерным заполнением представлен в [33] в сравнении с экспериментальными данными, полученными на установке ESRF (Франция).

В настоящее время на многих электрон-позитронных накопителях основным средством подавления продольной многосгустковой неустойчивости являются системы обратной связи [34–39].

4. ПОПЕРЕЧНАЯ HEAD-TAIL-НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Резонансное взаимодействие пучка и короткоживущих поперечных wake-полей, характеризуемое поперечным широкополосным импедансом, является причиной неустойчивости поперечных связанных мод (transverse coupling modes, ТМС или fast head-tail). Короткоживущие wake-поля, наведенные

головной частью сгруппированного пучка, воздействуют на частицы его хвостовой части (head-tail-эффект). Из-за синхротронных колебаний голова и хвост пучка периодически меняются местами, при выполнении резонансных условий происходит неограниченное нарастание амплитуды бетатронных колебаний, проводящее к потерям частиц пучка.

Поскольку ТМС-неустойчивость является существенным фактором, ограничивающим интенсивность пучка в циклических ускорителях, в ряде ускорительных лабораторий проводились экспериментальные и теоретические исследования с использованием как аналитических (двухчастичная модель, модель полого пучка, уравнение Власова и теория возмущений), так и численных методов [7, 55–57].

Двухчастичная модель неустойчивости поперечных связанных мод подробно анализируется в [2]. Пучок представлен в виде двух макрочастиц с зарядом $q/2$, где $q = I_b/f_0$, I_b — средний ток пучка, f_0 — частота обращения. Макрочастицы совершают противофазные синхротронные колебания с одинаковой амплитудой. Анализ уравнений движения позволяет сделать оценки устойчивости движения пучка. Как показано в [2], сдвиг бетатронной частоты $\omega_\beta = \nu_\beta \omega_0$ при малых токах линейно зависит от тока пучка:

$$\frac{d\omega_\beta}{dI_b} = -\frac{W_0 c}{8 \omega_\beta E/e}. \quad (30)$$

Постоянная wake-функция W_0 , используемая в [2], может быть определена в терминах широкополосного импеданса как $W_0 = \omega_c Z_{\perp 1}(\omega_\beta \beta/c)$, где $Z_{\perp 1}$ — низкочастотный поперечный импеданс, β — бета-функция в местах локализации импеданса, ω_c — характеристическая частота широкополосного импеданса. В рамках модели низкодобротного резонатора (13) $Z_{\perp 1} = \text{Im } Z_{\perp \text{BB}}(0)$. Формфактор $\omega_\beta \beta/c$, зависящий от магнитной структуры, равен единице для аксиально-симметричной модели ускорителя.

Согласно двухчастичной модели при достижении порогового тока ТМС-неустойчивости частота колебаний 0-й (когерентной) моды сдвигается на половину синхротронной частоты $\omega_s/2$. Пороговый ток может быть оценен по измеренному сдвигу (30) бетатронной частоты при малых токах. В случае пучка с гауссовым распределением плотности обычно используется множитель $\sqrt{2\pi}$, следующий из определения амплитудного значения тока пучка (16):

$$I_{\text{ТМСИ}} = \frac{\sigma_z}{\sqrt{2\pi} R} \frac{4\pi \nu_s E/e}{\langle \text{Im } Z_{\perp \text{BB}} \beta \rangle}, \quad (31)$$

где $\langle \text{Im } Z_{\perp \text{BB}} \beta \rangle$ — суммарный широкополосный реактивный импеданс, взвешенный по бета-функции.

На рис. 3 приведен пример пооборотных измерений тока (рис. а) и вертикальной координаты (рис. б), а также спектр колебаний (рис. в) пучка, инжектированного в электрон-позитронный коллайдер ВЭПП-4М в режиме с

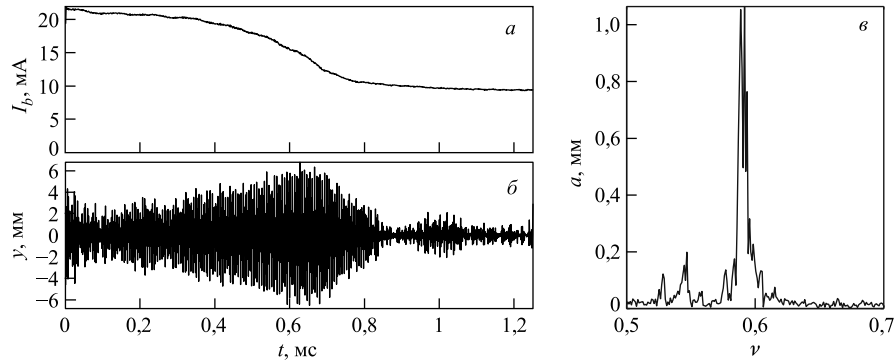


Рис. 3. Развитие ТМС-неустойчивости пучка ВЭПП-4М

увеличенной синхротронной частотой, при этом пороговый ток составляет около 10 мА. Для увеличения синхротронной частоты повышалось напряжение на ускоряющих ВЧ-резонаторах, а сокращение продольного размера пучка компенсировалось с помощью дипольной змейки. Видно, как с развитием неустойчивости происходят потери пучка до величины, ниже пороговой.

Теоретический анализ ТМС-неустойчивости и связи head-tail-мод, основанный на модели полого пучка без учета хроматических и нелинейных эффектов, изложен в [58]. В результате решения задачи на собственные значения получено кубическое уравнение для комплексных частот 0-й, -1-й и 1-й head-tail-мод, которое, пренебрегая разбросом синхротронных частот в пучке $\Delta\omega_s \ll \omega_s$, можно записать в виде

$$\left(\nu - \frac{\pi}{2} \frac{d\omega_\beta/dI}{\sqrt{2\pi}\omega_s} I_b\right)(\nu^2 - 1) + \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{d\omega_\beta/dI}{\sqrt{2\pi}\omega_s}\right)^2 I_b^2 \nu = 0. \quad (32)$$

Корни уравнения (32) ν_0 , ν_{-1} и ν_{+1} соответствуют комплексному сдвигу частоты 0-й, -1-й и 1-й head-tail-мод, выраженному в единицах синхротронной частоты ω_s ; ($\text{Re } \nu$ — собственно частота, $\text{Im } \nu$ — инкремент). Здесь $d\omega_\beta/dI$ — когерентный сдвиг бетатронной частоты, пропорциональный интенсивности пучка и импедансу связи; I_b — ток пучка. На рис. 4 показаны зависимости частот 0-й, -1-й и 1-й head-tail-мод от тока пучка, рассчитанные по формуле (38) для двух значений синхротронной частоты: $\nu_s = 0,01$ (рис. а) и $\nu_s = 0,018$ (рис. б) в сравнении с экспериментальными данными. Расчеты выполнены для ВЭПП-4М на энергии 1,8 ГэВ, точками на графики нанесены измеренные значения. Видно, что пороговый ток ТМС-неустойчивости, определяемый по совпадению частот 0-й и -1-й head-tail-мод, пропорционален синхротронной частоте.

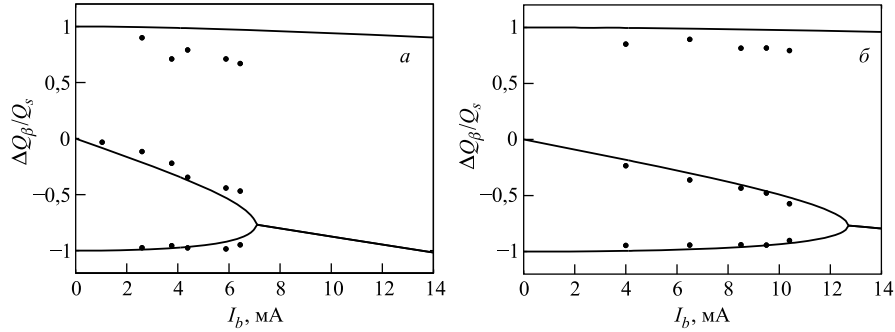


Рис. 4. Расчетная и измеренная зависимости сдвига частот 0-й, 1-й и -1-й head-tail-мод

При ненулевом хроматизме магнитной структуры возникает head-tail-эффект, когда некоторые моды колебаний становятся неустойчивыми при любом токе пучка, без порога. Хроматический head-tail-эффект характеризуется head-tail-фазой

$$\chi = \frac{\xi \sigma_z}{\alpha R}, \quad (33)$$

где α — коэффициент расширения орбит, а хроматизм ξ определен как

$$\xi \equiv \frac{\partial \nu_\beta}{\partial p/p}. \quad (34)$$

Результаты теоретических исследований head-tail-неустойчивости с учетом хроматизма магнитной структуры опубликованы в [1–3, 7, 57]. Двухчастичная модель дает широко используемую для оценок устойчивости приближенную формулу [2], применимую при условии $\chi \ll 1$:

$$\tau_{\pm}^{-1} = \mp I_b \frac{c \xi}{2\pi (E/e) \alpha \nu_\beta} Z_{\perp 1}, \quad (35)$$

где $Z_{\perp 1}$ — низкочастотный поперечный импеданс. Когерентная мода (колебания центра масс), характеризуемая временем τ_+ , затухает при $\xi/\alpha > 0$ и нарастает при $\xi/\alpha < 0$, в то время как некогерентная (поперечный размер пучка), характеризуемая τ_- , — наоборот. Как было отмечено в [2], двухчастичная модель дает завышенные значения инкремента/декремента. Более точные результаты дает формула

$$\tau_n^{-1} = -I_b \frac{c}{4\pi (E/e) \omega_\beta} \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re} Z_{\perp \text{BB}}(\omega) J_n^2\left(\frac{\omega}{\omega_c} - \chi\right) d\omega, \quad (36)$$

полученная с помощью метода усреднения, примененного к уравнению Власова, и требующая задания в явном виде частотной зависимости широкополосного поперечного импеданса $Z_{\perp\text{ВВ}}(\omega)$. Здесь J_n — функция Бесселя порядка n , ω_c — характеристическая частота широкополосного импеданса.

Если при положительном хроматизме $\xi > 0$ возбудить когерентные бета-тронные колебания пучка с помощью импульсного кикера, то зависимость декремента 0-й head-tail-моды от тока пучка может быть измерена. На рис. 5 представлены графики нормированных на ток пучка инкрементов/декрементов (36) 0-й, 1-й и 2-й head-tail-мод в зависимости от хроматизма, а также экспериментальные данные, полученные на ВЭПП-4М в 1997 и 2008 гг. Параметры модельного широкополосного импеданса $Z_{\perp\text{ВВ}}(\omega)$ (13) подобраны путем аппроксимации измеренных значений декремента 0-й head-tail-моды формулой (36). Для сравнения показана зависимость (35), вычисленная в рамках двухчастичной модели. Когерентная мода $n = 0$ затухает при положительном хроматизме и становится неустойчивой при отрицательном, высшие моды $n \geq 1$ — наоборот. Постоянные времени быстро уменьшаются с ростом n , и высшие моды практически не представляют опасности для устойчивости пучка, поскольку подавляются радиационным затуханием. Таким образом, при достаточно большом положительном хроматизме наблюдается эффект быстрого затухания когерентных колебаний с характерным временем, обратно пропорциональным току пучка. При определенных условиях быстрое затухание может подавлять ТМС-неустойчивость, этот эффект наблюдался в ИЯФ им. Г. И. Будкера на электрон-позитронных коллайдерах ВЭПП-2 [59] и ВЭПП-4М, а также на накопителе электронов — источнике СИ ESRF (Франция) [60].

Практически сразу после обнаружения head-tail-неустойчивости были начаты разработки систем обратной связи (ОС) для ее подавления. Для борьбы с многоступковыми неустойчивостями на многих установках успешно ис-

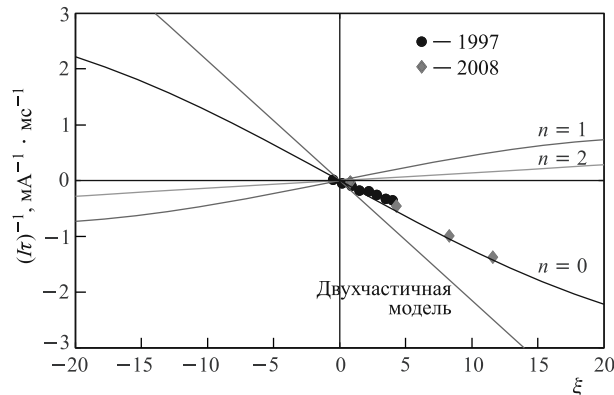


Рис. 5. Инкременты/декременты низших мод хроматического head-tail-эффекта

пользуется резистивная схема обратной связи, которая вносит затухание в колебательное движение жесткого сгустка. В случае же внутрисгустковой неустойчивости резистивная ОС с самого начала представлялась неадекватной, поскольку движение частиц в сгустке сложно, и трудно надеяться, что удастся внести затухание всех мод, воздействуя на центр масс сгустка. Поэтому была предложена реактивная схема ОС, которая препятствовала бы изменению частоты нулевой моды (колебания сгустка как целого) и таким образом уменьшала бы связь head-tail-мод, приводящую к ТМС-неустойчивости [55]. Согласно теории, разработанной с использованием как двухчастичной модели [61], так и модели сплошной среды (уравнение Власова) [62], реактивная обратная связь может повысить пороговый ток неустойчивости в 2–4 раза, в то время как резистивная обратная связь абсолютно непригодна для подавления ТМС-неустойчивости. При этом расчеты показали, что в случае реактивной ОС предъявляются очень жесткие требования к фазе обратной связи. Вариант реактивной системы обратной связи, предложенной в [56], был реализован на коллайдере LEP в ЦЕРН (Швейцария). Было достигнуто некоторое увеличение порогового тока пучка — около 5% [63].

