ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2017. Т. 48. ВЫП. 2. С. 131–144

НЕУПРУГАЯ ДИФРАКЦИЯ НА LHC

С. М. Трошин, Н. Е. Тюрин

Институт физики высоких энергий им. А. А. Логунова
Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»,
Протвино, Россия

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2017. Т. 48. ВЫП. 2. С. 131–144

НЕУПРУГАЯ ДИФРАКЦИЯ НА LHC

С. М. Трошин, Н. Е. Тюрин

Институт физики высоких энергий им. А. А. Логунова
Национального исследовательского центра «Курчатовский институт»,
Протвино, Россия

Релятивистское рассеяние — одно из научных направлений, в развитие которого академик В. Г. Кадышевский внес важный высокоцитируемый вклад. В статье обсуждаются высокоэнергетические зависимости дифракционных и недифракционных неупругих сечений в связи с недавно полученными на LHC результатами — выявлением отражательной моды рассеяния.

The relativistic scattering is one of the scientific fields where Academician V. G. Kadyshevsky has made an important and highly cited contribution. In this paper, we discuss the high-energy dependences of diffractive and nondiffractive inelastic cross sections in view of the recent LHC data which reveal the presence of reflective scattering mode.

PACS: 11.10.Jj; 11.15Tk

ВВЕДЕНИЕ

Релятивистское рассеяние — одно из научных направлений, в развитие которого академик В. Г. Кадышевский внес важный высокоцитируемый вклад [1].

Основными проблемами, обсуждаемыми в статье, являются свойства отражательной моды рассеяния, ее влияние на поведение характеристик неупругой дифракции на LHC. В частности, будет получено новое ограничение на сечение процессов неупругой дифракционной диссоциации в области энергий, в которой появляется отражательная мода.

Результаты измерений, выполненных в ходе проведения экспериментов ALICE, ATLAS, CMS, LHCb и TOTEM на ускорителе LHC при столкновении протонов, показали возрастание полных сечений, сечений упругих и всех неупругих взаимодействий с увеличением энергии, подтвердив тем самым тенденцию роста этих сечений с увеличением энергии и результаты их измерений при более низких энергиях (различные интерпретации новых данных и соответствующие ссылки можно найти, например, в работе [2]). С теоретической точки зрения результаты проведенных измерений являются новым шагом на пути исследования асимптотического режима сильных взаимодействий.

Анализ экспериментальных данных по измерению дифференциального сечения упругого рассеяния, полученных в эксперименте TOTEM при энергии $\sqrt{s} = 7$ ТэВ, позволил также выявить существование нового режима в динамике сильных взаимодействий, который связан с постепенным переходом к новой моде рассеяния, описанной в работах [3–6], — это антитеневое или отражательное рассеяние при очень высоких энергиях. Появление новой моды было обнаружено в результате восстановления вида амплитуды упругого рассеяния, а также упругой и неупругой функций перекрытия в представлении прицельного параметра [7]. Использование понятия отражательного рассеяния, не имеющего распространенного употребления в настоящее время в литературе, будет разъяснено в дальнейшем изложении.

1. ОТРАЖАТЕЛЬНАЯ И АБСОРБЦИОННАЯ МОДЫ РАССЕЯНИЯ

Соотношение унитарности в представлении прицельного параметра допускает поведение амплитуды упругого рассеяния, отвечающее двум модам рассеяния, которые могут быть обозначены как абсорбционная и отражательная и выбор которых описан ниже. Привлекательной чертой представления прицельного параметра является диагонализация уравнения унитарности для амплитуды упругого рассеяния $f(s,b)$, т. е. для амплитуды $f(s,b)$ имеет место соотношение

$$\operatorname{Im} f(s,b) = |f(s,b)|^2 + h_{\mathrm{inel}}(s,b), \tag{1}$$

которое выполняется с точностью $\mathcal{O}(1/s)$ при высоких энергиях [9], где b — прицельный параметр сталкивающихся адронов. В этом соотношении член $|f(s,b)|^2 \equiv h_{\mathrm{el}}(s,b)$ описывает вклад от упругого промежуточного состояния, а функция $h_{\mathrm{inel}}(s,b)$ является суммой вкладов всех неупругих каналов в промежуточном состоянии. Элемент матрицы рассеяния $S(s,b)$, описывающий упругий переход между состояниями двух частиц в начальном и конечном состояниях, связан с амплитудой упругого рассеяния $f(s,b)$ соотношением $S(s,b) = 1 + 2if(s,b)$ и может быть представлен в следующем виде:

