

ЭЛЕКТРОСЛАБЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К ПРОЦЕССУ БАБА-РАССЕЯНИЯ НА УРОВНЕ ОДНОЙ ПЕТЛИ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ BELLE II

*А. Г. Алексеев¹, С. Г. Барканова¹,
Ю. М. Быстрицкий^{2,*}, В. А. Зыкунов^{2,3}*

¹ Мемориальный университет, Корнер-Брук, Канада

² Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

³ Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Белоруссия

Рассмотрены радиационные поправки к процессу баба-рассеяния в рамках Стандартной модели на уровне одной петли. Учтены как виртуальные поправки, так и поправки на излучение реального фотона. Вычисления проводились при энергии, используемой на установке Belle II (Япония).

The Standard Model radiative corrections to the Bhabha scattering process are considered within one-loop approximation. Virtual corrections as well as corrections by real photon emission are evaluated. The calculation was performed at Belle II (Japan) energy.

PACS: 12.15.Lk; 13.40 Ks; 13.66.-a

ВВЕДЕНИЕ

Процессы аннигиляции электрон-позитронной пары в пару фермионов играют фундаментальную роль при изучении природы микромира, начиная со становления КЭД и до настоящего времени, когда Стандартная модель электрослабых взаимодействий (СМ) обрела статус экспериментально подтвержденной теории. Процесс электрон-позитронной аннигиляции отнюдь не исчерпал свой потенциал и по настоящий день. Успешно продолжают свою работу установки VEPP (Новосибирск) и BEPC-II (Пекин, Китай), нацеленные на изучение мезонной физики. Интересна программа для производства B -мезонов Belle II (КЕК, Япония), одной из главных целей которой будет определение важнейшего параметра СМ — синуса угла Вайнберга $\sin \theta_W$ в

*E-mail: yury.bystritskiy@gmail.com

канале $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ при энергии ниже Z -резонанса (для Belle II в системе центра масс (с. ц. м.) e^- и e^+ энергия реакции $\sqrt{s} = m(\Upsilon_{4S}) = 10,577$ ГэВ).

В работе электрон-позитронных коллайдеров нового поколения ILC/CLIC/FCC возможна также электрон-электронная (меллеровская) мода, которая, как и при более низких энергиях в эксперименте E-158 (SLAC) и в планируемом эксперименте MOLLER (JLab), может быть чрезвычайно интересна как для прецизионных тестов и измерений СМ, так и для поисков новой физики (НФ) [1].

Мы ставим своей целью получение асимптотических формул, имеющих простой компактный вид, но тем не менее надежно работающих (это доказывается успешным сравнением с точными результатами, полученными методами компьютерной алгебры FeynArts/FormCalc [2]) при энергиях ниже Z -резонанса.

1. БОРНОВСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Процесс рассеяния Баба в рамках СМ записывается формулой

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow e^-(p_3) + e^+(p_4) \quad (1)$$

и на борновском уровне описывается диаграммами, представленными на рис. 1. Четырехимпульсы начальных частиц (p_1 и p_2) и конечных частиц (p_3 и p_4) образуют стандартный набор лоренц-инвариантных переменных Мандельштама: $s = q_s^2 = (p_1 + p_2)^2$, $t = q_t^2 = (p_1 - p_3)^2$, $u = (p_2 - p_3)^2$. Далее, если особо не оговаривается, приводятся только результаты, соответствующие ультрарелятивистскому приближению: $s, -t, -u \gg m^2$, где m — масса электрона. Диаграммам на рис. 1 соответствуют следующие амплитуды:

$$M_t^a = e^2 Q_e^2 D_a(q_t) [\bar{u}(p_3) \gamma_\mu \Gamma^a u(p_1)] [\bar{u}(-p_2) \gamma_\mu \Gamma^a u(-p_4)], \quad (2)$$

$$M_s^a = -e^2 Q_e^2 D_a(q_s) [\bar{u}(-p_2) \gamma_\mu \Gamma^a u(p_1)] [\bar{u}(p_3) \gamma_\mu \Gamma^a u(-p_4)], \quad (3)$$

