## ОПИСАНИЕ СПЕКТРОВ КУМУЛЯТИВНЫХ ПРОТОНОВ, ПИОНОВ И ФОТОНОВ В СТОЛКНОВЕНИЯХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЭНЕРГИЙ НА ОСНОВЕ НЕРАВНОВЕСНОГО ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДХОДА

А. Т. Дьяченко<sup>1,2,\*</sup>, И.А. Митропольский<sup>2,3,\*\*</sup>

 Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия
 Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», Гатчина, Россия

<sup>3</sup> Санкт-Петербургский научный центр РАН, Санкт-Петербург, Россия

Развит неравновесный гидродинамический подход при описании эмиссии протонов, пионов и фотонов, образующихся в столкновениях тяжелых ионов промежуточных энергий, проведен учет поправки на микроканоническое распределение, и включен вклад процесса фрагментации. Рассмотрены экспериментальные данные ИТЭФ по эмиссии протонов, пионов и фотонов в столкновениях ядер  $^{12}$ С с бериллиевой мишенью при энергиях 2,0 и 3,2 ГэВ/нуклон. Показано, что эти данные можно единообразно описать в рамках неравновесной гидродинамической модели для высокоэнергетической кумулятивной области спектра протонов с учетом вклада от фрагментации ионов для мягкой области спектра в рамках статистической модели фрагментации, а также для кумулятивных пионов и фотонов. Данный подход применим и к другим реакциям. Вычисленные нами дифференциальные спектры испускания протонов в столкновениях ионов средней массы при этих энергиях были сопоставлены с имеющимися экспериментальными данными, полученными в коллаборации HADES (GSI).

A nonequilibrium hydrodynamic approach is developed to describe the emission of protons, pions, and photons produced in collisions of heavy ions of intermediate energies, the correction for the microcanonical distribution is taken into account, and the contribution of the fragmentation process is included. Experimental data from ITEP on the emission of protons, pions, and photons in collisions of <sup>12</sup>C nuclei with a beryllium target at energies of 2.0 and 3.2 GeV/nucleon are considered. It is shown that these data can be uniformly described within the framework of a nonequilibrium

<sup>\*</sup> E-mail: dyachenko\_a@mail.ru

<sup>\*\*</sup> E-mail: mitropolsky\_ia@nrcki.pnpi.spb.ru

hydrodynamic model for the high-energy cumulative region of the proton spectrum, taking into account the contribution from ion fragmentation for the soft spectral region within the framework of the statistical fragmentation model, as well as for cumulative pions and photons. This approach is applicable to other reactions as well. The calculated differential spectra of proton emission in collisions of ions of average mass at these energies were compared with the available experimental data obtained in the HADES Collaboration (GSI).

PACS: 24.10.Nz; 32.30.-r

### введение

Начатый А. М. Балдиным поиск объяснения механизма ядерных кумулятивных процессов [1, 2], кинематически запрещенных во взаимодействиях свободных нуклонов, до сих пор является нерешенной проблемой. Было предложено большое количество теоретических подходов, варьирующихся от образования многокварковых кластеров в ядерной материи [3, 4] до эффектов многократного рассеяния при прохождении частиц через ядро [5, 6]. Исследование этого явления в случае столкновения тяжелых ионов представляет интерес с целью выяснения коллективного многочастичного механизма кумулятивных процессов и проверки различных моделей ядро-ядерного взаимодействия при промежуточных и высоких энергиях.

Наряду с молекулярной динамикой и решением динамического уравнения Больцмана эффективным методом описания взаимодействия тяжелых ионов при промежуточных и высоких энергиях является ядерная гидродинамика (см., например, [7–14]). В [7] Х. Штокер и В. Грайнер одними из первых успешно использовали равновесное уравнение состояния (EOS), предполагающее установление в системе локального термодинамического равновесия.

А.С. Хворостухин и В. Д. Тонеев в работах [8,9] для энергий строящегося в ОИЯИ (Дубна) ускорительного комплекса NICA предложили использовать гибридную модель, которая включает в себя быструю неравновесную кинетическую стадию и последующее описание динамики ядро-ядерного столкновения на основе равновесной релятивистской гидродинамики (см. также [10,11]). Это дополняет описание процесса столкновения тяжелых ионов, проведенное в рамках как одножидкостной [12], так и двухжидкостной [13] и трехжидкостной [14] релятивистских гидродинамических моделей, поскольку существенную роль в процессе столкновения ядер играет его неравновесный характер.

В наших работах [15-23] было показано, что локальное термодинамическое равновесие в процессе столкновений тяжелых ионов устанавливается не сразу, поскольку на стадии сжатия важна неравновесная компонента функции распределения, приводящая к формированию бесстолкновительной ударной волны, аналогично бесстолкновительным ударным волнам в расчетах по зависящему от времени методу Хартри–Фока (TDHF) [24], и было предложено совместно с уравнениями гидродинамики решать кинетическое уравнение.

В процессе развития гидродинамического подхода с неравновесным уравнением состояния [15–17] нами рассмотрены столкновения ядер <sup>12</sup>С с бериллиевой мишенью при энергиях налетающих ядер углерода 2,0 и 3,2 ГэВ/нуклон с испусканием протонов [25], пионов [26] и фотонов [27], исследовавшиеся на ускорителе ИТЭФ.