$$S(s,b) = \kappa(s,b)\, \exp\left[2i\delta(s,b)\right],$$

где $\kappa(s,b)$ и $\delta(s,b)$ — действительные функции. При этом функция κ ($0 \leqslant \kappa \leqslant 1$) называется фактором поглощения: значение $\kappa = 0$ соответствует полному поглощению начального состояния. При высоких энергиях на основе имеющихся (хотя и неполных) экспериментальных данных принято считать, что действительная часть амплитуды рассеяния мала, поэтому ею можно пренебречь, что позволяет провести замену $f \to if$ и рассматривать полученную величину f как действительную функцию. Это означает, что функция $S(s,b)$ также является действительной функцией, но в отличие от неотрицательной функции f S не является знакоопределенной и может принимать как положительные, так и отрицательные значения.

По сути выбор конкретной моды упругого рассеяния, абсорбционной или отражательной, диктуется знаком функции $S(s, b)$, т. е. значением фазы $\delta(s, b)$ [8]. Обычно предполагается, что $S(s, b) \to 0$ при фиксированном значении прицельного параметра b и $s \to \infty$. Этот предел называется пределом черного диска, и в этом пределе упругое рассеяние возникает целиком за счет поглощения начального состояния. В этом случае (неявно предполагается монотонность энергетической зависимости) функция $S(s, b)$ при любой энергии является неотрицательной, что предполагает наличие ограничения $f(s, b) \leqslant 1/2$.

Однако унитарность не запрещает и другое поведение, при котором функция $S(s, b) \to -1$ при фиксированном значении b и $s \to \infty$, т. е. $\kappa \to 1$ и $\delta = \pi/2$. Такая фаза может рассматриваться как геометрическая фаза, возникающая в результате присутствия динамической сингулярности (ведущей к нулевому значению κ, детали описаны в работах [6, 10]).

Таким образом, функция $S(s, b)$ может быть отрицательной в определенном диапазоне значений энергии и прицельного параметра (а именно при $s > s_r$ и $0 \leqslant b < r(s)$, где $S(s_r, b = 0) = 0$ и $S(s, b = r(s)) = 0$). Такое поведение, например, имеет место в модели Доннаки–Ландшоффа (см. [11] и ссылки на цитированную литературу в этой работе) при энергиях LHC. Хотя необходимо отметить, что указанная модель нарушает унитарность, т. е. значения функции $|S(s, b)|$ превышают единицу при фиксированных значениях прицельного параметра и $s \to \infty$, что означает нарушение сохранения вероятности в этой области энергий. Однако при энергиях LHC амплитуда упругого рассеяния в этой модели лишь превышает предел черного диска в области малых значений прицельного параметра, но унитарность пока не нарушается (см. [12]).

То, что превышение предела черного диска при энергиях LHC является экспериментальным фактом, было показано на основе модельно-независимого анализа поведения упругой амплитуды рассеяния в представлении прицельного параметра в [7]. Этот анализ продемонстрировал, что амплитуда $f(s, b)$ превышает предел черного диска $1/2$ при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ, хотя отклонение α ($f(s, b) = 1/2[1 + \alpha(s, b)]$) все еще мало при данной энергии*.

*Величина отклонения α составляет 0,08 при этой энергии и значении прицельного параметра $b = 0$ [7]. Следует также отметить, что наиболее подходящими величинами для изучения отклонения от предела черного диска являются амплитуда упругого рассеяния $f(s, b)$ и упругая функция перекрытия $h_{\rm el}(s, b)$, в то время как изучение поведения неупругой функции перекрытия $h_{\rm inel}(s, b)$ для этих целей играет вспомогательную роль, поскольку соответствующее относительное отклонение этой функции имеет порядок α^2, а именно $h_{\rm inel}(s, b) = 1/4[1 - \alpha^2(s, b)]$, где $\alpha(s, b)$ принимает положительные значения при $0 \leqslant b < r(s)$ и $s > s_r$.

Предельное поведение $S(s, b) \to -1$ при фиксированном значении b и $s \to \infty$ интерпретируется как отражательное рассеяние по аналогии с отражением света в оптике [6]. Появление отражательной моды рассеяния может быть связано с возрастающей плотностью рассеивателя с увеличением энергии. Когда значение плотности превышает критическое значение, соответствующее пределу черного диска, рассеиватель начинает отражать начальную волну в дополнение к ее поглощению. Основной особенностью отражательной моды рассеяния является появление новых диапазонов значений функций f и S: $1/2 < f(s, b) \leqslant 1$ и $0 > S(s, b) \geqslant -1$, которые допускаются условием унитарности [3, 4]. Та или иная мода рассеяния (отражательная или абсорбционная) соответствует различным значениям отношения $\sigma_{\rm el}(s)/\sigma_{\rm tot}(s)$ при асимптотических значениях энергии, как это будет видно из дальнейшего обсуждения.

