

## НЕСТАБИЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

*В. И. Кукса*

Научно-исследовательский институт физики,  
Южный Федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

ВВЕДЕНИЕ	999
РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ НЕСТАБИЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ	1002
Краткий исторический обзор проблемы	1002
Обзор различных подходов в квантово-полево описании нестабильных частиц	1005
КВАНТОВО-ПОЛЕВАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАБИЛЬНЫХ ЧАСТИЦ С РАЗМЫТОЙ МАССОВОЙ ОБОЛОЧКОЙ	1013
Физические основы модели нестабильных частиц	1013
Формализм квантово-полевой модели нестабильных частиц	1018
Вероятности перехода в модели нестабильных частиц	1023
Функции Грина и пропагаторы нестабильных частиц	1025
Факторизация ширин и сечений процессов с нестабильной частицей в промежуточном состоянии	1030
Феноменология размытия массовой оболочки нестабильных частиц	1033
ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ СЛЕДСТВИЯ МОДЕЛИ	1034
Высокоэнергетические процессы	1035
Низкоэнергетические процессы	1052
ЭФФЕКТЫ ФАКТОРИЗАЦИИ В МОДЕЛИ НЕСТАБИЛЬНЫХ ЧАСТИЦ С РАЗМЫТОЙ МАССОВОЙ ОБОЛОЧКОЙ	1056
Факторизация в выражениях для квадратов амплитуд	1057
Факторизация выражений для наблюдаемых	1061
Метод факторизации в модели нестабильных частиц с размытой массой	1063
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	1067
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1069

## НЕСТАБИЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

*В. И. Кукса*

Научно-исследовательский институт физики,  
Южный Федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

Представлен обзор различных подходов в описании нестабильных частиц. Рассмотрены основные проблемы, которые возникают в квантово-полевоом описании этих частиц, и способы их решения. Среди них отмечен подход, связанный с применением концепции размытой (континуальной) массы, вытекающей из конечности времени существования нестабильных частиц. Детально рассмотрена квантово-полевая модель нестабильных частиц с размытой массой, которая строится на основе двух базовых элементов, имеющих аксиоматический статус. В рамках модели рассмотрены основные процессы (распад и рассеяние) с участием нестабильных частиц и развит формализм для описания физических характеристик этих процессов. Модель успешно применена к описанию процессов парного и тройного рождения бозонов на линейном коллайдере, парного рождения топ-кварков и некоторых распадов адронов. На основе модельного подхода развит метод факторизации, позволяющий значительно упростить описание сложных и многоступенчатых процессов рассеяния и распада с участием нестабильных частиц.

A review of the different approaches in the description of the unstable particles is presented. The main problems and their treatments have been considered which arise in the quantum-field description of these particles. The approach is picked out which is based on smeared (continual) mass conception following from the finite lifetime of unstable particles. Quantum-field model of unstable particles is presented in detail which is built on the base of two basic elements with axiomatic status. Within the frame of the model, the main processes (decay and scattering) with participation of unstable particles are considered and the formalism describing physical characteristics of these processes is developed. The model was successfully applied to the description of the pair and triple boson production at the linear collider, top-pair production and some hadron decay processes. The factorization method was developed on the base of the model approach which simplifies significantly the description of the complicated chain processes of the scattering and decay with the participation of unstable particles.

PACS: 11.10.St; 11.30.Pb; 13.20.Jf; 13.38.Dg

### ВВЕДЕНИЕ

Подавляющее большинство экспериментально обнаруженных частиц имеют конечное время жизни, т. е. они нестабильны. Однако в квантовой теории поля объектами строгого описания являются стабильные состояния. Под нестабильными состояниями мы будем далее понимать как элементарные нестабильные частицы (т. е. объекты Стандартной модели, фундаментальные частицы), так и адронные резонансы (мезоны, барионы,  $\Delta$ -резонансы). Природа нестабильности этих различных по внутренней структуре состояний мо-

жет в некоторых аспектах быть разной, но существуют и некоторые общие свойства и закономерности, позволяющие описывать эти состояния с общих позиций.

Проблемы описания нестабильных состояний имеют свои корни в его формальном обосновании в рамках традиционной квантовой механики и квантовой теории поля. Внутренняя диссипативная природа нестабильных систем в квантовой механике [1–5] и в физике частиц [6–18] порождает проблемы, связанные с комплексностью собственных значений гамильтониана, а также с требованием унитарности матрицы рассеяния и полноты набора асимптотических состояний. Стабильные (нераспадающиеся) состояния описываются в квантовой механике векторами в пространстве Гильберта (пространство квадратично-интегрируемых функций). Это описание обладает временной симметрией, т. е. допускает инверсию временной оси, что тесно связано с унитарностью. Нестабильные состояния не могут быть описаны таким же образом, и потребовалась модификация формального аппарата. Для их описания были введены векторы Гамова, а пространство Гильберта модифицировано в «составное» (rigged) пространство Гильберта или пространство Харди (пространство распределений). Аналогичные методологические проблемы возникают и при описании нестабильных частиц в рамках квантовой теории поля (обзор истории проблем представлен более полно в работах [3–5] и [19]). Теория возмущений, используемая практически во всех расчетах характеристик процессов, при своем обосновании опирается на понятие асимптотических состояний, т. е. состояний, определенных при  $t \rightarrow \pm\infty$ . Формальное описание распадающегося состояния и конечность времени жизни нестабильной частицы вступают в противоречие с понятием асимптотического состояния. Удаление таких частиц из набора асимптотических состояний приводит к нарушению унитарности  $S$ -матрицы (которая связана с сохранением нормировки вектора состояния или полной вероятности). Кроме того, существуют проблемы с непертурбативностью нестабильного состояния в области резонанса, проблемы с калибровочной инвариантностью расчетов основных характеристик частицы или резонанса и проблемы неоднозначности определения массы и ширины. Эти проблемы связаны, с одной стороны, с техническими средствами описания в рамках теории возмущений, а с другой стороны, обусловлены соотношением неопределенности, которое носит фундаментальный характер. Конечность времени жизни квантовой системы не позволяет фиксировать энергию, а значит, и массу с произвольной точностью. Более того, нестабильная система по своей природе не может быть замкнутой, и возникает проблема разбиения полной системы на частицу (как объект описания) и среду.

Несмотря на существенное отличие стабильных состояний от нестабильных, при описании последних используют, как правило, тот же формализм и ту же систематику по квантовым числам. Необходимо определить, в ка-

кой мере нестабильные частицы могут быть описаны как стабильные и в чем состоит неустранимое отличие. Возможность и точность описания нестабильных частиц традиционными методами квантовой теории поля обычно связывают с величиной  $\Gamma/M$ . Это отношение определяет величину вклада нестабильности, т. е. величину эффекта конечной ширины. Для подавляющего числа элементарных частиц и некоторых адронов отношение  $\Gamma/M$  исчезающе мало, и использование обычного формализма для описания процессов с участием такой частицы дает правильные результаты. Такой подход называют приближением стабильных частиц (Stable Particle Approximation). Однако для большинства адронов  $\Gamma/M$  не мало, например, для  $\rho$ -мезонов  $\Gamma/M \approx 1/6$ . Кроме того, возрастающая точность эксперимента требует учета эффектов конечной ширины и для таких частиц, как  $Z$ - и  $W$ -бозоны, а также  $t$ -кварк ( $\Gamma/M \approx 10^{-2}$ ). Существуют процессы, называемые окологороговыми, когда эффекты конечной ширины велики даже при малых  $\Gamma/M$ . В этом случае величина эффекта определяется близостью к порогу, точнее, величиной  $(E - E_0)/\Gamma$ , где  $E_0$  — пороговая энергия. Таким образом, задача описания нестабильности или эффектов конечной ширины актуальна для широкого класса процессов, протекающих с участием нестабильных частиц и резонансов как при низких, так и при высоких энергиях.

Ввод в действие ускорителей с большими энергиями и с высокой светимостью предъявляет все возрастающие требования к точности теоретического описания изучаемых процессов. При расчете характеристик реакций с участием нестабильных частиц постоянно сталкиваются с трудностями, которые имеют как технический, так и концептуальный характер. Как отмечено ранее, это обстоятельство связано с тем, что нестабильные состояния (фундаментальные нестабильные частицы и адронные резонансы) в концептуальном плане строго не описываются квантовой теорией поля. Нестабильные частицы не могут быть включены в набор асимптотических состояний в теории поля. Эта проблема носит концептуальный характер и, несмотря на видимую формальность, порождает многочисленные технические и методологические трудности, активно обсуждаемые в течение нескольких десятилетий.

Проблема описания нестабильных частиц в рамках традиционного аппарата имеет много аспектов, обсуждение которых периодически обостряется с изменением экспериментальных возможностей. Применение формализма в приближении стабильных частиц к объектам Стандартной модели сначала оправдывалось малостью ширин фундаментальных частиц. Однако экспериментальные возможности LEP2 уже потребовали учитывать эффекты конечной ширины в процессах парного рождения  $W$ - и  $Z$ -бозонов. То же самое относится к рождению  $t$ -кварков на коллайдерах тэватрон, LHC и планируемых линейных ускорителях. Ситуация заметно усложняется при описании процессов с участием адронов, так как для большинства из них величина  $\Gamma/M$  большая и учет эффектов конечной ширины, т. е. нестабильности, принци-

пиален. В рамках предлагаемой модели рассмотрены некоторые процессы с участием адронов и рассчитаны вклады эффектов конечной ширины. Необходимо отметить, что в традиционном подходе эти эффекты связаны с состояниями вне массовой оболочки, которые для нестабильных частиц однозначно не определены.

Материал предлагаемой работы представлен следующим образом. В разд. 1 дан исторический обзор различных подходов к задаче квантово-полевого описания нестабильных частиц и кратко обсуждаются основные проблемы, возникающие в этих подходах. В разд. 2 рассматриваются физические основы концепции размытия массы (массовой оболочки) и представлен формализм модели в рамках квантово-полевой теории. Феноменологические следствия модели в высокоэнергетической и низкоэнергетической физике детально рассмотрены в разд. 3, где показано, что модельный формализм хорошо работает как в случае фундаментальных НЧ с большими ширинами, так и в случае адронов. В разд. 4 представлен метод факторизации, основанный на специфической структуре модельных пропагаторов, приводящей к факторизации вероятностей переходов в процессах с НЧ в промежуточных состояниях. В заключении отмечены характерные особенности модели, а также сформулированы некоторые проблемы, имеющие общие черты в традиционном и модельном подходах.

## 1. РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ НЕСТАБИЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ

**1.1. Краткий исторический обзор проблемы.** Проблемы описания нестабильных состояний квантовых объектов формировались со становлением квантовой механики и квантовой теории поля. Достаточно полный исторический обзор формирования и развития задачи описания нестабильных объектов в рамках как квантовой механики, так и квантовой теории поля содержится в работах [3–5] и [19]. В этом разделе мы отметим наиболее общие и существенные моменты в развитии теории нестабильных состояний. Квантовая механика обычно применяется к физическим системам, состоящим из стабильных частиц, причем такие состояния описываются векторами в пространстве Гильберта. Нестабильные квантовые состояния описываются векторами Гамова [1], соответствующими комплексным собственным значениям гамильтониана, что приводит к необходимости расширения гильбертова пространства. Динамика формирования структуры и распада таких систем была разработана Вайскопфом и Вигнером в [2]. Явная временная зависимость вводится в волновую функцию согласно

$$\Psi(t) = e^{-iHt}\Psi; \quad H = H_0 + H_{\text{int}}, \quad H_0\Psi = E_0\Psi. \quad (1)$$

Далее с помощью спектрального разложения оператора эволюции системы  $U(t) = e^{-iHt}$  вводится функция Грина и рассчитывается энергетический спектр. Релятивистское обобщение метода заключается в использовании пуанкаре-инвариантного параметра  $\tau$  в качестве временной переменной. Волновые функции этой модели расходятся при  $t \rightarrow -\infty$ , а потому не могут быть нормированы на всей оси времени и принадлежать пространству Гильберта. Для описания таких состояний вводится пространство Харди (rigged Hilbert space), причем эта процедура не является однозначной.

Попытки описания нестабильных частиц в рамках квантовой теории поля предпринимались уже в середине прошлого века. В работе [6] рассматривается теория перенормировки в процессах с участием нестабильных частиц. Отмечается существенное различие стабильных и нестабильных частиц, обусловленное соотношением неопределенности величины массы частицы и временем ее жизни. Рассматриваются два способа описания нестабильной частицы в промежуточном состоянии — с помощью пропагатора с комплексной массой и  $S$ -матрицей с комплексным полюсом  $E = M - i\Gamma/2$ . В работах [7,8] проведена попытка описания нестабильных частиц с учетом фундаментального соотношения неопределенностей, приводящего к неопределенности (размытию) массы. Масса нестабильных частиц в ансамбле не может быть определена точно, т. е. зафиксирована измерительным прибором, так как частица имеет ограниченное время жизни. Решение уравнения, описывающего распад частиц, соответствует волновой функции, которая в системе покоя имеет вид

$$\Psi(\tau) = \exp \left\{ iM\tau - \frac{1}{2}\lambda|\tau| \right\}, \quad (2)$$

где  $\lambda$  — параметр распада (ширина), а  $\tau$  — собственное время. Существует формальное фурье-преобразование выражения (2):

$$\Psi(\tau) = \frac{\lambda}{2\pi} \int \frac{\exp \{-im\tau\} dm}{(m - M)^2 + \frac{1}{4}\lambda^2}. \quad (3)$$

Выражение (3) интерпретируется в работе [7] как распределение массы с дисперсией  $\Delta m$ , которая связана со средним временем жизни  $\Delta\tau = 1/\lambda$  соотношением неопределенности

$$\Delta m \cdot \Delta\tau \sim 1 \quad (\hbar = c = 1). \quad (4)$$

Решение (2) формально можно также интерпретировать как состояние, имеющее комплексную массу  $M - i\lambda/2$ . Включение такого состояния в общий набор полей приводит к противоречию с исходными принципами традиционной квантовой теории поля. С учетом представления (3) это же состояние принимается как состояние с действительной массой, не имеющей фиксированного значения в соответствии с соотношением неопределенности. На основе

этих представлений строится модель нестабильных частиц, описывающая их «статические» характеристики — среднюю массу и среднее время жизни. Дается прямая физическая интерпретация спектральных функций типа функций Челлена–Лемана, описывающих распределение массового параметра.

В работе [9] отмечается, что взаимодействия, приводящие к распаду многих частиц, являются слабыми, и в первом приближении эти нестабильные частицы могут считаться стабильными, т. е. описываться обычными методами квантовой теории поля (приближение стабильных частиц). Однако с фундаментальной точки зрения такая ситуация является неудовлетворительной, так как нет возможности построить полный базис асимптотических состояний. Положение осложняется еще и тем, что соотношение неопределенности налагает пределы на точность определения не только массы,  $\Delta m \simeq \Gamma$ , но и ширины:  $\Delta \Gamma \simeq \Gamma(\Gamma/M)$ . Рассматривается способ определения этих параметров, предложенный Пайерлсом, — масса и ширина являются параметрами комплексного полюса  $M - i\Gamma/2$  матричного элемента  $S$ -матрицы в многолистной поверхности Римана, в которой строится аналитическое продолжение пропагатора. Развитие подхода, предложенного Пайерлсом, выполнено в работе [10]. С помощью представления Лемана для пропагатора нестабильной частицы исследуется структура полюса пропагатора и определяется спектральная функция, которая может быть интерпретирована как распределение массового параметра частицы. Исследуется вопрос о том, чему соответствует экспериментальная масса и ширина — параметрам полюса (метод Пайерлса) или моментам распределения спектральной функции (метод Мэтью и Салама). Сделан вывод о том, что экспериментальные масса и ширина соответствуют параметрам полюса пропагатора. Аналогичные исследования структуры функций Грина для нестабильных частиц проведены в работе [11]. Сделан вывод о том, что описание нестабильных частиц полностью содержится в общей теории функций Грина.

Концепция непрерывного распределения (размытия) массового параметра отражена в построении так называемых обобщенных свободных полей, асимптотические свойства которых рассматривались в работах [12, 13]. Эти поля могут быть применены к описанию связанных состояний или резонансов с размытым энергетическим уровнем. Дальнейшее развитие это направление получило в работах [14–17], где показано, что подход может быть применим к описанию нестабильных частиц.

Как отмечено выше, одна из основных трудностей квантово-полевого описания нестабильных частиц носит концептуальный характер и заключается в том, что они не могут быть представлены в качестве асимптотических состояний. Последние необходимы для построения и обоснования теории возмущений, без которой невозможен практический расчет вероятностей переходов, т. е. количественное описание процессов. Удаление поля, описывающего нестабильное состояние, из полного набора, присутствующего в лагранжиане

теории, ведет к нарушению унитарности усеченной таким образом (truncated)  $S$ -матрицы. Проблема включения нестабильных частиц в состав объектов квантовой теории поля детально анализируется в [18]. В этой работе ставится вопрос — можно ли построить модифицированную теорию возмущений с усеченным базисом асимптотических состояний и унитарной  $S$ -матрицей? Дается положительный ответ, и рассмотрен способ построения такой теории возмущений, который по существу сводится к модификации пропагатора нестабильной частицы. При этом отмечается, что формулировка теории в терминах только стабильных частиц приводит к появлению нелокальных взаимодействий.

**1.2. Обзор различных подходов в квантово-полевым описании нестабильных частиц.** Дальнейшее развитие теории нестабильных частиц и резонансов в рамках традиционного подхода происходит в основном по двум направлениям. Первое связано с развитием методики расчета поправок к ренормированному пропагатору, т.е. с расчетом значений массы и ширины в схеме ренормировки на массовой поверхности. Второе направление связано с анализом структуры полюса  $S$ -матрицы и расчетом его параметров. При этом рассматриваются как методологические, так и концептуальные проблемы, присущие этим направлениям. Детальное обсуждение электрослабых поправок к парциальным ширинам  $Z$ -бозона проведено в работах [20, 21] в рамках первого (пропагаторного) направления. Особое внимание уделяется требованию калибровочной инвариантности при расчете таких физических величин, как масса и ширина. Традиционные схемы расчета этих величин с ренормировкой на массовой поверхности приводят к калибровочной зависимости результатов в высших порядках [22, 23]. Кроме того, возникает необходимость разработки последовательного и систематического метода расчета поправок в произвольном порядке теории возмущений. Проблема состоит в том, что при расчетах используется суммирование Дайсона с усеченным набором собственно энергетических диаграмм. Эта проблема и пути ее решения обсуждаются в работах [23–27], причем основное внимание уделяется разработке калибровочно-инвариантных способов расчета массы и ширины, использующих положение полюса в амплитуде перехода. Этот полюс определяется структурой пропагатора или  $S$ -матрицы. В работе [23] показывается, что основные проблемы с калибровочной неинвариантностью заключаются в том, что амплитуду двухчастичного рассеяния с нестабильной частицей в промежуточном состоянии обычно представляют после суммирования Дайсона в виде

$$A(s) = \frac{a(s)}{s - M_0^2 - \Pi^{(1)}(s)} + B(s), \quad (5)$$

где  $\Pi^{(1)}(s)$  — одночастично-неприводимая часть собственно энергетических диаграмм, которая и является калибровочно-неинвариантной, а величина



$B(s)$  — нерезонансный вклад. Предлагается рассматривать точную амплитуду двухчастичного рассеяния в виде

$$A(s) = \frac{V_i(s)V_f(s)}{s - M_0^2 - \Pi(s)} + B(s). \quad (6)$$

Здесь  $V_i(s)$  и  $V_f(s)$  — точные вершинные функции, а  $\Pi(s)$  — точный собственно энергетический вклад. Эти величины изначально калибровочно-инвариантны, однако носят формальный характер, так как точные выражения для них не известны. Выражение (6) имеет полюс на втором листе римановой поверхности под разрезом вдоль действительной оси комплексной  $s$ -плоскости. Положение полюса  $s_\rho$  определяется уравнением

$$s_\rho - M_0^2 - \Pi(s_\rho) = 0. \quad (7)$$

Это выражение является фундаментальным соотношением теории и не может быть изменено выбором схемы ренормировки или калибровки [23]. Уравнение (7) может быть решено итеративно, например с точностью до второго порядка. Представим (6) явно в виде полюсного выражения

$$A(s) = \frac{V_i(s)F(s)V_f(s)}{s - s_\rho} + B(s), \quad (8)$$

где  $s - M_0^2 - \Pi(s) = (s - s_\rho)/F(s)$ . Так как положение полюса  $s_\rho$ , вычет (residue) и нерезонансный вклад  $B(s)$  являются калибровочно-инвариантными изначально по отдельности, то при расчете в выбранном приближении достаточно определения  $s_\rho$  калибровочно-инвариантным способом. Обобщенная схема ренормировки и калибровочно-инвариантный способ построения теории возмущений рассмотрены в [24].

Связь параметров полюса с массой и шириной нестабильной частицы в общем случае неоднозначна. В работе [25] рассматривается дефиниция

$$s_\rho = \left( M - \frac{i}{2}\Gamma \right)^2. \quad (9)$$

Отмечено, что полюсная масса  $Z$ -бозона отличается от оболочечной примерно на 26 МэВ. Анализ формы  $Z$ -пика в  $S$ -матричном подходе проведен в [26]. В работе [27] рассматриваются структура  $Z$ -резонанса и физические свойства  $Z$ -бозона на основе полюсного разложения, которое является калибровочно-инвариантным. В этой работе отмечено, что калибровочная зависимость амплитуды около резонанса связана с его непертурбативным характером. Последнее обстоятельство требует бесконечного пересуммирования выбранного набора поправок, что в дальнейшем приводит к проблеме последовательного учета высших поправок фиксированного порядка.

Калибровочно-инвариантный (КИ) расчет однопетлевых поправок к процессам рождения и распада нестабильных частиц выполнен в [28]. Отмечено, что основная причина нарушения КИ связана со смешением порядков учитываемых поправок при ресуммировании. Обсуждаются основные пути восстановления КИ, причем особое внимание уделяется аналитическим свойствам амплитуды. В работе [29] анализируется полюсная дефиниция массы и ширины нестабильных калибровочных бозонов. Отмечается, что эта дефиниция полезна только при условии, что имеется возможность рассчитать положение полюса  $S$ -матрицы калибровочно-инвариантным способом. Обсуждаются требования к выражению для элементов  $S$ -матрицы в районе полюса.

Дальнейшее развитие методики и техники калибровочно-инвариантных расчетов параметров резонанса в применении к нестабильным частицам и, в частности, к  $Z$ -пику проведено в работах [30, 31]. В [30] рассматривается калибровочно-инвариантный подход для расчетов амплитуд с применением «пинч-техники» (см. ссылку в [30]). Предлагается такое требование, чтобы ресуммирование диаграмм производилось только после того, как амплитуда процесса по специальному алгоритму сводилась к КИ-набору подамплитуд в каждом порядке теории возмущений. В [31] для восстановления КИ предлагается добавлять необходимую часть фермионных поправок, которые удовлетворяют тождеству Уорда. Анализируются и другие КИ-подходы, причем отмечается сложность и неуниверсальность соответствующих алгоритмов. Например, отмечено, что полюсный подход дает возможность учесть последовательно поправки калибровочно-инвариантным способом, однако эта схема не работает вблизи порога и имеет проблемы с учетом излучения фотонов с энергией порядка ширины НЧ, т. е.  $E_\gamma \approx \Gamma$ . Развитие КИ-подхода к описанию амплитуд резонансных переходов в рамках пинч-техники проведено в работе [32]. Методика применена к описанию процессов  $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$  и  $\gamma e^- \rightarrow \mu \bar{\nu}_\mu \nu_e$ . В работе [33] формулируется метод ренормировки поправок, обусловленных фермионными петлями, с использованием понятия бегущих констант. Схема фермионных петель заключается во включении всех фермионных однопетлевых поправок к древесной амплитуде и ресуммировании построенного таким образом собственно энергетического вклада. Показано, как перестроить голую амплитуду в терминах ренормированных констант, и продемонстрирована калибровочная инвариантность ренормированной амплитуды. Кроме того, даны аналитические выражения для фермионных однопетлевых вкладов в собственные энергии и тройные вершины для калибровочных бозонов.

Анализ структуры амплитуды перехода с  $Z$ -резонансом проведен в общей  $R_\xi$ -калибровке в [34] с использованием ренормировки на массовой оболочке. Показано, что малые калибровочно-зависимые члены возникают уже в поправках к лидирующим членам. В следующих порядках ТВ они могут быть неограничены. Калибровочная зависимость исчезает, когда используется полюсное определение массы и ширины бозона. В работе [35] проведен расчет

поправок к  $W$ -бозонному и кварковому пропагаторам в резонансной области  $|s - M^2| \leq \Gamma M$ . Показано, что в схеме ренормировки на массовой оболочке поправки, обусловленные безмассовыми бозонами (фотонами и глюонами), становятся расходящимися, начиная с поправок к лидирующим членам. Рассмотрено решение этой проблемы на основе полюсной дефиниции массы и ширины НЧ. Различие между полюсной и оболочечной дефинициями массы и ширины хиггсовского бозона, а также калибровочная зависимость этих величин в оболочечной дефиниции рассмотрены в работах [36,37]. Сделан вывод, что численное различие становится существенным только для тяжелого бозона, причем для  $M_H \leq 200$  ГэВ этой разницей можно пренебречь.

В работе [38] получила свое развитие схема фермионных петель. Первоначальная ее формулировка требовала, чтобы векторные бозоны взаимодействовали только с сохраняющимися токами, что для  $Z$ - и  $W$ -бозонов значило бы равенство нулю масс внешних фермионов. Поскольку в ряде случаев такое приближение является довольно грубым, в [38] предложено обобщение схемы фермионных петель на случай массивных внешних фермионов. В работе [39] предложен подход, основанный на введении схемы расчета с использованием комплексной массы, которая присутствует не только как часть пропагатора, но и в лагранжиане.

Два основных подхода к описанию характеристик нестабильных частиц или параметров резонанса, которые сформировались к тому времени в квантовой теории поля, рассматриваются детально в [40]. Один из них заключается в определении массы и ширины ренормировкой на массовой поверхности с использованием теории возмущений. Такое определение этих параметров является  $s$ -зависимым и содержит произвол, связанный с выбором схемы ренормировки. Амплитуду двухчастичного рассеяния с нестабильной частицей в промежуточном состоянии можно представить в виде (в приближении малых масс конечных или начальных состояний)

$$A(s) = \frac{\sqrt{s} \sqrt{\Gamma_i(s) \Gamma_f(s)}}{s - M^2 + i\sqrt{s} \Gamma_R(s)}, \quad (10)$$

где  $\Gamma_i(s)$  и  $\Gamma_f(s)$  являются  $s$ -зависимыми ширинами распадов резонанса (нестабильной частицы) в начальное и конечное состояния соответственно, а  $\Gamma_R(s)$  есть полная  $s$ -зависимая ширина резонанса. Кроме того, как это отмечено ранее, в этом подходе существует произвол в определении массы и ширины частицы и калибровочная зависимость этого определения в высших порядках теории возмущений.

Другой подход связан с определением массы и ширины как параметров полюса  $S$ -матрицы. Амплитуда имеет вид

$$A(s) = \frac{R(s)}{s - s_R}, \quad -\infty_{\text{II}} < s < +\infty, \quad (11)$$

где  $\sqrt{s_R} = M_R - i\Gamma_R/2$ , а индекс  $\Pi$  при нижнем пределе величины  $s$  обозначает второй лист римановой поверхности. Здесь величины  $M_R$  и  $\Gamma_R$  — базовые параметры  $S$ -матрицы, не зависящие от схем расчета. Такой подход является калибровочно-инвариантным, однако определение физических величин массы и ширины неоднозначно, т. е. неоднозначна связь этих величин с параметрами полюса. Кроме определения полюсных массы и ширины согласно  $\sqrt{s_R} = M_R - i\Gamma_R/2$  существует также определение резонансных массы и ширины:

$$s_R = \bar{M}^2 - i\bar{M}\bar{\Gamma} = M_R^2 \left\{ 1 - \frac{1}{4} \left( \frac{\Gamma_R}{M_R} \right)^2 \right\} - iM_R\Gamma_R. \quad (12)$$

Эти величины связаны между собой соотношениями

$$\bar{M} = M_R \sqrt{1 - \frac{1}{4} \left( \frac{\Gamma_R}{M_R} \right)^2}, \quad \bar{\Gamma} = \Gamma_R \left( 1 - \frac{1}{4} \left( \frac{\Gamma_R}{M_R} \right)^2 \right)^{-1/2}. \quad (13)$$

В [40] проведена попытка фиксировать определение массы и ширины частицы на основе равенства  $\Gamma = 1/\tau$  при экспоненциальном законе распада. В работе [41] представлены и детально обсуждаются три варианта дефиниции массы и ширины. Находится связь этих величин с параметрами полюса  $s_R$  и отмечается, что ни один из этих вариантов не выделен, несмотря на то, что полюс имеет фундаментальный статус.

В работе [42] рассматривается дефиниция ширины и парциальной ширины НЧ, которая удовлетворяет базовым принципам аддитивности и калибровочной инвариантности. Отмечено, что точной и последовательной дефиниции на данный момент не существует, что объясняется тем, что НЧ не является асимптотическим состоянием, и, следовательно, она выпадает из рамок традиционной формулировки квантовой теории поля. Показано, что с точностью до поправок второго порядка (NNLO) полюсная дефиниция по сравнению с оболочечной ближе соответствует  $Z$ -пику, измеренному на LEP. В работе [43] рассмотрено условие ренормировки, которое приводит к точным и замкнутым выражениям для ренормированной собственной энергии и пропагатора НЧ, которые оказываются нерасходящимися во всех порядках ТВ. Однако это условие потребовало введения соответствующих контрчленов, чтобы избежать появления инфракрасных расходимостей степенного типа в высших порядках ТВ. В [44] рассмотрены два различных соотношения между полюсной и оболочечной дефинициями массы  $t$ -кварка. Показано, что после некоторых преобразований результаты можно привести к прекрасному согласию. Физические характеристики релятивистских резонансов, такие как масса, ширина, время жизни, а также такие аспекты, как суперпозиция и эволюция квантовых систем, детально рассматриваются

в [45]. Обсуждается неоднозначность определения таких важнейших характеристик, как масса и ширина. Отмечено, что для однозначного определения этих величин необходимо рассматривать эволюцию резонанса, например закон распада. Это позволяет связать между собой время жизни НЧ и ее ширину, но при этом возникает необходимость вводить в аппарат теории новые объекты, такие как релятивистский вектор Гамова и пространство Харди. В работе [46] детально рассмотрен вопрос о калибровочной зависимости массы в оболочечной и полюсных дефинициях. В двухпетлевом приближении показано, что оболочечное определение приводит к калибровочно-зависимым результатам, в то время как полюсная нет.

