ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2025. Т. 56, вып. 2. С. 260–269

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАБИЛИЗИРОВАННОЙ МОДЕЛИ РЭНДАЛЛ–СУНДРУМА ПО ОТНОШЕНИЮ К ЭФФЕКТУ КАЗИМИРА

Э. Р. Рахметов *, *И. П. Волобуев* **, *С. И. Кейзеров* ***

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва

Рассмотрен эффект Казимира в стабилизированной модели Рэндалл–Сундрума, возникающий за счет распространения в пятимерной «балке» между бранами гравитационного поля и скалярного поля Гольдбергера–Вайза. Аналитически вычислена плотность энергии Казимира скалярных мод. С помощью метода размерной регуляризации и представления регуляризованного выражения для плотности энергии в виде дзета-функции Гурвица выделены расходимости и произведена перенормировка плотности энергии Казимира скалярных мод. Получены аналогичные оценки для плотности энергии Казимира тензорных мод. Проведена оценка влияния эффекта Казимира с учетом всех мод на уравнения и параметры модели. Найдено, что такие квантовые поправки не меняют форму решения уравнений движения модели и приводят только к пренебрежимо малому уменьшению как фонового скалярного поля на планковской бране, так и расстояния между бранами, т. е. модель оказывается устойчивой по отношению к эффекту Казимира.

The Casimir effect in the stabilized Randall–Sundrum model is considered, which arises due to the propagation of the gravitational field and the Goldberger–Wise scalar field in the five-dimensional bulk between two branes. The Casimir energy density of the scalar modes is calculated analytically. Using the dimensional regularization method and writing the regularized energy density as the Hurwitz zeta function, divergences are identified and the Casimir energy density of the scalar modes is renormalized. Similar estimates are made for the Casimir energy density of tensor modes. An estimate is made of the influence of the Casimir effect taking into account all the modes on the equations and parameters of the model. It is found that such quantum corrections do not change the form of the solution of the equations of motion of the model and lead only to a negligible decrease in the value of the background scalar field on the Planck brane and the distance between the branes, i.e., the model is stable with respect to the Casimir effect.

PACS: 04.50.+h

* E-mail: rahmetov@theory.sinp.msu.ru
** E-mail: volobuev@theory.sinp.msu.ru
*** E-mail: errar@mail.ru

ВВЕДЕНИЕ

Модели мира на бране широко обсуждаются в научных публикациях на протяжении уже более четверти века. Одной из наиболее известных и интересных таких моделей является модель Рэндалл–Сундрума (RS-модель) с двумя бранами [1]. Несомненным достоинством стабилизированной модели Рэндалл–Сундрума [2, 3] является тот факт, что она решает проблему иерархии благодаря присутствию в метрике конформного фактора и при этом допускает наличие новой физики в ТэВ-ном диапазоне энергий.

В стабилизированной RS-модели гравитационное поле и скалярное поле Гольдбергера–Вайза, распространяющиеся в пятимерном пространстве-времени между бранами, приводят к появлению эффекта Казимира [4]. Этот эффект в нестабилизированной RS-модели рассматривался для скалярных, спинорных и векторных полей [5–10], и в ряде работ утверждалось [5, 7, 8], что с его помощью достигались стабилизация размера дополнительного измерения и генерация космологической постоянной. Таким образом, возникает естественный вопрос: если эффект Казимира может приводить к стабилизации расстояния между бранами в нестабилизированной RS-модели, то не может ли он существенно влиять и на фоновое решение стабилизированной RS-модели? Этот вопрос уже рассматривался нами [12]. В настоящей работе изучим устойчивость фонового решения для метрики и скалярного поля Гольдбергера–Вайза относительно низших вакуумных квантовых поправок, приводящих к эффекту Казимира, с помощью альтернативного представления для регуляризованной плотности энергии Казимира через дзета-функцию Гурвица.

