

ТЕНИ ГАЛАКТИЧЕСКИХ ЦЕНТРОВ: ОТ СВЕРХМАССИВНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР К ГОЛЫМ СИНГУЛЯРНОСТЯМ И КРОВОТЫМ НОРАМ

*А. Ф. Захаров**

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна
Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва

Впервые возникновение тени (темного пятна в окрестности черной дыры) было рассмотрено в мысленном эксперименте Джеймса Бардина в 1973 г. Тем не менее возможность астрономических наблюдений тени при этом не обсуждалась, поскольку ее размер был слишком мал для всех известных оценок масс черных дыр и расстояний до них. Кроме того, предположение Бардина о наличии светящегося экрана за черной дырой выглядело нереалистичным. В 2005 г. в нашей работе было предсказано, что если наблюдать сверхмассивную черную дыру в Галактическом центре в миллиметровом или субмиллиметровом диапазоне, то удастся обнаружить темное пятно (тень) размером (диаметром) примерно 50 угловых микросекунд (поскольку, как указывается в тексте цитируемой статьи, $r_g = 5$ микроугловых секунд для черной дыры в галактическом центре, а размер тени $2(27)^{1/2}r_g$). Это предсказание подтвердилось в 2022 г. после обработки наблюдений Галактического центра коллаборации «Телескоп горизонта событий» (соответствующие наблюдения были проведены в 2017 г.). Ранее нами были получены аналитические соотношения для размера тени как для черных дыр Райсснера–Нордстрёма с электрическим зарядом, так и с приливным зарядом, который может возникнуть из-за наличия дополнительного измерения. Тем самым оказывается возможным ограничить заряды (в том числе приливные) для Sgr A* и M87*, исходя из полученных наблюдений размеров тени в окрестности этих объектов. Обсуждаются вопросы о наличии теней в окрестностях голых сингулярностей и кротовых нор.

The appearance of a shadow (a dark spot in the vicinity of a black hole) was first considered in a thought experiment by James Bardeen in 1973. However, the possibility of astronomical observations of the shadow was not discussed by him, since its size was too small for all known estimates of black hole masses and distances to them. In addition, Bardeen's assumption of a luminous screen behind the black hole seemed unrealistic. In 2005, we predicted that if we observe a supermassive black hole in the Galactic Center in the millimeter or submillimeter range, we will be able to detect a dark spot (shadow) with a size (diameter) of approximately 50 μas (since, as indicated in the text of the cited article, $r_g = 5 \mu\text{as}$ for the black hole in the Galactic Center, and the size of the shadow is

* E-mail: alex.fed.zakharov@gmail.com

$2(27)^{1/2}r_g$). This prediction was confirmed in 2022 after processing observations of the Galactic Center which were done by the Event Horizon Telescope Collaboration (the corresponding observations were carried out in 2017). Previously, we obtained analytical expressions for the size of the shadow both for Reissner–Nordström black holes with an electric charge and with a tidal charge, which can arise due to the presence of an additional dimension. Thus, it turns out to be possible to limit the charges (including tidal ones) for Sgr A* and M87*, based on the shadow sizes obtained from observations in the vicinity of these objects. Issues with the presence of shadows in the vicinity of naked singularities and wormholes are discussed.

PACS: 04.80.Cc; 04.20.-q; 04.25.Nx; 04.50.+h; 95.30.Sf; 96.12.Fe

ВВЕДЕНИЕ

Космический телескоп им. Джеймса Вебба (James Webb Space Telescope)* был запущен в конце 2021 г. с помощью европейского носителя Ариан-5 с французского космодрома Куру (это международный проект с лидирующим участием NASA и ESA). Телескоп должен осуществлять движение в окрестности лагранжевой точки L_2 системы Солнце – Земля, т. е. на расстоянии примерно 1,5 млн км от Земли. Первые наблюдения астрономических объектов были получены в 2022 г. Как отметил Р. Майолино [6], чувствительность этого телескопа более чем в 1000 раз превышает чувствительность крупнейших наземных европейских 8,2-м телескопов (Very Large Telescopes — VLTs), расположенных в Чили и, так же как JWST, проводящих наблюдения в инфракрасном диапа-