Полный набор электрослабых поправок к процессам с участием НЧ рассмотрен в работах [47–49], причем в [47] анализируются различные версии приближения двойного полюса. В этих работах развивается схема комплексной массы, предложенная в [39] для расчетов в низшем порядке ТВ. Подход заключается в том, что массы  $Z$ - и  $W$ -бозонов определяются как комплексные величины, описывающие положение полюса на комплексной плоскости квадрата передаваемого импульса. Калибровочная инвариантность сохраняется, если комплексная масса вводится везде в правила Фейнмана, в том числе и в дефиницию слабого угла смешивания:

$$\cos^2 \theta_W = \frac{\mu_W^2}{\mu_Z^2}, \quad (14)$$

где

$$\mu_W^2 = M_W^2 - iM_W\Gamma_W, \quad \mu_Z^2 = M_Z^2 - iM_Z\Gamma_Z. \quad (15)$$

Анализ полюсной концепции в определении массы и ширины НЧ проведен в работе [50], где полюсный подход обобщен на случай нестабильных фермионов. Получено общее выражение для неренормированного и ренормированного одетых пропагаторов нестабильных фермионов. Попытка описания эффекта смешивания близлежащих резонансов представлена в [51]. В работе [52] анализируется дефиниция физических характеристик НЧ на примере резонансов со спином  $1/2$ . С использованием требования инвариантности физических наблюдаемых при переопределении полей показано, что физические свойства НЧ могут быть извлечены из вычетов комплексных полюсов  $S$ -матрицы.

Таким образом, на сегодня общепринятыми являются два подхода в параметризации резонансов — брейт-вигнеровский (пропагаторный) и полюсный. В обзоре PDG для широких резонансов и, в частности, для  $Z$ -бозона, приводятся два набора параметров, различия в которых намного превышают погрешность экспериментального измерения. Следует отметить, что приводимые параметры, характеризующие массу и ширину в окрестности резонанса, носят конвенциональный характер.

В отношении статуса нестабильной частицы как объекта, описываемого определенным набором квантовых чисел, также нет однозначного и прозрачного понимания. С одной стороны, нестабильная частица считается незамкнутой системой и описывается, как правило, в промежуточном состоянии. С другой стороны, для нее хорошо определены такие квантовые числа и характеристики, как спин, четность, импульс [53]. Кроме того, в ряде работ делаются попытки охарактеризовать нестабильную частицу по аналогии со стабильной, т. е. ввести в теорию соответствующий вектор состояния. С этой целью, например, в работах [40, 41, 45], проводится модификация структуры теории с учетом временной асимметрии и с введением нового пространства состояний.

Подведем краткие итоги изложенного в этом разделе материала. Проблемы описания НЧ в квантовой теории поля и квантовой механике породили множество подходов, построенных как в рамках традиционного аппарата, так и выходящих за их пределы. Выше были рассмотрены основные из них, относящиеся к первому классу подходов, которые позволяют проводить систематизированные и последовательные расчеты с использованием традиционного категориального аппарата. В основе всех этих подходов используется «одетый» пропагатор, позволяющий избежать проблемы сингулярности при расчете процессов с НЧ в промежуточном состоянии. Это приводит к перепутыванию порядков ТВ и нарушению КИ, что потребовало разработки дополнительных мер, направленных на сохранение или восстановление КИ. В приближении фермионных петель, например, выбирается КИ-набор диаграмм с фермионными петлями. В так называемом методе пинч-техники (pinch-technique method) процедура ресуммирования Дайсона производится после установления калибровочной инвариантности элементов этого ресуммирования [30]. В подходе, который называется «схема с комплексной массой» (complex-mass scheme), проводится идентификация ренормированной массы НЧ с комплексным полюсом ее полного пропагатора [48]. Прямое применение этого метода приводит к проблеме нарушения унитарности  $S$ -матрицы, во избежание которой предлагается производить ее переопределение. Основная цель рассмотренных подходов — разработка схемы расчета, приводящей к КИ-результату. При этом отмечается неуниверсальность и громоздкость построений, часто не имеющих аналитического выражения.

Альтернативный способ реализации пертурбативного подхода предложен в модифицированной теории возмущений [54–56]. Эта теория основана на идее о разложении по степеням константы связи самой вероятности процесса вместо традиционного разложения амплитуды. При этом неинтегрируемые обычным способом особенности регуляризуются с помощью введения распределений в выражение для вероятности. Подход успешно применен для описания эффектов конечной ширины в процессах парного рождения фундаментальных частиц с заметными ширинами [57, 58]. Следует, однако, от-

метить, что в этих работах не рассматриваются детально околопороговые эффекты.

Необходимо подчеркнуть, что в рассмотренных выше подходах не анализируется вопрос об адекватности использования «голового» пропагатора НЧ в качестве исходного в теории возмущений в окрестности полюса. Кроме того, все строгие схемы расчета приводят к колоссальным техническим трудностям учета высших поправок даже в случае достаточно простых процессов рождения бозонных пар. Например, описание эксклюзивного процесса вида  $e^+e^- \rightarrow ZZ, W^+W^- \rightarrow 4f$  с учетом однопетлевых поправок требует расчета многих тысяч диаграмм. Расчет сечений процессов рождения трех бозонов  $e^+e^- \rightarrow ZZZ, W^+W^-Z$  с учетом однопетлевых поправок проведен только в приближении стабильных бозонов. Поэтому наряду с изложенными выше систематическими подходами в рамках традиционного описания в расчетах часто используются всевозможные аппроксимационные схемы, такие как приближение узких резонансов (NWA), полуаналитическая аппроксимация (SAA), конволюционный метод (CM), приближение двойного полюса (DPA), приближение фермионных петель (FLA) и др. (см. разд. 3).

Существующие подходы к строгому описанию нестабильных состояний в течение большого периода времени наталкиваются на все возрастающие трудности, которые носят как технологический, так и концептуальный характер. С одной стороны, эти трудности порождаются конечным временем жизни, т. е. выпадением нестабильного состояния из традиционных рамок квантово-полевого описания. С другой стороны, в области резонанса нестабильное состояние является существенно непертурбативным объектом, т. е. применение теории возмущений к его описанию в этой области может оказаться необоснованным. Эти трудности усугубляются соотношением неопределенности, которое размывает величину массы и ширины. Поэтому предпринимаются попытки описать нестабильные частицы на основе эффективных теорий [59–62] или полуфеноменологических квантово-полевых моделей [63–67]. В работах [59–61] построена эффективная теория нестабильных частиц, позволяющая рассчитывать параметры резонансных процессов с использованием разложения по константе связи и параметру  $\Gamma/M$ . Подход иллюстрируется на примере расчета формы скалярного резонанса с учетом поправок к ведущим членам [60] и применен к описанию парного рождения нестабильных частиц около порога [62]. В работах [64–68] рассматривается квантово-полевая модель нестабильных частиц с размытой массой. Этот подход имеет близкую аналогию с подходами в работах [7–9], а концепция размытия массы основывается на стохастической природе механизма формирования массы. Величина этого размытия приближенно описывается соотношением неопределенности для массы и времени жизни (ширины) частицы. Модель успешно применена к различным процессам, протекающим как при низких, так и при высоких энергиях. В следующем разделе будет рассмотрена квантово-полевая модель

нестабильных частиц с размытой массой и описан механизм этого размытия. Далее приведены способы определения функции распределения массы, построена эффективная теория процессов с участием нестабильных частиц. Получена конволюционная формула для распадов и факторизованная формула для сечения двухчастичного рассеяния. На основе этих результатов разработан метод факторизации, используемый при описании сложных многоступенчатых процессов с НЧ в промежуточных состояниях.

## 2. КВАНТОВО-ПОЛЕВАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАБИЛЬНЫХ ЧАСТИЦ С РАЗМЫТОЙ МАССОВОЙ ОБОЛОЧКОЙ

**2.1. Физические основы модели нестабильных частиц.** Основной, дополнительной к массе, характеристикой нестабильной частицы (НЧ) является ее время жизни  $\tau$  или ширина  $\Gamma$ . Экспериментальный способ определения этих величин наряду с массой  $M$  существенно зависит от величины отношения  $\Gamma/M$  и разрешающей способности аппаратуры. Для не слишком малых  $\Gamma/M$  масса и ширина определяются как фитирующие параметры формы сечения в районе резонанса. В тех случаях, когда отношение  $\Gamma/M$  очень мало, вместо ширины измеряется время жизни  $\tau$ . Определение  $\tau$  опирается на закон распада, который, как правило, считается экспоненциальным. Таким образом, ширина и время жизни — существенно различные характеристики, а связь между ними требует дополнительных предположений. Общепринятое соотношение  $\tau \approx \hbar/\Gamma$  оправдывается некоторыми эвристическими аргументами [69, 70], базирующимися на методе Вайскопфа–Вигнера [2]. Из сказанного следует, что как масса, так и ширина, являясь основными характеристиками НЧ, в своих определениях содержат конвенциональный ингредиент. Отмеченные неоднозначности частично рассмотрены в предыдущем разделе, причем их неизбежность вытекает из фундаментальных свойств квантовых объектов. Далее будет рассмотрено, как неоднозначность определения массы и ширины связана с соотношением неопределенностей.

Большинство фундаментальных частиц, входящих в состав Стандартной модели (СМ), являются долгоживущими (квазистабильными), а соответствующая ширина  $\Gamma \sim \tau^{-1}$  очень мала. В этом случае традиционное квантово-полевое описание процессов с участием квазистабильных частиц приводит к правильным результатам с большой точностью. В предлагаемой работе рассматриваются процессы с участием короткоживущих НЧ с заметными ширинами, таких как  $W$ - и  $Z$ -бозоны,  $t$ -кварк и адроны, когда эффектами конечной ширины пренебречь нельзя.

Рассмотрим кратко историю проблемы дефиниции массы и времени жизни нестабильного состояния (НС). В работе [6] проведен анализ процесса формирования массы НС с учетом поправок собственно энергетического типа.



Затравочная (голая) масса как древесный параметр лагранжиана перенормируется реальной частью собственно энергетического вклада, т. е. масса является величиной, зависящей от динамики формирования и эволюции неустойчивой системы. В работах [7,8] анализируется влияние конечности времени жизни частицы на определение массы. Вводится континуальный массовый параметр, имеющий некоторую функцию распределения, а наблюдаемая масса определяется путем усреднения этого параметра. Отмечается аналогия между связью дисперсии распределения массы со временем жизни частицы  $\delta m \cdot \tau \sim 1$  и соотношением неопределенности энергия–время. Рассмотрен механизм «размытия» массы резонансного состояния, определяющий формирование функции распределения массового параметра. В работе [11] величины массы и ширины НС определены в формализме функций Грина, причем отмечена универсальность этого формализма в применении к стабильным и неустойчивым состояниям. В работе [10] плотность функции распределения массового параметра определяется в процедуре ренормировки пропагатора НЧ, где отмечено, что основным фактором является мнимая часть собственно энергетических вкладов. Так как последняя прямо связана с распадными свойствами частицы, таким образом устанавливается связь между временем жизни (или шириной) и величиной размытия массы, которая отмечена ранее в работах [7,8].

В основе предлагаемого подхода используется концепция размытой (континуальной) массы или массовой оболочки частицы как квантово-полевого объекта. Рассмотрим механизм формирования и размытия массы в рамках общепринятой на сегодня парадигмы, подтвержденной в значительной степени экспериментально. Прежде всего отметим два основных фактора, определяющих массу частицы в рамках хиггсовской схемы. В древесном приближении масса частицы определяется вакуумным средним скалярной составляющей хиггсовского поля  $v = \langle H \rangle$ . Например, масса заряженных векторных бозонов выражается через  $v$  и  $g$  — калибровочную константу группы  $SU_L(2)$  — согласно простому соотношению  $M_W = gv/\sqrt{2}$ . Здесь необходимо отметить, что величина среднего  $v$ , а значит, и масса  $M_W$  носят макроскопический, т. е. классический, характер. Таким образом, взаимодействие изначально безмассового поля с вакуумным конденсатом приводит к появлению некоторой фиксированной массы, которая носит статус затравочной массы. Вторым фактором генерации массы поля является его взаимодействие с вакуумными флуктуациями хиггсовского конденсата и другими полями. Этот механизм носит сугубо квантовый, стохастический характер, что, в свою очередь, определяет стохастический, случайный характер массового параметра.

Взаимодействие стабильной частицы с вакуумными флуктуациями обычно описывается поляризационным  $\Pi(k)$  (бозоны) или собственно энергетическим оператором  $\Sigma(k)$  (фермионы). Учет этого взаимодействия ведет к перенормировке массы бозона  $m^2(k) = m_0^2 + \Re\Pi(k)$ , т. е. сдвигает величину массы и деформирует массовую оболочку, делая ее зависимой от четырехим-

пульса. Эта часть процесса является одинаковой как для стабильной, так и для нестабильной частицы. Однако взаимодействие нестабильной частицы с вакуумными флуктуациями имеет важную дополнительную особенность — наличие мнимой части поляризации  $\Im\Pi(k)$  (или собственной энергии). Эта часть обусловлена взаимодействием нестабильной частицы с реальными состояниями или продуктами распада частицы. Величина этой части связана с шириной распада согласно  $\Im\Pi(k) \approx m\Gamma$ , т. е. в конечном счете со временем жизни НЧ. Из-за вероятностной природы процесса нестабильная частица может распасться на любой стадии собственно энергетической цепи диаграмм, соответствующей разложению Дайсона. Таким образом, величина  $\Pi(k)$  осциллирует около ее среднего значения. Это, в свою очередь, ведет к осцилляциям квадрата массы  $m^2(k) = m_0^2 + \Re\Pi(k)$  около ее среднего значения, т. е. к размыванию (распределению) массы нестабильной частицы. Существенно, что величина размытия (неопределенности) массы связана с шириной частицы, причем эта связь может быть приближенно представлена соотношением  $\delta m \sim \Gamma$ . Происхождение и природа подобных соотношений могут быть разными в различных областях физики — соотношение неопределенностей в квантовой механике и статистической термодинамике, размытие энергетического уровня электрона в атоме, локализация волнового пакета в макрофизике и возникновение неопределенностей в случайных процессах. При этом форма соотношений, как правило, универсальна, а их природа может иметь фундаментальный характер.

Таким образом, размытие массы обусловлено, с одной стороны, конечным временем жизни в соответствии с формальным соотношением неопределенности, а с другой стороны, стохастическим взаимодействием нестабильной частицы с вакуумными флуктуациями. С точки зрения теории случайных процессов эти два фактора являются проявлением разных аспектов одной и той же стохастической природы явления. В этом случае неопределенность величины некоторого случайного параметра (например, массового параметра) просто связана с ограниченностью выборки, обусловленной конечностью времени жизни квантового состояния. Однако такая минимальная точка зрения может не полностью описывать природу явления, что отражено в длительной дискуссии на страницах огромного количества работ, посвященных соотношению квантовой динамики и тривиальной статистической теории (см., например, обзор [71]).

Как правило, эффект размытия массы связывают с соотношением неопределенности для энергии нестабильной квантовой системы и характерным временем процесса ее изменения (распада). Здесь мы рассматриваем массу как динамическую (энергетическую) величину, связанную с энергией соотношением  $E = mc^2$ . Отсюда следует, что неопределенность энергии частицы неизбежно приводит к неопределенности ее массы, что очевидно проявляется в ее системе покоя. Впервые концепция неопределенности (размытия)

массы НЧ была сформулирована в работе [7]. В случае нестабильной частицы это соотношение сводится к соотношению для массы и ширины  $\delta m \sim \Gamma$  в системе покоя НЧ. Необходимо отметить существенную разницу в природе используемого здесь соотношения и соотношений неопределенности, которые вытекают из принципа Гейзенберга. Этот аспект подробно рассмотрен в работе [72], и далее мы приведем основные моменты этого анализа. Формально различные соотношения неопределенностей (СН) можно вывести с использованием неравенства Коши–Шварца [73]:

$$\Delta f \cdot \Delta g \geq \frac{1}{2} |\langle \Psi | [\hat{f}, \hat{g}] | \Psi \rangle|, \quad (16)$$

где  $\hat{f}$  и  $\hat{g}$  — эрмитовы операторы, соответствующие некоторым физическим величинам  $f$  и  $g$ ;  $\Delta f$  и  $\Delta g$  — их стандартные отклонения от средних значений, а  $|\Psi\rangle$  — вектор состояния квантовой системы. Таким образом, из некоммутативности операторов  $\hat{f}$  и  $\hat{g}$  согласно (16) вытекает СН для соответствующих физических величин  $f$  и  $g$ . Например, соотношение неопределенностей Гейзенберга для импульса и координаты может быть представлено в виде соответствующего коммутатора или в виде вытекающего из него согласно (16) неравенства, т. е.

$$[\hat{p}, \hat{q}] = -i\hbar \rightarrow \Delta p \cdot \Delta q \geq \frac{1}{2}\hbar. \quad (17)$$

Аналогичное соотношение для времени и энергии квантовой системы не может быть выведено таким же образом, так как время есть не физическая величина, характеризующая квантовую систему, а параметр. Этот аспект является предметом анализа в течение многих десятилетий (см., например, [71] и [74]). Соответствующее правой части (17) соотношение может быть выведено с помощью (16) и уравнения движения для некоторого оператора  $\hat{Q}$ , характеризующего эволюцию квантовой системы, в представлении Гейзенберга [75, 76]:

$$i\hbar \frac{d\hat{Q}(t)}{dt} = [\hat{Q}, \hat{H}], \quad (18)$$

где  $\hat{H}$  — гамильтониан, не зависящий от времени явно. Из (16) и (18) получаем соотношение

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar, \quad \Delta t = \frac{\Delta Q(t)}{|d\hat{Q}(t)/dt|}. \quad (19)$$

В (19)  $\bar{Q}(t) = \langle \Psi | \hat{Q}(t) | \Psi \rangle$ , а  $\Delta t$  — характерное время изменения квантовой системы по величине  $Q$ . В отличие от соотношения Гейзенберга (17) соотношение (19) содержит только одну неопределенность  $\Delta E$  и не имеет универсального характера, так как  $\Delta t$  зависит от выбора описывающей эволюцию системы величины  $Q(t)$ . Например, для возбужденного состояния  $\Delta t$  является временем жизни этого состояния [77]. В этой работе рассмотрены три

аспекта времени в квантовой теории, причем отмечается, что многие разногласия в трактовке СН энергия–время обусловлены нечеткостью в разделении этих аспектов.

СН энергия–время в форме  $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$  рассматривается в работе [71] на основе концепции универсальности, учитывающей корреляцию флуктуаций физических характеристик различных стохастических систем, частным случаем которых являются квантовые системы. В работе [78] анализируется СН для собственного времени и массы покоя часов. Аргументация возникает на основе анализа дискуссии Бора и Эйнштейна (photon box experiment). Автор приходит к выводу, что из процесса измерения массы и времени с учетом СН Гейзенберга для импульса и координаты вытекает соотношение

$$c^2 \Delta m \cdot \Delta t \approx \hbar, \quad (20)$$

где  $m$  — масса покоя часов;  $t$  — собственное время часов, имеющее статус динамической переменной. Отметим, что соотношение (20) совпадает с соотношением (19), написанным в системе покоя с учетом связи энергии и массы  $mc^2 = E$ .

Необходимо отметить, что для описания соотношений неопределенностей используется формализм квантовой механики, дающий возможность описывать временную эволюцию квантовой системы. В теории квантованных полей рассчитываются вероятности перехода, проинтегрированные по всему четырехмерному пространству, т. е. соответствующий формализм не описывает такие соотношения. Однако один и тот же объект может быть предметом описания как квантовой механики, так и теории поля. Нерелятивистская частица (например, адрон или нестабильная фундаментальная частица) в кулоновском поле и та же частица в процессе рассеяния или распада описываются различными способами. Таким образом, возникает задача перенесения некоторых свойств, описываемых квантовой механикой, на объекты описания теорией квантованных полей. Здесь мы рассматриваем учет соотношения неопределенности энергии квантовой системы (или частицы) и ее времени жизни в процессах, описываемых теорией поля. Предлагается имплантировать этот эффект в теоретико-полевой формализм в виде размытой (континуальной) массы частицы, что, как будет показано далее, вполне допустимо и не противоречит эксперименту. В связи с этим отметим, что в принципе возможен и более прямой путь введения и описания эффектов размытия, как это, например, сделано в работе [79]. В этой работе фактор затухания вводится явно в полевую функцию, что эквивалентно замене интегрирования по всему бесконечному интервалу времени на интегрирование по интервалу порядка времени жизни частицы. Это приводит к нарушению точного закона сохранения энергии, т. е. к размытию энергии, причем степень этого размытия (ширина энергетического уровня) связана с эффективным временем интегрирования, т. е. со временем жизни частицы. Такая схема учета нестационарности при-

менена в [79] при описании эффектов осцилляции нейтрино. В то же время аналогичные эффекты в работе [72] описаны с использованием соотношения неопределенностей, вытекающего из (19).

Ранее было отмечено, что в отличие от соотношения неопределенностей Гейзенберга, где фигурируют две неопределенности сопряженных величин, соотношение неопределенности величины массы и времени жизни содержит только одну неопределенность  $\delta m$ . Таким образом концепция размытия массы может вытекать из тривиальной статистики, примененной к случайному процессу, но статистический механизм формирования массы носит квантовый характер. С одной стороны, величина размытия описывается квантовой динамикой процесса согласно (19), а с другой стороны, само размытие обусловлено взаимодействием частицы с квантовыми флуктуациями. Таким образом, эффект размытия массы не только обусловлен статистическими закономерностями, но и имеет фундаментальную квантовую природу. Принимая во внимание слабую корреляцию квантовых флуктуаций, можем сделать вывод, что функция распределения массового параметра формируется большим числом слабокоррелированных актов взаимодействия частицы с вакуумом. Таким образом, можно применить центральную предельную теорему и сделать вывод, что распределение массового параметра в приближении слабых корреляций близко к гауссовскому (см. п. 2.6).

**2.2. Формализм квантово-полевой модели нестабильных частиц.** При построении модели НЧ будет максимально использован традиционный аппарат квантово-полевого описания стабильных (квазистабильных) фундаментальных частиц. Такая возможность вытекает из того, что полевая функция НЧ представлена в модели как суперпозиция стандартных полевых функций, описывающих частицы одного и того же сорта, с фиксированными, но разными массами. Это представление является формальным выражением концепции размытия массы как единственного параметра полевой функции, который определяет гиперповерхность в импульсном пространстве, т. е. массовую оболочку. Линейность суперпозиции сохраняет стандартные соотношения, линейные по полевым функциям, а квадратичные выражения, как будет показано далее, минимально модифицируются с учетом минимального обобщения стандартных перестановочных соотношений.

Далее остановимся на основных моментах построения стандартной полевой функции, которые модифицируются в рассматриваемом подходе.

Полевая функция  $\phi(x)$  действительного скалярного поля представляется в виде разложения Фурье по четырехимпульсу:

$$\phi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \tilde{\phi}(k) e^{ikx} d^4k, \quad (21)$$

где  $kx = k_i x^i$ , а интегрирование ведется по всему импульсному пространству. Для описания конкретной скалярной частицы с фиксированной массой  $m$

в свободном состоянии дополнительно к полевой функции  $\phi(x)$  строится лагранжиан, квадратичный по этой функции и содержащий массу  $m$ :

$$\mathcal{L}(\phi(x), m) = \frac{1}{2}[\partial_i \phi(x) \partial^i \phi(x) - m^2 \phi^2(x)]. \quad (22)$$

Вариация лагранжиана приводит к уравнению Клейна–Гордона  $(\square - m^2)\phi(x, m) = 0$ , которое из всего множества полевых функций  $\phi(x)$  (21) с произвольным  $k^2$  выделяет  $\phi(x, m)$  с условием  $k^2 = m^2$ , т.е.  $\bar{\phi}(k) = \delta(k^2 - m^2)\bar{\phi}(k)$ . С учетом этого полевая функция, описывающая свободное скалярное поле с массой  $m$ , имеет вид

$$\phi(x, m) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \bar{\phi}(k) \delta(k^2 - m^2) e^{ikx} d^4k. \quad (23)$$

Наличие  $\delta$ -функции следует из уравнения Клейна–Гордона для свободного поля и вырезает две трехмерные поверхности, соответствующие двум ветвям решения уравнения  $k^2 = m^2$  (т.е. фиксированную этим уравнением массовую оболочку), в пространстве четырехмерного импульса. Из структуры уравнения (23) следует естественный путь обобщения полевой функции — изменить спектр значений массы (или параметра  $m^2$  в (23)). Например, дискретный набор состояний соответствует дискретному множеству массовых оболочек. В этом случае полевую функцию естественно представить в виде суперпозиции

$$\phi(x) = \sum_k c_k \phi(x, m_k), \quad (24)$$

где  $c_k$  — весовые коэффициенты, а  $\phi(x, m_k)$  — стандартная полевая функция, описывающая скалярную частицу с массой  $m_k$  в приближении свободного поля. Обобщение этого выражения в соответствии с гипотезой непрерывной массы приводит к непрерывной суперпозиции [67]:

$$\phi(x) = \int \omega(m) \phi(x, m) dm, \quad (25)$$

где  $\omega(m)$  — весовая функция, описывающая размытие массы и имеющая размерность обратной массы, т.е.  $[\omega(m)] = [m^{-1}]$ . В (25) полевая функция  $\phi(x, m)$  определяется выражением (23), а функция  $\omega(m)$  через соотношение  $k^2 = m^2$  описывает также размытие массовой оболочки. Наглядной иллюстрацией этого тезиса является выражение для  $\phi(x)$ , которое получится после подстановки правой части (23) в (25) и снятия интегрирования по  $m$ :

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \frac{\omega(k)}{2k} e^{ikx} \bar{\phi}(\mathbf{k}, k) d^4k = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \frac{\omega(k)}{2\sqrt{\mathbf{k}^2 + k^2}} e^{ikx} \bar{\phi}(\mathbf{k}, k) d\mathbf{k} dk, \quad (26) \end{aligned}$$

где  $k^2 = k_i k^i$  и  $k = \sqrt{k^2}$ . Сравнение (23) с (26) указывает на то, что выделение фиксированной массовой оболочки (дельта-функция в (23)) заменяется на размытую массовую оболочку с весовой функцией  $\sim \omega(k)$ , где величина  $k$  параметризует эту оболочку.

Спектральная по массе компонента  $\phi(x, m)$  удовлетворяет уравнению Клейна–Гордона с массовым членом  $m$ , причем  $m^2 = k^2$ . Для дискретного разложения (24) это означает, что лагранжиан формально может быть представлен в виде суммы лагранжианов  $\mathcal{L}_k = \mathcal{L}(\phi(x, m_k))$  с соответствующими весами, каждый из которых описывает состояние НЧ с массой  $m_k$ , не взаимодействующее с остальными состояниями. Модельный лагранжиан, который описывает «свободное» (эффе́ктивное) нестабильное поле  $\phi(x)$ , в непрерывном случае может быть представлен в конволюционной форме [67]

$$\mathcal{L}(\phi(x)) = \int \mathcal{L}(\phi(x, m)) \rho(m) dm^2. \quad (27)$$

В выражении (27)  $\rho(m) = |\omega(m)|^2$ , а  $\mathcal{L}(\phi(x, m))$  есть стандартный лагранжиан, который описывает спектральную компоненту модельного «свободного» (эффе́ктивного) поля  $\phi(x, m)$  в приближении стабильных частиц. Величина  $\rho(m)dm^2$  определяет вероятность пребывания частицы в состоянии с массой в интервале  $(m, m + dm)$ .

Из (27) и правила  $\partial\phi(x, \mu)/\partial\phi(x, \mu') = \delta(\mu - \mu')$  вытекает уравнение Клейна–Гордона для спектральной компоненты. По аналогии можно получить уравнение Дирака для фермионной спектральной компоненты. В результате мы получаем стандартное представление полевой функции  $\phi(x, m)$  с фиксированным массовым параметром. Все стандартные определения, соотношения и частотные разложения справедливы и для модельной спектральной компоненты. Конволюционное (диагональное) представление «свободного» лагранжиана (27) содержит в себе предположение (или аппроксимацию), заключающуюся в том, что состояния с различными значениями  $m$  не взаимодействуют в приближении модели свободного нестабильного поля. Соответствующая эффе́ктивная полевая функция НЧ моделирует аналог асимптотического состояния частицы.

Таким образом, нестабильная частица характеризуется весовой функцией  $\omega(m)$  или плотностью вероятности  $\rho(m)$  с параметрами, связанными с наблюдаемой массой  $M$  и шириной  $\Gamma$  (или параметрами, определяемыми реальной и мнимой частью полюса). Впервые аналогичная гипотеза обсуждалась в работе [7], где была предпринята попытка построить фундаментальный физический базис для описания нестабильных частиц с учетом размытия массового параметра.

