# ОТНОШЕНИЯ ШИРИН РАСПАДОВ ЭКЗОТИЧЕСКИХ ДВАЖДЫ ТЯЖЕЛЫХ АДРОНОВ В ДИКВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

А.А.Добрынина\*, А.В.Зинченко\*\*, А.Я.Пархоменко\*\*\*

### Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, Ярославль, Россия

В настоящее время экспериментально обнаружены экзотические адроны со скрытыми очарованием и прелестью, интерпретируемые как тетра- и пентакварки. В рамках кварк-дикварковой модели адронов динамика этих резонансов сводится к взаимодействию дикварка и антидикварка в тетракварках и пары дикварков и антикварка в пентакварках. В рамках этой модели получены и обсуждаются отношения ширин кваркониевых мод распадов к распадам с рождением пары адронов с открытым ароматом для дважды тяжелых тетра- и пентакварков со скрытым очарованием.

At present, a number of exotic hadrons with hidden charm and bottom interpreted as tetra- and pentaquarks are found experimentally. In the quark-diquark model of hadrons, dynamics of these resonances can be explained by the diquark-antidiquark interaction in tetraquarks and by the interaction of a diquark pair and an antiquark in pentaquarks. Based on this assumption, an interplay between charmonium decay modes and decays with open-charm hadron production is considered. Decay width ratios of such modes for doubly-heavy tetra- and pentaquarks with the hidden charm are obtained and discussed.

PACS: 13.25.Jx; 13.30.Eg; 14.20.Pt

### введение

В настоящее время рождение, свойства и распады прелестных барионов интенсивно изучаются как экспериментально, так и теоретически. Особый интерес представляют  $\Lambda_b$ -,  $\Xi_b^0$ - и  $\Xi_b^-$ -барионы, которые распадаются за счет слабых взаимодействий, и многие их моды распада обнаружены экспериментально [1].  $\Lambda_b$ -барион — это связанное состояние тяжелого *b*-кварка и пары легких *u*- и *d*-кварков. Его масса и время жизни составляют  $m_{\Lambda_b} = (5619, 51 \pm 0.23)$  МэВ и  $\tau_{\Lambda_b} = (1,466 \pm 0.010) \times$ 

<sup>\*</sup> E-mail: dobrynina@uniyar.ac.ru

<sup>\*\*</sup> E-mail: fallenpillar@mail.ru

<sup>\*\*\*</sup> E-mail: parkh@uniyar.ac.ru

 $\times 10^{-12}$  с соответственно [1], и такое большое время жизни обусловлено слабыми взаимодействиями. Экспериментально обнаружены более 40 распадов с относительными вероятностями, превышающими  $10^{-6}$  [1]. Странные  $\Xi_b^0$ - и  $\Xi_b^-$ -барионы, образующие изодублет, состоящие из кварков (usb) и (dsb) и имеющие массы  $m_{\Xi_b^0} = (5791,9\pm0,5)$  МэВ и  $m_{\Xi_b^-} = (5797,0\pm0,6)$  МэВ [1] соответственно и примерно такое же время жизни, также распадаются за счет слабых взаимодействий, хотя число экспериментально обнаруженных их каналов распада значительно уступает  $\Lambda_b$ -бариону.