* Джеймс Вебб был вторым директором NASA в 1960-е гг., когда была успешно реализована программа «Аполлон», целью которой была успешная высадка американских астронавтов на Луне. Это первый научный аппарат NASA, который носит имя не ученого, а эффективного менеджера. Космический телескоп «Евклид», созданный в рамках научной программы ESA, был запущен 1 июля 2023 г. с американского космодрома на мысе Канаверал носителем Falcon-9 компании SPACEX. Основной научной задачей телескопа «Евклид» будет томография Вселенной, т. е. по наблюдениям искажения формы удаленных галактик будет восстанавливаться распределение плотности темной материи. В 2027 г. NASA планирует запустить телескоп «Нэнси Грейс Роман» (ранее этот телескоп назывался WFIRST — Wide Field InfraRed Space Telescope), Нэнси Грейс Роман была в NASA первым руководителем департамента, ответственного за проведение астрономических наблюдений, и внесла гигантский вклад в создание космического телескопа, носящего имя Э. Хаббла, имеющего одной из основных целей поиски экзопланет с помощью гравитационного микролинзирования. Этот метод поиска экзопланет был предложен в работе [1] (см. также [2–4]). В работе [5] было отмечено, что наблюдения микролинзирования из космоса позволяют обнаруживать маломассивные планеты на большом расстоянии от хозяйской звезды и на большом расстоянии от нашей Солнечной системы, так что многие из этих звезд будут вблизи снежной линии, когда температура на твердой поверхности экзопланеты находится в диапазоне 0–100° С, т. е. вода на поверхности этой экзопланеты может находиться в жидкой фазе.

зоне. Использование космического телескопа JWST позволит получать существенные наблюдательные результаты для описания гравитационных линз [7], экзопланет [8] и молодых сверхмассивных черных дыр (возраст которых менее 1 млрд лет) [9]. В частности, в очень яркой галактике GN-z11, красное смещение которой $z = 10,6$, обнаружена сверхмассивная черная дыра с массой $\log(M_{\text{ВН}}/M_{\odot}) = 6,2 \pm 0,3$, как было недавно сообщено в работе [10]. Недавно обстоятельное обсуждение экспериментальных исследований астрофизических черных дыр было представлено в [11].

Ближайшая сверхмассивная черная дыра находится в центре нашей Галактики, и ее положение совпадает с ярким радиисточником Sgr A*. Расстояние до Галактического центра (ГЦ) порядка 8 кпк, масса черной дыры порядка $4 \cdot 10^6 M_{\odot}$. Если считается, что гравитация в окрестности ГЦ описывается общей теорией относительности (ОТО), то важным компонентом стандартной модели ГЦ является сверхмассивная черная дыра, хотя ранее обсуждались и другие модели, например, модель плотной темной материи [12], однако было показано, что несмотря на то, что траектории пробных частиц внутри шара постоянной плотности являются эллиптическими, как показано в работах [13, 14], свойства этих траекторий отличаются от орбит ярких звезд, наблюдаемых в окрестности ГЦ. Адекватность моделей ГЦ (и/или M87*), в которых имеется сверхмассивная черная дыра, может быть проверена анализом траекторий ярких звезд и свойств теней в окрестности центров нашей Галактики и M87*, что обсуждается в наших недавних работах [15–22].

1. ЯРКИЕ ЗВЕЗДЫ В ОКРЕСТНОСТИ ГАЛАКТИЧЕСКОГО ЦЕНТРА

Один из наиболее эффективных способов оценить гравитационный потенциал связан с мониторингом движения ярких планет в окрестности ГЦ. Две группы астрономов проводят наблюдения ярких звезд в течение нескольких десятилетий. Одна группа астрономов, возглавляемая А. Гец, использует для наблюдений 10-м телескопы Кеск, установленные на Гавайях, другая, возглавляемая Р. Генцелем, использует 8-м телескопы VLT (Very Large Telescope), установленные в Чили. Указанные телескопы оборудованы системой адаптивной оптики, что позволяет существенно уменьшить негативное влияние атмосферной турбулентности на качество получаемых изображений. В последние годы телескопы VLT могут проводить наблюдения в режиме интерферометра, который называется GRAVITY. Достижения этих астрономов получили высокую оценку научного сообщества, в частности, в 2020 г. А. Гец и Р. Генцель получили Нобелевскую премию «за открытие сверхмассивного компактного объекта в центре нашей Галактики»*. В мае 2018 г. звезда S2 находилась на ми-

* <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2020/press-release/>.