которые в сумме дают полную амплитуду процесса в борновском приближении: $M_0^a = M_t^a + M_s^a$. Здесь мы используем следующие обозначения:

$$D_a(q) = \frac{1}{q^2 - m_a^2}, \quad \Gamma^a = v^a - a^a \gamma_5, \quad a = \gamma, Z, \quad (4)$$

$$v^\gamma = -Q_e, \quad a^\gamma = 0, \quad v^Z = \frac{I_e^3 - 2Q_e s_W^2}{2s_W c_W}, \quad a^Z = \frac{I_e^3}{2s_W c_W}. \quad (5)$$

Соответствующее сечение записывается в виде

$$\frac{d\sigma_0}{dC_{13}} = \frac{\pi \alpha^2}{2s} \sum_{rr'} \sum_{a,b=\gamma,Z} \Pi_{rr'}^{ab} S_{rr'}^{aab}, \quad \Pi_{rr'}^{ab} = D_a(q_r) D_b^*(q_{r'}), \quad (6)$$

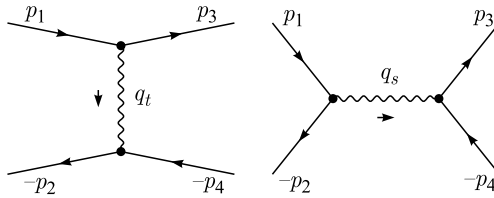


Рис. 1. Борновское приближение

где индекс $r = s, t$ определяет канал реакции, $C_{13} = \cos \theta_{13}$, а θ_{13} — угол рассеяния, т. е. угол между векторами \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_3 в с. ц. м. Величины $S_{rr'}^{abc}$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 S_{tt}^{abc} &= \text{Sp} [\gamma_\mu \Gamma^a U_1 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3] \text{Sp} [\gamma_\mu \Gamma^b U_4 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_2], \\
 S_{ts}^{abc} &= -\text{Sp} [\gamma_\mu \Gamma^a U_1 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_2 \gamma_\mu \Gamma^b U_4 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3], \\
 S_{st}^{abc} &= -\text{Sp} [\gamma_\mu \Gamma^a U_1 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3 \gamma_\mu \Gamma^b U_4 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_2], \\
 S_{ss}^{abc} &= \text{Sp} [\gamma_\mu \Gamma^a U_1 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_2] \text{Sp} [\gamma_\mu \Gamma^b U_4 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3],
 \end{aligned} \tag{7}$$

где U_i — спиновые матрицы плотности:

$$\begin{aligned}
 U_1 &\equiv u(p_1) \bar{u}(p_1) = \frac{1}{2} (1 + \lambda_1 \gamma_5) (\hat{p}_1 + m), \\
 U_2 &\equiv u(-p_2) \bar{u}(-p_2) = \frac{1}{2} (1 - \lambda_2 \gamma_5) (\hat{p}_2 - m), \\
 U_3 &\equiv u(p_3) \bar{u}(p_3) = \hat{p}_3 + m, \\
 U_4 &\equiv u(-p_4) \bar{u}(-p_4) = \hat{p}_4 - m.
 \end{aligned}$$

Следы γ -матриц (7) можно выразить через комбинации поляризаций начальных частиц $\lambda_{1,2}$

$$P_1^\pm = \lambda_1 \pm \lambda_2, \quad P_2^\pm = 1 \pm \lambda_1 \lambda_2$$

и комбинации констант связи

$$\begin{aligned}
 f_\pm^{abc} &= g_V^{ac} g_V^{bc} \pm g_A^{ac} g_A^{bc}, & g_\pm^{abc} &= g_V^{ac} g_A^{bc} \pm g_A^{ac} g_V^{bc}, \\
 g_V^{ab} &= v^a v^b + a^a a^b, & g_A^{ab} &= v^a a^b + a^a v^b
 \end{aligned}$$

