

К ВОПРОСУ О СВОЙСТВАХ НИЗКОЛЕЖАЩИХ АДРОННЫХ РЕЗОНАНСОВ ЕДИНИЧНОГО СПИНА

*М. В. Чижов**

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна
Софийский университет, София

ВВЕДЕНИЕ	145
РАСШИРЕННАЯ МОДЕЛЬ НАМБУ И ЙОНА-ЛАЗИНИО	148
МЕЗОННЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ	154
МАССОВЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ (АКСИАЛЬНО-) ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ	160
ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МЕЗОНОВ ЕДИНИЧНОГО СПИНА	184
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	189
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	190

*E-mail: mih@phys.uni-sofia.bg

К ВОПРОСУ О СВОЙСТВАХ НИЗКОЛЕЖАЩИХ АДРОННЫХ РЕЗОНАНСОВ ЕДИНИЧНОГО СПИНА

*М. В. Чижов**

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна
Софийский университет, София

Данный обзор посвящен описанию свойств низколежащих адронных резонансов единичного спина. Показано, как можно расширить модель Намбу и Йона-Лазинно новыми тензорными взаимодействиями кирально-инвариантным образом. Получены новые массовые формулы, которые не основываются на группах унитарной симметрии, а включают частицы из различных мультиплетов даже с противоположной четностью. Все они хорошо согласуются с экспериментальными данными. Поняты и объяснены динамические свойства мезонов со спином единица, которые подтверждаются вычислениями, выполненными в рамках правил сумм КХД, и расчетами на решетке.

This review is dedicated to the description of the properties of low-lying spin-1 hadron resonances. It is shown how to extend the Nambu–Jona-Lasinio model with new tensor interactions in chiral invariant way. New mass formulas are obtained that are not based on groups of unitary symmetry, and include particles from different multiplets even with opposite parity. All of them are in good agreement with the experimental data. The dynamic properties of spin-1 mesons are understood and explained. They are confirmed by the QCD sum rules and lattice calculations.

PACS: 12.40.Yx; 14.20.Gk

*Светлой памяти моего учителя
Владимира Георгиевича Кадышевского
посвящается*

ВВЕДЕНИЕ

Исследования, составляющие тему данного обзора, возникли из теоретических поисков и методов построения квантовой теории поля с импульсным пространством постоянной кривизны — заветной мечты Владимира Георгиевича Кадышевского. Прошло уже почти сорок лет с тех пор, как я, будучи студентом третьего курса МГУ, попросился в группу Владимира Георгиевича.

*E-mail: mih@phys.uni-sofia.bg

Чтобы попасть в нее, мне пришлось сдать три экзамена по книге Николая Николаевича Боголюбова и Дмитрия Васильевича Ширкова «Введение в теорию квантованных полей» [1] собранной Владимиром Георгиевичем комиссией. Выдержав это испытание меньше чем за год, я был принят в его группу. Но, как часто бывает в жизни, я не смог вначале насладиться общением с этим удивительным человеком и ученым — он уезжал в командировку в Америку. Перед отъездом он представил мне своего друга Матея Драгомировича Матеева словами: «Что не скажу я, скажет он. Что не сделаю я, сделает он». Таким образом, я приобрел еще одного научного руководителя, с которым связал свою судьбу на всю жизнь.

Мой новый руководитель хотел видеть меня каждый божий день, что было очень необычно, судя по научным контактам моих однокурсников с их руководителями. Однажды он прочитал мне письмо Владимира Георгиевича, а я на следующий день после бессонной ночи высказывал свои суждения и выводы по поставленной там задаче. Тогда он открыл тайну, что прочитал мне только часть письма и что мои выводы почти полностью совпадали с выводами автора письма. Вот так и зародилась наша первая совместная научная публикация [2] при единстве мнений на расстоянии. А метод боголюбовского спонтанного нарушения симметрии, использованный в этой работе, составил основу цикла моих последующих работ и данного обзора.

Как было показано в работе Намбу и Йона-Лазинио [3], эффективное четырехфермионное взаимодействие может не только привести к спонтанному нарушению симметрии, но и породить новые степени свободы — коллективные возбуждения. Это последнее свойство и является краеугольным камнем используемого подхода. Мне предстояло лишь расширить модель Намбу и Йона-Лазинио исходя из принципов полноты и симметрии.

Дело в том, что строительные блоки представлений с произвольным спином, фундаментальные спиноры спина $1/2$, в *релятивистской* теории оказываются двух типов: *правыми* и *левыми*, которые, по сравнению с их *нерелятивистским* квантово-механическим описанием, отличаются новым квантовым числом *киральностью* $\chi = \pm 1/2$ соответственно. Они являются фундаментальными спинорами двух *различных* компактных групп трехмерных вращений $O(3)$, прямое произведение которых изоморфно некомпактной группе Лоренца $O(3, 1)$. Представления этих групп связаны преобразованием пространственной четности \mathcal{P} , что и объясняет названия фундаментальных спиноров.

Вейлевский спинор ψ_α и ему сопряженный $\psi_\alpha^* \equiv \psi_{\dot{\alpha}}$ преобразуются по фундаментальным спинорным представлениям группы Лоренца $(1/2, 0)$ и $(0, 1/2)$ соответственно. Эти спиноры первого ранга описывают частицы со спином $1/2$. Спинорные пунктирные $\dot{\alpha}$ и непунктирные α индексы принимают значения 1 и 2. Вейлевские спиноры с различными типами индексов связаны \mathcal{P} -преобразованием пространственного отражения или \mathcal{C} -преобразованием за-

рядового сопряжения и по отдельности не являются по отношению к ним инвариантными. Дираковские спиноры строятся как прямая сумма вейлевского спинора и ему сопряженного и преобразуются по приводимому представлению $(1/2, 0) \oplus (0, 1/2)$. Поэтому они инвариантны к преобразованию четности.

Спиноры высшего ранга можно построить, используя фундаментальные вейлевские спиноры [4]. Произвольная комбинация вейлевских спиноров является приводимой, так как спинорная алгебра содержит инвариантные антисимметричные спиноры $\epsilon^{\alpha\beta}$ и $\epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}}$ с непунктирными и пунктирными индексами. Неприводимый спинор высшего ранга может быть образован из симметричной комбинации вейлевских спиноров с непунктирными индексами и из симметричной комбинации сопряженных вейлевских спиноров с пунктирными индексами умножением. Всевозможные неприводимые комбинации n -непунктирных и m -пунктирных фундаментальных вейлевских спиноров преобразуются по представлениям группы Лоренца $(n/2, m/2)$ и описывают частицы со спином $j = (n + m)/2$ и киральностью $\chi = (n - m)/2$.

Отсюда ясно, что, имея два типа фундаментальных спиноров со спином $1/2$, можно построить три различных состояния со спином 1, которые будут преобразовываться по неприводимым представлениям группы Лоренца $(1, 0)$, $(1/2, 1/2)$ и $(0, 1)$. Имея один и тот же спин, данные состояния отличаются значением киральности. Факт, что различные неприводимые представления группы Лоренца описывают различные физические частицы, находит свое отражение уже на самом фундаментальном уровне: нарушения пространственной четности в эксперименте. Это следует из того, что левые и правые состояния обладают различными свойствами: как, например, левое нейтрино участвует в слабых взаимодействиях, а правое нейтрино инертно ко всем взаимодействиям Стандартной модели.

Ввиду того, что частицы со спином единица можно описывать или симметричным спинором второго ранга $\psi_{\alpha\beta}$ и ему сопряженным $\psi_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}$, или смешанным спинором $\psi_{\beta}^{\dot{\alpha}}$, можно говорить о различных типах частиц со спином единица. Эти спиноры преобразуются по неприводимым представлениям группы Лоренца $(1, 0)$ и $(0, 1)$ или $(1/2, 1/2)$ соответственно. Чтобы перейти от спинорных индексов к лоренцевым, можно использовать матрицы Паули $(\sigma_{\mu})_{\alpha\dot{\beta}}$ и $(\hat{\sigma}_{\mu})^{\dot{\alpha}\beta} = (C^{-1}\sigma_{\mu}^T C)^{\dot{\alpha}\beta}$ и разложение их произведения на симметричную и антисимметричную части

$$\begin{aligned} (\sigma^{\mu}\hat{\sigma}^{\nu}C)_{\alpha\beta} &= g^{\mu\nu}C_{\alpha\beta} - \frac{i}{2}\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho}(\sigma_{\lambda}\hat{\sigma}_{\rho}C)_{\alpha\beta}, \\ (C\hat{\sigma}^{\mu}\sigma^{\nu})_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} &= g^{\mu\nu}C_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} + \frac{i}{2}\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho}(C\hat{\sigma}_{\lambda}\sigma_{\rho})_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}, \end{aligned} \tag{1}$$

где $C_{\alpha\beta} \equiv \epsilon_{\alpha\beta}$ — матрица зарядового сопряжения; $\epsilon^{\mu\nu\lambda\rho}$ — полностью антисимметричный тензор, причем $\epsilon^{0123} = +1$. Известно, что смешанный спинор

$\psi_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}$ соответствует 4-вектору $V_{\mu} = \epsilon^{\beta\alpha}(\sigma_{\mu})_{\alpha\dot{\alpha}}\psi_{\dot{\beta}}$. Из (1) также видно, что трем комплексным компонентам симметричного спинора $\psi_{\alpha\beta}$ можно поставить в соответствие три комплексные компоненты антисимметричного самоантidualного тензора $T_{\mu\nu}^{-} = (T_{\mu\nu} - \tilde{T}_{\mu\nu})/\sqrt{2}$ [5]:

$$\begin{aligned}\psi_{11} &= (iT_{02}^{-} - T_{01}^{-})/\sqrt{2}, \\ \psi_{22} &= (iT_{02}^{-} + T_{01}^{-})/\sqrt{2}, \\ \psi_{12} &= \psi_{21} = T_{03}^{-}/\sqrt{2},\end{aligned}\tag{2}$$

где $\tilde{T}_{\mu\nu} = i/2 \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} T^{\lambda\rho}$ — тензор, дуальный действительному антисимметричному тензору $T^{\lambda\rho}$. Комплексно-сопряженные компоненты симметричного спинора $\psi_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}$ соответствуют компонентам антисимметричного самодуального тензора $T_{\mu\nu}^{+} = (T_{\mu\nu} + \tilde{T}_{\mu\nu})/\sqrt{2} = (T_{\mu\nu}^{-})^{*}$.

Чтобы продемонстрировать, что такие представления описывают реально существующие в природе частицы, рассмотрим низколежащие адронные резонансы единичного спина. Действительно, большое разнообразие спиновых состояний с различными квантовыми числами и богатым спектром масс является отличной системой для приложения и проверки идеи о существовании в природе новых киральных частиц со спином 1. Исследуя резонансы со спином единица, можно показать, что для их полного описания, кроме векторных и аксиально-векторных частиц, преобразующихся по представлению $(1/2, 1/2)$, необходимо введение киральных частиц, преобразующихся по представлениям $(1, 0)$ и $(0, 1)$.

Несмотря на то, что адроны являются составными частицами, аппарат их релятивистского описания в рамках квантовой теории поля был предложен много лет тому назад Намбу и Йона-Лазинию [3, 6] по аналогии с боголюбовским механизмом нарушения симметрии и методом квазичастиц [7], развитыми ранее для теории сверхтекучести [8] и сверхпроводимости [9]. Этот подход оказался очень плодотворным для описания низколежащих адронных состояний и нарушения киральной симметрии в адронной физике [10]. Введение нового типа квазичастиц, преобразующихся по неприводимым киральным представлениям $(0, 1)$ и $(1, 0)$, позволяет по-новому взглянуть на классификацию адронных состояний и предсказать ряд новых свойств для мезонных возбуждений со спином 1.

1. РАСШИРЕННАЯ МОДЕЛЬ НАМБУ И ЙОНА-ЛАЗИНИО

Микроскопической теорией сильных взаимодействий является квантовая хромодинамика [11], описывающая взаимодействия кварков посредством обмена векторными калибровочными частицами — глюонами. Данная теория обладает свойством асимптотической свободы [12], и, как ее следствие,

взаимодействия кварков при высоких энергиях ослабевают и теория возмущений по малой константе взаимодействия становится применимой. Однако при низких энергиях константа связи становится неприемлемо большой и теория возмущений не может дать количественного описания свойств связанных адронных состояний — резонансов. Поэтому для их описания приходится использовать различные феноменологические модели, которые в той или иной мере включают основные свойства квантовой хромодинамики, такие как киральная симметрия и ее нарушение, связанное с приобретением ненулевых вакуумных средних для различных комбинаций кварковых и глюонных полей.

Одной из таких моделей является модель Намбу и Йона-Лазинио, которая успешно используется для исследования адронной физики и механизма спонтанного нарушения киральной симметрии. Она была предложена 55 лет назад, но до сих пор сохраняет свою актуальность и привлекает большой интерес. Главным свойством модели Намбу и Йона-Лазинио является то, что она основана на киральной симметрии и объясняет ее нарушение в физике частиц по аналогии со сверхпроводимостью. Так же как элементарные возбуждения в сверхпроводнике могут быть описаны когерентной смесью электронов и дырок, объяснение спектра мезонных состояний может быть выполнено в рамках кварковых степеней свободы. Однако ввиду того, что данное описание основано на свободных кварках, оно ведет к основному недостатку этой модели — отсутствию конфайнмента. Поэтому ненаблюдаемость кварковых степеней свободы является внешним постулатом и не может получить своего объяснения в рамках данной модели. Математически избавление от кварковых степеней свободы происходит посредством интегрирования по ним.

Другим важным свойством модели Намбу и Йона-Лазинио является то, что она основана на релятивистской инвариантности и органически включает группу Лоренца как группу симметрии адронных возбуждений. Возбуждения со спином единица возникают из билинейных комбинаций спинорных полей со спином $1/2$ [13, 14]. Кроме этих векторных и аксиально-векторных возбуждений возникают псевдоскалярные и скалярные возбуждения, где последние необходимы для нарушения киральной симметрии. Так как пространственная четность в сильных взаимодействиях сохраняется, то в качестве спинорных полей можно выбрать дираковские спиноры Ψ , которые описывают кварковые состояния. Сохранение зарядовой четности в сильных взаимодействиях отбирает из всевозможных билинейных комбинаций только кварк-антикварковые каналы возбуждений $\bar{\Psi}O\Psi$, где O — всевозможные комбинации гамма-матриц Дирака.

Для прозрачности дальнейшего изложения рассмотрим лишь простой случай с кварками одного типа. Обобщение на случай с несколькими типами кварков тривиально и кратко рассмотрено в следующих разделах обзора. Правда, в многокварковом случае возникает дополнительная проблема, связанная с нарушением $U(1)_A$ симметрии, которая известна и решается с по-

мощью введения детерминанта 'т Хофта [15]. Кроме всего прочего, рассмотрение случая с кварками одного типа имеет и практическое применение для состояний единичного спина со скрытой странностью, а также дает ответ на вопрос, почему новые возбуждения со спином единица, которым посвящен данный обзор, были пропущены ранее.

Как было уже отмечено, одной из самых важных симметрий реального мира и квантовой хромодинамики, на которой и строится модель Намбу и Йона-Лазинио, является киральная симметрия. Поэтому, следуя классической работе [3], потребуем, чтобы исходное фермионное взаимодействие было инвариантно относительно γ^5 - и обычных глобальных фазовых преобразований

$$\Psi \rightarrow \exp[i\alpha\gamma^5]\Psi, \quad \bar{\Psi} \rightarrow \bar{\Psi} \exp[i\alpha\gamma^5], \quad (3)$$

$$\Psi \rightarrow \exp[i\beta]\Psi, \quad \bar{\Psi} \rightarrow \bar{\Psi} \exp[-i\beta] \quad (4)$$

с постоянными параметрами α и β . Мы ограничимся рассмотрением только кварк-антикварковых связанных состояний как реальных частиц. Такие состояния явно инвариантны относительно преобразований (4).