Спектры протонов содержат высокоэнергетическую кумулятивную часть спектра, которую нам удалось описать в работе [15] в рамках неравновесного гидродинамического подхода с учетом поправки на микроканоническое распределение, а также мягкую часть спектра, которая содержит вклад от фрагментации. Мы дополнили свои расчеты [17] учетом вклада от фрагментации из области перекрывающихся частей сталкивающихся ядер и из области неперекрывающихся частей на основе статистического механизма фрагментации, предложенного в работах Фешбаха, Хуанга и Гольдхабера [28, 29]. Показано хорошее согласие найденных нами спектров протонов, отрицательных пионов и фотонов с экспериментальными данными [25–27] в отличие от монте-карловских расчетов по модели молекулярной динамики и других каскадных моделей.

Кроме того, в данной работе мы провели расчеты распределений в зависимости от поперечной массы протонов, образующихся при промежуточных энергиях в столкновениях средних ядер, которые были рассмотрены коллаборацией HADES (GSI) в работе [30], чтобы убедиться в том, что наш подход применим и к другим процессам по эмиссии вторичных частиц.

### 1. ОСНОВЫ НЕРАВНОВЕСНОГО ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПОДХОДА

Для нахождения нуклонной функции распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  ( $\mathbf{r}$  – пространственная координата,  $\mathbf{p}$  – импульс, t – время) при промежуточных энергиях сталкивающихся тяжелых ионов мы используем кинетическое уравнение [15–21]

$$\frac{df}{dt} = \frac{f_0 - f}{\tau},\tag{1}$$

где  $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  — локально равновесная функция распределения;  $\tau$  — время релаксации.

Уравнение (1) должно решаться совместно с уравнениями гидродинамики, следующими из (1) взятием моментов с весом 1, **p**,  $\mathbf{p}^2$  в импульсном пространстве для нахождения функции распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , а также плотности  $\rho(\mathbf{r}, t) = g \int f(d^3\mathbf{p}/2\pi\hbar)^3$ , плотности *i*-й компоненты импульса  $m\rho v_i(\mathbf{r}, t) = g \int p_i f(d^3\mathbf{p}/2\pi\hbar)^3$  и температуры  $T(\mathbf{r},t)$ , определяющих локально равновесную функцию распределения  $f_0(\mathbf{r},\mathbf{p},t)$ . Здесь спин-изоспиновый фактор g = 4,  $\hbar$  — постоянная Планка. Плотность внутренней энергии  $e = e_{\rm kin} + e_{\rm int}$  и тензор давления  $P_{ij} = P_{\rm kin,ij} + P_{\rm int}\delta_{ij}$ , входящие в уравнения гидродинамики, являются суммой кинетических членов и членов взаимодействия.

Входящий в члены взаимодействия самосогласованный потенциал задается так же, как это делается в случае зависящих от плотности эффективных сил типа сил Скирма:

$$W(\rho) = \alpha \rho + \beta \rho^{\kappa},\tag{2}$$

где параметры  $\alpha(\alpha < 0)$ ,  $\beta(\beta > 0)$  и  $\kappa(\kappa > 1)$  определяются заданием значений равновесной плотности  $\rho_0 = 0,145$  фм<sup>-3</sup>, энергии связи  $E_b = -16$  МэВ и модуля сжатия K = 210 МэВ. Время релаксации здесь выбрано в традиционной форме  $\tau = \lambda/v_T$  [15–19], где длина свободного пробега нуклонов  $\lambda = 1/\sigma\rho$ ,  $\sigma \approx 40$  мб — элементарное полное нуклоннуклонное сечение,  $\rho$  — нуклонная плотность,  $v_T$  — средняя скорость теплового движения нуклонов. При низких энергиях для выбранной формы  $\tau$  его численное значение близко к значению, полученному для ферми-жидкости. При высоких энергиях нужно вместо сечения  $\sigma$ , вообще говоря, подставлять транспортное сечение  $\sigma_T$ , что увеличивает  $\tau$ . При больших временах релаксации можно использовать уравнения неравновесной длиннопробежной гидродинамики в приближении локальной плотности [22].

Решение уравнения (1) можно упростить, если искать функцию распределения в виде

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = f_1 q + f_0 (1 - q), \tag{3}$$

где функция  $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  соответствует состоянию с деформированной ферми-поверхностью,  $q(\mathbf{r}, t)$  ( $0 \le q \le 1$ ) — релаксационный фактор, находящийся из кинетического уравнения с помощью взятия момента с весом  $p_{||}^2 - p_{\perp}^2$ , определяющего степень анизотропии функции распределения в импульсном пространстве [15–21] ( $p_{||}$  и  $p_{\perp}$  — соответственно продольная и поперечная составляющие импульса). При q = 0 получаем уравнения равновесной гидродинамики, а при q = 1 — уравнения неравновесной длиннопробежной гидродинамики. Это приводит к необходимости использовать в качестве кинетической части тензоры давления

$$P_{\min,ij} = P_{(\min,1)ij}q + P_{(\min,0)}(1-q)\delta_{ij},$$
(4)