нимальном расстоянии от черной дыры и оказалось, что гравитационное красное смещение для звезды S2 находится в соответствии с предсказаниями ОТО [23–25] и тем самым получено наблюдательное подтверждение тому, что ОТО правильно описывает гравитационное поле в ГЦ. Эти результаты являются крайне важными, поскольку в последние годы появились теории гравитации, в которых законы гравитации могут быть различными в различных астрономических системах. В 2020 г. коллаборация GRAVITY обнаружила прецессию Шварцшильда для траектории звезды S2 [26], и на основании этих наблюдательных данных получены новые ограничения на параметры теорий гравитации типа Юкавы [27] или на массу гравитона для массивной теории гравитации [28, 29].

2. ТЕНИ ЧЕРНЫХ ДЫР

Много лет назад Дж. Уилер высказал гипотезу о том, что «черная дыра не имеет волос» [30], т. е. черная дыра определяется только тремя параметрами: ее массой, моментом вращения и зарядом. Впоследствии эта гипотеза была доказана при достаточно естественных предположениях и по этому поводу С. Чандрасекар писал [31], что черные дыры наиболее совершенные объекты в природе, поскольку для их описания нужно всего три параметра (тем самым наиболее общий случай черной дыры описывается метрикой Керра–Ньюмена). В настоящее время рассматриваются решения с «волосами» (в этом случае какие-то условия теоремы об отсутствии волос нарушаются), однако пока, исходя из имеющихся наблюдательных данных, нет необходимости рассматривать решения с «волосами». Выражение для метрики черной дыры Керра–Ньюмена в координатах Бойера–Линдквиста в естественных единицах ($G = c = 1$) имеет вид [30]

$$ds^2 = -\frac{\Delta}{\rho^2}[dt - a \sin^2 \theta d\phi]^2 + \frac{\sin^2 \theta}{\rho^2}[(r^2 + a^2)d\phi - a dt]^2 + \frac{\rho^2}{\Delta}dr^2 + \rho^2 d\theta^2, \quad (1)$$

где

$$\Delta = r^2 - 2Mr + a^2 + Q^2, \quad \rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \quad (2)$$

M — масса черной дыры; Q — ее заряд; $a = S/M$ — удельный момент импульса. Как было показано Б. Картером [32], уравнения геодезических сводится к интегрированию уравнений, причем движение по радиальной координате описывается уравнением

$$\rho^4 \left(\frac{dr}{d\lambda} \right)^2 = R(r), \quad (3)$$

где

$$P(r) = E(r^2 + a^2) - L_z a - eQr, \quad (4)$$

$$R(r) = P^2(r) - \Delta[\mu^2 r^2 + (L_z - aE)^2 + \mathcal{Q}]. \quad (5)$$

Константы E , μ , L_z и Q связаны с частицей: E — ее энергия; μ — масса; L_z — момент импульса; e — заряд частицы; Q — константа Картера разделения переменных, а именно $Q = p_\theta^2 + \cos^2 \theta [a^2(\mu^2 - E^2) + L_z^2/\sin^2 \theta]$.

Рассмотрим соответствующие уравнения для изотропных геодезических ($\mu = 0$) в метрике Керра, т.е. заряд черной дыры равен нулю ($Q = 0$). В этом случае, аналогично Чандрасекару [31], получаем

$$\frac{M^2}{E^2}(\hat{r}^2 + \hat{a}^2 \cos^2 \theta)^2 \left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 = \hat{R}_{\text{ph}}(\hat{r}), \quad (6)$$

$$\hat{R}_{\text{ph}}(\hat{r}) = \hat{r}^4 + 2\hat{r}^3 + [\hat{a}^2 - \xi^2 - \eta]\hat{r}^2 + 2[(\hat{a} - \xi)^2 + \eta]\hat{r} - \hat{a}^2\eta, \quad (7)$$

где $\eta = Q/(M^2E^2)$ и $\xi = L_z/(ME)$ — константы Чандрасекара, $\hat{r} = r/M$. Аффинный параметр λ можно заменить на параметр σ в соответствии с соотношением

$$\frac{d\lambda}{d\sigma} = \frac{M}{E}(\hat{r}^2 + \hat{a}^2 \cos^2 \theta). \quad (8)$$