Так как дираковский спинор имеет четыре компоненты, то можно построить 16 независимых билинейных комбинаций в кварк-антикварковом канале: $\bar{\Psi}\Psi$, $\bar{\Psi}\gamma^5\Psi$, $\bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi$, $\bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma^5\Psi$ и $\bar{\Psi}\sigma_{\mu\nu}\Psi$. Относительно группы Лоренца они преобразуются как скаляр, псевдоскаляр, вектор, аксиальный вектор и антисимметричный тензор второго ранга соответственно. Чтобы выявить киральные свойства этих билинейных комбинаций, удобно определить киральные токи: $\mathcal{V}_\mu \pm \mathcal{A}_\mu = \bar{\Psi}\gamma_\mu(1 \pm \gamma^5)\Psi$, $S^\pm = \bar{\Psi}(1 \pm \gamma^5)\Psi$ и $\mathcal{T}_{\mu\nu}^\pm = \bar{\Psi}\sigma_{\mu\nu}(1 \pm \gamma^5)\Psi$. Векторный \mathcal{V}_μ и аксиально-векторный \mathcal{A}_μ токи, очевидно, удовлетворяют киральной инвариантности. В то время как два последних тока преобразуются относительно преобразований (3) следующим образом:

$$S^\pm \rightarrow \exp[\pm 2i\alpha]S^\pm, \quad \mathcal{T}_{\mu\nu}^\pm \rightarrow \exp[\pm 2i\alpha]\mathcal{T}_{\mu\nu}^\pm. \quad (5)$$

Теперь легко построить кирально-инвариантный лагранжиан, выбирая скалярные S^\pm и тензорные $\mathcal{T}_{\mu\nu}^\pm$ взаимодействия типа «ток \times ток» с противоположными киральностями и различные \mathcal{V}_μ и \mathcal{A}_μ взаимодействия. Первое является исходным взаимодействием Намбу и Йона-Лазинио из их оригинальной работы [3]. Последние два используются в расширенных моделях Намбу и Йона-Лазинио для достижения достаточных сил притяжения в аксиально-векторном канале [16]. А что можно сказать о локальном тензорном взаимодействии? Легко видеть, что его лоренц-инвариантный вид

$$\mathcal{T}_{\mu\nu}^+ \mathcal{T}_{\mu\nu}^- \equiv 0 \quad (6)$$

тождественно равен нулю, потому что $\mathcal{T}_{\mu\nu}^+$ и $\mathcal{T}_{\mu\nu}^-$ преобразуются по различным неприводимым представлениям группы Лоренца, а именно (1, 0) и (0, 1). По

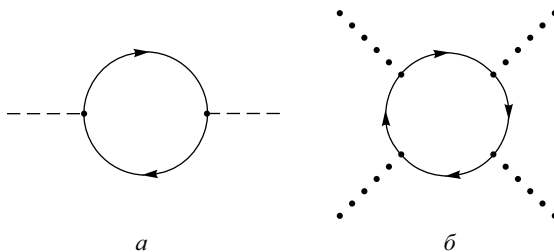


Рис. 1. Квантовые поправки в собственно энергетическую часть (а) и самодействие коллективных мод (б)

нашему мнению, то, что нельзя так просто построить лоренц-инвариантный лагранжиан с тензорными токами, и явилось главной причиной того, что эти степени свободы были пропущены. Чтобы включить эти токи в модель Намбу и Йона-Лазинию, мы проведем динамический анализ ассоциированных с ними мод. В принципе, все коллективные моды становятся динамическими в результате собственно энергетических квантовых поправок из фермионных петель (рис. 1, а).

Рассмотрим собственно энергетические квантовые поправки к тензорному полю $T_{\mu\nu}^{\pm}$, используя следующий лагранжиан с юкавским локальным взаимодействием:

$$\mathcal{L} = i\bar{\Psi}\not{\partial}\Psi + \frac{t}{4\sqrt{2}}\bar{\Psi}\sigma^{\mu\nu}(1 + \gamma^5)\Psi T_{\mu\nu}^+ + \frac{t}{4\sqrt{2}}\bar{\Psi}\sigma^{\mu\nu}(1 - \gamma^5)\Psi T_{\mu\nu}^- \quad (7)$$

Расходящаяся часть этого вклада

$$\mathcal{P}_{\mu\nu\alpha\beta}^{+-}(q) = i\frac{t^2 N_C}{32} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\sigma_{\mu\nu}(1 + \gamma^5)(\not{q} - \not{p})^{-1}\sigma_{\alpha\beta}(1 - \gamma^5)\not{p}^{-1}] \stackrel{1/\varepsilon}{=} \frac{1/\varepsilon}{24\pi\varepsilon} \frac{t^2}{4\pi} \Pi_{\mu\nu\alpha\beta}^{+-}(q) q^2 \quad (8)$$

определяет лоренц-структуру кинетического члена свободного лагранжиана для тензорных полей

$$\mathcal{L}_0^T = \frac{q^2}{4} T_{\mu\nu}^+(q)\Pi_{\mu\nu\alpha\beta}^{+-}(q)T_{\alpha\beta}^-(q), \quad (9)$$

где оператор

$$\Pi_{\mu\nu\alpha\beta}^{+-}(q) = \mathbb{1}_{\mu\nu\lambda\sigma}^+ \Pi_{\lambda\sigma\alpha\beta}(q) = \Pi_{\mu\nu\lambda\sigma}(q) \mathbb{1}_{\lambda\sigma\alpha\beta}^- \quad (10)$$

выражается через проекторы

$$\mathbb{1}_{\mu\nu\alpha\beta}^{\pm} = \frac{1}{2} (\mathbb{1}_{\mu\nu\alpha\beta} \pm \frac{i}{2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}) \quad (11)$$

и

$$\mathbb{1}_{\mu\nu\alpha\beta} = \frac{1}{2} (g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} - g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}), \tag{12}$$

$$\Pi_{\mu\nu\alpha\beta}(q) = \mathbb{1}_{\mu\nu\alpha\beta} - \frac{q_\mu q_\alpha g_{\nu\beta} - q_\mu q_\beta g_{\nu\alpha} - q_\nu q_\alpha g_{\mu\beta} + q_\nu q_\beta g_{\mu\alpha}}{q^2}.$$

Кварковые петли также генерируют различные самодействия и взаимодействия между мезонными возбуждениями. Например, в результате генерации самодействия четвертого порядка для скалярных мезонов (рис. 1, б) спонтанное нарушение киральной симметрии происходит подобно механизму Хиггса, но в данном случае происходит динамическим образом. Константа связи самодействия Хиггса уже не является произвольной, как в Стандартной модели, а вычисляется из квантовых поправок. В результате спонтанного нарушения симметрии скалярное поле приобретает ненулевое вакуумное среднее. Поэтому его взаимодействие с другими мезонными возбуждениями приводит к появлению дополнительных массовых вкладов у последних (рис. 2, а) и смешиванию между ними (рис. 2, б).

Динамическая генерация взаимодействий и приобретение массы тензорным полем не разрушают киральную структуру лагранжиана для безмассового тензорного поля (9), и полный лагранжиан взаимодействия со спинорным полем выглядит следующим образом:

$$\mathcal{L} = i\bar{\Psi}\not{\partial}\Psi + \frac{t}{4\sqrt{2}} [\bar{\Psi}\sigma^{\mu\nu}(1 + \gamma^5)\Psi T_{\mu\nu}^+ + \bar{\Psi}\sigma^{\mu\nu}(1 - \gamma^5)\Psi T_{\mu\nu}^-] + \frac{q^2 - M_T^2}{4} T_{\mu\nu}^+ \Pi_{\mu\nu\alpha\beta}^+(q) T_{\alpha\beta}^-. \tag{13}$$

Фактически это является исходным лагранжианом для анализа кварковых возбуждений в тензорном канале $\bar{\Psi}\sigma_{\mu\nu}\Psi$. Чтобы найти эффективное тензорное четырехкварковое взаимодействие, которое расширяет модель Намбу и Йона-Лазинио и приводит к данному лагранжиану, необходимо сделать шаг назад,

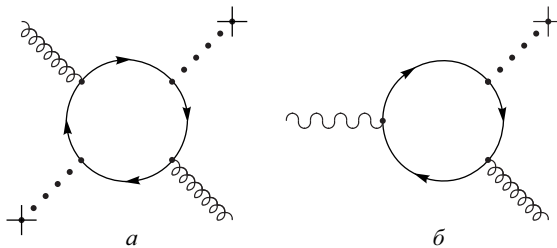


Рис. 2. Вклады в массовый член (а) и смешивание между мезонами (б)

применив хорошо известное функциональное соотношение бозонизации

$$\exp \left[-\frac{i}{2} J \mathcal{K}^{-1} J \right] = \int [d\varphi] \exp \left[i J \varphi + \frac{i}{2} \varphi \mathcal{K} \varphi \right]. \quad (14)$$

Из предыдущего рассмотрения мы установили, что кинетический член лагранжиана мезонных возбуждений (13), связанный с появлением динамического вклада с множителем q^2 , возникает в результате радиационных квантовых поправок (8) к собственно энергетической части мезонных возбуждений. Поэтому соотношение (14) применяется только к массовому члену тензорного поля и его юкавскому взаимодействию со спинорным тензорным током. Используя свойство

$$\Pi_{\mu\nu\lambda\sigma}(q) \Pi_{\lambda\sigma\alpha\beta}(q) = \mathbb{1}_{\mu\nu\alpha\beta}, \quad (15)$$

можно получить нетривиальное киральное тензорное взаимодействие в модели Намбу и Йона-Лазинио

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff}}^T &= -\frac{G_T}{2} \bar{\Psi} \sigma_{\mu\lambda} (1 + \gamma^5) \Psi \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \bar{\Psi} \sigma_{\nu\lambda} (1 - \gamma^5) \Psi = \\ &= -\frac{G_T}{2} [\bar{\Psi} \sigma_{\mu\lambda} \Psi \cdot \bar{\Psi} \sigma_{\nu\lambda} \Psi - \bar{\Psi} \sigma_{\mu\lambda} \gamma^5 \Psi \cdot \bar{\Psi} \sigma_{\nu\lambda} \gamma^5 \Psi] \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Константа взаимодействия $G_T = t^2/M_T^2 > 0$ является положительной, так что между кварками и антикварками действуют силы взаимного притяжения.

Нетривиальность эффективного взаимодействия (16) заключается в его специфической нелокальной структуре, и, видимо, поэтому оно было упущено в оригинальной работе Намбу и Йона-Лазинио [3]. Здесь следует отметить, что кирально-инвариантное тензорное взаимодействие с одним типом кварков может быть записано только в таком виде. Этот вид диктуется динамикой обмена новым типом тензорных возбуждений. По своей структуре это взаимодействие близко к оригинальному векторному взаимодействию Ферми [17], которое является эффективным взаимодействием в области низких энергий при обмене массивными переносчиками. Однако наличие нелокального полюса q^2 затрудняет его интерпретацию для передач с $q^2 = 0$. Вопрос о его низкоэнергетическом поведении в этом пределе выходит за рамки данного обзора, так как связан с асимптотически свободным поведением констант связи в случае взаимодействия с тензорным полем [18, 19]. Здесь мы ограничимся лишь кратким обсуждением этого вопроса.

Данная ситуация напоминает проблему конфайнмента в квантовой хромодинамике. Как хорошо известно, эта проблема связана с непертурбативным режимом и на сегодняшний день не имеет однозначного решения. Один из подходов к интерпретации конфайнмента [20] связан с исчезновением полюса $q^2 = 0$, например, в пропагаторе безмассового скалярного поля в присутствии нетривиального однородного (анти)самодуального калибровочного

поля. В этом случае пропагатор скалярного поля в эвклидовом импульсном пространстве приобретает вид (формула (16) из работы [20])

$$D(q^2) = \frac{1 - \exp(-q^2/\Lambda^2)}{q^2} \quad (17)$$

и является аналитической функцией q^2 . Параметр Λ связан с силой однородного фонового поля и непертурбативными свойствами физического вакуума системы. Аналогичное ненулевое вакуумное среднее может возникать и для антисимметричного тензорного поля. Так как в дальнейшем мы не будем применять взаимодействие (16) для нулевых передач импульса, вопрос о нефизическом полюсе $q^2 = 0$ может быть отложен до его окончательного решения, и мы не будем использовать какую-либо конкретную форму модификации данного взаимодействия.

Итак, полный кирально-инвариантный лагранжиан расширенной модели Намбу и Йона-Лазинию имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\Psi} \not{h} \Psi + \frac{G_0}{2} \bar{\Psi} (1 + \gamma^5) \Psi \bar{\Psi} (1 - \gamma^5) \Psi - \frac{G_V}{2} (\bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi)^2 - \\ & - \frac{G_A}{2} (\bar{\Psi} \gamma_\mu \gamma^5 \Psi)^2 - \frac{G_T}{2} \bar{\Psi} \sigma_{\mu\lambda} (1 + \gamma^5) \Psi \frac{q^\mu q_\nu}{q^2} \bar{\Psi} \sigma^{\nu\lambda} (1 - \gamma^5) \Psi, \quad (18) \end{aligned}$$

где, помимо оригинального (псевдо)скалярного взаимодействия, были добавлены векторное, аксиально-векторное и новое тензорное взаимодействия. Поэтому мы имеем здесь четыре, в общем случае, различных *положительных* параметра G_0 , G_V , G_A и G_T с размерностью [масса]⁻² для каждого кирально-инвариантного четырехфермионного взаимодействия.

2. МЕЗОННЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Для того, чтобы провести анализ мезонных возбуждений данной модели, необходимо выполнить бозонизацию нелинейных четырехфермионных взаимодействий типа «ток × ток», используя соотношение (14). Полученный таким образом лагранжиан

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\Psi} \not{h} \Psi + g_\sigma \bar{\Psi} \Psi \sigma - \frac{g_\sigma^2}{2G_0} \sigma^2 + i g_\pi \bar{\Psi} \gamma^5 \Psi \pi - \frac{g_\pi^2}{2G_0} \pi^2 + \\ & + g_V \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi V_\mu + \frac{g_V^2}{2G_V} V_\mu^2 + g_A \bar{\Psi} \gamma_\mu \gamma^5 \Psi A_\mu + \frac{g_A^2}{2G_A} A_\mu^2 - \\ & - i g_R \bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \Psi \frac{q_\mu}{|q|} R_\nu + \frac{g_R^2}{2G_T} R_\mu^2 + g_B \bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \Psi \frac{q_\mu}{|q|} B_\nu + \frac{g_B^2}{2G_T} B_\mu^2 \quad (19) \end{aligned}$$

содержит вспомогательные (без кинетических членов) бозонные поля, которые позднее в результате квантования и перенормировки приобретут кинетические члены и будут играть роль коллективных динамических мезонных состояний. Здесь g_a ($a = \sigma, \pi, V, A, R, B$) — безразмерные константы связи. С точки зрения классической динамики, используя уравнения движения

$$\begin{aligned}
 \sigma &= \frac{G_0}{g_\sigma} \bar{\Psi}\Psi, \\
 \pi &= i \frac{G_0}{g_\pi} \bar{\Psi}\gamma^5\Psi, \\
 V_\mu &= -\frac{G_V}{g_V} \bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi, \\
 A_\mu &= -\frac{G_A}{g_A} \bar{\Psi}\gamma_\mu\gamma^5\Psi, \\
 R_\mu &= -i \frac{G_T}{g_R} \bar{\Psi}\sigma_{\mu\nu}\Psi \frac{q^\nu}{|q|}, \\
 B_\mu &= \frac{G_T}{g_B} \bar{\Psi}\sigma_{\mu\nu}\gamma^5\Psi \frac{q^\nu}{|q|},
 \end{aligned} \tag{20}$$

можно показать, что лагранжианы (18) и (19) эквивалентны. Однако квантование лагранжиана (18) методом теории возмущений по константам связи G ведет к неперенормируемой теории из-за размерности этих констант связи. Поэтому квантование лагранжиана (19) с безразмерными константами связи g является более адекватной процедурой с точки зрения метода теории возмущений и приводит к перенормируемой теории [21].

Уже на этом этапе бозонизации мы можем продемонстрировать новизну расширения модели Намбу и Йона-Лазинио новым четырехфермионным тензорным взаимодействием (16). Или, другими словами, показать, что мы упускаем, не рассматривая данное взаимодействие. Обратимся к определению квантовых чисел введенных бозонных полевых переменных. Так как последние взаимодействуют с билинейными комбинациями спинорных полей $\bar{\Psi}\mathcal{O}\Psi$, где \mathcal{O} — всевозможные произведения γ -матриц, и полный лагранжиан сильных взаимодействий инвариантен по отношению к дискретным преобразованиям пространственной инверсии \mathcal{P} и зарядовому сопряжению \mathcal{C} по отдельности, то квантовые числа бозонных полей полностью определяются квантовыми числами соответствующих кварк-антикварковых билинейных комбинаций. Это также следует из классических уравнений движения (20).

Например, скалярная $\bar{\Psi}\Psi$ и псевдоскалярная $\bar{\Psi}\gamma^5\Psi$ комбинации определяют квантовые числа скалярного σ и псевдоскалярного π мезонов соответственно как 0^{++} и 0^{-+} . Здесь мы используем хорошо известные обозначения для классификации нейтральных адронных мезонных резонансов по кванто-

вым числом J^{PC} , где J — собственное значение полного момента количества движения $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ кварк-антикварковой системы, а P и C — ее пространственная и зарядовая четности соответственно. Последние определяются собственными значениями орбитального L и спинового S момента количества движения кварк-антикварковой системы как $P = (-1)^{L+1}$ и $C = (-1)^{L+S}$. Поэтому скалярный и псевдоскалярный мезоны можно также классифицировать по квантовым числам $^{2S+1}L_J$, принятым в атомной спектроскопии, как состояния 3P_0 и 1S_0 соответственно*.

Чтобы провести идентификацию полученных квантовых чисел с экспериментально наблюдаемыми квантовыми числами мезонных состояний, необходимо рассмотреть реалистический случай с числом кварковых ароматов, большим единицы. При этом фундаментальный спинор Ψ помимо индекса цвета $c = 1, \dots, N_C$ будет иметь индекс аромата $f = 1, \dots, N_F$. Таким образом, спинор Ψ будет преобразовываться по фундаментальным представлениям группы цвета $SU(N_C)$ и группы ароматов $SU(N_F)$. Группа цвета $SU(N_C)$ с $N_C = 3$ является группой локальной симметрии сильных взаимодействий квантовой хромодинамики (КХД) и реализуется посредством взаимодействия кварков с калибровочными полями — глюонами. Поскольку в результате конфайнмента цветных состояний в КХД наблюдаемые адронные состояния являются бесцветными, индекс цвета в билинейных комбинациях $\bar{\Psi}^c \mathcal{O} \Psi_c$ оказывается свернутым, и мы будем всегда его опускать. Единственное место, где параметр цвета будет проявляться, так это при интегрировании по петлям фундаментальных спиноров, как, например, при вычислении собственно энергетической квантовой поправки (8) к тензорному полю.