где  $P_{(\text{kin},1)ij}$  — неравновесный анизотропный тензор давления, соответствующий деформированной ферми-поверхности, которая выбирается в форме ферми-эллипсоида, деформированного с зависящим от плотности  $\rho(\mathbf{r},t)$  параметром деформации и размытого в продольном направлении с температурным параметром  $T_1(\mathbf{r},t)$ ;  $P_{(\text{kin},0)}\delta_{ij}$  — изотропный тензор давления, соответствующий локальному термодинамическому равновесию. Кинетические члены  $P_{(\text{kin},1)ij}$  и  $P_{(\text{kin},0)}$ , включенные в давление, и

кинетический член  $e_{\rm kin}$ , входящий в плотность энергии e, определяются тепловым и ферми-движением нуклонов. В процессе релаксации сохраняются нуклонная плотность  $\rho(\mathbf{r}, t)$ , плотность импульса  $m\rho(\mathbf{r}, t)\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  и плотность энергии e, а температуру  $T_1(\mathbf{r}, t)$  можно найти через температуру  $T(\mathbf{r}, t)$  для локально равновесной функции распределения  $f_0(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ , поскольку в процессе релаксации сохраняется плотность энергии. В результате получается замкнутая система уравнений для нахождения плотности  $\rho(\mathbf{r}, t)$ , поля скоростей  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ , поля температур  $T(\mathbf{r}, t)$  и релаксационного фактора  $q(\mathbf{r}, t)$ , позволяющая найти функцию распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ .

### 2. ИНКЛЮЗИВНОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ ПРОЦЕССА

После выделения области локального нагрева hot spot (области перекрытия сталкивающихся ядер) нами анализируются стадии сжатия, расширения и разлета вещества в процессе столкновений тяжелых ионов. На стадии сжатия формируются бесстолкновительные ударные волны с изменяющимся фронтом [20–22], аналогичные ударным волнам по методу TDHF.

На стадии расширения [15-18] по достижении ударной волной границ hot spot происходит расширение первоначально сжатой системы, которое описывается с учетом ядерной вязкости, найденной нами в релаксационном  $\tau$ -приближении.

Расширение hot spot происходит в соответствии с уравнениями гидродинамики, записанными в сферической системе координат. После интегрирования уравнений по объему hot spot [16] получается система обыкновенных интегро-дифференциальных уравнений, которая решается численно.

В рассматриваемом диапазоне энергий на стадии расширения коэффициент вязкости  $\eta$  достаточно велик (число Рейнольдса Re =  $= (m\rho vl)/\eta \leq 1$ ). Это уменьшает скорость разлета hot spot и увеличивает его температуру. По достижении расширяющейся ядерной системой критической плотности (плотности замораживания)  $\rho^*$ , определяемой из условия  $dP_{\rm int}/d\rho = \rho(dW/d\rho) = 0$ , происходит формирование вторичных частиц (нуклонов, фрагментов, пионов) и их разлет.

Инвариантное двойное дифференциальное сечение испускания протонов в реакции  $A + B \rightarrow p + X$  имеет вид (b — параметр удара)

$$E\frac{d^2\sigma}{p^2dpd\Omega} = \frac{2\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int G(b)b\,db \int d\mathbf{r}\gamma(E-\mathbf{pv})f(\mathbf{r},\mathbf{p},t),\tag{5}$$

где функция распределения испускаемых протонов в пренебрежении неравновесной компонентой на стадии замораживания

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = g \left[ \exp\left(\frac{\gamma(E - \mathbf{pv} - \mu) + T\delta}{T}\right) + 1 \right]^{-1}.$$
 (6)

Здесь спиновый фактор g = 2;  $E = \sqrt{p^2 + m^2}$ ,  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2}$  и **р** — соответственно полная энергия, лоренц-фактор и импульс протонов;  $\Omega$  — телесный угол;  $\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$  — поле скоростей; G(b) — фактор, учитывающий, что сечение образования hot spot всегда больше геометрического  $(G(b) = \sigma_t/\sigma_g)$ , где  $\sigma_t = \pi \langle R_b \rangle^2$  — полное сечение образования hot spot,  $\langle R_b \rangle$  — средний радиус взаимодействия перекрывающихся частей сталкивающихся ядер,  $\sigma_g$  — геометрическое сечение перекрывающихся частей);  $\mu(\mu = \mu_T + m)$  — химический потенциал, который находится из сохранения в среднем числа частиц для большого каноническое распределение, которая для кинетической энергии  $\varepsilon = E - m > E_1$  равна

$$\delta = \left[-M\ln\left(1 - \frac{\gamma(E - \mathbf{pv}) - m}{MT}\right) - \frac{\gamma(E - \mathbf{pv}) - m}{T}\right],\tag{7}$$

