

РАЗДЕЛЕНИЕ ВКЛАДОВ ЛЕВОГО И АНОМАЛЬНОГО ПРАВОГО ВЕКТОРНЫХ ОПЕРАТОРОВ В ВЕРШИНЕ Wtb ДЛЯ ПРОЦЕССОВ ОДНО- И ДВУХРЕЗОНАНСНОГО РОЖДЕНИЯ ТОП-КВАРКОВ С ПОМОЩЬЮ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

*Э. Э. Абасов**, *Э. Э. Боос*, *В. Е. Буничев*, *О. С. Василевский*,
П. В. Волков, *Д. Э. Горин*, *Г. А. Воротников*, *Л. В. Дудко*,
А. Д. Заборенко, *А. А. Маркина*, *М. А. Перфилов*

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва

Описывается применение нейронных сетей глубокого обучения для поиска отклонений от предсказаний Стандартной модели в вершине Wtb в процессах одно- и двухрезонансного рождения топ-кварков с идентичным конечным состоянием tWb . События, предварительно классифицированные нейронной сетью как соответствующие одно- и двухрезонансному рождению топ-кварков, анализируются другой нейронной сетью на предмет возможного присутствия аномального правого векторного оператора в вершине Wtb . С помощью разработанной статистической модели поставлены ограничения на параметр связи аномального правого векторного оператора в вершине Wtb в разных областях фазового пространства. Продемонстрировано, что представленный метод позволяет увеличить эффективность выделения аномальных вкладов в Wtb -вершину.

The paper describes the application of deep learning neural networks for the search of deviations from the Standard Model predictions in the Wtb vertex in the processes of single- and double-resonant top-quark births with identical final state tWb . Monte Carlo events preliminarily classified by the neural network as corresponding to one- and two-resonance top-quark production are analyzed by another neural network for the possible presence of right-handed vector anomalous operator in the Wtb vertex. The developed statistical model is used to set constraints on anomalous right-handed vector operator in the Wtb vertex in different regions of phase space. It is demonstrated that the presented method allows increasing the efficiency of a search for the anomalous contributions to the Wtb vertex.

PACS: 44.25.+f; 44.90.+c

* E-mail: emil@abasov.ru

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших задач современной физики высоких энергий является поиск отклонений от предсказаний Стандартной модели (СМ). Мотивация таких исследований происходит из того, что СМ не может быть признана окончательной теорией ввиду наличия в ней немалого количества свободных параметров и носит, скорее, описательный характер. Топ-кварк как элементарная частица с самой большой в СМ массой является, в свою очередь, пристальным объектом для изучения, так как есть немалые основания предполагать, что физика за пределами СМ проявится в его секторе в первую очередь [1]. В частности, элемент СКМ-матрицы V_{tb} оказывается ближе к 1, чем остальные диагональные элементы [2], что не имеет внятного объяснения. Вершина Wtb -взаимодействия топ-кварка с W -бозоном и b -кварком в СМ имеет вектор-аксиальную структуру, и любые проявленные отклонения от этого будут являться новой физикой, не охваченной СМ, поэтому важно исследовать структуру Wtb -вершины и феноменологически, и экспериментально.