Для электрон-позитронного коллайдера ВЭПП-4М была разработана система обратной связи с регулируемой фазой [64], позволяющая реализовать как реактивную, так и резистивную схемы. Исследовалось влияние обратной связи на эффективность инжекции пучка в ВЭПП-4М при небольшом положительном хроматизме. Неожиданно оказалось, что в противоречие теории [61, 62] резистивная обратная связь также повышает порог неустойчивости, причем более эффективно. На рис. 6 показана зависимость тока, захваченного в ВЭПП-4М, от фазы обратной связи. Как видно, оптимальная фаза

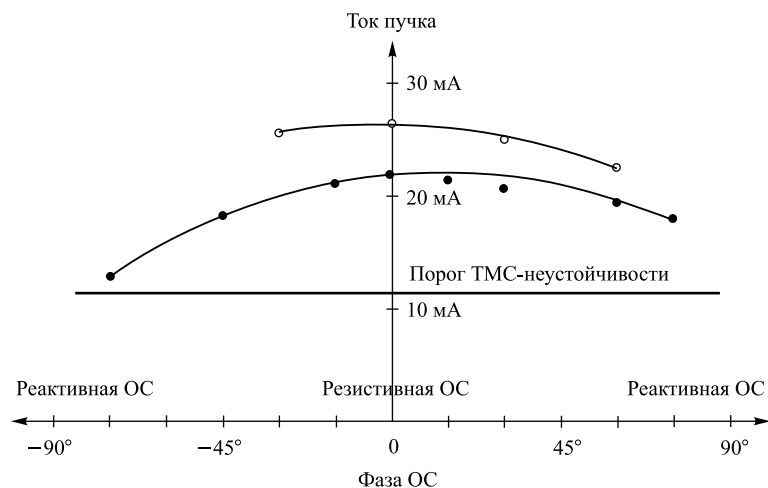


Рис. 6. Ток захваченного пучка ВЭПП-4М в зависимости от фазы обратной связи

обратной связи оказалась ближе к нулю (резистивная обратная связь), чем к 90° (реактивная обратная связь), при этом был достигнут ток пучка, более чем вдвое превышающий порог ТМС-неустойчивости [64].

Математическая модель head-tail-неустойчивости с учетом хроматизма магнитной структуры, разработанная на основе многомодового анализа задачи на собственные значения, опубликована в [7]. Взаимодействие пучка с широкополосным поперечным импедансом Z_\perp приводит к тому, что на каждую частицу действуют электромагнитные поля, индуцированные всеми предыдущими частицами. Движение модельного пучка из N макрочастиц, равномерно распределенных по фазам синхротронных колебаний, может быть описано системой дифференциальных уравнений

$$\frac{dy_k}{dz} + \frac{1}{N} \frac{\omega_0 I_b \langle \beta \rangle}{4\pi(E/e)} \sum_{j=0}^{N-1} \left(y_j \sum_{m=0}^{\infty} W_{kjm} \right) = 0, \quad (37)$$

где

$$W_{kjm} = Z_\perp [-i\omega_0(m - \nu_s)] \exp \left[i\omega_0(m - \xi) \frac{z_k - z_j}{c} \right],$$

y_k — комплексная амплитуда бетатронных колебаний k -й частицы; $\langle \beta \rangle$ — средняя бета-функция. Система (37) неудобна для анализа, поскольку число уравнений равно числу частиц N , которое должно быть достаточно большим, чтобы получить разумные результаты. Более того, так как продольные координаты частиц z_k, z_j явно зависят от времени, система (37) является системой дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.

Как показано в [7], гораздо эффективнее анализировать движение, используя симметричное разложение по модам колебаний, так как существенны только несколько самых низших мод. Кроме того, такой подход позволяет избавиться от уравнений с переменными коэффициентами. Используя модель сплошной среды и уравнение Власова, задачу анализа стабильности пучка можно свести к системе алгебраических уравнений

$$(i\nu + in)a_{nk} + \frac{I_b \langle \beta \rangle}{4\pi\nu_s(E/e)} \sum_{n'=-\infty}^{\infty} \sum_{k'=0}^{\infty} A_{nkn'k'} a_{n'k'} = 0, \quad (38)$$

где a_{nk} — комплексные амплитуды мод колебаний; n, n' — индексы поперечных мод; k, k' — индексы продольных мод. Матричные элементы $A_{nkn'k'}$ являются функциями широкополосного импеданса связи $Z_\perp(\omega)$ (33):

$$A_{nkn'k'} = \int_{-\infty}^{\infty} Z_\perp(\omega) I_{nk}(\omega - \omega_\xi) I_{n'k'}(\omega - \omega_\xi) d\omega, \quad (39)$$

где $\omega_\xi = \xi\omega_0/\alpha$, $I_{nk}(\omega)$ — функции, характеризующие моды колебаний гауссова пучка:

$$I_{nk}(\omega) = \frac{\varepsilon(n)}{\sqrt{(k+|n|)!k!}} \left(\frac{\omega\sigma_z}{\sqrt{2}c}\right)^{2k+|n|} \exp\left(-\frac{\omega^2\sigma_z^2}{2c^2}\right),$$

$$\varepsilon(n) = \begin{cases} n & \text{при } n \geq 0, \\ (-1)^n & \text{при } n \leq 0. \end{cases}$$
(40)

Обратная связь может быть введена в (38) как эквивалентный поперечный импеданс Z_{FB} .

Анализ устойчивости проводится следующим образом: система (38) является алгебраической системой уравнений с нулевой правой частью, поэтому она имеет нетривиальные решения, только если значения $-i\nu$ совпадают с собственными значениями матрицы, связанной с a_{nk} . Поскольку система (38) является бесконечномерной, она должна быть урезана до необходимого числа мод. Для каждой моды колебаний ν — это комплексный безразмерный сдвиг частоты, $\text{Re } \nu = \Delta\omega_\beta/\omega_s$ — относительный сдвиг бетатронной частоты, $\text{Im } \nu = 2\pi/\tau\omega_s$ — инкремент ($\text{Im } \nu < 0$) или декремент (если $\text{Im } \nu > 0$), нормализованный на синхротронную частоту. Таким образом, на основе анализа собственных значений системы (38) можно сделать выводы об устойчивости: если хотя бы для одной моды $\text{Im } \nu < 0$, то движение неустойчиво.

На рис. 7 приведен пример численного решения задачи на собственные значения (38) при нулевом хроматизме $\xi = 0$ для 10 низших мод, рис. а отображает зависимость $\text{Re } \nu$, а рис. б — $\text{Im } \nu$ от тока пучка I_b . Видна связь первых двух мод, когда ток пучка превышает порог (около 11 мА), при этом же токе $\text{Im } \nu$ принимает отрицательные значения, соответствующие инкременту неустойчивости.

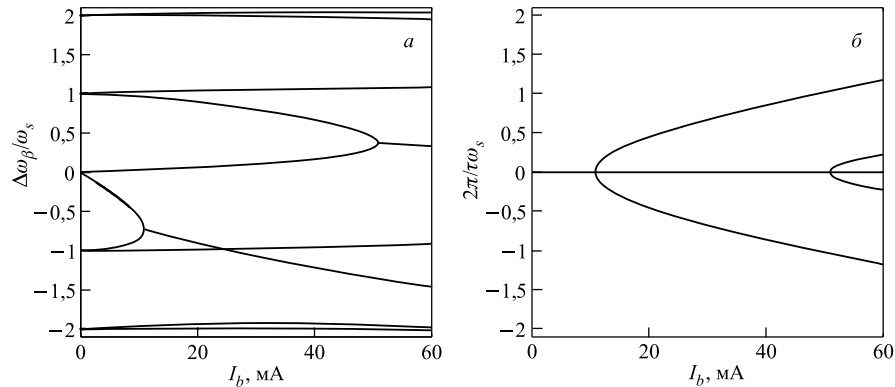


Рис. 7. Численное решение задачи на собственные значения

С использованием данной модели были подробно исследованы условия применимости реактивной, резистивной либо некоторой промежуточной схемы обратной связи для подавления ТМС-неустойчивости. Согласно [7] резистивная обратная связь должна эффективно подавлять неустойчивость при большом отрицательном хроматизме. Основная идея заключается в подавлении когерентной моды колебаний (центр масс пучка) с помощью обратной связи при стабильности высших мод за счет отрицательного хроматизма.

На основе теории [7] спроектирована и изготовлена цифровая система обратной связи для подавления поперечной неустойчивости пучка в электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М [65]. Проведены исследования эффективности системы поперечной ОС ВЭПП-4М в режимах с различными значениями вертикального хроматизма. Эксперименты показали, что вопреки теории [7] обратная связь более эффективна при положительном хроматизме, чем при отрицательном. В стандартном режиме ВЭПП-4М при энергии инжекции 1850 МэВ с вертикальным хроматизмом $\xi_y = 4$ достигнуто более чем трехкратное превышение порогового тока ТМС-неустойчивости, причем ограничение тока пучка определялось бустерным накопителем ВЭПП-3, а не системой обратной связи. При отрицательном хроматизме, несмотря на большое относительное приращение тока по сравнению с выключенной ОС, абсолютный максимальный ток все же меньше, чем при положительном. Была также обнаружена довольно сильная зависимость от нелинейности магнитной структуры. Таким образом, для понимания механизмов возникновения и подавления ТМС-неустойчивости должны одновременно учитываться как хроматические, так и нелинейные эффекты.

Одним из механизмов, подавляющим ТМС-неустойчивость, может оказаться потеря когерентности колебаний из-за нелинейности. Анализ динамики когерентных бетатронных колебаний в ведущем магнитном поле с ненулевым хроматизмом и кубической нелинейностью приведен в [66]. При выполнении условий

$$a_0 \gg \sigma_{\perp}, \quad t \ll \left| \frac{\partial \omega_{\beta}}{\partial a^2} \sigma_{\perp}^2 \right|^{-1},$$

где a_0 — начальная амплитуда когерентных бетатронных колебаний; σ_{\perp} — равновесный поперечный размер пучка; $\partial \omega_{\beta} / \partial a^2$ — амплитудно-зависимый сдвиг частоты бетатронных колебаний, огибающая колебаний имеет вид

$$A_1(t) \propto \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau^2}\right) \exp\left[-\left(\frac{\xi}{\nu_s} \frac{\sigma_E}{E}\right)^2 (1 - \cos \omega_s t)\right], \quad (41)$$

где

$$\tau^{-1} = 2 \frac{\partial \omega_{\beta}}{\partial a^2} a_0 \sigma_{\perp}, \quad (42)$$

$\omega_s = \nu_s \omega_0$ — циклическая частота синхротронных колебаний; ξ — хроматизм, а σ_E/E — среднеквадратичный энергетический разброс пучка. В формуле (41) первый экспоненциальный множитель соответствует потере когерентности колебаний из-за нелинейности $\partial\omega_\beta/\partial a^2$, зависимость огибающей от времени имеет гауссов вид. Подавление неустойчивости возможно при выполнении условия $\tau \sim 2\pi/\omega_s$.

Вторая экспонента в (41) соответствует хроматической модуляции когерентных колебаний, представляющей собой периодический обмен энергией между когерентной и некогерентными модами. Такое взаимодействие когерентной и некогерентных мод может объяснять эффективность обратной связи при положительном хроматизме: несмотря на то, что некогерентные моды неустойчивы, происходит периодическая перекачка энергии колебаний в когерентную моду, которая подавляется обратной связью.