Полевая функция (25) является обобщением стандартной полевой функции, описывающей классическое поле. Для описания квантованных полей необходимо аналогичное обобщение операторных полевых функций и их пе-

рестановочных соотношений. Как и в стандартном подходе, снятие интегрирования по  $k_m^0$  в (25) при заданном значении  $m$  выделяет две гиперповерхности  $k_m^0 = \pm\sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}$ . Это приводит к инвариантному разбиению  $\phi(x, m)$  на положительно- и отрицательно-частотные компоненты:

$$\begin{aligned}\phi(x, m) &= \phi^+(x, m) + \phi^-(x, m); \\ \phi^\pm(x, m) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \bar{\phi}^\pm(\mathbf{k}, m) e^{\pm i\mathbf{k}x} \frac{d\mathbf{k}}{\sqrt{2k_m^0}}.\end{aligned}\quad (28)$$

В (28) использованы стандартные определения частотных составляющих в импульсном представлении:

$$\begin{aligned}\bar{\phi}^\pm(\mathbf{k}, m) &= \frac{\bar{\phi}^\pm(k)}{\sqrt{2k_m^0}}, \quad k_m^0 = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}; \\ \bar{\phi}^\pm(k) &= \theta(k^0) \bar{\phi}(\pm k), \quad (\bar{\phi}^\pm(k))^* = \bar{\phi}^\mp(k).\end{aligned}\quad (29)$$

Нормировочный коэффициент  $\sqrt{2k_m^0}$  в (29) обеспечивает стандартную нормировку операторов рождения и уничтожения. В силу линейности суперпозиции (25) полевая функция  $\phi(x)$  также разбивается инвариантным образом на частотные составляющие  $\phi(x) = \phi^+(x) + \phi^-(x)$ , где

$$\phi^\pm(x) = \int \omega(m) \phi^\pm(x, m) dm. \quad (30)$$

После процедуры квантования поля величины  $\phi^\pm(\mathbf{k})$  в стандартном случае получают статус операторов рождения и уничтожения частицы с импульсом  $\mathbf{k}$ . Стандартные коммутационные соотношения (КС) для полевых операторов имеют вид

$$[\phi_\alpha^+(\mathbf{k}), \phi_\beta^-(\mathbf{q})]_\pm = \delta_{\alpha\beta} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{q}), \quad (31)$$

где индексы « $\pm$ » соответствуют фермионным и бозонным полям, а  $\alpha, \beta$  — дискретные индексы. КС (31) соответствуют тому, что акты рождения и уничтожения частиц с разными импульсами не интерферируют. Здесь полевые операторы описывают частицу с одной и той же фиксированной массой, т. е. стабильную частицу. При установлении КС в случае нестабильной частицы необходимо учесть, что теперь операторы зависят не только от пространственных составляющих импульса  $\mathbf{k}$ , но и от энергетической составляющей, роль которой играет переменная масса  $m$ . Таким образом, в модели мы расширяем пространство параметров, приписываемых операторам рождения и уничтожения. Учитывая то обстоятельство, что массовый параметр непрерывен и имеет статус, аналогичный статусу импульса, модельные КС естественно представить в виде простейшего обобщения стандартных КС (31):

$$[\dot{\phi}_\alpha^+(\mathbf{k}, m), \bar{\phi}_\beta^-(\mathbf{q}, m')]_\pm = \delta_{\alpha\beta} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \delta(m - m') k_m, \quad (32)$$



где  $k_m$  — нормировочный коэффициент, устанавливающий размерность модельных операторов. Наличие дельта-функции  $\delta(m - m')$  в уравнении (32) обозначает предположение о том, что акты рождения и уничтожения частицы с различными величинами  $m$  (случайное значение массы) не интерферируют. Таким образом, параметр  $m$  имеет статус физически различимой величины, как и трехимпульс  $\mathbf{k}$ . По аналогии со стандартной нормировкой в (29):  $\bar{\phi}^\pm(\mathbf{k}, m) = \bar{\phi}^\pm(k)/\sqrt{2k_m^0}$ , модельные операторы определяются перенормировкой  $\phi^\pm(\mathbf{k}, m) = \bar{\phi}^\pm(\mathbf{k}, m)/\sqrt{2m}$ , т.е.  $k_m = 2m$  в (32). Построенные таким образом операторы согласно (32) удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$[\phi_\alpha^+(\mathbf{k}, m), \phi_\beta^-(\mathbf{q}, m')]_\pm = \delta_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{k} - \mathbf{q})\delta(m - m'). \quad (33)$$

Как будет показано далее, выбор такой нормировки приводит к правильным выражениям для вероятностей переходов в процессах распада и рассеяния частиц и обеспечивает правильный предельный переход к стандартным выражениям при фиксированной массе.

Интегрируя обе стороны соотношения (33) с весовым множителем  $\omega^*(\mu)\omega(\mu')$ , получаем стандартные коммутационные соотношения

$$[\phi_\alpha^-(\mathbf{k}), \phi_\beta^+(\mathbf{q})]_\pm = \delta_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{k} - \mathbf{q}), \quad (34)$$

где  $\phi_\alpha^\pm(\mathbf{k})$  — полная операторная функция поля в импульсном представлении:

$$\phi_\alpha^\pm(\mathbf{k}) = \int \phi_\alpha^\pm(\mathbf{k}, m)\omega(m)dm. \quad (35)$$

Следует отметить, что уравнение (35) совместимо с уравнениями (33) и (34) при условии, что  $\int |\omega(m)|^2 dm = 1$ , т.е. функция  $\rho(m) = |\omega(m)|^2$  может быть интерпретирована как нормированная плотность вероятности.

Выражения для полевой функции (28)–(30) и коммутационные соотношения (33) являются основными элементами модели НЧ, из которых выводятся все остальные величины по стандартным правилам. Они являются минимальным расширением соответствующих элементов стандартного теоретико-полевого описания частиц и имеют также статус постулатов. Весовая функция  $\omega(m)$  в выражении для полевой функции (30), которая в наблюдаемых величинах представлена в квадратичной форме  $\rho(m) = \omega^*(m)\omega(m)$ , есть полная характеристика нестабильной частицы в рамках модели. Эти функции изначально не определены, и в рамках модели существуют только некоторые ограничения, вытекающие, например, из нормируемости и предельного перехода к случаю фиксированной массы. Методы определения функции  $\rho(m)$  будут рассмотрены далее.

**2.3. Вероятности перехода в модели нестабильных частиц.** В этом пункте рассмотрена модельная модификация стандартных выражений для амплитуды и вероятности переходов в процессах с участием НЧ. Существенной особенностью модели является описание НЧ с произвольной шириной не только в промежуточном состоянии, как это имеет место в обычном подходе, но и в конечном или в начальном состояниях. Эти состояния моделируются полевой функцией (30), содержащей весовую функцию  $\omega(m)$ , которая описывает размытие массы, что эквивалентно учету эффекта конечной ширины. Этот эффект определяется каналами распада НЧ и заменяет собой учет остальных стадий процесса. С другой стороны, модельный подход позволяет рассмотреть полный процесс, когда НЧ находится не в конечном, а в промежуточном состоянии. Как и в традиционном подходе, такое состояние описывается пропагатором НЧ, модифицированным размытием массы, что, как будет показано далее, эквивалентно аналогичному учету эффекта конечной ширины с помощью перенормированного пропагатора в традиционном подходе.

Естественным требованием к модельному подходу является согласование отмеченных выше двух способов описания процессов с участием НЧ (в промежуточном и конечном состояниях). В следующем разделе такое самосогласование будет продемонстрировано на примере трехчастичного распада:

$$a \rightarrow bR \rightarrow bcd \quad (R \rightarrow cd). \quad (36)$$

В (36) частица  $a$  имеет малую ширину (квазистабильная частица),  $R$  — нестабильная частица с большой шириной, а  $b, c, d$  — стабильные частицы. Рассматриваемый подход позволяет разбить процесс (36) на две стадии:  $a \rightarrow bR$  и  $bR \rightarrow bcd$  ( $R \rightarrow cd$ ) (см. рис. 1).

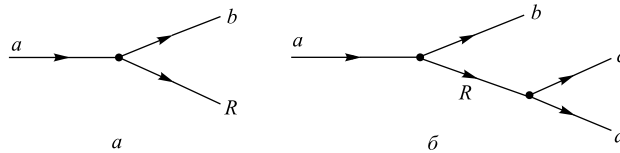


Рис. 1. Распад  $a \rightarrow bR \rightarrow bcd$

Рассмотрим первую стадию процесса (36), т. е.  $a \rightarrow bR$ , где  $R$  — скалярная НЧ с произвольной шириной. Лагранжиан взаимодействия определяется традиционным способом, в частности, если все частицы скалярные, то простейший локальный лагранжиан имеет вид

$$\mathcal{L}_{\text{int}}(x) = g\phi_a(x)\phi_b(x)\phi_R(x). \quad (37)$$

Амплитуду перехода  $\mathcal{M}(a \rightarrow bR)$  находим по стандартным правилам в представлении взаимодействия, причем новым элементом в схеме расчета является

только структура полевой функции  $\phi_R(x)$ . Из выражений (28)–(30) и нормировки в  $\phi^\pm(\bar{k}, m) = \bar{\phi}^\pm(\bar{k}, m)/\sqrt{2m}$  прямо следуют модельные выражения для частотных составляющих операторной полевой функции скалярного поля:

$$\phi_R^\pm(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \sqrt{\frac{m}{q_m^0}} \phi^\pm(\mathbf{q}, m) e^{\pm iqx} d\mathbf{q} \omega(m) dm. \quad (38)$$

Амплитуда процесса находится по обычным правилам с тем отличием, что коммутация операторов рождения и уничтожения в полевой функции  $\phi_R(x)$  и в векторах состояния  $\phi_R^+(\bar{k}, m)\Phi_0$  или  $\Phi_0^*\phi_R^-(\bar{k}, m)$  определяется выражением (33). Используя (38) и (33), получаем [67]

$$[\phi_R^-(x), \phi_R^+(\mathbf{k}, m)] = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{\frac{m}{k_m^0}} \omega(m) e^{-ikx}, \quad (39)$$

где  $k_m^0 = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}$ . Выражение (39) отличается от аналогичного выражения для частиц с фиксированной массой множителем  $\sqrt{2m}\omega(m)$ , т. е. модельная амплитуда при наличии одной НЧ связана со стандартной соотношением

$$\mathcal{A}^M(\mathbf{k}, m) = \sqrt{2m} \omega(m) \mathcal{A}^{\text{st}}(\mathbf{k}, m). \quad (40)$$

Из (40) следует

$$|\mathcal{A}^M(\mathbf{k}, m)|^2 = 2m\rho(m)|\mathcal{A}^{\text{st}}(\mathbf{k}, m)|^2, \quad (41)$$

где  $\rho(m) = |\omega(m)|^2$  — плотность распределения массы. Таким образом, дифференциальная по конечным импульсам вероятность перехода (дифференциальная ширина) и интегральная по массе НЧ вероятность имеет вид

$$d\Gamma^M(\mathbf{k}) = \int d\Gamma^M(\mathbf{k}, m) dm = \int d\Gamma^{\text{st}}(\mathbf{k}, m) \rho(m) dm^2, \quad (42)$$

где  $d\Gamma^{\text{st}}(\mathbf{k}, m)$  определяется стандартным образом для фиксированной массы. Отметим, что наличие члена  $2m$  в (41) обеспечивает появление безразмерного элемента  $\rho(m)dm^2$  в (42). Из (42) следует, что модельное выражение для полной ширины распада  $a \rightarrow bR$  имеет вид

$$\Gamma^M(a \rightarrow bR) = \int \Gamma^{\text{st}}(a \rightarrow bR(m)) \rho_R(m) dm^2, \quad (43)$$

где  $R(m)$  — нестабильная частица с массой  $m$ ;  $\Gamma^{\text{st}}(a \rightarrow bR(m))$  — ширина распада, рассчитанная по стандартным правилам при фиксированной массе НЧ, а пределы интегрирования определяются обычной кинематикой распада. В пределе фиксированной массы  $m = M$ , что соответствует пределу  $\rho(m) \rightarrow \delta(m^2 - M^2)$ , выражение (43) переходит в стандартное. Этот факт, в частности, оправдывает выбранную ранее нормировку модельных операторов рождения

и уничтожения. Таким образом, модельное выражение для ширины  $a \rightarrow bR$  с НЧ в конечном состоянии определяется конволюционной по массовому параметру формой (43).

Конечные состояния частицы  $R(m)$  с переменной массой  $m$  в процессе  $a \rightarrow bR$  соответствуют промежуточным состояниям этой частицы в полном процессе  $a \rightarrow bR \rightarrow bX$ , где  $X$  обозначает все продукты распада  $R$ . Самосогласование модельных описаний таких процессов дает нам дополнительную информацию о функции  $\rho(m)$ . Отметим, что конволюционная структура выражения для ширины (43) имеет близкую аналогию с выражением, получаемым в методе конволюции [80–85].

Модификацию выражений при расчете модельных амплитуд переходов удобно провести через соответствующую модификацию правил диаграммной техники Фейнмана. Представим далее простейшие элементы стандартной и модельной диаграммной техники для скалярной, векторной и спинорной НЧ в начальном или конечном состояниях. Скалярная частица в этих состояниях характеризуется элементами

$$\frac{1}{\sqrt{2k_m^0}} \rightarrow \sqrt{\frac{m}{k_m^0}} \omega(m), \quad \frac{m}{k_m^0} \rho(m). \quad (44)$$

В (44) показан переход стандартного элемента амплитуды в модельный и результат этого перехода, т. е. модельная матрица плотности конечного состояния скалярной НЧ. Для векторной НЧ имеем аналогичную модификацию с учетом векторов поляризации:

$$\frac{e_\mu^a(\mathbf{k}, m)}{\sqrt{2k_m^0}} \rightarrow \sqrt{\frac{m}{k_m^0}} \omega(m) e_\mu^a(\mathbf{k}, m), \quad \frac{m}{k_m^0} \rho(m) \left( -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m^2} \right). \quad (45)$$

В случае спинорной НЧ необходимо учесть спинорные компоненты и соответствующую им матрицу плотности:

$$\psi_\alpha^\pm(\mathbf{k}, m) \rightarrow \sqrt{2m} \omega(m) \psi_\alpha^\pm(\mathbf{k}, m), \quad \frac{m}{k_m^0} \rho(m) (\hat{k} + m)_{\alpha\beta}. \quad (46)$$

Модификация элементов, соответствующих НЧ в промежуточном состоянии, т. е. пропагаторов, будет рассмотрена в следующем пункте.

**2.4. Функции Грина и пропагаторы нестабильных частиц.** Модельная функция Грина для скалярной нестабильной частицы определяется в полном соответствии с обычной функцией Грина [75]:

$$i\langle 0|T(\phi(x), \phi(y))|0\rangle = \theta(x^0 - y^0)D^-(x-y) - \theta(y^0 - x^0)D^+(x-y) \equiv D^c(x-y), \quad (47)$$

где  $\theta(x^0)$  — ступенчатая разрывная функция, а перестановочные функции Паули–Йордана  $D^\pm(x-y)$  выражаются через коммутаторы

$$D^-(x-y) = i[\phi^-(x), \phi^+(y)]_-, \quad D^+(x-y) = i[\phi^+(x), \phi^-(y)]_-. \quad (48)$$

В (48) частотные составляющие полевой функции  $\phi^\pm(x)$  определяются выражением (38). Для получения модельной структуры перестановочных функций Паули–Йордана  $D^\pm(x-y)$  используем коммутатор (33) в частном случае действительного скалярного поля:

$$[\phi^-(\mathbf{k}, m), \phi^+(\mathbf{q}, m')]_- = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{q})\delta(m - m'). \quad (49)$$

Переход в обеих сторонах (49) к координатному представлению согласно (38) приводит к выражению

$$[\phi^-(x), \phi^+(y)]_- = \frac{1}{i} \int D_m^-(x-y)\rho(m) dm^2 \equiv \frac{1}{i} D^-(x-y), \quad (50)$$

где спектральная составляющая перестановочной функции при фиксированном  $m$  определяется стандартным образом [75]:

$$\frac{1}{i} D_m^-(x-y) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{k}}{2k_m^0} e^{-ik(x-y)}, \quad k_m^0 = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}. \quad (51)$$

Отметим, что из определения (51) следует соотношение  $iD_m^+(x-y) = -iD_m^-(y-x)$ .

Выражение для причинной функции Грина  $D^c(x-y) = i\langle 0|T(\phi(x), \phi(y))|0\rangle$ , определенное в (47) и (48), с учетом (50) может быть также представлено в спектральной форме

$$D^c(x-y) = \int D_m^c(x-y)\rho(m) dm^2, \quad (52)$$

где спектральная по массе компонента имеет структуру (47):

$$D_m^c(x) = \theta(x^0)D_m^-(x) - \theta(-x^0)D_m^+(x). \quad (53)$$

Используя стандартное выражение для причинной функции скалярного поля при фиксированной массе в импульсном представлении, т. е. для скалярного пропагатора  $D(k) = (k^2 - m^2 - i\epsilon)^{-1}$ , получаем выражение для модельного пропагатора согласно (52) в спектральной форме:

$$D(k) = \int \frac{\rho(m) dm^2}{k^2 - m^2 - i\epsilon}. \quad (54)$$

В пределе фиксированной массы  $\rho(m) \rightarrow \delta(m^2 - M^2)$  из (54) получаем обычное выражение для скалярного пропагатора. Правило обхода полюса в (54) соответствует определению стандартной запаздывающей (причинной) функции Грина. Частица становится нестабильной, когда открывается первый канал распада, т. е. начиная с некоторого порогового значения  $k^2 = m_0^2$ , которое

следует принять за нижний предел интегрирования в (54). При  $k^2 < m_0^2$  частицу в промежуточном состоянии резонно описывать обычным пропагатором для стабильных частиц. Однако при этом необходимо определить ее подпороговую массу  $M(k < m_0)$ , что требует дополнительного анализа.

Рассмотрим структуру выражения для  $D(k)$ , которое получится после интегрирования по  $m^2$  в (54). Используя соотношение Сохотского

$$\frac{1}{a \pm i\epsilon} = \mp i\pi\delta(a) + \mathcal{P}\frac{1}{a}, \quad (55)$$

из (54) получаем

$$D(k) - D^*(k) = 2i\pi\rho(k). \quad (56)$$

Отметим, что в отличие от (55) соотношение (56) не зависит от аналитических свойств  $\rho(m)$  вне действительной оси и может быть проверено прямым интегрированием левой части (56) согласно (54) с последующим предельным переходом  $\epsilon \rightarrow 0$ . Как и в традиционном случае, структуру скалярного «одетого» пропагатора представим в форме  $D(k) = 1/P_s(k)$ , где  $P_s(k)$  — комплексная функция, которая в пределе фиксированной массы (стабильная частица) переходит в выражение  $k^2 - M^2 - i\epsilon$ . В этом случае соотношение (56) принимает вид

$$\frac{1}{P(k)} - \frac{1}{P^*(k)} = 2i\pi\rho(k), \quad (57)$$

откуда следует связь функции  $\rho(k)$  со структурой пропагатора:

$$\rho(k) = -\frac{1}{\pi} \frac{\Im P(k)}{|P(k)|^2}. \quad (58)$$

Из (58) следует, что распределение (размытие) массы, описываемое функцией  $\rho(m)$ , существенно зависит от мнимой части пропагатора, которая в традиционном подходе пропорциональна мнимой части поляризационных вкладов. Так как последняя обычно связывается с наличием каналов распада, мы получаем формальное обоснование связи концепции размытия массы частицы с ее нестабильностью, точнее, с распадными свойствами частицы. С учетом вышесказанного имеет смысл определить функцию  $\rho(k)$  в предположении, что для скалярной НЧ модельный пропагатор совпадает со стандартным, перенормированным с помощью процедуры Дайсона:

$$P_s(k) = k^2 - M^2(k) - i\Im\Pi_s(k), \quad (59)$$

где  $M^2(k) = M_0^2 + \Re\Pi_s(k)$ . В этом случае из (58) получаем  $\rho_s(k)$  в виде

$$\rho_s(k) = \frac{1}{\pi} \frac{\Im\Pi_s(k)}{(k^2 - M^2(k))^2 + \Im^2\Pi_s(k)}. \quad (60)$$

Необходимо отметить два важных аспекта определения функции  $\rho_s(k)$  путем отождествления стандартного и модельного скалярных пропагаторов. Во-первых, процедура Дайсона — пересуммирование бесконечного ряда поляризационных диаграмм — определена корректно и однозначно только для скалярного пропагатора. Во-вторых, структура стандартного скалярного пропагатора  $1/P_s(k)$  обеспечивает факторизацию процессов с НЧ в промежуточном состоянии — необходимое требование для самосогласования разных способов описания процессов в рамках обсуждаемой модели (см. п. 2.5).

Рассмотрим структуру модельных пропагаторов для векторных и спинорных НЧ. При фиксированной массе спектральные компоненты полевых функций удовлетворяют тем же уравнениям, что и стандартные полевые функции, описывающие свободные поля (уравнения Клейна–Гордона, Прока и Дирака). Из этого следуют стандартные соотношения, связывающие компоненты полей, что, в свою очередь, приводит к стандартным соотношениям между причинными функциями скалярных, векторных и спинорных полей при фиксированном значении массы  $m$  [75]:

$$D^0(k, m) = \frac{1}{P_0(k, m)}, \quad D_{\mu\nu}^0(k, m) = \frac{-g_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu / m^2}{P_0(k, m)},$$

$$\hat{D}^0(k, m) = \frac{\hat{k} + m}{P_0(k, m)},$$
(61)

где  $P_0(k, m) = k^2 - m^2 - i\epsilon$ . С учетом этих соотношений, а также спектрального представления скалярного поля (54) полные модельные причинные функции векторных и спинорных полей представим в виде

$$D_{\mu\nu}(k) = \int \frac{-g_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu / m^2}{k^2 - m^2 - i\epsilon} \rho_v(m) dm^2,$$

$$\hat{D}(k) = \int \frac{\hat{k} + m}{k^2 - m^2 - i\epsilon} \rho_f(m) dm^2.$$
(62)

В (62) функции  $\rho(m)$  снабжены индексами, так как для векторных и спинорных полей они могут иметь различный вид. Для векторной НЧ из (62) с учетом (56) получаем

$$D_{\mu\nu}(k) - D_{\mu\nu}^*(k) = 2\pi i \rho_v(k) \left( -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right).$$
(63)

Из (63), (57) и (58) вытекает

$$D_{\mu\nu}(k) = \frac{-g_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu / k^2}{P_v(k)},$$
(64)

причем

$$\rho_v(k) = -\frac{1}{\pi} \frac{\Im P_v(k)}{|P_v(k)|^2}. \quad (65)$$

По аналогии со скалярной НЧ величину  $P_v(k)$  можно также выразить через поляризационные вклады, предполагая, что скалярная составляющая векторного пропагатора модифицируется процедурой Дайсона так же, как и скалярный пропагатор. В этом случае используются выражения (59) и (60). Структура пропагатора спинорной НЧ определяется аналогично. Из второго выражения в (62) и (56) вытекает

$$\hat{D}(k) - \hat{D}^*(k) = 2\pi i \rho_f(k) (\hat{k} + k), \quad (66)$$

откуда следует, что пропагатор спинорной НЧ имеет вид

$$\hat{D}(k) = \frac{\hat{k} + k}{P_f(k)}. \quad (67)$$

Плотность распределения массы спинорной НЧ определяется выражением, аналогичным выражениям для случая скалярной и векторной частиц:

$$\rho_f(k) = -\frac{1}{\pi} \frac{\Im P_f(k)}{|P_f(k)|^2}. \quad (68)$$

Величину  $P_f(k)$  для спинорной НЧ необходимо строить с учетом того, что собственно энергетический вклад  $\Sigma(k)$  имеет размерность массы:

$$M(k) = M_0 + \Re \Sigma(k). \quad (69)$$

Параметризация как реальной, так и мнимой части  $\Sigma(k)$  будет рассмотрена в п. 2.6. Отметим, что наиболее общими выражениями, описывающими связь модельных пропагаторов и функций  $\rho(k)$ , являются выражения (56), (57), (62), (63), (67) и (68). Однако в этом случае функция  $P(k)$  нуждается в доопределении, причем процедура Дайсона является полезной аппроксимацией как в стандартном подходе, так и в модели.

Отметим наиболее существенную особенность структуры модельных пропагаторов, которая строго вытекает из концепции размытия массы и не зависит от способов определения и конкретного вида функций  $\rho(k)$  и  $P(k)$ . Как показано в работах [65–67], модельная структура числителей пропагаторов приводит к точной факторизации выражений для ширин и сечений в процессах с участием НЧ в промежуточном состоянии. Этот результат не зависит от вида НЧ и вершин, описывающих их взаимодействие. В то же время использование традиционных пропагаторов с фиксированной массой приводит к приближенной факторизации только в пределе узких резонансов. Отметим также, что в литературе нет единого и строгого построения пропагаторов для НЧ в рамках традиционного подхода.



**2.5. Факторизация ширин и сечений процессов с нестабильной частицей в промежуточном состоянии.** Рассмотрим трехчастичный распад квазистабильной частицы  $a \rightarrow bR \rightarrow bcd$ , где  $R$  — нестабильная частица с произвольной шириной (см. рис. 1). В п. 2.3 отмечено, что рассматриваемый подход позволяет описывать процессы с участием НЧ как в промежуточном, так и в конечном (начальном) состояниях. Таковыми, например, являются состояния  $R$  на рис. 1, *a* и *б*, причем оба описания должны быть согласованы. Распад  $a$  с НЧ в конечном состоянии рассмотрен в п. 2.3, где получена конволюционная формула для ширины (43). Для нахождения эксклюзивной ширины распада (рис. 1, *б*) используем выведенные ранее модельные пропагаторы для НЧ. В работе [65] показано, что прямой расчет ширины рассматриваемого трехчастичного распада в рамках модели с использованием пропагаторов (63) и (66) приводит к выражению в конволюционной форме:

$$\Gamma(a \rightarrow bcd) = \int_{q_1^2}^{q_2^2} \Gamma(a \rightarrow bR(q)) \frac{q\Gamma(R(q) \rightarrow cd)}{\pi|P_R(q)|^2} dq^2, \quad (70)$$

где  $R(q)$  — нестабильная частица  $R$  с массой  $m = q$ , а  $q_1^2$  и  $q_2^2$  определяются кинематикой распада. Форма выражения не зависит от вида частиц, участвующих в процессе, и формально отражает разделение всего процесса на два этапа — рождение НЧ, т.е. подпроцесс  $a \rightarrow bR(q)$ , и распад НЧ, т.е. подпроцесс  $R(q) \rightarrow cd$ . Отметим, что конволюционная структура выражения (70) для случаев векторной и спинорной частиц является прямым следствием модельных структур числителей пропагаторов этих частиц, описываемых формулами (63) и (66). При использовании традиционных выражений, отличных от модельных, мы не получим формулу (70), однако она будет пределом выражения для стандартной ширины при  $\Gamma \rightarrow 0$  (аппроксимация узких резонансов). В случае скалярной НЧ как модельный пропагатор, так и стандартный приводят точно к (70).

Выражение (70) может быть просуммировано по всем каналам распада  $R \rightarrow \Sigma X_i$ , а полученная таким образом ширина инклюзивного процесса  $\Gamma(a \rightarrow bR \rightarrow b\Sigma X_i) \equiv \Gamma(a \rightarrow bX_R)$  может быть представлена в виде

$$\Gamma(a \rightarrow bX_R) = \int_{q_1^2}^{q_2^2} \Gamma(a \rightarrow bR(q)) \rho_R(q) dq^2, \quad (71)$$

где функция  $\rho_R(q)$  определяется выражением

$$\rho_R(q) = \frac{q\Gamma_R^{\text{tot}}(q)}{\pi|P_R(q)|^2}. \quad (72)$$

В (72) полная ширина НЧ с массой  $m = q$ , т. е.  $\Gamma_R^{\text{tot}}(q) = \Gamma^{\text{tot}}(R(q) \rightarrow X_R)$ , рассчитывается обычным способом. Сравнение выражений (71) и (72) с аналогичным по физическому смыслу выражением (43) дает согласование обоих способов описания, если величину  $q$  в (72) (т. е. инвариантную массу продуктов распада  $R$ ) трактовать как переменную (размытую) массу НЧ. Полное количественное согласование описаний распада достигается, если использовать известное соотношение  $\Im \Pi_R(q) = q \Gamma_R(q)$  для бозонов и аналогичное соотношение для фермионов ( $\Im \Pi_R(q) = \sqrt{q} \Gamma_R(q)$ ) в соответствующих выражениях для  $P_R(q)$  и  $\rho(q)$ . Конволюционная структура выражений (70) и (71) является формальным отражением эффектов размытия массы и факторизации.

Более наглядно эффект факторизации проявляется в структуре выражения для сечения двухчастичного рассеяния с НЧ в промежуточном состоянии  $ab \rightarrow R \rightarrow cd$ . В работе [66] показано, что для НЧ любого вида (скаляры, векторы и фермионы) в рамках модели имеет место точная факторизация сечения:

$$\sigma(ab \rightarrow R \rightarrow cd) = \frac{16\pi k_R}{k_a k_b \bar{\lambda}^2(m_a, m_b; \sqrt{s})} \frac{\Gamma_R^{ab}(s) \Gamma_R^{cd}(s)}{|P_R(s)|^2}, \quad (73)$$

где  $k_i = 2j_i + 1$ ,  $j$  — спин частицы,  $s = (p_a + p_b)^2$ ,  $\Gamma_R^{ab}(s) = \Gamma(R(s) \rightarrow ab)$  и кинематическая функция  $\bar{\lambda}$  есть нормированный аналог функции Челлена:

$$\bar{\lambda}(m_a, m_b; \sqrt{s}) = \sqrt{1 - 2 \frac{m_a^2 + m_b^2}{s} + \frac{(m_a^2 - m_b^2)^2}{s^2}}. \quad (74)$$

Точная факторизация в (73) обусловлена структурой модельных пропагаторов (63) и (66) и может быть обобщена на НЧ с произвольным спином (см. п. 4.2).