в виде

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} S_{tt}^{abc} &= P_2^- f_+^{abc} u^2 + P_2^+ f_-^{abc} s^2 - P_1^- g_+^{abc} u^2 + P_1^+ g_-^{abc} s^2, \\
 \frac{1}{2} S_{ts}^{abc} &= \frac{1}{2} S_{st}^{abc} = P_2^- f_+^{abc} u^2 - P_1^- g_+^{abc} u^2, \\
 \frac{1}{2} S_{ss}^{abc} &= P_2^- (f_+^{abc} u^2 + f_-^{abc} t^2) - P_1^- (g_+^{abc} u^2 - g_-^{abc} t^2).
 \end{aligned} \tag{8}$$

Введем относительные поправки δ_{\pm} :

$$\delta_+^C = \frac{\sigma_{LL}^C + \sigma_{LR}^C + \sigma_{RL}^C + \sigma_{RR}^C}{\sigma_{LL}^0 + \sigma_{LR}^0 + \sigma_{RL}^0 + \sigma_{RR}^0} = \frac{\sigma_{00}^C}{\sigma_{00}^0}, \tag{9}$$

$$\delta_-^C = \frac{(\sigma_{LL}^C + \sigma_{LR}^C) - (\sigma_{RL}^C + \sigma_{RR}^C)}{(\sigma_{LL}^0 + \sigma_{LR}^0) - (\sigma_{RL}^0 + \sigma_{RR}^0)} = \frac{\sigma_{L0}^C - \sigma_{R0}^C}{\sigma_{L0}^0 - \sigma_{R0}^0}, \tag{10}$$

где нижние индексы $\{\lambda_1 \lambda_2\}$ задают поляризацию начальных частиц, а верхний индекс C задает тип вклада.

2. РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ

Радиационные поправки состоят из вкладов нескольких типов, таких как бозонные собственные энергии (рис. 2), поправки к вершинам (рис. 3), обмен двумя виртуальными бозонами (рис. 4), а также поправки на излучение реального фотона (рис. 5).

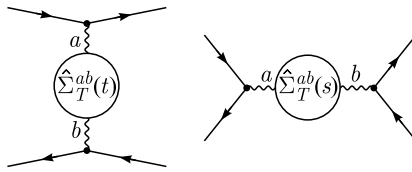


Рис. 2. Бозонные собственные энергии

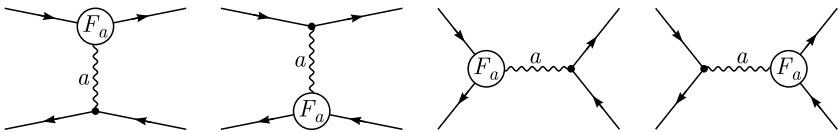


Рис. 3. Вершинные поправки

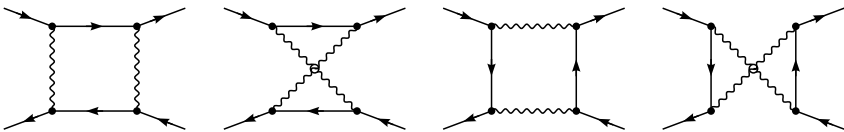


Рис. 4. Двухбозонные поправки (боксы)

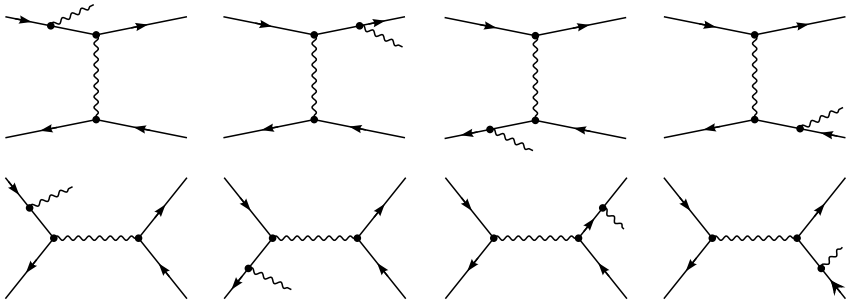


Рис. 5. Поправки на излучение реального фотона

Бозонные собственные энергии (см. рис. 2) могут быть записаны в виде, очень похожем на борн:

$$\frac{d\sigma_{\text{BSE}}}{dC_{13}} = \frac{\pi\alpha^2}{s} \sum_{rr'} \sum_{a,b,c=\gamma,Z} \Pi_{rr'}^{abc} S_{rr'}^{abc}, \quad (11)$$

где поперечная часть оператора собственной энергии $\hat{\Sigma}_T^{ab}(r)$ входит в следующую комбинацию:

$$\Pi_{rr'}^{abc} = -D_a(q_r) \hat{\Sigma}_T^{ab}(r) D_b(q_r) D_c^*(q_{r'}). \quad (12)$$

Вершинные поправки (см. рис. 3) содержат уже два борноподобных вклада, соответствующих модификациям одной или другой вершины в борновской диаграмме (см. рис. 1):

$$\frac{d\sigma_{\text{Ver}}}{dC_{13}} = \frac{\pi\alpha^2}{s} \sum_{rr'} \sum_{a,b=\gamma,Z} \Pi_k^{ab} \left(S_{rr'}^{F_a ab} + S_{rr'}^{a F_a b} \right), \quad (13)$$

где суммирование осуществляется по каналам $r, r' = s, t$, а следы γ -матриц $S_{rr'}^{abc}$ совпадают с борновскими (8), только с заменой тривиальных вершин v^a и a^a на перенормированные вершинные формфакторы:

$$v^a \rightarrow v^{F_a}, \quad a^a \rightarrow a^{F_a}, \quad a = \gamma, Z, \quad (14)$$

где

$$v^{F_\gamma} = \frac{\alpha}{4\pi} \left(v^\gamma \Lambda_1^\gamma + ((v^Z)^2 + (a^Z)^2) \Lambda_2^Z + \frac{3}{4s_W^2} \Lambda_3^W \right), \quad (15)$$

$$a^{F_\gamma} = \frac{\alpha}{4\pi} \left(a^\gamma \Lambda_1^\gamma + 2v^Z a^Z \Lambda_2^Z + \frac{3}{4s_W^2} \Lambda_3^W \right), \quad (16)$$

$$v^{Fz} = \frac{\alpha}{4\pi} \left(v^Z \Lambda_1^\gamma + v^Z ((v^Z)^2 + 3(a^Z)^2) \Lambda_2^Z + \frac{1}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2^W - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3^W \right), \quad (17)$$

$$a^{Fz} = \frac{\alpha}{4\pi} \left(a^Z \Lambda_1^\gamma + a^Z (3(v^Z)^2 + (a^Z)^2) \Lambda_2^Z + \frac{1}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2^W - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3^W \right). \quad (18)$$

Величины Λ_i хорошо известны [3]. Двухбозонные обмены (диаграммы типа ящик (бокс)) (см. рис. 4) содержат обмен разными бозонами:

$$\mathcal{M}_{\text{Box}} = \mathcal{M}_t^{\gamma\gamma} + \mathcal{M}_t^{\gamma Z} + \mathcal{M}_t^{Z\gamma} + \mathcal{M}_t^{ZZ} + \mathcal{M}_t^{WW} + (t \rightarrow s). \quad (19)$$

Обозначим прямые боксы как $\mathcal{M}_{r,D}^{ab}$, а боксы с перекрещенными бозонными пропагаторами как $\mathcal{M}_{r,C}^{ab}$ и тогда запишем:

$$\mathcal{M}_{\text{Box}} = \sum_{a,b} (\mathcal{M}_{t,D}^{ab} + \mathcal{M}_{t,C}^{ab} + \mathcal{M}_{s,D}^{ab} + \mathcal{M}_{s,C}^{ab}). \quad (20)$$