Группа ароматов $SU(N_F)$ является группой глобальной симметрии КХД в случае одинаковых масс кварков с различными ароматами. Поэтому ясно, что в отличие от группы цвета группа ароматов является приближенной симметрией. Первым и довольно неплохим приближением к реальному случаю адронных резонансов является группа изотопической симметрии $SU(2)_F$ [22]. Более того, так как два кварка u и d , образующие фундаментальный спинор

$$\Psi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad (21)$$

являются практически безмассовыми по сравнению с массами адронов, можно допустить, что группа симметрии КХД является более широкой, а именно $SU(2)_V \times SU(2)_A$. Фактически инвариантность по отношению к обычным фазовым (4) и киральным (3) преобразованиям является основным пунктом

*Здесь не следует путать обозначения S и P , которые являются обозначением состояний с орбитальным моментом $L = 0$ и $L = 1$ соответственно, с собственными значениями спинового момента S и пространственной четности P .

при построении лагранжиана Намбу и Йона-Лазинио (18) с одним ароматом, который инвариантен по отношению к преобразованиям киральной группы $U(1)_V \times U(1)_A$. Спонтанное нарушение киральной симметрии приводит к снятию вырождения между массами противоположных по четности мультиплетов бозонных резонансов. В соответствии с теоремой Голдстоуна [23] представители псевдоскалярного мультиплетта с квантовыми числами 0^{-+} оказываются безмассовыми, а скалярного, с квантовыми числами 0^{++} , — массивными.

Поэтому, исходя из вышеизложенного, в кварк-антикварковом канале

$$2 \times \bar{2} = 3 + 1 \quad (22)$$

следует ожидать существования триплетта почти безмассовых мезонов с квантовыми числами $1^-(0^-)$ и триплетта массивных скалярных мезонов с квантовыми числами $1^-(0^+)$. Здесь мы пользуемся новым обозначением $I^G(J^P)$ для описания квантовых чисел изотопического мультиплетта, где I — собственное значение изотопического спина, а G — собственное значение оператора \mathcal{G} -четности, который представляет собой произведение зарядового сопряжения C и поворота на 180° вокруг второй оси y в изотопическом пространстве. Введение оператора \mathcal{G} -четности необходимо, так как электрически заряженные компоненты мультиплетта не являются собственными состояниями оператора зарядового сопряжения C . \mathcal{G} -четность изотопического мультиплетта проще всего определить по формуле $G = C(-1)^I$, где C — зарядовая четность истинно нейтральной компоненты мультиплетта.

Как можно убедиться из таблиц мезонов [24], триплет пионов (π^+ , π^0 , π^-) с массами* $m_{\pi^\pm} \approx 139,6$ МэВ, $m_{\pi^0} \approx 135,0$ МэВ и с квантовыми числами $1^-(0^-)$, а также триплет $a_0(980)$ мезонов (a_0^+ , a_0^0 , a_0^-) с массами $m_{a_0} \approx 980$ МэВ и с квантовыми числами $1^-(0^+)$ действительно существуют. Небольшое отличное от нуля значение масс π -мезонов дается хорошо известным соотношением Гелл-Манна–Оакса–Реннера [25]

$$m_\pi^2 = -\frac{\langle \bar{u}u + \bar{d}d \rangle}{F_\pi^2} (m_u + m_d) \quad (23)$$

и обязано малым, но ненулевым токовым массам кварков**

$$(m_u + m_d) \approx 10 \text{ МэВ}. \quad (24)$$

*Разница в массах заряженных и нейтральных пионов обусловлена разницей в массах u - и d -кварка и электромагнитным взаимодействием.

**Так как массы кварков зависят от шкалы их определения, здесь мы приводим их значения при 1 ГэВ .

Токовые массы кварков, которые используются в лагранжиане теории возмущений КХД на малых расстояниях, следует отличать от конститuentных масс кварков, которые возникают в результате спонтанного нарушения киральной симметрии на больших расстояниях за счет непертурбативных эффектов и составляют основную часть массы нуклона. Спонтанное нарушение киральной симметрии также приводит к ненулевым вакуумным ожиданиям

$$\langle \bar{u}u \rangle = \langle \bar{d}d \rangle \approx -(250 \text{ МэВ})^3 \quad (25)$$

и константе распада пиона

$$F_\pi \approx 130,7 \text{ МэВ}. \quad (26)$$

Интерпретация синглета в (22) с $I = 0$ требует дополнительных пояснений. Синглетное состояние $\mathbf{1}$ на классическом уровне инвариантно по отношению к фазовым преобразованиям группы $U(1)$. Однако из-за наличия аномалий [26] группа киральных преобразований $U(1)_A$ уже не является группой симметрии на квантовом уровне. Поэтому мы не можем ожидать существования безмассовой или легкой частицы с такими квантовыми числами. Еще одной причиной, по которой интерпретация изоскалярных состояний затруднена, является существование довольно легкого третьего странного кварка s с массой $m_s \approx 130 \text{ МэВ}$. Состояния $\bar{s}Os$ имеют такие же квантовые числа, как и синглетные состояния $(\bar{u}Ou + \bar{d}Od)/\sqrt{2}$. Поэтому наблюдаемые физические мезонные состояния могут быть смесью последних. Именно такая ситуация реализуется для псевдоскалярных изосинглетов. На основе классификации по группе ароматов $SU(3)_F$ физические состояния η -мезона с массой $m_\eta \approx 547,8 \text{ МэВ}$ и η' -мезона с массой $m_{\eta'} \approx 957,8 \text{ МэВ}$ могут быть представлены почти как чистые октетное

$$\eta \approx \eta_8 = \frac{i}{\sqrt{6}}(\bar{u}\gamma^5 u + \bar{d}\gamma^5 d - 2\bar{s}\gamma^5 s) \quad (27)$$

и синглетное

$$\eta' \approx \eta_0 = \frac{i}{\sqrt{3}}(\bar{u}\gamma^5 u + \bar{d}\gamma^5 d + \bar{s}\gamma^5 s) \quad (28)$$

состояния.

До сих пор мы обсуждали хорошо изученный сектор скалярных и псевдоскалярных мезонных резонансов. Обратимся теперь к мезонным состояниям со спином единица $J = 1$, где следует ожидать значительного изменения существующих взглядов благодаря включению новых бозонных степеней свободы R_μ - и B_μ -мезонов, помимо хорошо известных V_μ и A_μ . Квантовые числа последних, 1^{--} для векторных мезонов V_μ и 1^{++} для аксиально-векторных мезонов A_μ , соответствуют, например, хорошо известным резонансам ρ и a_1 соответственно. Следует сказать, что эти резонансы являются доминирующими в τ -распаде, определяя $V - A$ структуру слабых взаимодействий адронных токов. Спектральные функции именно этих токов с квантовыми числами ρ - и a_1 -мезонов легли в основу правил сумм Вайнберга [27].

Кроме того, гипотеза сохранения векторного тока (CVC) [28, 29] позволяет связать векторный канал τ -распада с электромагнитным процессом e^+e^- -аннигиляции.

Давайте определим квантовые числа нововведенных R_μ - и B_μ -мезонов, которые определяются связанными с ними тензорными токами*

$$\mathcal{R}_\mu = \hat{\partial}^\nu (\bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \Psi), \quad \mathcal{B}_\mu = i \hat{\partial}^\nu (\bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \gamma^5 \Psi), \quad (29)$$

где $\hat{\partial}_\mu = \partial_\mu / \sqrt{-\partial^2}$. Начнем с обсуждения квантовых чисел аксиально-векторного мезона B_μ . Мы получаем, что квантовые числа B_μ -мезона 1^{+-} являются новыми квантовыми числами, отличными от квантовых чисел ρ - и a_1 -мезонов, и должны быть идентифицированы с другими существующими мезонными резонансами со спином единица. Действительно, из таблиц мезонов [24] мы находим такой изовекторный триплет b_1 -мезонов, нейтральная компонента которого обладает искомыми квантовыми числами. Нейтральные изосинглетные состояния $h_1(1170)$ и $h_1(1380)$ с квантовыми числами 1^{+-} , составленные из легких u -, d -кварков и странного s -кварка, тоже существуют. Если интерпретация изосинглетных состояний, как и в случае (псевдо)скалярных мезонов, может быть в какой-то мере затруднена из-за смешивания кварков u , d и s , то заряженные компоненты изотриплета b_1 являются чистыми состояниями, состоящими только из легких кварков u и d .

Обратимся теперь к обсуждению квантовых чисел векторного мезона R_μ . Его квантовые числа 1^{--} определяются тензорным током \mathcal{R}_μ и совпадают с квантовыми числами ρ -мезона. Это означает, что физические состояния ρ -мезона могут быть смешанными состояниями векторных V_μ - и R_μ -мезонов из-за их одинаковых квантовых чисел. Подробно вопрос смешивания в модели Намбу и Йона-Лазинию мы рассмотрим в следующем разделе. Здесь мы обсудим лишь некоторые следствия такого смешивания. Дело в том, что в результате смешивания двух мезонов возникают два ортогональных состояния, которые надлежит отождествить с существующими физическими состояниями ρ - и ρ' -мезонов. Поэтому существование резонанса ρ' и его свойства оказываются связанными с низколежащим резонансным состоянием ρ . Например, физические состояния векторных мезонов ρ и ρ' могут иметь как минимальные векторные, так и аномальные тензорные взаимодействия с кварками и аннигилировать соответствующие кварковые токи, в то время как аксиально-векторный мезон a_1 имеет только минимальные взаимодействия с кварками. В изосинглетном $I = 0$ векторном канале, помимо мезонов $\omega(782)$ и $\phi(1020)$, должны также существовать и существуют их партнеры: $\omega' = \omega(1420)$ и $\phi' = \phi(1680)$ мезоны.

*Интересно отметить, что эти токи являются тождественно сохраняющимися, но не в результате калибровочной симметрии, а благодаря антисимметрии σ -матриц.

В данном разделе мы рассмотрели следствия расширенной модели Намбу и Йона-Лазинию для классификации мезонных адронных резонансов в изовекторном $I = 1$ и изосинглетном $I = 0$ каналах. Как будет показано в разд. 3 и 4, благодаря одинаковости масс u - и d -кварков и диагональной структуре изосинглетных состояний, данная модель хорошо описывает количественно спектр масс и динамические свойства мезонов в этих каналах. Что касается состояний с $I = 1/2$ со странным кварком s , из-за существенной разницы масс легких и странного кварков данная модель может дать лишь качественное описание спектра странных частиц. Так, например, свойства низколежащего векторного состояния $K^*(892)$, как и в случае легких нестранных мезонов, должны быть связаны со свойствами его партнера $K^*(1410)$. Однако в количественном отношении, очевидно, смешивание будет выглядеть по-другому и включать массу странного кварка m_s . Для странных частиц даже нейтральные состояния уже не являются собственными состояниями оператора зарядового сопряжения C , поэтому аксиально-векторный мезон A_μ и тензорный мезон B_μ описываются одинаковыми квантовыми числами $1/2(1^+)$ и могут смешиваться. Таким образом, физические состояния $K_1(1270)$ и $K_1(1400)$ также являются смесью чистых состояний [30] K_{A1} и K_{B1} в общепринятых сейчас обозначениях по аналогии с нестранными чистыми состояниями a_1 - и b_1 -мезонов. Построение $SU(3)_F$ инвариантной расширенной модели Намбу и Йона-Лазинию выходит за рамки данного обзора, однако его результаты могли бы оказаться полезными при интерпретации различных аномалий в распадах очарованных частиц [31], а также для возможного объяснения неожиданно обнаруженной асимметрии [32] в распаде $D^+ \rightarrow \bar{K}^{*0} \mu^+ \nu$.

3. МАССОВЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ (АКСИАЛЬНО-) ВЕКТОРНЫХ МЕЗОНОВ

Как уже было отмечено в предыдущем разделе, классический лагранжиан (19) содержит вспомогательные бозонные поля без кинетических членов. Такие члены с необходимостью должны возникать на квантовом уровне из радиационных поправок (см. рис. 1, *a*). Например, вклад в эффективный лагранжиан от собственно энергетической диаграммы скалярного поля имеет вид

$$\begin{aligned}
 \Pi(q) &= ig_\sigma^2 N_C \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[(p - m_0)^{-1} (p - \not{q} - m_0)^{-1} \right] = \\
 &= 4ig_\sigma^2 N_C \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - m_0^2} - \\
 &- 2ig_\sigma^2 N_C \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p^2 - m_0^2)^2} q^2 + \text{finite terms } \mathcal{O}(q^4) = \\
 &= 4g_\sigma^2 N_C I_2 + 2g_\sigma^2 N_C I_0 q^2 + \text{finite terms } \mathcal{O}(q^4), \quad (30)
 \end{aligned}$$

где

$$I_2 \equiv i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - m_0^2} = \int \frac{d^4 p_E}{(2\pi)^4} \frac{1}{p_E^2 + m_0^2} > 0 \quad (31)$$

— квадратично расходящийся интеграл и

$$I_0 \equiv -i \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p^2 - m_0^2)^2} = \int \frac{d^4 p_E}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p_E^2 + m_0^2)^2} > 0 \quad (32)$$

— логарифмически расходящийся интеграл. Здесь мы ввели небольшую токовую массу кварка m_0 , которая избавит нас от инфракрасных расходимостей в знаменателе и которой мы будем пренебрегать в числителе. Такое введение массы кварка явно нарушает киральную симметрию $U(1)_A$ (3) и называется *мягким* нарушением симметрии*. Ультрафиолетовые расходимости устраняются обычным способом, если использовать одну из регуляризаций. Благодаря безразмерности юкавских констант связи g в четырехмерном пространстве мы имеем только два типа расходящихся интегралов — (31) и (32).

Первый член в последней строке (30) является поправкой к массовому члену скалярного поля $M_\sigma^2 = g_\sigma^2/G_0 - 4g_\sigma^2 N_C I_2$. Второй член представляет собой кинетическую часть скалярного поля. Для правильной нормировки волновой функции скалярного поля мы должны потребовать выполнения условия

$$2g_\sigma^2 N_C I_0 = 1. \quad (33)$$

Если провести аналогичную процедуру для всех бозонных полей, введенных в (19), мы получим следующие полезные соотношения между всевозможными юкавскими константами связи:

$$\frac{3}{2N_C I_0} = 3g_\sigma^2 = 3g_\pi^2 = 2g_V^2 = 2g_A^2 = g_R^2 = g_B^2. \quad (34)$$

Или, другими словами, благодаря динамическому происхождению кинетических членов все взаимодействия в модели Намбу и Йона-Лазинио описываются лишь одной константой связи.

Последние два равенства в (34) являются новыми для модели Намбу и Йона-Лазинио и существуют лишь в ее расширенном варианте. В разд. 1 мы ввели необычные киральные тензорные поля $T_{\mu\nu}^\pm$ и их юкавские локальные взаимодействия с кварками (7). С другой стороны, при бозонизации четырехфермионного взаимодействия (18) мы ввели два бозона со спином единица

*Понятие *мягкого* нарушения симметрии используется в суперсимметричных моделях и было введено в 1981 г. Димопулосом и Джорджи [33]. Такое нарушение симметрии не приводит к дополнительным ультрафиолетовым расходимостям в массах скалярных частиц.

R_μ и B_μ (19), которые взаимодействуют соответственно с тензорными кварковыми токами \mathcal{R}_μ и \mathcal{B}_μ (29),

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^T = g_R \hat{\partial}_\nu (\overline{\Psi} \sigma^{\mu\nu} \Psi) \cdot R_\mu + i g_B \hat{\partial}_\nu (\overline{\Psi} \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \Psi) \cdot B_\mu, \quad (35)$$

нелокальным образом. Давайте остановимся более подробно на свойствах этих полей и установим связь между различными формами записи юкавского взаимодействия (7) и (35).

Так как поля R_μ и B_μ взаимодействуют с тождественно сохраняющимися тензорными токами (29), их взаимодействия остаются инвариантными при калибровочных преобразованиях $R_\mu \rightarrow R_\mu - \partial_\mu \eta$ и $B_\mu \rightarrow B_\mu - \partial_\mu \xi$, где η и ξ — произвольные функции. Таким образом, мы имеем только по три физических степени свободы для каждого из полей R_μ и B_μ , которые описывают физические состояния частиц со спином единица. Это точно совпадает с числом степеней свободы реального антисимметричного тензорного поля второго ранга $T_{\mu\nu}$. Чтобы показать эквивалентность различных форм записи юкавских взаимодействий (7) и (35), выразим реальное антисимметричное поле $T_{\mu\nu}$ через поля R_μ и B_μ в виде

$$T_{\mu\nu} = \hat{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} \hat{B}^{\lambda\rho}, \quad (36)$$

где $\hat{R}_{\mu\nu} = \hat{\partial}_\mu R_\nu - \hat{\partial}_\nu R_\mu$ и $\hat{B}_{\mu\nu} = \hat{\partial}_\mu B_\nu - \hat{\partial}_\nu B_\mu$ выражаются через тензоры напряженности полей R_μ и B_μ . С другой стороны, с помощью соотношения

$$T_{\mu\nu}^\pm = \sqrt{2} \mathbb{1}_{\mu\nu\lambda\rho}^\pm T^{\lambda\rho} \quad (37)$$

киральное юкавское взаимодействие (7) может быть представлено в виде

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^T = \frac{t}{2} \overline{\Psi} \sigma^{\mu\nu} \Psi \cdot T_{\mu\nu}. \quad (38)$$

Теперь очевидно, что, подставляя представление (36) в полученное выше выражение и используя тождество $(i/2) \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} \sigma^{\lambda\rho} = \gamma^5 \sigma_{\mu\nu}$, получаем юкавское взаимодействие в виде (35) при условии равенства констант взаимодействия $t = g_R = g_B$, которое в согласии с (34).

