ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2025. Т. 56, вып. 2. С. 403–413

НОВАЯ ФИЗИКА, МАССА W-БОЗОНА, ПОЛУИНКЛЮЗИВНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И НУЛИ ЗЕТА-ФУНКЦИИ

*Н. В. Махалдиани**

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Предложено современное определение новой физики. Рассчитана поправка к массе W-бозона. Неримановы нули зета-функции, предложенные в [9], проверены прямыми расчетами.

Contemporary definition of the New Physics is proposed. Correction to the mass of the W boson is calculated. Non-Riemannian zeros of the zeta function proposed in [9] are tested by direct calculations.

PACS: 11.15.–q; 11.30.Pb

> Я всегда знал, что p-адические числа появятся в физике.
>
> *Андрэ Вейль*

В природе встречаются в основном две структуры, однородная и изотропная [1] и иерархическая [2]. Однородные структуры описываются действительными числами с бесконечным числом цифр в дробной части и обычными архимедовыми метриками. Иерархические структуры описываются p-адическими числами с бесконечным числом цифр в целой части и неархимедовыми метриками [3]. Мы говорим о новой физике (НФ), когда открываем или предсказываем явление, которое запрещается Стандартной моделью (СМ) в принципе — это качественный уровень НФ — или мы находим существенную разницу между прецизионным вычислением наблюдаемой в СМ и соответствующим экспериментальным значением. Мы верим, что при высоких энергиях, за пределами СМ, НФ проявится, но точные эксперименты позволят находить следы НФ при уже достигнутых энергиях.

В 2017 г. коллаборация ATLAS в ЦЕРН опубликовала свой первый результат измерения массы W-бозона: $m_W = (80370 \pm 19)$ МэВ. К тому времени это было наиболее точное измерение, и результат был в согласии с предсказанием СМ и со всеми другими измерениями. Позже коллаборация CDF опубликовала [4] новое измеренное значение массы W-бозона:

* E-mail: mnv@jinr.ru

$m_W = (80{,}4335 \pm 0{,}0094)$ ГэВ $= (80433{,}5 \pm 9{,}4)$ МэВ, которое превышает предсказание СМ [5], $m_{\mathrm{SMW}} = (80{,}375 \pm 0{,}006)$ ГэВ $= (80375 \pm 6)$ МэВ, на уровне 7σ. Мы обсуждаем возможность объяснения данного отклонения в модели составных хиггс- ($m_H = 125$ ГэВ), W- ($m_W = 80$ ГэВ) и Z- ($m_Z = 91$ ГэВ) бозонов. Мы предлагаем минимальную суперсимметричную составную модель со значением валентной массы $m \sim 40$ ГэВ. В этой модели W и H являются связанными состояниями.

Отметим, что свинец-208 $= {}^{208}_{82}\mathrm{Pb}^{126}$, самое тяжелое стабильное ядро, состоит из 82 протонов и 126 нейтронов. Совместное описание ядер с четными числами протонов и нейтронов и ядер с нечетным числом нуклонов возможно с помощью супералгебр. Состояния ядер с одинаковой энергией принадлежат одному супермультиплету [6].

В СМ и ее расширениях массу W-бозона можно вычислить с помощью формулы [7]

$$m_W^2\left(1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2}\right) = a(1+\delta) = A, \quad a = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}\,G_F}, \tag{1}$$

где G_F — константа Ферми; α — константа тонкой структуры и δ — сумма вкладов всех не КЭД петлевых диаграмм в амплитуду распада мюона. Решение (1) имеет вид

$$m_W^2 = (1 \pm \sqrt{1 - 4A/m_Z^2}\,)m_Z^2/2. \tag{2}$$

Известному значению m_W соответствует

$$m_W^2 = (1-\Delta)m_Z^2, \quad \Delta = 1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2} = 0{,}223. \tag{3}$$

Для второго решения m_{W2}

$$m_{W2}^2 = \Delta m_Z^2, \quad m_{W2} = \sqrt{\Delta}\,m_Z = 43{,}0 \text{ ГэВ}, \quad m_W^2 + m_{W2}^2 = m_Z^2. \tag{4}$$