Два экзотических резонанса  $P_{\psi}^{N}(4380)^{+}$  и  $P_{\psi}^{N}(4450)^{+}$ , допускающих пентакварковую интерпретацию, первоначально были обнаружены в распаде  $\Lambda_b \to p + J/\psi + K^-$  коллаборацией LHCb [2]. Позже в том же канале на более высокой статистике LHCb обнаружила три узких резонанса:  $P_{\psi}^{N}(4312)^{+}$ ,  $P_{\psi}^{N}(4440)^{+}$  и  $P_{\psi}^{N}(4457)^{+}$ , однако существование широкого состояния  $P_{\psi}^{N}(4380)^{+}$  пока остается под вопросом [3]. Также коллаборация LHCb объявила о наличии первоначальных пентакварковых резонансов в распаде  $\Lambda_b \to p + J/\psi + \pi^-$  [4] и указала на существование резонанса, соответствующего странному пентакварку  $P^{\Lambda}_{\psi s}(4459)^0$  в канале распада  $\Xi^-_b o \Lambda + J/\psi + K^-$  у  $\Xi^-_b$ -бариона, являющегося  $SU(3)_F$ -партнером  $\Lambda_b$  [5]. К сожалению, спин-четность всех этих резонансов пока не определена, а теоретические предположения об их квантовых числах и механизмах связи все еще обсуждаются (см., например, последние обзоры на эту тему [6-9]). Отметим, что предложено несколько динамических моделей пентакварков: барион-мезонная (молекулярный пентакварк), трикварк-дикварковая, а также модель дикварк-дикварк-антикварк и др. Например, в модели дикварк-дикварк-антикварк [10, 11] динамика определяется взаимодействием легкого дикварка [q2q3], тяжелого дикварка [cq1] и с-антикварка, где  $q_i$  — один из легких u-, d- или s-кварков, как показано на рис. 1. Расчет спектра масс, выполненный в этой модели, позволяет успешно отождествить экспериментально наблюдаемые массы резонансов с массами теоретически рассчитанных состояний [12], однако механизм распада пентакварка со скрытым очарованием требует дополнительного объясне-



Рис. 1. Пентакварк со скрытым очарованием в модели дикварк-дикварк-антикварк, использованной для получения спектра масс в [10, 11]

ния. Здесь мы приводим аргументы и качественные оценки возможного механизма, аналогичного предложенному для распада тетракварков со скрытым очарованием в работе [13].

### 1. ПОТЕНЦИАЛ ДВОЙНОЙ ЯМЫ В ТЕТРАКВАРКАХ

Л. Майани, А. Д. Полоса и В. Рекваер в работе [13] выдвинули гипотезу: тетракварк эффективно может быть представлен двумя дикварками, находящимися в потенциале двойной ямы и разделенными барьером. В этом случае имеются два масштаба длин: радиус дикварка  $R_{Qq}$  и радиус тетракварка  $R_{4q}$ , которые считаются существенно различными, и их отношение можно оценить как  $\lambda = R_{4q}/R_{Qq} \ge 3$ . Туннельные переходы кварков приводят к сильным распадам тетракварков. Авторы также отметили, что радиус дикварка  $R_{Qq}$  в тетракварке может отличаться от радиуса дикварка  $R_{Qq}^{\rm baryon}$  в барионе. Увеличение экспериментального разрешения и статистики имеет решающее значение для подтверждения или опровержения этой гипотезы.

Начнем с распадов тетракварков со скрытым очарованием на два *D*-мезона на примере X(3872). Система дикварк–антидикварк ( $[cq][\overline{cq}])$  может быть перегруппирована в пару синглетов в цветовом пространстве путем обмена кварками посредством туннельного перехода. Небольшое перекрытие волновых функций между составляющими тетракварк кварками в разных ямах препятствует прямой аннигиляции кварк-антикварковой пары. Итак, в рамках этого механизма должен происходить двухступенчатый процесс: во-первых, туннельный переход легких кварка и антикварка из одной ямы в другую и, во-вторых, обесцвечивание кваркантикварковых пар, т. е. эволюция пар в синглетные по цвету состояния с образованием двух *D*-мезонов. Включая спины дикварков, обозначенные далее нижними индексами, рассмотрим состояния [13]

$$\Psi_{\mathcal{D}}^{(1)} = [cu]_0(x) \left[ \overline{c} \,\overline{u} \right]_1(y), \quad \Psi_{\mathcal{D}}^{(2)} = \mathcal{C} \Psi_{\mathcal{D}}^{(1)} = [cu]_1(y) \left[ \overline{c} \,\overline{u} \right]_0(x), \qquad (1)$$