СТАБИЛИЗИРОВАННАЯ RS-МОДЕЛЬ И ЕЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СТЕПЕНИ СВОБОДЫ

Рассмотрим вариант стабилизированной RS-модели, предложенный в работе [3]. Пятимерное пространство-время модели имеет структуру прямого произведения четырехмерного пространства Минковского M_4 и орбифолда S^1/Z_2. В его неподвижных точках расположены браны — четырехмерные гиперплоскости с метрикой Минковского, обладающие собственным натяжением. На одной из двух бран локализованы поля Стандартной модели, а в пространстве между бранами (bulk) распространяются только гравитационное поле и скалярное поле Гольдбергера—Вайза, необходимое для стабилизации расстояния между бранами и обладающее потенциалами самодействия, которые обеспечивают минимум энергии классического решения при определенном расстоянии между бранами, стабилизируя модель. Действие стабилизированной RS-модели $S = S_1 + S_2$ складывается из действия S_1 для распространяющихся в балке полей

$$S_1 = \int\limits_{X_4} \int\limits_{-L}^{L} \left(-2M^3 R + \frac{1}{2} g^{PQ} \partial_P \phi \partial_Q \phi - V(\phi)\right) \sqrt{-g}\, d^5 x \tag{1}$$

и действия S_2 на бранах

$$S_2 = -\int\limits_{X_4} \int\limits_{-L}^{L} \left[\lambda_0(\phi)\,\delta(y) + \lambda_L(\phi)\,\delta(y-L)\right] \sqrt{-\tilde{g}}\, d^5 x, \tag{2}$$

где M — фундаментальный пятимерный энергетический масштаб (пятимерная масса Планка, которую примем равной 5 ТэВ); $\tilde{g}$ — индуцированный на бранах метрический тензор; $V(\phi)$ — пятимерный потенциал поля Гольдбергера–Вайза, а $\lambda_0(\phi)$ и $\lambda_L(\phi)$ — потенциалы этого поля на бранах, расположенных в точках с координатами 0 и L соответственно.

Уравнения движения для гравитационного и скалярного полей могут быть получены вариацией действия по соответствующим полям:

$$-\frac{1}{2M^3\sqrt{-g}} \frac{\delta S}{\delta g^{AB}} = G_{AB} - \frac{1}{4M^3} T_{AB} = 0, \tag{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S}{\delta \phi} = \Box\phi - \frac{dV}{d\phi} - \left[\frac{d\lambda_0}{d\phi}\delta(y) + \frac{d\lambda_L}{d\phi}\delta(y-L)\right] = 0, \tag{4}$$

где G_{AB} — пятимерный тензор Эйнштейна, а $T_{AB} \equiv -(2/\sqrt{-g})\times$ $\times(\delta S_\phi)/(\delta g^{AB})$ — тензор энергии-импульса (ТЭИ) скалярного поля Гольдбергера–Вайза.

Согласно работе [3] фоновые решения уравнений движения RS-модели следует искать в виде

$$g_{\mu\nu} = \mathrm{e}^{-2A(y)}\, \eta_{\mu\nu}, \quad g_{4\mu} = 0, \quad g_{44} = -1, \quad \phi(x,y) = \phi(y). \tag{5}$$

Подставив выбранный анзац в уравнения движения, получим сложную систему нелинейных дифференциальных уравнений для функций $A(y)$ и $\varphi(y)$:

$$\frac{dV}{d\phi} + \frac{d\lambda_1}{d\phi}\delta(y) + \frac{d\lambda_2}{d\phi}\delta(y-L) = -4A'\phi' + \phi'', \tag{6}$$

$$12M^3(A')^2 + \frac{1}{2}\left(V - \frac{1}{2}(\phi')^2\right) = 0, \tag{7}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}(\phi')^2 + V + \lambda_1\delta(y) + \lambda_2\delta(y-L)\right) = -2M^3\left(-3A'' + 6(A')^2\right), \tag{8}$$

решения которой имеют вид

$$\phi(y) = \phi_0\, \mathrm{e}^{-2u|y|}, \tag{9}$$

$$A(y) = k|y| + \frac{\phi_0^2}{48M^3}\,\mathrm{e}^{-2u|y|} - \left(kL + \frac{\phi_0^2}{48M^3}\,\mathrm{e}^{-2uL}\right) \approx \tilde{k}|y| - \tilde{k}L, \quad (10)$$

где $\tilde{k} = k - (\phi_0^2 u/48M^3)$, k и u — константы, выражающиеся через параметры потенциалов скалярного поля, для которых выполняются условия $uL \ll 1$.