Из последнего равенства второе значение массы определяется с точностью $\delta m_{W2} \sim m_W/m_{W2}\,\delta m_W \sim 2\delta m_W$. Тот же результат можем получить без введения Δ. Сумма двух решений (2) равняется M_Z^2. Одно решение соответствует m_W^2. Другое решение дает m_{W2}^2, так что имеет место правило сумм для масс $m_W^2 + m_{W2}^2 = m_Z^2$, из которого мы определим значение m_{W2} и соответствующую точность. Уравнение (2) предсказывает оба значения масс. Величина второй массы определяется с такой же точностью, что и первая масса, и дает хорошую мотивацию для экспериментального поиска. Спрашивается, как вторая масса связана с расхождением между экспериментальными данными? Большую часть доминирующих радиационных поправок можно включить в сдвиг параметра ρ от значения низшего порядка $\rho_{\mathrm{Born}} = 1$. В однопетлевом приближении [8]

$$\delta\rho = 3x_t = 3\frac{G_F m_t^2}{8\sqrt{2}\,\pi^2} \simeq 9{,}43 \cdot 10^{-3} \simeq 10^{-2},$$
$$G_F = 1{,}17 \cdot 10^{-5}\ \text{ГэВ}^{-2},\ m_t = 173{,}2 \pm 0{,}7. \tag{5}$$

Запишем уравнение (2) в следующей форме:

$$x(1-x) = B,\ x = \frac{m_W^2}{m_Z^2},\ B = \frac{A}{m_Z^2},\ A = a(1+\delta),\ a = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}\,G_F}. \tag{6}$$

Увеличение значения массы m_W требует увеличения x и уменьшения δ:

$$x_1 = x + \epsilon,\ \delta_1 = \delta - k\epsilon,\ k = 2xm_Z^2/a = \frac{2\sqrt{2}\,G_F m_Z^2}{\pi\alpha} \simeq 0{,}08,$$
$$\epsilon = \left(\frac{2m_W}{m_Z}\right)\frac{\Delta m_W}{m_Z} = 2 \cdot 80/91 \cdot (0{,}06/91) = 1{,}2 \cdot 10^{-3}, \tag{7}$$
$$\delta_1 - \delta = -9{,}6 \cdot 10^{-5} \sim -10^{-4}.$$

Однопетлевое значение δ_1 можно представить в виде

$$\delta_1 = \delta\alpha - \frac{\delta\rho}{m_Z^2/m_W^2 - 1} + \delta(m_H). \tag{8}$$

Учет второй массы приводит к выражению

$$\delta_1 = \delta\alpha - \delta\rho\left(\frac{m_Z^2}{m_W^2} - 1 + \frac{1}{m_Z^2/m_W^2 - 1}\right) + \delta(m_H). \tag{9}$$

Теперь уравнение (1) получает поправку в правой части:

$$x(1-x) = A/m_Z^2(1 + \delta_1 - \epsilon), \quad \epsilon = \delta\rho(m_Z^2/m_W^2 - 1), \quad x = x_0 + \epsilon x_1,$$
$$x_0(1-x_0) = A/m_Z^2(1+\delta_1), \quad x_0 = m_W^2/m_Z^2,$$
$$x_1 = A/m_Z^2(1+\delta_1)/(2x_0 - 1) =$$
$$= \frac{x_0(1-x_0)}{2x_0 - 1} = 0{,}139, \quad \epsilon x_1 = 0{,}00137 \cdot 0{,}139 \simeq 2 \cdot 10^{-4},$$
$$m_W \simeq m_{W_0}(1 + m_{Z_0}^2/m_{W_0}^2 \cdot 10^{-4}) = (80375 + 10)\ \text{МэВ}.$$

Масштаб масс нейтрино, $m_n \leqslant 10^{-2}$ эВ, близок к масштабу наблюдаемой энергии вакуума $\Lambda \sim m_n^4 \sim (10^{-11-19} m_p)^4 = 10^{-120} m_p^4$ [5]. Это указывает на связь между физикой частиц, космологией и квантовой гравитацией.