Так как выражение (73) не зависит явно от спиновых факторов конечных состояний, то оно может быть просуммировано по всем каналам распада  $R$ , и мы получаем сечение инклюзивного процесса рассеяния  $\sigma(ab \rightarrow R(s) \rightarrow \Sigma X_i) = \sigma(ab \rightarrow R(s))$ :

$$\sigma(ab \rightarrow R(s)) = \frac{16\pi^2 k_R \Gamma_R^{ab}(s)}{k_a k_b \bar{\lambda}^2(m_a, m_b; \sqrt{s}) \sqrt{s}} \rho_R(s), \quad (75)$$

где функция  $\rho_R(s)$  совпадает с (72) при замене  $q^2 \rightarrow s$ . Как и процесс распада, процесс рассеяния в рамках модели также может быть описан двумя способами. Формула (75) описывает инклюзивное рассеяние с НЧ в промежуточном состоянии. Этот же процесс может быть описан как процесс рассеяния с образованием НЧ в конечном состоянии, т. е. процесс  $a + b \rightarrow R(s)$ , где  $R(s)$  есть нестабильная частица (или резонанс) с массой  $m^2 = s$ . Сечение

этого процесса определяется как инклюзивное сечение:

$$\sigma(ab \rightarrow R(s)) = \sigma \left( ab \rightarrow R(s) \rightarrow \sum_i X_i \right). \quad (76)$$

Согласно стандартному подходу дифференциальное сечение  $\sigma(ab \rightarrow R(s))$  формально определяется следующим выражением:

$$d\sigma(q) = \frac{(2\pi)^2}{v(p)} \delta^4(p_1 + p_2 - q) |M(q)|^2 d\mathbf{q}, \quad (77)$$

где  $v(p)p_1^0 p_2^0 = \sqrt{(p_1 p_2) - m_a^2 m_b^2}$ ,  $M(q)$  есть амплитуда процесса и  $\mathbf{q}$  — трехмерный импульс нестабильной частицы. Интегрирование по  $\mathbf{q}$  снимается трехмерной дельта-функцией  $\delta^3(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{q})$  в (77), вследствие чего получаем некорректную формулу

$$\sigma(q) = \frac{(2\pi)^2}{v(p)} \delta(\sqrt{s} - q^0) |M(q)|^2, \quad (78)$$

где  $\sqrt{s} = p_1^0 + p_2^0$ . Наличие дополнительной дельта-функции в выражении (78) связано с разделением полного процесса  $a + b \rightarrow R(s) \rightarrow \sum_i X_i$  на две независимые стадии:  $a + b \rightarrow R(s)$  и  $R(s) \rightarrow \sum_i X_i$ . В стандартном подходе первая стадия процесса  $a + b \rightarrow R$  имеет физический смысл только тогда, когда  $R$  находится на массовой поверхности ( $s = M_R^2$ ) и может быть включена в состав асимптотических конечных состояний. В предлагаемой модели массовая поверхность нестабильной частицы размыта (не фиксирована). Распределение величины массы описывается функцией  $\rho_R(s)$ , которую необходимо подставить в выражение (78) с последующим усреднением путем интегрирования по переменной массе. В системе центра масс интегрирование по случайному массовому параметру  $m^2 = q^2 = s$  ( $q^0 = q$ ) приводит к результату

$$\begin{aligned} \sigma(ab \rightarrow R(s)) &= \frac{(2\pi)^2}{v(p)} \int \rho_R(q^2) \delta(\sqrt{s} - q) |M(q)|^2 dq^2 = \\ &= \frac{(2\pi)^2}{v(p)} 2\sqrt{s} \rho_R(s) |M(s)|^2. \end{aligned} \quad (79)$$

Таким образом, учет размытия массы устраняет дополнительную дельта-функцию в выражении  $\sigma(ab \rightarrow R)$  и дает возможность формально включить нестабильную частицу в набор конечных состояний. Прямой расчет амплитуды процесса и подстановка ее в (79) приводит к формуле (75), что и показывает самосогласование различных способов описания процессов с участием НЧ в рамках модели.

**2.6. Феноменология размытия массовой оболочки нестабильных частиц.** В этом пункте рассмотрим возможные способы определения плотности распределения  $\rho(\mu)$  массового параметра  $\mu = m^2$ . Одна из возможностей вытекает из связи конволюционного метода и метода цепи распадов (decay-chain method [80]) [65]. В работе [65] показано, что эта связь в рамках модели строго ведет к конволюционной формуле, где в соответствии с соотношением неопределенности величина  $q^2$  интерпретируется как случайный массовый параметр  $\mu$ . В этом случае плотность распределения определяется выражением, совпадающим с (72):

$$\rho(\mu) = \frac{1}{\pi} \frac{\sqrt{\mu} \Gamma(\mu)}{|P(\mu)|^2}. \quad (80)$$

В выражении (80) величина  $\Gamma(\mu)$  есть  $\mu$ -зависимая полная ширина нестабильной частицы, а  $P(\mu)$  — знаменатель перенормированного пропагатора этой частицы. Следует отметить, что универсальная структура выражения (80) не зависит от конкретного определения  $P(\mu)$ . В общем случае  $P(\mu)$  имеет полюсную структуру  $\mu - \mu_R$  с комплексным  $\mu_R$  и может быть описана брейт-вигнеровской аппроксимацией  $\mu - M^2 + iM\Gamma(\mu)$  [80] или другой феноменологической формулой. Выражение (80) является простым и удобным при расчетах, когда погрешность аппроксимации невелика.

Другая возможность определения плотности распределения массового параметра  $\rho(\mu)$  вытекает из выражения (79):

$$\rho(\mu) = \frac{\sigma(ab \rightarrow R(\mu))v(p)}{2(2\pi)^2 |M(\mu)|^2 \sqrt{\mu}}, \quad (81)$$

где  $\sigma(ab \rightarrow R(\mu))$  — экспериментально определенное сечение инклюзивного процесса  $a + b \rightarrow R(\mu) \rightarrow \sum X_i$ , а  $M(\mu)$  есть амплитуда процесса  $a + b \rightarrow R(\mu)$ , определенная в рамках модели.

В п. 2.4 было рассмотрено определение плотности распределения  $\rho(\mu)$  из соответствия модельных пропагаторов и стандартных перенормированных (одетых, dressed) пропагаторов. Это рассмотрение носит, скорее, методологический, нежели практический характер и демонстрирует связь между модельным и традиционным описаниями. Выражения вида (57) описывают общую структуру функции  $\rho(\mu)$ , связанную с комплексной структурой пропагатора. Выражение вида (60) для  $\rho(k^2)$  в аппроксимации Брейта–Вигнера обычно используется в рамках конволюционного метода. Из выражения (60) и определения  $\rho(\mu) = |\omega(\mu)|^2$  следует

$$\omega(\mu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\Im\Pi(\mu)}}{\mu - m^2(\mu) \pm i\Im\Pi(\mu)}. \quad (82)$$

Неоднозначность знака в выражении (82) несущественна, так как в физические величины входит только  $|\omega(\mu)|^2$ . В параметризации  $\Im\Pi(\mu) = \sqrt{\mu}\Gamma(\mu)$  получаем релятивистскую брейт-вигнеровскую аппроксимацию для  $\omega(\mu)$  и лоренцевскую для  $\rho(\mu)$ , которая совпадает с выражением (72) при ренормированной  $P(q^2)$ .

Как было отмечено ранее, существуют также причины описывать распределение массового параметра гауссианом с параметрами  $\bar{m} = M$  и  $\sigma = \Gamma/2$ , где  $M$  и  $\Gamma$  есть физические масса и ширина нестабильной частицы. Все дефиниции плотности распределения массового параметра приближенно дают один и тот же результат при расчете величины эффектов конечной ширины с обрезанием хвостов распределений. Однако эти функции имеют существенно различное поведение вдали от пика распределения, где модель может быть неприменимой. Более того, распределения могут носить неуниверсальный характер, т. е. зависеть от типа частицы и вида процесса. На вопросы, связанные с определением  $\rho(\mu)$  из первых принципов, модель не дает прямого ответа, и необходим дополнительный анализ. Следует отметить, что аналогичные проблемы возникают и в рамках традиционного описания НЧ при использовании перенормированных пропагаторов. Одна из таких проблем связана со способом включения ширины НЧ в таких пропагаторах. В расчетах используются несколько различных схем включения ширины в ренормированный пропагатор, например  $M\Gamma(M)$ ,  $q\Gamma(q)$  и др. При энергиях вблизи порога рождения НЧ эти варианты приводят к очень близким результатам. Однако с ростом энергии результаты могут сильно отличаться, причем асимптотика некоторых способов включения ширины приводит к нефизическим эффектам [81]. Такие эффекты могут быть связаны с нарушением калибровочной инвариантности в выбранной схеме включения ширины [81, 82]. Как показано в работе [81], отклонение величины сечений, полученных в разных схемах включения ширины (например, ширины хиггсовского бозона), могут быть заметными, начиная с энергии  $\sqrt{s} \approx 500$  ГэВ.

### 3. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЕ СЛЕДСТВИЯ МОДЕЛИ

Явление размытия массы имеет место на разных иерархических уровнях благодаря фундаментальной природе соотношения неопределенностей. Величина эффекта конечной ширины в физике частиц зависит от отношений  $\Gamma/M$  или  $\Gamma/(M - M')$ , где  $M$  и  $M'$  есть масса нестабильной частицы и полная масса продуктов распада. Таким образом, эффекты конечной ширины существенны в процессах распада или рождения нестабильных частиц с большой шириной или в окологороговых процессах. Существует много примеров частиц с большой величиной  $\Gamma/M$  в адронной физике, например, для  $\rho$ -мезонов  $\Gamma_\rho/M_\rho \approx 0,2$ , т. е. эффект в этом случае ожидается большим. Фундаменталь-

ные нестабильные частицы, как правило, имеют исчезающе малые отношения  $\Gamma/M$ , за исключением  $Z$ -,  $W$ -бозонов и  $t$ -кварка, для которых  $\Gamma/M \sim 10^{-2}$ . В этих случаях эффекты конечной ширины могут быть обнаружены в прецизионных измерениях распадных характеристик или в околороговых процессах. Далее представим краткий обзор проявлений размытия массы и рассмотрим некоторые примеры процессов, где этот эффект имеет существенное значение. Рассматриваемая квантово-полевая модель была применена к ряду как низкоэнергетических, так и высокоэнергетических процессов.

**3.1. Высокоэнергетические процессы.** В этом пункте рассматривается применение модели к таким процессам, как рождение векторных бозонов и  $t$ -кварков на линейном коллайдере с последующим их распадом. В рамках конволюционного метода, который носит чисто феноменологический характер, но приводит к аналогичным результатам, были посчитаны брэнчинги каналов  $t \rightarrow WZb, cWW, cZZ$  [80, 83–85]. Показано, что вклад эффектов конечной ширины приводит к значительному увеличению ширины распада, в особенности для околороговых распадов  $B(t \rightarrow WZb)$  и  $B(t \rightarrow cZZ)$ . Так, например, брэнчинги с учетом ( $\bar{B}$ ) и без учета ( $B$ ) эффектов конечной ширины в случае канала распада  $t \rightarrow WZb$  отличаются на порядок величины:  $B(t \rightarrow WZb) \sim 10^{-7}$  и  $\bar{B}(t \rightarrow WZb) \sim 10^{-6}$  [80]. Описание этих распадов в рамках модели практически не отличается от описания в рамках конволюционного метода и дает примерно те же результаты.

Обсуждаемая модель была применена к расчетам сечений процессов околороговых парных рождений калибровочных бозонов на коллайдере LEP2. Околороговое рождение НЧ является наиболее удобным процессом для изучения эффектов конечной ширины. Экспериментальные исследования рождения бозонных пар около порога дают нам возможность точного измерения масс бозонов и константы связи трехбозонного взаимодействия. Для извлечения точной информации о параметрах процесса необходим не только учет эффектов конечной ширины, но и расчет радиационных поправок в сечения процессов  $e^+e^- \rightarrow ZZ, ZH, W^+W^- \rightarrow \sum_f 4f$ , которые дают заметный вклад.

Для обсуждения ситуации с двухбозонным рождением на линейном коллайдере и выбора стратегии расчетов удобно выделить три уровня приближения к реальным процессам [86, 87].

1. Рождение пар бозонов на массовой оболочке в процессах  $e^+e^- \rightarrow ZZ, ZH, W^+W^-$  с последующим распадом бозонов, находящихся на массовой оболочке. Все радиационные поправки  $O(\alpha)$  к лидирующим членам хорошо известны, причем в аналитическом виде.

2. Рождение бозонных пар вне массовой оболочки с последующим распадом на четыре фермиона. Полный набор радиационных поправок очень громоздок, что вызывает большие трудности для обзора и анализа.

3. Описание всех процессов вида  $e^+e^- \rightarrow \sum_f 4f$  с учетом полного набора поправок  $O(\alpha)$ . Эта задача связана с учетом добавочных диаграмм с другими промежуточными состояниями, но с теми же конечными четырехфермионными состояниями. Полный набор поправок  $O(\alpha)$  в общем случае описывается многими тысячами диаграмм, учет которых возможен только с помощью развитых программных средств.

Для пояснения возможностей и места модельного описания указанных процессов сделаем краткий обзор стандартных подходов. Рождение пар заряженных бозонов на массовой оболочке было рассмотрено детально в работах [86–88], где приводится аналитическое выражение для сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ . На древесном уровне этот процесс описывается двумя  $s$ -канальными диаграммами с  $Z, \gamma$ -обменом и одной  $t$ -канальной диаграммой с обменом электронным нейтрино. Полный набор поправок  $O(\alpha)$ , включающий в себя однопетлевые поправки и излучение реальных фотонов, представлен в [89–96]. Описание рождения  $W$ -пар на массовой оболочке с последующим их распадом с учетом поправок  $O(\alpha)$  выполнено в [97–103]. Рождение  $W$ -пар вне массовой оболочки с последующим их распадом на четыре фермиона представлено в [104].

При описании двухбозонного рождения необходимо учитывать нестабильность бозонов, т.е. реальные процессы не являются процессами  $e^+e^- \rightarrow ZZ, ZH, W^+W^-$ . Эти реакции есть приближение стабильных бозонов для процессов  $e^+e^- \rightarrow ZZ, ZH, W^+W^- \rightarrow \sum_f 4f$  с четырьмя фермионами в конечном состоянии. Ввиду огромного количества диаграмм, описывающих полный процесс, в [105–107] разработана и применена классификационная схема различных типов подпроцессов. В соответствии с этой схемой, например, класс процессов  $e^+e^- \rightarrow ZZ, ZH, W^+W^- \rightarrow \sum_f 4f$ , где бозоны находятся в окрестности массовой оболочки, описываются в рамках приближения двойного полюса (Double-Pole Approximation, DPA) [107–110]. В этом приближении рассматривается вклад только от диаграмм с двумя бозонами в промежуточном окolorезонансном (вблизи своих полюсов) состоянии. Рассматриваемая модель описывает именно этот класс процессов, когда имеет место эффект факторизации и соответствующие аналитические выражения для сечений значительно упрощаются по сравнению со стандартными. Следует отметить, что вклад полюсных диаграмм является, как правило, доминирующим, причем введение обрезаний на импульсы и углы продуктов рассеяния дополнительно уменьшает относительный вклад нерезонансных, т.е. фоновых, диаграмм.

Описание всего набора процессов с четырьмя фермионами в конечном состоянии с учетом радиационных поправок в аналитическом виде проблематично. Однако полный набор электрослабых поправок  $O(\alpha)$  был рассчитан

для некоторых эксклюзивных процессов, например, для  $e^+e^- \rightarrow \nu_\tau\tau^+\mu^-\bar{\nu}_\mu$ ,  $u\bar{d}\mu^-\bar{\nu}_\mu$  и  $u\bar{d}s\bar{c}$  [47,48]. Из-за громоздкости задачи в расчетах применяются некоторые аппроксимационные схемы, а также компьютерные средства вычислений, такие как RacoonWW [48, 111, 112] и YFSWW [113–115]. Далее рассмотрим процесс парного рождения бозонов в рамках модели НЧ с размытой массовой оболочкой. Как отмечено выше, эти процессы описываются диаграммами с двумя полюсами, причем в рассматриваемом подходе существенно модифицируются и упрощаются расчеты сечений.

Ранее было показано, что НЧ может быть описана двумя самосогласованными способами. С одной стороны, она может быть описана модельным пропагатором в промежуточном состоянии с учетом какой-то последующей стадии ее распада. Таким образом описывается эксклюзивный процесс, причем имеет место точная факторизация, которая позволяет разбить полный процесс на две стадии — рождение НЧ и ее распад. С другой стороны, первая стадия (рождение НЧ) может рассматриваться как процесс образования конечного состояния с нестабильной частицей, причем мы должны теперь учитывать все каналы ее распада, что эквивалентно инклюзивному процессу рождения и распада НЧ. Первая стадия при образовании пар  $W$ -бозонов описывается двумя стандартными диаграммами Фейнмана, изображенными на рис. 2, только бозоны находятся на размытых массовых оболочках.

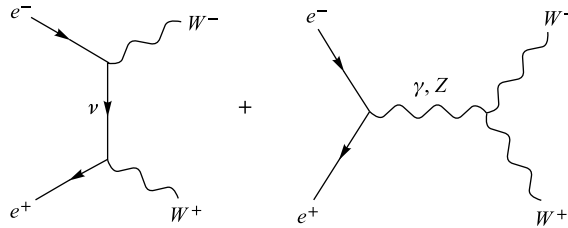


Рис. 2. Фейнмановские диаграммы, описывающие процесс  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$

Этот подход позволяет сильно упростить расчеты, причем описание эксклюзивных процессов теперь сводится к описанию парциальных каналов распада НЧ. Нестабильная частица как в начальном, так и в конечном состояниях в рамках модели описывается на размытой массовой оболочке. При замене промежуточных состояний на конечные (или начальные) инвариантная масса продуктов распада НЧ трактуется как размытая (непрерывная, случайная) ее масса, т. е.  $q^2 = m^2$ , где  $q$  — импульс НЧ в промежуточном состоянии. Соответствующие поляризационные матрицы имеют стандартный вид, только квадрат фиксированной массы заменяется на случайную величину  $q^2$  с последующим интегрированием в пределах, определяемых кинематикой процесса. Приведем явный вид модельных поляризационных матриц для векторного и



спинорного поля:

$$\sum_{a=1}^3 e_m^a(\mathbf{k}) \dot{e}_n^a(\mathbf{k}) = -g_{mn} + \frac{k_m k_n}{k^2} \quad (\text{векторная НЧ}), \quad (83)$$

$$\sum_{a=1}^2 u_i^{a,\mp}(\mathbf{k}) \bar{u}_k^{a,\pm}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2k^0} (\hat{k} + k)_{ik} \quad (\text{спинорная НЧ}).$$

Стандартный расчет с использованием (83) приводит к двойной конволюционной формуле для сечения электрон-позитронного рассеяния с рождением двух нестабильных бозонов, т. е. модельное сечение парного рождения бозонов в древесном приближении имеет вид

$$\sigma^{\text{tr}}(s) = \int_{\mu_1}^{(\sqrt{s}-\sqrt{\mu_2})^2} \int_{\mu_2}^{(\sqrt{s}-m_2)^2} \sigma^{\text{tr}}(s, m_1, m_2) \rho(m_1) \rho(m_2) dm_1^2 dm_2^2, \quad (84)$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — переменные массы бозонов, нижние пределы интегрирования выражаются через пороговые энергии распадов бозонов  $\sqrt{\mu_1}$  и  $\sqrt{\mu_2}$ , а верхние пределы интегрирования определяются обычной кинематикой. В (84)  $\sigma^{\text{tr}}(s, m_1, m_2)$  — сечение в древесном приближении, которое рассчитывается по стандартным правилам в приближении стабильных частиц с массами  $m_1$  и  $m_2$ . Выражения для сечений процессов  $e^+e^- \rightarrow ZZ, ZH, Z\gamma, W^+W^-$  в древесном приближении приведены в работах [116–119]. При  $m_1 = m_2 = M_B$  эти выражения переходят в хорошо известные формулы для стандартных сечений в приближении стабильных бозонов. В расчетах плотность распределения массового параметра выбрана в параметризации  $\Im\Pi(m) = m\Gamma(m)$ , откуда согласно (60)

$$\rho(m) = \frac{1}{\pi} \frac{m\Gamma(m)}{[m^2 - M^2(m)]^2 + [m\Gamma(m)]^2}, \quad (85)$$

где  $M^2(m) = M_0^2 + \Re\Pi(m)$ . Отметим, что модельное описание процессов  $e^+e^- \rightarrow ZZ, ZH, Z\gamma, W^+W^-$  в древесном приближении с учетом размытия масс эквивалентно стандартному описанию инклюзивного процесса  $e^+e^- \rightarrow ZZ, ZH, Z\gamma, W^+W^- \rightarrow \sum_f 4F$  в древесном же приближении, но с перенормированными пропагаторами бозонов. Сравнение результатов расчетов для указанных процессов дало отклонение  $\sim 0,1\%$ , что находится в пределах экспериментальных погрешностей измерения сечений процессов на LEP2. Малое отклонение модельных расчетов от стандартных обусловлено в основном отличием выражений для числителей векторных пропагаторов  $\eta_{\mu\nu}^M(q) = g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / q^2$  и  $\eta_{\mu\nu}^{\text{st}}(q) = g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_B^2$ . Такое отличие дает

отклонение  $\epsilon \sim (m_e/M_Z)(1 - M_B^2/q^2)$ , подавленное двумя факторами в процессах околорезонансного рождения бозонов, т. е. при  $q^2 \approx M_B^2$ . Именно эту область переданных импульсов (инвариантных масс) выделяет функция (85).

В рамках модели отличие процесса парного рождения бозонов на фиксированной и размытой массовых оболочках иллюстрируется рис. 3, где сплошной линией представлено сечение рождения пар  $W$ -бозонов с фиксированной массой  $M_W$ , штриховой — модельное сечение с учетом размытия массы, а точками — экспериментальные данные, полученные на LEP2, с указанием погрешности измерений. Из этого рисунка видно, что эффект размытия вносит большой вклад, причем размытие массы приводит к соответствующему размытию порога реакции. В стандартном подходе эта картина имеет аналогичный характер и интерпретируется как вклад виртуальности бозонов в промежуточных состояниях в полном процессе. Из этого рисунка также видно существенное отличие экспериментальных и теоретических значений сечения, посчитанных в борновском приближении. При энергиях парного рождения бозонов  $\sqrt{s} \sim 200$  ГэВ существенный вклад дают электрослабые поправки, особенно поправки, обусловленные излучением фотонов в начальных состояниях.

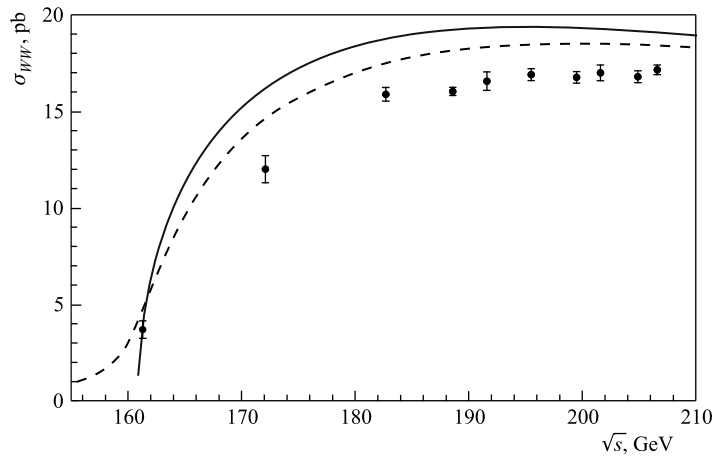


Рис. 3. Борновское сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  при фиксированных (сплошная линия) и переменных массах бозонов

Далее мы рассмотрим стратегию расчетов поправок к лидирующим членам с учетом специфики модели. Модельное описание НЧ является эквивалентным некоторой эффективной теории, которая содержит обобщенное свободное поле на размытой массовой оболочке. Это размытие обусловлено взаимодействием НЧ с вакуумными флуктуациями собственно энергетического типа во всех порядках теории возмущений. Более того, НЧ является непертур-

багивным объектом в некоторой области резонанса. Поэтому традиционная программа расчета поправок в рамках модели не является оптимальной. Модель также не является явно калибровочной, так как ее исходные элементы строятся на основе фундаментальной теории в физической калибровке. Далее будем следовать стратегии расчетов с учетом этих обстоятельств, которая включает основные поправки к лидирующим членам и которая была проверена на примере расчетов в работах [116–119]. В расчетах использованы константы  $g(M_Z)$  и  $\alpha(M_W)$  в вершинах с  $Z, W, H, \gamma$  в конечных состояниях и  $\alpha(0)$  при вычислении поправок. Таким образом, учитывалась главная часть поправок к вершинам и часть вклада кулоновской сингулярности. Вклады собственно энергетических диаграмм к массивным бозонам учтены размытием их масс в конечных состояниях или модельной модификацией пропагаторов в промежуточных состояниях.

В вычислениях также учитываются поправки к начальным и промежуточным состояниям электронов и позитронов, обусловленные излучением фотонов в начальных состояниях (initial state radiation) и радиационными поправками в однопетлевом приближении. Последние необходимы для компенсации инфракрасных расходимостей, обусловленных излучением мягких фотонов. Эти поправки были рассчитаны в работах [93] и [96] для реакции парного рождения  $W$ -бозонов с фиксированными массами. Аналитические выражения, представленные в [96], обобщены на случай нефиксированных масс и использованы для расчета модельных сечений парного рождения бозонов. В результате получено сечение рождения  $\sigma_{B_1 B_2}(s; \mu_1, \mu_2)$  пары бозонов  $B_1(\mu_1)$  и  $B_2(\mu_2)$  со случайными массами  $m_1^2 = \mu_1$  и  $m_2^2 = \mu_2$  в виде

$$\sigma_{B_1 B_2}(s; \mu_1, \mu_2) = \int_0^{k_{\max}} \rho_\gamma(k) \sigma_{B_1 B_2}^{\text{tr}}(s(1-k), \mu_1, \mu_2) dk, \quad (86)$$

где  $\rho_\gamma(k)$  — фотонный спектр (см. [96, 120–122]),  $k = E_\gamma/E_b$  — энергия фотонов в единицах энергии пучка и  $s(1-k)$  — эффективная полная энергия в квадрате, идущая на рождение пары мезонов после испускания фотонов [96]. В случае рождения пары бозонов на массовой поверхности ( $\mu_1 = \mu_2 = M_B^2$ ) величина  $k_{\max} = 1 - 4M_B^2/s$  есть максимальная часть фотонной энергии. Обобщение выражения для этой величины на случай  $\mu_1 \neq \mu_2$  дает

$$k_{\max} = 1 - 2 \frac{\mu_1 + \mu_2}{s} + \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{s^2} \equiv \bar{\lambda}^2(\mu_1, \mu_2; s). \quad (87)$$

Фотонная функция распределения представлена в виде [96]

$$\rho_\gamma(k) = \beta k^{\beta-1} (1 + \delta_1^{v+s} + \dots) + \delta_1^h + \dots, \quad (88)$$

где приведены только  $O(\alpha)$ -поправки (т.е.  $\delta_{n>1} = 0$ ). Соответствующие поправки имеют стандартный вид ( $v + s = \text{virtual} + \text{soft}$ ,  $h = \text{hard}$ ):

$$\beta = \frac{2\alpha}{\pi}(L-1), \quad L = \ln \frac{s}{m_e^2}, \quad \alpha = \frac{1}{137},$$

$$\delta_1^{v+s} = \frac{\alpha}{\pi} \left( \frac{3}{2}L + \frac{\pi^2}{3} - 2 \right), \quad \delta_1^h = \frac{\alpha}{\pi}(1-L)(2-k). \quad (89)$$

В расчетах также учтены КХД-поправки в форме мультипликативного коэффициента  $k_{\text{QCD}} = 1 + 0,133/\pi$  [123]. Отметим, что нефакторизуемые поправки, соответствующие, например, взаимодействию начальных и конечных состояний, здесь не учитывались.

Описанная выше схема применена к расчету сечений процессов  $e^+e^- \rightarrow ZZ$  и  $e^+e^- \rightarrow WW$  в рамках модели, где виртуальные состояния описаны как состояния на размытых массовых оболочках. Результаты модельных расчетов совместно с результатами моделирования Монте-Карло (RasconWW и YFSWW) и экспериментальными данными представлены на рис. 4 и 5. Они находятся в согласии с экспериментом в пределах экспериментальных погрешностей. Отметим также, что теоретические кривые совпадают друг с другом с очень высокой точностью. Отсюда следует, что вклад нефакторизуемых поправок (которые не контролировались в данных расчетах) в резонансной области достаточно мал.