Согласно работе [3] в низшем порядке по гравитационной константе связи для распространяющихся в балке классических полей RS-модели имеет место следующее разложение:

$$g_{AB}(x,y) = \overline{g}_{AB}(y) + \frac{1}{\sqrt{2M^3}} h_{AB}(x,y), \quad (11)$$

$$\phi(x,y) = \overline{\phi}(y) + \frac{1}{\sqrt{2M^3}} f(x,y), \quad (12)$$

где h и f — малые флуктуации над фоновым решением, а $\overline{g}_{AB}(y)$ и $\overline{\phi}(y)$ — фоновые решения классических уравнений RS-модели. И при наложении соответствующих калибровочных условий физическими степенями свободы стабилизированной RS-модели получим скалярное поле φ и поперечно-бесследовое тензорное поле $b_{\mu\nu}$ следующего вида:

$$\varphi = \mathrm{e}^{-2A} h_{44}, \quad h_{\mu\nu} = b_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\varphi. \quad (13)$$

Далее не будем рассматривать подробно тензорное поле, ограничиваясь для него лишь оценками, поскольку подробное описание его степеней свободы можно сделать по аналогии с результатами для скалярного поля.

Пятимерное скалярное поле $\varphi(x^\mu, y)$ может быть разложено по базису из четырехмерных скалярных мод $\varphi_n(x^\mu)$:

$$\varphi(x^\mu, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x^\mu)\, \Psi_n(y), \quad (14)$$

каждая из которых подчиняется уравнению Клейна–Гордона. Набор волновых функций $\Psi_n(y)$ можно выбрать таким образом, чтобы они были ортонормированными по отношению к скалярному произведению определенного вида [3]. Тогда для квадратичной по скалярным модам части действия $S^{(2)}$ в итоге получим

$$S^{(2)} = \frac{1}{2}\sum_{n,m=1}^{\infty} \int_{-L}^{L} \left\{ \frac{3}{4}\Psi_n\Psi_m - \frac{9M^3}{\left(\overline{\phi}'\right)^2}\overline{g}^{44}\left(\partial_4\Psi_n\right)\left(\partial_4\Psi_m\right) \right\} \mathrm{e}^{2A} dy \times$$
$$\times \int \left[\eta^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi_n\partial_\nu\varphi_m - \frac{1}{2}(\mu_n^2 + \mu_m^2)\varphi_n\varphi_m \right] d^4x. \quad (15)$$

КВАНТОВЫЕ ПОПРАВКИ ОТ СКАЛЯРНЫХ МОД В ТЭИ И В УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ RS-МОДЕЛИ

Для четырехмерных скалярных мод мы проводим стандартную процедуру канонического квантования, записывая для каждой моды разложение по плоским волнам и объявляя коэффициенты этого разложения операторами рождения и уничтожения, для которых постулируются стандартные коммутационные соотношения.

Варьируя действие (15) по $\overline{g}_{AB}$ и усредняя полученное выражение по вакууму, с учетом разложения мод по плоским волнам получим низшую квантовую вакуумную поправку от скалярных мод в ТЭИ RS-модели:

$$\mathfrak{T}\left(\varphi\right)_{\alpha\beta} = \left\langle \frac{\delta S^{(2)}}{\delta \overline{g}^{\alpha\beta}} \right\rangle = \mathrm{e}^{-2A} \left\langle \frac{\delta S^{(2)}}{\delta \eta^{\alpha\beta}} \right\rangle = \\ = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} F_n^{+}\left(y\right) \int \frac{1}{2\omega_n} \left[p_{n\alpha} p_{n\beta} - \frac{1}{2} \eta_{\alpha\beta} \left(p_n^2 - \mu_n^2\right)\right] d\mathbf{p}_n, \quad (16)$$

$$\mathfrak{T}\left(\varphi\right)_{44} = \left\langle \frac{\delta S^{(2)}}{\delta \overline{g}^{44}} \right\rangle = \frac{\mathrm{e}^{2A}}{2} \sum_{n=1}^{\infty} F_n^{-}\left(y\right) \int \frac{1}{2\omega_n} \left(p_n^2 - \mu_n^2\right) d\mathbf{p}_n \equiv 0, \quad (17)$$

где $F_n^{\pm}\left(y\right) \equiv 3\Psi_n^2/4 \pm 9M^3 (\partial_4 \Psi_n)^2 / (\overline{\phi}')^2$.