В суперсимметричных моделях в пределе низких температур [9]

$$Z(\beta) = 1 + O(\mathrm{e}^{-\beta\omega}), \quad \beta = T^{-1}, \tag{10}$$

космологическая константа

$$\lambda \sim \ln Z \sim \mathrm{e}^{-\beta\omega}, \quad \beta\omega \sim 10^2. \tag{11}$$

Исходя из наблюдаемых значений β и космологической константы, мы оцениваем ω:

$$T = 3K = \frac{\text{эВ}}{3868} \sim 10^{-4}\ \text{эВ}, \quad \omega \sim 10^{-2}\ \text{эВ}. \tag{12}$$

Отрицательное биномиальное распределение (ОБР) определим как

$$P_k(n) = \frac{\Gamma(n+k)}{n!\Gamma(k)}(1-p)^k p^n, \quad \sum_{n\geqslant 0} P_k(n) = 1. \tag{13}$$

Распределение Бозе–Эйнштейна является частным случаем ОБР при $k = 1$. Для топологического сечения σ_n ОБР параметризуется так [10]:

$$P_k(n) = \frac{\sigma_n}{\sigma} = \frac{\Gamma(n+k)}{n!\Gamma(k)} \left(\frac{k}{k+\langle n\rangle}\right)^k \left(\frac{\langle n\rangle}{k+\langle n\rangle}\right)^n. \tag{14}$$

Бозе-эйнштейновское или геометрическое распределение является температурным распределением для одиночной системы. Важным свойством ОБР с параметрами $\langle n\rangle$ и k является то, что оно получается из суммы k независимых случайных величин с бозе-эйнштейновским распределением:

$$\begin{gathered}
P_1(n) = P(n) = \frac{1}{\langle n\rangle + 1}\left(\frac{\langle n\rangle}{\langle n\rangle+1}\right)^n = \\
= (\mathrm{e}^{\beta\omega/2} - \mathrm{e}^{-\beta\omega/2})\,\mathrm{e}^{-\beta\omega(n+1/2)}, \quad T = \beta^{-1} = \frac{\omega}{\ln(1 + 1/\langle n\rangle)}, \\
\sum_{n\geqslant 0} P(n) = 1, \quad \sum nP(n) = \langle n\rangle = \frac{1}{\mathrm{e}^{\beta\omega} - 1}, \quad T \simeq \omega\langle n\rangle, \ \langle n\rangle \gg 1, \\
F_1(x) = F(x) = \sum_n x^n P(n) = (1 + \langle n\rangle(1-x))^{-1}.
\end{gathered} \tag{15}$$

Действительно, для $N = n_1 + n_2 + \ldots + n_k$, независимых друг от друга n_i, $i = 1, \ldots, k$, распределение для N

$$\begin{gathered}
P_k(N) = \sum_{n_1,\ldots,n_k} \delta(N - \sum n_i) P(n_1)\cdots P(n_k), \\
F_k(x) = \sum_n x^n P_k(n) = F(x)^k = \left(1 + \frac{\langle N\rangle}{k}(1-x)\right)^{-k} = \\
= \left(\frac{k}{k+\langle N\rangle}\right)^k \left(1 - \frac{\langle N\rangle}{k+\langle N\rangle}x\right)^{-k}, \ \langle N\rangle = k\langle n\rangle.
\end{gathered} \tag{16}$$

Производящая функция ОБР сводится к производящей функции Бозе–Эйнштейна в степени k. Для производящей функции ОБР $F_k(x) = F(k, \langle n\rangle)$ имеем соотношение

$$F(k, \langle n\rangle)^m = F(mk, m\langle n\rangle). \tag{17}$$

Можем записать это соотношение в замкнутой нелокальной форме

$$Q_q F = F^q,\ Q_q = q^D, \quad D = \frac{kd}{dk} + \frac{\langle n\rangle d}{d\langle n\rangle} = \frac{x_1 d}{dx_1} + \frac{x_2 d}{dx_2}. \tag{18}$$

Рассмотрим значения $q = n, n = 1, 2, 3, \ldots$, и возьмем сумму соответствующих уравнений (18), получим

$$\zeta(-D)F = \frac{F}{1-F}. \tag{19}$$

В случае ОБР мы знаем решение этого уравнения. Введем гамильтониан H, соответствующий спектру римановых нулей зета-функции:

$$\begin{gathered} -D_n = \frac{n}{2} + iH_n,\ H_n = i\left(\frac{n}{2} + D_n\right), \\ D_n = x_1\partial_1 + x_2\partial_2 + \ldots + x_n\partial_n, \quad H_n^+ = H_n = \sum_{m=1}^{n} H_1(x_m), \\ H_1 = i\left(\frac{1}{2} + x\partial_x\right) = -\frac{1}{2}(x\hat{p} + \hat{p}x),\ \hat{p} = -i\partial_x. \end{gathered} \tag{20}$$