Примеры измеренных вертикальных когерентных колебаний пучка, инжектированного в ВЭПП-4М с различными значениями хроматизма и нелинейности, представлены на рис. 8. На верхних графиках приведен ток пучка, на нижних — вертикальное положение центра масс, измеренные пооборотным датчиком. Огибающая колебаний вычислена как произведение экспоненциальных множителей, представляющих быстрое затухание, вносимое хроматическим head-tail-эффектом (36), и потери когерентности колебаний из-за хроматизма и нелинейности (41). Рис. 8, *а* иллюстрирует случай малых значений хроматизма $\xi = 4$ и нелинейности $\partial\nu_\beta/\partial a^2 = -386 \text{ м}^{-2}$, рис. 8, *б* — большого хроматизма $\xi = 10$ и большой нелинейности $\partial\nu_\beta/\partial a^2 = -2019 \text{ м}^{-2}$. На графиках тока видно, что при увеличении хроматизма и нелинейности коге-

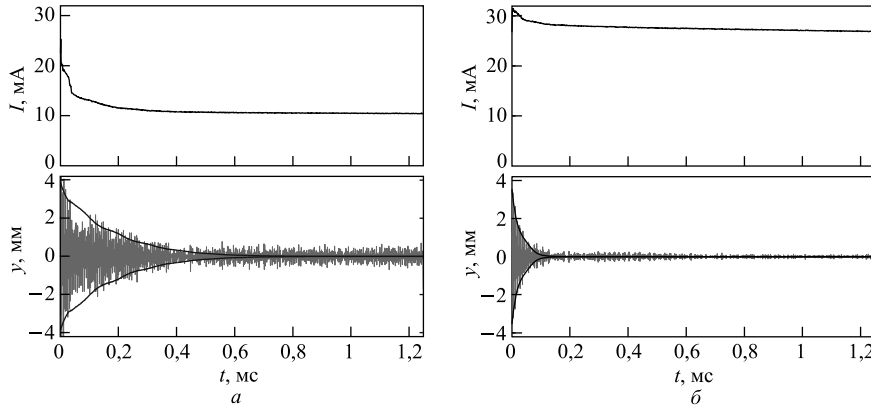


Рис. 8. Инжекция электронного пучка в ВЭПП-4М: $\xi = 4$, $\partial\nu_\beta/\partial a^2 = -386 \text{ м}^{-2}$ (*а*); $\xi = 10$, $\partial\nu_\beta/\partial a^2 = -2019 \text{ м}^{-2}$ (*б*) (верхние графики — ток, нижние — вертикальная координата)

рентные колебания затухают гораздо быстрее и потери пучка при инъекции существенно меньше.

Таким образом, даже без обратной связи возможно превысить пороговый ток ТМС-неустойчивости, повышая хроматизм и нелинейность магнитной структуры. Влияние хроматических и нелинейных эффектов на устойчивость пучка экспериментально исследовалось в ИЯФ им. Г. И. Будкера на накопителях ВЭПП-3 и ВЭПП-4М [67–69]. Похожие эффекты также наблюдались на КЕК Photon Factory (Япония) [70]. Тем не менее надо помнить, что очень большая нелинейность может приводить к другим нежелательным эффектам, таким как уменьшение динамической апертуры и т. п.

Для анализа устойчивости бетатронных колебаний, принимая во внимание ТМС-неустойчивость, хроматический head-tail-эффект, а также потерю когерентности колебаний за счет хроматизма и нелинейности, весьма эффективно проводить численное моделирование на основе многочастичного трекинга [69]. В данной модели пучок представлен в виде ансамбля N_p макрочастиц, имеющих гауссово начальное распределение по амплитудам бетатронных и синхротронных колебаний и равномерное распределение по фазам. Бетатронное движение k -й частицы на каждом обороте определяется матричным преобразованием

$$\begin{pmatrix} x_{k,n+1} \\ x'_{k,n+1} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2\pi\nu_{k,n} & \sin 2\pi\nu_{k,n} \\ -\sin 2\pi\nu_{k,n} & \cos 2\pi\nu_{k,n} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_{k,n} \\ x'_{k,n} \end{pmatrix}, \quad (43)$$

где n — номер оборота; β -функция полагается равной единице; $\nu_{k,n}$ — переменный набег бетатронной фазы данной частицы на одном обороте, включающий сдвиг бетатронной частоты, вносимый хроматизмом и нелинейностью:

$$\nu_{k,n} = \nu_\beta + \xi \delta_{k,n} + \frac{\partial \nu_\beta}{\partial a^2} a_{k,n}^2, \quad (44)$$

где ν_β — невозмущенная бетатронная частота; $\delta = \Delta E/E$ — отклонение энергии частицы от равновесной; $\partial \nu_\beta / \partial a^2$ — нелинейный сдвиг бетатронной частоты; $a_{k,n}^2 = x_{k,n}^2 + x'_{k,n}{}^2$ — квадрат амплитуды колебаний ($\beta = 1$).

Взаимодействие частиц друг с другом, приводящее к ТМС-неустойчивости и хроматическому head-tail-эффекту, представлено в виде мгновенного приращения комплексной амплитуды колебаний k -й частицы $A_k = a_k e^{i\varphi_k} = x_k + ix'_k$, производимого суперпозицией wake-полей, индуцированных всеми предыдущими частицами:

$$\Delta A_k = i \left(1 + i \frac{4}{\pi} \chi \right) \sum_{j=0}^{k-1} x_j q_j f_0 \frac{4\pi^2 \nu_\beta \nu_s}{I_{tmc} i} \exp \left[i\omega_c \left(1 + \frac{i}{2Q} \right) \Delta t_{jk} \right], \quad (45)$$

где χ — head-tail-фаза (33); x_j — поперечная координата j -й частицы; $q_j = I_b / N_p f_0$ — ее заряд; ω_c — характеристическая частота; Q — добротность модельного поперечного импеданса (13); Δt_{jk} — временной интервал

между j -й и k -й частицами. Использование комплексных величин отражает тот факт, что хроматический член сдвинут по фазе на $\pi/2$ по отношению к резонансному члену, соответствующему ТМС-неустойчивости [2].

Поскольку принимается во внимание только широкополосный импеданс, wake-поля считаются полностью затухающими за один оборот. Радиационное затухание моделируется на каждом обороте как экспоненциальный множитель $\exp(-1/f_0\tau_{\text{rad}})$. Обратная связь представлена в виде мгновенного удара, пропорционального поперечному импульсу $\Delta x'_{\text{fb}} = K_{\text{fb}}x'$.

С помощью вышеописанной модели исследуется стабильность поперечных колебаний пучка в зависимости как от хроматизма, так и от нелинейности. Для заданных величин хроматизма и нелинейности производится многочастичный трекинг с различными значениями тока пучка. Если в процессе трекинга какая-либо частица достигает пределов апертуры, то она исключается из дальнейших расчетов, а ток пучка уменьшается на соответствующую величину. Таким образом можно построить наглядную диаграмму максимально возможного тока пучка в одном сгустке в зависимости как от хроматизма, так и от нелинейности, с обратной связью или без нее [69].

5. ПОПЕРЕЧНАЯ МНОГОСГУСТКОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Взаимодействие пучка с высшими модами ускоряющих резонаторов, резистивным импедансом стенок вакуумной камеры, а также с ионами остаточного газа и электронными облаками (в накопителях позитронов) может приводить к возбуждению поперечных многосгустковых неустойчивостей, которые являются одними из самых распространенных причин ухудшения качества пучка и ограничения его интенсивности. Каждый сгусток, пролетая структуру с узкополосным импедансом, возбуждает долгоживущие wake-поля, которые воздействуют на следующие сгустки. При выполнении резонансных условий все сгустки начинают совершать когерентные колебания с определенным набегом фаз между сгустками. Поперечная многосгустковая неустойчивость наблюдалась и исследовалась на установках PEP-II (США) [71], APS (США) [72], DAΦNE (Италия) [73], ELETTRA (Италия) [74,75], ESRF (Франция) [76], KEKB (Япония) [77].

Одной из основных причин возбуждения поперечной многосгустковой неустойчивости является взаимодействие пучка с паразитными высшими модами ускоряющих резонаторов. Взаимодействие пучка, состоящего из N_b сгустков, равномерно распределенных по периметру ускорителя, и какой-либо из высших мод резонатора, частота ω_r , которой совпадает с одной из частот

$$\omega_{np} = (pN_b + n + m\nu_\beta)\omega_0, \quad (46)$$

приводит к возбуждению n -й моды колебаний. Здесь p — целое число, ν_β — дробная часть бетатронной частоты в единицах частоты обращения ω_0 . Для анализа устойчивости поперечных колебаний обычно используется $m = 1$ (дипольные колебания). В рамках модели жестких сгустков комплексный когерентный сдвиг частоты n -й моды колебаний имеет вид [2, 47, 78]

$$\Delta\Omega_{\perp n} = -i \frac{\omega_0 \beta_c N_b I_b}{4\pi E/e} \sum_{p=-\infty}^{\infty} Z_{\perp}(\omega_{np}) e^{-\omega_{np}^2 \sigma_t^2}, \quad (47)$$

где β_c — бета-функция в месте расположения резонатора; $N_b I_b$ — полный средний ток пучка; $\sigma_t = \sigma_z/c$ — временная длительность сгустка. Мода становится неустойчивой, если $\text{Im} \Delta\Omega_{\perp n} < 0$, при этом время нарастания равно $\tau_{\perp n} = -2\pi/\text{Im} \Delta\Omega_{\perp n}$.

Поперечный импеданс высшей моды ускоряющего резонатора может быть записан в виде (11):

$$Z_{\perp \text{НОМ}}(\omega) = \frac{\omega_r}{\omega} \frac{R_s}{1 + iQ(\omega/\omega_r - \omega_r/\omega)}, \quad (48)$$

где ω_r — резонансная частота; R_s — шунтовое сопротивление и Q — добротность. Если n -я мода колебаний возбуждается высшей модой резонатора с частотой, близкой к ω_{np} , то время нарастания можно оценить с помощью формулы, аналогичной (23) [48, 78]:

$$\frac{1}{\tau_{\perp n}} = \frac{\omega_0 \beta_c N_b I_b}{4\pi E/e} \text{Re} Z_{\perp \text{НОМ}}(\omega_{np}). \quad (49)$$

Неустойчивость не будет возбуждаться, если время нарастания $\tau_{\perp n}$ (49) любой моды в рабочем диапазоне тока пучка будет больше, чем время затухания τ_{\perp} поперечных колебаний пучка по радиационному и другим механизмам. Для стабилизации поперечного движения пучка необходимо обеспечить отстройку неустойчивой n -й поперечной моды колебаний от резонанса на величину не менее [48]

$$|\Delta\omega| \geq \frac{\omega_r}{2Q} \sqrt{N_b I_b \frac{\omega_0 \beta_c \tau_{\perp}}{4\pi E/e} \rho Q - 1}, \quad (50)$$

$\rho = R_s/Q$ — характеристическое сопротивление.

Кроме высших мод резонаторов поперечная многосгустковая неустойчивость может возбуждаться при взаимодействии пучка с резистивным импедансом стенок вакуумной камеры (resistive wall). Ток изображения, наведенный пролетающим релятивистским пучком в стенках камеры с конечной проводимостью, возбуждает электромагнитные поля, которые, действуя на последующие сгустки, могут приводить к развитию неустойчивости. Частотная

зависимость импеданса стенок цилиндрической вакуумной камеры радиусом b и длиной L описывается выражением

$$Z_{\perp\text{rw}}(\omega) = (1 + i) \frac{L}{2\pi} \frac{Z_0 \delta_s(\omega)}{b^3}, \quad (51)$$

где $Z_0 = 120\pi$ Ом — импеданс свободного пространства; $\delta_s(\omega) = \sqrt{2/\mu\sigma\omega}$ — толщина скин-слоя; σ и μ — удельная проводимость и магнитная проницаемость материала стенок соответственно. Поскольку величина импеданса (51) обратно пропорциональна квадратному корню из частоты, наиболее опасным с точки зрения устойчивости пучка является взаимодействие с резистивным импедансом на самой низкой частоте поперечного спектра пучка (46) $\omega_{\min} = \nu_\beta \omega_0$ или $\omega_{\min} = (1 - \nu_\beta)\omega_0$. Формула для оценки времени нарастания этой неустойчивости имеет вид

$$\frac{1}{\tau_{\perp\text{rw}}} = \frac{c\beta_c N_b I_b}{2E/e} \frac{Z_0}{b^3} \sqrt{\frac{2}{\sigma\mu\omega_{\min}}}. \quad (52)$$