где M = 3N/2, N - число нуклонов в термостате;  $E_1(E_1 \gg T)$ энергия, которая близка к энергии термостата, т.е. близка к кинематическому пределу для энергии системы. Нами выбиралось также значение энергии  $E_2(E_2 < E_1)$ , когда функция распределения спадает на порядок по сравнению с ее максимумом. При  $\varepsilon < E_2$  поправка полагалась равной нулю. В промежутке энергий  $E_2 < \varepsilon < E_1$  поправка находилась линейной интерполяцией между нулем и выражением (7). Здесь поправка б найдена для больцмановского предела идеального газа, поскольку отклонения от большого канонического распределения ферми-газа проявляются на «хвостах» энергетических спектров, когда ферми-распределение совпадает с больцмановским пределом [15, 18]. Тем самым на хвостах энергетических распределений мы находим поправку на микроканоническое распределение (7), которое изменяет привычное распределение Ферми-Дирака, хорошо описывающее систему вдали от хвостов спектра протонов. При этом в формулах (5)-(7) учтено, что энергия системы пересчитывается в соответствии с преобразованиями Лоренца. Величина энергии в распределении (6) отсчитывается от значения самосогласованного среднего поля с учетом поверхностной энергии, поскольку нуклоны «запираются» средним полем.

Кроме вклада (5) в сечение от испускания протонов из hot spot нами учитывался также вклад от слияния неперекрывающихся частей сталкивающихся ядер — «спектаторов».

### 3. СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕХАНИЗМ ФРАГМЕНТАЦИИ

Для описания мягкой части спектра испускаемых протонов можно использовать статистическую модель фрагментации сталкивающихся тяжелых ионов, предложенную Фешбахом, Хуангом и Гольдхабером [28, 29]. Согласно этой модели вероятность выхода фрагментов из составного ядра пропорциональна  $\exp\left(-p^2/(2\sigma_K^2)\right)$ , где p — импульс фрагмента в системе покоя ядра, а дисперсия

$$\sigma_K^2 = \sigma_0^2 \frac{K(A - K)}{A - 1},$$
(8)

где A — массовое число фрагментирующего ядра, а K — число нуклонов во фрагменте,

$$\sigma_0^2 = \frac{\langle p^2 \rangle}{3} = \frac{1}{3} \frac{3}{5} p_F^2, \tag{9}$$

*p<sub>F</sub>* — импульс Ферми.

Мы используем для ферми-газа  $p_F = ((3/2)\pi^2\rho_0)^{1/3}\hbar$  и получаем  $\sigma_0 \approx 100 \text{ МэВ/}c$ , что совпадает с результатом [28]. Однако для описания эксперимента, как отмечено в [28] и было подтверждено в нашем случае, следует использовать на 10% меньшее значение. Более точно надо учитывать изменение импульса Ферми с температурой T для нагретого ядра. Что мы и сделали.

Для нашего случая мы ограничиваемся испусканием протонов с K = 1, а нормировочный множитель C для определения выхода протонов находим из условия [29]

$$C4\pi \int \frac{p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3} \exp\left(-\frac{p^2}{2\sigma_0^2}\right) = A/4/V,$$
 (10)

откуда  $C = A/4\pi/\sqrt{\pi}\,(2\pi\hbar)^3/(2\sigma_0^2)^{3/2}/V,$  где V — объем системы.

В результате находим [17] нужный нам вклад в сечение для протонов при фрагментации (*b* — параметр удара):

$$E\frac{d^2\sigma}{p^2dp\,d\Omega} = \frac{2\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int b\,db \int C\,d\mathbf{r}\,\gamma(E-\mathbf{pv})\exp\left(-\frac{(\mathbf{p}-\mathbf{p}_0)^2}{2\sigma_0^2}\right),\qquad(11)$$

где E — полная энергия испускаемого протона;  $\mathbf{p} (p = \sqrt{E^2 - m^2})$  — импульс протона с учетом движущейся со скоростью  $\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$  ( $\mathbf{r}$  — радиус-вектор, t — момент времени начала фрагментации) системы отсчета;  $\mathbf{p}_0 = \gamma m \mathbf{v}$ ; лоренц-фактор  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2}$ . Это выражение относится к неперекрывающимся частям сталкивающихся тяжелых ионов — периферическая фрагментация. Здесь A — массовое число ядерной системы, образующейся в результате слияния «спектаторов», которое определяет нормировочный коэффициент C. Мы также учитываем, что при вылете протоны могут запираться средним полем за счет энергии связи, от которой надо отсчитывать энергию.

Вклад от фрагментации составного ядра, образующегося из перекрывающихся частей, получен похожим образом. Такое рассмотрение есть и в [28]. В этом случае можно использовать формулу (11), где  $\sigma_0^2 = mT$  с температурой T образующегося составного ядра — горячего пятна (hot spot), временная эволюция которого рассматривается нами в гидродинамическом подходе [15–18]. В результате нами было проведено сравнение с имеющимися экспериментальными данными.