Фактически аргументы, основанные на свойствах аналитичности и унитарности матрицы рассеяния, приводят к выводу о насыщении границы Фруассара–Мартена [13, 14] для полного сечения [15]. Поэтому функциональная зависимость полного сечения от энергии имеет вид квадрата логарифма $\ln^2 s$ при высоких энергиях, и только величина множителя перед $\ln^2 s$ остается неизвестной и подлежит определению. Величина этого множителя, в частности, связана с выбором верхнего предела для парциальной амплитуды (верхнего предела для амплитуды в представлении прицельного параметра). Его предельное значение может соответствовать максимальному вкладу неупругих каналов в условие унитарности, при котором имеет место следующее поведение отношения упругого сечения к полному:

$$\frac{\sigma_{\rm el}(s)}{\sigma_{\rm tot}(s)} \to \frac{1}{2}, \tag{2}$$

а также может соответствовать максимальному значению амплитуды, допускаемому унитарностью, и тогда имеет место асимптотическое поведение в виде

$$\frac{\sigma_{\rm el}(s)}{\sigma_{\rm tot}(s)} \to 1. \tag{3}$$

Выбор первого варианта эквивалентен предположению об абсорбционной природе рассеяния, в то время как выбор второй возможности является альтернативой первому варианту и может быть интерпретирован как полностью отражательное рассеяние при $s \to \infty$ (см. [6] и предыдущее обсуждение). Предположение об абсорбционном характере рассеяния позволяет улучшить первоначальную границу Фруассара–Мартена за счет появления множителя 1/2. Эта возможность является следствием нового ограничения сверху на полное сечение неупругих взаимодействий, которое вводит множитель 1/4 в первоначальную границу [16]. Обсуждение современного статуса ограничений на полное и неупругое сечения приведено в недавно опубликованных работах [17] и [18].

В связи с вышесказанным следует отметить, что отношение $\sigma_{\rm el}(s)/\sigma_{\rm tot}(s)$ входит в асимптотическое ограничение на полное сечение [19]:

$$\sigma_{\rm tot}(s) \leqslant \frac{4\pi}{t_0}\left(\frac{\sigma_{\rm el}(s)}{\sigma_{\rm tot}(s)}\right)\left[\ln\left(\frac{s}{\sigma_{\rm el}(s)}\right)\right]^2\left[1+\left(\frac{\operatorname{Re}F(s,t=0)}{\operatorname{Im}F(s,t=0)}\right)^2\right]^{-1}. \quad (4)$$

Величина $\sqrt{t_0}$ является массой низшего состояния в t-канале*, и $F(s,t)$ является амплитудой упругого рассеяния, связанной с соответствующей величиной в представлении прицельного параметра $f(s,b)$ с помощью преобразования Фурье–Бесселя.

2. ОБОБЩЕННАЯ ГРАНИЦА ДЛЯ СЕЧЕНИЯ НЕУПРУГОЙ ДИФРАКЦИИ

Предположение об абсорбционной природе рассеяния является исходным при получении границы Памплина [20, 21], т. е. верхнего предела на сечение неупругой дифракции**

$$\sigma_{\rm diff}(s,b) \leqslant \frac{1}{2}\sigma_{\rm tot}(s,b) - \sigma_{\rm el}(s,b), \quad (5)$$

где

$$\sigma_{\rm diff}(s,b) \equiv \frac{1}{4\pi}\frac{d\sigma_{\rm diff}}{db^2}$$

является полным сечением процессов неупругой дифракции в представлении прицельного параметра и, соответственно, имеют место соотношения для других сечений:

$$\sigma_{\rm tot}(s,b) \equiv \frac{1}{4\pi}\frac{d\sigma_{\rm tot}}{db^2}, \quad \sigma_{\rm el}(s,b) \equiv \frac{1}{4\pi}\frac{d\sigma_{\rm el}}{db^2}.$$

Соотношение (5) было получено в рамках формализма, в котором неупругая дифракция рассматривается как результат различия в поглощении соответствующих дифракционных состояний [23, 24]. Соответствующее ограничение для сечения недифракционных процессов имеет вид

$$\sigma_{\rm ndiff}(s,b) \geqslant \frac{1}{2}\sigma_{\rm tot}(s,b), \quad (6)$$

*Для большинства процессов эта масса определяется массой пиона: $t_0 = 4m_\pi^2$.

**Более ограничительное, но в то же время и более сложное условие было получено в работе [22] при использовании предположения об абсорбционной природе рассеяния.