Один из способов подавления многосгустковой неустойчивости — внесение тем или иным образом разброса частот колебаний сгустков или частиц в каждом сгустке для подавления когерентности колебаний. Для теоретического анализа механизмов возбуждения и подавления многосгустковой неустойчивости с учетом движения частиц внутри сгустка используются как модели макрочастиц, так и модели непрерывной среды. Традиционным подходом является применение методов теории возмущений к уравнению Власова, что позволяет с вводом ряда упрощений свести анализ устойчивости к решению задачи на собственные значения для частот когерентных мод колебаний [1, 79–82]. Взаимодействие пучка с элементами вакуумной камеры описывается в терминах частотно-зависимого поперечного импеданса. Уравнение Власова описывает временную эволюцию распределения плотности частиц в каждом сгустке. Распределение представляется в виде суммы равновесного члена, не зависящего от времени и удовлетворяющего уравнению Власова для нулевого тока, и малого возмущения, зависящего от времени. При выполнении следующих ограничений: 1) N_b одинаковых сгустков равномерно распределены по периметру кольца; 2) все электромагнитные силы, не связанные с wake-полями, линейны и не зависят от азимута; 3) равновесное распределение частиц в сгустке является гауссовым и определяется гамильтонианом без wake-полей, может быть сформулирована задача на собственные значения [81]:

$$D_q(\Omega) = \sum_p A_{qp}(\Omega) D_p(\Omega), \quad (53)$$

где $D_p(\Omega)$ — компонента дипольного момента всего пучка на частоте $p\omega_0 + \Omega$. Поскольку задача симметрична (все сгустки одинаковые), путем преобразования к симметричным модам колебаний система распадается на N_b отдельных

уравнений с матрицами A_{rs} , где $q = q_0 + rN_b$, $p = p_0 + sN_b$. После ряда преобразований и смены базиса на

$$\begin{aligned} \phi_n(\Omega) = & \left(\frac{\sigma_z}{c}\right)^n \sum_s Z_{\perp}[\Omega + (p_0 + sN_b)\omega_0] \times \\ & \times D_{p_0+sN_b}(\Omega) e^{-\sigma_z^2[\Omega+(p_0+sN_b)\omega_0]^2/2c^2} [\Omega + (p_0 + sN_b)\omega_0]^n \end{aligned} \quad (54)$$

система приобретает окончательный вид, пригодный для численных расчетов [81]:

$$\phi_m(\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} K_{m+n}(\Omega + p\omega_0) F_n(\Omega) \phi_n(\Omega), \quad (55)$$

$$F_n(\Omega) = \frac{1}{2^n n!} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{[\omega_{\beta} + (n-2k)\omega_s]^2}{\Omega^2 - [\omega_{\beta} + (n-2k)\omega_s]^2}, \quad (56)$$

$$\begin{aligned} K_k(\omega) = & -i \frac{\langle \beta \rangle N_b I_b}{2\pi \nu_{\beta} (E/e)} \sum_s Z_{\perp}(\omega + sN_b\omega_0) \times \\ & \times e^{-\sigma_z^2(\omega+sN_b\omega_0)^2/c^2} \left(\frac{\sigma_z}{c}\right)^k (\omega + sN_b\omega_0)^k, \end{aligned} \quad (57)$$

где $\omega_{\beta} = \nu_{\beta}\omega_0$ и $\omega_s = \nu_s\omega_0$ — частоты бетатронных и синхротронных колебаний соответственно; $\langle \beta \rangle$ — средняя бета-функция; σ_z — длина сгустка.

Подавление коллективной неустойчивости с помощью нелинейного разброса частот, нарушающего когерентность колебаний частиц в сгустке, в англоязычной литературе часто называют затуханием Ландау. Поскольку условием возбуждения многосгустковой неустойчивости является когерентность колебаний частиц в каждом сгустке (колебания сгустка как целого), разброс частот приводит к разности фаз колебаний отдельных частиц и потере когерентности. При этом частицы продолжают колебаться, но колебания центра масс пучка затухают. Если сила, возбуждающая неустойчивость, пропорциональна амплитуде колебаний сгустка как целого, она также исчезает. Некогерентные колебания частиц затухают в электрон-позитронных синхротронах и накопителях по радиационному механизму.

Необходимый разброс частот в пучке может обеспечиваться с помощью нелинейных элементов магнитной структуры — октуполей или секступолей. Октуполи вносят амплитудно-зависимый сдвиг бетатронной частоты как эффект первого порядка, а секступоли, основным воздействием которых на пучок является сдвиг частоты в зависимости от продольного импульса (для релятивистских частиц — энергии), во втором порядке также вносят амплитудно-зависимый сдвиг бетатронной частоты, который, как показали исследования,

проведенные на источнике СИ 3-го поколения ELETTRA [75], может оказаться достаточным для обеспечения требуемого разброса частот. Поскольку многосгустковая неустойчивость может быть рассмотрена как совокупность двух типов коллективного движения частиц — колебания каждого сгустка как целого и колебания частиц внутри сгустка, возникает принципиальный вопрос: что является причиной подавления многосгустковой неустойчивости — разброс частот между сгустками или внутри каждого сгустка. Влияние нелинейности, вносимой секступолями в бетатронные колебания, исследовалось экспериментально в сравнении с результатами численного моделирования и аналитических оценок.

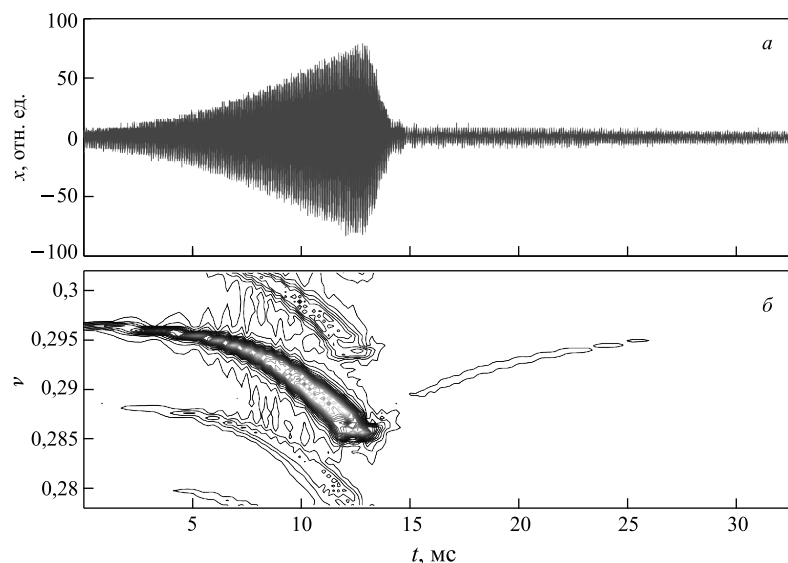


Рис. 9. Поперечная многосгустковая неустойчивость: измеренные колебания одного сгустка (*a*) и эволюция их спектра (*b*)

Рис. 9 иллюстрирует процесс возбуждения и подавления неустойчивой горизонтальной моды, на рис. *a* показаны координаты центра масс одного сгустка, измеренные пооборотным датчиком, на рис. *b* — временная эволюция спектра колебаний. В процессе развития неустойчивости наблюдается уширение бетатронного пика в спектре, которое может быть интерпретировано как увеличение разброса частот внутри сгустка с одновременным сдвигом частоты когерентных колебаний. На самом деле амплитудно-зависимый сдвиг бетатронной частоты направлен в одну сторону для всех частиц, и если в процессе коллективного движения разброс частот увеличится, то наблюдаемая частота колебаний центра масс будет смещаться, что и приведет к видимому уширению пика.

Амплитудно-зависимый сдвиг горизонтальной бетатронной частоты $\Delta\nu_x$, рассчитанный с помощью теории возмущений, примененной к гамильтониану, описывающему динамику пучка в переменных действие–фаза, может быть выражен как

$$\Delta\nu_x = C_{11} \cdot 2J_x,$$

где J_x — возмущенная переменная действия; C_{11} — коэффициент, зависящий от бетатронных частот, силы секступолей, бета-функции в местах их размещения и набега бетатронной фазы между ними. Как было показано в [66], огибающая свободных бетатронных колебаний, возбужденных коротким ударом с амплитудой $\delta a \gg \sigma_{\perp}$, при нулевом хроматизме имеет гауссову форму $\exp[-t^2/(2\tau^2)]$ с постоянной времени τ :

$$\frac{1}{\tau} = 2C_{11} \omega_0 \frac{\sigma_{\perp}}{\beta_x} \delta a, \quad (58)$$

где σ_{\perp} и β_x — равновесный поперечный размер пучка и бета-функция на данном азимуте соответственно.

На рис. 10 показан пример измеренных горизонтальных бетатронных колебаний (рис. а) в сравнении с компьютерным моделированием (рис. б). Энергия $E = 0,9$ ГэВ, ток пучка $I_b = 1$ мА, хроматизм $\xi_x = 0,1$. Когерентные колебания пучка возбуждались инжекционными кикерами, в качестве основного средства диагностики пучка использовалась система поперечной обратной связи накопителя ELETTRA [74], позволяющая регистрировать на ка-

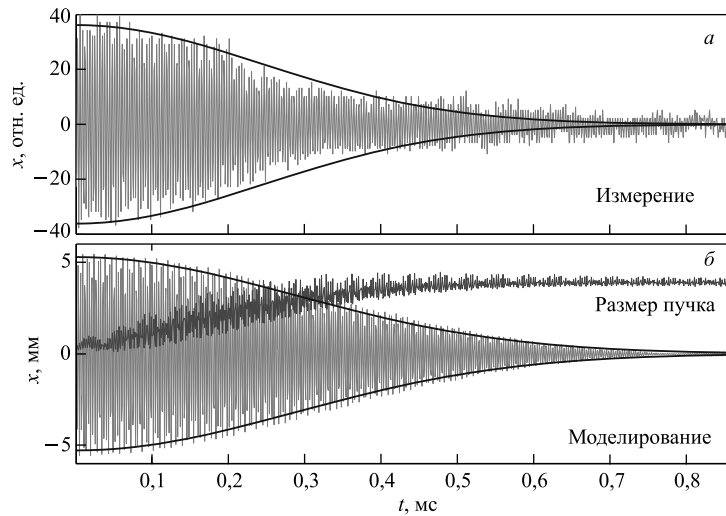


Рис. 10. Гауссова огибающая бетатронных колебаний

ждом обороте поперечное положение каждого из 432 стустков, следующих с интервалом 2 нс. Моделирование проводилось путем трекинга стустка из 1000 макрочастиц в магнитной структуре с секступольной нелинейностью. На рис. 10, *а*, представляющем измеренные данные с огибающей, вычисленной по формуле (58), видно, что колебания центра масс пучка затухают примерно за 0,3 мс. В то же время растущий размер пучка на рис. 10, *б*, представляющем результат многочастичного трекинга, показывает, что происходит не затухание колебаний, а потеря их когерентности из-за нелинейной расфазировки. Сразу после удара все частицы совершают колебания синфазно, затем в результате зависимости частоты колебаний от амплитуды колебания становятся некогерентными, что проявляется как увеличение размера. Затухание же колебаний по радиационному механизму происходит за гораздо большее время — порядка 100 мс.

Магнитная структура накопителя ELETTRA включает в себя семейство гармонических секступолей, размещенных в местах с нулевой дисперсией и предназначенных для расширения динамической апертуры путем компенсации геометрических aberrаций, вносимых хроматическими секступолями. Таким образом, с помощью гармонических секступолей можно регулировать нелинейные свойства структуры (в частности, амплитудно-зависимый сдвиг бетатронных частот), практически не изменяя при этом хроматизм. Для того чтобы подтвердить решающий вклад нелинейности в подавление неустойчивости, были проведены измерения зависимости от силы K_2L гармонических секступолей следующих величин: характерного времени τ нелинейной расфазировки (58), которое вычислялось путем гауссовой аппроксимации огибающей бетатронных колебаний, измеренных датчиком положения пучка; амплитуд и времен нарастания/затухания горизонтальных дипольных многостустковых мод; низкочастотных компонент в спектре пучка, связанных с модуляцией неустойчивых мод. Экспериментальные данные сравнивались с результатами компьютерного моделирования и теоретическими расчетами. Было обнаружено, что форма зависимости $\tau^{-1}(K_2L)$ фактически повторяет форму расчетной зависимости $C_{11}(K_2L)$, причем декремент когерентной моды, вносимый расфазировкой колебаний частиц пучка, достаточно велик, характерное время затухания при номинальном хроматизме 0,1 составляет от 0,2 мс до 1 мс. Измерения амплитуд нескольких горизонтальных многостустковых мод колебаний показали, что их зависимость от силы гармонических секступолей имеет такую же форму, как и $C_{11}(K_2L)$. При одновременном возбуждении большого количества неустойчивых мод наблюдаемое движение отдельного стустка выглядит хаотичным, однако анализ временной эволюции амплитуд неустойчивых мод в зависимости от силы гармонических секступолей показал, что в районе теоретического минимума модуля нелинейного коэффициента $|C_{11}|$ наблюдается концентрация неустойчивых мод с положительными временами нарастания. Там же, где расфазировка колебаний частиц, внесен-

ная секступольной нелинейностью, достаточна для подавления неустойчивости, большая часть мод затухает.