# 4. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ ДЛЯ РЕАКЦИИ ${}^{12}$ С + ${}^{9}$ Ве $\rightarrow p + X$

На рис. 1, 2 приведены импульсные спектры протонов, испускаемых в реакции  ${}^{12}C + {}^{9}Be \rightarrow p + X$  под углом 3,5° при энергии ионов  ${}^{12}C$  2,0 ГэВ/нуклон (рис. 1 —  $\langle T_h \rangle \approx 99$  МэВ,  $\langle \mu_T \rangle \approx -180$  МэВ и  $\langle R_h \rangle \approx 2$  фм) и 3,2 ГэВ/нуклон (рис. 2). Экспериментальные данные [25, 26] отмечены точками. Сплошная кривая 1 — наш расчет, штриховая кривая 2 — наш расчет без учета поправки на микроканоническое распределение и без учета вклада от фрагментации. Кривые 3–5 результаты расчетов по транспортным кодам [25]. Кривая 3 соответствует каскадной модели [31], кривая 4 — транспортной модели кварк-глюонных струн [32], кривая 5 — модели квантовой молекулярной динамики (QMD), встроенной в монте-карловский пакет GEANT4 [33].



Рис. 1. Распределения протонов по лабораторному импульсу в реакции  ${}^{12}$ С +  ${}^{9}$ Ве  $\rightarrow p + X$ , испускаемых под углом 3,5° при энергии  ${}^{12}$ С 2,0 ГэВ/нуклон. Кривая 1 — наш расчет; штриховая кривая 2 — наш расчет без учета поправки на микроканоническое распределение и без учета вклада от фрагментации; точ-ки — экспериментальные данные из [25]. Кривые 3–5 — результаты расчетов по транспортным кодам [25]: 3 — каскадная модель [31]; 4 — транспортная модель кварк-глюонных струн [32]; 5 — модель квантовой молекулярной динамики (QMD), встроенной в монте-карловский пакет GEANT4 [33]. В этом случае средняя температура hot spot  $\langle T_h \rangle \approx 99$  МэВ, средний химический потенциал  $\mu_T \approx -180$  МэВ, средний радиус hot spot  $\langle R_h \rangle \approx 2$  фм



Рис. 2. То же, что на рис. 1, при энергии ионов  $^{12}$ С 3,2 ГэВ/нуклон и  $\langle T_h \rangle \approx 122$  МэВ,  $\langle \mu_T \rangle \approx -263$  МэВ

Как видно из этих рисунков, в кумулятивной области спектра наш расчет оказался согласующимся с экспериментальными данными [25, 26]. Спад сечений на 5 порядков величины воспроизводится в нашем подходе не хуже монте-карловских транспортных кодов. Причем в некоторых каскадных расчетах заметно недооцениваются экспериментальные данные в высокоимпульсной области. В области малых импульсов при всех энергиях наш расчет также воспроизводит экспериментальные данные, что обусловлено вкладом от протонов, образующихся в результате фрагментации согласно формуле (11) для перекрывающихся и неперекрывающихся частей сталкивающихся ядер. Поправка на микроканоническое распределение проявляется в высокоимпульсной области распределений протонов. Если не учитывать вклад от фрагментации и не вводить поправку на микроканоническое распределение (штриховая кривая 2), то в мягкой области спектра расчетные кривые недооценивают экспериментальные данные, а в кумулятивной области идут выше экспериментальных точек.

### 5. СПЕКТРЫ КУМУЛЯТИВНЫХ ПИОНОВ И ФОТОНОВ

Наш подход применим к испусканию кумулятивных пионов и фотонов, полученных в реакциях  ${}^{12}C + {}^{9}Be \rightarrow \pi(\gamma) + X$  на ускорителе ИТЭФ при энергиях налетающих ионов углерода 2,0 и 3,2 ГэВ/нуклон [26, 27]. Нам удалось воспроизвести данные эксперимента [26] по энергетическим спектрам отрицательных пионов при энергии ядер  ${}^{12}C$ , равной 3,2 ГэВ/нуклон (рис. 3), а также по фотонам при энергиях ядер  ${}^{12}C$ , равных 2,0 и 3,2 ГэВ/нуклон [27] (рис. 4).

Для описания испускания пионов можно применять выражения (5) и (6), где в качестве функции распределения пионов использовать функ-



Рис. 3. То же, что на рис. 1, но для распределения  $\pi^-$ -мезонов в реакции  ${}^{12}C + {}^{9}Be \rightarrow \pi^- + X$ , при энергии ионов  ${}^{12}C$  3,2 ГэВ/нуклон и  $\langle T_h \rangle \approx 122$  МэВ; точки — экспериментальные данные из [26]



Рис. 4. Инвариантные распределения фотонов по энергии в реакции  $^{12}\mathrm{C} + ^{9}\mathrm{Be} \to \gamma + X$ , испускаемых под углом 38° при энергии  $^{12}\mathrm{C}$  2,0 ГэВ/нуклон, деленные на 10 (кривая 1 и  $\langle T_h \rangle \approx 99$  МэВ), и 3,2 ГэВ/нуклон, умноженные на 10 (кривая 2 и  $\langle T_h \rangle \approx 122$  МэВ); точки — экспериментальные данные из [27] (кружки при 2,0 ГэВ/нуклон и квадраты при 3,2 ГэВ/нуклон для энергии ионов  $^{12}\mathrm{C}$ )