поскольку $\sigma_{\rm ndiff} = \sigma_{\rm inel} - \sigma_{\rm diff}$. Эти соотношения, справедливые для любых значений прицельного параметра, могут быть проинтегрированы:

$$\sigma_{\rm diff}(s) \leqslant \frac{1}{2}\sigma_{\rm tot}(s) - \sigma_{\rm el}(s), \quad \sigma_{\rm ndiff}(s) \geqslant \frac{1}{2}\sigma_{\rm tot}(s). \tag{7}$$

Экспериментальный статус ограничения (7) при энергиях LHC обсуждался в недавно опубликованных работах [2] и [25]. Было отмечено, что вывод о большой величине сечения процессов неупругой дифракции следует из сравнения значений, полученных при измерениях в экспериментах ATLAS [27] и CMS [28], с данными эксперимента TOTEM. Для согласования между собой данных, полученных во всех экспериментах, необходимо предположение о большой величине $\sigma_{\rm diff}(s)$ и существенном вкладе в это сечение от диапазона малых значений инвариантной массы. Как было отмечено в работе [25], учет вклада в сечение неупругой дифракции от диапазона малых значений инвариантной массы должен привести к решению проблемы расхождения данных [26], полученных в различных экспериментах.

С учетом этого замечания можно констатировать, что данные по измерению сечения неупругой дифракции на LHC соответствуют независимому от энергии поведению отношения $\sigma_{\rm diff}(s)/\sigma_{\rm inel}(s)$ [29]. При энергии $\sqrt{s} = 7$ ТэВ это отношение примерно равно 1/3. Отношение $\sigma_{\rm diff}(s)/\sigma_{\rm el}(s)$ примерно равно единице,

$$\frac{\sigma_{\rm el}(s) + \sigma_{\rm diff}(s)}{\sigma_{\rm tot}(s)} = 0{,}495^{+0{,}05}_{-0{,}06}. \tag{8}$$

Вышеперечисленные экспериментальные данные приведены в работе [2].

Следует отметить, что соотношения (2) и (7) должны выполняться одновременно, если при асимптотических значениях энергии достигается предел черного диска, т. е.

$$\frac{\sigma_{\rm inel}(s)}{\sigma_{\rm tot}(s)} \to \frac{1}{2}, \tag{9}$$

в то время как

$$\frac{\sigma_{\rm diff}(s)}{\sigma_{\rm tot}(s)} \to 0 \tag{10}$$

и

$$\frac{\sigma_{\rm diff}(s)}{\sigma_{\rm inel}(s)} \to 0 \tag{11}$$

при $s \to \infty$.

Таким образом, можно видеть, что предельные значения (9)–(11) находятся в противоречии. Действительно, $\sigma_{\rm diff}(s)$ должно быть по определению*,

*Стандартный подход к неупругим дифракционным процессам связывает их динамику с одним или несколькими померонными обменами. Для дальнейшего обсуждения вопроса см. работы [25, 30].

по крайней мере при асимптотических значениях энергии, неисчезающей частью неупругого сечения $\sigma_{\rm inel}(s)$. В противоположность этому определению и имеющимся экспериментальным данным на основании соотношения (11) можно прийти к выводу, что процессы неупругой дифракции определяются динамикой, которая не играет лидирующую роль во всех неупругих взаимодействиях, а основную роль процессов, обеспечивающих рост $\sigma_{\rm inel}(s)$, играют недифракционные неупругие взаимодействия. Такой вывод находится, однако, в противоречии с наблюдаемыми при энергиях LHC тенденциями в поведении энергетической зависимости сечений.

Это противоречие отсутствует в подходе, предполагающем асимптотическое насыщение унитарного предела, которое обсуждалось выше. Действительно, асимптотическое насыщение унитарного предела приводит к более медленному росту неупругого сечения по сравнению с упругим и полным, т. е. при $s \to \infty$

$$\frac{\sigma_{\rm inel}(s)}{\sigma_{\rm tot}(s)} \to 0. \tag{12}$$

Это позволяет считать неупругую дифракцию в качестве лидирующего механизма, ответственного за рост сечений неупругих процессов. Поведение отношения упругого сечения к полному (3) отвечает росту полного неупругого сечения более медленному, чем $\ln^2 s$, тогда как соотношения (3) и (12) выполняются. При этом имеющиеся экспериментальные данные находятся в согласии с убывающим значением отношения $\sigma_{\rm inel}(s)/\sigma_{\rm tot}(s)$ с ростом энергии.