Гамильтониан $H = H_n$ эрмитов. Спектр этого гамильтониана состоит из действительных чисел. Случай с $n = 1$ соответствует римановым нулям. Случай с $n = 2$ соответствует ОБР:

$$\begin{gathered} \zeta(1 + iH_2)F = \frac{F}{1-F} = (1-F)^{-1}F, \\ F(x_1, x_2; h) = \left(1 + \frac{x_1}{x_2}(1-h)\right)^{-x_2}. \end{gathered} \tag{21}$$

Произведем масштабное преобразование $x_2 \to \lambda x_2$ и перейдем к пределу $\lambda \to \infty$ в (21), получим

$$\begin{gathered} \zeta\left(\frac{1}{2} + iH(x)\right) \mathrm{e}^{-(1-h)x} = \frac{1}{\mathrm{e}^{(1-h)x} - 1}, \\ H(x) = i\left(\frac{1}{2} + x\partial_x\right) = -\frac{1}{2}(x\hat{p} + \hat{p}x),\ H^+ = H. \end{gathered} \tag{22}$$

Для собственного состояния $|n\rangle$ и соответствующего собственного значения E_n оператора H получим

$$\begin{aligned} &\left\langle n|\zeta\left(\frac{1}{2} + iH(x)\right)\mathrm{e}^{-(1-h)x}\right\rangle = \\ &\qquad = \zeta\left(\frac{1}{2} - iE_n(x)\right)\left\langle n|\mathrm{e}^{-(1-h)x}\right\rangle = \left\langle n|\frac{1}{\mathrm{e}^{(1-h)x} - 1}\right\rangle. \end{aligned} \tag{23}$$

Для нулей зета-функции $1/2 - iE_n$ собственные состояния $|n\rangle$ удовлетворяют условиям

$$\left\langle n|\frac{1}{\mathrm{e}^{(1-h)x}-1}\right\rangle = 0, \quad \left\langle n|\mathrm{e}^{-(1-h)x}\right\rangle \neq 0. \tag{24}$$

Для собственных состояний $|n\rangle$ и соответствующих собственных значений E_n оператора H имеем

$$H|n\rangle = E_n|n\rangle,\ H = i\left(\frac{1}{2}+x\partial_x\right),\ |n\rangle = x^{s_n},\ s_n = -\frac{1}{2} - iE_n,$$

$$\left\langle n|\frac{1}{\mathrm{e}^{(1-h)x}-1}\right\rangle = \int\limits_0^\infty dx\frac{x^{s_n}}{\mathrm{e}^{(1-h)x}-1} = \zeta\left(\frac{1}{2}-iE_n\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}-iE_n\right)/(1-h)^s,$$

$$\left\langle n|\mathrm{e}^{-(1-h)x}\right\rangle = \Gamma\left(\frac{1}{2}-iE_n\right)/(1-h)^s, \quad s = \frac{1}{2} - iE_n = s_n + 1, \tag{25}$$

$$\langle n|m\rangle = \int\limits_0^\infty \frac{dx}{xx^{i(E_n-E_m)}} = 2\pi\delta(E_n - E_m).$$

Рассмотрим следующую формулу:

$$\frac{1}{1-x} = (1+x)(1+x^2)(1+x^4)\ldots,\ |x|<1. \tag{26}$$

Эту формулу используем для анализа зета-функции

$$\zeta(s) = \sum_{n\geqslant 1} n^{-s} = \prod_p (1-p^{-s})^{-1},\ \mathrm{Re}\ s > 1, \tag{27}$$

когда $x = x_n = p_n^{-s}$. Рассмотрим следующую регуляризованную форму произведения в формуле (26):

$$p_k(x) \equiv (1+x+1/2^{k+1})(1+x^2)(1+x^4)\ldots(1+x^{2^k}),$$

$$p_k(-1) = 1/2,\ p_k(-1-1/2^{k+1}) = 0,$$

$$|1/(1-x_k)|_2 = \left|\frac{2^{k+1}}{1+2^{k+2}}\right|_2 = 1/2^{k+1} \to 0,\ |0|_2 = 0,\ |2^n|_2 = 2^{-n}, \tag{28}$$

$$x = x_k = -1 - 1/2^{k+1} = -1 - \epsilon_k \to -1,\ k\to\infty,$$

$$s_k(p,l) = -\frac{\ln(1+\epsilon_k)}{\ln p} + i\frac{\pi(2l+1)}{\ln p} \to i\frac{\pi(2l+1)}{\ln p}.$$