Реальное антисимметричное поле второго ранга $T_{\mu\nu}$, подобно электромагнитному тензору напряженности Максвелла $F_{\mu\nu}$, описывает шесть независимых степеней свободы полярного и аксиального векторов, соответствующих физическим степеням свободы нововведенных векторного и аксиально-векторного полей

$$R_\mu = \hat{\partial}^\nu T_{\nu\mu}, \quad B_\mu = \frac{1}{2} \epsilon_{\nu\mu\lambda\rho} \hat{\partial}^\nu T^{\lambda\rho}. \quad (39)$$

При этом динамика этих двух полей описывается одной безразмерной константой связи t и одним тензорным полем $T_{\mu\nu}$, которое локально взаимодействует с тензорным током и приводит к перенормируемой теории [18]. Такое одновременное описание векторного и аксиально-векторного полей является основным отличием новых полей R_μ и B_μ от обычных полей V_μ и A_μ .

Используя соотношение (37), свободный лагранжиан тензорного поля (9) можно записать в конфигурационном пространстве в более обычной форме [34]:

$$\mathcal{L}_0^T = \frac{1}{4} (\partial_\lambda T_{\mu\nu})^2 - (\partial^\mu T_{\mu\nu})^2. \quad (40)$$

Данный лагранжиан отличается от используемых в киральных моделях [35] и калибровочно-инвариантного лагранжиана [36, 37] для тензорного поля. Здесь мы не накладываем никаких связей на тензорное поле $T_{\mu\nu}$ и все его компоненты считаем физическими. Подставляя его выражение через поля R_μ и B_μ (36) в (40), мы приходим к максвелловской форме записи лагранжиана для полей единичного спина

$$\mathcal{L}_0^T = -\frac{1}{4} R_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{4} B_{\mu\nu}^2, \quad (41)$$

где $R_{\mu\nu} = \partial_\mu R_\nu - \partial_\nu R_\mu$ и $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ — напряженности полей R_μ и B_μ соответственно.

Интересным является сравнение форм записи массового члена для кирального тензорного поля $T_{\mu\nu}^\pm$ (13) и для эквивалентных ему полей единичного спина R_μ и B_μ (19). Используя представления (39) и определение (37), можно показать, что

$$\frac{M_T^2}{2} (R_\mu^2 + B_\mu^2) = -\frac{M_T^2}{4} T_{\mu\nu}^+ \Pi_{\mu\nu\alpha\beta}^{+-} T_{\alpha\beta}^-. \quad (42)$$

Эта форма записи массового члена для кирального тензорного поля $T_{\mu\nu}^\pm$ является единственной нетривиальной комбинацией, так как произведение $T_{\mu\nu}^+ T_{\mu\nu}^-$ тождественно обращается в нуль по киральным соображениям*.

Иными словами, мы показали эквивалентность между тензорной и векторной формулировками описания свободных полей со спином единица. Однако квантовые числа и взаимодействия нововведенных векторного R_μ и аксиально-векторного B_μ полей существенно отличаются от квантовых чисел и минимальных взаимодействий, которыми обладают обычные векторное V_μ и аксиально-векторное A_μ поля.

Существенным элементом модели Намбу и Йона-Лазинио является генерация самодействия (псевдо)скалярных бозонных степеней свободы, которое

*Сравни с тождеством (6).

приводит к спонтанному динамическому нарушению киральной симметрии и появлению голдстоуновских бозонов. Данный механизм позволяет полностью определить спектр масс низколежащих адронных состояний и получить новые массовые формулы для мезонных состояний со спином единица в расширенном варианте модели.

Так на квантовом уровне благодаря радиационным поправкам (рис. 1, б) мы получаем *локальную* добавку в эффективный лагранжиан для самодействия скалярных мезонов с нулевыми внешними импульсами:

$$\begin{aligned} \square(0) &= \frac{i}{4} g_\sigma^4 N_C \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(p - m_0)^{-1} (p - m_0)^{-1} (p - m_0)^{-1} (p - m_0)^{-1}] = \\ &= -g_\sigma^4 N_C I_0 + \mathcal{O}(m_0^2) \approx -\frac{1}{2} g_\sigma^2. \end{aligned} \quad (43)$$

Для получения последнего равенства мы использовали условие нормировки (33) и пренебрегли малой токовой массой кварка m_0 , которую мы ввели только для устранения инфракрасных расходимостей. Из условия нормировки (33) следует, что ведущий вклад в эффективный лагранжиан дают лишь расходящиеся части диаграмм типа представленной на рис. 1, б с нулевыми внешними импульсами.

Аналогичные вычисления для самодействия псевдоскалярных мезонов и их взаимодействия со скалярными мезонами приводят к следующему эффективному потенциалу:

$$V[\sigma, \pi] = \frac{M^2}{2} (\sigma^2 + \pi^2) + \frac{g^2}{2} (\sigma^2 + \pi^2)^2, \quad (44)$$

который обладает унаследованной киральной $U(1)_A$ симметрией (3):

$$\begin{aligned} \Psi &\rightarrow \exp [i\alpha\gamma^5] \Psi, & \sigma &\rightarrow \sigma \cos 2\alpha + \pi \sin 2\alpha, \\ \bar{\Psi} &\rightarrow \exp [i\alpha\gamma^5] \bar{\Psi}, & \pi &\rightarrow \pi \cos 2\alpha - \sigma \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (45)$$

Здесь мы, как и в случае тензорных взаимодействий, ввели единую константу взаимодействия для скалярных и псевдоскалярных мезонов $g = g_\sigma = g_\pi$ и определили параметр массы как

$$M^2 = \frac{g^2}{G_0} - 4g^2 N_C I_2. \quad (46)$$

Чтобы оценить этот параметр, необходимо использовать один из методов регуляризации расходящегося интеграла I_2 (31). Применим, например, метод обрезания по четырехмерным импульсам $p_E^2 \leq \Lambda^2$ в евклидовом p -пространстве. Тогда массовый параметр имеет вид

$$M^2 = g^2 \left\{ \frac{1}{G_0} - \frac{N_C}{4\pi^2} \left[\Lambda^2 - m_0^2 \ln \frac{\Lambda^2 + m_0^2}{m_0^2} \right] \right\} \approx g^2 \left\{ \frac{1}{G_0} - \frac{N_C}{4\pi^2} \Lambda^2 \right\}, \quad (47)$$

где последнее равенство получено в пределе $m_0 \rightarrow 0$. Ясно, что знак этого параметра и, соответственно, вид эффективного потенциала (44) зависят от соотношения силы четырехфермионного взаимодействия G_0 и параметра регуляризации Λ^2 . Так, например, если четырехфермионное взаимодействие достаточно слабо:

$$G_0 \leq G_{\text{crit}} \equiv \frac{4\pi^2}{N_C \Lambda^2}, \quad (48)$$

т. е. величина его константы связи меньше некоторого *критического* значения G_{crit} , то массовый параметр $M^2 \geq 0$ неотрицателен и играет роль квадрата *одинаковых* масс для скалярного и псевдоскалярного мезонов. Абсолютный минимум эффективного потенциала (44) достигается в симметричной точке $\langle \sigma \rangle = 0$, $\langle \pi \rangle = 0$ и отвечает симметричному вакуумному состоянию.

Однако, если исходное четырехфермионное взаимодействие Намбу и Йона-Лазинио является сильным: $G_0 > G_{\text{crit}}$, массовый параметр $M^2 < 0$ отрицателен и эффективный потенциал (44) достигает своего минимального значения на окружности

$$\langle \sigma^2 + \pi^2 \rangle = -\frac{M^2}{2g^2} > 0. \quad (49)$$

Т. е. в этом случае мы получили бесконечно вырожденное вакуумное (с наименьшей энергией) состояние. Интересно отметить, что уравнение (49), обладающее симметрией (45), не имеет симметричного решения, так как вакуумные ожидания скалярного $\langle \sigma \rangle$ и(или) псевдоскалярного $\langle \pi \rangle$ полей должны быть отличны от нуля. Ненулевое вакуумное среднее псевдоскалярного поля привело бы к нарушению пространственной четности в сильных взаимодействиях, поэтому выбирается физически допустимое решение $\langle \sigma \rangle \equiv \sigma_0 \neq 0$ с ненулевым вакуумным средним скалярного поля. Исходя из физического спектра сильновзаимодействующих частиц, мы можем заключить, что именно этот случай сильной связи четырехфермионного взаимодействия соответствует реальности.

Интересную интерпретацию спонтанного нарушения симметрии дал Абдус Салам на житейском примере [38]. Представьте себе большой круглый симметрично сервированный стол, за который садятся гости. Каждый из гостей может взять салфетку либо справа, либо слева от себя. Но как только один из них сделал выбор, у других выбора не остается: система спонтанно теряет симметрию.

Чтобы применить теоретико-возмущенческий подход к анализу массовых мод и динамики взаимодействия мезонов в случае спонтанного нарушения симметрии, необходимо перейти к новым полевым переменным для скалярного поля

$$\tilde{\sigma} = \sigma - \sigma_0 \quad (50)$$

с нулевым вакуумным ожиданием $\langle \tilde{\sigma} \rangle = 0$. Такой сдвиг скалярного поля на постоянную σ_0 приведет к появлению массы у фермионного поля

$$m = -g\sigma_0, \quad (51)$$

что явно свидетельствует о нарушении киральной $U(1)_A$ симметрии. Эту массу кварка, которая возникает в результате спонтанного нарушения киральной симметрии, принято называть конституентной.

Выполняя аналогичную замену переменных (50) в эффективном потенциале (44), приходим к следующему выражению:

$$V[\tilde{\sigma}, \pi] = -\frac{m^4}{2g^2} + \frac{(2m)^2}{2} \tilde{\sigma}^2 - 2mg\tilde{\sigma}(\tilde{\sigma}^2 + \pi^2) + \frac{g^2}{2}(\tilde{\sigma}^2 + \pi^2)^2. \quad (52)$$

Первый член в (52) представляет собой несущественный для уравнений движения относительный сдвиг энергии. Второй член определяет массу скалярного поля

$$M_{\tilde{\sigma}} = 2m. \quad (53)$$

Оставшиеся члены описывают взаимодействия и самодействия скалярных и псевдоскалярных мезонов, причем третий, нарушающий симметрию член соответствует дополнительно возникшему взаимодействию в результате нарушения киральной симметрии. Отметим отсутствие здесь массового члена для псевдоскалярного поля π , что является прямым следствием теоремы Голдстоуна [23]. Таким образом, в результате спонтанного нарушения киральной симметрии мы получили безмассовую псевдоскалярную частицу

$$M_{\pi} = 0, \quad (54)$$

которая соответствует физическому пиону.

Как было продемонстрировано Намбу и Йона-Лазинио [3], спонтанное нарушение киральной симметрии может быть также получено в рамках четырехфермионного взаимодействия с помощью метода компенсации Боголюбова [7]. Метод компенсации Боголюбова заключается в следующем. Рассмотрим вклад квантовых поправок в эффективный лагранжиан от четырехфермионного взаимодействия (18). В самом низшем порядке по теории возмущений мы получим новые члены с билинейными комбинациями фермионных полей различных структур $\bar{\Psi}O\Psi$ и $\Psi O\Psi$ ($\bar{\Psi}O\bar{\Psi}$), диаграммы которых представлены на рис. 3.

Одним из таких членов может оказаться массовый член $-m\bar{\Psi}\Psi$ фермионного поля, изначально не присутствующий в лагранжиане (18). Поэтому, чтобы сделать квантовую теорию самосогласованной, Боголюбовым был предложен метод компенсационных уравнений. Данный метод основывается на

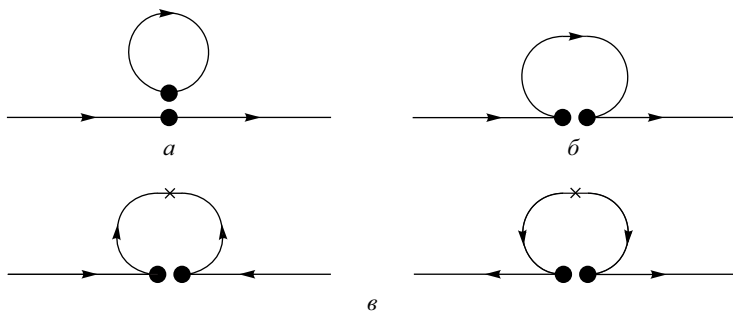


Рис. 3. Диаграммы, соответствующие методу среднего поля Хартри (а), Фока (б) и Боголюбова (в)

представлении лагранжиана как суммы его свободной части, которая определяет свободный пропагатор при разложении по теории возмущений, и его взаимодействующей части. Так как массовый член фермионного поля может появиться в результате квантовых поправок, мы можем предвидеть это и добавить его к динамическому члену $i\bar{\Psi}\not{\partial}\Psi$ свободной части лагранжиана. С другой стороны, чтобы лагранжиан остался тот же самый, мы должны вычесть такой же член из взаимодействующей части исходного лагранжиана. Теперь самосогласованным условием появления массового члена фермионного поля оказывается *уравнение компенсации*

$$G_0\bar{\Psi}(-\text{Tr} S(x, x) + S(x, x) - \gamma^5 S(x, x) \gamma^5) \Psi - G_V\bar{\Psi}\gamma_\mu S(x, x) \gamma^\mu \Psi - G_A\bar{\Psi}\gamma_\mu \gamma^5 S(x, x) \gamma^\mu \gamma^5 \Psi - G_T\hat{\delta}^\mu\hat{\delta}^\nu\bar{\Psi}(\sigma_{\mu\lambda}S(x, x) \sigma^{\nu\lambda} - \sigma_{\mu\lambda}\gamma^5 S(x, x) \sigma^{\nu\lambda}\gamma^5) \Psi + m\bar{\Psi}\Psi = 0, \quad (55)$$

которое гарантирует отсутствие радиационных квантовых поправок в свободную часть лагранжиана. Здесь $S(x, x) = \langle T\{\Psi\bar{\Psi}\} \rangle$ — пропагатор свободного фермионного поля, определенный для совпадающих в x начальной и конечной точек, причем

$$S(x, x) = i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} = m [I_2 - m^2 I_0 + \text{finite terms}] \quad (56)$$

вычисляется по новому свободному лагранжиану, включающему ненулевой массовый член.

Уравнение компенсации (55) содержит вклады только от двух типов диаграмм, представленных на рис. 3, а и б. Билинейные комбинации фермионных полей, возникающие от диаграмм на рис. 3, в, имеют структуру дополнительных членов $\Psi\mathcal{O}\Psi$ и $\bar{\Psi}\mathcal{O}\bar{\Psi}$, которые не сохраняют барионный (и электрический) заряд, и поэтому не имеют отношения к массовому члену $m\bar{\Psi}\Psi$.

Однако, как показано в работе [14], такие члены должны появляться при симметризации лагранжиана, согласованного со статистикой. Хотя их присутствие не сказывается на свойствах обычных мезонов, построенных из кварк-антикварковых пар, они могут играть важную роль как дикварковые возбуждения в барионном секторе теории, при образовании экзотических четырехкварковых $\bar{q}\bar{q}qq$ мезонных состояний и пентакварковых барионных состояний, которые интенсивно дискутируются в последнее время. Однако обсуждение этих вопросов выходит далеко за рамки темы данного обзора. Мы здесь лишь упомянем, что адекватный формализм метода среднего поля Хартри–Фока–Боголюбова применительно к релятивистским системам, типа квантово-полевых моделей элементарных частиц, был также разработан и применен автором для построения моделей с динамическим механизмом нарушения симметрии [39] и объединенных моделей [40].