Существуют экспериментальные ограничения на параметры аномальных взаимодействий в вершине Wtb , полученные для t -канальных процессов рождения одиночных топ-кварков [3] и для процессов tW -ассоциированного рождения одиночных топ-кварков [4]. В последнем случае использовалась основанная на удалении части диаграмм схема выделения процессов однорезонансного рождения топ-кварков от двухрезонансного рождения, так как при рассмотрении диаграмм следующего за лидирующим порядка теории возмущений (NLO) у этих процессов совпадает конечное состояние и возникает надобность их разделения. В работе [5] продемонстрировано, что различные схемы выделения процессов однорезонансного рождения топ-кварков от двухрезонансного рождения имеют различную чувствительность к аномальным вкладам в Wtb -вершину. При этом не стоит забывать, что процессы парного рождения топ-кварков, сечение которых намного превосходит таковое у процессов одиночного рождения, тоже чувствительны к аномальным вкладам в Wtb -вершину, пусть и в меньшей степени, чем процессы однорезонансного рождения топ-кварков, из-за того, что в последнем процессе вершина Wtb встречается дважды, в рождении и распаде топ-кварков. В [6] предложено для анализа использовать полный калибровочно-инвариантный набор диаграмм, соответствующий процессам одно- и двухрезонансного рождения, без удаления какой-либо его части, а разделять эти процессы в фазовом пространстве с помощью нейронных сетей глубокого обучения. В дальнейшем отобранные события, классифицированные нейронной сетью как события, отвечающие процессам одно- и двухрезонансного рождения, можно использовать для анализа возможного присутствия аномальных операторов в Wtb -вершине в соответствующих областях фазового пространства.

Настоящая работа посвящена применению вышеописанного метода для поиска аномальных вкладов в Wtb -вершину. Статья организована следующим образом. В разд. 1 кратко описан метод разделения процессов одно- и двухрезонансного рождения топ-кварков с идентичным конечным состоянием с помощью нейронных сетей. В разд. 2 сравниваются два феноменологических подхода к изучению аномальных вкладов в вершину Wtb , которые используются в настоящее время. В разд. 3 дается описание нейронных сетей, разделяющих вклады аномальных Wtb -операторов, и представлены результаты. Разд. 4 содержит описание используемой для получения верхних ограничений на параметр связи аномального правого векторного Wtb -оператора статистической модели. В заключении сравниваются эффективности выделения аномальных вкладов в Wtb -вершину для различных областей фазового пространства, а также обрисовываются перспективы дальнейших исследований по этой теме.

Для создания Монте-Карло событий, численных расчетов и построения распределений использовался вычислительный пакет CompuNER [7, 8]. Программный пакет Tensorflow [9] применялся при создании нейронных сетей глубокого обучения для представленного исследования.

1. ПРОЦЕССЫ ОДНО- И ДВУХРЕЗОНАНСНОГО РОЖДЕНИЯ ТОП-КВАРКА С ИДЕНТИЧНЫМ КОНЕЧНЫМ СОСТОЯНИЕМ tWb

Калибровочно-инвариантный набор диаграмм для лидирующего подпроцесса $g, g \rightarrow l, \nu, b, \bar{b}, q, \bar{q}'$ полного процесса $p, p \rightarrow l, \nu, b, \bar{b}, q, \bar{q}'$ приведен в [6]. В полном наборе присутствуют диаграммы как одно-, так и двухрезонансного рождения топ-кварков. Разделение событий, соответствующих одно- и двухрезонансному рождению топ-кварков, осуществляется с помощью нейронной сети. В этом случае интерференция между процессами «размывается» между событиями, классифицирующимися нейронной сетью как события, относящиеся к тому или иному классу. Важно отметить, что разделение этих процессов для событий, смоделированных при учете всего набора диаграмм, в фазовом пространстве позволяет отделить области доминирования процессов двухрезонансного рождения топ-кварков, имеющих подавляющий вклад в полное сечение процесса tWb , но более слабую зависимость от аномальных вкладов в Wtb -вершину (выражающуюся в основном в изменении поведения некоторых кинематических переменных по сравнению с таковым в SM) и процессов однорезонансного рождения топ-кварков, дающих относительно слабый вклад в полное сечение процесса tWb , но более сильную зависимость от аномальных вкладов в Wtb -вершине. После успешного разделения таких процессов в фазовом пространстве с помощью нейронной сети можно приступить к задаче выделения аномальных вкладов в Wtb -вершине отдельно для процессов одно- и двухрезонансного рождения топ-кварков.