Модельно-независимая реконструкция зависящих от прицельного параметра величин из экспериментальных данных показывает, что предел черного диска был превышен в упругом рассеянии при малых значениях прицельного параметра b [7]. Фактически было показано, что элемент S-матрицы, определяемый соотношением $S(s,b) \equiv 1 - 2f(s,b)$ (где амплитуда упругого рассеяния $f(s,b)$ рассматривается как действительная функция), является отрицательным в диапазоне значений прицельного параметра $0 < b < 0{,}2$ фм и пересекает нулевое значение в точке $b = 0{,}2$ фм при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ. Этот результат согласуется также с результатом анализа данных при энергиях тэватрона [31]. Более того, уже давно обсуждалась возможность превышения предела черного диска на основе рациональной формы, используемой для унитаризации матрицы рассеяния, и данных эксперимента CDF на тэватроне [4]. Значение $\operatorname{Im} f(s, b=0)$ на тэватроне достигает величины $0{,}492 \pm 0{,}008$ и находится вблизи предела черного диска, причем оно растет с увеличением энергии. На CERN ISR соответствующее значение равно 0,36 [31].

Как было отмечено в работах [3, 4], выход амплитуды за предел черного диска лишает справедливости основное для вывода границы Памплина предположение об абсорбционном характере рассеяния. Однако это утверждение нуждается в уточнении. Граница Памплина теряет справедливость только в области малых и средних значений прицельного параметра, где нельзя использовать предположение об абсорбционном характере рассеяния. В области же больших переданных импульсов это не так, поскольку в этой области рассеяние носит абсорбционный характер.

Граница Памплина может быть переписана с использованием функции $S(s,b)$ в следующем виде:

$$\sigma_{\mathrm{diff}}(s,b) \leqslant \frac{1}{4}S(s,b)[1-S(s,b)]. \tag{13}$$

Из этого неравенства следует, что в области, где $S(s,b)<0$, это неравенство неприменимо по очевидным причинам. Эта область определяется интервалом значений прицельного параметра $0<b<r(s)$ при $s>s_r$*. В области значений прицельного параметра, о которой речь шла выше, т. е. где $S(s,b)$ принимает отрицательные значения, справедливо только очевидное ограничение

$$\sigma_{\mathrm{diff}}(s,b) \leqslant \sigma_{\mathrm{inel}}(s,b). \tag{14}$$

Однако в случае, когда присутствует вклад от отражательной моды рассеяния, приведенное выше неравенство ввиду периферического характера зависимости функции $\sigma_{\mathrm{inel}}(s,b)$ от прицельного параметра будет оказывать существенное влияние и на поведение $\sigma_{\mathrm{diff}}(s,b)$. Но при $b \geqslant r(s)$ вклад отражательного рассеяния отсутствует, рассеяние является абсорбционным, и поэтому в этой области применимо первоначальное ограничение Памплина на сечение процессов неупругой дифракции. Так как значение $r(s)$ при $s>s_r$ является строго положительным, проинтегрированное по прицельному параметру ограничение должно быть модифицировано. А именно в этом случае оно должно быть переписано в виде

$$\bar{\sigma}_{\mathrm{diff}}(s) \leqslant \frac{1}{2}\bar{\sigma}_{\mathrm{tot}}(s) - \bar{\sigma}_{\mathrm{el}}(s), \tag{15}$$

где $\bar{\sigma}_i(s)$ являются редуцированными сечениями:

$$\bar{\sigma}_i(s) \equiv \sigma_i(s) - 8\pi \int\limits_0^{r(s)} b\,d\,b\sigma_i(s,b)$$

и $i \equiv \mathrm{diff}, \mathrm{tot}, \mathrm{el}$ соответственно. Объединяя соотношения (14) и (15), можно получить ограничения, справедливые в области энергий LHC:

$$\sigma_{\mathrm{diff}}(s) \leqslant \sigma_{\mathrm{inel}}(s) - 2\pi \int\limits_{r(s)}^{\infty} b\,d\,b[1-S(s,b)] \tag{16}$$

*Следует отметить, что неупругая дифракция как таковая отсутствует при значении прицельного параметра, при котором достигается предел черного диска, так как в этом пределе $S(s,b)=0$.