Мы имеем нули [9] при $s = s_k(p_n) = (2k+1)\pi i/\ln(p_n)$, где p_n — простое число, k — целое число, $|p^n|_p = p^{-n}$ — p-адическая норма [3]. Для проверки этих неримановых нулей используем формулу

$$\zeta(s) = \frac{\Gamma(1+s)^{-1}}{2^{1-s} - 2^{2(1-s)}} \int\limits_0^\infty \frac{t^s dt}{\cosh^2 t}, \quad \operatorname{Re} s > -1. \tag{29}$$

Оценим точность вычислений:

$$I = \int\limits_0^\infty \frac{dt}{\cosh^2 t} = 1, \;\; I > I = \int\limits_0^{100} \frac{dt}{\cosh^2 t} = 1{,}0000000000000049?! \tag{30}$$

Этот интеграл, вычисленный с помощью математики, указывает на типичную ошибку $O(10^{-15})$ в следующих вычислениях. К примеру, для нуля $s_3(2) = i7\pi/\log 2$

$$\begin{gathered} I = \int\limits_0^{100} \frac{t^{s_3(2)} dt}{\cosh^2 t} = \mathrm{RI} + i\,\mathrm{Im}, \quad |I| < 1, \\ \mathrm{RI} = \int\limits_0^{100} \frac{\cos(7\pi/\log 2 \log t)\, dt}{\cosh^2 t} = -8{,}37655 \cdot 10^{-16}, \\ \mathrm{Im} = \int\limits_0^{100} \frac{\sin(7\pi/\log 2 \log t)\, dt}{\cosh^2 t} = -1{,}0894 \cdot 10^{-15}. \end{gathered} \tag{31}$$

Для следующего примера нуля $s(3)_4 = i9\pi/\log 3$

$$\begin{gathered} I = \int\limits_0^{100} \frac{t^{s(3)_4} dt}{\cosh^2 t} = \mathrm{RI} + i\,\mathrm{Im}, \quad |I| < 1, \\ \mathrm{RI} = \int\limits_0^{100} \frac{\cos(9\pi/\log 3 \log t)\, dt}{\cosh^2 t} = -3{,}64292 \cdot 10^{-16}, \\ \mathrm{Im} = \int\limits_0^{100} \frac{\sin(9\pi/\log 3 \log t)\, dt}{\cosh^2 t} = -2{,}09728 \cdot 10^{-15}, \\ s(3)_4 = i9\pi/\log 3 = 25{,}74i. \end{gathered} \tag{32}$$

Температура, определенная в (15), дает оценку температуры кварк-глюонной (глюквар) жидкости, когда излучаются адроны. Если возьмем $\omega = 10$ МэВ, то значению $T \simeq T_c \simeq 200$ МэВ соответствует $\langle n \rangle \simeq 20$. Из численных экспериментов мы знаем, что температура деконфайнмента

$T_c \simeq 150$–200 МэВ. Множественность 20 хороша для приближенной формулы. Так что мы можем оценить масштаб соответствующей энергии. Коллективный, квазичастичный спектр глюквар-фазы можно характеризовать этой оценкой. Сингулярность в поведении $\langle n \rangle$ может указывать на соответствующий фазовый переход и позволяет оценивать соответствующую температуру и энергию ω. Мы видели, что излучение черного тела находится в основе ОБР. Универсальность ОБР в закономерностях рождения адронов аналогична универсальности излучения черного тела.

Излучение черного тела используется для измерения температуры тела. Спектр излучения для размерности пространства D определяется выражением [11]

$$f(x, D) = C_D \frac{x^D}{\mathrm{e}^x - 1}, \quad x = \frac{h\nu}{kT}. \tag{33}$$

Фрактальную размерность как функцию x определим из условия максимума распределения (33) (рисунок)

$$D(x) = \frac{x}{1 - \mathrm{e}^{-x}}, \quad x = \frac{h\nu}{kT}. \tag{34}$$

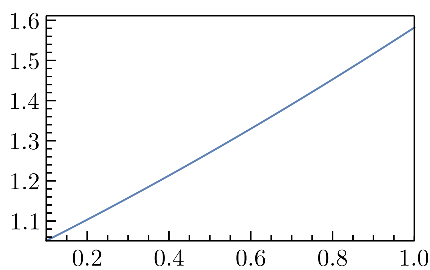
В свое время Хагедорн предложил эмпирическую формулу описания данных рождения адронов как функции от поперечного импульса p_T в широком диапазоне [12]:

$$\frac{d\sigma}{\bar{d}p} = c\left(1 + \frac{p_T}{p_0}\right)^{-k}, \quad \bar{d}p \equiv \frac{d^3p}{E(p)}, \tag{35}$$

где c, p_0 и k — фитируемые параметры. Эта функция при малых p_T переходит в экспоненту, при больших p_T — в степенную функцию.