Отметим, что вследствие равенства нулю квантовой поправки $\mathfrak{T}\left(\varphi\right)_{44}$ уравнение (7), которое вытекает из уравнения (3) при $A = B = 4$, не меняется при учете квантовых поправок. Можно также показать, что квантовые поправки не меняют и уравнение (6), не считая изменения потенциалов на границах. Отсюда можно заключить, что при учете квантовых поправок форма решений $A(y)$, $\phi(y)$ остается неизменной, могут меняться только входящие в них параметры модели. Такие изменения можно оценить, вычислив вклад от квантовых поправок для интегральных характеристик модели. Мы вычислим плотность энергии Казимира — низшую квантовую вакуумную поправку, которую дают скалярные моды в плотность энергии, определяемую как нулевая компонента эффективного четырехмерного вектора вида

$$P^{\alpha} \equiv 2 \int_0^L \mathfrak{T}\left(\varphi\right) \sqrt{\overline{g}}\, dy = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \int \frac{1}{\omega_{n\mathbf{p}}} \left[p_n^{\alpha} p_n^0 - \frac{1}{2} \eta^{\alpha 0} \left(p_n^2 - \mu_n^2\right)\right] d\mathbf{p}_n\,. \quad (18)$$

Очевидно, что его временная компонента есть просто плотность энергии нулевых колебаний скалярных мод:

$$P^0 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \int \omega_{n\mathbf{p}} d\mathbf{p}. \quad (19)$$

Это является стандартным результатом в теории эффекта Казимира: плотность энергии Казимира есть сумма плотностей энергий нулевых колебаний [11].

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ И ПЕРЕНОРМИРОВКА ПЛОТНОСТИ ЭНЕРГИИ КАЗИМИРА

Полученное выражение для плотности энергии Казимира расходится при размерности пространства-времени $d = 4$. Чтобы его регуляризовать и выделить конечную часть, зависящую от расстояния между бранами, мы воспользовались методом размерной регуляризации и просуммировали получившиеся расходящиеся ряды с помощью аналитического продолжения дзета-функции Гурвица. С точностью до нулевого порядка по $\varepsilon = 4 - d$ полученный результат имеет вид

$$\begin{aligned} P^0 = \mu^{4-d} I_d \sum_{n=1}^{\infty} m_n^d = \mu^{4-d} I_d m_r^d + \mu^{4-d} I_d \upsilon^d \sum_{n=2}^{\infty} (n+\theta)^d = \\ = \mu^{4-d} I_d m_r^d + \mu^{4-d} I_d \upsilon^d \zeta(-d, 2+\theta) = \\ = -\frac{\pi}{2} X \varepsilon^{-1} + \frac{\pi}{8}(3 - 2\gamma - 2\ln\pi) X - \frac{\pi}{2} Y + O(\varepsilon), \end{aligned} \quad (20)$$

где $\zeta(-d, 2+\theta)$ — дзета-функция Гурвица, аналитически продолженная в область $d > -1$; μ — масштабный фактор размерной регуляризации и где согласно [3, 12] масса радиона есть $\mu_1 \equiv \mu_r \approx \sqrt{\frac{2}{3}\frac{(\beta_L^2 - u)}{\beta_L^2 + 4\tilde{k}}\frac{u\phi_0}{2M^3}}$, а массы остальных мод равны $\mu_n \approx \upsilon(n+\theta)$, причем $\upsilon = \pi\tilde{k}$, $\theta = 1/4 + u/2\tilde{k} + \phi_0^2 u^2/48M^3\tilde{k}^2$, а для множителя I_d получаем

$$\begin{aligned} I_d \equiv S_{d-2} \int_0^{\infty} \sqrt{q^2+1}\, q^{d-2} dq = \frac{\pi}{2\varepsilon} - \frac{\pi}{8}(3 - 2\gamma - 2\ln\pi) + \\ + \frac{\pi}{96}\left(21 - 18\gamma + 6\gamma^2 + \pi^2 + (-18 + 12\gamma + 6\ln\pi)\ln\pi\right)\varepsilon + O(\varepsilon). \end{aligned} \quad (21)$$