Примерно полвека назад Дж. М. Бардин рассмотрел мысленный эксперимент, в котором за черной дырой с экстремальным вращением ($\hat{a} = 1$) на бесконечности имеется плоский излучающий экран [33], и тогда удаленный наблюдатель, находящийся в экваториальной плоскости, может наблюдать темное пятно (при этом предполагается, что фотоны движутся по геодезическим и не рассеиваются (например, на электронах) в окрестности черной дыры. Похожий рисунок впоследствии был воспроизведен в книге [31]. Однако ни Бардин, ни Чандрасекар не обсуждали возможность наблюдательного обнаружения такого темного пятна (тени), поскольку а) размеры теней даже сверхмассивных черных дыр очень малы*; б) как правило, не существует светящегося экрана за астрофизической черной дырой; в) довольно трудно отличить темную область (тень) от области с низкой светимостью. Ответы на вопросы о том, каким образом можно восстановить тень из наблюдений, были даны в работе [34]. Действительно, в 2000-е гг. уже обсуждались наземно-космические «Радиоастрон» (угловое разрешение которого на самой короткой длине волны 1,3 см составляло порядка 7 угловых микросекунд) и «Миллиметрон» (с угловым разрешением на несколько порядков меньше) и наземные глобальные системы радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ) с угловым разрешением порядка

* Как мы знаем, в настоящее время имеется возможность восстановления тени в окрестности черной дыры в Галактическом центре и в центре галактики M87*, и размер тени для этих объектов несколько десятков угловых микросекунд, тем самым для черных дыр звездной массы в нашей Галактике размер тени примерно в миллион раз меньше. В 1970-е и 1980-е гг. шла интенсивная дискуссия относительно природы объекта в центре нашей Галактики, и ряд исследователей считали, что в случае наличия черной дыры в Галактическом центре ее масса не должна превышать несколько сотен солнечных масс.

нескольких десятков (или нескольких единиц) угловых микросекунд, что сопоставимо с размером тени в ГЦ и М87*. При наличии источников излучения вне фотонных круговых орбит вторичные изображения этих источников должны находиться вблизи тени, и это делает возможным восстановить тень черной дыры, как было предсказано в работе [34] и реализовано в работе [35] при восстановлении тени черной дыры, находящейся в ГЦ.

Напомним определение фотонных круговых орбит в метрике Керра. Рассмотрим случай движения фотона от бесконечности к черной дыре. Как показано в работе [36], в случае, если многочлен $\hat{R}_{\text{ph}}(\hat{r})$ не имеет корней при значении $\hat{r} > \hat{r}_+ = 1 + \sqrt{1 - \hat{a}^2}$, то фотон захватывается черной дырой, если многочлен $\hat{R}_{\text{ph}}(\hat{r})$ имеет однократный корень \hat{r}_t и $\hat{r}_t > \hat{r}_+$ ($\hat{R}_{\text{ph}}(\hat{r}_t) = 0$) и $(\partial \hat{R}_{\text{ph}} / \partial \hat{r})|_{\hat{r}=\hat{r}_t} > 0$, то имеется рассеяние фотона на черной дыре, и приближение фотона к черной дыре сменяется удалением, и в случае, если имеется двукратный корень \hat{r}_s многочлена $\hat{R}_{\text{ph}}(\hat{r}_s) = \partial \hat{R}_{\text{ph}} / \partial \hat{r}|_{\hat{r}=\hat{r}_s} = 0$, тогда фотон, двигающийся от бесконечности, приближается к орбите с постоянным значением радиальной координаты $\hat{r}_s = \text{const}$, и эти орбиты в литературе часто называются *круговыми*, хотя в точности круговыми только в случае экваториального движения при $\eta = 0$. Как показано в работе [34], в случае черной дыры Керра для наблюдателя, находящегося в экваториальной плоскости, значение размера тени в направлении вращения черной дыры равно $2\sqrt{27} M$ в геометрических единицах (оно не зависит от спина черной дыры a), и тень деформируется в направлении, параллельном экваториальной плоскости; деформация зависит от спина. Таким образом, диаметр тени для черной дыры в ГЦ примерно $2\sqrt{27} M$ (что соответствует примерно 50 угловым микросекундам для массы черной дыры порядка $4,3 \cdot 10^6 M_{\odot}$ и расстояния до ГЦ порядка 8 кпк).