Соответствующий вклад в сечение имеет вид

$$\frac{d\sigma_{\text{Box}}}{dC_{13}} = \frac{1}{2^4 \pi s} \text{Re} \sum_{c=\gamma,Z} \mathcal{M}_{\text{Box}} (\mathcal{M}_0^c)^+.$$

Рассмотрим для примера один из вкладов, возникающий при перемножении слагаемых в $\mathcal{M}_{\text{Box}} (\mathcal{M}_0^c)^+$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t,D}^{ab} (\mathcal{M}_t^c)^+ &= 4\pi\alpha^3 \int \frac{dk}{i\pi^2} D_a(k) D_b(q_t - k) D_c^*(q_t) \times \\ &\times \text{Sp} [\gamma_\beta \Gamma^b S(p_1 - k) \gamma_\mu U_1^a \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3] \times \\ &\times \text{Sp} [\gamma_\mu \Gamma^a S(-p_2 - k) \gamma_\beta \Gamma^b U_4 \gamma_\nu U_2^c]. \quad (21) \end{aligned}$$

Одним из самых сложных вкладов такого типа будет случай обмена двумя фотонами ($\gamma\gamma$ -бокс). В нашем подходе он имеет следующий вид:

$$\mathcal{M}_{t,D}^{\gamma\gamma} (\mathcal{M}_t^c)^+ = \frac{8\pi\alpha^3}{t} D_c^*(q_t) (P_3 x_1 + P_4 y_1),$$

$$x_1 = (L_t - L_s) (S_1 (L_s - L_t) - 2tu) + 2u^2 \left(L_s (L_s - 2L_\lambda) - \frac{4}{3}\pi^2 \right), \quad (22)$$

$$y_1 = 2s^2 \left(L_t^2 - 2L_s (L_t - L_\lambda) + \frac{4}{3}\pi^2 \right),$$

где $L_s \equiv \ln(s/m^2)$, $L_t \equiv \ln(-t/m^2)$, $L_\lambda \equiv \ln(\lambda^2/m^2)$, $S_1 \equiv s^2 + u^2$ и использованы следующие комбинации спиральностей и вершин:

$$P_3 \equiv P_1^- g_+^{\gamma\gamma c} - P_2^- f_+^{\gamma\gamma c}, \quad P_4 \equiv P_2^+ f_-^{\gamma\gamma c}, \quad P_5 \equiv P_2^- f_-^{\gamma\gamma c}. \quad (23)$$

Видно, что боксы с фотонами страдают от инфракрасной расходимости, которая регуляризуется фиктивной массой фотона λ . Сокращение этой нефизической величины происходит в сумме с вкладом излучения реального фотона (см. рис. 5). Обычно вычисляют вклад мягкого фотона (с энергией ω , такой что $\lambda < \omega < \Delta E$, где $\Delta E \ll \sqrt{s}$ — порог мягкости), тогда матричный элемент факторизуется:

$$\mathcal{M}^\gamma|_{k \rightarrow 0} \sim e_\alpha(k) \left(\frac{p_1^\alpha}{(kp_1)} - \frac{p_2^\alpha}{(kp_2)} - \frac{p_3^\alpha}{(kp_3)} + \frac{p_4^\alpha}{(kp_4)} \right) \mathcal{M}_0^a. \quad (24)$$