Процесс  $e^+e^- \rightarrow Z\gamma$  в древесном приближении описывается двумя  $t$ -канальными стандартными диаграммами. Модельное выражение для сечения отличается от стандартного только размытием массы  $Z$ -бозона. Зависи-

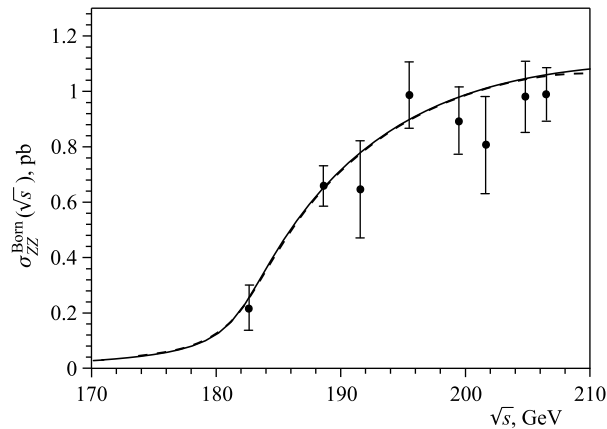


Рис. 4. Полное  $ZZ$ -сечение, полученное моделированием Монте-Карло (штриховая линия) и в модели НЧ с размытой массой (сплошная линия)

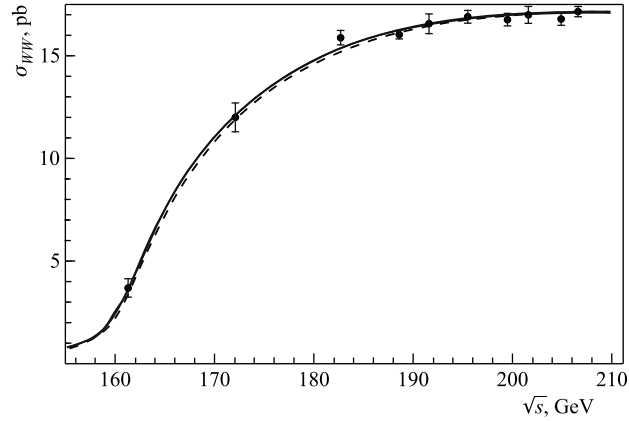


Рис. 5. Модельное (штриховая линия) и Монте-Карло (сплошная линия) сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$

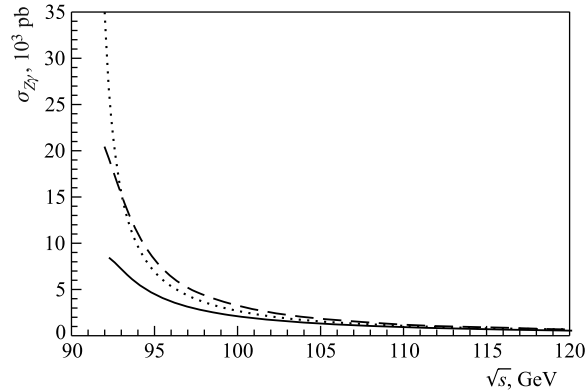


Рис. 6. Борновское сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow Z\gamma$  в приближении стабильных частиц (пунктирная линия) и в модели НЧ с размытой массой (штриховая). Сплошная линия представляет сечение с учетом поправок

мость сечения от энергии изображена на рис. 6, где пунктирной и штриховой линиями представлено сечение в древесном приближении для случаев с фиксированной и размытой массами  $Z$ -бозона соответственно. Сплошной линией показано сечение с учетом всех рассмотренных выше поправок.

Сравнение модельных расчетов с экспериментальными данными выполнено для эксклюзивных процессов  $e^+e^- \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  и  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}\gamma$  при энергиях в интервале  $160 \lesssim \sqrt{s} \lesssim 200$  ГэВ. Отметим, что сечение эксклюзивного процесса может быть получено в рамках модели путем умножения сечения инклюзивного процесса на соответствующий брэнчинг. На рис. 7 представлено

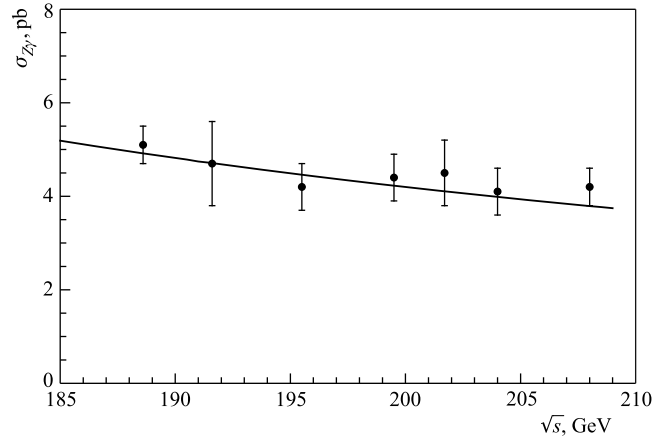


Рис. 7. Сечение эксклюзивного процесса  $e^+e^- \rightarrow Z\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$ . Сплошная линия представляет модельное сечение с учетом поправок

модельное сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow Z\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}\gamma$  в сравнении с экспериментальными данными [124].

Процесс  $e^+e^- \rightarrow ZH$ , где  $H$  — скалярный бозон Хиггса, описывается в древесном приближении одной  $s$ -канальной диаграммой с  $ZZH$ -вершиной. Этот процесс очень интересен с двух точек зрения [118, 119]. С одной стороны, он важен для концептуальной проверки Стандартной модели, особенно в свете недавней экспериментальной регистрации скалярной частицы на LHC с массой  $M \simeq 125$  ГэВ [125, 126]. С другой стороны, в рамках модели этот процесс характерен многоступенчатой факторизацией. Максимальная энергия  $\sqrt{s} = 208$  ГэВ, достигнутая на LEP2, не позволила обнаружить сигнал хиггсовского бозона. Следует, однако, отметить, что с учетом эффекта конечной ширины  $Z$ -бозона (ширина стандартного бозона  $H$  мала) этот сигнал мог быть обнаружен в области энергий, немного выше достигнутой.

Множественное рождение калибровочных бозонов служит критическим тестом неабелевой структуры и нарушения электрослабой симметрии в СМ. Измерение константы трехбозонных взаимодействий, выполненное на LEP2 [127, 128] и тэватроне [129], продемонстрировало хорошее согласие с предсказаниями СМ в пределах нескольких процентов [130]. Процесс рождения трех массивных калибровочных бозонов  $e^+e^- \rightarrow ZZZ; ZW^+W^-$  может быть использован для тестирования константы четырехбозонного взаимодействия. Эти процессы интенсивно обсуждаются в публикациях (см., например, [131–133]). Для описания реакций образования трех бозонов в традиционном подходе необходимо рассматривать полный процесс  $e^+e^- \rightarrow ZZZ; ZW^+W^- \rightarrow \sum_f 6f$ . Расчет полного набора поправок к ведущим чле-

нам этого процесса является довольно громоздкой задачей, которая выполнена в [133] в приближении стабильных частиц (SPA) и для двух значений масс хиггсовского бозона ( $M_H = 120$  и  $150$  ГэВ). Диаграммы, описывающие рассматриваемые процессы рождения трех бозонов, представлены на рис. 8. На этом рисунке  $ZZZ$ -рождение описывается девятью диаграммами в подгруппах  $a$  и  $b$ , а  $ZW^+W^-$ -рождение — шестнадцатью диаграммами  $a$ – $d$ . Первая подгруппа диаграмм  $a$  носит резонансный характер при  $M_H \gtrsim 2M_W, 2M_Z$ .

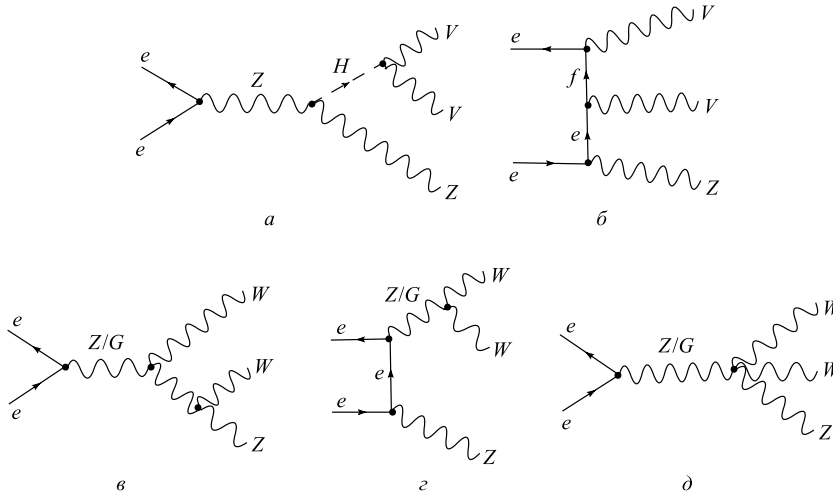
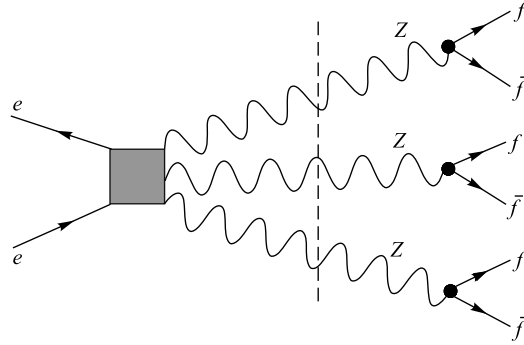


Рис. 8. Диаграммы Фейнмана, описывающие процессы  $e^+e^- \rightarrow ZZZ, ZWW(V = Z, W)$

Для учета эффектов конечной ширины в стандартном подходе необходимо рассматривать полный процесс с шестифермионными конечными состояниями (см. рис. 9). В рамках модели тот же процесс можно рассматривать с тремя бозонами в конечном состоянии, находящимися на размытых массовых оболочках [134]. Таким образом, инклюзивный процесс рождения и распада трех бозонов можно представить в факторизованной форме, как это схематически представлено на рис. 9 для  $ZZZ$ -рождения. Модельное выражение сечения инклюзивного процесса  $e^+e^- \rightarrow ZZZ; ZW^+W^- \rightarrow \sum_f 6f$  может быть представлено в виде трехконволюционной формулы (эффект тройной факторизации)

$$\sigma(s) = \int \int \int \sigma(s; m_1^2, m_2^2, m_3^2) \rho(m_1^2) \rho(m_2^2) \rho(m_3^2) dm_1^2 dm_2^2 dm_3^2, \quad (90)$$

где  $\sigma(s; m_1^2, m_2^2, m_3^2)$  — борновское сечение рождения трех бозонов с различными массами;  $\rho(m^2)$  — плотность распределения вероятностей массо-


 Рис. 9. Факторизация сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow ZZZ \rightarrow 6f$ 

вого параметра. Борновское сечение было рассчитано с помощью программы `FeynCalc v 6.1`, а интегрирование по массам проведено численно. Для изучения вклада хиггсовского бозона в реальный процесс при расчете сечения были учтены главные поправки к ведущим членам, в первую очередь поправки, связанные с излучением фотонов начальными состояниями. С целью дальнейшего тестирования описанной выше технологии были повторены расчеты, выполненные в работах [131–133] при массе хиггсовского бозона  $M_H = 120$  ГэВ, причем результаты согласовались с точностью в пределах 1%. Отмечено, что вклад диаграммы с хиггсовским бозоном оказался при такой массе очень мал (порядка 1%). Основной целью работы [134] было проанализировать вклад бозона при  $M_H \approx 2M_W$  и  $M_H \approx 2M_Z$ , когда этот вклад носит резонансный характер и становится лидирующим. С учетом последних экспериментальных данных о массе скалярного бозона, который является претендентом на хиггсовский бозон, здесь мы приведем только график зависимости сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow ZZZ$  от  $M_H$  при различных  $\sqrt{s}$ , представленный на рис. 10. Из этого рисунка видно, что при  $M_H \sim 125$  ГэВ вклад хиггсовского бозона мал, а при  $M_H \sim 2M_Z$  носит резонансный характер и становится лидирующим. Отсюда следует, что при энергии линейного коллайдера  $\sqrt{s} \leq 0,5$  ТэВ зарегистрировать вторую скалярную частицу со свойствами хиггсовского бозона возможно только в указанных резонансных областях, которые сейчас закрыты экспериментальными ограничениями, полученными на ЛНС.

Рассмотрим применение модели к описанию процесса парного рождения  $t$ -кварков на будущем линейном коллайдере (ЛК). Изучение физики  $t$ -кварка является важной составляющей различных коллайдерных исследований. Основная цель этих исследований — экспериментальное определение основных физических параметров  $t$ -кварка, таких как масса, ширина, брэнчинги каналов распада и величина констант его взаимодействия с дру-



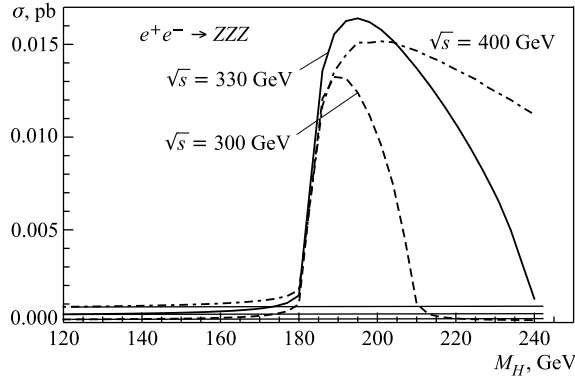


Рис. 10. Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow ZZZ$  как функция массы хиггсовского бозона  $M_H$

гими фундаментальными частицами. Парное рождение  $t$ -кварков является одним из ключевых процессов в прецизионной проверке СМ [135]. Процессы парного рождения  $t$ -кварков и последующего их распада были детально описаны в рамках традиционного подхода. Сейчас большое внимание уделяется процессам рождения  $t$ -кварков на ЛНС [136, 137]. Однако наибольшая точность измерений характеристик  $t$ -кварка может быть достигнута на будущем линейном коллайдере. Физика  $t$ -кварка является наиболее интересным и интригующим предметом исследований в будущих  $e^+e^-$ - или  $\mu^+\mu^-$ -экспериментах на ЛК [138, 139].

Рождение пары  $t$ -кварков сопровождается последующим их распадом через промежуточные заряженные  $W$ -бозоны, т.е. полным процессом является трехступенчатый процесс  $e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^* \rightarrow b\bar{b}W^+W^- \rightarrow b\bar{b}4f$ . Ширины как  $t$ -кварка, так и  $W$ -бозона большие, т.е. надо учитывать соответствующие эффекты конечной ширины. При анализе полного процесса рождения и распада  $t$ -кварков необходимо также учитывать фоновый вклад, обусловленный другими диаграммами с теми же шестифермионными конечными состояниями. Борновские сечения процессов  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}d\bar{u}\mu^-\bar{\nu}_\mu$  и  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}4q$  были рассчитаны в работах [140–142]. Другие эксклюзивные реакции с конечными состояниями  $b\bar{b}d\bar{u}\mu^+\nu_\mu$ ,  $b\bar{b}c\bar{s}d\bar{u}$  и  $b\bar{b}\mu^+\nu_\mu\tau^-\bar{\nu}_\tau$  были рассмотрены в [139]. В частности, было показано, что вклад сигнальной реакции  $e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^* \rightarrow b\bar{b}4f$  является доминирующим, однако фон, обусловленный нерезонансными и однерезонансными диаграммами, может быть значительным. Показано также, что фон может быть существенно снижен применением кинематических обрезаний по инвариантным массам.

КХД-поправки к реакции  $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$  в континууме выше порога были получены в работах [143, 144]. Однопетлевые электрослабые поправки рассчитаны во множестве работ (краткий обзор публикаций по этому вопросу приве-

ден в [145]). Что касается радиационных поправок к реакциям  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}4f$  с шестифермионными конечными состояниями, то ситуация намного сложнее и менее ясная [145]. На древесном уровне каждая такая реакция описывается несколькими сотнями диаграмм. Вычисление полного набора радиационных поправок  $O(\alpha)$  довольно сложно, поэтому обычно применяют различные аппроксимационные схемы. Наиболее детальный анализ эксклюзивных процессов  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}\mu^+\nu_{\mu}\mu^-\bar{\nu}_{\mu}$  и  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}d\bar{u}\mu^-\bar{\nu}_{\mu}$  был выполнен в [145]. В этой работе сечение было рассчитано с учетом ведущих поправок, таких как поправки за счет излучения фотонов в начальных состояниях, факторизуемые электрослабые поправки к рождению  $t$ -кварков на массовой оболочке, поправки к распаду  $t \rightarrow bW$  и последующему распаду  $W$ -бозонов. Обычно такие расчеты проводятся с помощью техники моделирования Монте-Карло (см. работу [145] и литературу в ней).

Рассмотрим далее процесс вида  $e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^* \rightarrow b\bar{b}4f$  с произвольным допустимым набором фермионов в конечном состоянии  $4f$  в рамках модели НЧ с размытой массовой оболочкой. Благодаря точной факторизации на уровне четырех промежуточных состояний  $t, \bar{t}$  и  $W^+, W^-$  сечение может быть представлено в компактной аналитической форме, которая удобна для анализа. До сих пор мы применяли модель только для описания нестабильных векторных бозонов. Теперь мы применяем модель и к нестабильным фермионам, т. е. к  $t$ -кваркам. В расчетах будут учтены электрослабые и КХД факторизуемые поправки к лидирующим вкладам, которые доминируют вблизи порога рождения пар  $t\bar{t}$ . Будет также описано влияние размытия массы и различных поправок на дифференциальные сечения. Результаты будут сравнены с результатами расчетов, проведенных традиционным способом [145]. Отметим, что здесь мы не рассматриваем окологороговые эффекты, обусловленные проявлением квазисвязанного  $t\bar{t}$ -состояния. Эти эффекты рассмотрены детально в большой серии работ (см., например, работу [146] и литературу в ней).

Процесс рождения пары  $t$ -кварков с последующим их распадом  $e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^* \rightarrow b\bar{b}W^+W^- \rightarrow b\bar{b}4f$  представлен на рис. 11. Полный процесс содержит две стадии с нестабильными частицами в промежуточных состоя-

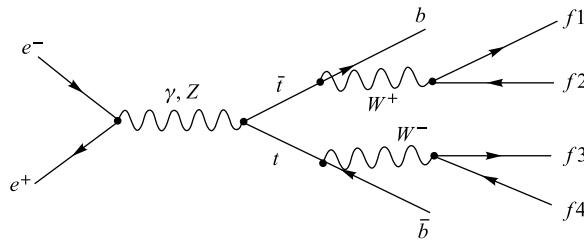


Рис. 11. Диаграмма Фейнмана, описывающая процесс  $e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^* \rightarrow b\bar{b}W^+W^- \rightarrow b\bar{b}4f$

ниях, а именно,  $t$ -,  $\bar{t}$ - и  $W^{+}$ -,  $W^{-}$ -состояния. В этом случае, как показано в работах [147–149], имеет место двойная факторизация, и полный процесс в рамках модели может быть разделен на три стадии:  $e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^*$ ,  $t^*\bar{t}^* \rightarrow b\bar{b}W^+W^-$  и  $W^+W^- \rightarrow 4f$ .

Модельное выражение для сечения реакции  $e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^*$  может быть представлено в виде [149]

$$\begin{aligned} \sigma(e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^*) &= \\ &= \int_{m_0^2}^s \int_{m_0^2}^{(\sqrt{s}-m_1)^2} \sigma(e^+e^- \rightarrow t(m_1)\bar{t}(m_2)) \rho_t(m_1) \rho_t(m_2) dm_1^2 dm_2^2, \end{aligned} \quad (91)$$

где величина  $m_0 \approx 2M_b$  ( $M_b$  — масса  $b$ -кварка) принята в качестве порогового значения переменной массы  $t$ -кварка,  $\sigma(e^+e^- \rightarrow t(m_1)\bar{t}(m_2))$  — сечение рождения пары  $t$ -кварков с массами  $m_1$  и  $m_2$ , а  $\rho_t(m)$  — плотность распределения вероятности случайной величины массы  $t$ -кварка. В данных расчетах эта функция имеет стандартный вид [67]:

$$\rho_t(m) = \frac{1}{\pi} \frac{m\Gamma_t(m)}{(m^2 - M_t^2)^2 + m^2\Gamma_t^2(m)}, \quad (92)$$

где  $\Gamma_t(m)$  — полная ширина  $t$ -кварка с массой  $m$ . Парциальный канал распада  $t \rightarrow bW$  имеет брэнчинг  $\text{Br}(t \rightarrow bW) \approx 0,999$ , поэтому выражение (91) практически точно описывает каскадный процесс  $e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^* \rightarrow b\bar{b}W^+W^-$  в приближении стабильных  $W$ -бозонов. Для учета нестабильности  $W$ -бозонов необходимо представить ширину  $t$ -кварка  $\Gamma_t(m) \approx \Gamma(t \rightarrow bW)$  в выражении (92) как функцию переменной массы  $W$ -бозона, т. е.  $\Gamma(t \rightarrow bW(m_W))$  с усреднением по величине  $m_W$ . В итоге модельное сечение инклюзивного процесса  $e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^* \rightarrow b\bar{b}W^+W^- \rightarrow b\bar{b}\sum_f 4f$ , изображенного на рис. 11, представлено следующей мультиконволюционной формулой:

$$\begin{aligned} \sigma \left( e^+e^- \rightarrow b\bar{b}\sum_f 4f \right) &= \int_{m_0^2}^s \int_{m_0^2}^{(\sqrt{s}-m_1)^2} \sigma(e^+e^- \rightarrow t(m_1)\bar{t}(m_2)) \times \\ &\times \int_{(m_0-M_b)^2}^{(m_1-M_b)^2} \rho_t(m_1, m_{W^+}) \rho_W(m_{W^+}) dm_{W^+}^2 \times \\ &\times \int_{(m_0-M_b)^2}^{(m_2-M_b)^2} \rho_t(m_2, m_{W^-}) \rho_W(m_{W^-}) dm_{W^-}^2 dm_1^2 dm_2^2, \end{aligned} \quad (93)$$

где  $\rho_W(m)$  определяется по аналогии с (92), а пределы интегрирования определяются кинематикой и структурой процесса. Для описания эксклюзивной реакции  $e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^* \rightarrow b\bar{b}f_1f_2f_3f_4$  необходимо заменить полную ширину  $W$ -бозонов, которая входит в числитель выражения (92), на соответствующую парциальную ширину. Отметим, что эти предписания не носят рецептурного характера, так как они строго выводятся прямыми расчетами в рамках модели (см. следующий раздел). Таким образом, рассматриваемый процесс, представленный на рис. 11, с шестичастичным конечным состоянием описывается простым аналитическим выражением (93) с четырьмя интегрированиями по переменным массам  $t$ -кварков и  $W$ -бозонов. Отметим, что в стандартном подходе шестичастичное конечное состояние описывается в общем случае  $N = 3 \cdot 6 - 4 = 14$  независимыми параметрами, 13 из которых должны быть проинтегрированы [150]. Такая сложная задача может быть выполнена только с помощью численного моделирования Монте-Карло.

Результаты модельных вычислений представлены на рис. 12, где показана зависимость борновских сечений от полной энергии  $\sqrt{s}$  в разных приближениях. На этом рисунке пунктирной линией изображено сечение парного рождения топ-кварков в приближении стабильных кварков, т. е. без размытия их массы. Штриховая линия представляет сечение с учетом размытия масс  $t$ -кварков, а сплошная линия — с учетом размытия масс как  $t$ -кварков, так и  $W$ -бозонов. Отметим, что второе приближение соответствует стандартному описанию процесса  $e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^* \rightarrow b\bar{b}W^+W^-$  в приближении стабильных  $W$ -бозонов, а сплошная кривая описывает сечение полного процесса, представленного на рис. 11.

Из рис. 12 следует, что вклад эффектов конечной ширины  $t$ -кварка является существенным (несколько процентов в области пороговых энергий), в то время как соответствующий вклад  $W$ -бозонов довольно мал (доли процента). Сравнение модельных результатов со стандартными показало, что отклоне-

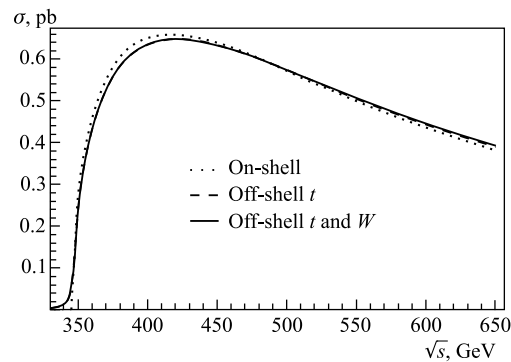


Рис. 12. Сечение процессов  $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ ,  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}W^+W^-$  и  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}\sum_f 4f$

ния не превышают 0,1 %. Например, в работе [151] получено, что  $\sigma(e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^* \rightarrow b\bar{b}W^+W^-)$  при  $\sqrt{s} = 500$  ГэВ равно 629 фб при  $M_t = 150$  ГэВ и 553 фб при  $M_t = 180$  ГэВ. При тех же входных данных модельное сечение оказалось равным 630 и 554 фб соответственно. Такое совпадение свидетельствует о применимости модельных пропагаторов не только для бозонных, но и для фермионных полей. Следует отметить, что здесь рассматриваются эффекты конечной ширины, которые дают наиболее существенный вклад в области околороговых энергий. Такие эффекты в этой области проявляют себя как размытие порога. Однако мы не рассматриваем околороговые эффекты, обусловленные возможным образованием промежуточных связанных состояний  $t\bar{t}$ . Поскольку среднее время жизни  $t$ -кварка существенно меньше времени адронизации, эффект связанного состояния резонансных пиков в сечении сильно сглажен. Однако вклад такого квазисвязанного состояния при околороговых энергиях может быть сравним с вкладом конечной ширины, т. е. размытия массы (см. [146]).

Далее кратко опишем стратегию расчета поправок к сечению парного рождения  $t$ -кварков, которая в основном определяется феноменологией модели. В расчетах учтена главная часть электрослабых и КХД-поправок, причем использованы следующие входные параметры [152]:

$$\alpha(M_Z) = 0,00781763, \quad \alpha_s(M_Z) = 0,118, \quad \sin^2 \theta_W(M_Z) = s_Z^2 = 0,2313, \quad (94)$$

$$M_Z = 91,1876 \text{ ГэВ}, \quad M_W = 80,399 \text{ ГэВ}, \quad M_t = 172,9 \text{ ГэВ}.$$

В вершины скелетных диаграмм входят бегущие константы связи  $\alpha_k(Q^2)$ ,  $k = 1, 2, 3$ , в однопетлевом приближении:

$$\alpha_k(Q^2) = \frac{\alpha_k(M_Z)}{1 - (\beta_k/2\pi) \ln(Q^2/M_Z^2)}, \quad \beta_k = (4,1, -19/6, -7). \quad (95)$$

Сечение посчитано с включением следующих поправок.

- Главная часть вершинных и собственно энергетических поправок для стабильных частиц включена в бегущие константы (95).
- Собственно энергетические поправки к нестабильным частицам содержатся в функции  $\rho(m)$ , которая описывает размытие массы, обусловленное в основном этими поправками.
- Излучение фотонов начальными состояниями описывается фотонной функцией распределения (фотонный радиационный спектр) [33, 96], а излучение из конечных  $t$ -кварковых состояний — вершинным  $Q$ -зависимым фактором [153].
- КХД-поправки к рождению и распаду  $t$ -кварков описываются вершинным мультипликативным фактором [153].
- Вклад бокс-диаграмм в полное сечение приближенно оценен в интервале околороговых энергий с помощью программы FormCalc v7.3 [154].

Сечение инклюзивного процесса  $e^+e^- \rightarrow t^*\bar{t}^* \rightarrow b\bar{b} \sum_f 4f$  с учетом вышеперечисленных поправок показано на рис. 13. Пунктирной линией представлено борновское сечение, штриховой линией — сечение с учетом только поправок, обусловленных излучением в начальных состояниях, и сплошной линией — сечение с учетом всех поправок (за исключением вкладов бокс-диаграмм). Из рисунка видно, что основной вклад в поправки дает излучение в начальных состояниях, которое существенно уменьшает величину сечения при околороговых значениях энергии, причем относительный вклад этой поправки с ростом энергии уменьшается. При больших значениях энергии ( $\sqrt{s} > 0,5$  ТэВ) вклад электрослабых и КХД-поправок становится значительным.

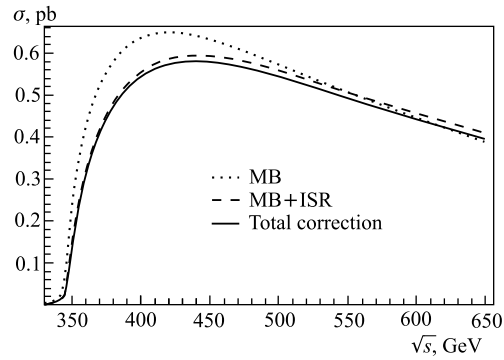


Рис. 13. Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b} \sum_f 4f$  с учетом поправок

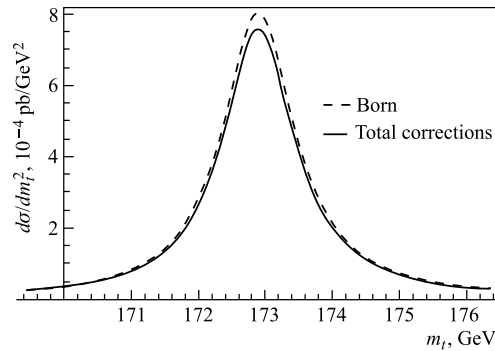


Рис. 14. Распределение инвариантной массы топ-кварка

На рис. 14 показано распределение инвариантной массы, соответствующей промежуточному состоянию  $t$ -кварка, и влияние полного набора поправок на него. Из рисунка видно, что вышеуказанное влияние заметно в районе

пика распределения, которое в борновском приближении соответствует распределению переменной массы кварка.

В работе [149] рассмотрено влияние разных поправок на угловое распределение  $t$ -кварка в промежуточном состоянии, что соответствует угловому распределению суммарного импульса продуктов его распада в системе центра инерции. Отмечено заметное влияние поправок, особенно при рассеянии вперед ( $\cos \theta = 1$ ).