3. ОГРАНИЧЕНИЯ НА ЗАРЯД ЧЕРНЫХ ДЫР ИСХОДЯ ИЗ РАЗМЕРА ТЕНИ

Выражение для метрики Райсснера–Нордстрёма получаем из метрики Керра–Ньюмена при отсутствии вращения ($a = 0$):

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} \right)^{-1} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (9)$$

Рассмотрим геодезические для фотонов, т. е. когда заряд частицы равен нулю ($e = 0$). В этом случае выражение для полинома $R(r)$, определяющего движение фотона по радиальной координате, имеет вид

$$R(r) = E^2 r^4 - L^2 r^2 + 2ML^2 r - Q^2 L^2. \quad (10)$$

Обезразмеривая величины и вводя обозначения, получаем $\xi^2 = l$, $Q^2 = q$,

$$R(r) = r^4 - lr^2 + 2lr - ql, \quad (11)$$

и критическое значение прицельного параметра (ξ_{cr}), соответствующее радиусу тени и неустойчивой фотонной круговой орбите, определяется из условия наличия кратного корня многочлена в соотношении (11) и, как показано в работах [37–39],

$$l_{\text{cr}} = \frac{(8q^2 - 36q + 27) + \sqrt{D}}{2(1 - q)}, \quad (12)$$

где $D = -512(q - 9/8)^3$. В случае приливного заряда [38, 39] (или скалярно-тензорной теории типа Хорндески [40, 41]) величина q может быть отрицательна. В работе [42], исходя из оценки размера тени в M87*, данной коллаборацией «Телескоп горизонта событий» получена оценка приливного заряда $q \in [-1,22, 0,814]$ из соотношения (12). Подобно тому, как это сделано для оценки заряда черной дыры в M87*, в работе [43] получены оценки заряда черной дыры в ГЦ. Поэтому, если мы считаем, как и коллаборация «Телескоп горизонта событий», что размер тени в ГЦ $\theta_{\text{sh M87*}} \approx (51,8 \pm 2,3)$ угловых микросекунды на уровне достоверности 68% [35], то в этом случае мы получаем ограничения на приливной заряд также $-0,27 < q < 0,25$ на уровне достоверности 68%.

4. ТЕНИ ВБЛИЗИ ГОЛЫХ СИНГУЛЯРНОСТЕЙ

Для черных дыр справедлива теорема об отсутствии «волос», хотя в последние годы рассматриваются и черные дыры с «волосами» (т.е. дополнительными параметрами к таким стандартным параметрам черных дыр, как M, Q, a).

Хорошо известны голые сингулярности, т.е. вакуумные решения уравнений Эйнштейна, построенные с использованием метрики Керра–Ньюмена, когда $Q^2 + a^2 > M^2$. В этом случае могут существовать круговые фотонные орбиты и при этом тени не возникают. Для примера голой сингулярности рассмотрим случай метрики Райсснера–Нордстрёма $1 < Q^2 < 9M^2/8$ (как показано в работе [39], при этих значениях заряда черной дыры и значениях прицельного параметра, определяемого из соотношения (12), соответствующие изотропные геодезические навиваются на неустойчивые фотонные круговые орбиты). Как было замечено ранее, для черных дыр Райсснера–Нордстрёма со значением прицельного параметра меньше критического, определяемого из соотношения (12), и если соответствующие изотропные геодезические уходят под горизонт и тем самым возникает тень черной дыры, для $1 < Q^2 < 9M^2/8$ возникают неустойчивые фотонные круговые орбиты для прицельных параметров, определенных из соотношения (12). Однако для прицельных параметров как меньших, так и больших критических значений изотропные геоде-

зические, идущие из бесконечности, после приближения к голой сингулярности вновь уходят на бесконечность, поскольку нетрудно убедиться в том, что многочлен $R(r)$ из соотношения (11) меняет знак, поскольку $R(0) < 0$, в то время как $R(r) > 0$ (для достаточно больших значений r). Для вырожденного случая радиального движения фотона ($l = 0$) не имеется точки поворота, и соответствующая изотропная геодезическая, идущая от бесконечности, заканчивается в сингулярности тензора Римана в точке $r = 0$. При $Q^2 > 9M^2/8$ у голой сингулярности Райсснера–Нордстрёма не имеется ни фотонных круговых орбит, ни теней. Тем не менее в работе [44] приведены примеры того, когда в окрестности голых сингулярностей имеются тени.