Этот спектр часто описывается распределением типа Цаллиса [13, 14]:

$$\frac{d\sigma}{\bar{d}p} = c_q \left[1 + (q-1)\frac{p_T}{T}\right]^{-\frac{1}{q-1}}, \tag{36}$$



Фрактальная размерность $D(x)$ черного тела с константой нормировки c_q, температурой T и безразмерным параметром $q > 1$.

Если мы положим $q = 1 + 1/k$ [15] и

$$\frac{p_T}{T} = \langle n(p_T)\rangle, \quad T = \frac{p_T}{\langle n(p_T)\rangle}, \tag{37}$$

то установим связь с ОБР для нормированных полуинклюзивных распределений:

$$\begin{aligned} &\frac{d\sigma_n}{\bar{d}p} \Big/ \frac{d\sigma}{\bar{d}p} = P_k(n), \\ &\frac{d\sigma_0}{\bar{d}p} \Big/ \frac{d\sigma}{\bar{d}p} = \left(1 + \frac{\langle n(p_T)\rangle}{k}\right)^{-k}, \quad \bar{d}p \equiv \frac{d^3p}{E(p)}. \end{aligned} \tag{38}$$

Энтропия Реньи определяется так:

$$S_R = \frac{\ln \sum\limits_k p_k^q}{1 - q}. \tag{39}$$

Реньи назвал эту величину мерой информации степени q, ассоциированной с распределением вероятности $p = (p_1, \ldots, p_n)$. Энтропия Цаллиса определяется так:

$$S_T = \frac{\sum\limits_k p_k (p_k^{q-1} - 1)}{1 - q}. \tag{40}$$

Между энтропиями Реньи и Цаллиса имеется такая связь:

$$S_R = \frac{\ln(1 + (1-q)S_T)}{1 - q}, \quad S_T = \frac{\mathrm{e}^{(1-q)S_R} - 1}{1 - q}. \tag{41}$$

Если система состоит из двух независимых частей A и B: $p_{AB} = p_A p_B$,

$$\begin{aligned} &S_T(AB) = S_T(A) + S_T(B) + (1-q)S_T(A)S_T(B), \\ &S_R(AB) = S_R(A) + S_R(B). \end{aligned} \tag{42}$$

Равновесное статистическое описание можно основать на статистической сумме $Z(\beta)$ или функции плотности состояний $\rho(E)$. Эти величины связаны так:

$$\begin{aligned} Z(\beta) = \int\limits_0^\infty \rho(E)\, \mathrm{e}^{-\beta E} dE, \quad \rho(E) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-i\infty}^{i\infty} Z(\beta)\, \mathrm{e}^{E\beta} d\beta = \\ = \int\limits_0^\infty dE' \rho(E') \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-i\infty}^{i\infty} \mathrm{e}^{\beta(E-E')} d\beta = \rho(E). \end{aligned} \tag{43}$$

Для статистической суммы и плотности состояний имеем соотношения

$$Z(\beta) = \operatorname{tr} e^{-\beta \hat{H}} = \sum_n e^{-\beta E_n} = \int_0^\infty dE \sum_n \delta(E - E_n)\, e^{-\beta E} =$$
$$= \int_0^\infty \rho(E)\, e^{-\beta E}\, dE, \quad \rho(E) = \sum_n \delta(E - E_n) = \operatorname{tr} \delta(E - \hat{H}) =$$
$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-i\infty}^{i\infty} d\beta\, e^{\beta E} \operatorname{tr} e^{-\beta \hat{H}}, \quad \operatorname{tr} e^{-\beta \hat{H}} = \int d\phi\, d\psi\, e^{-S}.$$