И сечение излучения мягкого реального фотона обретает вид

$$\frac{d\sigma_{\text{soft}}}{dC_{13}} = \delta_{\text{soft}} \frac{d\sigma_0}{dC_{13}}, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \delta_{\text{soft}} &= -\frac{\alpha}{4\pi^2} \int_{\lambda < \omega < \Delta E} \frac{d^3\mathbf{k}}{\omega} \left(\frac{p_1}{(kp_1)} - \frac{p_2}{(kp_2)} - \frac{p_3}{(kp_3)} + \frac{p_4}{(kp_4)} \right)^2 = \\ &= \frac{2\alpha}{\pi} \left(2 \ln \frac{2\Delta E}{\lambda} \left(\ln \frac{st}{m^2 u} - 1 \right) + \right. \\ &\quad \left. + L_s - \frac{1}{2} L_s^2 - \frac{\pi^2}{3} + \text{Li}_2\left(-\frac{t}{u}\right) - \text{Li}_2\left(-\frac{u}{t}\right) \right). \quad (26) \end{aligned}$$

Сокращение инфракрасных вкладов в сумме виртуальных (включая боксы) и мягких поправок (при $\Delta E = 0,01\sqrt{s}$) показано на рис. 6.

Излучение жесткого фотона с энергией $\omega > \Delta E$ проводится по следующей точной формуле (кинематику и использованные обозначения можно видеть на рис. 7):

$$\frac{d\sigma_R}{dC_{13}} = \frac{\alpha^3}{4\pi s} \int_{\Delta E}^{\omega_{\text{max}}} \omega d\omega \int_{-1}^1 dC_{k1} \times \int_0^{2\pi} d\phi_k \frac{|\mathbf{p}_3| \theta_{\text{exp}}}{E_4 |f'(E_3)|} \sum |\mathcal{M}^\gamma|^2, \quad (27)$$

где θ_{exp} задает все необходимые экспериментальные ограничения и чувствительность приборов (если, например, накладывать ограничение на угол вылета позитрона θ_{24} , то можно принять $\theta_{\text{exp}} = \Theta(\pi - \theta_{24}^{\text{cut}} - \theta_{24}) \Theta(\theta_{24} - \theta_{24}^{\text{cut}})$),

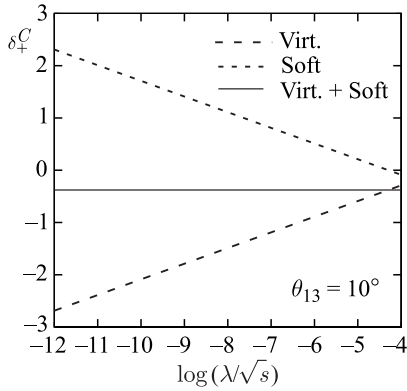


Рис. 6. Сокращение инфракрасной расходимости

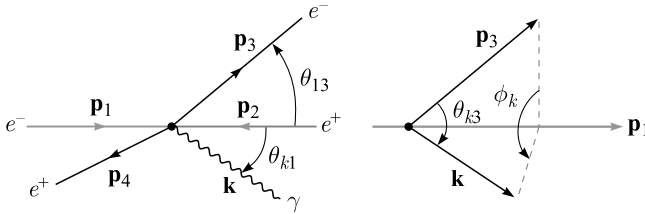


Рис. 7. Кинематика реального фотона

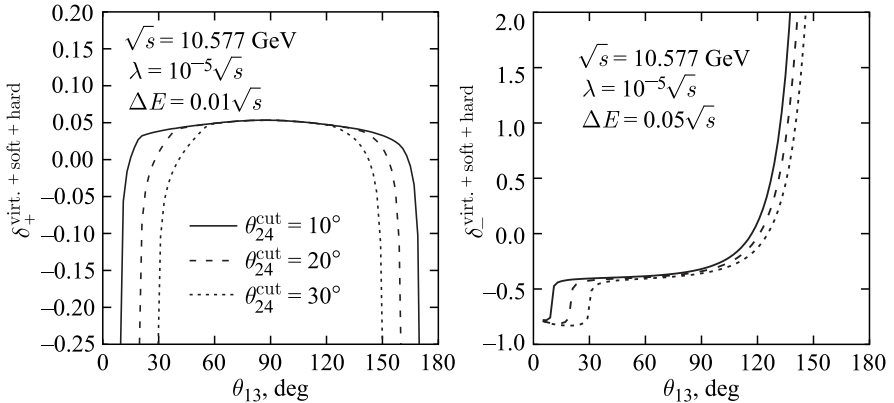


Рис. 8. Полный вклад радиационных поправок

а интегрирование по энергии фотона ω будет идти до максимально возможной энергии:

$$\omega_{\max} = \frac{\sqrt{s}}{2} - \frac{2m^2}{\sqrt{s}}. \tag{28}$$

Фактор $|f'(E_3)|$ в (27) возникает из-за бережного обращения с δ -функцией, обеспечивающей сохранение энергии. Полный вклад в относительные поправки (включая излучение жесткого реального фотона (27)) приведен на рис. 8.

3. СРАВНЕНИЕ С ДРУГИМИ ВЫЧИСЛЕНИЯМИ

Мы провели сравнение наших асимптотических вычислений с результатами автоматизированной системы аналитических вычислений FeynArts/FormCalc [2] и показали, что согласие в области вдали от Z -бозона весьма хорошее (рис. 9).

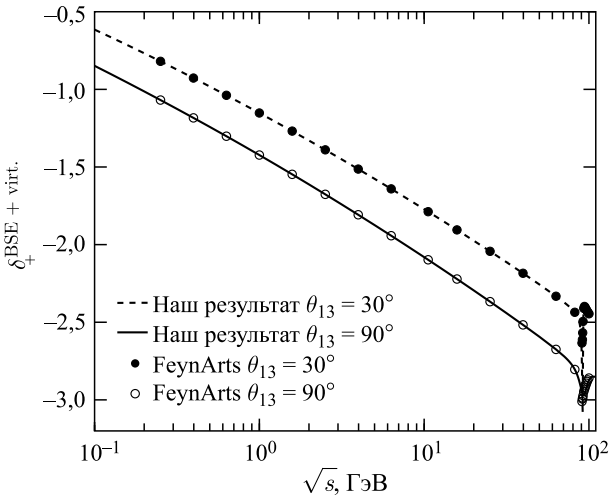


Рис. 9. Сравнение наших асимптотических вычислений с FeynArts/FormCalc

Также мы проверили соответствие наших результатов по вкладам излучения реального фотона для разных поляризаций начальных частиц с результатами SANC и WHIZARD [4]. При энергии рассеяния $\sqrt{s} = 500$ ГэВ мы интегрировали по энергии фотона от величины $\omega = 1$ ГэВ и до максимально возможной энергии ω_{\max} . Результаты сравнения приведены в таблице.

Сравнение полученных данных по сечению жесткого тормозного излучения (в пикобарнах) с результатами группы SANC [4]

Группа	00	LL	RR	LR	RL
SANC	15,137(2)	11,454(3)	11,455(3)	20,489(5)	17,149(4)
WHIZARD	15,138(2)	11,461(2)	11,457(2)	20,488(3)	17,147(3)
Наш результат	$15,16 \pm 0,02$	$11,44 \pm 0,02$	$11,44 \pm 0,02$	$20,47 \pm 0,03$	$17,06 \pm 0,02$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Heusch C.A.* The International Linear Collider in Its Electron–Electron Version // Intern. J. Mod. Phys. A. 2005. V. 20. P. 7289.
2. *Hahn T.* Generating Feynman Diagrams and Amplitudes with FeynArts 3 // Comput. Phys. Commun. 2001. V. 140. P. 418.
3. *Böhm M., Spiesberger H., Hollik W.* On the One Loop Renormalization of the Electroweak Standard Model and Its Application to Leptonic Processes // Fortschr. Phys. 1986. V. 34. P. 687.
4. *Bardin D., Dydyshka Ya., Kalinovskaya L., Rumyantsev L., Arbuzov A., Sadykov R., Bondarenko S.* One-Loop Electroweak Radiative Corrections to Polarized Bhabha Scattering // Phys. Rev. D. 2018. V. 98. P. 013001.