Таким образом, экспериментальное изучение поперечной многосгустковой неустойчивости пучка в накопителе ELETTRA [75] показало, что неустойчивость может быть эффективно подавлена с помощью расфазировки колебаний частиц пучка, вносимой семейством гармонических секступолей. В результате исследований было определено выяснено, что затухание вызывается разбросом частот колебаний частиц внутри сгустка и может быть эффективным в случае как многосгустковой, так и односгустковой неустойчивости.

В настоящее время общепринятым способом подавления поперечной многосгустковой неустойчивости является обратная связь. Системами обратной связи для пооборотного (turn-by-turn) подавления неустойчивостей движения пучка оснащаются большинство современных ускорительных установок. Развитие цифровой техники позволяет создавать системы обратной связи, управляющие движением каждого сгустка в многосгустковом режиме (bunch-by-bunch feedback) [65, 74, 83–85].

6. ИОННЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

В электронных накопителях с интенсивными пучками многосгустковые неустойчивости могут возбуждаться при взаимодействии частиц пучка с ионами остаточного газа, которые могут накапливаться в потенциальной яме электронного пучка. Грубая оценка предельного тока электронного пучка, ограничиваемого многооборотной электрон-ионной неустойчивостью, может быть сделана путем сравнения линейных плотностей ионов и электронов. Неустойчивость возникает, когда количество ионов, захваченных в потенциальную яму пучка, приближается к числу электронов в пучке. Линейная плотность ионов может быть оценена с помощью формулы

$$\lambda_i = \frac{N_e N_b}{k_B T_{\text{gas}}} \sigma_i P_{\text{gas}}, \quad (59)$$

где T_{gas} и P_{gas} — температура и давление остаточного газа соответственно; σ_i — сечение ионизации; k_B — постоянная Больцмана; N_b — число сгустков; $N_e = I_b T_0 / e$ — число электронов в сгустке; $T_0 = 1/f_0$ — период обращения. Для приближенных оценок линейная плотность электронов может быть выражена как

$$\lambda_e \approx \frac{N_e N_b}{P}, \quad (60)$$

P — периметр накопителя. Пренебрегая процессами рекомбинации и считая, что неустойчивость возникает при $\lambda_i \approx \lambda_e$, характерное время развития

неустойчивости можно оценить как

$$\tau \approx \frac{\lambda_e}{\lambda_i} T_0. \quad (61)$$

Для анализа неустойчивостей, вызванных электрон-ионным взаимодействием, применим математический аппарат, развитый для других видов коллективных неустойчивостей. Ионы рассматриваются как источник wake-полей с характерной частотой ω_i , взаимодействие описывается эффективным импедансом $Z_i(\omega)$ ионного осциллятора:

$$Z_i(\omega) = \frac{\lambda_i}{\lambda_e} \frac{1}{c(\sigma_x + \sigma_y)\sigma_y} \frac{\omega_i}{\omega} \frac{Q_i}{1 + iQ_i(\omega_i/\omega - \omega/\omega_i)}, \quad (62)$$

где Q_i — добротность ионного осциллятора; σ_x и σ_y — горизонтальный и вертикальный размеры пучка соответственно. Частота колебаний ионов в потенциальной яме электронного пучка описывается выражением [86]

$$\omega_i = \sqrt{\frac{4(q_i/q_p)N_b r_p c^2}{3A_i L_{\text{sep}} \sigma_y (\sigma_x + \sigma_y)}}, \quad (63)$$

где q_i/q_p — заряд иона в единицах заряда протона; A_i — масса иона в а. е. м.; r_p — классический радиус протона; L_{sep} — расстояние между сгустками. Ионы могут быть причиной только многосгустковых неустойчивостей, поскольку величина c/ω_i в большинстве установок превышает 10 м. С учетом нелинейности взаимодействия добротность в большинстве случаев невелика, $Q_i < 10$.

Интенсивность электрон-ионного взаимодействия может быть охарактеризована величиной когерентного сдвига горизонтальной ν_x и вертикальной ν_y бетатронных частот:

$$\Delta\nu_x = \frac{\langle\beta_x\rangle(q_i/q_p)r_e\lambda_i P}{4\pi\gamma\sigma_x(\sigma_x + \sigma_y)}, \quad \Delta\nu_y = \frac{\langle\beta_y\rangle(q_i/q_p)r_e\lambda_i P}{4\pi\gamma\sigma_y(\sigma_x + \sigma_y)}, \quad (64)$$

где $\langle\beta_{x,y}\rangle$ — средняя бета-функция; $\gamma = E/m_e c^2$ — лоренц-фактор; E — энергия пучка. С учетом разброса частот ионов $\Delta\omega_i$, вызванного вариацией поперечных размеров пучка вдоль периметра кольца, время нарастания τ неустойчивости может быть выражено через когерентный сдвиг (64):

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta\nu\omega_0}{(\Delta\omega_i/\omega_i)_{\text{FWHM}}}. \quad (65)$$

Эффективным средством борьбы с многооборотным накоплением ионов является неравномерное распределение сгустков по периметру кольца, так

как ионы накапливаются в пучке при выполнении условия $\omega_i < 2\pi c/L_{\text{gap}}$, где $L_{\text{gap}} = P - N_b L_{\text{sep}}$ — длина разрыва в последовательности сгустков, подбором которой можно предотвратить накопление ионов.

В установках с очень большими (несколько ампер) токами пучка и малыми эмиттансами, таких как современные В-фабрики или линейные ускорители, накопление ионов за один пролет пучка может оказаться достаточным для возбуждения быстрой ионной неустойчивости (fast beam-ion instability). Плотность ионов остаточного газа возрастает вдоль цуга электронных сгустков, что приводит как к возбуждению когерентных колебаний отдельных сгустков, так и к росту эмиттанса пучка. В отличие от многооборотной ионной неустойчивости этот эффект является однооборотным и не подавляется с помощью зазора в цуге сгустков.

Быстрая ионная неустойчивость наблюдалась и исследовалась как на источниках синхротронного излучения — ALS (SLAC, США) [87], PLS (Корея) [88], так и на коллайдерах — КЕКВ (Япония) [89], BEPC (Китай) [90].

В экспериментах на ALS [87] неустойчивость возбуждалась при введении в вакуумную камеру гелия, давление остаточного газа было увеличено с номинального (около 0,3 нТорр) до 80 нТорр. Исследовалась зависимость вертикального размера пучка, измеренного по синхротронному излучению, от числа сгустков при номинальном и ухудшенном вакууме. При введении в камеру гелия наблюдалось увеличение вертикального размера пучка в 2–4 раза в зависимости от количества сгустков, в то время как при номинальном вакууме размер практически не менялся.

Измерения, проведенные на PLS [88] с помощью стрик-камеры, показали увеличение поперечного размера пучка при введении в вакуумную камеру малого количества гелия ($P_{\text{gas}} \sim 5$ нТорр). В отличие от эксперимента на ALS здесь измерялись как амплитуда когерентных колебаний, так и размер пучка. В результате было обнаружено, что в хвосте цуга амплитуда увеличивается в 1,5 раза по сравнению с началом, а размер пучка — примерно в 2 раза. Анализ спектра сигналов пооборотного датчика положения пучка показал, что частота колебаний электронного пучка совпадает с ионной.

Признаки быстрой ионной неустойчивости наблюдались в электронных кольцах В-фабрик КЕКВ [89] и РЕР-II в начале их работы. Возможная причина неустойчивости — недостаточно хороший вакуум. Неустойчивость была успешно подавлена с помощью систем постсгустковой поперечной обратной связи.

В рамках линейной теории взаимодействия электронного пучка с ионами, справедливой для амплитуд колебаний, не превышающих поперечный размер пучка, рост амплитуды колебаний пропорционален $\exp(\sqrt{t/\tau_c})$, асимптотические оценки постоянной времени τ_c могут быть сделаны с помощью

формулы [91] (для однозарядных ионов)

$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{4n_{\text{gas}}\sigma_i\langle\beta_y\rangle N_e^{3/2} N_b^2 r_e r_p^{1/2} L_{\text{sep}}^{1/2} c}{3\sqrt{3}\gamma\sigma_y^{3/2}(\sigma_x + \sigma_y)^{3/2} A_i^{1/2}}, \quad (66)$$

которая может быть в более простом виде выражена через когерентный сдвиг частоты (64):

$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{8N_b}{3\sqrt{6}} \frac{L_{\text{sep}}}{c} \omega_i \Delta\nu\omega_0. \quad (67)$$

Линейная модель основана на предположениях, что ионы производятся путем ударной ионизации атомов остаточного газа частицами пучка, а захваченные частицы имеют малые начальные скорости. Линейная теория не учитывает следующие эффекты:

- нелинейность электрон-ионного взаимодействия — нарастание колебаний останавливается при амплитудах порядка поперечного размера пучка, после чего происходит филаментация и более медленный рост неустойчивости;
- биения бета-функции, приводящие к разбросу частот ионов;
- синхротронное движение;
- образование гало у электронного пучка.

Модифицированная линейная теория с учетом потери когерентности из-за биений бета-функции, вносящих разброс частот $\Delta\omega_i$, дает экспоненциальный рост неустойчивости, пропорциональный $\exp(t/\tau_e)$ с характерным временем [92]:

$$\frac{1}{\tau_e} \approx \frac{1}{\tau_c} \frac{c}{2\sqrt{2}N_b L_{\text{sep}}(\Delta\omega_i)_{\text{rms}}}. \quad (68)$$

Эксперименты, проведенные на установке ALS, показали довольно хорошее совпадение измеренных времен нарастания неустойчивости с расчетными [87].

В [93] показано, что быстрая ионная неустойчивость может приводить к росту эмиттанса пучка. Из-за связи продольного и поперечного движения пучка (head-tail) ионное облако, произведенное головными частицами пучка, оказывается смещенным относительно частиц хвоста, и электрическое поле ионов отклоняет частицы хвоста. Теория возмущений, примененная к простой линейной модели взаимодействия, дает в первом порядке возмущение эмиттанса на длине цуга L_{train} :

$$\Delta\varepsilon_y \approx \frac{1}{2\pi\langle\beta_y\rangle} \left(\hat{y} \frac{L_{\text{train}}\langle\beta_y\rangle\lambda_i r_e}{2\gamma\sigma_y(\sigma_x + \sigma_y)} \right)^2, \quad (69)$$

где $\lambda_i \approx 6N_e N_b P_{\text{gas}}$ [Торр] — линейная плотность ионов в конце цуга; \hat{y} — амплитуда начального возмущения

$$y_0(z, s) \approx \hat{y} \frac{z}{\sigma_z} \cos(s/\beta_y + \phi_0).$$

Эта начальная амплитуда может быть обусловлена, например, дробовым шумом (Schottky noise) или вертикальной дисперсией. В случае дробового шума $\hat{y} \sim 3\sigma_y/\sqrt{N_e N_b}$.

7. ЭЛЕКТРОННЫЕ ОБЛАКА

Образование и накопление электронных облаков в позитронных машинах может приводить к возбуждению как многосгустковых, так и односгустковых неустойчивостей, так как частота ω_e электронного осциллятора больше частоты ионного в $\omega_e/\omega_i = \sqrt{m_i/m_e} > 100$ раз, и длина волны wake-полей $2\pi c/\omega_e$ сравнима с длиной сгустка σ_z . Пренебрегая движением сгустка и считая силу взаимодействия линейной, можно записать простое выражение для частоты электронного осциллятора [94]

$$\omega_e = \sqrt{\frac{2\lambda_p r_e c^2}{\sigma_y(\sigma_x + \sigma_y)}}, \quad (70)$$

где $\lambda_p \approx N_e/(2\sigma_z)$ — линейная плотность позитронов пучка; r_e — классический радиус электрона. Эффективный импеданс электронного осциллятора может быть записан в виде

$$Z_e(\omega) = \frac{\lambda_e}{\lambda_p} \frac{1}{c(\sigma_x + \sigma_y)\sigma_y} \frac{\omega_e}{\omega} \frac{Q_e}{1 + iQ_e(\omega_e/\omega - \omega/\omega_e)}, \quad (71)$$

где λ_e — линейная плотность электронов в облаке; Q_e — добротность электронного осциллятора.

Вертикальное раздувание позитронного пучка наблюдалось на электрон-позитронном коллайдере КЕКВ [95, 96]. Эффект имеет пороговый характер: при токе пучка, превышающем пороговую величину, вертикальный размер пучка начинал расти пропорционально току и при токе 300 мА почти удваивался. Этот эффект был одной из наиболее серьезных проблем, ограничивающих светимость КЕКВ.

Раздувание позитронного пучка характеризуется следующими признаками:

- эффект является многооборотным и не связан с эффектами встречи;
- порог возникновения неустойчивости пропорционален току пучка и обратно пропорционален расстоянию между сгустками;

- при большом вертикальном хроматизме (5–8) не наблюдалось дипольных колебаний, при уменьшенном хроматизме (около 2) и выключенной обратной связи возбуждались дипольные колебания;
- раздувание пучка практически не зависит от бетатронных частот, вакуумных условий, полей вигглеров;
- введение вертикальных коллиматоров (основной источник импеданса) не влияет на раздувание пучка;
- в горизонтальной плоскости данный эффект не наблюдался.