и

$$\sigma_{\rm ndiff}(s) \geqslant 2\pi \int\limits_{r(s)}^{\infty} b d\, b[1 - S(s,b)]. \tag{17}$$

Функция $S(s,b)$ может быть извлечена с помощью преобразования Фурье–Бесселя из обработанных экспериментальных данных для дифференциального сечения $d\sigma/dt$ упругого pp-рассеяния. Используя данные эксперимента TOTEM, измеренные при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ, и значение $r(s)$, полученное в результате анализа этих данных, равное 0,2 фм [7], находим численное значение верхней границы для $\sigma_{\rm diff}(s)$, которое составляет при этой энергии 25,6 мб. Положительный вклад от отражательной моды рассеяния в ограничение для сечения неупругой дифракции при этой энергии составляет примерно 5 %. Экстраполируя имеющиеся данные к значению энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ, можно оценить величину ограничения для $\sigma_{\rm diff}(s)$ и вклад от отражательной моды рассеяния как 28,2 мб и 6–8 % соответственно*. Вышеприведенные значения не являются очень большими, но тем не менее они отличны от нуля и составляют достаточно значительную величину.

3. МОДЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Использование модели для функции $S(s,b)$, учитывающей унитарность, позволяет провести также качественные оценки энергетических зависимостей сечений $\sigma_{\rm diff}(s)$ и $\sigma_{\rm ndiff}(s)$. Наличие отражательного рассеяния является отличительной чертой указанной модели. Модель основана на использовании унитаризации в рациональной (а не экспоненциальной) форме и представляет функцию $S(s,b)$ в следующем виде:

$$S(s,b) = \frac{1 - U(s,b)}{1 + U(s,b)}. \tag{18}$$

Функция $U(s,b)$ является элементом обобщенной матрицы реакции. Она является исходной динамической величиной и считается здесь, как и раньше, для простоты действительной функцией. Выражение (18) является однозначным преобразованием, и поэтому его легко обратить. Различные параметризации, основанные на динамических предположениях, могут быть использованы для получения явного вида функции $U(s,b)$. Для получения качественных оценок достаточно использовать простой вид этой функции

$$U(s,b) = g(s)\, \exp{(-\mu b)}, \tag{19}$$

*Значение $r(s)$ при этой энергии, полученное путем экстраполяции, равно 0,3 фм.

который тем не менее соответствует растущим полным сечениям и позволяет воспроизвести правильные аналитические свойства амплитуды упругого рассеяния по переданному импульсу, где $g(s) \sim s^\lambda$, λ и μ являются некоторыми постоянными величинами. Выражение (19) по форме напоминает выражение, использованное Гейзенбергом в модели для полного сечения неупругих взаимодействий [32]. Однако следует отметить, что модель Гейзенберга имеет отношение к описанию неупругих процессов и динамики насыщения предела черного диска (см., например, [33] и ссылки, приведенные в этой работе). Эта модель не имеет ничего общего с упругим рассеянием и самоподавлением неупругих каналов [34].

В модели для U-матрицы (19) асимптотические зависимости сечений и $r(s)$ имеют вид*

$$\sigma_{\rm tot}(s) \sim \ln^2 s, \quad \sigma_{\rm el}(s) \sim \ln^2 s, \quad \sigma_{\rm inel}(s) \sim \ln s \quad \text{и} \quad r(s) \sim \ln s. \tag{20}$$

Из (16) следует, что для отношения $\sigma_{\rm diff}(s)/\sigma_{\rm inel}(s)$ имеет место неравенство

$$\frac{\sigma_{\rm diff}(s)}{\sigma_{\rm inel}(s)} \leqslant 1 - \frac{2\pi}{\sigma_{\rm inel}(s)} \int\limits_{r(s)}^{\infty} b\,d\,b[1 - S(s,b)]. \tag{21}$$

Из соотношений (17) и (20) следует, что $\sigma_{\rm ndiff}(s) \sim \ln s$ и второй член в (21) стремится к $1/2$ при $s \to \infty$. Таким образом, следует отметить, что в этой модели две составляющие части неупругого сечения $\sigma_{\rm inel}(s)$ имеют похожую асимптотическую зависимость, которая пропорциональна $\ln s$, в то время как значение отношения сечения неупругой дифракции к интегральному сечению упругого рассеяния будет асимптотически убывать, как $1/\ln s$, т. е. предельное поведение отношения

$$\frac{\sigma_{\rm diff}(s)}{\sigma_{\rm el}(s)} \to 0 \tag{22}$$

будет иметь место при $s \to \infty$.