Покажем теперь, что уравнение компенсации (55) эквивалентно уравнению минимизации эффективного действия (44) в рамках использованного приближения $1/N_C$. Обратим внимание на то, что при бозонизации четырехфермионного лагранжиана (18) мы вводили только коллективные переменные, отвечающие *бесцветным* билинейным комбинациям спинорных полей (20) в прямом канале, представленном на рис. 3, *а*. Другие билинейные комбинации спинорных полей, возникающие в кросс-каналах, показанных на рис. 3, *б* и *в*, мы не рассматриваем. Так как в первом случае *бесцветные* состояния имеют фактор подавления $1/N_C$ в силу тождества Фирца для группы $SU(N_C)$

$$\mathbb{1}_d^c \mathbb{1}_f^e = \frac{1}{N_C} \mathbb{1}_f^c \mathbb{1}_d^e + 2 \mathbf{T}_f^c \mathbf{T}_d^e, \quad (57)$$

где \mathbf{T} — генераторы группы $SU(N_C)$, а в последнем случае все возбуждения оказываются цветными для групп с $N_C \geq 3$, в соответствии с разложением по неприводимым представлениям произведения

$$\mathbf{N}_C \times \mathbf{N}_C = \frac{\mathbf{N}_C (\mathbf{N}_C - 1)}{2} + \frac{\mathbf{N}_C (\mathbf{N}_C + 1)}{2}. \quad (58)$$

Точно такая же структура собственно энергетических вкладов присуща и уравнению компенсации (55). Так, например, ведущим членом среди квантовых поправок в $1/N_C$ приближении является первый член уравнения компенсации, происходящий из диаграммы, показанной на рис. 3, *а*. Остальные собственно энергетические вклады обусловлены диаграммами типа представленной на рис. 3, *б*. Поэтому в главном приближении мы имеем

$$G_0 \text{Tr} S(x, x) = m. \quad (59)$$

На самом деле уравнение (59) является более хорошим приближением, чем просто первый член разложения по $1/N_C$. Так как пропагатор $S(x, x)$

пропорционален единичной матрице (56) в спинорном пространстве γ -матриц Дирака, то легко видеть, что из-за киральной инвариантности исходного четырехфермионного взаимодействия второй член в уравнении компенсации (55) сокращает третий член в (псевдо)скалярном канале, а в тензорном канале взаимно сокращаются шестой и седьмой члены. Кроме того, если предположить, что эффективное четырехфермионное взаимодействие (18) возникает в КХД в результате глюонного обмена при низких энергиях, то в приближении $1/N_C$ можно получить дополнительное равенство эффективных констант векторного и аксиально-векторного взаимодействий $G_V = G_A$ [10]. Поэтому сумма и последней пары четвертого и пятого членов не дает вклада в компенсационное уравнение.

Так как пропагатор $S(x, x)$ пропорционален массе кварка m , то уравнение (59) всегда имеет тривиальное решение $m = 0$, которое отвечает сохранению исходной киральной симметрии и соответствует симметричному вакуумному состоянию эффективного потенциала (44). В случае появления ненулевого массового члена кварка и нарушения киральной симметрии уравнение (59) приводит к дополнительному условию

$$4N_C (I_2 - m^2 I_0) G_0 = 1. \quad (60)$$

Используя цепочку уравнений (46), (33) и (51), можно показать, что условие нетривиального минимума эффективного потенциала

$$\sigma_0^2 = -\frac{M^2}{2g^2} \quad (61)$$

эквивалентно условию (60).

Интересно отметить, что, согласно классическим уравнениям движения (20), появление ненулевого вакуумного среднего у скалярного поля σ в результате нарушения киральной симметрии приводит к образованию кваркового конденсата (25):

$$\langle \bar{\Psi} \Psi \rangle = \frac{g}{G_0} \sigma_0 = -\frac{m}{G_0} < 0. \quad (62)$$

Покажем также, что благодаря нарушению киральной симметрии становится возможным и распад заряженного пиона на лептонную пару с ненулевой константой F_π (26). Рассмотрим реальный случай с двумя кварковыми ароматами u и d . Тогда необходимые взаимодействия кварков можно записать в виде

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = ig \bar{d} \gamma^5 u \cdot \pi^- - \frac{G_F V_{ud}}{\sqrt{2}} \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) d \cdot \bar{\ell} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu + \text{h. c.}, \quad (63)$$

где первый член отвечает эффективному сильному взаимодействию Юкавы, а второй — эффективному слабому взаимодействию Ферми. Распад пиона описывается диаграммой Фейнмана, представленной на рис. 4.

Матричный элемент данного процесса

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \frac{G_F V_{ud}}{\sqrt{2}} g N_C \times \\ &\times \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Tr} [(\not{p} - \not{q} - m)^{-1} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) (\not{p} - m)^{-1} \gamma^5] \cdot \bar{\ell} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu = \\ &= 4im g N_C I_0 q_\mu \frac{G_F V_{ud}}{\sqrt{2}} \bar{\ell} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu + \text{finite terms} \quad (64) \end{aligned}$$

выражается через логарифмически расходящийся интеграл I_0 (32) и пропорционален генерированной в результате спонтанного нарушения киральной симметрии конституентной массе кварка* m . С другой стороны, не вдаваясь в подробности, связанные с сильными взаимодействиями, матричный элемент распада пиона можно выразить через адронный матричный элемент перехода между пионным и вакуумным состояниями, используя только второй член лагранжиана (63):

$$\mathcal{M} = -\frac{G_F V_{ud}}{\sqrt{2}} \langle 0 | \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma^5) d | \pi^-(q) \rangle \cdot \bar{\ell} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu. \quad (65)$$

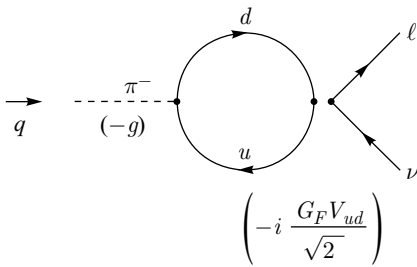


Рис. 4. Диаграмма Фейнмана для распада пиона

Вообще говоря, адронный матричный элемент в случае слабых взаимодействий представляет собой два отдельных вклада, связанных с векторным $\bar{u} \gamma_\mu d$ и аксиально-векторным $\bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 d$ кварковыми токами. Однако ввиду того, что пион — псевдоскалярная частица и четность является хорошим квантовым числом сильных взаимодействий, векторный адронный матричный элемент должен быть пропорционален четырехмерному акси-

альному вектору, который невозможно построить, используя лишь один вектор — импульс пиона q_μ . Поэтому векторный кварковый ток не дает вклада в распад заряженного пиона.

*Здесь, как и далее в обзоре, мы предполагаем изотопическую симметрию и равенство масс кварков $m_u = m_d = m$.

Лишь адронный матричный элемент для аксиально-векторного кваркового тока

$$\langle 0 | \bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 d | \pi^- (q) \rangle = i F_\pi (q^2) q_\mu \quad (66)$$

отличен от нуля. Его можно параметризовать с помощью формфактора $F_\pi(q^2)$, в общем-то зависящего от квадрата импульса пиона $q^2 = m_\pi^2$ или его массы. Однако, так как пион является голдстоуновской частицей и его масса очень мала*, мы можем считать данный формфактор постоянным $F_\pi \approx F_\pi(0)$ и близким к его физическому значению (26). Теперь мы можем сравнить формулы (64) и (65), используя выражения для логарифмически расходящегося интеграла I_0 (33) и адронного формфактора (66). В результате мы получаем известное соотношение Голдбергера–Треймана для кварков

$$F_\pi = 2 \frac{m}{g}. \quad (67)$$

Отсюда следует, что ненулевая константа распада пиона обусловлена нарушением киральной симметрии и возникновением ненулевой конституентной массы кварка m .

По аналогии с вычислением эффективного потенциала (44) для (псевдо)скалярных полей можно найти эффективные взаимодействия *всех* коллективных бозонных полей, которые генерируются четырехфермионным самодействием фермионного поля на квантовом уровне. Полный мезонный лагранжиан

$$\mathcal{L}_{\text{boson}} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{\text{int}}^A + \mathcal{L}_{\text{int}}^{\text{inv}} \quad (68)$$

можно представить в виде трех различных вкладов. Свободный лагранжиан состоит из всевозможных собственно энергетических квантовых поправок (рис. 1, *a*) и исходных билинейных комбинаций мезонных полей, играющих роль массовых членов:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma)^2 - \frac{M_\sigma^2}{2} \sigma^2 - \frac{1}{4} V_{\mu\nu}^2 + \frac{M_V^2}{2} V_\mu^2 - \frac{1}{4} R_{\mu\nu}^2 + \frac{M_R^2}{2} R_\mu^2 + \\ & + \frac{1}{2} (\partial_\mu \pi)^2 - \frac{M_\pi^2}{2} \pi^2 - \frac{1}{4} A_{\mu\nu}^2 + \frac{M_A^2}{2} A_\mu^2 - \frac{1}{4} B_{\mu\nu}^2 + \frac{M_B^2}{2} B_\mu^2, \quad (69) \end{aligned}$$

*Как мы видели из формулы (23), масса пиона обусловлена лишь малыми ненулевыми токовыми массами кварков u и d , поэтому хорошим приближением является допущение нулевой массы пиона.

где

$$\begin{aligned}
 M_\sigma^2 &= M_\pi^2 = M^2 = \frac{g^2}{G_0} - 4g^2 N_C I_2, \\
 M_V^2 &= \frac{g_V^2}{G_V} - 2g_V^2 N_C I_2, \\
 M_A^2 &= \frac{g_A^2}{G_A} - 2g_A^2 N_C I_2, \\
 M_R^2 &= M_B^2 = M_T^2 = \frac{t^2}{G_T}.
 \end{aligned} \tag{70}$$

Данный лагранжиан можно записать более компактно:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_0 &= \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - M^2 \Phi^\dagger \Phi - \frac{1}{4} V_{\mu\nu}^2 + \frac{M_V^2}{2} V_\mu^2 - \\
 &\quad - \frac{1}{4} A_{\mu\nu}^2 + \frac{M_A^2}{2} A_\mu^2 + (\partial^2 + M_T^2) \hat{\partial}_\mu T_{\mu\lambda}^+ \hat{\partial}_\nu T_{\nu\lambda}^-, \tag{71}
 \end{aligned}$$

используя киральные полевые переменные $\Phi = (\sigma - i\pi)/\sqrt{2}$, $\Phi^\dagger = (\sigma + i\pi)/\sqrt{2}$ и $T_{\mu\nu}^\pm$. Кроме того, эта форма записи позволит нам легко объяснить структуру второго члена в (68).

Известно, что глобальные преобразования локализируются при генерации динамических бозонных степеней свободы [41]. Например, фермионный лагранжиан с юкавскими взаимодействиями

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_F &= i\bar{\Psi}\not{\partial}\Psi + g_V \bar{\Psi}\gamma_\mu \Psi \cdot V_\mu + \frac{g}{\sqrt{2}} [\bar{\Psi}(1 + \gamma^5) \Psi \cdot \Phi^\dagger + \bar{\Psi}(1 - \gamma^5) \Psi \cdot \Phi] + \\
 &\quad + g_A \bar{\Psi}\gamma_\mu \gamma^5 \Psi \cdot A_\mu + \frac{t}{4\sqrt{2}} [\bar{\Psi}\sigma_{\mu\nu}(1 + \gamma^5) \Psi \cdot T_{\mu\nu}^+ + \bar{\Psi}\sigma_{\mu\nu}(1 - \gamma^5) \Psi \cdot T_{\mu\nu}^-]
 \end{aligned} \tag{72}$$

и свободный лагранжиан мезонных полей (69) являются инвариантными и по отношению к *локальным* калибровочным преобразованиям

$$\Psi \rightarrow \exp[i\beta(x)] \Psi, \quad \bar{\Psi} \rightarrow \bar{\Psi} \exp[-i\beta(x)], \tag{73}$$

если векторное поле

$$V_\mu \rightarrow V_\mu + \frac{1}{g_V} \partial_\mu \beta(x) \tag{74}$$

преобразуется градиентным образом.

Давайте рассмотрим более интересный случай *локальных киральных* преобразований

$$\Psi \rightarrow \exp[i\alpha(x)\gamma^5] \Psi, \quad \bar{\Psi} \rightarrow \bar{\Psi} \exp[i\alpha(x)\gamma^5]. \tag{75}$$

Заметим, что фермионный лагранжиан (72) останется инвариантным по отношению и к этим преобразованиям, если аксиально-векторное поле

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{g_A} \partial_\mu \alpha(x) \quad (76)$$

тоже преобразуется градиентным образом, а киральные поля подчиняются мультипликативным преобразованиям

$$\begin{aligned} \Phi &\rightarrow \exp [+2i\alpha(x)] \Phi, & T_{\mu\nu}^- &\rightarrow \exp [+2i\alpha(x)] T_{\mu\nu}^-, \\ \Phi^\dagger &\rightarrow \exp [-2i\alpha(x)] \Phi^\dagger, & T_{\mu\nu}^+ &\rightarrow \exp [-2i\alpha(x)] T_{\mu\nu}^+. \end{aligned} \quad (77)$$

Однако свободный лагранжиан мезонных полей (71) остается неинвариантным по отношению к локальным киральным преобразованиям (75) из-за производных в кинетических членах. Поэтому, чтобы сохранить инвариантность, необходимо перейти к удлинненным ковариантным производным

$$\begin{aligned} D_\mu \Phi &= (\partial_\mu - 2ig_A A_\mu) \Phi, & D_\mu T_{\mu\nu}^- &= (\partial_\mu - 2ig_A A_\mu) T_{\mu\nu}^-, \\ D_\mu \Phi^\dagger &= (\partial_\mu + 2ig_A A_\mu) \Phi^\dagger, & D_\mu T_{\mu\nu}^+ &= (\partial_\mu + 2ig_A A_\mu) T_{\mu\nu}^+ \end{aligned} \quad (78)$$

в свободном лагранжиане (71) в соответствии с *киральным* зарядом того или иного поля. Полученный таким образом лагранжиан взаимодействия аксиально-векторного поля A_μ со всеми полями, обладающими киральным зарядом, и есть лагранжиан $\mathcal{L}_{\text{int}}^A$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}}^A &= 2ig_A A_\mu [\Phi^\dagger \partial_\mu \Phi - (\partial_\mu \Phi^\dagger) \Phi] + 4g_A^2 A_\mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \\ &- 2ig_A A_\mu [T_{\mu\lambda}^+ \partial_\nu T_{\nu\lambda}^- - (\partial_\nu T_{\nu\lambda}^+) T_{\mu\lambda}^-] - 4g_A^2 A_\mu T_{\mu\lambda}^+ A_\nu T_{\nu\lambda}^-. \end{aligned} \quad (79)$$

Таким образом, сумма лагранжианов $\mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{\text{int}}^A$ является инвариантной по отношению к локальным киральным преобразованиям (76) и (77). Можно легко убедиться, что явное вычисление однопетлевых радиационных квантовых поправок к взаимодействиям, включающим аксиально-векторные поля A_μ , и использование нормировочного условия (34) приводят к лагранжиану (79) с точно такими же константами взаимодействия, которые следуют из калибровочной инвариантности.

Так как (псевдо)скалярные и тензорные поля обладают *киральным зарядом*, то помимо чисто калибровочных взаимодействий с аксиально-векторным полем A_μ также возникают новые калибровочно-инвариантные самодействия и взаимодействия этих полей:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}}^{\text{inv}} &= -2g^2 (\Phi^\dagger \Phi)^2 + \frac{t^2}{4} \left(T_{\mu\nu}^+ T_{\nu\alpha}^- T_{\alpha\beta}^+ T_{\beta\mu}^- + \frac{1}{4} T_{\mu\nu}^+ T_{\alpha\beta}^- T_{\mu\nu}^+ T_{\alpha\beta}^- \right) + \\ &+ \sqrt{3} g_V (\Phi^\dagger T_{\mu\nu}^- + \Phi T_{\mu\nu}^+) V_{\mu\nu} - g_V^2 (\Phi^\dagger T_{\mu\nu}^- + \Phi T_{\mu\nu}^+)^2 \end{aligned} \quad (80)$$

с фиксированными константами связи. Хотя каждый отдельный член в (80) калибровочно-инвариантен и из общих соображений симметрии может входить в лагранжиан с произвольной константой связи, динамическое происхождение этих членов диктует вполне определенное соотношение между ними. Это является общим свойством составных моделей типа модели Намбу и Йона-Лазинио: вся динамика определяется лишь *одной* константой связи.

В этом смысле идея о динамическом происхождении кинетических членов мезонных и даже фермионных [42] полей, а также взаимодействий между ними может служить физическим обоснованием чисто математических методов использования фиксированной точки ренормгрупповых уравнений [43] или редукционного метода [44] для получения дополнительных соотношений между константами связи. Более того, это приводит к проявлению более высоких симметрий, чем было заложено в исходном четырехфермионном взаимодействии. Такими примерами являются возникновение калибровочных взаимодействий (79) и даже суперсимметрии [45]. Модификация данного метода самосогласованной динамической генерации взаимодействий [46] была апробирована на точно решаемых двумерных моделях [47]. Было показано, что для построения физического вакуума и возбуждений с конечными энергией и импульсом необходимо дополнительное соотношение между константами связи, которое точно совпадает с условием типа (34), следующим из радиационных квантовых поправок.

Первый член в лагранжиане (80) представляет собой уже рассмотренное нами самодействие (псевдо)скалярных полей (44), которое приводит к нарушению киральной симметрии. Оно выгодно отличается от обычного лагранжиана Хиггса тем, что константа самодействия (псевдо)скалярного поля Φ выражается через юкавскую константу g . Такая связь характерна и для суперсимметричных моделей [48]. Как мы уже установили, это позволяет выразить сгенерированную массу скалярного мезона через конstituентную массу кварка (53). Более того, в данной модели все константы связи, в том числе и калибровочные, оказываются связанными. Таким образом, сгенерированные массы калибровочных полей также можно выразить через известные параметры, что приводит к новым массовым соотношениям [49], вывод которых и является предметом данного раздела.