5. ТЕНИ ВБЛИЗИ КРОВОТЫХ НОР

В последние годы обсуждается возможность того, что в центрах галактик имеются не сверхмассивные черные дыры, а кротовые норы. В рамках сделанного предположения обсуждаются наблюдательные проявления наличия кротовых нор в галактических центрах, в том числе наличие и свойства теней в окрестности таких объектов. В частности, в ряде работ обсуждается кротовая нора Морриса–Торна [45, 46], метрика которой имеет вид

$$ds^2 = dt^2 - \frac{r^2}{r^2 - q^2} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (13)$$

где q — константа, характеризующая размер горловины. Изотропные и времениподобные геодезические для метрики (13) зависят только от одного параметра, интегрируются и выражаются через неполный эллиптический интеграл первого рода F [47]. Анализируя уравнения геодезических для метрики Морриса–Торна, можно заметить, что она не допускает существования замкнутых геодезических (в частности, круговых орбит), тем самым можно считать, что вряд ли модель кротовой норы Морриса–Торна может считаться приемлемой моделью для галактических центров, в то время как модель черных дыр (или точечная масса в ньютоновском пределе ОТО) в галактических центрах согласуется в настоящее время со всеми астрономическими данными. Тени в окрестности кротовых нор могут возникать, поскольку изотропные геодезические могут через горловину уходить в другую «вселенную» и размер теней зависит от размера горловины.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для черных дыр Керра–Ньюмена наличие круговых фотонных орбит означает существование теней, однако, как показано для голых сингулярностей Райсснера–Нордстрёма, возможно существование круговых фотонных орбит, и при этом тени в данном случае не возникают. В последние годы рассматриваются тени для кротовых нор, метрики которых не имеют ньютоновского предела, поэтому такие модели

гравитации для галактических центров выглядят мало реалистичными. В заключение отметим несколько работ [48, 49, 50, 51], которые связаны с обсуждаемой тематикой и опубликованы в последнее время.

Автор благодарит организаторов Научной сессии секции ядерной физики ОФН РАН (ОИЯИ, Дубна) за приглашение принять участие в этом мероприятии и внимание к представленным в работе исследованиям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mao S., Paczynski B.* Gravitational Microlensing by Double Stars and Planetary Systems // *Astrophys. J.* 1991. V. 374. P. L37–L40.
2. *Ingrrosso G., Calchi Novati S., Paolis F. et al.* Pixel Lensing as a Way to Detect Extrasolar Planets in M31 // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2009. V. 374, No. 1. P. 219–228.
3. *Zakharov A. F.* Search for Exoplanets Using Gravitational Microlensing // *Phys. Usp.* 2011. V. 54, No. 10. P. 1077–1084.
4. *Mao S.* Astrophysical Applications of Gravitational Microlensing // *Res. Astron. Astrophys.* 2012. V. 12, No. 8. P. 947–972.
5. *Bennett D. P. et al.* A Low-Mass Planet with a Possible Sub-Stellar-Mass Host in Microlensing Event MOA-2007-BLG-192 // *Astrophys. J.* 2008. V. 684, No. 1. P. 663–683.
6. *Maiolino R.* The Population of Infant Black Holes in the Early Universe Revealed by JWST // Game Changers Seminar at Intern. Space Science Institute (ISSI), March 22, 2024.
7. *Захаров А. Ф.* Гравитационные линзы и микролинзы. М.: Янус-К, 1997.
8. *Perryman M.* The Exoplanet Handbook. Cambridge Univ. Press, 2018.
9. *Scholtz J., Maiolino R., D'Eugenio F. et al.* JADES: A Large Population of Obscured, Narrow Line AGN at High Redshift. arXiv:2311.18731v3 [astro-ph.GA].
10. *Maiolino R., Scholtz J., Witstok J. et al.* A Small and Vigorous Black Hole in the Early Universe // *Nature.* 2024. V. 627. P. 59–63.
11. *Genzel R., Eisenhauer F., Gillessen S.* Experimental Studies of Black Holes: Status and Future Prospects // *Astron. Astrophys. Rev.* 2024. V. 32. ID. 3; arXiv:2404.03522v2 [astro-ph.GA].
12. *Becerra-Vergara E. A., Argüelles C. R., Krut A., Rueda J. A., Ruffini R.* Hinting a Dark Matter Nature of Sgr A* via the S-Stars // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. Lett.* 2022. V. 505. P. L64–L68; arXiv:2105.06301.
13. *Zakharov A. F.* Testing the Galactic Centre Potential with S-Stars // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. Lett.* 2022. V. 513. P. L6–L9; arXiv:2108.09709.
14. *Zakharov A. F.* Orbits of Bright Stars near the Galactic Center as a Tool to Test Gravity Theories // *Moscow Univ. Phys. Bull.* 2022. V. 77. P. 341–348.
15. *Захаров А. Ф.* Тесты теорий гравитации с использованием наблюдений галактического центра и центра галактики M87* // ЭЧАЯ. 2020. Т. 51, вып. 4. С. 877–889.
16. *Zakharov A. F., Jovanović P., Borka D., Borka Jovanović V.* Observational Tests of General Relativity and Alternative Theories of Gravity with Galactic Center Observations Using Current and Future Large Observational Facilities // *Contrib. Astron. Observ. Skalnaté Pleso* 2020. V. 50, No. 1. P. 203–218.