где C — оператор зарядового сопряжения. После использования преобразований Фирца в цветовом и спиновом пространствах в предположении, что кварки являются нерелятивистскими частицами, получаем, заменяя кварк-антикварковые токи D мезонами:

$$\Psi_{\mathcal{D}}^{(1)} = AD^{0}\overline{\mathbf{D}}^{*0} - B\mathbf{D}^{*0}\overline{D}^{0} + iC\mathbf{D}^{*0} \times \overline{\mathbf{D}}^{*0},$$
  

$$\Psi_{\mathcal{D}}^{(2)} = BD^{0}\overline{\mathbf{D}}^{*0} - A\mathbf{D}^{*0}\overline{D}^{0} - iC\mathbf{D}^{*0} \times \overline{\mathbf{D}}^{*0},$$
(2)

где A, B и C — непертурбативные коэффициенты, связанные с амплитудами прохождения через барьер для различных полных спинов легких u- и  $\overline{u}$ -кварков. Отметим, что для компактности записи пространственновременные переменные в выражениях (2) не указаны и понимаются неявно. Для следующей симметричной суперпозиции  $\Psi_{\mathcal{D}}^{(1)}$  и  $\Psi_{\mathcal{D}}^{(2)}$  туннельный переход легких кварков происходит следующим образом:

$$X_u \sim \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \Psi_{\mathcal{D}}^{(1)} + \Psi_{\mathcal{D}}^{(2)} \right] = \frac{A+B}{\sqrt{2}} \left[ D^0 \overline{\mathbf{D}}^{*0} - \mathbf{D}^{*0} \overline{D}^0 \right], \tag{3}$$

т.е. переход зависит только от суммы коэффициентов прохождения  $A+B. \label{eq:constraint}$ 

Другой возможный канал распада тетракварков со скрытым очарованием — это распад на чармоний и легкий мезон. Туннельный переход тяжелых кварков с конечными массами того же симметричного состояния  $X_u$  имеет вид

$$X_u \sim ia\mathbf{J}/\boldsymbol{\psi} \times (\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\rho}^0), \tag{4}$$

где *а* — непертурбативный коэффициент перехода тяжелого кварка через потенциальный барьер. Для туннельной амплитуды в главном квазиклассическом приближении имеем [14]

$$\mathcal{A}_M \sim \mathrm{e}^{-\sqrt{2ME}\,\ell},\tag{5}$$

где E и  $\ell$  — высота и ширина барьера для частицы с массой M. Для масс  $m_q$  и  $m_c$  конституэнтных кварков, E = 100 МэВ и  $\ell = 2$  Фм [13], можно оценить отношение квадратов амплитуд:

$$R = \left| \frac{a}{A+B} \right|^2 \sim \left( \frac{\mathcal{A}_{m_c}}{\mathcal{A}_{m_q}} \right)^2 \sim 10^{-3}.$$
 (6)

Для импульсов  $p_{\rho} \simeq 124$  МэВ и  $p_D \simeq 2$  МэВ [13], полученных в распадах  $X(3872) \rightarrow J/\psi\rho$  и  $X(3872) \rightarrow D\overline{D}^*$ , отношение ширин распадов имеет следующую оценку:

$$\frac{\Gamma(X(3872) \to J/\psi \,\rho)}{\Gamma(X(3872) \to D\overline{D}^*)} = \frac{p_{\rho}}{p_D} R \sim 0,1.$$
(7)

При сравнении с экспериментальными данными [1]

$$B_{\exp}(X(3872) \to J/\psi \,\rho) = (3.8 \pm 1.2)\,\%,$$
 (8)

$$B_{\exp}(X(3872) \to D\overline{D}^{*}) = (37 \pm 9)\%$$
 (9)

видно отличное согласие,  $R_{\rm exp} \simeq 0,1$ , но следует помнить, что коэффициенты, связанные с амплитудами прохождения через барьер, являются непертурбативными величинами и требуют более подробной информации о форме потенциала и параметрах, входящих в потенциал.