цию (6), положив везде массу пионов равной  $m_{\pi}$ , а химический потенциал  $\mu$  равным нулю, поскольку число пионов не задано, для отрицательных пионов g = 1, а 1 в выражении (6) нужно заменить на -1, поскольку пионы — бозоны. В сечение рождения  $\pi^-$ -мезонов помимо тепловых пионов вносит также вклад канал от распада  $\Delta \rightarrow N + \pi^-$ , который мы включили в рассмотрение аналогично [34, 35]. В качестве иллюстрации на рис.З приведены инвариантные двойные диффе

ренциальные сечения отрицательных пионов, испускаемых в реакциях  ${}^{12}\text{C} + {}^{9}\text{Be} \rightarrow \pi^- + X$  при энергии ядер углерода 3,2 ГэВ/нуклон. Наш расчет изображен сплошной линией 1, экспериментальные точки из работы [26]. Сплошная кривая 1 — наш расчет, штриховая кривая 2 — наш расчет без учета поправки на микроканоническое распределение. Кривые 3-5 — результаты расчетов по транспортным кодам [26]. Кривая 3 соответствует каскадной модели [31], кривая 4 — транспортной модели кварк-глюонных струн [32], кривая 5 — модели квантовой молекулярной динамики (QMD), встроенной в монте-карловский пакет GEANT4 [33]. Можно видеть хорошее согласие нашего расчета с экспериментальными данными [26].

На рис. 4 приведены инвариантные двойные дифференциальные сечения жестких фотонов, образующихся в реакции  ${}^{12}\text{C} + {}^9\text{Be} \rightarrow \gamma + X$  при энергиях ядер углерода 2,0 и 3,2 ГэВ/нуклон под углом испускания фотонов 38°. Здесь сплошные линии — наш расчет. Экспериментальные точки из работы [27]. Для описания испускания фотонов можно применять выражения (5) и (6), где в качестве функции распределения фотонов использовать функцию (6), положив везде массу и химический потенциал равными нулю, поскольку число фотонов не задано, g = 2 с учетом двух поляризаций, а 1 в выражении (6) нужно заменить на -1, поскольку фотоны — бозоны. Полученные таким образом прямые фотоны преобладают над фотонами от распада  $\pi^0$ -мезонов, вклад которых мы также учли и добавили к вкладу прямых фотонов. Поскольку экспериментальные данные приведены в относительных единицах, расчетные кривые приведены также в относительных единицах.

### 6. СПЕКТРЫ ПРОТОНОВ КОЛЛАБОРАЦИИ HADES (GSI)

Для того чтобы убедиться, что наш подход применим не только к вышеописанным реакциям, приводим описание других экспериментальных данных. Например, нам удалось воспроизвести также данные эксперимента коллаборации HADES [30] по энергетическим спектрам протонов в реакции  $Ar + KCl \rightarrow p + X$  при энергии ядер Ar, равной 1,76 ГэВ/нуклон (рис. 5). В расчетах выходов протонов учитывался вклад от фрагментации в области как перекрывающихся, так и неперекрывающихся областей сталкивающихся ядер. На рис. 5 приведены инвариантные двойные дифференциальные распределения протонов в зависимости от поперечной массы. Наши расчеты изображены сплошными линиями, экспериментальные точки из работы [30]. Выходы протонов были нормированы на число участников  $N_0 = 38,5$  [30]. Можно видеть хорошее согласие расчетов с экспериментальными данными при всех интервалах быстрот. Как видно, наш расчет оказался ничем не хуже более детализованного расчета, проведенного ранее в работе [36]. Рассмотренные реакции представляют интерес для экспериментов, проводимых на ускорителе SIS/GSI (Германия), и могут быть перенесены



Рис. 5. Инвариантные распределения протонов в зависимости от поперечной массы  $m_T$  в реакции Ar + KCl  $\rightarrow p + X$ , испускаемых в интервале быстрот y при энергии ионов Ar 1,76 ГэВ/нуклон. Кривые:  $1 - \times 10^2$  (0,1 < y < 0,15);  $2 - \times 10^4$  (0,2 < y < 0,25);  $3 - \times 10^8$  (0,4 < y < 0,45);  $4 - \times 10^{12}$  (0,6 < y < 0,65);  $5 - \times 10^{16}$  (0,8 < y < 0,85) при  $\langle T_h \rangle \approx 91$  МэВ, средний химический потенциал  $\mu_T \approx -155$  МэВ,  $\langle R_h \rangle \approx 3,5$  фм; точки — экспериментальные данные коллаборации HADES из [30]

на область энергий строящегося в ОИЯИ (Дубна) ускорительного комплекса NICA.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе описаны столкновения тяжелых ионов в гидродинамическом подходе с неравновесным уравнением состояния. С теми же фиксированными параметрами уравнения состояния, как и в предыдущих работах [15–22], посвященных описанию дифференциальных сечений образования протонов, пионов и легких фрагментов при более низких энергиях, описаны высокоимпульсные спектры протонов, пионов и фотонов, испускаемых в столкновениях тяжелых ионов в диапазоне значений энергии 2–3 ГэВ/нуклон, включая кумулятивную область спектра.