Второй член лагранжиана (80) описывает самодействия и взаимодействия новых киральных частиц R_μ и B_μ со спином единица. Они являются необычными для калибровочных частиц в абелевом случае. Например, калибровочные поля V_μ и A_μ не обладают киральным зарядом и не имеют самодействий типа $V_{\mu\nu}^4$ или $A_{\mu\nu}^4$. С другой стороны, киральные поля R_μ и B_μ , даже в абелевом случае, имеют нетривиальные взаимодействия и их динамика оказывается намного сложнее [19] и в полной мере еще не исследована. Как мы уже знаем из теории, но все еще не имеем прямого экспериментального доказательства, даже в простейшем случае скалярного поля, именно его самодействие

приводит к появлению ненулевого вакуумного среднего и нарушению симметрии. Квантовая теория [50] калибровочных полей Янга–Миллса [51] является другим примером теории с самодействием и на сегодняшний день подтверждена экспериментально. Однако ее низкоэнергетическая область, связанная со структурой вакуума и другими непертурбативными эффектами, остается не до конца изученной. И, наконец, самодействие в общей теории относительности все еще остается камнем преткновения во всех попытках ее квантования. Введение тензорных полей дает новый пример самовзаимодействующей системы, отдельные проблемы которой еще ждут своего полного разрешения.

Так как мы интересуемся массами генерированных мезонов, мы не будем подробно рассматривать другие члены со взаимодействием в лагранжианах (79) и (80). Рассмотрим лишь билинейные комбинации полей (см. рис. 2), которые возникают в результате спонтанного нарушения симметрии за счет приобретения скалярным полем ненулевого вакуумного среднего

$$\langle \Phi \rangle = -\frac{m}{\sqrt{2}g} \quad (81)$$

и дают вклад или видоизменяют свободный лагранжиан (69).

Так, например, первый член в лагранжиане (79) приводит к хорошо известному смешиванию аксиально-векторного бозона и пиона. Второй член обуславливает добавку к массе аксиально-векторного бозона в результате спонтанного нарушения симметрии. Аналогично третий член взаимодействия в лагранжиане (80) ведет к качественно новому эффекту смешивания между векторными калибровочным V_μ и киральным R_μ мезонами. И, наконец, четвертый член лагранжиана (80) приводит к расщеплению масс между киральными R_μ - и B_μ -бозонами. Таким образом, полный свободный лагранжиан с учетом спонтанного нарушения киральной симметрии имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 = & \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma)^2 - \frac{(2m)^2}{2} \sigma^2 - \frac{1}{4} V_{\mu\nu}^2 + \frac{M_V^2}{2} V_\mu^2 - \sqrt{\frac{9}{2}} m V_{\mu\nu} \hat{R}_{\mu\nu} - \\ & - \frac{1}{4} R_{\mu\nu}^2 + \frac{M_T^2 - 6m^2}{2} R_\mu^2 + \\ & + \frac{1}{2}(\partial_\mu \pi)^2 - \sqrt{6} m A_\mu \partial_\mu \pi - \frac{1}{4} A_{\mu\nu}^2 + \frac{M_A^2 + 6m^2}{2} A_\mu^2 - \\ & - \frac{1}{4} B_{\mu\nu}^2 + \frac{M_T^2 + 6m^2}{2} B_\mu^2. \end{aligned} \quad (82)$$

Чтобы получить спектр мезонных состояний, необходимо диагонализировать полученный выше лагранжиан.

Вопрос о смешивании аксиально-векторного мезона и пиона (второй член в третьей строчке формулы (82)) обсуждался многократно. Здесь мы лишь

ограничимся коротким комментарием, так как эффект данного смешивания не влияет на массы мезонов со спином единица. Короче говоря, чтобы сократить нежелательный недиагональный член, можно воспользоваться градиентным преобразованием аксиально-векторного поля

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{\sqrt{6}m}{m_{a_1}} \partial_\mu \pi, \quad (83)$$

где

$$m_{a_1}^2 = M_A^2 + 6m^2 \quad (84)$$

— квадрат массы аксиально-векторной частицы с квантовыми числами 1^{++} , которую в случае двух кварковых ароматов* можно отождествить с a_1 -мезоном. Поэтому данная подстановка эффективно приведет к перенормировке пионного поля

$$\pi' = Z^{-1/2} \pi = \sqrt{1 - \frac{6m^2}{m_{a_1}^2}} \pi. \quad (85)$$

Продолжая анализ членов второй половины формулы (82), можно отождествить квадрат массы аксиально-векторной частицы B_μ с квантовыми числами 1^{+-} с квадратом массы b_1 -мезона

$$m_{b_1}^2 = M_T^2 + 6m^2. \quad (86)$$

Наиболее интересным, на наш взгляд, является эффект смешивания в векторном канале $V_\mu - R_\mu$, в результате которого должны возникать два физических состояния с квантовыми числами 1^{--} , которые мы отождествим с мезонами ρ и ρ' . Запишем отдельно в импульсном пространстве пять последних членов первой половины формулы (82) в виде

$$\mathcal{L}_{VR} = -\frac{1}{2} (V_\mu R_\mu) \begin{pmatrix} q^2 - M_V^2 & \sqrt{18} m |q| \\ \sqrt{18} m |q| & q^2 - M_T^2 + 6m^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_\mu \\ R_\mu \end{pmatrix}, \quad (87)$$

где мы использовали условие поперечности Лоренца для векторных полей $\partial_\mu V_\mu = 0$ и $\partial_\mu R_\mu = 0$. Заметим, что здесь мы имеем динамическое смешивание, которое зависит от четырехмерного импульса векторного мезона q . Поэтому в общем случае угол смешивания

$$\theta(q^2) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{18} m^2 q^2}{\Delta}, \quad (88)$$

*Так как изотопическая симметрия $SU(2)_F$ достаточно хорошо выполняется, то массы u - и d -кварков можно параметризовать одним параметром $m = m_u \approx m_d$. Кроме того, известно, что для изосинглетных состояний векторных частиц состояния со странными и легкими кварками почти не смешиваются. Поэтому полученные ниже формулы можно будет применять и к состояниям со скрытой странностью $s\bar{s}$, которые состоят лишь из кварков одного типа.

где

$$\Delta = \frac{M_T^2 - M_V^2 - 6m^2}{2}, \quad (89)$$

будет функцией квадрата импульса q^2 , а подстановка

$$\begin{aligned} \rho_\mu(q^2) &= \cos \theta(q^2)V_\mu + \sin \theta(q^2)R_\mu, \\ \rho'_\mu(q^2) &= -\sin \theta(q^2)V_\mu + \cos \theta(q^2)R_\mu \end{aligned} \quad (90)$$

диагонализует лагранжиан (87):

$$\mathcal{L}_{VR} = -\frac{1}{2}(\rho_\mu \rho'_\mu) \begin{pmatrix} q^2 - \lambda_1(q^2) & 0 \\ 0 & q^2 - \lambda_2(q^2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_\mu \\ \rho'_\mu \end{pmatrix}. \quad (91)$$

Здесь функции

$$\lambda_1(q^2) = \Sigma - \sqrt{18m^2q^2 + \Delta^2} \quad (92)$$

и

$$\lambda_2(q^2) = \Sigma + \sqrt{18m^2q^2 + \Delta^2}, \quad (93)$$

где

$$\Sigma = \frac{M_T^2 + M_V^2 - 6m^2}{2}, \quad (94)$$

играют роль массовых операторов физических частиц ρ и ρ' соответственно.

Массы мезонов ρ и ρ' определяются из уравнений

$$\begin{aligned} \lambda_1(m_\rho^2) = m_\rho^2 \rightarrow m_\rho^2 &= \frac{m_{b_1}^2 + M_V^2 + 6m^2}{2} - \\ &- \sqrt{\left(\frac{m_{b_1}^2 - M_V^2 + 6m^2}{2}\right)^2 + 18m^2M_V^2} \end{aligned} \quad (95)$$

и

$$\begin{aligned} \lambda_2(m_{\rho'}^2) = m_{\rho'}^2 \rightarrow m_{\rho'}^2 &= \frac{m_{b_1}^2 + M_V^2 + 6m^2}{2} + \\ &+ \sqrt{\left(\frac{m_{b_1}^2 - M_V^2 + 6m^2}{2}\right)^2 + 18m^2M_V^2}, \end{aligned} \quad (96)$$

где мы использовали соотношения (89), (94) и (86). Или, другими словами, они являются решениями характеристического квадратного уравнения

$$(q^2)^2 - (m_{b_1}^2 + M_V^2 + 6m^2)q^2 + (m_{b_1}^2 - 12m^2)M_V^2 = 0, \quad (97)$$

из которого, согласно теореме Виета, получаем два полезных соотношения:

$$\begin{cases} m_\rho^2 + m_{\rho'}^2 = m_{b_1}^2 + M_V^2 + 6m^2, \\ m_\rho^2 m_{\rho'}^2 = (m_{b_1}^2 - 12m^2)M_V^2. \end{cases} \quad (98)$$

Теперь, если допустить, что эффективное четырехфермионное взаимодействие кварков (18) возникает в результате обмена глюонами, то в $1/N_C$ приближении получим дополнительное равенство $M_A = M_V$ [10], которое вместе с определением (84) позволяет переписать первое уравнение системы (98) в виде соотношения между массами физических частиц:

$$\boxed{m_\rho^2 + m_{\rho'}^2 = m_{b_1}^2 + m_{a_1}^2}. \quad (99)$$

Это соотношение является одним из основных результатов, представленных в обзоре. Оно нетривиально тем, что связывает массы *векторных* мезонов с квантовыми числами 1^{--} и *аксиально-векторных* мезонов с квантовыми числами 1^{+-} и 1^{++} . Таким образом, данное соотношение устанавливает связь между массами частиц из различных мультиплетов унитарной группы и даже супермультиплетов расширенных групп, типа $SU(6) \otimes O(3)$, включающих спин и орбитальный момент кварков.

Соотношение (99) похоже на приближенное соотношение Вайнберга [27]

$$m_{a_1}^2 \simeq 2m_{\rho'}^2, \quad (100)$$

следующее из правил сумм для моментов спектральных функций в векторном и аксиально-векторном каналах, насыщенных их первыми резонансными состояниями, и соотношения КСРФ (Каварабаяши–Сузуки–Риазуддина–Файзуддина) [52]. Используя два последних соотношения (99) и (100), можно фиксировать массы аксиально-векторного a_1 и векторного ρ' мезонов, определение которых из эксперимента является модельно зависимой задачей и содержит большие систематические ошибки (рис. 5).

Наиболее интересным является то, что использование дополнительного соотношения (100) дает возможность выразить массу векторного ρ' -мезона

$$m_{\rho'}^2 \simeq m_\rho^2 + m_{b_1}^2 = ((1453,5 \pm 2,8) \text{ МэВ})^2 \quad (101)$$

через более точные значения масс мезонов ρ и b_1 [24]:

$$m_\rho^{\text{PDG}} = (775,26 \pm 0,25) \text{ МэВ}, \quad m_{b_1}^{\text{PDG}} = (1229,5 \pm 3,2) \text{ МэВ}. \quad (102)$$

Данное предсказание прекрасно согласуется с самым точным измерением массы этого резонанса коллаборацией WA76 [53]:

$$m_{\rho'}^{\text{PDG}} = (1449 \pm 4) \text{ МэВ}. \quad (103)$$

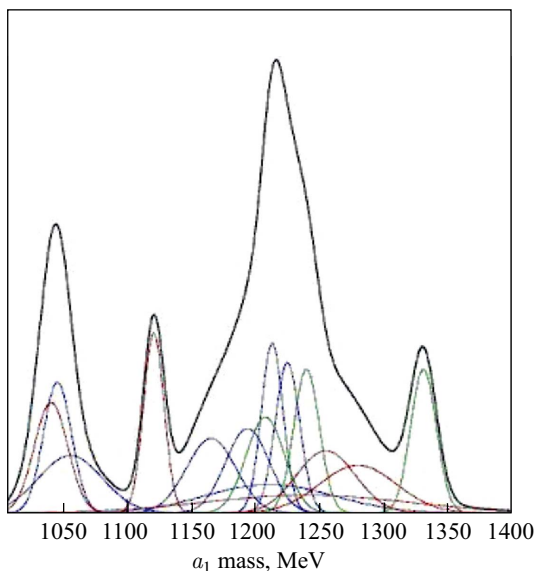


Рис. 5. Идеограмма экспериментального измерения массы a_1 -мезона (с любезного предоставления Игоря Бойко)

Это позволяет отождествить резонанс $\rho(1450)$

$$m_{\rho'}^{\text{PDG}} = (1465 \pm 25) \text{ МэВ}, \quad (104)$$

который ошибочно считается первым радиальным возбуждением ρ -мезона с квантовыми числами 2^3S_1 , со вторым ортогональным ρ -мезону смешанным состоянием калибровочного V_μ и кирального R_μ векторных полей (вторая строчка формулы (90)). Т. е. векторные мезоны, так же как и аксиально-векторные, появляются и существуют парами.

Обсудим теперь проблему, связанную с массой a_1 -мезона. Соотношение Вайнберга дает значение массы a_1 -мезона

$$m_{a_1}^W \simeq 1096,4 \text{ МэВ}, \quad (105)$$

которое значительно ниже среднего значения*, указанного в таблице мезонов,

$$m_{a_1}^{\text{PDG}} = (1230 \pm 40) \text{ МэВ}. \quad (106)$$

*Надо отметить, что ранние расчеты по правилам сумм КХД [54] также приводят к меньшему значению для массы a_1 -мезона: $m_{a_1}^{\text{SR}} = (1150 \pm 40) \text{ МэВ}$.

С другой стороны, наше соотношение (99), при использовании табличного значения (104) массы ρ' -мезона, также приводит к меньшему значению массы a_1 -мезона:

$$m_{a_1} = (1112 \pm 33) \text{ МэВ}. \quad (107)$$

Для обоснования более низкого значения массы a_1 -мезона мы привлечем анализ расщепления масс в супермультиплетах с орбитальным моментом $L = 1$. Изовекторный супермультиплет $I = 1$ содержит четыре мезона: $a_0(980)$, $a_1(1260)$, $a_2(1320)$ и $b_1(1235)$ с квантовыми числами* $1^-(0^{++})$, $1^-(1^{++})$, $1^-(2^{++})$ и $1^+(1^{+-})$, которые соответствуют состояниям 3P_0 , 3P_1 , 3P_2 и 1P_1 . Если спин-орбитальное $\mathbf{S} \cdot \mathbf{L}$ и спин-спиновое $\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2$ взаимодействия кварков возникают вследствие обмена векторными глюонами, то эффективный потенциал должен быть подобен имеющемуся в случае атома водорода в квантовой электродинамике, который описывает *тонкое* и *сверхтонкое* расщепления.

Рассмотрим сначала эффект спин-орбитального взаимодействия $\mathbf{S} \cdot \mathbf{L}$, тогда массовая формула может быть представлена в виде

$$M^2 = M_0^2 + 2a\langle \mathbf{S} \cdot \mathbf{L} \rangle = M_0^2 + a[J(J+1) - S(S+1) - L(L+1)], \quad (108)$$

где M_0 — универсальная масса супермультиплета, а a — параметр спин-орбитального взаимодействия. Здесь $2\mathbf{S} \cdot \mathbf{L} = \mathbf{J}^2 - \mathbf{S}^2 - \mathbf{L}^2$, так как $\mathbf{J} = \mathbf{S} + \mathbf{L}$. Величины $\langle \mathbf{S} \cdot \mathbf{L} \rangle$ для каждого состояния супермультиплета приведены в следующей таблице:

J^{PC}	0^{++}	1^{++}	1^{+-}	2^{++}
$\langle \mathbf{S} \cdot \mathbf{L} \rangle$	-2	-1	0	1

Для определения двух параметров в массовой формуле (108)

$$\begin{aligned} M_0^2 &= \frac{2m_{a_2}^2 + m_{a_0}^2}{3} = ((1217,3 \pm 0,8) \text{ МэВ})^2, \\ a &= \frac{m_{a_2}^2 - m_{a_0}^2}{6} = (0,1280 \pm 0,0007) \text{ ГэВ}^2 \end{aligned} \quad (109)$$

достаточно использовать, например, хорошо измеренные массы [55]

$$m_{a_0}^{\text{PDG}} = (984,7 \pm 1,2) \text{ МэВ}, \quad m_{a_2}^{\text{PDG}} = (1318,3 \pm 0,6) \text{ МэВ} \quad (110)$$

*Здесь мы используем квантовые числа $I^G(J^{PC})$, где собственные значения оператора зарядового сопряжения C указаны для нейтральных компонент супермультиплета.

двух членов супермультиплета* — $a_0(980)$ и $a_2(1320)$. Тогда можно предсказать массы остальных членов супермультиплета:

$$m_{a_1}^{\text{SL}} = (1107,1 \pm 0,9) \text{ МэВ}, \quad m_{b_1}^{\text{SL}} = (1217,3 \pm 0,8) \text{ МэВ}, \quad (111)$$

используя вычисленные параметры (109). Полученное значение массы a_1 -мезона согласуется с оценкой (105), сделанной Вайнбергом, и нашим предсказанием (107). В свою очередь, масса b_1 -мезона получается немного меньшей, чем ее экспериментальное значение (102), без учета спин-спинового взаимодействия. Подробный анализ эффекта последнего взаимодействия мы отложим до конца этого раздела, когда будут получены более точные значения масс ρ' - и a_1 -мезонов.

К сожалению, соотношение (99) нельзя непосредственно применить для изоскалярных мезонов с $I = 0$, так как аксиально-векторные состояния $f_1(1285)$ и $f_1(1420)$ оказываются смешанными состояниями [58] легких u -, d -кварков и странного s -кварка, вопреки тому, что их векторные партнеры $\omega(782)$, $\omega'(1420)$ и $\phi(1020)$, $\phi'(1680)$ являются чистыми состояниями. Однако несложный анализ $V_\mu - R_\mu$ смешивания (90) позволяет установить новые массовые соотношения, которые могут быть применимы и для более широкого круга легких мезонов.