## 2. ПОТЕНЦИАЛ ДВОЙНОЙ ЯМЫ В ПЕНТАКВАРКАХ

В случае пентакварков можно сформулировать аналогичную гипотезу: пентакварк может быть представлен тяжелым дикварком и тяжелым трикварком в потенциале двойной ямы, разделенными барьером [11],



Рис. 2. Пентакварк со скрытым очарованием, распадающийся на очарованный барион и очарованный мезон



Рис. 3. Пентакварк со скрытым очарованием, распадающийся на чармоний и легкий барион

как показано на рис. 2 и 3. Существуют два представления для системы из трикварка и дикварка:

$$\Psi_{1}^{D} = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{ijk} \overline{c}^{i} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon^{jlm} c_{l} q_{m} \right] \right] \times \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon^{knp} q_{n}' q_{p}'' \right] \equiv \left[ \overline{c} \left[ cq \right] \right] \left[ q'q'' \right], \quad (10)$$

$$\Psi_2^D = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{ikj} \overline{c}^i \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon^{knp} q'_n q''_p \right] \right] \times \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon^{jlm} c_l q_m \right] \equiv \left[ \overline{c} \left[ q' q'' \right] \right] [cq], \quad (11)$$

где все дикварки считаются антитриплетными по цвету  $\overline{3}$ -состояниями. С точки зрения алгебры цветов эти состояния связаны ( $\Psi_2^D = -\Psi_1^D$ ), но другие внутренние динамические свойства могут быть разными. Цветовая конфигурация кварков  $\Psi_1^D$  была использована для получения спектра масс в работе [11]. Цветовая структура  $\Psi_2^D$  подходит для изучения сильных распадов пентакварков. В частности, она используется Р. Лебедем и др. в динамической модели дикварков для изучения мультикварковых экзотических адронов [15–17]. Синглетные по цвету комбинации представляют собой мезон-барионный набор альтернативных состояний:

$$\Psi_1^H = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \ \overline{c}^i c_i\right) \left[\frac{1}{\sqrt{6}} \ \epsilon^{jkl} q_j q'_k q''_l\right] \equiv (\overline{c}c) \ [qq'q''],$$

$$\begin{split} \Psi_2^H &= \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \ \overline{c}^i q_i\right) \left[\frac{1}{\sqrt{6}} \ \epsilon^{jkl} c_j q'_k q''_l\right] \equiv (\overline{c}q) \ [cq'q''], \\ \Psi_3^H &= \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \ \overline{c}^i q'_i\right) \left[\frac{1}{\sqrt{6}} \ \epsilon^{jkl} c_j q_k q''_l\right] \equiv (\overline{c}q') \ [cqq''], \\ \Psi_4^H &= \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \ \overline{c}^i q''_i\right) \left[\frac{1}{\sqrt{6}} \ \epsilon^{jkl} c_j q_k q'_l\right] \equiv (\overline{c}q'') \ [cqq']. \end{split}$$

Из этих четырех состояний только два удовлетворяют условию симметрии тяжелого кварка:  $\Psi_1^H$  и  $\Psi_2^H$  [11]. Легкий дикварк [q'q''] передается без изменения спинового квантового числа от *b*-бариона к пентакварку. При сохранении цвета легкого дикварка неизменным свертка двух тензоров Леви-Чивита, входящих в трикварк, дает

$$\Psi_1^D = -\frac{\sqrt{3}}{2} \left[ \Psi_1^H + \Psi_2^H \right]. \tag{12}$$

Перестановки цвета недостаточно, чтобы записать пентакварковый интерполяционный оператор как прямое произведение мезонного и барионного операторов. Спины кварков и дикварков должны быть спроецированы на определенные спиновые состояния адрона. Чтобы осуществить преобразования Фирца в пространстве Дирака в предположении, что кварки нерелятивистские, необходимо знать дираковскую структуру пентакварковых операторов. Проиллюстрируем это на примере пентакварка  $P_{\psi}^{N}$  (4312)<sup>+</sup>, который интерполируется дикварк-дикварк-антикварковым оператором с бесспиновыми тяжелым и легким дикварками [11]:

$$\Psi_1^{H(1)}(x,y) = \frac{1}{3} \left( \tilde{c}^i(x) \,\sigma_2 \right) \left( c_i(y) \,\sigma_2 \,q_k(y) \right) d_0^k(x),\tag{13}$$

$$\Psi_2^{H(1)}(x,y) = \frac{1}{3} \left( \tilde{c}^i(x) \,\sigma_2 \right) \left( c_k(y) \,\sigma_2 \, q_i(y) \right) d_0^k(x). \tag{14}$$

Для самого легкого пентакварка q = u и  $d_0 = [uC\gamma_5 d]$ , т.е.  $d_0$  является скалярным дикварком. Для простоты все кварки будем считать нерелятивистскими. После преобразования Фирца для матриц Паули, опуская координатную зависимость полей, эти операторы можно переписать посредством составных операторов адронных полей:

$$\Psi_1^{H(1)} = -\frac{i}{\sqrt{2}} [a\eta_c + b(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{J}/\boldsymbol{\psi})]p,$$
  

$$\Psi_2^{H(1)} = -\frac{i}{\sqrt{2}} [A\overline{D}^0 + B(\boldsymbol{\sigma}\overline{\mathbf{D}}^{*0})]\Lambda_c^+.$$
(15)

Здесь A и B (а и b) — непертурбативные коэффициенты, связанные с амплитудами прохождения через барьер для легкого (тяжелого) кварка. Они совпадают в пределе, когда преобразования Фирца применяются к локальным пентакварковым интерполяционным операторам. Распады

пентакварка на *D*-мезон и очарованный барион, а также на чармоний и легкий барион посредством туннельного перехода показаны на рис. 2 и 3 соответственно.

Аналогично для дикварк-дикварк-антикварковых операторов, содержащих тяжелый дикварк со спином  $S_{hd} = 1$  и легкий дикварк со спином  $S_{ld} = 0$ , получим

$$\Psi_1^{H(2)}(x,y) = \frac{1}{3} (\tilde{c}^i(x) \,\sigma_2) (c_i(y) \,\sigma_2 \boldsymbol{\sigma} q_k(y)) \, d_0^k(x), \tag{16}$$

$$\Psi_2^{H(2)}(x,y) = \frac{1}{3} (\tilde{c}^i(x) \,\sigma_2) (c_k(y) \,\sigma_2 \boldsymbol{\sigma} q_i(y)) \, d_0^k(x). \tag{17}$$

Будучи прямым произведением спинора и вектора, их необходимо разделить на два состояния со спинами J=1/2 и 3/2. Для  $P_{\psi}^N(4312)^+$ , интерпретируемого как пентакварк  $J^P=3/2^-$  [11], разложение по адронным операторам происходит следующим образом:

$$\Psi_1^{H(3/2)} = \frac{i\sqrt{2}}{3} \{ b' \mathbf{J}/\psi - 2ic'[\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{J}/\psi] \} p,$$
(18)

$$\Psi_2^{H(3/2)} = -\frac{i\sqrt{2}}{3} \{ B' \overline{\mathbf{D}}^{*0} - 2iC' [\boldsymbol{\sigma} \times \overline{\mathbf{D}}^{*0}] \} \Lambda_c^+.$$
(19)

Итак,  $P_{\psi}^{N}(4312)^{+}$  преимущественно распадается либо в конечное состояние  $J/\psi p$ , в котором он и наблюдался, либо в  $\Lambda_{c}^{+}\overline{D}^{*0}$ . Однако порог рождения  $\Lambda_{c}^{+}\overline{D}^{*0}$ -пары составляет  $m_{\rm th} = 4293,31 \pm 0,19$ , где неопределенности масс были сложены линейно, т. е. масса  $P_{\psi}^{N}(4312)^{+}$  примерно на 20 МэВ превосходит этот порог рождения, поэтому следует ожидать кинематическое подавление ширины распада по сравнению с распадом на  $J/\psi$ -мезон и протон.