17. *Zakharov A. F.* Tests of Gravity Theories with Black Hole Observations // Publ. Astron. Obs. Belgrade. 2021. V. 100. P. 43–53.
18. *Zakharov A. F.* Trajectories of Bright Stars and Shadows around Supermassive Black Holes as Tests of Gravity Theories // Phys. Part. Nucl. 2023. V. 54, No. 5. P. 889–895.
19. *Zakharov A. F.* The Galactic Center and M87*: Observations and Interpretations // Phys. Part. Nucl. Lett. 2023. V. 20, No. 3. P. 538–543.
20. *Zakharov A. F.* Shadows near Supermassive Black Holes: From a Theoretical Concept to GR Test // Intern. J. Mod. Phys. D. 2024. V. 33, No. 14. ID. 2340004; arXiv:2308.01301.
21. *Zakharov A. F.* New Tests of General Relativity // Proc. of the Conf. on Part. Phys. and Cosmology (Rubakov Conf.). Proc. of Science. ICPPCRubakov2023. 2023. V. 455. ID. 030.
22. *Zakharov A. F.* Neutron Stars and Black Holes as Natural Laboratories of Fundamental Physics // Phys. Part. Nucl. 2024. V. 55, No. 4. P. 716–724.
23. *Abuter R. et al. (GRAVITY Collab.)*. Detection of the Gravitational Redshift in the Orbit of the Star S2 near the Galactic Centre Massive Black Hole // Astron. Astrophys. 2018. V. 615. ID. L15; arXiv:1807.09409.
24. *Abuter R. et al. (GRAVITY Collab.)*. A Geometric Distance Measurement to the Galactic Center Black Hole with 0.3% Uncertainty // Astron. Astrophys. 2019. V. 625. ID. L10; arXiv:1904.05721.
25. *Do T., Hees A., Ghez A. et al.* Relativistic Redshift of the Star S0-2 Orbiting the Galactic Center Supermassive Black Hole // Science. 2019. V. 365, No. 6454. P. 664–668; arXiv:1907.10731v1 [astro-ph.GA].
26. *Abuter R. et al. (GRAVITY Collab.)*. Detection of the Schwarzschild Precession in the Orbit of the Star S2 near the Galactic Centre Massive Black Hole // Astron. Astrophys. 2020. V. 636. ID. L5; arXiv:2004.07187.
27. *Jovanović P. et al.* Constraints on Yukawa Gravity Parameters from Observations of Bright Stars // J. Cosmol. Astropart. Phys. 2023. V. 03. ID. 056; arXiv: 2211.12951.
28. *Jovanović P. et al.* Improvement of Graviton Mass Constraints Using GRAVITY’s Detection of Schwarzschild Precession in the Orbit of S2 Star around the Galactic Center // Phys. Rev. D. 2024. V. 109. ID. 064046; arXiv: 2305.13448.
29. *Jovanović P. et al.* Constraints on Graviton Mass from Schwarzschild Precession in the Orbits of S-Stars around the Galactic Center // Symmetry. 2024. V. 16. ID. 397; arXiv:2404.09795.
30. *Misner C. W., Thorne K. S., Wheeler J. A.* Gravitation. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1973.
31. *Chandrasekhar S.* Mathematical Theory of Black Holes. Oxford: Clarendon Press, 1983.
32. *Carter B.* Global Structure of the Kerr Family of Gravitational Fields // Phys. Rev. 1968. V. 174, No. 5. P. 1559–1579.
33. *Bardeen J.* Timelike and Null Geodesics in the Kerr Metric // Black Holes (Les Astres Occlus) / Ed. by S. DeWitt and C. DeWitt-Morette. New York: Gordon & Breach, 1973. P. 215–239.
34. *Zakharov A. F., Nucita A. A., De Paolis F., Inghrosso G.* Measuring the Black Hole Parameters in the Galactic Center with RADIOASTRON // New Astron. 2005. V. 10, No. 6. P. 479–489; arXiv:astro-ph/0411511.