**3.2. Низкоэнергетические процессы.** Одно из наиболее явных проявлений размытия массы в адронной физике имеет место в околопороговых распадах  $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-, K_L^0K_S^0$ . Отношение брэнчингов в данном случае не зависит от адронных факторов с большой степенью точности [155, 156] и равно отношению фазовых объемов:

$$R^{\text{th}} = \frac{B(\phi \rightarrow K_L^0 K_S^0)}{B(\phi \rightarrow K^+ K^-)} = \left( \frac{1 - 4m_0^2/m_\phi^2}{1 - 4m_+^2/m_\phi^2} \right)^{3/2}, \quad (96)$$

где  $m_+ = m(K^\pm)$  и  $m_0 = m(K^0)$ . Подставляя величины масс в это выражение, получаем заметное расхождение экспериментального [152] и теоретического значений, которое детально обсуждалось в [155]:

$$R^{\text{th}} = 0,657; \quad R^{\text{exp}} = 0,690 \pm 0,017(\text{fit}), \quad 0,740 \pm 0,031(\text{average}). \quad (97)$$

Различные поправки к  $R^{\text{th}}$  были получены в работе [156], однако расхождение оставалось (Fermi's Golden Rule puzzle [155]). Благодаря эффекту факторизации распад  $\phi(1020) \rightarrow \bar{K}K$  может быть представлен как независимая часть процесса  $e^+e^- \rightarrow \phi(1020) \rightarrow \bar{K}K$ . Так как распад околопороговый ( $M_\phi \approx 2M_K$ ), интенсивность перехода  $\phi(s) \rightarrow \bar{K}K$  есть быстро меняющаяся функция от полной энергии  $\sqrt{s}$  в районе пика. Подстановка разных величин  $s$  в (96) вместо  $m_\phi^2$  иллюстрирует эту зависимость:

$$R = 0,608 - 0,695 \quad \text{при} \quad m_\phi - \Gamma_\phi \leq \sqrt{s} \leq m_\phi + \Gamma_\phi. \quad (98)$$

Таким образом, при систематизации и интерпретации экспериментальных данных по околопороговым каналам распада мы должны учесть сильную зависимость интенсивности распада от  $s$  около порога. Модельный учет такой зависимости, т. е., по сути, учет эффекта конечной ширины, приводит к модификации отношения (96) согласно [67]:

$$R^M = \frac{\int_{s_1}^{s_2} \Gamma_\phi^0(m) \rho(m) dm^2}{\int_{s_1}^{s_2} \Gamma_\phi^+(m) \rho(m) dm^2}, \quad (99)$$

где  $\sqrt{s_1}$  и  $\sqrt{s_2}$  есть минимальная и максимальная энергии процесса,  $\Gamma_\phi^a(m) \sim m(1 - 4m_a^2/m^2)^{3/2}$ ,  $m_a = m(K^a)$  и  $a = 0, \pm$ . В брейт-вигнеровской (BW) и нерелятивистской лоренцевской (L) аппроксимациях, которые применимы для узких резонансов ( $\Gamma_\phi/M_\phi \sim 10^{-3}$ ), функция  $\rho(m)$  определяется выражениями

$$\rho_{\text{BW}}(m) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma_\phi}{(m - m_\phi)^2 + \Gamma_\phi^2}, \quad \rho_L(m) = \frac{1}{\pi} \frac{m_\phi \Gamma_\phi}{(m^2 - m_\phi^2)^2 + m_\phi^2 \Gamma_\phi^2}. \quad (100)$$

Согласно (98) и (99) величина  $R^M$  зависит от пределов интегрирования, т. е. от энергетического интервала, в котором производится измерение. Эта зависимость может привести к различным результатам, полученным разными группами (см., например, данные различных измерений, приведенные в [152]). Здесь мы приводим величину  $R$  для интервала энергии, представленного в экспериментальной работе [157],  $E = (1,010 - 1,060)$  ГэВ, и для дополнительного (в скобках) интервала  $E = (1,000 - 1,100)$  ГэВ:

$$R_{\text{BW}}^M = 0,685(0,691), \quad R_L^M = 0,671(0,674). \quad (101)$$

Таким образом, учет эффекта конечной ширины в рассматриваемом процессе дает заметный вклад и улучшает соответствие теоретических предсказаний и экспериментальных данных. Однако для получения более надежных и точных оценок необходим более детальный анализ различных экспериментальных данных, полученных разными группами в разных энергетических интервалах. Следует также отметить, что аналогичный результат был получен в работе [155] с помощью поправок, связанных с зависимостью матричного элемента перехода от энергии. Этот подход имеет близкую аналогию с рассмотренным здесь, но отличается интерпретацией эффекта зависимости. С помощью предлагаемого подхода можно также оценить вклад конечной ширины в такие каналы распада, как  $\rho \rightarrow \pi\pi$ ,  $\phi(1020) \rightarrow \rho\gamma$ ,  $f_0(980) \rightarrow \bar{K}K$  и др.

Описание эффектов конечной ширины в распадах адронов вида  $H \rightarrow H_1 H_2$  является прямым предметом применения модели, когда адроны в конечном состоянии  $H_1$  и (или)  $H_2$  имеют большую ширину. Вклад этих эффектов в ширины распадов  $B^0 \rightarrow D^- \rho^+$ ,  $B^0 \rightarrow D^- a_1^+$  и  $\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda_c^+ \rho^-$ ,  $\Lambda_b^0 \rightarrow \Lambda_c^+ a_1^-$  рассчитывался в работах [158–161] в рамках конволюционного метода. Результаты расчетов показали, что вклады эффектов конечной ширины в рассматриваемых случаях велики (от 20 до 40%), а их учет улучшает соответствие теоретических предсказаний и экспериментальных данных. Здесь мы пересчитаем этот вклад в распад  $B^0 \rightarrow D^- \rho^+$ , используя модельный подход. Отметим, что этот подход имеет очень близкую аналогию с подходом в [161], однако дает несколько иной результат. Двухчастичные нелептонные распады  $B$ -мезонов обсуждались в работе [159] и были пересмотрены с учетом эффек-



тов конечной ширины в [161]. Ширина распада определяется выражением

$$\Gamma(B^0 \rightarrow D^- \rho^+) = \frac{|A(m_\rho)|^2}{8\pi m_\rho^2} k^3, \quad (102)$$

где  $k$  — абсолютная величина конечного трехмерного импульса в системе покоя  $B^0$ -мезона, а  $A(m_\rho)$  — амплитуда распада [161]:

$$A(m_\rho) = \sqrt{2} G_F a_1 V_{cb} V_{ud}^* m_\rho f_\rho F_1(m_\rho^2). \quad (103)$$

В выражении (103)  $a_1$  есть коэффициент Вильсона;  $f_\rho$  — константа распада и  $F_1(m_\rho^2)$  — формфактор при  $q^2 = m_\rho^2$ , который аппроксимируется формулой  $F_1(q^2) = F(0)/(1 - q^2/m_{bc}^2)$ . Выражение (103) не учитывает эффектов конечной ширины и дает заметную разницу между теоретическим и экспериментальным значениями брэнчинга [161]:

$$B^{\text{th}} = 10,5 \cdot 10^{-3}, \quad B^{\text{exp}} = (7,5 \pm 1,2) \cdot 10^{-3}. \quad (104)$$

Вклад эффекта конечной ширины  $\rho$ -мезона в этот брэнчинг был рассчитан в работе [161]:

$$\bar{B}^{\text{th}} = 5,78 \cdot 10^{-3}, \quad R = 0,55, \quad (105)$$

где  $\bar{B}^{\text{th}}$  — брэнчинг с учетом эффекта конечной ширины, а  $R = \bar{B}^{\text{th}}/B^{\text{th}}$ . В рамках модели эти величины были пересчитаны с учетом  $m$ -зависимости  $f_\rho(m)$ ,  $F_1(m)$  и  $\Gamma_\rho(m)$  [67] (по аналогии с подходом в [161]). Выражение для  $R$  имеет вид

$$R = \int_a^b \frac{B^{\text{th}}(m) \rho(m) dm^2}{B^{\text{th}}(m_\rho)}, \quad (106)$$

где

$$\begin{aligned} \rho(m) &= \frac{1}{\pi} \frac{m \Gamma_\rho(m)}{(m^2 - m_\rho^2)^2 + m^2 \Gamma_\rho^2(m)}, \\ \Gamma_\rho(m) &= \left( \frac{g_\rho^2}{48\pi} \right) m \left( \frac{1 - 4m_\pi^2}{m^2} \right)^{3/2}, \\ a &= (2m_\pi)^2, \quad b = (m_B - m_D)^2. \end{aligned} \quad (107)$$

Выражения для  $f_\rho$  и  $F_1(m)$  взяты из [161], а величины  $a$  и  $b$  следуют из кинематики распадов  $\rho$  и  $B^0$ . Используя выражения (102), (103) и (106), (107), получаем результат:

$$\bar{B}^{\text{th}} = 8,64 \cdot 10^{-3}, \quad R = 0,82. \quad (108)$$

Таким образом, получена более реалистичная оценка вклада эффекта конечной ширины, т. е. величины  $R$ , которая улучшает соответствие теоретических предсказаний и экспериментальных данных. В адронной физике существует много процессов с участием адронов с большой шириной (например,  $f_0(600)$ ,  $\rho(770)$ ,  $f_0(980)$ ,  $a_0(980)$ ). В этих случаях необходимо учитывать эффекты конечной ширины, особенно в околопороговых процессах. Другая особенность размытия массы проявляется в массовой зависимости адронных факторов, таких как константа распада и формфактор, которые были учтены в рассмотренном распаде.

В работе [64] был рассмотрен вопрос о прецизионной проверке универсальности константы связи векторных мезонов с остальными адронами. Эта универсальность следует из калибровочной схемы описания векторной доминантности, предложенной в модели барион-мезонных взаимодействий [162]. В работе [64] рассмотрены распады векторных мезонов  $\rho(770)$  и  $K^*(892)$ , которые в рамках модели [162] описываются одной калибровочной константой. В [64] было показано, что стандартный подход приводил к среднеквадратичному относительному отклонению теоретических предсказаний для ширины распадов от экспериментальных значений примерно 7%. Учет вкладов конечной ширины в этих распадах приводит к уменьшению отклонения до  $\approx 3\%$ . Следует, однако, отметить, что проведенный в [64] расчет является схематической оценкой, не учитывающей некоторые конкретные параметры эксперимента (например, интервал энергий при измерениях).

В работе [64] также обсуждался возможный вклад эффектов конечной ширины (или размытия массы) в расщепление масс в системах нейтральных мезонов  $M^0 - \bar{M}^0$ , которое характеризует величину смешивания и частоту осцилляций. Расщепление масс  $\Delta m = m_H - m_L$  тяжелой ( $M_H^0$ ) и легкой ( $M_L^0$ ) компонент является одной из главных характеристик смешивания в нейтральных системах мезонов. Когда  $\Delta m \sim \Gamma_S$ , т. е. разность масс порядка величины размытия массы короткоживущей компоненты, тогда эффект размытия массы, т. е. конечности ширины, может дать заметный дополнительный вклад в полное расщепление масс. Для описания реальной ситуации в таблице приведены экспериментальные данные по величинам  $\Delta m$  и  $\Gamma$  для  $K$ -,  $B$ - и  $D$ -мезонов, которые взяты из работ [152, 163, 164].

Из данных, представленных в таблице, следует, что  $\Delta m_K \approx \Gamma_S/2$ ,  $\Delta m_{B_d} \leq \Gamma_{B_d}$  и  $\Delta m_D \ll \Gamma_D$ . Поэтому вклад размытия массы в расщепление

Экспериментальные данные по  $\Delta m$  и  $\Gamma$

$M^0 - \bar{M}^0$	$\Delta m^{\text{exp}}$ , эВ	$\Gamma^{\text{exp}}$ , эВ
$K^0 - \bar{K}^0$	$(3,483 \pm 0,006) \cdot 10^{-6}$	$7,349 \cdot 10^{-6}$
$B_d^0 - \bar{B}_d^0$	$(3,337 \pm 0,033) \cdot 10^{-4}$	$4,301 \cdot 10^{-4}$
$B_s^0 - \bar{B}_s^0$	$(117 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$	$4,488 \cdot 10^{-4}$
$D^0 - \bar{D}^0$	$(1,56 \pm 0,5) \cdot 10^{-5}$	$1,60 \cdot 10^{-3}$

масс может быть большим (доминирующим) для  $D$ -мезонов и существенным для  $K$ -мезонов. В случае  $B_d$ -мезонов этот вклад небольшой (но заметный), а для  $B_s$ -мезонов он очень мал, так как  $\Gamma \ll \Delta m$ . В случае же  $K$ -мезонов вклад, обусловленный бокс-диаграммами, оценивается величиной примерно в два раза меньшей, чем экспериментальная (см. работы [165–169]). Стандартные теоретические предсказания для  $\Delta m_D$  значительно меньше экспериментальных данных (по некоторым оценкам на два порядка, см. [170–173]). Таким образом, вклад эффекта конечной ширины, т.е. размытия массы, в рассматриваемых случаях может оказаться очень важным при проверке Стандартной модели и поиске новой физики в области нейтральных токов с изменением аромата. Попытка оценки вкладов эффекта конечной ширины в расщепление масс нейтральных мезонов предпринята в работе [174], где показано, что этот вклад в смешивание нейтральных  $K$ - и  $D$ -мезонов может быть большим. Однако анализ, проведенный в [174], носит сугубо феноменологический характер с использованием ряда допущений, не имеющих прозрачного физического содержания, и здесь представлен не будет.

Рассмотренные выше примеры процессов, где вклад эффекта размытия массы оказывается существенным, являются по сути иллюстрациями проявления этих эффектов. Проведенные расчеты имеют различную степень строгости и нуждаются в дополнительном анализе. Однако эти примеры процессов, протекающих на разных иерархических уровнях, указывают на важность учета размытия массы, а предлагаемый формализм для их описания содержит полезные технические ингредиенты (эффект факторизации, конволюционная структура, универсальность и простота формул).

#### 4. ЭФФЕКТЫ ФАКТОРИЗАЦИИ В МОДЕЛИ НЕСТАБИЛЬНЫХ ЧАСТИЦ С РАЗМЫТОЙ МАССОВОЙ ОБОЛОЧКОЙ

Свойства нестабильных частиц — объект перманентного обсуждения, в частности, рассматривался вопрос, является ли процесс распада частицы не зависимым от процесса ее рождения [175, 176]. Формально этот эффект проявляется как факторизация выражений для сечения или ширины распада, когда НЧ находится в промежуточном состоянии [176]. Процессы вида  $ab \rightarrow Rx \rightarrow cdx$  рассмотрены в [176], где показано, что в рамках традиционного подхода точная факторизация имеет место только в случае скалярной нестабильной частицы  $R$ , а в случае векторной или спинорной  $R$  факторизация может быть только приближенной. Эффект факторизации в этих случаях связывают обычно с приближением узких резонансов (см., например, [87]), которое в общем случае содержит в себе пять допущений [177]. Далее рассмотрим детально эффекты факторизации, возникающие при описании НЧ в промежуточных состояниях в рамках обсуждаемой модели. В ра-

ботах [65, 66] прямыми вычислениями показано, что выражения для ширины распада  $a \rightarrow bR \rightarrow bcd$  и сечения рассеяния  $ab \rightarrow R \rightarrow cd$  в рамках модели факторизуются точно для скалярной, векторной и спинорной нестабильных частиц  $R$ . В п. 2.5 приведены соответствующие выражения для ширины трехчастичного распада и сечения двухчастичного рассеяния. Отмечено, что эффект точной факторизации обусловлен модельными выражениями для числителей пропагаторов НЧ, причем условие факторизации является необходимым условием самосогласованности различных описаний процессов в рамках модели. Метод факторизации, основанный на этих результатах, был разработан в [68, 178, 179]. Этот метод использован в расчетах сечений парного рождения бозонов в работах [116, 117, 119], где получена его экспериментальная верификация. Отметим, что полученные в указанных работах результаты ограничены простейшими древесными диаграммами для НЧ со спином  $0, 1/2, 1$ . В работе [179] рассмотрен более общий случай — вершины имеют произвольную (в том числе и петлевую) структуру, а НЧ имеют произвольный спин. Далее будут представлены основные результаты этой работы.

**4.1. Факторизация в выражениях для квадратов амплитуд.** Рассмотрим структуру амплитуды процесса  $X_I \rightarrow R \rightarrow X_F$ , где  $X_I$  и  $X_F$  — произвольные наборы начальных и конечных состояний,  $R$  — нестабильная частица в промежуточном состоянии со времениподобным импульсом. Покажем, что модельная структура пропагатора НЧ приводит к точной факторизации вероятности перехода, независимо от спина частиц и структуры вершин. Сначала приведем выражения для пропагаторов НЧ со спином  $j = 0, 1/2, 1$ :

$$D(q) = \frac{i}{P_0(q)}, \quad \hat{D}(q) = i \frac{\hat{q} + q}{P_{1/2}(q)}, \quad D_{\mu\nu}(q) = -i \frac{g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / q^2}{P_1(q)}. \quad (109)$$

В общем случае произвольного спина пропагаторы полей с целым спином  $j = \ell$  и полуцелым спином  $j = \ell + 1/2$  ( $\ell = 1, 2, \dots$ ) могут быть записаны, соответственно, в виде

$$D_{\bar{\mu}\bar{\nu}}(q) = -\frac{i}{P_j(q)} P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell)}(q), \quad \hat{D}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}(q) = -i \frac{\hat{q} + q}{P_j(q)} P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell+1/2)}(q). \quad (110)$$

Здесь,  $\bar{\mu} = \mu_1 \mu_2 \dots \mu_\ell$ ,  $\bar{\nu} = \nu_1 \nu_2 \dots \nu_\ell$  — мультииндексы, а  $P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(j)}$  — проекционные операторы со спином  $j$ , определенные в [179]. Эффект факторизации не зависит от знаменателей  $P_j(q)$ , записанных в символическом виде в выражениях для пропагаторов (109) и (110). Этот эффект полностью определяется структурой их числителей, а именно, выражениями  $\eta_{\mu\nu}(q) = g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / q^2$  и  $\hat{\eta}(q) = \hat{q} + q$ , причем замена  $q \rightarrow M$  в этих выражениях разрушает точную факторизацию. В связи с этим отметим, что в публикациях не существует единой и строгой дефиниции структур пропагаторов НЧ. Например, приводятся следующие выражения вместо  $\eta_{\mu\nu}(q)$ :  $g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / (m - i\Gamma/2)^2$  [80],

$g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / (m^2 - im\Gamma)$  [85], и  $\eta(q)a(q^2) + (q_\mu q_\nu / q^2)b(q^2)$  [27]. Необходимо отметить, что приведенные выше и модельные выражения для пропагаторов (109) и (110) не связаны с выбором разных калибровок. Модельный подход имеет статус эффективной теории, не являющейся калибровочной. Однако исходные положения модели сформулированы с привязкой к физической калибровке на фундаментальном уровне.

Эффект факторизации может быть проиллюстрирован путем разреза внутренней линии, соответствующей НЧ во времениподобном состоянии, одночастично приводимых диаграмм. Таким образом, промежуточному состоянию НЧ ставится в соответствие конечное и начальное состояния этой же НЧ. Поэтому в рамках подхода вводятся соответствующие поляризованные матрицы плотности для векторных, спинорных и векторно-спинорных НЧ [117, 119, 178]:

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}(q) &= \sum_{a=1}^3 e_\mu^a(\mathbf{q}) \dot{e}_\nu^a(\mathbf{q}) = -g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}, \\ \hat{\Pi}(q) &= \sum_{a=1}^2 u^{a,\mp}(\mathbf{q}) \bar{u}^{a,\pm}(\mathbf{q}) = \frac{\hat{q} \pm q}{2q^0}, \\ \hat{\Pi}_{\mu\nu}(q) &= -\frac{\hat{q} \pm q}{2q^0} \left[ g_{\mu\nu} - \frac{1}{3} \gamma_\mu \gamma_\nu - \frac{\gamma_\mu q_\nu - \gamma_\nu q_\mu}{3q} - \frac{2}{3} \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right]. \end{aligned} \quad (111)$$

Для высших спинов  $j \geq 1$  операторы (111) определяются выражениями [179]

$$\Pi_{\bar{\mu}\bar{\nu}}(q) = -P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell)}(q), \quad \hat{\Pi}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}(q) = -\frac{\hat{q} \pm q}{2q^0} P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell+1/2)}(q). \quad (112)$$

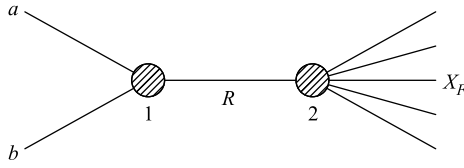


Рис. 15. Процесс рассеяния  $ab \rightarrow R \rightarrow X_F$

Следует отметить, что совпадение структур числителей пропагаторов (109), (110) и поляризованных матриц (111), (112) приводит к точной факторизации, что и будет показано далее.

Рассмотрим сначала двухчастичное рассеяние вида  $ab \rightarrow R \rightarrow cd$ , где  $R$  обозначает НЧ с большой шириной (см. рис. 15). В случае спинорной НЧ прямым расчетом легко показать, что квадрат модуля амплитуды процесса  $\phi_1 \psi_1 \rightarrow \psi_R \rightarrow \phi_2 \psi_2$  ( $\phi_a$  и  $\psi_a$  — скаляры и фермионы соответственно) может быть записан в факторизованной форме:

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{4(q^0)^2}{|P_R(q)|^2} |\mathcal{M}_1|^2 |\mathcal{M}_2|^2. \quad (113)$$

Здесь  $\mathcal{M}_1$  и  $\mathcal{M}_2$  — амплитуды процессов  $\psi_R \rightarrow \phi_1 \psi_1$  и  $\psi_R \rightarrow \phi_2 \psi_2$  соответственно. Квадраты амплитуд  $|\mathcal{M}|^2$  и  $|\mathcal{M}_i|^2$  содержат след от  $4 \times 4$  спинорных

матриц, и факторизация в (113) обусловлена факторизацией следа исходной матрицы:

$$\begin{aligned} \text{Tr} \left[ (\hat{k}_1 + m_2)(\hat{q} + q)(\hat{p}_1 + m_1)(\hat{q} + q) \right] &= \\ &= 2 \text{Tr} \left[ (\hat{k}_1 + m_2)(\hat{q} + q) \right] \text{Tr} \left[ (\hat{p}_1 + m_1)(\hat{q} + q) \right], \end{aligned} \quad (114)$$

где  $q = p_1 + p_2$ ,  $p_1$  и  $k_1$  — импульсы фермионов в начальном и конечном состояниях, а  $m_{1,2}$  — их массы.

Прямым вычислением можно проверить, что факторизация вида (113) не имеет места в случае процесса  $\phi_1 V_1 \rightarrow V_R \rightarrow \phi_2 V_2$ , где  $\phi$  обозначает скалярные поля, а  $V$  — векторные поля. Однако факторизация восстанавливается после интегрирования по фазовому пространству конечных состояний ( $\phi_2, V_2$ ):

$$J(|\mathcal{M}|^2) = \frac{4(q^0)^2}{|P_V(q)|^2} |\mathcal{M}_1|^2 J(|\mathcal{M}_2|^2). \quad (115)$$

В (115) оператор  $J(A)$  обозначает интегрирование по импульсам  $k_1$  и  $k_2$  (см. приложение в [179]). Соотношение (115) может быть проверено прямым вычислением, однако мы покажем его справедливость более общим способом. В рассматриваемом случае квадраты амплитуд определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}(p, q, k)|^2 &= \frac{12(q^0)^2}{|P_R(q)|^2} M_{(1)}^{\mu\nu}(p, q) M_{\mu\nu}^{(2)}(k, q), \\ |\mathcal{M}_1(p, q)|^2 &\equiv M_{(1)\mu}^\mu(p, q) = \frac{g_1^2}{24q^0 p_a^0 p_b^0} \eta_{\mu\nu}(p_a) \eta^{\mu\nu}(q), \\ |\mathcal{M}_2(k, q)|^2 &\equiv M_{(2)\mu}^\mu(k, q) = \frac{g_2^2}{24q^0 k_1^0 k_2^0} \eta_{\mu\nu}(k_1) \eta^{\mu\nu}(q). \end{aligned} \quad (116)$$

Здесь  $g_k$  ( $k = 1, 2$ ) — константы связи,  $\eta_{\mu\nu}(q) = -g_{\mu\nu} + q_\mu q_\nu / q^2$ . Интегрирование выражения  $M_{\mu\nu}^{(2)}(k, q)$  по импульсам  $k_1$  и  $k_2$  приводит к соотношению

$$\begin{aligned} J[M_{(2)}^{\mu\nu}(k, q)] &\equiv \int d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 \delta(q - k_1 - k_2) M_{(2)}^{\mu\nu}(k, q) = \\ &= c_1(q) g^{\mu\nu} + c_2(q) q^\mu q^\nu. \end{aligned} \quad (117)$$

Умножая выражение (117) на  $\eta^{\mu\nu}(q)$ , получаем

$$c_1(q) = \frac{1}{3} J[M_{(2)\mu}^\mu(k, q)] = \frac{1}{3} J[|\mathcal{M}_2(k, q)|^2]. \quad (118)$$

Отсюда видно, что равенство (115) вытекает из (116), (117) и (118). Обобщение этого результата на случай процессов с вершинами произвольной структуры (в том числе петлевыми) и с многочастичными конечными состояниями

(см. рис. 15) рассмотрено в приложении работы [179]. В общем случае равенство (115) принимает вид

$$J[|\mathcal{M}(p, k, q)|^2] = \frac{(2j_R + 1)(2q^0)^2}{(2j_a + 1)(2j_b + 1)|P_R(q)|^2} |\mathcal{M}_1(p, q)|^2 J[|\mathcal{M}_2(k, q)|^2]. \quad (119)$$

Здесь  $j_{a,b}$  — спины начальных частиц;  $j_R$  — целый спин НЧ (резонанса), а  $J$  обозначает интегрирование по многочастичному фазовому пространству.

Необходимо отметить, что эффекты факторизации для НЧ со спином  $j = 1/2, 1$  обусловлены структурой числителей пропагаторов,  $\hat{\eta}(q) = \hat{q} + q$  и  $\eta_{\mu\nu}(q) = -g_{\mu\nu} + q_\mu q_\nu / q^2$  соответственно, и могут быть легко получены прямыми вычислениями. В случае НЧ с большими спинами ( $j \geq 3/2$ ) структура пропагаторов определяется рекуррентной процедурой через структуры низших спинов, т.е. содержит те же элементы, которые приводят к точной факторизации. Этот вопрос подробно рассмотрен в работе [179], и здесь мы приведем только основные определения.

В модели НЧ с размытой массой тензорно-спинорную структуру пропагаторов частиц с высоким спином определим с помощью техники проекционных операторов, представленной в работах [180, 181]. В случае целых спинов  $j_R = \ell = 1, 2, \dots$  исходный простейший проектор со спином единица ( $\ell = 1$ ) известен:

$$P_{\mu\nu}^{(1)}(q) = g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} = -\eta_{\mu\nu}(q). \quad (120)$$

Проекционные операторы для более высоких спинов ( $\ell \geq 2$ ) определяются рекуррентным соотношением

$$P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell)}(q) = \frac{1}{\ell^2} \left\{ P_{\bar{\mu}^f \bar{\nu}^g}^{(\ell-1)}(q) P_{\mu_f \nu_g}^{(1)}(q) - \frac{1}{2(2\ell-1)} \times \right. \\ \left. \times \left[ P_{\bar{\mu}^f \mu_f \bar{\nu}^g h}^{(\ell-1)}(q) P_{\nu_{gh}}^{(1)}(q) + P_{\bar{\nu}^f \nu_f \bar{\mu}^g h}^{(\ell-1)}(q) P_{\mu_{gh}}^{(1)}(q) \right] \right\}, \quad (121)$$

где  $\bar{\mu} = \mu_1 \mu_2 \dots \mu_\ell$ ,  $\bar{\mu}^f = \mu_1 \mu_2 \dots \mu_{f-1} \mu_{f+1} \dots \mu_\ell$ ,  $\mu_{fg} = \mu_f \mu_g$  — мультииндексы. Предполагается суммирование по латинским индексам  $f, g, h$  внутри греческих мультииндексов от 1 до  $\ell$ .

Введенные выше проекционные операторы (проекторы) обладают следующими свойствами [180, 181]:

$$P_{\mu_1 \dots \mu_a \mu_b \dots \mu_\ell \bar{\nu}}^{(\ell)} = P_{\mu_1 \dots \mu_b \mu_a \dots \mu_\ell \bar{\nu}}, \quad P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell)} = P_{\bar{\nu}\bar{\mu}}^{(\ell)}, \\ P_{\bar{\mu}\bar{\lambda}}^{(\ell)} P_{\bar{\nu}}^{(\ell)} = P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell)}, \quad P_{\bar{\lambda}}^{(\ell)} = 2\ell + 1, \quad (122) \\ q^{\mu_a} P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell)} = 0, \quad g^{\mu_a \mu_b} P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell)} = 0,$$

для произвольных  $a, b = 1, \dots, \ell$ . При  $\ell = 1, 2, 3, 4$  соотношения (122) проверяются прямым расчетом. При  $\ell \geq 4$  эти свойства могут быть доказаны по индукции.

Проекторы с полуцелым спином  $j_R = \ell + 1/2 = 3/2, 5/2, \dots$  определяются соотношением

$$P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell+1/2)}(q) = \frac{\ell+1}{2\ell+3} \gamma^\alpha \gamma^\beta P_{\bar{\mu}\alpha\bar{\nu}\beta}^{(\ell+1)}(q), \quad \ell \geq 1. \quad (123)$$

При  $\ell = 1$  и  $\ell = 2$  проекторы (123) совпадают с известными выражениями для  $P_{\mu\nu}^{(3/2)}$  в [182, 183] и  $P_{\mu_1\mu_2\nu_1\nu_2}^{(5/2)}$  в [184].

Проекторы (123) обладают следующими свойствами:

$$\begin{aligned} P_{\bar{\mu}\bar{\lambda}}^{(\ell+1/2)} P_{(\ell+1/2)\bar{\nu}}^{\bar{\lambda}} &= P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell+1/2)}, \quad \bar{P}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell+1/2)}(q) = \bar{P}_{\bar{\nu}\bar{\mu}}^{(\ell+1/2)}(q), \\ Tr P_{\bar{\mu}}^{(\ell+1/2)\bar{\mu}} &= 4(\ell+1), \quad \hat{q} P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell+1/2)}(q) = P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell+1/2)}(q) \hat{q}, \\ q^{\mu a} P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell+1/2)}(q) &= 0, \quad \gamma^{\mu a} P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell+1/2)}(q) = 0. \end{aligned} \quad (124)$$

Эти свойства в основном определяются соотношениями (122) для проекторов с целым спином  $P_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\ell)}$ . Именно свойства (122) и (124) являются аналогами свойств проекторов  $\eta_{\mu\nu}(q)$  и  $\hat{\eta}(q)$  со спином  $j = 1$  и  $j = 1/2$  соответственно, что позволяет обобщить эффект факторизации на процессы с участием НЧ с произвольным спином (см. [179]).