Амплитуда туннелирования в главном квазиклассическом приближении имеет такое же экспоненциальное поведение, как и для тетракварков:  $\mathcal{A}_M \sim e^{-\sqrt{2ME}\,\ell}$ , где E и  $\ell$  — высота и ширина барьера для кварка с массой M. Для масс конституэнтных u- и c-кварков при тех же значениях (E = 100 МэВ и  $\ell = 2$  Фм), что и для тетракварков [13], отношение квадратов амплитуд имеет тот же порядок величины, как и в (6):

$$R_{\text{penta}} = \frac{|b'|^2 + 4|c'|^2}{|B'|^2 + 4|C'|^2} \sim \left(\frac{\mathcal{A}_{m_c}}{\mathcal{A}_{m_u}}\right)^2 \sim 10^{-3} \sim R.$$
 (20)

При сравнимых между собой импульсах частиц  $p_p \simeq 660$  МэВ и  $p_{\Lambda_c} \simeq 200$  МэВ в рассматриваемых распадах можно получить следующее отношение ширин распадов пентакварка:

$$\frac{\Gamma(P_{\psi}^{N}(4312)^{+} \to J/\psi \, p)}{\Gamma(P_{\psi}^{N}(4312)^{+} \to \Lambda_{c}^{+} \, \overline{D}^{*0})} = \frac{p_{p}}{p_{\Lambda_{c}}} R_{\text{penta}} \sim 10^{-3}.$$
(21)

Если этот подход верен, то пентакварк  $P_{\psi}^{N}(4312)^{+}$  также следует искать в распаде  $\Lambda_{b}^{0} \rightarrow \Lambda_{c}^{+} \overline{D}^{*0} K^{-}$ , причем с хорошими шансами его обнаружить. Этот же подход можно применить и к распаду пентакварка  $P_{\psi s}^{\Lambda}(4459)^{0}$ , рассмотрение которого мы оставили для будущей публикации.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кварк-дикварковый подход, используемый для пентакварков, весьма успешно работает для предсказания масс тяжелых барионов и дважды тяжелых экзотических адронов. Ширину распадов тетракварков со скрытыми очарованием или прелестью можно объяснить в рамках кваркдикварковой модели наличием барьера между тяжелыми дикварком и антидикварком. Аналогично ширина распада пентакварков со скрытыми очарованием или прелестью может быть объяснена в рамках кваркдикварковой модели наличием барьера между тяжелым дикварком и лапрелестью может быть объяснена в рамках кваркдикварковой модели наличием барьера между тяжелым дикварком и тяжелым трикварком. Если этот подход верен, то пентакварк  $P_{\psi}^{N}(4312)^{+}$  следует искать также в модах распада  $\Lambda_{b}^{0} \rightarrow \Lambda_{c}^{+}\overline{D}^{*0}K^{-}$  при условии, что у коллаборации LHCb имеется хорошая эффективность регистрации  $D^{*0}$ -мезонов.

**Благодарности.** Авторы выражают благодарность организаторам за приглашение принять участие в научной сессии секции ядерной физики Отделения физических наук Российской академии наук, посвященной 300-летию РАН. Отдельная благодарность профессору Ахмеду Али (DESY, Германия) за полезные обсуждения.