Давайте определим два независимых параметра матрицы смешивания или характеристического уравнения (97):

$$m^2 = \frac{2(m_{\rho'}^2 + m_\rho^2) - m_{b_1}^2 - \sqrt{[2(m_{\rho'}^2 + m_\rho^2) - 3m_{b_1}^2]^2 + 8m_{\rho'}^2 m_\rho^2}}{24} = ((162 \pm 7) \text{ МэВ})^2 \quad (112)$$

и

$$M_V = \sqrt{m_{\rho'}^2 + m_\rho^2 - m_{b_1}^2 - 6m^2} = (1039 \pm 33) \text{ МэВ}, \quad (113)$$

считая массы ρ -, ρ' - и b_1 -мезонов известными (см. формулы (102) и (104)). Тогда углы смешивания

$$\theta(q^2) = \frac{1}{2} \text{arctg} \frac{|q|}{86_{-75}^{+82} \text{ МэВ}}, \quad (114)$$

*В современной научной литературе существует незаконченная дискуссия по поводу кваркового состава $a_0(980)$ -мезона: это обычное двухкварковое или экзотическое четырехкварковое состояние [56]. Однако удовлетворительное описание спектра массовых состояний супермультиплета склоняет нас принять гипотезу обычного кваркового состава $a_0(980)$ -мезона. Более того, последние расчеты на решетке [57] подтверждают данную гипотезу.

благодаря исчезающе малому значению знаменателя дроби под арктангенсом по сравнению с числителем, при q^2 порядка квадратов масс векторных мезонов, $\theta(m_\rho^2) = (41,8 \pm 2,8)^\circ$ и $\theta(m_{\rho'}^2) = (43,3 \pm 1,5)^\circ$ оказываются почти постоянными в пределах экспериментальных ошибок и близкими к углу максимального смешивания 45° . Таким образом, мы можем принять гипотезу *максимального смешивания* для векторных мезонов с хорошей точностью.

Из уравнения для угла смешивания (88) следует, что максимальное смешивание достигается при $\Delta = 0$, что ведет к дополнительному условию для параметров m^2 и M_V^2 (см. определения (89) и (86)):

$$M_V^2 + 12m^2 = m_{b_1}^2. \quad (115)$$

Поэтому теперь мы можем определить параметры смешивания

$$m = \frac{\sqrt{8m_{b_1}^2 - 5m_\rho^2} - \sqrt{3m_\rho^2}}{4\sqrt{6}} = (170,5 \pm 1,2) \text{ МэВ} \quad (116)$$

и

$$M_V = \sqrt{m_{b_1}^2 - 12m^2} = (1078 \pm 6) \text{ МэВ}, \quad (117)$$

используя лишь массы двух хорошо измеренных резонансов ρ и b_1 (102). Заметим, что данные значения находятся в хорошем согласии с полученными выше (112) и (113).

Интересно также отметить, что теперь мы можем предсказать массы ρ' -мезона

$$m_{\rho'} = m_\rho + \sqrt{18}m = (1499,0 \pm 4,7) \text{ МэВ} \quad (118)$$

и a_1 -мезона

$$m_{a_1} = \sqrt{M_V^2 + 6m^2} = (1156,1 \pm 6,7) \text{ МэВ} \quad (119)$$

с меньшими погрешностями, чем экспериментальные. Данное среднее значение массы ρ' -мезона согласуется с оценкой, следующей из правил сумм КХД [59], но получается несколько выше экспериментального среднего (104). А значение массы a_1 -мезона опять лежит значительно ниже экспериментального значения (106). Однако, как мы уже упоминали, экспериментальные значения масс ρ' - и a_1 -мезонов зависят от модели, которая используется для их определения. Этот факт объясняет широкий спектр их значений, представленных в таблице мезонов [24].

Вернемся, однако, к вопросу расщепления масс в супермультиплетах. Теперь, помимо спин-орбитального взаимодействия, рассмотрим контактное

$$V_S = \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 \quad (120)$$

и тензорное

$$V_T = \mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2 - \frac{3(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{r})(\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{r})}{|\mathbf{r}|^2} \quad (121)$$

спин-спиновые взаимодействия. Таким образом, массы четырех состояний супермультиплета

$$\begin{aligned} m_{a_0}^2 &= M_0^2 + \frac{1}{4}\langle V_S \rangle - \langle V_T \rangle - 4a, \\ m_{a_1}^2 &= M_0^2 + \frac{1}{4}\langle V_S \rangle + \frac{1}{2}\langle V_T \rangle - 2a, \\ m_{a_2}^2 &= M_0^2 + \frac{1}{4}\langle V_S \rangle - \frac{1}{10}\langle V_T \rangle + 2a, \\ m_{b_1}^2 &= M_0^2 - \frac{3}{4}\langle V_S \rangle \end{aligned} \quad (122)$$

могут быть параметризованы четырьмя параметрами. Причем в качестве проверки мы должны получить, что вклад контактного спин-спинового взаимодействия (120) для рассматриваемых состояний с $L = 1$ равен нулю. Действительно, выражая параметры массовых формул (122) через физические массы

$$\begin{aligned} \langle V_S \rangle &= \frac{5m_{a_2}^2 + 3m_{a_1}^2 + m_{a_0}^2}{9} - m_{b_1}^2 = (0,007 \pm 0,010) \text{ ГэВ}^2, \\ \langle V_T \rangle &= \frac{15m_{a_1}^2 - 5m_{a_2}^2 - 10m_{a_0}^2}{18} = (0,092 \pm 0,013) \text{ ГэВ}^2, \\ a &= \frac{5m_{a_2}^2 - 3m_{a_1}^2 - 2m_{a_0}^2}{24} = (0,114 \pm 0,002) \text{ ГэВ}^2, \\ M_0^2 &= m_{b_1}^2 + \frac{3}{4}\langle V_S \rangle = ((1231,7 \pm 6,1) \text{ МэВ})^2, \end{aligned} \quad (123)$$

получаем, что вклад контактного спин-спинового взаимодействия, как и ожидалось, находится в пределах ошибки расчетов. Поскольку массы кварков, составляющих мезон, одинаковые, то вклады тензорного спин-спинового и спин-орбитального взаимодействий сравнимы по величине и являются поправками к основному вкладу квадрата средней массы мультиплета.

Для того, чтобы проверить нашу гипотезу максимального смешивания не только для изовекторных мезонов, получим новое массовое соотношение, которое связывает массы физических векторных мезонов с квантовыми числами 1^{--} и аксиально-векторных мезонов с квантовыми числами 1^{+-} . Используя условие максимального смешивания (115) и систему уравнений (98), мы можем исключить ненаблюдаемые напрямую параметры смешивания m^2 и M_V^2 ,

получая в результате массовую формулу для физических частиц

$$R \equiv \frac{2m_{\rho'}^2 - m_{\rho'}m_{\rho} + 2m_{\rho}^2}{3m_{b_1}^2} = 1. \quad (124)$$

В случае изовекторных $I = 1$ мезонов данное отношение $R_{I=1} = 0,96 \pm 0,03$ почти совпадает с единицей. И это не является неожиданным, так как именно этот факт был решающим для принятия гипотезы максимального смешивания.

Рассмотрим теперь изоскалярные $I = 0$ векторные $\omega(782)$, $\omega'(1420)$ и аксиально-векторный $h_1(1170)$ мезоны, состоящие из легких кварков. Используя табличные значения их масс, получаем, что данное отношение $R_{I=0} = 1,02 \pm 0,07$ также согласуется с единицей в пределах экспериментальной точности. Изоскалярные векторные мезоны со скрытой странностью представлены в таблице мезонов резонансными состояниями $\phi(1020)$ и $\phi'(1680)$. Однако аксиально-векторный мезон $h_1(s\bar{s})$ со скрытой странностью и квантовыми числами 1^{+-} отсутствует в основной таблице мезонов. Поэтому мы можем воспользоваться формулой (124), чтобы предсказать его массу:

$$m_{h_1(s\bar{s})} = \sqrt{\frac{2m_{\phi'}^2 - m_{\phi'}m_{\phi} + 2m_{\phi}^2}{3}} = (1409 \pm 20) \text{ МэВ}. \quad (125)$$

Более подробные таблицы мезонов указывают лишь на два эксперимента [60] и [61], где данный мезон $h_1(1380)$ был зарегистрирован с массами (1440 ± 60) МэВ и (1380 ± 20) МэВ соответственно. Отсутствие третьего экспериментального доказательства не дает права внести данное состояние в основную таблицу мезонов. Однако наши исследования предсказывают и подтверждают существование такого состояния с точно такой же массой, которая была измерена пока лишь в двух экспериментах.

4. ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МЕЗОНОВ ЕДИНИЧНОГО СПИНА

До сих пор мы обсуждали, главным образом, только массовый спектр мезонов, возникающий в результате спонтанного нарушения симметрии, и еще не использовали в полной мере соотношение (34) между константами связи. В этом разделе мы перейдем к выяснению динамических свойств мезонов и их сравнению с экспериментальными данными. Наиболее интересным сектором, на наш взгляд, является сектор мезонов со спином единица. Большое разнообразие их квантовых чисел: 1^{--} , 1^{++} и 1^{+-} — предоставляет богатую физику.

Массивные мезоны со спином единица могут находиться в трех различных состояниях поляризации. Продольное состояние отвечает нулевой спиральности, т. е. нулевой проекции спина на направление движения. Это состояние соответствует нулевому полному моменту и может быть описано как (псевдо)скалярной волновой функцией, так и продольной компонентой антисимметричного тензора второго ранга. Два поперечных состояния отвечают значениям спиральности ± 1 и описываются векторной волновой функцией.

Аксиально-векторные мезоны являются чистыми состояниями и описываются либо четырехмерной аксиально-векторной волновой функцией, которая включает в себя псевдоскалярную часть A_0 , либо антисимметричным тензором второго ранга. Это следует из динамики системы, которая описывается лагранжианом (82), сохраняющим \mathcal{P} -четность. Поэтому \mathcal{CP} -четное состояние A_μ , отвечающее квантовым числам 1^{++} , не смешивается с \mathcal{CP} -нечетным состоянием $\partial^\nu T_{\mu\nu}$, отвечающим квантовым числам 1^{+-} . К первому типу относятся физические мезоны a_1 , f_1 и K_{A1} . Второй тип включает физические мезоны b_1 , h_1 и K_{B1} .

Первый тип мезонов описывается четырехмерной аксиально-векторной волновой функцией и аннигилирует аксиально-векторный кварковый ток $\bar{q}\gamma_\mu\gamma^5 q$ в вакуум, образуя нетривиальный матричный элемент

$$\langle 0|\bar{q}\gamma_\mu\gamma^5 q|A(p, \lambda)\rangle = m_A f_A e_\mu^\lambda(p), \quad (126)$$

где e_μ^λ — поляризационный вектор мезона со спином единица и f_A — соответствующий формфактор, в общем-то зависящий от квадрата импульса передачи $f_A(p^2)$. Второй тип мезонов описывается антисимметричным тензором второго ранга и аннигилирует в вакуум тензорный кварковый ток $\bar{q}\sigma^{\mu\nu} q$:

$$\langle 0|\bar{q}\sigma^{\mu\nu} q|A(p, \lambda)\rangle = i f_A^T \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} e_\alpha^\lambda(p) p_\beta. \quad (127)$$

Используя лагранжиан (19), мы можем вычислить формфакторы $f_A(p^2)$ и $f_A^T(p^2)$ в ведущем порядке $1/N_C$ однопетлевого приближения

$$f_{a_1}(p^2) = \frac{p^2}{g_A m_{a_1}}, \quad f_{a_1}^T(p^2) = 0 \quad (128)$$

и

$$f_{b_1}(p^2) = 0, \quad f_{b_1}^T(p^2) = \frac{p^2}{g_B m_{b_1}} \quad (129)$$

при произвольных импульсах p^2 . Или на массовой поверхности имеем

$$f_{a_1} = \frac{m_{a_1}}{g_A}, \quad f_{b_1}^T = \frac{m_{b_1}}{g_B} = \frac{m_{b_1}}{\sqrt{2} g_A}. \quad (130)$$

Формфакторы f_A и f_A^T в литературе еще часто называются продольным и поперечным формфакторами соответственно, и в разложениях правил сумм

обозначаются как f_A^\parallel и f_A^\perp . Ввиду того, что аксиально-векторные мезоны описываются чистыми состояниями волновых функций, $f_{b_1}^\parallel = 0$ и $f_{a_1}^\perp = 0$.

Более сложная и более интересная ситуация оказывается в векторном мезонном секторе, где и векторные, и тензорные мезоны обладают одинаковыми квантовыми числами 1^{--} и имеют почти максимальное смешивание (90). Это приводит к тому, что матричные элементы для векторного и тензорного кварковых токов

$$\begin{aligned} \langle 0 | \bar{q} \gamma_\mu q | V(p, \lambda) \rangle &= m_V f_V e_\mu^\lambda(p), \\ \langle 0 | \bar{q} \sigma_{\mu\nu} q | V(p, \lambda) \rangle &= i f_V^T (e_\mu^\lambda(p) p_\nu - e_\nu^\lambda(p) p_\mu) \end{aligned} \quad (131)$$

оказываются одновременно нетривиальными для физических векторных мезонов.

Используя лагранжиан (19) и соотношение (90) в ведущем порядке $1/N_C$ разложения, имеем

$$\begin{aligned} f_\rho(p^2) &= \frac{p^2 \cos \theta(p^2) + \sqrt{18} m |p| \sin \theta(p^2)}{g_V m_\rho}, \\ f_\rho^T(p^2) &= \frac{\sqrt{18} m \cos \theta(p^2) + |p| \sin \theta(p^2)}{g_R} \end{aligned} \quad (132)$$

для ρ -мезонов и

$$\begin{aligned} f_{\rho'}(p^2) &= \frac{-p^2 \sin \theta(p^2) + \sqrt{18} m |p| \cos \theta(p^2)}{g_V m_{\rho'}}, \\ f_{\rho'}^T(p^2) &= \frac{-\sqrt{18} m \sin \theta(p^2) + |p| \cos \theta(p^2)}{g_R} \end{aligned} \quad (133)$$

для более массивных ρ' -мезонов. Массовый параметр m в нашей локальной модели является постоянной величиной, хотя, в принципе, он тоже должен зависеть от квадрата импульса передачи p^2 . На это указывает также его малое значение, полученное из формулы (112).

Например, в инстантонной модели [62] параметр массы кварка является зависящим от импульса передачи и для простоты выбирается в виде функции Гаусса [63]

$$m(p^2) = m_0 \exp\left(-\frac{p^2}{\Lambda_{\chi\text{QM}}^2}\right), \quad (134)$$

где $m_0 = (300 \pm 50)$ МэВ — конституентная масса кварка и $\Lambda_{\chi\text{QM}} \sim 1$ ГэВ фиксируется из фита константы пионного распада F_π . Аналогичный результат получается и в нелокальной кварковой модели [64]. Для характеристических импульсов порядка m_ρ из формулы (134) можно получить

$m(m_\rho^2) = (164 \pm 27)$ МэВ, что прекрасно согласуется с результатом вычисления (112) $m = (162 \pm 7)$ МэВ.

На массовой поверхности эффективные продольные f_V^\parallel и поперечные f_V^\perp константы для векторных мезонов имеют вид

$$\begin{aligned} f_\rho &= \frac{m_\rho \cos \theta(m_\rho^2) + \sqrt{18}m \sin \theta(m_\rho^2)}{g_V}, \\ f_\rho^T &= \frac{\sqrt{18}m \cos \theta(m_\rho^2) + m_\rho \sin \theta(m_\rho^2)}{g_R}, \\ f_{\rho'} &= \frac{-m_{\rho'} \sin \theta(m_{\rho'}^2) + \sqrt{18}m \cos \theta(m_{\rho'}^2)}{g_V}, \\ f_{\rho'}^T &= \frac{-\sqrt{18}m \sin \theta(m_{\rho'}^2) + m_{\rho'} \cos \theta(m_{\rho'}^2)}{g_R}. \end{aligned} \quad (135)$$

Даже не вдаваясь в численный анализ этих сложных формул, мы можем немедленно получить простые качественные предсказания, используя лишь тот уникальный факт, что решение системы (98) очень близко к специальному решению, когда угол смешивания $\theta = \pi/4$ максимален и не зависит от импульса передачи. Это случается при $\Delta = 0$.

В случае максимального смешивания, с учетом (118), соотношения (135) могут быть переписаны в более компактном виде:

$$f_\rho = \frac{m_{\rho'}}{\sqrt{2}g_V}, \quad f_\rho^T = \frac{m_{\rho'}}{\sqrt{2}g_R}; \quad (136)$$

$$f_{\rho'} = -\frac{m_\rho}{\sqrt{2}g_V}, \quad f_{\rho'}^T = \frac{m_\rho}{\sqrt{2}g_R}. \quad (137)$$

Так как $g_R = \sqrt{2}g_V$, уравнения (136) приводят к простому соотношению между поперечной и продольной эффективными константами для ρ -мезона:

$$\frac{f_\rho^T}{f_\rho} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707, \quad (138)$$

что находится в прекрасном согласии с последними расчетами на решетке [65]. Аналогичное соотношение для ρ' -мезона имеет то же абсолютное значение, но противоположный знак:

$$\frac{f_{\rho'}^T}{f_{\rho'}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (139)$$

Только что появившиеся правильные решеточные расчеты для ρ' -мезона [66] подтверждают и это соотношение. Соотношения (138) и (139) также подтверждаются расчетами КХД в приближении $1/N_C$ большого числа цветов [67].