**4.2. Факторизация выражений для наблюдаемых.** В предыдущем пункте рассмотрены факторизационные свойства квадрата амплитуды, которые обуславливают факторизацию выражений для наблюдаемых. Нормировка в используемом здесь определении амплитуды фиксируется ее связью с шириной и сечением. Дифференциальная ширина распада  $a(p) \rightarrow X_F(k_1, \dots, k_f)$ , где  $X_F$  — набор частиц  $f$  в конечном состоянии с 4-импульсами  $k_i$ ,  $i = 1, \dots, f$ , имеет вид

$$d\Gamma(p, k_1, \dots, k_f) = \frac{1}{2\pi K^2} \delta\left(p - \sum k_i\right) |\mathcal{M}(p, k_1, \dots, k_f)|^2 \prod dk_i, \quad (125)$$

где нормировочный коэффициент  $K = (2\pi)^{3(s+f)/2+4(m-n)}$ . В данном случае  $s = 1$  и  $f$  — числа частиц в начальном и конечном состояниях,  $m$  и  $n$  — число внутренних линий и число вершин (в случае распадов на петлевом уровне).

Дифференциальное сечение рассеяния вида  $a(p_a)b(p_b) \rightarrow X_F(k_1, \dots, k_f)$  определяется выражением

$$\begin{aligned} d\sigma(p_a, p_b, k_1, \dots, k_f) &= \\ &= \frac{(2\pi)^2}{v(p)K^2} \delta\left(q - \sum k_i\right) |\mathcal{M}(p_a, p_b, k_1, \dots, k_f)|^2 \prod dk_i, \end{aligned} \quad (126)$$



где  $q = p_a + p_b$  и  $v(p)p_a^0 p_b^0 = \sqrt{(p_a p_b)^2 - m_a^2 m_b^2}$ . Таким образом, для удобства нормировка амплитуды  $\mathcal{M}(p, k)$  выбрана так, чтобы она не содержала множителей вида  $(2\pi)$  и включала в себя нормировочные множители вида  $(2p_0)^{-1/2}$  для бозонных состояний. Аналогичные нормировочные множители для фермионных состояний появляются в квадрате амплитуды из поляризационных матриц.

Для любого сорта частиц в начальном состоянии  $X_I = (a, b)$ , любого набора частиц в конечном состоянии  $X_F$  и любого сорта НЧ в промежуточном состоянии  $R$  сечение рассеяния  $ab \rightarrow R \rightarrow X_F$  (рис. 15) может быть представлено в факторизованной форме (см. приложение в [179]):

$$\begin{aligned} \sigma(ab \rightarrow R \rightarrow X_F) &= \\ &= \frac{16\pi L_R}{L_a L_b \bar{\lambda}^2(m_a^2, m_b^2; s)} \frac{1}{|P_R(s)|^2} \Gamma(R(s) \rightarrow ab) \Gamma(R(s) \rightarrow X_F). \end{aligned} \quad (127)$$

Здесь  $L_i = 2j_i + 1$ ,  $s = q^2$ ,  $R(s)$  — нестабильная частица с размытой массой  $\sqrt{s}$ , а  $\bar{\lambda}(m_a^2, m_b^2; s)$  — нормированный аналог функции Челлена:

$$\bar{\lambda}(p_a^2, p_b^2; s) = \left[ 1 - 2 \frac{m_a^2 + m_b^2}{s} + \frac{(m_a^2 - m_b^2)^2}{s^2} \right]^{1/2}. \quad (128)$$

Выражение для сечения (127) не зависит от спинов конечных состояний явно и поэтому может быть просуммировано по всем каналам распада  $R(s) \rightarrow X_F$ :

$$\sigma(ab \rightarrow R) = \frac{16\pi^2 L_R \Gamma(R(s) \rightarrow ab)}{L_a L_b \sqrt{s} \bar{\lambda}^2(m_a^2, m_b^2; s)} \rho_R(s), \quad (129)$$

где  $\sigma(ab \rightarrow R)$  — инклюзивное сечение, а функция

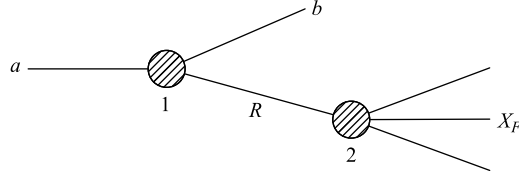
$$\rho_R(s) = \frac{\sqrt{s} \Gamma_R^{\text{tot}}(s)}{\pi |P_R(s)|^2} \quad (130)$$

интерпретируется в рамках модели НЧ с размытой массой как плотность распределения вероятности массового параметра.

Рассмотрим далее процесс распада  $a \rightarrow bR \rightarrow bX_F$ , где  $R$  — НЧ с произвольным спином,  $a$  и  $b$  — квазистабильные частицы, а  $X_F$  — набор частиц в конечном состоянии (см. рис. 16).

Для распада  $a \rightarrow bR \rightarrow bX_F$  соотношение (119) принимает вид [179]

$$J[|\mathcal{M}(p, k, q)|^2] = \frac{4(q^0)^2}{|P_R(q)|^2} |\mathcal{M}_1(p, q)|^2 J[|\mathcal{M}_2(k, q)|^2], \quad (131)$$


 Рис. 16. Факторизация в процессе распада  $a \rightarrow bX_F$ 

где  $\mathcal{M}_1(p, q) = \mathcal{M}_1(a \rightarrow bR)$  и  $\mathcal{M}_2(k, q) = \mathcal{M}_2(R \rightarrow X_F)$ . Из (125) и (131) прямым расчетом получаем формулу для ширины распада:

$$\Gamma(a \rightarrow bX_F) = \int \Gamma(a \rightarrow bR(q)) \frac{q\Gamma(R(q) \rightarrow X_F)}{\pi|P_R(q)|^2} dq^2. \quad (132)$$

В выражении (132) пределы интегрирования определяются кинематикой конкретного процесса распада. Суммирование по всем каналам распада  $R$  приводит к конволюционной формуле для инклюзивной ширины распада

$$\Gamma(a \rightarrow bR) = \int \Gamma(a \rightarrow bR(q)) \rho_R(q^2) dq^2, \quad (133)$$

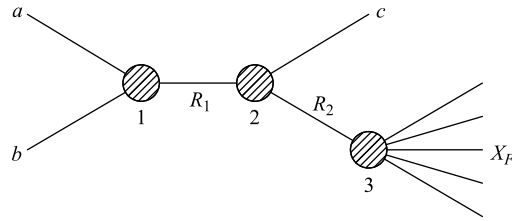
где функция  $\rho_R(q^2)$  определена в (130). Отметим, что факторизация (127) и (131) является точной в рамках модели, в то время как в стандартном подходе она в общем случае приближенная (аппроксимация узких резонансов).

**4.3. Метод факторизации в модели нестабильных частиц с размытой массой.** Метод основан на точной факторизации (127), (132) в простейших процессах с НЧ в промежуточном состоянии, которые были рассмотрены в предыдущем пункте. Результаты этого пункта могут быть применены к более сложным процессам, состоящим из рассеяния и цепи последующих распадов. В этом случае диаграмма полного процесса может быть разрезана по линиям промежуточных состояний НЧ, т.е. составлена из простейших диаграмм, приведенных на рис.15 и 16, как из базовых элементов (вершины могут быть петлевыми). Далее рассмотрим несколько наиболее характерных и достаточно простых примеров таких процессов.

1. Процесс рассеяния  $ab \rightarrow R_1 \rightarrow cR_2 \rightarrow cX_F$ .

Сечение процесса, как легко увидеть из рис. 17, может быть получено из комбинации выражений (127) и (132):

$$\sigma(ab \rightarrow cX_F) = \frac{16L_{R_1}}{L_a L_b \lambda^2(m_a, m_b; \sqrt{s})} \frac{\Gamma_{R_1}^{ab}(s)}{|P_{R_1}(s)|^2} \times \int_{q_1^2}^{q_2^2} \Gamma(R_1(s) \rightarrow cR_2(q)) \frac{q\Gamma_{R_2}^{X_F}(q)}{|P_{R_2}(q)|^2} dq^2, \quad (134)$$

Рис. 17. Факторизация в процессе  $ab \rightarrow cX_F$ 

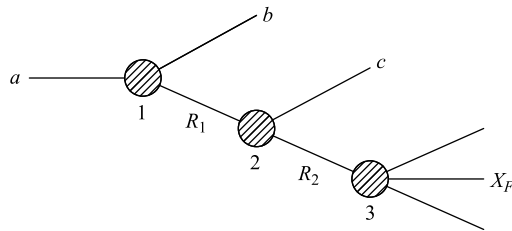
где  $L_i = 2j_i + 1$  и  $\Gamma_A^B(q) = \Gamma(A(q) \rightarrow B)$ . Необходимо отметить, что факторизация существенно уменьшает число независимых кинематических переменных, по которым производится интегрирование. Например, в общем случае рассеяния  $2 \rightarrow 3$  имеется  $N = 5$  переменных, однозначно определяющих точку в фазовом пространстве конечных состояний, из которых четыре должны быть проинтегрированы [150]. Некоторые из переменных могут быть легко проинтегрированы, если процесс обладает дополнительными кинематическими симметриями. В рамках модельного подхода число интегрируемых переменных в рассматриваемом случае равно единице (переменная  $q^2$  в (134)).

## 2. Процесс поэтапного распада.

Ширина распадного процесса  $a \rightarrow bR_1 \rightarrow bcR_2 \rightarrow bcX_F$ , изображенного на рис. 18, может быть получена как прямое следствие выражения (132):

$$\Gamma(a \rightarrow bcX_F) = \int_{q_1^2}^{q_2^2} \frac{q\Gamma(a \rightarrow bR_1(q))}{\pi|P_{R_1}(q)|^2} \int_{g_1^2}^{g_2^2} \Gamma(R_1(q) \rightarrow cR_2(g)) \times \frac{g\Gamma(R_2(g) \rightarrow X_F)}{\pi|P_{R_2}(g)|^2} dg^2 dq^2. \quad (135)$$

Отметим, что в общем случае стандартного описания этого процесса число кинематических переменных, которое определяет точку в фазовом пространстве четырехчастичного состояния (т. е. при двухчастичном  $X_F$ ), равно

Рис. 18. Факторизация в процессе распада  $a \rightarrow bcX_F$

пяти [150]. В рассматриваемом подходе число интегрируемых переменных равно двум (инварианты  $q^2$  и  $g^2$  в (135)).

3. Распад резонанса, рожденного в  $t$ -канальном рассеянии.

Сечение процесса  $ab \rightarrow cR \rightarrow cX_F$  (рис. 19) определяется конволюцией сечения процесса  $\sigma(ab \rightarrow cR)$  и ширины  $\Gamma(R \rightarrow X_F)$ :

$$\sigma(ab \rightarrow cX_F) = \int_{q_1^2}^{q_2^2} \sigma(ab \rightarrow cR(q)) \times \frac{q\Gamma(R(q) \rightarrow X_F)}{\pi|P_R(g)|^2} dq^2. \quad (136)$$

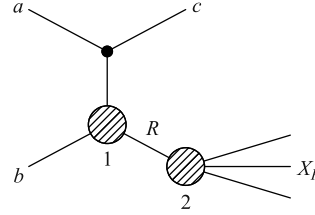


Рис. 19. Факторизация в процессе  $ab \rightarrow cR \rightarrow cX_F$

Эта формула может быть применена к описанию процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma Z \rightarrow \gamma f \bar{f}$  [119] и  $eN \rightarrow e\Delta \rightarrow e\pi N$  [178].

4. Парное рождение резонансов  $ab \rightarrow R_1 R_2 \rightarrow X_1 X_2$ .

Рассмотрим процесс парного рождения НЧ с последующим их распадом (см. рис. 20). Прямое применение модели к процессу парного рождения бозонов на линейном коллайдере  $e^+e^- \rightarrow R_1 R_2$  или использование метода факторизации для описания полного процесса  $ab \rightarrow R_1 R_2 \rightarrow X_1 X_2$  приводит к дважды конволюционному выражению для инклюзивного сечения рассеяния на древесном уровне [67]:

$$\sigma^{\text{tr}}(e^+e^- \rightarrow R_1 R_2) = \int \rho_1(m_1) \rho_2(m_2) \sigma^{\text{tr}}[e^+e^- \rightarrow R_1(m_1) R_2(m_2)] dm_1^2 dm_2^2, \quad (137)$$

где  $\sigma^{\text{tr}}[e^+e^- \rightarrow R_1(m_1) R_2(m_2)]$  — сечение при фиксированных массах частиц  $m_1$  и  $m_2$ . Функция  $\rho(m)$  определяется в лоренцевской форме (85). Выражение (137) было применено к описанию инклюзивных процессов парного рождения бозонов  $e^+e^- \rightarrow ZZ, W^+W^-$  [116, 117] и  $e^+e^- \rightarrow ZH$  [118]. Для описания эксклюзивных процессов  $e^+e^- \rightarrow R_1 R_2 \rightarrow f_i \bar{f}_i' f_k \bar{f}_k'$  необходимо подставить парциальную ширину распада  $\Gamma_R^i = \Gamma(R \rightarrow f_i \bar{f}_i')$  вместо полной

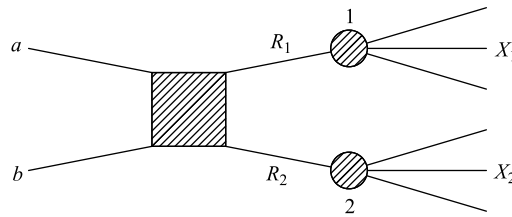


Рис. 20. Процесс парного рождения НЧ  $e^+e^- \rightarrow R_1 R_2$

ширины  $\Gamma_R^{\text{tot}}(m)$  в числитель выражения для  $\rho(m)$ . Применение методики к расчету сечений парного рождения бозонов рассмотрено ранее в п. 3.1.

Используя метод факторизации, можно описывать сложные многоступенчатые процессы распада и рассеяния в простой аналитической форме. Те же результаты могут быть получены в рамках стандартного подхода с использованием различных аппроксимационных схем расчета, таких как приближение узких резонансов [87, 177], метод конволюции [80, 85, 158, 159, 161], метод цепочных реакций (decay-chain method) [80] и полуаналитическое приближение [87]. Все эти аппроксимационные схемы можно сформулировать строго в рамках рассматриваемого метода факторизации. Например, приближение узких резонансов включает в себя пять допущений, которые детально были рассмотрены в работе [177]. В рамках метода содержится только одно допущение — нефакторизуемые поправки предполагаются малыми (пятое допущение приближения узких резонансов [177]).

Рассмотрим далее оценку отклонений модельных результатов расчета от стандартных в древесном приближении. Как уже было отмечено ранее, в случае скалярной НЧ такие отклонения равны точно нулю, так как структура пропагаторов в этом случае совпадает. Эффект факторизации для скалярной НЧ строго имеет место не только в модели, но и в стандартном подходе. Для векторной НЧ отклонение обусловлено следующей разницей в структурах (числителей) пропагаторов:

$$\eta_{\mu\nu}(q^2) - \eta_{\mu\nu}(m^2) = q_\mu q_\nu \frac{m^2 - q^2}{m^2 q^2}. \quad (138)$$

В случае, например, процесса рождения мезонных пар  $e^+e^- \rightarrow \rho^0, \omega, \phi \rightarrow \pi^+\pi^-, K^+K^-, \rho^+\rho^-, \dots$  отклонение также равно нулю благодаря нулевому вкладу поперечной части амплитуды:

$$\mathcal{M}^{\text{trans}}(q) \sim \bar{e}^-(\mathbf{p}_1) \hat{q} e^-(\mathbf{p}_2) = \bar{e}^-(\mathbf{p}_1) (\hat{p}_1 + \hat{p}_2) e^-(\mathbf{p}_2) = 0. \quad (139)$$

В случае высокоэнергетических процессов вида  $e^+e^- \rightarrow Z^0 \rightarrow f\bar{f}$  (мы пренебрегаем  $\gamma Z$ -интерференцией) поперечная часть амплитуды

$$\mathcal{M}^{\text{trans}}(q) \sim \bar{e}^-(\mathbf{p}_1) \hat{q} (c_e - \gamma_5 d_e) e^-(\mathbf{p}_2) \cdot \bar{f}^+(\mathbf{k}_1) (c_f - \gamma_5 d_f) f^+(\mathbf{k}_2). \quad (140)$$

Отсюда при  $q^2 \approx M_Z^2$  получаем разницу во вкладах модельной и стандартной амплитуд:

$$\delta\mathcal{M} \sim \frac{m_e m_f}{M_Z^2} \frac{M_Z - q}{M_Z}. \quad (141)$$

Таким образом, отклонение в области резонанса подавлено двумя факторами малости. Аналогичная оценка может быть проведена и для спинорной НЧ (см., например, работу [149]).

Относительное отклонение стандартной величины эксклюзивного сечения от модельной для процесса парного рождения бозонов оценивается выражением [118, 119]

$$\epsilon_f \sim 4 \frac{m_f}{M} \left[ 1 - M \int_{m_f^2}^s \frac{\rho(q^2)}{q} dq^2 \right], \quad (142)$$

где  $M$  — масса бозона. В случае если фермионом  $f$  в конечном состоянии является  $\tau$ -лептон, то отклонение максимальное,  $\epsilon_\tau \sim 10^{-3}$ . Следует отметить, что отклонение на древесном уровне значительно меньше, чем отклонение, обусловленное спецификой модельного учета радиационных поправок [118].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В обзоре были рассмотрены различные подходы к описанию нестабильных частиц и представлен краткий исторический очерк их развития. Совокупность различных методов можно схематически разделить на две категории — феноменологические и теоретико-полевые подходы. Однако четкой границы между этими двумя категориями не существует, так как практически во всех подходах присутствуют элементы как феноменологического, так и теоретико-полевого описания. Такая ситуация сложилась из-за того, что НЧ строго не вписываются в аксиоматику традиционной квантово-полевой теории. В то же время эта теория хорошо работает в применении к квазистабильным частицам, когда эффектами конечной ширины можно пренебречь. Кроме того, фундаментальные и большинство из составных (адроны) нестабильных частиц характеризуются такой же систематикой, как и стабильные частицы (квантовые числа, законы сохранения, правила отбора).

В этой работе детально рассмотрен подход к описанию НЧ, основанный на концепции размытой (континуальной) массы. Эта концепция тесно связана с соотношением неопределенности энергия–время, которое носит фундаментальный характер. Вместе с тем это соотношение имеет статус, отличный от статуса принципа неопределенностей Гейзенберга. Характер размытия массы не является универсальным, а зависит от динамики взаимодействия конкретной частицы с вакуумными флуктуациями. Модель НЧ с размытой массовой оболочкой сформулирована в рамках теоретико-полевого формализма путем минимальной модификации двух элементов строгой теории — обобщение операторной полевой функции и перестановочных соотношений для полевых операторов. Однако модель содержит также и существенно феноменологический элемент — функцию распределения массового параметра. Этот элемент входит как в структуру полевой функции, так и в пропагатор НЧ. Для ее

определения используется стандартный механизм перенормировки (одевания) пропагатора, который носит неоднозначный характер. В этом отношении представляет интерес поиск способа построения функции размытия массы, основанный на фундаментальном принципе, если таковой существует.

Реализация квантово-полевой модели НЧ с размытой массовой оболочкой приводит к задачам, имеющим близкую аналогию с задачами и проблемами, возникающими в традиционных подходах в рамках квантово-полевой теории. Из-за непертурбативной природы НЧ в некоторой области резонанса в стандартных подходах также возникают конвенциональные или феноменологические ингредиенты. К таковым относятся, например, различные схемы включения ширины НЧ в ее пропагатор, которые приводят к разным асимптотикам при высоких энергиях. Предметом конвенций является также и определение массы и ширины НЧ, что представляется естественным в рамках модели с размытием массы. Существенным отличием рассмотренного подхода является дуальность описания НЧ, т.е. возможность ее описания как в промежуточном, так и в конечном (или начальном) состояниях. Асимптотическое состояние НЧ моделируется размытием массы, а способ включения ширины трансформируется в способ определения функции распределения массы. При этом разные способы модельного описания НЧ соответствуют разным аспектам единого физического явления. В рамках модели стираются различия между реальными (на массовой оболочке) и виртуальными состояниями НЧ, так как сама массовая оболочка размыта. В традиционном подходе это проявляется в том, что, во-первых, все состояния описываются единым способом — с помощью «одетого пропагатора», а во-вторых, нет выделенной дефиниции массы НЧ.

Квантово-полевая модель НЧ с размытой массовой оболочкой применена к ряду высокоэнергетических и низкоэнергетических процессов. Показано, что расчеты находятся в согласии с экспериментальными данными, причем в древесном приближении совпадают с традиционными расчетами с отклонением не более 0,1%. Подход позволяет учитывать всевозможные радиационные поправки, не входящие в функцию размытия массы. Однако способы учета факторизуемых и нефакторизуемых поправок имеют существенно различный статус. Последние нарушают модельный дуализм, т.е. не позволяют строго описывать НЧ как конечное состояние. Эта проблема имеет свои методологические корни в возможности строгого применения теории возмущений к НЧ. Физический смысл этой проблемы, по-видимому, кроется в различии времени жизни НЧ и характерного времени акта взаимодействия, приводящего к нефакторизуемой поправке. В то же время свойство факторизуемости, присущее модели, позволяет описывать многие процессы с помощью простых аналитических выражений. При этом, однако, возникает вопрос об асимптотических свойствах этих выражений с ростом энергии, что связано с асимптотикой модельного пропагатора или функции распределения массы. Не-

обходимо отметить, что экспериментальная верификация модели затруднена тем обстоятельством, что точность высокоэнергетических экспериментов не позволяет отличить модельные предсказания от стандартных, так как отклонение не превышает 0,1 %. Это обусловлено, в частности, малостью самого эффекта конечной ширины в процессах с участием фундаментальных частиц. В случае адронных процессов эффекты конечной ширины большие, однако они, как правило, сопровождаются также наличием трудно контролируемых больших адронных факторов, которые выходят за рамки квантово-полевого описания.

Дальнейшее развитие модели с размытой массовой оболочкой прежде всего связано с разработкой механизма этого размытия на основе строгого формализма квантово-полевой теории и определением функции распределения массового параметра. Необходим также анализ асимптотических свойств модели как в высоко-, так и в низкоэнергетическом пределах. Условие унитарности в рамках подхода неизбежно приведет к модификации дисперсионных соотношений и вытекающих из них теорем. Актуальной является также разработка методов учета нефакторизуемых поправок, совместимых со структурой модели.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gamov G. A.* Zur Quantentheorie des Atomkernes (On Quantum Theory of Atomic Nuclei) // *Z. Phys.* 1928. V. 51. P. 204–212.
2. *Weisskopf V., Wigner E. P.* Berechnung der natürlichen Linienbreite auf Grund der Diracschen Lichttheorie // *Z. Phys.* 1930. V. 63. P. 54.
3. *Fonda L., Ghirardi G. C., Rimini A.* Decay Theory of Unstable Quantum Systems // *Rep. Prog. Phys.* 1978. V. 41. P. 587–632.
4. *Sudarshan E. C. G., Chiu C. B.* Analytic Continuation of Quantum Systems and Their Temporal Evolution // *Phys. Rev. D.* 1993. V. 47. P. 2602–2614.
5. *Nakazato H., Namiki M., Pascazio S.* Temporal Behavior of Quantum Mechanical Systems // *Intern. J. Mod. Phys. B.* 1996. V. 10. P. 247–296.
6. *Araki H. et al.* Quantum Field Theory of Unstable Particles // *Prog. Theor. Phys.* 1957. V. 17. P. 419–442.
7. *Matthews P. T., Salam Abdus.* Relativistic Field Theory of Unstable Particles // *Phys. Rev.* 1958. V. 112. P. 283–287.
8. *Matthews P. T., Salam Abdus.* Relativistic Theory of Unstable Particles II // *Phys. Rev.* 1959. V. 115. P. 1079–1084.
9. *Levy M.* On the Description of Unstable Particles in Quantum Field Theory // *Nuovo Cim.* 1959. V. XIII. P. 115–143.
10. *Jacob R., Sachs R. G.* Mass and Lifetime of Unstable Particles // *Phys. Rev.* 1961. V. 121. P. 350–356.



11. *Schwinger J.* Field Theory of Unstable Particles // *Ann. Phys. (N. Y.)*. 1960. V. 9. P. 169–193.
12. *Greenberg O. W.* Generalized Free Fields and Models of Local Field Theory // *Ann. Phys. (N. Y.)*. 1961. V. 16. P. 158–176.
13. *Licht A. L.* A Generalized Asymptotic Condition // *Ann. Phys. (N. Y.)*. 1965. V. 34. P. 161–186.
14. *Karwowski W., Lukierski J., Sznajder N.* Field Theory Describing Interacting Two-Particle Subsystems // *Nuovo Cim. A*. 1969. V. 63. P. 509–528.
15. *Lukierski J.* A Field Theory Describing Interacting Two-Particle Subsystems // *Ibid.* V. 60. P. 353–375.
16. *Lukierski J.* On the Scattering Formalism for Interacting Multiparticle Subsystems // *Nuovo Cim. A*. 1974. V. 23. P. 716–732.
17. *Brzeski A., Lukierski J.* Wave Equation for Unstable Particles and Resonances: General Considerations and Soluble Models // *Acta Phys. Pol. B*. 1975. V. 6. P. 577–598.
18. *Veltman M.* Unitarity and Causality in a Renormalizable Field Theory with Unstable Particles // *Physica*. 1963. V. 29. P. 186–207.
19. *Cocolicchio D.* Characterization of Unstable Particles // *Phys. Rev. D*. 1998. V. 57. P. 7251–7261.
20. *Burgers G.* The Shape and Size of the  $Z$  Resonance // *CERN: Sci. Rep.* 1988. V. 6/1. P. 121–135.
21. *Beenakker W., Holik W.* The Width of the  $Z$  Boson // *Z. Phys. C*. 1988. Bd. 40. S. 141–148.
22. *Sirlin A.* Observations Concerning Mass Renormalizations in the Electroweak Theory. MPI-Ph/91-36. 1991. P. 1–6.
23. *Stuart R. G.* Gauge Invariance, Analyticity and Physical Observables at the  $Z$  Resonance // *Phys. Lett. B*. 1991. V. 262. P. 113–119.
24. *Stuart R. G.* General Renormalization of the Gauge-Invariant Perturbative Expansion near the  $Z$  Resonance // *Ibid.* V. 272. P. 353–358.
25. *Willenbrock S., Valencia G.* On the Definition of the  $Z$ -Boson Mass // *Ibid.* V. 259. P. 373–376.
26. *Leike A., Riemann T., Rose J.*  $S$ -Matrix Approach to the  $Z$  Line Shape // *Ibid.* V. 273. P. 513–518.
27. *Stuart R. G.* Structure of the  $Z$  Resonance and the Physical Properties of the  $Z$  Boson // *Phys. Rev. Lett.* 1993. V. 70. P. 3193–3196.
28. *Aeppli A., Oldenborgh G. J., Wyler D.* Unstable Particles in One Loop Calculations // *Nucl. Phys. B*. 1994. V. 428. P. 126–146; arXiv:hep-ph/9312212.
29. *Veltman H.* Mass and Width of Unstable Gauge Boson // *Z. Phys. C*. 1994. Bd. 62. S. 35–51.
30. *Papavassiliou J., Pilaftsis A.* Gauge Invariance and Unstable Particles // *Phys. Rev. Lett.* 1995. V. 75. P. 3060–3063.

31. *Argyres E.N. et al.* Stable Calculations for Unstable Particles: Restoring Gauge Invariance // *Phys. Lett. B.* 1995. V. 358. P. 339–346; arXiv:hep-ph/9507216 (INLO-PUB-8/95).
32. *Papavassiliou J., Pilaftsis A.* Gauge-Independent Approach to Resonant Transition Amplitudes // *Phys. Rev. D.* 1996. V. 53. P. 2128–2149.
33. *Beenakker W. et al.* The Fermion-Loop Scheme for Finite-Width Effects in  $e^+e^-$  Annihilation into Four Fermions // *Nucl. Phys. B.* 1997. V. 500. P. 255–298; arXiv:hep-ph/9612260.
34. *Passera M., Sirlin A.* Analysis of the  $Z^0$  Resonant Amplitude in General  $R_\xi$  Gauge // *Phys. Rev. Lett.* 1996. V. 77. P. 4146–4149; arXiv:hep-ph/9607253 (MPI-PhT/96-51, BNL-63280).
35. *Passera M., Sirlin A.* Radiative Corrections to  $W$  and Quark Propagators in the Resonance Region // *Phys. Rev. D.* 1998. V. 58. P. 113010.
36. *Kniehl B.A., Sirlin A.* Differences between the Pole and On-Shell Masses and Widths of the Higgs Boson // *Phys. Rev. Lett.* 1998. V. 81. P. 1373–1376; arXiv:hep-ph/9805390.
37. *Kniehl B.A., Sirlin A.* Mass and Width of Heavy Higgs Boson // *Phys. Lett. B.* 1998. V. 440. P. 136–140; arXiv:hep-ph/9807545.
38. *Passarino G.* Unstable Particles and Non-conserved Currents: A Generalization of the Fermion-Loop-Scheme // *Nucl. Phys. B.* 2000. V. 574. P. 451–494; arXiv:hep-ph/9911482.
39. *Denner A. et al.* Prediction for All Processes  $e^+e^- \rightarrow 4$  Fermion + Gamma // *Nucl. Phys. B.* 1999. V. 560. P. 33–65; arXiv:hep-ph/9904472.
40. *Bohm A. et al.* Time Asymmetric Quantum Theory and the Ambiguity of the  $Z$ -Boson Mass and Width // *Eur. Phys. J. C.* 2000. V. 18. P. 333–342.
41. *Bohm A.R., Harshman N.L.* On the Mass and Width of the  $Z$ -Boson and Other Relativistic Quasistable Particles // *Nucl. Phys. B.* 2000. V. 581. P. 91–115.
42. *Grassi P.A., Kniehl B.A., Sirlin A.* Width and Partial Width of Unstable Particles // *Phys. Rev. Lett.* 2001. V. 86. P. 389–392.
43. *Kniehl B.A., Sirlin A.* Field Renormalization Constant for Unstable Particles // *Phys. Lett. B.* 2002. V. 530. P. 129–132.
44. *Faisst M., Kuhn J.H., Veretin O.* Pole-Versus  $\overline{MS}$ -Mass Definitions in the Electroweak Theory // *Phys. Lett. B.* 2004. V. 589. P. 35–38; arXiv:hep-ph/0403026.
45. *Bohm A.R., Sato Y.* Relativistic Resonances — Their Masses, Widths, Superposition, and Causal Evolution // *Phys. Rev. D.* 2005. V. 71. P. 085018; arXiv:hep-ph/0412106.
46. *Zhou Yong.* Gauge Dependence of On-Shell and Pole Renormalization Prescriptions // *Commun. Theor. Phys.* 2008. V. 49. P. 1249–1260; arXiv:hep-ph/0508227.
47. *Denner A. et al.* Complete Electroweak  $O(\alpha)$  Corrections to Charged-Current  $e^+e^- \rightarrow 4$  Fermion Processes // *Phys. Lett. B.* 2005. V. 612. P. 223–232; arXiv:hep-ph/0502063.