Неравенство (21) может быть упрощено, если заметить, что при больших значениях b

$$1 - S(s,b) \simeq 2h_{\rm inel}(s,b),$$

а $h_{\rm inel}(s,b)$ имеет максимальное значение при $b = r(s)$ и

$$\sigma_{\rm inel} \simeq \frac{8\pi}{\mu^2} \ln g(s)$$

---

*Явные выражения для функций $r(s)$ и $\sigma_{\rm inel}(s)$ имеют вид

$$r(s) = \frac{1}{\mu} \ln g(s) \quad \text{и} \quad \sigma_{\rm inel}(s) = \frac{8\pi}{\mu^2} \ln(1 + g(s)).$$

при $s \to \infty$:

$$\frac{\sigma_{\rm diff}(s)}{\sigma_{\rm inel}(s)} \leqslant 1 - \frac{\mu}{2}\int\limits_{r(s)}^{\infty} db\, h_{\rm inel}(s,b). \qquad (23)$$

Предельное значение интеграла от неупругой функции перекрытия по прицельному параметру b

$$\int\limits_{r(s)}^{\infty} db\, h_{\rm inel}(s,b)$$

в модели равно $1/\mu$, и поэтому ограничение на сечение неупругой дифракции принимает простой вид:

$$\frac{\sigma_{\rm diff}(s)}{\sigma_{\rm inel}(s)} \leqslant \frac{1}{2}. \qquad (24)$$

В заключение этого раздела следует отметить, что предположение о насыщении ограничения (24) означает асимптотическое равенство дифракционной и недифракционной частей неупругого сечения. Такое разбиение неупругого сечения на две равные части по форме похоже на разбиение полного сечения на две асимптотически равные части, соответствующие упругому и неупругому сечениям в случае асимптотического насыщения предела черного диска.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, можно отметить, что отсутствует противоречие между насыщением унитарного предела, которое ведет к соотношению (3), и ограничением на сечение процессов неупругой дифракции в случае доминирования при сверхвысоких энергиях отражательной моды рассеяния, т. е. отражательная мода рассеяния и предел отношения

$$\frac{\sigma_{\rm diff}(s)}{\sigma_{\rm inel}(s)} \to \mathrm{const}$$

при $s \to \infty$ согласуются друг с другом. Независимое от энергии отношение $\sigma_{\rm diff}(s)/\sigma_{\rm inel}(s)$ находится в согласии с общепринятым определением неупругой дифракции как результата померонного (или многопомеронного) обмена и недавно экспериментально обнаруженными на LHC закономерностями. Это позволяет согласовать s- и t-канальные подходы к описанию динамики неупругой дифракции.

В то же время следует отметить, что предположение об асимптотическом насыщении предела черного диска не позволяет согласовать s- и t-канальные подходы к описанию динамики неупругой дифракции. Насыщение предела черного диска обычно обосновывается использованием эйкональных моделей, которые сужают диапазон возможных значений амплитуды, допускаемых условием унитарности. Недавно проведенный анализ экспериментальных данных показал, что упругая амплитуда превышает предел черного диска в области малых значений прицельного параметра при энергиях LHC [7]. Это также говорит о том, что существует противоречие между предположением о насыщении предела черного диска при $s \to \infty$ и поведением сечения неупругой дифракции в диапазоне значений энергии LHC.

Ожидаемые новые результаты измерений на LHC при более высоких значениях энергии определенно внесут большую ясность в понимание асимптотической динамики процессов неупругой дифракции и упругого рассеяния.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kadyshevsky V. G.* Quasipotential Type Equation for the Relativistic Scattering Amplitude // Nucl. Phys. B. 1968. V. 6. P. 125.
2. *Lipari P., Lusignoli M.* Interpretation of the Measurements of Total, Elastic and Diffractive Cross Sections at LHC // Eur. Phys. J. C. 2013. V. 73. P. 2630.
3. *Troshin S. M., Tyurin N. E.* Real Part of Amplitude and Hadron Scattering Cross Section at Superhigh Energies // Phys. Lett. B. 1988. V. 208. P. 517.
4. *Troshin S. M., Tyurin N. E.* Beyond the Black Disk Limit // Phys. Lett. B. 1993. V. 316. P. 175.
5. *Desgrolard P., Jenkovszky L. L., Struminsky B. V.* Unitarity, (Anti)Shadowing, and Black-Disk Limit // Phys. At. Nucl. 2000. V. 63. P. 891.
6. *Troshin S. M., Tyurin N. E.* Reflective Scattering from Unitarity Saturation // Intern. J. Mod. Phys. A. 2007. V. 22. P. 4437.
7. *Alkin A. et al.* Impact-Parameter Analysis of TOTEM Data at the LHC: Black Disk Limit Exceeded // Phys. Rev. D. 2014. V. 89. P. 091501(R).
8. *Troshin S. M., Tyurin N. E.* Is Elastic Scattering at the LHC Absorptive or Geometric? // Phys. Rev. D. 2013. V. 88. P. 077502.
9. *Goldberger M. L., Watson K. M.* Collision Theory. New York; London; Sydney: John Wiley and Sons, Inc., 1964.
10. *Troshin S. M., Tyurin N. E.* On the Geometric Phase and the Scattering at the LHC. arXiv:1305.6153.
11. *Donnachie A., Landshoff P. V.* Total Cross Sections // Phys. Lett. B. 1992. V. 296. P. 227.
12. *Martin A. D.* Lecture Given at “Diffractive and Electromagnetic Processes at High Energies”, Acquafredda, Italy, Sept. 6–10, 2010.