Весьма важным явилось включение в рассмотрение эффектов ядерной вязкости, найденной нами в релаксационном  $\tau$ -приближении для кинетического уравнения, а также поправки на микроканоническое распределение, проявляющейся в области высокоэнергетических «хвостов» спектров протонов. При промежуточных энергиях в кумулятивной области импульсных спектров протонов важен учет испускания протонов из образующегося hot spot и их испускания в результате слияния неперекрывающихся областей сталкивающихся ядер. Это может объяснить аппроксимацию экспериментальных данных двумя экспонентами со своими температурами, проведенную в [25]. В области малых импульсов протонов определяющий вклад в сечение дает учет фрагментации, сделанный нами в статистической модели фрагментации. Проведенные расчеты воспроизводят экспериментальные данные по выходам протонов и пионов также для средних и тяжелых ядер в широкой области энергий сталкивающихся ядер и могут быть применены к области энергий строящегося в Дубне ускорительного комплекса NICA. Правомерность использования макроскопических параметров для легких систем можно объяснить. В нашем случае среднее число частиц в hot spot  $N \sim 10$  и дисперсия  $\sim 1/\sqrt{N} \ll 1$  не столь велика. Поправка на микроканоническое распределение улучшает описание эксперимента. «Плечо» в кумулятивной области спектра протонов воспроизводится в нашем подходе и, как видно, иногда оно воспроизводится в транспортных каскадных кодах. Возможно, что это обусловлено перерассеянием пионов, как было получено ранее в работе [37].

Авторы благодарны В.В.Вечернину, В.Ю.Петрову, М.Б.Жалову, А.В.Ставинскому и В.В.Куликову за полезные обсуждения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Baldin A. M. et al. Cumulative Mesoproduction // Sov. J. Nucl. Phys. 1974. V. 18, No. 1. P. 41–44.
- 2. Bayukov Yu. D. et al. Scaling Invariance Effects in Proton-Nucleus Backward Scattering in Few-GeV Energy Range // Ibid. No.6. P. 639-641.
- Efremov A. V., Kaidalov A. B., Kim V. T. et al. Cumulative Hadron Production in Quark Models of Flucton Fragmentation // Sov. J. Nucl. Phys. 1988. V. 47, No. 11. P. 1364–1374.
- Frankfurt L. L., Strikman M. I. High-Energy Phenomena, Short-Range Nuclear Structure and QCD // Phys. Rep. 1981. V. 76, No. 4. P. 215–347.
- Braun M. A., Vechernin V. V. On Interference of Cumulative Proton Production Mechanisms // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 1993. V. 19, No. 4. P. 517–528.
- 6. *Toneev V.D., Gudima K.K.* Particle Emission in Light and Heavy Ion Reactions // Nucl. Phys. A. 1983. V. 400, No. 1. P. 173–189.
- Stoecker H., Greiner W. High Energy Heavy Ion Collisions Probing the Equation of State of Highly Excited Hadronic Matter // Phys. Rep. 1986. V. 137, No. 5–6. P. 277–392.
- 8. *Khvorostukhin A. S., Toneev V. D.* Rapidity Distributions of Hadrons within Hybrid Model // Phys. Part. Nucl. Lett. 2017. V. 14, No. 1. P. 9–17.
- 9. *Khvorostukhin A. S., Toneev V. D.* Hadron Rapidity Spectra in the HydHSD Hybrid Model // Phys. Atom. Nucl. 2017. V. 80, No. 2. P. 285–298.
- Khvorostukhin A.S., Kolomeitsev E.E., Toneev V.D. Hybrid Model with Viscous Relativistic Hydrodynamics: A Role of Constraints on the Shear-Stress Tensor. arXiv:2104.14197v1 [nucl-th].
- Petersen H. et al. A Fully Integrated Transport Approach to Heavy Ion Reactions with an Intermediate Hydrodynamic Stage // Phys. Rev. C. 2008. V. 78, No. 4. P. 044901.
- Merdeev A. V., Satarov L. M., Mishustin I. N. Hydrodynamic Modeling of Deconfinement Phase Transition in Heavy-Ion Collisions at NICA-FAIR Energies // Phys. Rev. C. 2011. V. 84, No. 1. P. 014907.