48. *Denner A. et al.* Electroweak Corrections to Charged-Current  $e^+e^- \rightarrow 4$  Fermion Processes: Technical Details and Further Results // *Nucl. Phys. B.* 2005. V. 224. P. 247–294; arXiv:hep-ph/0505042.
49. *Denner A., Dittmaier S.* The Complex-Mass Scheme for Perturbative Calculations with Unstable Particles // *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 2006. V. 160. P. 22–26; arXiv:hep-ph/0605312.
50. *Kniehl B.A., Sirlin A.* Pole Mass, Width, and Propagators of Unstable Particles // *Phys. Rev. D.* 2008. V. 77. P. 116012; arXiv:hep-th/0801.0669.
51. *Cacciapaglia G., Deandrea A., De Curtis S.* Nearby Resonances beyond the Breit-Wigner Approximation // *Phys. Lett. B.* 2009. V. 682. P. 43–49; arXiv:hep-ph/0906.3417.
52. *Gegelia J., Scherer S.* How to Define Physical Properties of Unstable Particles. arXiv:hep-ph/0910.4280.
53. *Kielanowski P.* Physical Principles and Properties of Unstable States. arXiv:quant-ph/0312178.
54. *Nekrasov M.L.* Finite Width Effects and Gauge Cancellations in  $W^-$ - and  $Z$ -Boson Production in the Framework of Modified Perturbation Theory // *Eur. Phys. J. C.* 2001. V. 19. P. 441–454.
55. *Nekrasov M.L.* OMS Scheme of UV Renormalization in the Presence of Unstable Fundamental Particles // *Phys. Lett. B.* 2002. V. 531. P. 225–230.
56. *Nekrasov M.L.* Unstable-Particles Pair Production in Modified Perturbation Theory in NNLO. PoS ASAT 2010: 085.2010; arXiv:hep-ph/1006.3952.
57. *Nekrasov M.L.* Modified Perturbation Theory for Pair Production and Decay of Fundamental Unstable Particles // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 2009. V. 24. P. 6071–6103; arXiv:hep-ph/0709.3046.
58. *Nekrasov M.L.* Pair Production of Fundamental Unstable Particles in Modified Perturbation Theory in NNLO. arXiv:hep-ph/0912.1025.
59. *Chapovsky A.P. et al.* Non-Factorizable Corrections and Effective Field Theories // *Nucl. Phys. B.* 2002. V. 621. P. 257–302; arXiv:hep-ph/0108190.
60. *Beneke M. et al.* Effective Theory Approach to Unstable Particle Production // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 93. P. 011602; arXiv:hep-ph/0312331.
61. *Zanderighi G.* Effective Theory Approach to Unstable Particle. arXiv:hep-ph/0405124.
62. *Beneke M. et al.* Towards Pair Production near Threshold with Unstable Particle Effective Theory // *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 2006. V. 152. P. 162–167; arXiv:hep-ph/0411008.
63. *Ginsburg I.F. et al.*  $W^\pm$  Boson Production at the  $e^+e^-$ ,  $\gamma e$  and  $\gamma\gamma$  Colliding Beams // *Nucl. Phys. B.* 1983. V. 228. P. 285–300.
64. *Kuksa V.I.* Semiphenomenological Model of Unstable Particles // *Proc. of the XVII Intern. Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory, Samara; Saratov, Russia, Sept. 4–11, 2003. Inst. of Nucl. Phys., MSU, 2004. P. 350–355.*

65. *Kuksa V. I.* The Convolution Formula for a Decay Rate // *Phys. Lett. B.* 2006. V. 633. P. 545–549; arXiv:hep-ph/0508164.
66. *Kuksa V. I.* Factorized Formula for the Cross-Section of Two-Particle Scattering // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 2008. V. 23. P. 4509–4516; arXiv:hep-ph/0706.0311.
67. *Kuksa V. I.* Finite-Width Effect in the Model of Unstable Particles with a Smeared Mass // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 2009. V. 24. P. 1185–1205; arXiv:hep-ph/0612064.
68. *Kuksa V. I.* Factorization Method in the Model of Unstable Particles with a Smeared Mass // *Yad. Fiz.* 2009. V. 72. P. 1108–1118; arXiv:hep-ph/0902.4892.
69. *Goldberger M. L., Watson K. M.* Collision Theory. N. Y.: Wiley, 1964.
70. *Hohler G.* Über die Exponentialnäherung beim Teilchenzerfall (On the Exponential Approximation in Particle Decay) // *Z. Phys.* 1958. Bd. 152. S. 546.
71. *Суханов А. Д.* Новый подход к соотношению неопределенностей энергия–время // ЭЧАЯ. 2001. Т. 22, вып. 5. С. 1177–1221.
72. *Bilenky S. M., von Feilitzsh F., Potzel W.* Time-Energy Uncertainty Relations for Neutrino Oscillation and Mossbauer Neutrino Experiment // *J. Phys. G.* 2008. V. 35. P. 095003; arXiv:hep-ph/0803.0527.
73. *Messiah A.* Quantum Mechanics. V. 1. Amsterdam: North Holland, 1970; *Мессиа А.* Квантовая механика: Пер. с англ. М.: Наука, 1978. Т. 1.
74. *Мандельштам Л. И., Тамм И. Е.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1945. Т. 9, вып. 1/2. С. 122.
75. *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976. 480 с.
76. *Peskin M. E., Schroeder D. V.* An Introduction to Quantum Field Theory. Addison-Wesley Advanced Book Program, 1995.
77. *Bush P.* The Time-Energy Uncertainty Relation // *Time in Quantum Mechanics* / Eds. J. G. Muga, R. Mayato Sala, I. L. Egusquiza. Berlin: Springer-Verlag, 2002. P. 69–98 (2nd rev. ed. 2008. P. 73–105); arXiv:quant-ph/0105049.
78. *Kudaka S., Matsumoto S.* Uncertainty Principle for Proper Time and Mass // *J. Math. Phys.* 1999. V. 40. P. 1237–1245.
79. *Lalaculich O., Paschos E. A., Flanz M.* Leptogenesis with «Fuzzy Mass Shell» for Majorana Neutrinos // *Phys. Rev. D.* 2000. V. 62. P. 053006.
80. *Altarelli G., Conti L., Lubicz V.* The  $t \rightarrow WZb$  Decay in the Standard Model: A Critical Reanalysis // *Phys. Lett. B.* 2001. V. 502. P. 125–132.
81. *Seymour M. H.* The Higgs Boson Lineshape and Perturbative Unitarity // *Phys. Lett. B.* 1995. V. 354. P. 409–414.
82. *Dittmaier S., Roth M.* LUSIFER: a LUCid Approach to SIX-FERMion Production // *Nucl. Phys. B.* 2002. V. 642. P. 307–343.
83. *Mahlon G., Parke S.* Finite Width Effects in Top Quark Decays // *Phys. Lett. B.* 1995. V. 347. P. 394–398; arXiv:hep-ph/941225.

84. *Calderon G., Lopez-Castro G.* Convolution Formula and Finite  $W$  Boson Width Effects in the Top Quark Width // Intern. J. Mod. Phys. A. 2008. V. 23. P. 3525–3533; arXiv:hep-ph/0108088.
85. *Bar-Shalom S. et al.* Width Effects on Near Threshold Decays of the Top Quark  $t \rightarrow cWW, cZZ$  and Neutral Higgs Bosons // Phys. Rev. D. 2006. V. 72. P. 055018; arXiv:hep-ph/0506167.
86. *Beenakker W. et al.*  $WW$  Cross-Sections and Distributions // Physics at LEP2 / Eds. by G. Altarelli, T. Sjostrand, and F. Zwirner. CERN 96-01. Geneva, 1996. V. 1. P. 79; arXiv:hep-ph/9602351.
87. *Bardin D., Passarino G.* The Standard Model in the Making. Oxford Univ. Press, 1999. 685 p.
88. *Alles W., Boyer Ch., Buras A.J.*  $W$  Boson Production in  $e^+e^-$  Collisions in the Weinberg–Salam Model // Nucl. Phys. B. 1977. V. 119. P. 125–140.
89. *Lemoine M., Veltman M.* Radiative Corrections to  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  in the Weinberg Model // Nucl. Phys. B. 1980. V. 164. P. 445–483.
90. *Philippe R.*  $W$ -Pair Production in Electron–Positron Annihilation // Phys. Rev. D. 1982. V. 26. P. 1588–1599.
91. *Bohm M. et al.* Electroweak Radiative Corrections to  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  // Nucl. Phys. B. 1988. V. 304. P. 463–499.
92. *Fleischer J., Egerlehner F., Zralek M.* Radiative Corrections to Helicity Amplitudes // Z. Phys. C. 1989. V. 42. P. 409–423.
93. *Beenakker W., Kolodziej K., Sack T.* The Total Cross Section  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  // Phys. Lett. B. 1991. V. 258. P. 469–474.
94. *Benakker W., Berends F.A., Sack T.* The Radiative Process  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-\gamma$  // Nucl. Phys. B. 1991. V. 367. P. 287–312.
95. *Kolodziej K., Zralek M.* Helicity Amplitudes for Spin-0 or Spin-1 Boson Production in  $e^+e^-$  Annihilation // Phys. Rev. D. 1991. V. 43. P. 3619–3625.
96. *Fleischer J., Kolodziej K., Jegerlehner F.*  $W$  Pair Production in  $e^+e^-$  Annihilation: Radiative Corrections Including Hard Bremsstrahlung // Phys. Rev. D. 1993. V. 47. P. 830–836.
97. *Marciano W.J., Wyler D.* Rare Decays of the  $Z$  at LEP // Z. Phys. C. 1979. Bd. 3. S. 181–185.
98. *Albert D. et al.* Decays of Intermediate Vector Bosons, Radiative Corrections and QCD Jets // Nucl. Phys. B. 1980. V. 166. P. 460–492.
99. *Inoue K. et al.* Radiative Corrections for  $W \rightarrow e\bar{\nu}$  Decay in the Weinberg–Salam Model // Prog. Theor. Phys. 1980. V. 64. P. 1008–1025.
100. *Chang T.H., Gaemers K.J.F., Van Neerven W.L.* QCD Corrections to the Mass and Width of the Intermediate Vector Bosons // Nucl. Phys. B. 1982. V. 202. P. 407–436.
101. *Jegerlehner F.* Vector Boson Parameters: Scheme Dependence and Theoretical Uncertainties // Z. Phys. C. 1986. Bd. 32. S. 425–436.

102. *Bardin D. Yu. et al.* Electroweak One-Loop Corrections to the Decay of the Charged Vector Boson // *Ibid.* P. 121–125.
103. *Denner A., Sack T.* Measurement of  $\sigma \cdot B(W \rightarrow e\nu)$  and  $\sigma \cdot B(Z^0 \rightarrow e^+e^-)$  in  $p\bar{p}$  Collisions at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV // *Z. Phys. C.* 1990. Bd. 46. S. 653–663.
104. *Muta T., Najima R., Wakaizumi S.* Effects of the  $W$ -Boson Width in  $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$  Reactions // *Mod. Phys. Lett. A.* 1986. V. 1. P. 203–216.
105. *Bardin D. et al.* Event Generators for  $WW$  Physics // *Physics at LEP2 / Ed. by G. Altarelli, T. Sjostrand, and F. Zwirner.* CERN 96-01. Geneva, 1996. V. 2. P. 3; arXiv:hep-ph/9709270.
106. *Boudjema F. et al.* Standard Model Processes at LEP2 // *Physics at LEP2 / Ed. by G. Altarelli, T. Sjostrand, and F. Zwirner.* CERN 96-01. Geneva, 1996. V. 1. P. 207; arXiv:hep-ph/9601224.
107. *Grunewald M. W. et al.* Four-Fermion Production in Electron–Positron Collisions. CERN 2000-009; arXiv:hep-ph/0005309.
108. *Beenakker W., Berends F. A., Chapovsky A. P.* Radiative Corrections to Pair Production of Unstable Particles: Results for  $E^+E^- \rightarrow 4$  Fermions // *Nucl. Phys. B.* 1999. V. 548. P. 3–59.
109. *Denner A., Weiglein G., Dittmaier S.* Application of the Background-Field Method to the Electroweak Standard Model // *Nucl. Phys. B.* 1995. V. 440. P. 95–128.
110. *Denner A., Dittmaier S., Roth M.* Non-Factorizable Photonic Corrections to  $e^+e^- \rightarrow WW \rightarrow 4$  Fermions // *Nucl. Phys. B.* 1998. V. 519. P. 39–84.
111. *Denner A. et al.* Electroweak Radiative Corrections to  $e^+e^- \rightarrow WW \rightarrow 4$  Fermions in Double-Pole Approximation — the Racoon  $WW$  Approach // *Nucl. Phys. B.* 2000. V. 587. P. 67–117; arXiv:hep-ph/0006307.
112. *Denner A. et al.* RacoonWW1.3: Monte Carlo Program for Four-Fermion Production at  $e^+e^-$  Colliders // *Comp. Phys. Commun.* 2003. V. 153. P. 462–507; arXiv:hep-ph/0209330.
113. *Jadach S. et al.* Final State Radiative Effects for the Exact  $O(\alpha)$  Yennie–Frautschi–Suura Exponentiated (Un)Stable  $W^+W^-$  Production at and beyond CERN LEP2 Energies // *Phys. Rev. D.* 2000. V. 61. P. 113010.
114. *Jadach S. et al.* The Monte Carlo Event Generator YFSWW Version 1.16 for  $W$ -Pair Production and Decay at LEP2/LC Energies // *Comp. Phys. Commun.* 2001. V. 140. P. 432–474.
115. *Ballestrero A. et al.* Four-Fermion Simulation at LEP2 in DELPHI // *Comp. Phys. Commun.* 2003. V. 152. P. 175–190; arXiv:hep-ph/0210208.
116. *Kuksa V. I., Pasechnik R. S.* Near-Threshold  $Z$ -Pair Production in the Model of Unstable Particles with a Smeared Mass // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 2008. V. 23. P. 4125–4132; arXiv:hep-ph/0802.4261.
117. *Kuksa V. I., Pasechnik R. S.* Near-Threshold  $W$ -Pair Production in the Model of Unstable Particles with Smeared Mass // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 2009. V. 24. P. 5765–5777; arXiv:hep-ph/0902.2857.

118. *Kuksa V. I., Pasechnik R. S.* Near-Threshold Boson Pair Production in the Model of Smeared-Mass Unstable Particles // *Yad. Fiz.* 2010. V. 73. P. 1668–1677; arXiv:hep-ph/0910.4644.
119. *Kuksa V. I., Pasechnik R. S., Volchanskyi N.* Factorization Effect and Near-Threshold Boson Production at Linear Collider // *PoS (QFTHEP 2010)* 038.
120. *Bonneau G., Martin F.* Hard-Photon Emission in  $e^+e^-$  Reactions // *Nucl. Phys. B.* 1971. V. 27. P. 381–397.
121. *Greco M., Pancheri-Srivastava G., Srivastava Y.* Radiative Corrections to  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  around the  $Z_0$  // *Nucl. Phys. B.* 1980. V. 171. P. 118–140.
122. *Bohm M., Hollik W.* Radiative Corrections to Polarized  $e^+e^-$  Annihilation in the Standard Electroweak Model // *Nucl. Phys. B.* 1982. V. 204. P. 45–77.
123. *Jegerlehner F.* Renormalizing the Standard Model // *Testing the Standard Model.* Singapore: World Sci., 1991. P. 569.
124. *Achard P. et al. (L3 Collab.).* Study of the  $e^+e^- \rightarrow Z\gamma$  Process at LEP and Limits on Tripple Neutral-Gauge-Boson Couplings // *Phys. Lett. B.* 2004. V. 597. P. 119–130; arXiv:hep-ex/0407012.
125. *Aad G. et al. (ATLAS Collab.).* Combined Search for the Standard Model Higgs Boson Using up to  $4.9 \text{ fb}^{-1}$  of  $pp$  Collision Data at  $\sqrt{s} = 7 \text{ GeV}$  // *Phys. Lett. B.* 2012. V. 710. P. 49–66; arXiv:hep-ex/1202.1408.
126. *Chatrchyan S. et al. (CMS Collab.).* Combined Results of Searches for the Standard Model Higgs Boson in  $pp$  Collision at  $\sqrt{s} = 7 \text{ GeV}$  // *Phys. Lett. B.* 2012. V. 710. P. 26; arXiv:hep-ex/1202.1488.
127. *Abbiendi G. et al. (OPAL Collab.).* Measurement of Tripple Gauge Boson Couplings from  $WW$  Production at LEP Energies up to 189 GeV // *Eur. Phys. J. C.* 2001. V. 19. P. 1–14; arXiv:hep-ex/0009022.
128. *Abdallah J. et al. (DELPHI Collab.).* Study of Tripple-Gauge-Boson Couplings  $ZZZ$ ,  $ZZ\gamma$  and  $Z\gamma\gamma$  at LEP // *Eur. Phys. J. C.* 2007. V. 51. P. 525–542; arXiv:hep-ex/0706.2741.
129. *Abazov V. M. et al. (D0 Collab.).* Search for  $ZZ$  and  $Z\gamma^*$  Production in  $p\bar{p}$  Collision at  $\sqrt{s} = 1.96 \text{ TeV}$  and Limits on Anomalous  $ZZ$  and  $Z\gamma^*$  // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 100. P. 131801.
130. *Alcaraz J. et al. (LEP, ALEPH, L3, OPAL and LEP Electroweak Working Group Collabs.).* Precision Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model. CERN-PH-EP/2007-039; arXiv:hep-ex/0712.0929.
131. *Su Ji-Juan et al.* Complete One-Loop Electroweak Corrections to  $ZZZ$  Production at the ILC // *Phys. Rev. D.* 2008. V. 78. P. 016007; arXiv:hep-ph/0807.0669.
132. *Wei S. et al.* Full Electroweak One-Loop Corrections to  $W^+W^-Z$  Production at the ILC // *Phys. Lett. B.* 2009. V. 680. P. 321–327; arXiv:hep-ph/0909.1064.
133. *Boudjema F. et al.* NLO Corrections to  $e^+e^- \rightarrow WWZ$  and  $e^+e^- \rightarrow ZZZ$  // *Phys. Rev. D.* 2010. V. 81. P. 073007; arXiv:hep-ph/0912.4234.

134. *Pasechnik R., Kuksa V.* Finite-Width Effects in the Near-Threshold  $ZZZ$  and  $ZWW$  Production at ILC // *Mod. Phys. Lett. A.* 2011. V. 26. P. 1075–1094; arXiv:hep-ph/1011.4202.
135. *Chakraborty D., Konigsberg J., Rainwater D.L.* Top-Quark Physics // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 2003. V. 53. P. 301–351.
136. *Han T.* The «Top Priority» at the LHC // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 2008. V. 23. P. 4107–4124.
137. *Bernreuther W.* Top-Quark Physics at the LHC // *J. Phys. G.* 2008. V. 35. P. 083001.
138. *Abe T.* (*American Linear Collider Working Group Collab., SLAC-R-570*). Linear Collider Physics Resource Book for Snowmass 2001-Part2: Higgs and Supersymmetry Studies. arXiv:hep-ex/0106056.
139. *Kolodziej K.* Top Quark Pair Production and Decay into Six Fermions at Linear Colliders // *Eur. Phys. J. C.* 2002. V. 23. P. 471–477.
140. *Yuasa F., Kurihara Y., Kawabata S.*  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}u\bar{d}\mu^-\bar{\nu}_\mu$  with a  $t\bar{t}$  Production // *Phys. Lett. B.* 1997. V. 414. P. 178–186.
141. *Accomando E., Ballestrero A., Pizzio M.* Semileptonic Six Fermion Processes at Future  $e^+e^-$  Colliders: Signal and Irreducible Background for Top and  $WWZ$  Physics // *Nucl. Phys. B.* 1998. V. 512. P. 19–41.
142. *Gangemi F. et al.* Top-Quark Physics in Six-Quark Final States at the Next Linear Collider // *Nucl. Phys. B.* 1999. V. 559. P. 3–16.
143. *Chetyrkin K.G., Kuhn J.H., Steinhauser M.* Three-Loop Polarization Function and  $O(\alpha_s^2)$  Corrections to the Production of Heavy Quarks // *Nucl. Phys. B.* 1996. V. 482. P. 213–240.
144. *Harlander R., Steinhauser M.*  $O(\alpha_s^2)$  Corrections to Top Quark Production at  $e^+e^-$  Colliders // *Eur. Phys. J. C.* 1998. V. 2. P. 151–158.
145. *Kolodziej K. et al.* Factorization Electroweak  $O(\alpha)$  Corrections for Top Quark Pair Production and Decay at a Linear  $e^+e^-$  Collider // *Eur. Phys. J. C.* 2006. V. 46. P. 357; arXiv:hep-ph/0510195.
146. *Hoang A.H. et al.* Heavy Quarkonium Dynamics // *Eur. Phys. J. C.* 2000. V. 3. P. 1; arXiv:hep-ph/0204299.
147. *Kuksa V., Pasechnik R., Vlasenko D.* Top-Pair Production and Decay at LC // *PoS (QFTHEP 2011).* 033.
148. *Vlasenko D., Kuksa V.* Top Quark Pair Production at Linear Collider in the Minimal Gauge Extension of the SM // *Ibid.* 034.
149. *Kuksa V.I., Pasechnik R.S., Vlasenko D.E.* Mass Shell Smearing Effects in Top Pair Production // *Intern. J. Mod. Phys. A.* 2012. V. 27. P. 1250072; arXiv:hep-ph/1112.2387.
150. *Kumar R.* Covariant Phase Space Calculations of  $n$ -Body Decay and Production Processes // *Phys. Rev.* 1969. V. 185. P. 1865–1875.



151. *Ballestrero A., Maina E., Moretti S.*  $e^+e^- \rightarrow b\bar{b}W^+W^-$  at the Next Linear Collider, Top-Pairs and Higgs Production // *Phys. Lett. B.* 1994. V. 333. P. 434–444.
152. *Nakamura K. et al. (Particle Data Group).* The Review of Particle Physics // *J. Phys. G.* 2010. V. 37. P. 075021.
153. *Denner A.* Techniques for the Calculation of Electroweak Radiative Corrections at the One-Loop Level and Results for  $W$ -Physics at LEP200 // *Fortschr. Phys.* 1993. V. 41. P. 307–420.
154. *Hahn T., Perez-Victoria M.* Automated One-Loop Calculations in Four and  $D$  Dimensions // *Comp. Phys. Commun.* 1999. V. 118. P. 153–165.
155. *Fishbach E., Overhauser A.-W., Woodahl B.* Corrections to Fermi's Golden Rule in  $\phi \rightarrow K\bar{K}$  Decays // *Phys. Lett. B.* 2002. V. 526. P. 355–359.
156. *Bramon A. et al.* The Ratio  $\Phi \rightarrow K^+K^-/K^0\bar{K}^0$  // *Phys. Lett. B.* 2000. V. 486. P. 406–413.
157. *Achasov M.N. et al.* Measurements of the Parameters of the  $\phi(1020)$  Resonance through Studies of the Process  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-, K_S K_L$  and  $\pi^+\pi^-\pi^0$  // *Phys. Rev. D.* 2001. V. 63. P. 072002.
158. *Kamal A.N., Verma R. G.* Effect of the  $a_1$  Width on  $D \rightarrow \bar{K}a_1$  Decays // *Phys. Rev. D.* 1992. V. 45. P. 982–985.
159. *Uppal T., Verma R. G.* // *Z. Phys. C.* 1992. V. 56. P. 273–277.
160. *Uppal T., Verma R. G.* Smearing Effects of  $\rho$ -Meson Width on  $D \rightarrow PV$  Decays // *Phys. Rev. D.* 1992. V. 46. P. 2982–2989.
161. *Kaur H., Khanna M. P.* Smearing Effects of  $\rho$  and  $a_1$  Meson Width on Heavy-Hadron Decays // *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* 2000. V. 26. P. 387–396.
162. *Верешков Г. М., Кукца В. И.*  $U(1)SU(3)$ -калибровочная модель барион-мезонных взаимодействий // *ЯФ.* 1991. Т. 54. С. 1700–1704.
163. *Abulencia A. et al. (CDF Collab.).* Observation of  $B_S^0 - \bar{B}_S^0$  Oscillations // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 97. P. 242003.
164. *Zhang L. M. et al. (Belle Collab.).* Measurement of  $D^0 - \bar{D}^0$  Mixing Parameters in  $D^0 \rightarrow K_S\pi^+\pi^-$  Decays // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 99. P. 131803; arXiv:hep-ex/0704.1000.
165. *Buchalla G., Buras A. J., Lautenbacher M. E.* Weak Decays beyond Leading Logarithms // *Rev. Mod. Phys.* 1996. V. 68. P. 1125–1244.
166. *Aguilar-Saavedra J. A.* Effects of Mixing with Quark Singlets // *Phys. Rev. D.* 2003. V. 67. P. 035003.
167. *Antonio D. J. et al. (RBC and UKQCD Collabs.).* Neutral-Kaon Mixing from (2+1)-Flavor Domain-Wall QCD // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 100. P. 032001; arXiv:hep-ph/0702042.
168. *Dawson C.* Kaon Phenomenology from Lattice QCD // *PoS LAT2005.* 2006. 007.

169. *Kumar A. A., Sankar S. U.* Does the Present Data on  $B_S - \bar{B}_S$  Mixing Rule Out a Large Enhancement in the Branching Ratio of  $B_S \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ?  
arXiv:hep-ph/0704.0252.
170. *Guadagnoli D.*  $D^0 - \bar{D}^0$  Mixing: Theory Basics // J. Phys. Conf. Ser. 2008. V. 110. P. 052020; arXiv:hep-ph/0709.4343.
171. *Nir Y.* Lessons from BaBar and Belle Measurements of  $D - \bar{D}$  Mixing Parameters // JHEP. 2007. V. 0705. P. 102; arXiv:hep-ph/0703235.
172. *Burdman G., Shipsey I.*  $D^0 - \bar{D}^0$  Mixing and Rare Charm Decays // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 2003. V. 53. P. 431–499; arXiv:hep-ph/0310076.
173. *Petrov A.* Charm Mixing in the Standard Model and Beyond // Intern. J. Mod. Phys. A. 2006. V. 21. P. 5686–5693; arXiv:hep-ph/0611361.
174. *Kuksa V. I.* Finite-Width Effects in the Mixing of Neutral Mesons.  
arXiv:hep-ph/0902.2937.
175. *Pisut J., Roos M.* Rho-Meson Shape // Nucl. Phys. B. 1968. V. 6. P. 325–352.
176. *Lichard P.* Are the Production and Decay of a Resonance Always Independent? // Acta Phys. Slov. 1999. V. 49. P. 215; arXiv:hep-ph/9811493.
177. *Berdine D., Kauer N., Rainwater D.* Breakdown of the Narrow Width Approximation for New Physics // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99. P. 111601; arXiv:hep-ph/0703058.
178. *Kuksa V. I., Volchanskiy N. I.* Factorization Effects in a Model of Unstable Particles // Intern. J. Mod. Phys. A. 2010. V. 25. P. 2049–2062; arXiv:hep-ph/0910.0453.
179. *Kuksa V. I., Volchanskiy N. I.* Factorization Effects in a Model of Unstable Particles with Continuous Masses // Cent. Eur. J. Phys. 2013. V. 11. P. 182–194; arXiv:hep-ph/1109.1541.
180. *Behrends R. E., Fronsdal C.* Fermi Decay of Higher Spin Particles // Phys. Rev. 1957. V. 106. P. 345–353.
181. *Fronsdal C.* On the Theory of Higher Spin Fields // Nuovo Cim. 1958. V. 9. P. 416–444.
182. *Pilling T.* New Symmetry Current for Massive Spin  $-3/2$  Fields // Mod. Phys. Lett. A. 2004. V. 19. P. 1781–1788; arXiv:hep-ph/0404089.
183. *Pilling T.* Symmetry of Massive Rarita–Schwinger Fields // Intern. J. Mod. Phys. A. 2005. V. 20. P. 2715–2742; arXiv:hep-th/0404131.
184. *Berends F. A. et al.* On Field Theory for Massive and Massless Spin  $5/2$  Particles // Nucl. Phys. B. 1979. V. 154. P. 261–282.