Теоретическое объяснение эффекта предложено в [94], раздувание позитронного пучка объясняется одногустковой неустойчивостью, причина которой — взаимодействие с электронными облаками, образующимися в процессе фотоэмиссии или вторичной эмиссии. Неустойчивость возникает при многогустковом режиме работы, поскольку электронное облако формируется при последовательном пролете сгустков. Когерентные дипольные колебания возбуждаются wake-полями электронного облака, проявляющимися как head-tail-эффект (сильный или слабый). Наблюдаемое увеличение поперечного размера является результатом head-tail-колебаний. Время нарастания неустойчивости определяется плотностью электронного облака вблизи пучка. Распределение электронов в облаке вычислялось посредством компьютерного моделирования [97].

Результаты расчета инкрементов неустойчивости с помощью двухчастичной модели приведены в [94]. Выведены формулы, с помощью которых сделаны оценки инкрементов для КЕКВ LER, хорошо согласующиеся с результатами численного моделирования. В рамках двухчастичной модели интеграл wake-полей за один оборот может быть записан в виде

$$W_0 = \frac{8\pi\rho_e P}{N_e},$$

где ρ_e — объемная плотность электронного облака. Полагая установившуюся плотность электронного облака с учетом нейтрализации равной

$$\rho_e = \frac{N_e}{\pi h_x h_y L_{\text{sep}}}$$

и подставляя W_0 в уравнение для расчета инкремента head-tail-неустойчивости [2] с учетом хроматизма, можно записать выражение для времени нарастания дипольной head-tail-моды

$$\frac{1}{\tau_1} \approx \frac{64}{3} \frac{\rho_e \langle \beta_y \rangle r_e \sigma_z \xi_y f_0}{\alpha \gamma}, \quad (72)$$

где h_x и h_y — вертикальная и горизонтальная полуапертуры вакуумной камеры; α — коэффициент расширения орбит; ξ — хроматизм; σ_z — длина

позитронного сгустка. Двухчастичная модель позволяет также рассчитать пороговую величину объемной плотности электронного облака, при превышении которой развивается быстрая head-tail-неустойчивость:

$$\rho_e > \frac{2\gamma\nu_s}{\pi r_e P\langle\beta_y\rangle}. \quad (73)$$

Математическая модель head-tail-неустойчивости, вызванной электронными облаками, разработанная на основе многомодового анализа задачи на собственные значения с учетом хроматизма магнитной структуры, опубликована в [57]. Взаимодействие позитронного пучка с электронным осциллятором в низкочастотном диапазоне моделируется с помощью импеданса $Z(\omega)$ эквивалентного широкополосного резонатора, параметры которого определяются с помощью компьютерного моделирования [98]. Анализ устойчивости пучка с помощью методов теории возмущений, примененных к линеаризованному уравнению Власова, сводится к решению задачи на собственные значения для уравнения

$$\left(\frac{\Omega - \omega_\beta}{\omega_s}\right) a_{lk} = (l\delta_{ll'}\delta_{kk'} + M_{lk'l'k'}) a_{l'k'}, \quad (74)$$

где l — номер синхробетатронной моды. При $N_e \rightarrow 0$ частота моды $\Omega \rightarrow \omega_\beta + l\omega_s$. Матрица $M_{lk'l'k'}$ имеет вид

$$M_{lk'l'k'} = -i \frac{N_e r_e c f_0}{2\gamma \omega_\beta \omega_s} i^{l-l'} \int_{-\infty}^{\infty} Z(\omega) g_{lk}(\omega - \omega_\xi) g_{l'k'}(\omega - \omega_\xi) d\omega, \quad (75)$$

где $\omega_\xi = \xi\omega_0/\alpha$, g_{lk} — функции, характеризующие моды колебаний и в случае гауссова пучка имеющие вид

$$g_{lk}(\omega) = \frac{\varepsilon(l)}{\sqrt{2\pi k!(|l|+k)!}} \left(\frac{\omega\sigma_z}{\sqrt{2}c}\right)^{|l|+2k} \exp\left(-\frac{\omega^2\sigma_z^2}{2c^2}\right), \quad (76)$$

$$\varepsilon(l) = \begin{cases} 1 & \text{при } l \geq 0, \\ (-1)^l & \text{при } l \leq 0. \end{cases}$$

В [57] проведен анализ сдвига частот и инкрементов связанных мод колебаний в зависимости от плотности электронного облака и хроматизма, с обратной связью и без таковой. Рассматривались две установки: КЕКВ LER и CERN SPS. Поскольку взаимодействие пучка с электронными облаками моделировалось импедансом эквивалентного широкополосного резонатора, для адекватной оценки эффекта электронных облаков необходимо правильно оценить плотность электронов в облаке и правильным образом подобрать

шунтовое сопротивление и добротность резонатора. Такая модель применима при выполнении условия $\omega_e \sigma_z / c \sim 1$ (для КЕКВ LER $\omega_e \sigma_z / c \approx 3$). Показано, что увеличение хроматизма может значительно отодвинуть порог возникновения неустойчивости, причем при повышении добротности модельного электронного осциллятора хроматический эффект проявляется сильнее.

8. ОБРАТНАЯ СВЯЗЬ

Понятие обратной связи широко используется в радиотехнике, теории управления и других областях науки и техники. В общем смысле обратной связью называется эффект влияния выходного сигнала какой-либо динамической системы на процесс функционирования этой системы. Основные принципы обратной связи были разработаны в 1930-х гг., применение обратной связи в радиотехнике позволило резко улучшить важнейшие параметры активных цепей, таких как усилители, генераторы и т. п. В электронных схемах обратная связь реализуется путем подачи на вход активного четырехполюсника дополнительного сигнала, являющегося функцией выходного сигнала. Так образуется замкнутый контур, называемый петлей обратной связи. Как активный элемент схемы, так и цепь обратной связи могут быть частотно-зависимыми, тогда и коэффициент усиления также будет иметь определенную частотную характеристику. В применении к ускорительной физике «активным элементом» являются физические эффекты, приводящие к отклонению частиц пучка от равновесия в продольном или поперечном направлениях. В ускорителе может возникать положительная обратная связь за счет электромагнитных полей, наведенных пучком и, в свою очередь, воздействующих на сам пучок. Такая положительная ОС может приводить к неустойчивости продольного или поперечного движения пучка. Для подавления неустойчивостей с быстрыми временами нарастания (ТМС, ионные, многосгустковые, электронные облака) на ускорительных установках широко используются быстрые системы отрицательной обратной связи, время реакции которых сравнимо с периодом обращения пучка.

В процессе проектирования систем обратной связи часто оказывается удобным отдельно анализировать пространственную (space domain) схему коррекции отклонений параметра пучка от требуемого значения при заданном постоянном возмущении и зависящие от времени (time domain) процессы, описывающие работу системы в режиме реального времени. Такое разделение позволяет сделать работу системы более гибкой. Типичная схема системы обратной связи с одним входом и одним выходом (single-input-single-output, SISO) изображена на рис. 11.

Объект регулирования характеризуется частотно-зависимой передаточной функцией $G(p)$, устройство управления (регулятор) — функцией $D(p)$, p —

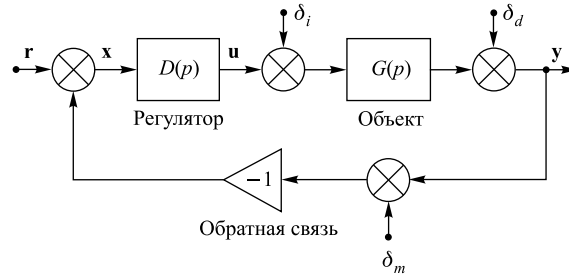


Рис. 11. Схема системы обратной связи

комплексная частота Лапласа. Стабильность системы и ее чувствительность к возмущениям и шуму определяются полной (номинальной) передаточной функцией

$$T(p) \equiv \frac{y}{r} = \frac{D(p)G(p)}{1 + D(p)G(p)}. \quad (77)$$

Переменные состояния также обозначены на рис. 11: r — задающее воздействие (цель коррекции); y — регулируемая величина; x — сигнал ошибки; u — корректирующее воздействие; δ_m — шум измерения; δ_i и δ_d — возмущения на входе и выходе объекта регулирования.

Классический расчет обратной связи основан на исследовании нулей знаменателя в уравнении (77) с использованием, например, критерия устойчивости Найквиста, сформулированного следующим образом: замкнутая система устойчива, если годограф передаточной функции $D(p)G(p)$ разомкнутой системы не охватывает на комплексной плоскости точку с координатами $(-1, 0i)$. Если разомкнутая система неустойчива, то для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы годограф передаточной функции $D(p)G(p)$ неустойчивой разомкнутой системы $n/2$ раз охватывал точку с координатами $(-1, 0i)$, где n — число корней характеристического уравнения разомкнутой системы, имеющих положительную действительную часть. При этом должен выполняться ряд условий, таких как обеспечение необходимой ширины полосы частот, минимизация случайных выбросов в процессе регулирования, обеспечение широкого динамического диапазона корректирующих воздействий, а также достижение максимальной надежности по отношению к ошибкам измерений и неточности модели.

Предельная эффективность системы обратной связи определяется следующим ограничением: улучшение подавления возмущений может быть достигнуто за счет ослабления устойчивости к шумам, и наоборот. Таким образом, на эффективность системы в большей мере влияет ширина полосы и шумовая характеристика измерительной и корректирующей цепей, чем выбранная

схема обратной связи. Для достижения оптимальной стабилизации параметров пучка необходим систематический и полный анализ цепей датчиков пучка и корректоров, используемых в системе обратной связи. Максимально возможная ширина полосы частот системы с замкнутой обратной связью обычно ограничена величиной корректирующего воздействия. Например, в случае силовых преобразователей ограничение определяется максимально возможным напряжением.

Большинство современных ускорительных установок оснащаются быстрыми системами обратной связи для подавления поперечных и продольных неустойчивостей движения пучка. Развитие цифровой техники позволяет создавать системы обратной связи, управляющие движением каждого ступка в многоступковом режиме (bunch-by-bunch) [65,83–85]. Для обработки данных в системах обратной связи используются различные вычислительные платформы, такие как программируемые логические матрицы (field-programmable gate array, FPGA), цифровые сигнальные процессоры (digital signal processor, DSP), а также компьютеры общего назначения с операционной системой реального времени, встроенные в систему управления ускорительным комплексом. В сетях быстрой передачи данных часто используется Ethernet с модифицированными драйверами низкого уровня.

Блок-схема системы обратной связи для подавления поперечных колебаний пучка изображена на рис. 12. В качестве датчика положения пучка используются электростатические или полосковые пикапы, сигналы которых обрабатываются аналоговыми гибридными схемами, дающими на выходе сигналы, пропорциональные вертикальной и горизонтальной координатам пучка и его интенсивности. Затем эти сигналы детектируются и оцифровываются. Цифровые данные обрабатываются процессором, который вычисляет силу удара по пучку импульсным кикером. Для обработки сигналов широко применяются фильтры с конечной импульсной характеристикой (FIR-фильтры).

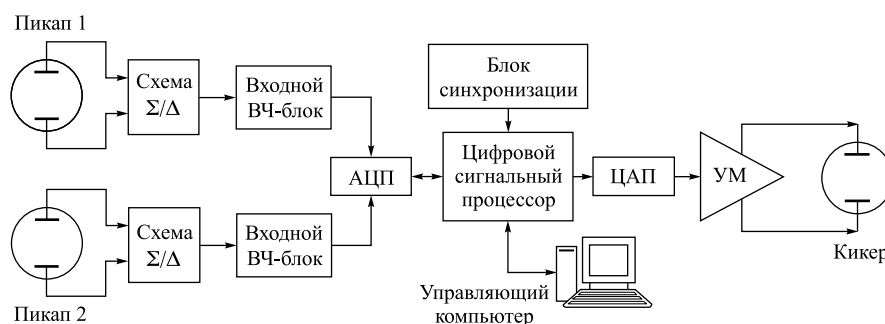


Рис. 12. Схема цифровой системы обратной связи

Следует отметить, что использование полосковых пикапов и кикеров, обладающих свойством направленности, позволяет одновременно стабилизировать движение электронных и позитронных сгустков, циркулирующих в противоположных направлениях по одним и тем же полосковым линиям для обоих типов частиц [65].