- Mishustin I.N., Russkikh V.N., Satarov L.M. Fluid Dynamical Model of Relativistic Heavy Ion Collision // Sov. J. Nucl. Phys. 1991. V.54, No.2. P. 260-314.
- Ivanov Yu. B., Russkikh V. N., Toneev V. D. Relativistic Heavy-Ion Collisions within 3-Fluid Hydrodynamics: Hadronic Scenario // Phys. Rev. C. 2006. V.73, No. 4. P. 044904.
- 15. D'yachenko A. T., Mitropolsky I.A. Emission of High-Energy Protons and Photons in Heavy-Ion Collisions Treated on the Basis of a Hydrodynamic Approach with a Nonequilibrium Equation of State // Phys. Atom. Nucl. 2020. V.83, No. 4. P. 558–566.
- D'yachenko A. T., Mitropolsky I.A. Production of Subthreshold Pions in Heavy-Ion Collisions Using a Hydrodynamic Approach with a Nonequilibrium Equation of State // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84, No. 4. P. 391–396.
- 17. D'yachenko A. T., Mitropolsky I.A. Spectrum of Protons in Collisions of Heavy Ions <sup>12</sup>C + <sup>9</sup>Be at Energies of 0.3–2.0 GeV/nucleon in Terms of the Hydrodynamic Approach // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V.85, No.4. P.716–722.
- D'yachenko A. T., Mitropolsky I. A. Emission of High Energy Particles in Heavy Ion Collisions and a Non-Equilibrium Equation of State // Eur. Phys. J. Web Conf. 2019. V. 204, No. 3. P. 03018.
- D'yachenko A. T., Mitropolsky I.A. Spectra of Protons and Subthreshold Pions for Collisions of Heavy Ions Using a Hydrodynamic Approach with a Nonequilibrium Equation of State // Phys. Atom. Nucl. 2019. V.82, No.12. P. 1641-1646.
- D'yachenko A. T., Mitropolsky I.A. A Non-Equilibrium Equation of State in Heavy-Ion Collisions at Intermediate Energies // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80, No. 8. P.916–920.
- D'yachenko A. T., Mitropolsky I.A. Fragments in Heavy Ion Collisions in a Hydrodynamic Approach with a Nonequilibrium Equation of State // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81, No. 12. P. 1521–1526.
- D'yachenko A. T., Gridnev K. A., Greiner W. Calculation of Heavy Ion Collisions within the Framework of the Modified Hydrodynamic Approach // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 2013. V. 40, No. 8. P. 085101.
- 23. D'yachenko A. T. Spectra of Fast Particles in the Hydrodynamic Model of Heavy-Ion Collisions // Phys. Atom. Nucl. 1994. V. 57, No. 11. P. 1930–1936.
- Bonche P., Koonin S., Negele J. W. One-Dimensional Nuclear Dynamics in the Time-Dependent Hartree–Fock Approximation // Phys. Rev. C. 1976. V.13, No. 11. P. 1226–1258.
- 25. *Abramov B. M. et al.* Protons from Carbon Ion Fragmentation at 0.3–2.0 GeV/nucleon: Comparison with Models of Ion–Ion Interactions // Phys. Atom. Nucl. 2015. V. 78, No. 3. P. 373–380.
- 26. Абрамов Б. М. и др. Кумулятивные π-мезоны в <sup>12</sup>C + <sup>9</sup>Ве взаимодействиях при 3,2 ГэВ/нуклон // ЯФ. 2021. Т. 84, № 4. С. 331–339; Abramov B. M. et al. Cumulative π-Mesons in <sup>12</sup>C + <sup>9</sup>Be Interactions at 3.2 GeV/nucleon // Phys. Atom. Nucl. 2021. V. 84, No. 4.
- Alekseev I. G. et al. Spectra of Double-Cumulative Photons in the Central Rapidity Region at High Transverse Momenta // Phys. Atom. Nucl. 2015. V. 78, No. 8. P. 936–942.

- Goldhaber A. S. Statistical Models of Fragmentation Processes // Phys. Lett. B. 1974. V.53, No.4. P. 306–308.
- Feshbach H., Huang K. Fragmentation of Relativistic Heavy Ions // Phys. Lett. B. 1973. V.47, No.4. P. 300–302.
- Schuldes H., Lorenz M. et al. (HADES Collab.). Protons and Light Fragments in Ar + KCl at 1.76A GeV Measured with HADES // J. Phys.: Conf. Ser. 2015. V.599, No. 12. P. 012028.
- Dementev A. V., Sobolevsky N. M. SHIELD: Universal Monte Carlo Hadron Transport Code: Scope and Applications // Nucl. Tracks Radiat. Meas. 1999. V. 30. P. 553-557.
- 32. Mashnik S. G. et al. CEM03.03 and LAQGSM03.03 Event Generators for the MCNP6, MCNPX, and MARS15 Transport Codes. FERMILAB-CONF-08-322-APC, LA-UR-08-2931. Los Alamos, 2008; arXiv:0805.0751 [nuclth].
- Koi T. et al. Validation of Hadronic Models in GEANT4 // AIP Conf. Proc. 2007. V. 896, No. 1. P. 21–30.
- 34. Goldansky V.I., Nikitin Yu.I., Rosenthal I.L. Kinematic Methods in High Energy Physics. M.: Nauka, 1987.
- 35. D'yachenko A. T., Baryshnikov V. N. Spectra of Fast Subthreshold Pions Produced in Nucleus-Nucleus Collisions // Proc. of Baldin ISHEPP XIX Conf. "Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics" / Ed. by A. N. Sissakian et al. Dubna: JINR, 2008. V.2. P. 234–238.
- Weil J., Steinberg V., Staudenmaier J. et al. Particle Production and Equilibrium Properties within a New Hadron Transport Approach for Heavy-Ion Collisions // Phys. Rev. C. 2016. V. 94, No. 5. P. 054905.
- Braun M. A., Vechernin V. V. Contribution of Pion Rescattering to Cumulative Production of Protons in the Deuteron // Sov. J. Nucl. Phys. 1986. V. 43, No. 6. P. 1016–1021.