35. *Akiyama K., Alberdi A., Alef W. et al. (Event Horizon Telescope Collab.).* First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole in the Center of the Milky Way // *Astrophys. J. Lett.* 2022. V. 930. L12.
36. *Захаров А. Ф.* О типах неограниченных орбит в метрике Керра // *ЖЭТФ.* 1986. Т. 91, вып. 1. С. 3–6.
37. *Zakharov A. F., De Paolis F., Ingrosso G., Nucita A. A.* Direct Measurements of Black Hole Charge with Future Astrometrical Missions // *Astron. Astrophys.* 2005. V. 442. P. 795–799; arXiv:astro-ph/0505286.
38. *Zakharov A. F., Nucita A. A., De Paolis F., Ingrosso G.* Shadows as a Tool to Evaluate Black Hole Parameters and a Dimension of Spacetime // *New Astron. Rev.* 2012. V. 56, Nos. 2–3. P. 64–73.
39. *Zakharov A. F.* Constraints on a Charge in the Reissner–Nordström Metric for the Black Hole at the Galactic Center // *Phys. Rev. D.* 2014. V. 90, No. 6. ID. 062007; arXiv:1411.5911 [gr-qc].
40. *Babichev E., Charmousis C., Lehébel A.* Asymptotically Flat Black Holes in Horndeski Theory and Beyond // *J. Cosmol. Astropart. Phys.* 2017. Iss. 4. ID. 027; arXiv:1702.01938.
41. *Zakharov A. F.* Constraints on Tidal Charge of the Supermassive Black Hole at the Galactic Center with Trajectories of Bright Stars // *Eur. Phys. J. C.* 2018. V. 78, No. 8. ID. 689; arXiv:1804.10374.
42. *Zakharov A. F.* Constraints on a Tidal Charge of the Supermassive Black Hole in M87* with the EHT Observations in April 2017 // *Universe.* 2022. V. 8, No. 3. ID. 141; arXiv:2108.01533.
43. *Zakharov A. F.* Shadows around Sgr A* and M87* as a Tool to Test Gravity Theories // *Astron. Astrophys. Trans.* 2022. V. 33, No. 3. P. 285–296; arXiv: 2208.06805.
44. *Shaikh R., Kocherlakota P., Narayan R., Joshi P. S.* Shadows of Spherically Symmetric Black Holes and Naked Singularities // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2019. V. 482. P. 52–64; arXiv:1802.08060.
45. *Morris M. S., Thorne K. S., Yurtsever U.* Wormholes, Time Machines, and the Weak Energy Condition // *Phys. Rev. Lett.* 1988. V. 61, No. 13. P. 1446–1449.
46. *Morris M. S., Thorne K. S., Yurtsever U.* Wormholes in Spacetime and Their Use for Interstellar Travel: A Tool for Teaching General Relativity // *Am. J. Phys.* 1988. V. 56, No. 5. P. 395–412.
47. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables / Eds.: Abramowitz M., Stegun I. A.* New York: Wiley-Interscience, 1993.
48. *Zakharov A. F.* Black Hole Shadows as New Tests of General Relativity // *Moscow Univ. Phys. Bull.* 2022. V. 79. Suppl. 1. P. S331–S339.
49. *Захаров А. Ф.* Комментарий к статье С. О. Алексеева и др. «Нелокальные гравитационные теории и изображения теней черных дыр». *ЖЭТФ*, 158, 508 (2024) // *ЖЭТФ.* 2025. Т. 167, вып. 2. С. 1–4.
50. *Zakharov A. F.* Galactic Center Shadows: Beyond the Standard Model // *Phys. At. Nucl.* (submitted).
51. *Захаров А. Ф.* Тени и круговые фотонные орбиты: рассмотрение некоторых случаев обобщений черных дыр Керра–Ньюмена // *Письма в ЭЧАЯ* (направлено).