13. *Froissart M.* Asymptotic Behavior and Subtractions in the Mandelstam Representation // Phys. Rev. 1961. V. 123. P. 1053.
14. *Martin A.* Extension of the Axiomatic Analyticity Domain of Scattering Amplitudes by Unitarity // Nuovo Cim. 1966. V. 42. P. 930.
15. *Kupsch J.* Towards the Saturation of the Froissart Bound. arXiv:0801.4871.
16. *Martin A.* Froissart Bound for Inelastic Cross Sections // Phys. Rev. D. 2009. V. 80. P. 065013.
17. *Martin A., Roy S. M.* Froissart Bound on Inelastic Cross Section without Unknown Constants. arXiv:1503.01261. CERN-PH-TH/2015-035.
18. *Martin A., Roy S. M.* Froissart Bound on Total Cross Section without Unknown Constants // Phys. Rev. D. 2014. V. 89. P. 045015.
19. *Singh V., Roy S. M.* Upper Bounds on the Elastic Differential Cross Section // Ann. Phys. 1970. V. 57. P. 461.
20. *Pumplin J.* Eikonal Models for Diffraction Dissociation on Nuclei // Phys. Rev. D. 1973. V. 8. P. 2899.
21. *Miettinen H. I., Pumplin J.* Diffraction Scattering and the Parton Structure of Hadrons // Phys. Rev. D. 1978. V. 18. P. 1696.
22. *Caneschi L. et al.* Unitarity Bounds for Inelastic Diffraction // Phys. Lett. B. 1975. V. 56. P. 359.
23. *Feinberg E. L., Pomeranchuk I. Ia.* High Energy Inelastic Diffraction Phenomena // Suppl. Nuovo Cim. 1956. V. 3. P. 652.
24. *Good M. L., Walker W. D.* Coulomb Dissociation of Beam Particles // Phys. Rev. 1960. V. 120. P. 1855.
25. *Donnachie A., Landshoff P. V.* Central Soft Production of Hadrons in *pp* Collisions // Intern. J. Mod. Phys. A. 2014. V. 29. P. 1446007.
26. *Martin A. D., Khoze V. A., Ryskin M. G.* Lessons from LHC Elastic and Diffractive Data // AIP Conf. Proc. 2015. V. 1654. P. 050002.
27. *Aad G. et al. (ATLAS Collab.).* Measurement of the Inelastic Proton–Proton Cross Section at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS Detector // Nature Commun. 2011. V. 2. P. 463.
28. *Chatrchan S. et al. (CMS Collab.).* Measurement of the Inelastic Proton–Proton Cross Section at $\sqrt{s} = 7$ TeV // Phys. Lett. B. 2013. V. 722. P. 5.
29. *Abelev B. et al. (ALICE Collab.).* Measurement of Inelastic, Single- and Double-Diffraction Cross Sections in Proton–Proton Collisions at the LHC with ALICE // Eur. Phys. J. C. 2013. V. 73. P. 2456.
30. *Predazzi E.* Diffraction: Retrospectives and Perspectives // Proc. of the Intern. Workshop on Diffraction in High-Energy Physics, Cetraro, Italy, Sept. 2–7, 2000 / Eds.: R. Fiore et al.; Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 2001. V. 99A. P. 3.

31. *Giromini P.* Luminosity-Independent Measurement of $\bar{p}p$ Elastic Scattering, Single Diffraction, Dissociation and Total Cross Section at $\sqrt{s} = 546$ and 1800 GeV // Proc. of the V BLOIS Workshop, Elastic and Diffractive Scattering / Eds.: H. M. Fried, K. Kang, C.-I. Tan. Singapore: World Sci., 1994. P. 30.

32. *Heisenberg W.* Meson Production as a Shock Wave Problem // Z. Phys. 1952. V. 133. P. 65.

33. *Dosch H. G., Gauron P., Nicolescu B.* Heisenberg's Universal $\ln^2 s$ Increase of Total Cross Sections // Phys. Rev. D. 2003. V. 67. P. 077501.

34. *Baker M., Blankenbecler R.* Unitarity and High-Energy Inelastic Scattering // Phys. Rev. 1962. V. 128. P. 415.