Использование двух пикапов позволяет вычислять поперечное положение и импульс каждого сгустка на каждом обороте, что расширяет полосу системы и позволяет производить пооборотную коррекцию положения пучка. Обозначим отклонение пучка от положения равновесия, измеренное первым пикапом, как x_1 , а вторым пикапом — как x_2 . В линейном приближении преобразование координаты участком магнитной структуры между пикапами имеет вид

$$x_2 = x_1 \sqrt{\beta_2/\beta_1} (\cos \Delta\phi_{12} + \alpha_1 \sin \Delta\phi_{12}) + x'_1 \sqrt{\beta_2\beta_1} \sin \Delta\phi_{12}, \quad (78)$$

где $x_{1,2}$, $x'_{1,2}$, $\beta_{1,2}$, $\alpha_{1,2}$ — значения координаты, импульса и структурных функций на первом и втором пикапах соответственно; ϕ_{12} — набег бетатронной фазы на участке. Преобразование (78) позволяет выразить поперечный импульс центра масс пучка на азимуте первого пикапа через измеренные обоими пикапами значения координат x_1 и x_2 . Применив аналогичное преобразование, вычислим координату x_K и импульс x'_K пучка в кикере:

$$\begin{aligned} x_K &= x_1 C_{1K} + \frac{x_2 - x_1 C_{12}}{S_{12}} S_{1K}, \\ x'_K &= \frac{1}{\beta_K} \left[-x_1 (\alpha_K C_{1K} + S_{1K}) + \frac{x_2 - x_1 C_{12}}{S_{12}} (C_{1K} - \alpha_K S_{1K}) \right]. \end{aligned} \quad (79)$$

Здесь

$$\begin{aligned} C_{1K} &= \sqrt{\beta_K/\beta_1} \cos \Delta\phi_{1K}, & S_{1K} &= \sqrt{\beta_K/\beta_1} \sin \Delta\phi_{1K}, \\ C_{12} &= \sqrt{\beta_2/\beta_1} \cos \Delta\phi_{12}, & S_{12} &= \sin \Delta\phi_{12}; \end{aligned} \quad (80)$$

ϕ_{1K} — набег бетатронной фазы на участке между первым пикапом и кикером; β_K и α_K — структурные функции на азимуте кикера.

Расчетное напряжение на кикере вычисляется как

$$V = \frac{E}{e} \frac{d}{L} \left(\operatorname{Re} K_{\text{FB}} x'_K + \operatorname{Im} K_{\text{FB}} \frac{x_K}{\beta_K} \right), \quad (81)$$

где $\operatorname{Re} K_{\text{FB}}$ и $\operatorname{Im} K_{\text{FB}}$ — коэффициенты резистивной и реактивной обратной связи соответственно; E — энергия пучка; L — длина кикера и d — расстояние между пластинами.

Итак, обработка сигнала должна состоять из следующих операций:

- задание коэффициентов обратной связи $\operatorname{Re} K_{\text{FB}}$ и $\operatorname{Im} K_{\text{FB}}$;
- измерение отклонения пучка в пикапах x_1 и x_2 ;
- расчет координаты x_K и импульса x'_K пучка в кикере по формулам (79);
- расчет удара по формуле (81).

Все величины, входящие в формулы, кроме x_1 и x_2 , рассчитываются заранее, а сигнальный процессор используется для быстрого вычисления выражений вида $ax + by$.

В системах продольной обратной связи [34–39] входным сигналом является отклонение фазы пучка от равновесной. Сигналы, пропорциональные продольной фазе каждого сгустка, измеряются на каждом обороте пучка с помощью быстрого фазового детектора, подключенного к датчику пучка. Сигналы оцифровываются быстрым АЦП и поступают в цифровой сигнальный процессор, вычисляющий корректирующие воздействия. Поскольку в качестве кикеров используются широкополосные ВЧ-резонаторы, в системах продольной ОС применяется блок гетеродинов и модуляторов, осуществляющий перенос сигнала обратной связи в высокочастотную область спектра. Анализ эффективности цифровых систем продольной обратной связи приведен в [99].

В последнее время развивается техника прямой оцифровки высокочастотного сигнала датчиков положения пучка [100]. Прямая оцифровка позволяет избавиться от сложной аналоговой электроники для переноса сигнала в низкочастотную область и его детектирования и таким образом упростить и удешевить систему, а также сделать ее настройку более удобной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Коллективные неустойчивости являются когерентными процессами, приводящими к экспоненциальному росту амплитуды колебаний пучка. Когерентность движения означает, что все частицы пучка вовлечены в процесс. Этим коллективные эффекты отличаются от одночастичных, когда каждая частица пучка взаимодействует с внешними электромагнитными полями (магнитная структура, ВЧ-резонаторы). Неустойчивости существенно осложняют работу практически любого ускорителя с интенсивными пучками (современные фабрики частиц, источники СИ).

Неустойчивости могут быть разделены на продольные и поперечные, а также на односгустковые (взаимодействие с широкополосным импедансом) и многосгустковые (взаимодействие с узкополосным импедансом).

Основной вклад в широкополосный импеданс вакуумной камеры вносят резонатороподобные полости в вакуумной камере, скачкообразные изменения поперечного сечения камеры, резистивный импеданс стенок и т. д.

В электрон-позитронных накопителях равновесное распределение частиц в пучках малой интенсивности является гауссовым из-за радиационного затухания. При увеличении числа частиц в сгустке влияние wake-полей возрастает и распределение частиц становится негауссовым. При достижении некоторой пороговой интенсивности wake-поля становятся достаточно сильными, чтобы возбуждались односгустковые неустойчивости (продольная микроволновая неустойчивость и поперечная неустойчивость связанных мод), которые существенно снижают качество пучка и могут быть причиной потерь частиц.

В случае взаимодействия пучка с узкополосным импедансом (паразитные высшие моды резонаторов) wake-поля, наведенные одним сгустком, не успевают затухать до прибытия следующего сгустка, в такой ситуации могут возбуждаться многосгустковые неустойчивости.

Причиной неустойчивости может быть взаимодействие пучка с ионами остаточного газа и с электронными облаками (в позитронных накопителях). Высокоэнергетичный пучок электронов ионизирует атомы остаточного газа, положительные ионы могут быть захвачены в потенциальную яму циркулирующего электронного пучка. В зависимости от заряда и поперечных размеров пучка частота колебаний ионов может быть порядка нескольких МГц, при этом движение ионов может быть довольно устойчивым в периодической фокусирующей структуре циркулирующего пучка. Накопление ионов является причиной ряда нежелательных эффектов, таких как ухудшение времени жизни пучка из-за рассеяния на ионах и сдвиг бетатронных частот, приводящий к неустойчивости (электрон-ионное взаимодействие аналогично влиянию узкополосного импеданса). Если интенсивность электронного пучка очень велика, то ионы могут накапливаться даже за один пролет (быстрая ионная неустойчивость), приводя к существенному увеличению размера пучков с малым эмиттансом.

Электронные облака могут формироваться благодаря тому, что синхротронное излучение выбивает из стенок вакуумной камеры фотоэлектроны, которые ускоряются в поперечном направлении полями пролетающего пучка. При коэффициенте вторичной эмиссии больше единицы может происходить умножение вторичных электронов, взаимодействие которых с позитронным пучком является причиной неустойчивости. Электронные облака могут быть также причиной увеличения эмиттанса интенсивных пучков и нагрева стенок вакуумной камеры. Для борьбы с электронными облаками эффективны такие меры, как обработка внутренней поверхности вакуумной камеры для снижения коэффициента вторичной эмиссии, обезгаживание камеры синхротронным излучением, неравномерное распределение сгустков по периметру (зазор), использование магнитных полей соленоидов.

В процессе проектирования ускорителей, предназначенных для работы с пучками высокой интенсивности, обязательно должны приниматься меры по минимизации как широкополосного, так и узкополосного импеданса. Тем не

менее импеданс в принципе не может быть нулевым, и всегда существует пороговый ток пучка, выше которого продольное или поперечное движение будет неустойчивым. Если ускоритель должен работать с током пучка выше порога неустойчивости, необходимы активные системы обратной связи. Система ОС должна обеспечивать измерение поперечного положения или продольной фазы каждого сгустка, т. е. быть достаточно широкополосной, сигнал должен быть усилен во много раз, т. е. электроника должна быть малошумящей. В качестве кикеров используются широкополосные устройства — полосковые линии в системах поперечной ОС и специальные низкодобротные резонаторы в системах продольной ОС. Для подавления постоянной составляющей и сигнала на частоте обращения применяются узкополосные режекторные фильтры.

Правильно спроектированные накопители с малым широкополосным импедансом, тщательно подавленными высшими модами ускоряющих резонаторов и активными системами продольной и поперечной обратной связи могут работать с токами пучка до нескольких ампер (РЕР-II, КЕКВ, ДАФНЕ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карлинер М. М. Когерентные неустойчивости пучка в электронных накопителях вследствие электромагнитного взаимодействия с окружающей структурой. Препринт ИЯФ СО АН СССР 74-105. Новосибирск, 1974.
2. Chao A. Physics of Collective Beam Instabilities. N. Y.: Wiley, 1993.
3. Диканский Н. С., Пестриков Д. В. Физика интенсивных пучков в накопителях. Новосибирск: Наука, 1989.
4. Куренной С. С. Взаимодействие пучка с вакуумной камерой ускорителя. Методы вычисления импеданса связи // ЭЧАЯ. 1993. Т. 24, вып. 3. С. 878–927.
5. Zotter B. W., Kheifets S. A. Impedances and Wakes in High-Energy Particle Accelerators. Singapore: World Sci., 1998.
6. Ng K. Y. Physics of Intensity Dependent Beam Instabilities. Singapore: World Sci., 2006.
7. Karliner M., Popov K. Theory of a Feedback to Cure Transverse Mode Coupling Instability // Nucl. Instr. Meth. A. 2005. V. 537. P. 481–500.
8. Sacherer F. // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1977. V. NS-24. P. 1393.
9. Henry I. Phase Oscillations in High-Current Synchrotrons // J. Appl. Phys. 1960. V. 31. P. 1338.
10. Барышев А. И., Хейфец С. А. Влияние наведенного напряжения на фазовые колебания сгустка частиц в ускорителе // ЖТФ. 1963. Т. 33. С. 320.
11. Карлинер М. И., Скринский А. Н., Шехтман И. А. Условие устойчивости фазового движения сгустка в накопителях релятивистских частиц // ЖТФ. 1968. Т. 38. С. 1945.

12. *Haissinski J.* // Nuovo Cim. B. 1973. V. 18. P. 72.
13. *Migliorati M., Palumbo L., Zobov M.* Bunch Lengthening in DAΦNE Main Ring. DAΦNE Technical Note G-22, INFN-LNF. 1993.
14. *Clarke J.A.* Bunch Lengthening Thresholds on the Daresbury SRS // Proc. of PAC-1995, Dallas, USA, 1995.
15. *Ogata A. et al.* Longitudinal Instability in TRISTAN Main Ring Observed by a Streak Camera // Proc. of EPAC-1988, Rome, 1988.
16. *Krejcik P. et al.* High Intensity Bunch Length Instabilities in the SLC Damping Rings // Proc. of PAC-1993, Washington, 1993.
17. *Limborg C., Sebek J.* Relaxation Oscillations of the Synchrotron Motion Caused by Narrow-Band Impedance // Phys. Rev. E. 1999. V. 60, No. 4. P. 4823.
18. *De Ninno G. et al.* Longitudinal Single-Bunch Instabilities for Different Operation Energies at ELETTRA // Proc. of PAC-2003, Portland, USA, 2003.
19. *Oide K., Yokoya K.* KEK Preprint 90-10. 1990.
20. *Oide K.* A Mechanism of Longitudinal Single-Bunch Instability in Storage Rings. KEK Preprint 94-138. 1994.
21. *O'Neil T.* // Phys. Fluids. 1965. V. 8. P. 2255.
22. *Chin Y., Yokoya K.* Nonlinear Perturbation Approach to Bunch Lengthening and Blow-up of Energy Spread // Nucl. Instr. Meth. A. 1984. V. 226, No. 2–3. P. 223–249.
23. *Yunhai Cai et al.* Measurements, Analysis, and Simulation of Microwave Instability in the Low Energy Ring of KEKB // Proc. of PAC-2009, Vancouver, Canada, 2009.
24. *Boussard D.* Observation of Microwave Longitudinal Instabilities in the SPS. CERN II/RF/Int.75-2. Geneva, 1975.
25. *Keil E., Schnell W.* CERN ISR-TH-RF 69/48. Geneva, 1969.
26. *Bane K., Oide K.* Simulations of the Longitudinal Instability in the SLC Damping Rings // Proc. of PAC-1993, Washington, 1993.
27. *Warnock R. et al.* Linear Vlasov Analysis for Stability of a Bunched Beam // Proc. of EPAC-2004, Lucerne, Switzerland, 2004.
28. *Novokhatski A.* Computer Algorithm for Longitudinal Single Bunch Stability Study in a Storage Ring. SLAC PUB 11251. SLAC Nat. Accelerator Lab., USA, 2005.
29. *Novokhatski A., Zobov M.* Longitudinal Beam Stability in the Super B-Factory. SLAC PUB 13702. SLAC Nat. Accelerator Lab., USA, 2009.
30. *Nuhn H.-D. et al.* A Longitudinal Multibunch Feedback System for PEP // Proc. of PAC-1991, San Francisco, USA, 1991.
31. *Svandrlík M. et al.* The Cure of Multibunch Instabilities in ELETTRA // Proc. of PAC-1995, Dallas, USA, 1995.
32. *Billing M.* Observation of a Longitudinal Coupled Bunch Instability with Trains of Bunches in CESR // Proc. of PAC-1997, Vancouver, Canada, 1997.