При этом для коэффициентов X и Y в разложении по степеням ε в формуле (20) имеют место следующие выражения:

$$X \equiv m_r^4 + \upsilon^4 \zeta(-4, 2+\theta), \quad (22)$$

$$Y \equiv m_r^4 \ln(m_r/\mu) + \upsilon^4 \zeta(-4, 2+\theta) \ln(\upsilon/\mu) - \upsilon^4 \zeta'(-4, 2+\theta). \quad (23)$$

Расходимостью такого вида полученное выражение для плотности энергии Казимира обязано наличию границ (бран) в пространстве-времени RS-модели. Отметим, что появление так называемых поверхностных расходимостей в ТЭИ является типичным явлением в пространствах с границами и для их устранения требуется уточнение процедуры перенормировки [4, 11].

Также отметим, что в формуле (20) вклад от первой моды (радиона) есть $I_d\mu_r^d = (-\pi/2)\mu_r^4\varepsilon^{-1} + (\pi/8)\,(3 - 2\gamma - 2\ln\pi - \ln\mu_r)\,\mu_r^4$, и он в точности совпадает со вкладом, который бы давало в плотность энергии Казимира скалярное поле с массой μ_r в d-мерном пространстве Минковского. Поэтому перенормировка вклада радиона в P^0 производится просто отбрасыванием этого вклада, как это всегда делается в теории эффекта Казимира для той части вклада поля в ТЭИ, которая совпадает с его вкладом в ТЭИ в пространстве Минковского.

Вклад, который дает калуце-клейновская башня в выражение для плотности энергии Казимира (20), может быть с учетом формул (21)–(23) формально представлен в виде вклада от некоторой одиночной моды с массой $\mu_\Phi \equiv \upsilon\sqrt[4]{\zeta\,(-4, 2+\theta)}$:

$$\mu^{4-d} I_d \upsilon^d \sum_{n=2}^{\infty} (n+\theta)^d = -\frac{\pi}{2} m_\Phi^4 \varepsilon^{-1} + \frac{\pi}{8}\,(3 - 2\gamma - 2\ln\pi - \ln(m_\Phi/\mu))\, m_\Phi^4 - \\ - \upsilon^4 \left[\frac{1}{4}\zeta\,(-4, 2+\theta)\ln\zeta\,(-4, 2+\theta) + \zeta'\,(-4, 2+\theta)\right]. \quad (24)$$

Поэтому такой вклад может быть перенормирован аналогично вкладу радиона отбрасыванием выражения

$$\mu^{4-d} I_d m_\Phi^d = -\frac{\pi}{2} m_\Phi^4 \varepsilon^{-1} + \frac{\pi}{8}\,(3 - 2\gamma - 2\ln\pi - \ln(m_\Phi/\mu))\, m_\Phi^4, \quad (25)$$

которое давала бы в плотность энергии Казимира в d-мерном пространстве Минковского скалярная мода с массой μ_Φ.

В результате для общего вклада всех скалярных мод в энергию Казимира получим конечное перенормированное выражение:

$$P^0_{\mathrm{ren}} = -\frac{\pi}{2}\upsilon^4 \left[\frac{1}{4}\zeta\,(-4, 2+\theta)\ln\zeta\,(-4, 2+\theta) + \zeta'\,(-4, 2+\theta)\right], \quad (26)$$

которое численно находится в очень хорошем согласии с выражением для энергии Казимира скалярных полей, полученной нами для этой модели другим способом [12]. Предложенная в настоящей работе схема перенормировки плотности энергии Казимира удобна тем, что удовлетворяет набору условий [11], обеспечивающих однозначность процедуры перенормировки.

ИЗМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ПОД ВЛИЯНИЕМ ЭФФЕКТА КАЗИМИРА

При современных ограничениях на параметры модели [13] для вклада скалярных мод в энергию Казимира получаем из формулы (26) следующую численную оценку: $P^0_{\mathrm{ren}} \sim -1{,}98 \cdot 10^9$ ТэВ^4. Вклад от пяти тензорных степеней свободы вычисляется совершенно аналогично, поэтому суммарный вклад от всех мод в энергию Казимира может быть оценен как $P^0_{\rm ren} \sim -1{,}2 \cdot 10^{10}$ ТэВ^4. При этом классическая фоновая плотность энергии, определяемая выражением $P^0_{\rm cl} \equiv \int\limits_0^L T^{00}\sqrt{g}\, dy$, оказывается равной

$$P^0_{\rm cl} \approx \left(12M^3\tilde{k} - \frac{u}{2}\phi_0^2 + \frac{3u^2}{4M^3\tilde{k}}\phi_0^4\right) {\rm e}^{2\tilde{k}L} \sim 4{,}15 \cdot 10^{34} \text{ ТэВ}^4. \tag{27}$$

Исходя из того, что $P^0_{\rm ren} \sim \delta P^0_{\rm cl}$, с учетом (27) получим

$$\frac{\delta P^0_{\rm cl}}{{\rm e}^{2\tilde{k}L}} \approx \left(-\frac{u}{2}2\phi_0 + \frac{3u^2}{64M^3\tilde{k}}4\phi_0^3\right)\delta\phi_0 + \left(12M^3\tilde{k} - \frac{u}{2}\phi_0^2 + \frac{3u^2}{64M^3\tilde{k}}\phi_0^4\right)2\tilde{k}\delta L =$$
$$= \left\{\left(-u\phi_0^2 + \frac{3u^2\phi_0^3}{16M^3\tilde{k}}\right) u + \left(12M^3\tilde{k} - \frac{u}{2}\phi_0^2 + \frac{3u^2}{64M^3\tilde{k}}\phi_0^4\right) 2\tilde{k}\right\}\delta L \approx$$
$$\approx \frac{2\tilde{k}P^0_{\rm cl}\delta L}{{\rm e}^{2\tilde{k}L}}. \tag{28}$$

Отсюда можно оценить относительное изменение расстояния между бранами, которое оказывается порядка $\delta L/L \sim 10^{-26}$, т. е. пренебрежимо мало.

Совершенно аналогично можно оценить изменение параметра фонового поля ϕ_0 вследствие эффекта Казимира. С учетом (28) получим

$$\delta\phi_0 = u\phi_0\delta L \approx \frac{u\phi_0}{2\tilde{k}}\frac{\delta P^0_{\rm cl}}{P^0_{\rm cl}}. \tag{29}$$

И тогда для относительного изменения параметра фонового поля из-за эффекта Казимира опять получим пренебрежимо малую величину:

$$\frac{\delta\phi_0}{\phi_0} \approx \frac{u}{2\tilde{k}}\frac{\delta P^0_{\rm cl}}{P^0_{\rm cl}} \approx \frac{1}{700}\frac{\delta P^0_{\rm cl}}{P^0_{\rm cl}} \sim 1{,}5 \cdot 10^{-27}. \tag{30}$$

Остальные параметры модели либо не меняются при учете эффекта Казимира, поскольку входят в уравнения (6) и (7), неизменные относительно низших квантовых поправок, либо не являются независимыми и выражаются через параметры ϕ_0 и L. Действительно, параметры потенциалов RS-модели подобраны таким образом, чтобы определяемое ими фоновое решение представляло собой статические плоские браны на расстоянии L друг от друга, т. е. на параметры потенциалов модели наложены определенные связи. При произвольных значениях параметров фоновое решение модели в общем случае не являлось бы однородным и изотропным, а браны обладали бы ненулевой постоянной кривизной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы исследовали влияние поправок, возникающих вследствие эффекта Казимира, на поведение фонового решения стабилизированнной RS-модели и показали, что это влияние пренебрежимо мало, поскольку квантовые поправки не меняют вид решения, а изменение параметров модели фактически сводится к пренебрежимо малому изменению расстояния между бранами, а также параметра фонового поля.