Другим надежным методом получения информации о численных значениях низкоэнергетических матричных элементов являются правила сумм КХД [68]. Если допустить, что экспериментальное значение векторного формфактора ρ -мезона $f_\rho = (208 \pm 10)$ МэВ [65], правила сумм КХД дают согласующийся с решеточными расчетами результат $f_\rho^T = (160 \pm 10)$ МэВ [69]. Интересно также заметить, что относительный знак между поперечным f_ρ^T и продольным f_ρ формфакторами может быть установлен из рассмотрения корреляционных функций тензорного и векторного кварковых токов. То, что он положителен, было доказано уже много лет тому назад [70]. Этот результат прекрасно согласуется с нашими предсказаниями (138).

А вот аналогичный результат для ρ' -мезона менее известен, хотя и был получен в то же время. В работе Беляева и Когана [71] было показано, что для стабильности правил сумм КХД вклад ρ' -мезона в корреляционную функцию должен быть отрицательным и удовлетворять соотношению

$$m_\rho f_\rho f_\rho^T = -2m_{\rho'} f_{\rho'} f_{\rho'}^T. \quad (140)$$

Имея в виду, что $m_{\rho'} \simeq 2m_\rho$, можно легко показать, что соотношение (140) вытекает из наших формул (136) и (137).

Оценка поперечных формфакторов векторного f_V^T или аксиально-векторного f_A^T мезонов из их лептонных распадов или электромагнитных взаимодействий в настоящее время принципиально невозможна из-за отсутствия в них тензорных токов. Извлечение их из экспериментальных данных возможно лишь теоретически на основе некоторой модели сильных взаимодействий при низких энергиях, такой как модель Намбу и Йона-Лазинио или правила сумм КХД. Так, за последнее время оценка поперечных формфакторов векторного ρ -мезона и аксиально-векторного b_1 -мезона была перепроверена с использованием обобщенных правил сумм КХД [72]: $f_\rho^T = (157 \pm 5)$ МэВ и $f_{b_1}^T = (184 \pm 5)$ МэВ. Дополнительно к этому было получено значение поперечного формфактора ρ' -мезона $f_{\rho'}^T = (140 \pm 5)$ МэВ, которое, однако, находится в противоречии с соотношением сверхсходимости [73]

$$(f_\rho^T)^2 + (f_{\rho'}^T)^2 = (f_{b_1}^T)^2. \quad (141)$$

Все приведенные выше значения можно сравнить с нашими предсказаниями для соответствующих формфакторов:

$$f_\rho^T = \left(0, 703_{-0,007}^{+0,004}\right) f_\rho = (146 \pm 7) \text{ МэВ}, \quad (142)$$

$$f_{b_1}^T = \left(0, 839_{-0,015}^{+0,017}\right) f_\rho = (175 \pm 9) \text{ МэВ}, \quad (143)$$

$$f_{\rho'}^T = \left(0, 405_{-0,034}^{+0,040}\right) f_\rho = (84 \pm 9) \text{ МэВ}. \quad (144)$$

Первые два результата находятся в хорошем согласии с вычислениями, использующими правила сумм КХД, и последними решеточными расчетами $f_\rho^T = (159 \pm 8)$ МэВ [74] и $f_{b_1}^T = (181 \pm 64)$ МэВ [75]. Отметим также, что последний результат для поперечного формфактора ρ' -мезона находится в хорошем согласии с соотношением (141) и решеточными расчетами [66], но в явном противоречии со значением, полученным в [72].

В заключение, однако, было бы интересно отметить, что аномальная размерность тензорного тока не равна нулю и формфакторы $f^T(\mu)$ зависят от размерного параметра μ , который связан со шкалой размерной трансмутации в КХД. Наши значения, полученные в ведущем порядке разложения $1/N_C$, систематически меньше оценок, сделанных по правилам сумм КХД при $\mu = 1$ ГэВ, и ближе к решеточным расчетам [65, 66], сделанным при $\mu = 2$ ГэВ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном обзоре мы рассмотрели феноменологический подход к описанию всех низколежащих мезонных резонансов, основанный на расширенной модели Намбу и Йона-Лазинио. Даже простейшая модель с одним типом кварков включает в себя 16 степеней свободы для полного набора всех кварк-антикварковых мезонных возбуждений: скаляра, псевдоскаляра, вектора, аксиального вектора и антисимметричного тензора второго ранга. Все они имеют соответствующие юкавские взаимодействия с кварками. Используя группу изотопической симметрии $SU(2)_F$, их можно отождествить с физическими мезонными состояниями σ , π , ρ , a_1 , ρ' и b_1 . Приближенная глобальная группа симметрии $SU(3)_F$ позволяет включить в описание также странные мезоны κ , K , K^* , K_{A1} , K'^* и K_{B1} . Так как (псевдо)скалярный сектор модели Намбу и Йона-Лазинио является уже хорошо изученным и введение тензорных возбуждений не вносит в него ничего нового, мы сконцентрировали свое внимание главным образом на секторе мезонов единичного спина.

Одновременное описание всех низколежащих мезонных состояний в рамках расширенной модели Намбу и Йона-Лазинио ведет к интересным предсказаниям, таким как новые массовые формулы и новые соотношения между мезонными константами взаимодействия. Все эти предсказания находятся в хорошем согласии с современными экспериментальными данными, численными расчетами на решетке и результатами правил сумм КХД.

Другое интересное свойство, которое непосредственно следует из нашего подхода, касается дуальной природы ρ - и ρ' -мезонов. Они имеют одновременно как векторное, так и тензорное взаимодействие с кварками. Это вытекает из нового взгляда на это явление, если предположить, что существуют две различные векторные частицы с одинаковыми квантовыми числами, но

которые взаимодействуют с кварками различным образом. Одна из этих частиц обладает только минимальным векторным взаимодействием с кварками, в то время как другая имеет только *аномальное* тензорное взаимодействие. После спонтанного нарушения киральной симметрии эти состояния могут смешиваться, образуя физические состояния ρ - и ρ' -мезонов.

Это предположение не является столь искусственным с точки зрения адронной феноменологии, так как аксиально-векторные мезоны a_1 и b_1 , ввиду своих разных квантовых чисел, существуют как чистые состояния и взаимодействуют с кварками только векторно и тензорно соответственно. Интересно отметить, что тензорные взаимодействия b_1 - и h_1 -мезонов могут быть впервые напрямую проверены экспериментально на комплексе NICA [76] при анализе угловых распределений электрон-позитронных пар и фотонов от распадов мезонов единичного спина.

Вышеизложенные соображения также означают, что в природе могут существовать два различных типа частиц со спином единица, которые отличаются своими взаимодействиями с материальными фермионами. Однако они пока идентифицированы только для составных кварк-антикварковых состояний. Вопрос о существовании фундаментальных бозонов единичного спина, отличных от калибровочных, вероятно, будет выяснен на будущих ускорителях и, главным образом, на ЛНС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976.
2. Кадышевский В. Г., Матеев М. Д., Чижов М. В. // ТМФ. 1980. Т. 45. С. 358.
3. Nambu Y., Jona-Lasinio G. // Phys. Rev. 1961. V. 122. P. 345.
4. Карман Э. Теория спиноров. М.: Изд-во иностр. лит., 1947.
5. van der Waerden B. // Nachr. Ges. Wiss. Gött. 1929. P. 100;
Laporte O., Uhlenbeck G. E. // Phys. Rev. 1931. V. 37. P. 1380.
6. Nambu Y., Jona-Lasinio G. // Phys. Rev. 1961. V. 124. P. 246.
7. Боголюбов Н. Н. Препринт ОИЯИ Д-781. Дубна, 1961.
8. Боголюбов Н. Н. // Изв. АН СССР. Физика. 1947. Т. 1. С. 77.
9. Боголюбов Н. Н. // ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 58.
10. Klevansky S. P. // Rev. Mod. Phys. 1992. V. 64. P. 649;
Волков М. К. // ЭЧАЯ. 1993. Т. 24. С. 81;
Natsuda T., Kunihiro T. // Phys. Rep. 1994. V. 247. P. 221;
Bijnens J. // Phys. Rep. 1996. V. 265. P. 369;
Alkofer R., Reinhardt H., Weigel H. // Phys. Rep. 1996. V. 265. P. 139.

11. *Fritsch H., Gell-Mann M.* // Proc. of the XVI Intern. Conf. on High-Energy Phys. Chicago, 1972. P. 135;
Fritsch H., Gell-Mann M., Leutwyler H. // Phys. Lett. B. 1973. V. 47. P. 365.
12. *Gross D.J., Wilczek F.* // Phys. Rev. Lett. 1973. V. 30. P. 1343;
Politzer H.D. // Ibid. P. 1346.
13. *Bender C.M., Cooper F., Guralnik G.* // S. Ann. Phys. 1977. V. 109. P. 165;
Tamvakis K., Guralnik G.S. // Phys. Rev. D. 1978. V. 18. P. 4551;
Cooper F., Guralnik G., Snyderman N. // Phys. Rev. Lett. 1978. V. 40. P. 1620.
14. *Чижов М. В.* // ТМФ. 1982. Т. 51. С. 218.
15. *'t Hooft G.* // Phys. Rev. Lett. 1976. V. 37. P. 8; Phys. Rev. D. 1976. V. 14. P. 3432.
16. *Eguchi T., Sugawara H.* // Phys. Rev. D. 1974. V. 10. P. 4257.
17. *Fermi E.* // Z. Phys. 1934. V. 88. P. 161; Nuovo Cim. 1934. V. 11. P. 1.
18. *Avdeev L. V., Chizhov M. V.* // Phys. Lett. B. 1994. V. 321. P. 212.
19. *Wetterich C.* // Mod. Phys. Lett. A. 2008. V. 23. P. 677.
20. *Leutwyler H.* // Phys. Lett. B. 1980. V. 96. P. 154.
21. *Eguchi T.* // Phys. Rev. D. 1976. V. 14. P. 2755.
22. *Heisenberg W.* // Z. Phys. 1932. V. 77. P. 1.
23. *Goldstone J.* // Nuovo Cim. 1961. V. 19. P. 154;
Goldstone J., Salam A., Weinberg S. // Phys. Rev. 1962. V. 127. P. 965.
24. *Olive K. A. et al. (Particle Data Group)* // Chin. Phys. C. 2014. V. 38. P. 090001.
25. *Gell-Mann M., Oakes R. J., Renner B.* // Phys. Rev. 1968. V. 175. P. 2195.
26. *Adler S. L.* // Phys. Rev. 1969. V. 177. P. 2426;
Bell J. S., Jackiw R. // Nuovo Cim. A. 1969. V. 60. P. 47.
27. *Weinberg S.* // Phys. Rev. Lett. 1967. V. 18. P. 507.
28. *Герштейн С. С., Зельдович Я. Б.* // ЖЭТФ. 1955. Т. 29. С. 698.
29. *Feynman R. P., Gell-Mann M.* // Phys. Rev. 1958. V. 109. P. 193.
30. *Lipkin H. J.* // Phys. Lett. B. 1977. V. 72. P. 249.
31. *Lipkin H. J.* // Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.). 2003. V. 115. P. 117.
32. *Link J. M. et al. (FOCUS Collab.)* // Phys. Lett. B. 2002. V. 535. P. 43.
33. *Dimopoulos S., Georgi H.* // Nucl. Phys. B. 1981. V. 193. P. 150.
34. *Чижов М. В.* // ЭЧАЯ. 1995. Т. 26. С. 1322.
35. *Gasser J., Leutwyler H.* // Ann. Phys. (N. Y.). 1984. V. 158. P. 142;
Ecker G. et al. // Nucl. Phys. B. 1989. V. 321. P. 311;
Ecker G. et al. // Phys. Lett. B. 1989. V. 223. P. 425;
Kalafatis D. // Phys. Lett. B. 1993. V. 313. P. 115.
36. *Огиевецкий В. И., Полубаринов И. В.* // ЯФ. 1966. Т. 4. С. 216.

37. *Kalb U., Ramon P.* // *Phys. Rev. D.* 1974. V. 9. P. 2273;
Cremmer E., Scherk J. // *Nucl. Phys. B.* 1974. V. 72. P. 117.
38. *Salam A.* Unification of Fundamental Forces: The First of the 1988 Dirac Memorial Lectures. Cambridge Univ. Press, 1990.
39. *Chizhov M. V.* // *Phys. Lett. B.* 1981. V. 104. P. 449.
40. *Chizhov M. V.* // *Phys. Lett. B.* 1982. V. 113. P. 159.
41. *Bjorken J. D.* // *Ann. Phys. (N. Y.).* 1963. V. 24. P. 174;
Bialynicki-Birula I. // *Phys. Rev.* 1963. V. 130. P. 465.
42. *Chizhov A. V., Chizhov M. V.* // *Phys. Lett. B.* 1983. V. 125. P. 190.
43. *Kazakov D. I., Shirkov D. V.* // *Proc. of Conf. High-Energy Part. Interactions, Smolenice, 1975. Bratislava, 1976.* P. 255.
44. *Zimmermann W.* // *Commun. Math. Phys.* 1985. V. 97. P. 211.
45. *Chizhov M. V.* JINR Commun. E2-84-257. Dubna, 1984.
46. *Чижов М. В.* Автореф. . . . канд. физ.-мат. наук. Дубна, 1982;
Чижов М. В. Препринт ОИЯИ Р2-84-172. Дубна, 1984.
47. *Avdeev L. V., Chizhov M. V.* // *Phys. Lett. B.* 1984. V. 145. P. 397;
Avdeev L. V., Chizhov M. V. // *Phys. Lett. B.* 1987. V. 184. P. 363.
48. *Wess J., Zumino B.* // *Phys. Lett. B.* 1974. V. 49. P. 52.
49. *Chizhov M. V.* arXiv:hep-ph/0107025.
50. *Faddeev L. D., Popov V. N.* // *Phys. Lett. B.* 1967. V. 25. P. 29.
51. *Yang C. N., Mills R. L.* // *Phys. Rev.* 1954. V. 96. P. 191.
52. *Kawarabayashi K., Suzuki M.* // *Phys. Rev. Lett.* 1966. V. 16. P. 255;
Riazuddin, Fayyazuddin // *Phys. Rev.* 1966. V. 147. P. 1071;
Sakurai J. J. // *Phys. Rev. Lett.* 1966. V. 17. P. 552.
53. *Armstrong T. A. et al. (WA76 Collab.)* // *Phys. Lett. B.* 1989. V. 228. P. 536.
54. *Reinders L. J., Rubinstein H. R., Yazaki S.* // *Nucl. Phys. B.* 1982. V. 196. P. 125.
55. *Amsler C. et al. (Particle Data Group)* // *Phys. Lett. B.* 2008. V. 667. P. 1.
56. *Pennington M. R.* arXiv:0711.1435[hep-ph].
57. *McNeile C., Michael C. (UKQCD Collab.)* // *Phys. Rev. D.* 2006. V. 74. P. 014508;
Frigory R. et al. arXiv:0709.4582[hep-lat].
58. *Close F. E., Kirk A.* // *Z. Phys. C.* 1997. V. 76. P. 469.
59. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V.* // *Phys. Lett. B.* 1998. V. 436. P. 351.
60. *Abele A. et al. (Crystal Barrel Collab.)* // *Phys. Lett. B.* 1997. V. 415. P. 280.
61. *Aston D. et al. (LASS Collab.)* // *Phys. Lett. B.* 1988. V. 201. P. 573.
62. *Callan C. G., Dashen R., Gross D. J.* // *Phys. Rev. D.* 1978. V. 17. P. 2717.
63. *Dorokhov A. E.* // *JETP Lett.* 2003. V. 77. P. 63.

64. Ефимов Г. В. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 34. С. 230.
65. *Becirevic D. et al.* // JHEP. 2003. V. 05. P. 007;
Braun V. M. et al. // Phys. Rev. D. 2003. V. 68. P. 054501.
66. *Rohrhofer C., Pak M., Glozman L. Ya.* arXiv:1603.04665[hep-lat].
67. *Catà O., Mateu V.* // Phys. Rev. D. 2008. V. 77. P. 116009.
68. *Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I.* // Nucl. Phys. B. 1979. V. 147. P. 385; 448.
69. *Ball P., Braun V. M.* // Phys. Rev. D. 1996. V. 54. P. 2182.
70. *Chernyak V. L., Zhitnitsky A. R.* // Phys. Rep. 1984. V. 112. P. 173.
71. *Беллев В. М., Коган Я. И.* // ЯФ. 1984. Т. 40. С. 1035.
72. *Bakulev A. P., Mikhailov S. V.* // Eur. Phys. J. C. 2000. V. 17. P. 129.
73. *Craigie N. S., Stern J.* // Phys. Rev. D. 1982. V. 26. P. 2430.
74. *Jansen K. et al.* // Phys. Rev. D. 2009. V. 80. P. 054510.
75. *Jansen K. et al.* // Phys. Lett. B. 2010. V. 690. P. 491.
76. NICA White Paper. <http://theor0.jinr.ru/twiki-cgi/view/NICA/WebHome>.