Финансирование. Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 20-32-90205.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Workman R.L. et al. (Particle Data Group Collab.). Review of Particle Physics // Prog. Theor. Exp. Phys. 2022. V. 2022. P. 083C01.
- 2. *Aaij R. et al. (LHCb Collab.).* Observation of  $J/\psi p$  Resonances Consistent with Pentaquark States in  $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi K^- p$  Decays // Phys. Rev. Lett. 2015. V. 115. P. 072001; arXiv:1507.03414.
- 3. Aaij R. et al. (LHCb Collab.). Observation of a Narrow Pentaquark State,  $P_c(4312)^+$ , and of Two-Peak Structure of the  $P_c(4450)^+$  // Phys. Rev. Lett. 2019. V. 122, No. 22. P. 222001; arXiv:1904.03947.
- 4. Aaij R. et al. (LHCb Collab.). Evidence for Exotic Hadron Contributions to  $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi p \pi^-$  Decays // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 117, No.8. P. 082003; Addendum // Ibid. P. 109902; Addendum // Phys. Rev. Lett. 2017. V. 118. P. 119901; arXiv:1606.06999.

- 5. *Aaij R. et al. (LHCb Collab.).* Evidence of a  $J/\psi\Lambda$  Structure and Observation of Excited  $\Xi^-$  States in the  $\Xi_b^- \rightarrow J/\psi\Lambda K^-$  Decay // Sci. Bull. 2021. V. 66. P. 1278–1287; arXiv:2012.10380.
- Ali A., Lange J. S., Stone S. Exotics: Heavy Pentaquarks and Tetraquarks // Prog. Part. Nucl. Phys. 2017. V. 97. P. 123–198; arXiv:1706.00610.
- 7. Ali A., Maiani L., Polosa A.D. Multiquark Hadrons. Cambridge Univ. Press, 2019.
- Brambilla N., Eidelman S., Hanhart C., Nefediev A., Shen C. P., Thomas C. E., Vairo A., Yuan C. Z. The XYZ States: Experimental and Theoretical Status and Perspectives // Phys. Rep. 2020. V. 873. P. 1–154; arXiv:1907.07583.
- Mai M., Meißner U. G., Urbach C. Towards a Theory of Hadron Resonances // Phys. Rep. 2023. V. 100. P. 1–66; arXiv:2206.01477.
- 10. Ali A., Parkhomenko A. Ya. Interpretation of the Narrow  $J/\psi p$  Peaks in  $\Lambda_b \rightarrow J/\psi p K^-$  Decay in the Compact Diquark Model // Phys. Lett. B. 2019. V. 793. P. 365–371; arXiv:1904.00446.
- Ali A., Ahmed I., Aslam M. J., Parkhomenko A. Ya., Rehman A. Mass Spectrum of the Hidden-Charm Pentaquarks in the Compact Diquark Model // J. High Energy Phys. 2019. V. 10. P. 256; arXiv:1907.06507.
- Ali A., Ahmed I., Aslam M. J., Parkhomenko A. Ya., Rehman A. Interpretation of LHCb Hidden-Charm Pentaquarks within the Compact Diquark Model // PoS. 2021. V. ICHEP2020. P. 527; arXiv:2012.07760.
- Maiani L., Polosa A. D., Riquer V. A Theory of X and Z Multiquark Resonances // Phys. Lett. B. 2018. V.778. P. 247–251; arXiv:1712.05296.
- 14. Landau L. D., Lifshitz E. M. Quantum Mechanics (Nonrelativistic Theory). Oxford: Pergamon Press, 1977. V. 3. Course of Theoretical Physics. 692 p.
- Lebed R. F. The Pentaquark Candidates in the Dynamical Diquark Picture // Phys. Lett. B. 2015. V. 749. P. 454–457; arXiv:1507.05867.
- Lebed R. F. Spectroscopy of Exotic Hadrons Formed from Dynamical Diquarks // Phys. Rev. D. 2017. V. 96, No. 11. P. 116003; arXiv:1709.06097.
- 17. Giron J. F., Lebed R. F., Peterson C. T. The Dynamical Diquark Model: First Numerical Results // J. High Energy Phys. 2019. V. 05. P. 061; arXiv:1903.04551.