Следует отметить, что полученный результат хорошо согласуется с выводами классических работ Гольдбергера с соавторами [2, 6] о невозможности стабилизировать RS-модель только с помощью квантовых поправок и, напротив, противоречит выводам работ [5, 7, 8], в которых допускалась возможность стабилизации расстояния между бранами за счет эффекта Казимира в нестабилизированной RS-модели. Действительно, в рассматриваемом нами приближении для конформного фактора метрика стабилизированной RS-модели имеет тот же самый вид, что и метрика нестабилизированной RS-модели. Поэтому энергия Казимира скалярных и тензорных полей для обеих моделей должна иметь примерно одинаковый порядок величины и тот же самый аналитический вид. Аналогично можно сказать и о силе Казимира, приводящей к притяжению бран. Но, в отличие от стабилизированной RS-модели, в нестабилизированной нет какой-либо силы, которая могла бы зафиксировать браны на определенном расстоянии друг от друга. Поэтому в такой модели для стабилизации расстояния между бранами обязательно нужно дополнительно рассматривать нелинейные взаимодействия скалярных полей и квантовые поправки к описывающим эти взаимодействия потенциалам. Возможно, в таком случае эффект Казимира мог бы привести к стабилизации расстояния между бранами.

Благодарности. Авторы выражают благодарность Э. Э. Боосу и Ю. В. Грацу за полезные обсуждения.

Финансирование. Исследование выполнено при поддержке Национального центра физики и математики в рамках научной программы направления № 5 «Физика частиц и космология».

Конфликт интересов. Все авторы подтверждают отсутствие известных и потенциальных источников конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Randall L., Sundrum R.* Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83, No. 17. P. 3370–3373; arXiv: 9905221 [hep-ph].
2. *Goldberger W. D., Wise M. B.* Modulus Stabilization with Bulk Fields // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83, No. 24. P. 4922–4925; arXiv:9907447 [hep-ph].

3. *Boos E. E., Mikhailov Yu. S., Smolyakov M. N., Volobuev I. P.* Physical Degrees of Freedom in Stabilized Brane World Models // Mod. Phys. Lett. A. 2006. V. 21, No. 18. P. 1431–1449; arXiv:0511185 [hep-th].
4. *Bordag M., Klimchitskaya G. L., Mohideen U., Mostepanenko V. M.* Advances in the Casimir Effect. Oxford Univ. Press, 2009.
5. *Toms D. J.* Quantised Bulk Fields in the Randall–Sundrum Compactification Model // Phys. Lett. B. 2000. V. 484, No. 1–2. P. 149–153; arXiv:0005189 [hep-th].
6. *Goldberger W. D., Rothstein I. Z.* Quantum Stabilization of Compactified AdS_5 // Phys. Lett. B. 2000. V. 491, No. 3–4. P. 339–344; arXiv:0007065 [hep-th].
7. *Garriga J., Pujolas O., Tanaka T.* Radion Effective Potential in the Brane-World // Nucl. Phys. B. 2001. V. 605, No. 1–3. P. 192–214; arXiv:0004109 [hep-th].
8. *Flachi A., Toms D. J.* Quantized Bulk Scalar Fields in the Randall–Sundrum Brane-Model // Nucl. Phys. B. 2001. V. 610, No. 2. P. 144–168; arXiv: 0103077 [hep-th].
9. *Flachi A., Moss I. G., Toms D. J.* Quantized Bulk Fermions in the Randall–Sundrum Brane Model // Phys. Rev. D. 2001. V. 64, No. 10. P. 105029–106000; arXiv:0106076 [hep-th].
10. *Saharian A. A., Kotanjyan A. S., Sargsyan H. G.* Electromagnetic Field Correlators and the Casimir Effect for Planar Boundaries in AdS Spacetime with Application in Braneworlds // Phys. Rev. D. 2020. V. 102, No. 10. P. 105014–105024; arXiv:0106076 [hep-th].
11. *Birrell N. D., Davies P. C. W.* Quantum Fields in Curved Space. Cambridge Univ. Press, 1982.
12. *Волобуев И. П., Кейзеров С. И., Рахметов Э. Р.* Устойчивость стабилизированной модели Рэндалл–Сундрума относительно квантовых поправок // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон. 2024. Т. 79, № 2. С. 2420103-1–2420103-13.
13. *Sirunyan A. M. et al. (CMS Collab.).* Search for Contact Interactions and Large Extra Dimensions in the Dilepton Mass Spectra from Proton–Proton Collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV // J. High Energy Phys. 2019. V. 04. P. 1–35; arXiv:1812.10443 [hep-ex].