Для бозонных ϕ и фермионных ψ полей имеем периодические и антипериодические граничные условия соответственно:

$$S = S(\phi, \psi) = \int_0^\beta dt \int d^D x L(\phi, \psi), \tag{44}$$
$$\phi(\beta, x) = \phi(0, x), \quad \psi(\beta, x) = -\psi(0, x).$$

Для протяженных частиц, адронов, ядер, ... при высоких энергиях

$$\rho(E) = aE^b\, e^{\beta_H E}, \quad Z(\beta) \sim \int^\infty E^b\, e^{(\beta_H - \beta)E}\, dE. \tag{45}$$

Статистическая сумма для $T > T_H = 1/\beta_H$ расходится, имеется максимальная температура T_H. Если $b < -2$, то средняя энергия системы остается конечной при $T = T_H$:

$$\langle E \rangle \sim \int^E E^{b+1}\, e^{(\beta_H - \beta)E}\, dE \sim E^{b+2}, \tag{46}$$

и система может прийти в критическую точку с $T = T_H$. Вопрос: что находится за критической точкой? В случае адронов (например, в случае адронной струны) мы знаем ответ: кварк-глюонное (глюквар) состояние. В случае фундаментальной струны природа нового состояния остается открытой.

При высоких температурах, плотностях, ... достаточно классического статистического описания. Действительно, для примера, в случае одной частицы

$$Z(\beta) = \operatorname{tr} e^{-\beta \hat{H}} = \int dp\, dx\, e^{-S}, \;\; S = \int_0^\beta (p\dot{x} - H)\, dt,$$
$$Z \sim \int d^D p\, d^D x\, e^{-\beta(p^2/2m + V(x))} = Z_0 U(\beta),$$

$$Z_0 = \int d^D p\, \mathrm{e}^{-\beta p^2/2m} = \Omega_D/2a^{-D/2}\Gamma(D/2+1),$$
$$a = \frac{\beta}{2m}, \quad E_0 = -\partial_\beta \ln Z_0 = DT/2,$$

где Z_0 представляет универсальную, кинематическую, стандартную часть статистической суммы; U представляет динамическую часть:

$$U(\beta) = \int d^D x\, \mathrm{e}^{-\beta V(x)}. \qquad (47)$$

Для корнелльского потенциала кваркония

$$V_k = -\frac{a}{r} + br, \qquad (48)$$

когда статистический, энтропийный потенциал растет как $S = cr$, при температуре $T_H = b/c$, имеет место переход от фазы конфайнмента к фазе глюквар.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Weinberg S.* Gravitation and Cosmology. New York, 1972.
2. *Okun L. B.* Leptons and Quarks. North Holland, 1982.
3. *Koblitz N.* p-Adic Numbers, p-Adic Analysis, and Zeta-Functions. New York; Heidelberg; Berlin: Springer-Verlag, 1977.
4. *Aaltonen T. et al. (CDF Collab.)* // Science. 2022. V. 376. P. 170.
5. *Patrignani G. et al. (Particle Data Group)* // Chin. Phys. C. 2016. V. 40. P. 100001.
6. *Lachello F.* // Rev. Mod. Phys. 1993. V. 65. P. 569.
7. *Awramik M., Czakon M., Freitas A., Weiglein G.* Precise Prediction for the W-Boson Mass in the Standard Model // Phys. Rev. D. 2004. V. 69. P. 053006.
8. *Veltman M. J. G.* // Nucl. Phys. B. 1977. V. 123. P. 89.
9. *Makhaldiani N.* New Physics, p-Adic Nature of the Vacuum Energy and Cosmological Constant // Phys. Part. Nucl. 2023. V. 54. P. 1053.
10. *Makhaldiani N. V.* // Phys. At. Nucl. 2013. V. 76. P. 1169.
11. *Landsberg P. T., De Vos A.* The Stefan–Boltzmann Constant in n-Dimensional Space // J. Phys. A: Math. Gen. 1989. V. 22. P. 1073–1084.
12. *Hagedorn R.* // Riv. Nuovo Cim. 1983. V. 6. P. 1.
13. *Tsallis C.* Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics. Berlin: Springer, 2009.
14. *Parvan A. S., Bhattacharyya T.* Remarks on the Phenomenological Tsallis Distributions and Their Link with the Tsallis Statistics // J. Phys. A: Math. Theor. 2021. V. 54. P. 325004.
15. *Botet R. et al.* The Thermodynamic Limit in the Non-Extensive Thermostatistics // Physica A. 2004. V. 344. P. 403.