33. *Naumann O., Jacob J.* Fractional Filling Induced Landau Damping of Longitudinal Instabilities at the ESRF // *Ibid.*
34. *Fox J. et al.* Multi-Bunch Instability Diagnostics via Digital Feedback Systems at PEP-II, DAΦNE, ALS and SPEAR // *Proc. of PAC-1999, New York, USA, 1999.*
35. *Khan S.* Diagnostics of Instabilities at BESSY-II Using the Digital Longitudinal Feedback System // *Proc. of EPAC-2002, Paris, 2002.*
36. *Arbuzov V. S. et al.* Feedback System for Damping of Longitudinal Bunch Oscillations in VEPP-4M Collider // *Proc. of RuPAC-2006, Novosibirsk, Russia, 2006.*
37. *Wu W. Z. et al.* Development and Commissioning of Bunch-by-Bunch Longitudinal Feedback System for Duke Storage Ring // *Proc. of PAC-2009, Vancouver, Canada, 2009.*
38. *Mastorides T.* Measurements and Analysis of Longitudinal HOM-Driven Coupled Bunch Modes in PEP-II Rings // *Proc. of BIW-2008, Tahoe City, USA, 2008.*
39. *Obina T.* Suppression of Longitudinal Coupled-Bunch Instabilities at the KEK-PF // *Ibid.*
40. *Kageyama T. et al.* Development of a HOM-Damped Cavity for the KEK B-Factory (KEKB) // *Proc. of PAC-1995, Dallas, USA, 1995.*
41. *Volkov V. et al.* Single Mode RF Cavity for VEPP-2000 Storage Ring Based Collider // *Proc. of EPAC-2004, Lucerne, Switzerland, 2004.*
42. *Guillotin N.* Development of HOM Damped Copper Cavity for the ESRF // *Proc. of EPAC-2006, Edinburgh, Scotland, 2006.*
43. *Weihreter E.* Status of the European HOM Damped Normal Conducting Cavity // *Proc. of EPAC-2008, Genoa, Italy, 2008.*
44. <http://www.cst.com/Content/Products/MAFIA/Overview.aspx>
45. *Bruns W.* The GdfidL Electromagnetic Field Simulator. <http://www.gdfidl.de/>
46. *Sacherer F.* CERN/MPS-BR/73-3. Geneva, 1973.
47. *Wiedemann H.* Particle Accelerator Physics II. Berlin: Springer, 1999.
48. *Fabris A., Pasotti C., Svandrlík M.* Coupled Bunch Instability Calculations for the ANKA Storage Ring // *Proc. of EPAC-1998, Stockholm, 1998.*
49. *Анчугов О. В. и др.* Применение методов ускорительной физики в экспериментах по прецизионному измерению масс частиц на комплексе ВЭПП-4М с детектором КЕДР // *ПТЭ. 2010. № 1. С. 20–33.*
50. *Pellegrini C.* Longitudinal Instabilities in Circular Accelerator and Storage Rings // *Proc. of PAC-1981, Washington, 1981.*
51. *Migliorati M., Palumbo L.* Multibunch Instabilities in DAΦNE: Longitudinal and Transverse Coherent Frequency Shift. DAΦNE Technical Note G-18, INFN-LNF. 1993.
52. *Mityanina N. V.* The Code MBIM2 for the Calculation of the Arbitrary Multibunch Beams Longitudinal Coherent Oscillations Stability (in the Case of Long Bunches) // *Proc. of PAC-2005, Knoxville, USA, 2005.*

53. *Fromowitz D. B.* Simulation of Longitudinal Multibunch Instabilities in CESR // Proc. of PAC-1999, New York, USA, 1999.
54. *Nagaoka R., Wrulich A.* Modelling of Low Frequency Longitudinal Coupled Bunch Oscillation // Proc. of EPAC-1996, Barcelona, Spain, 1996.
55. *Myers S.* LEP Note 436. Geneva: CERN, 1983.
56. *Danilov V. V., Perevedentsev E. A.* Feedback System for Elimination of the Transverse Mode Coupling Instability. CERN SL/93-38 (AP). Geneva, 1993.
57. *Perevedentsev E.* Head-Tail Instability Caused by Electron Cloud // Proc. of ECLLOUD-2002. CERN-2002-001. Geneva, 2002. P. 171–194.
58. *Danilov V. V., Perevedentsev E. A.* Transverse Feedback Systems for the Strong Head-Tail Effect. CERN SL/92-58 (AP). Geneva, 1992.
59. *Ауслендер В. Л. и др.* Изучение самовозбуждения и ускоренного затухания поперечных колебаний в накопителе ВЭПП-2 // АЭ. 1967. Т. 22. С. 198–200.
60. *Jacob J. et al.* Experimental and Theoretical Studies of Transverse Single Bunch Instabilities at ESRF // Proc. of EPAC-1998, Stockholm, 1998.
61. *Ruth R.* Reactive Feedback in the Two Particle Model. CERN LEP-TH/83-22. Geneva, 1969.
62. *Ruth R.* // Proc. of HEACC 1983, Fermilab, USA, 1983. P. 389.
63. *Myers S.* Conclusions of the Fifth LEP Performance Workshop. CERN SL/95-10 (DI). Geneva, 1995.
64. *Karliner M. et al.* The Feedback System for Elimination the Fast Head-Tail Instability at Storage Ring VEPP-4M // Proc. of EPAC-1996, Barcelona, Spain, 1996.
65. *Cherepanov V. et al.* Transverse Bunch-by-Bunch Digital Feedback for the VEPP-4M Collider // Proc. of RuPAC-2010, Protvino, Russia, 2010.
66. *Винокуров Н. А. и др.* Влияние хроматичности и кубической нелинейности на кинематику бетатронных колебаний. Препринт ИЯФ СО АН СССР 76-87. Новосибирск, 1976.
67. *Винокуров Н. А., Кулипанов Г. Н., Переведенцев Е. А.* Эффект «отрицательной массы» для нелинейной колебательной системы и его влияние на устойчивость когерентных бетатронных колебаний. Препринт ИЯФ СО АН СССР 76-88. Новосибирск, 1976.
68. *Винокуров Н. А. и др.* Экспериментальное исследование динамики пучка при накоплении большого тока в накопителе ВЭПП-3 // Тр. 5-го Всесоюз. совещ. по ускорителям заряженных частиц. М.: Наука, 1977. С. 16.
69. *Смалюк В. В.* Подавление коллективных неустойчивостей пучка в электрон-позитронных накопителях. Дис. . . д-ра физ.-мат. наук. Новосибирск, 2010.
70. *Ohmi K., Kobayashi Y.* Head-Tail Effect due to Lattice Nonlinearities in Storage Rings // Phys. Rev. E. 1999. V. 59, No. 1. P. 1167–1170.
71. *Minty M. G. et al.* Experience with Multibunch Beam Stability at PEP-II. SLAC PUB 8363. SLAC Nat. Accelerator Lab., USA, 2000.

72. *Harkay K., Sajaev V., Yang B.* Transverse Multibunch Bursting Instability in the APS Storage Ring // Proc. of PAC-2007, Albuquerque, USA, 2007.
73. *Drago A.* Horizontal Instability and Feedback Performance in DAΦNE e^+ Ring // Proc. of EPAC-2004, Lucerne, Switzerland, 2004.
74. *Tosi L. et al.* Diagnostics and Analysis of Instabilities with the Digital Transverse Multibunch Feedback at ELETTRA // Proc. of PAC-2001, Chicago, USA, 2001.
75. *Tosi L., Smaluk V., Karantzoulis E.* Landau Damping via the Harmonic Sextupole // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2003. V. 6. P. 054401.
76. *Nagaoka R., Revol J.L., Jacob J.* Observation, Analysis and Cure of Transverse Multibunch Instabilities at the ESRF // Proc. of EPAC-2004, Lucerne, Switzerland, 2004.
77. *Win S.S. et al.* Observation of Transverse Coupled Bunch Instability at KEKB // Proc. of APAC-2001, Beijing, China, 2001.
78. *Sacherer F.* CERN/PS/BR 76-21. Geneva, 1976.
79. *Karliner M.M., Mityanina N.V., Yakovlev V.P.* Multibunch Resistive Wall Instabilities of an Intense Electron Beam in Storage Rings. Preprint Budker INP 92-52. Novosibirsk, 1992.
80. *Mityanina N.* The Stability of Transverse Oscillations of Multibunch Beams in Storage Rings with the Account of Beam Coupling with RF Cavities. Preprint Budker INP 99-45. Novosibirsk, 1999.
81. *Berg J.S., Ruth R.D.* Transverse Instabilities for Multiple Nonrigid Bunches in a Storage Ring // Phys. Rev. E. 1995. V. 52. P. R2179–R2182.
82. *Pestrikov D.V.* Fast Transverse Multibunch Coherent Instabilities in a Beam with a Quasi-Uniform Filling // Nucl. Instr. Meth. A. 2009. V. 604. P. 489–496.
83. *Dehler M. et al.* State of the SLS Multi-Bunch Feedback // Proc. of APAC-2007, Indore, India, 2007.
84. *Yao C.-Y., Norum E., DiMonte N.* An FPGA-Based Bunch-to-Bunch Feedback System at the Advanced Photon Source // Proc. of PAC-2007, Albuquerque, USA, 2007.
85. *Plouviez E. et al.* Bunch by Bunch Transverse Feedback Development at ESRF // Proc. of EPAC-2008, Genoa, Italy, 2008.
86. *Baconnier Y., Brianti G.* The Stability of Ions in Bunched Beam Machines. CERN/SPS/80-2(DI). Geneva, 1980.
87. *Zimmermann F. et al.* Experiments on the Fast Beam-Ion Instability at the ALS. SLAC PUB 7617. SLAC Nat. Accelerator Lab., USA, 1997.
88. *Huang J.Y. et al.* Study of the Fast Beam-Ion Instability in the Pohang Light Source // Proc. of EPAC-1998, Stockholm, 1998.
89. *Ohnishi Y. et al.* Study of Fast Ion Instability at KEKB Electron Ring // Proc. of EPAC-2000, Vienna, 2000.
90. *Luo Y., Guo Z.Y., Zhang C.* Analysis of the Ion Induced Coupled Bunch Instability Observed in BEPC // Proc. of APAC-2001, Beijing, 2001.

-
91. *Raubenheimer T. O., Zimmermann F.* Fast Beam-Ion Instability: I. Linear Theory and Simulations // *Phys. Rev. E.* 1995. V. 52. P. 5487.
 92. *Stupakov G. V., Raubenheimer T. O., Zimmermann F.* Fast Beam-Ion Instability: II. Effect of Ion Decoherence // *Ibid.* P. 5499.
 93. *Emma P., Raubenheimer T., Zimmermann F.* Emittance Dilution by Ions in the SLC Arcs // *Proc. of EPAC-1994, London, 1994.*
 94. *Ohmi K., Zimmermann F.* Head-Tail Instability Caused by Electron Clouds in Positron Storage Rings // *Phys. Rev. Lett.* 2000. V. 85, No. 18.
 95. *Ohmi K.* Beam-Photoelectron Instability at KEKB. KEK Preprint 98-17. 1998.
 96. *Ohmi K., Matsumoto S.* Beam-Photoelectron Instability at KEKB: Applying a Magnetic Field. KEK Preprint 98-37. 1998.
 97. *Ohmi K.* Beam-Photoelectron Interactions in Positron Storage Rings // *Phys. Rev. Lett.* 1995. V. 75, No. 8.
 98. *Ohmi K., Zimmermann F., Perevedentsev E.* Wake-Field and Fast Head-Tail Instability Caused by an Electron Cloud // *Phys. Rev. E.* 2001. V. 65, No. 1.
 99. *Zhabitsky V. M.* Digital Longitudinal Feedback Systems in Synchrotrons // *Proc. of RuPAC-2010, Protvino, Russia, 2010.*
 100. *Nakamura T., Kobayashi K., Zhou Z.* Bunch by Bunch Feedback by RF Direct Sampling // *Proc. of EPAC-2008. Genoa, Italy, 2008.*