2. СТРУКТУРА ВЕРШИНЫ Wtb С ПРИСУТСТВИЕМ АНОМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Новая для СМ физика выше порога электрослабого масштаба параметризуется лагранжианом следующей формы:

$$\mathcal{L}^{\text{eff}} = \sum \frac{C_x}{\Lambda^2} O_x + \dots, \quad (1)$$

где O_x суть операторы размерности 6, инвариантные относительно калибровочной симметрии СМ, Λ — масштаб новой физики, а точки соответствуют операторам высшей размерности, которые обычно игнорируются. Классификация операторов размерности 6 может быть найдена в [10], там же были приведены базисные операторы, которые могут быть использованы для параметризации вкладов новой физики вплоть до высших порядков. Впоследствии было показано [11, 12], что многие из этих операторов могут быть отброшены без ограничения общности, что привело к упрощению феноменологии, и наиболее общая форма лагранжиана вершины Wtb может быть представлена в виде [13]

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{b} \gamma^\mu (f_V^L P_L + f_V^R P_R) t W_\mu^- - \\ & - \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{b} \frac{i \sigma^{\mu\nu} \partial_\nu W_\mu^-}{M_W} (f_T^L P_L + f_T^R P_R) t + \text{h. c.}, \quad (2) \end{aligned}$$

где $P_{L,R} = (1 \mp \gamma_5)/2$, $\sigma_{\mu\nu} = (i/2)(\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)$, формфактор f_V^L (f_V^R) есть параметр, определяющий величину левого (правого) векторного оператора, f_T^L (f_T^R) — параметр, определяющий величину левого (правого) тензорного оператора.

Здесь $f_V^L = V_{tb} + C_{\phi q}^{(3,3+3)*}(v^2/\Lambda^2)$, $f_V^R = (1/2)C_{\phi\phi}^{33*}(v^2/\Lambda^2)$, $f_T^L = \sqrt{2}C_{dW}^{33*}(v^2/\Lambda^2)$, $f_T^R = \sqrt{2}C_{uW}^{33}(v^2/\Lambda^2)$ суть калибровочно-инвариантные операторы

$$\begin{aligned} O_{\phi q}^{(3,3+3)} &= \frac{i}{2} \left[\phi^\dagger (\tau^I D_\mu - \overleftarrow{D}_\mu \tau^I) \phi \right] (\bar{q}_{L3} \gamma^\mu \tau^I q_{L3}), \\ O_{\phi\phi}^{33} &= i(\tilde{\phi}^\dagger D_\mu \phi) (\bar{t}_R \gamma^\mu b_R), \\ O_{dW}^{33} &= (\bar{q}_{L3} \sigma^{\mu\nu} \tau^I b_R) \phi W_{\mu\nu}^I, \\ O_{uW}^{33} &= (\bar{q}_{L3} \sigma^{\mu\nu} \tau^I t_R) \tilde{\phi} W_{\mu\nu}^I. \end{aligned} \quad (3)$$

Значениям СМ соответствуют следующие значения формфакторов: $f_V^L = V_{tb}$; ($f_V^R = f_T^L = f_T^R = 0$).

В феноменологических анализах обычно ищутся отклонения от СМ; стандартным подходом является рассмотрение сценариев, при которых в (2) присутствует левый векторный оператор с параметром f_V^L и один из аномальных операторов. В представленной работе рассматривается

сценарий (L_V, R_V) , при котором, помимо левого векторного оператора, имеющегося в SM , в вершине Wtb присутствует также правый аномальный векторный оператор.

3. РАЗДЕЛЕНИЕ ВКЛАДОВ РАЗЛИЧНЫХ АНОМАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В ВЕРШИНУ Wtb ПОСРЕДСТВОМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ГЛУБОКОГО ОБУЧЕНИЯ

В [6] описан метод и представлены результаты разделения процессов одно- и двухрезонансного рождения топ-кварков в фазовом пространстве с помощью нейронных сетей глубокого обучения. В этом разделе описано, как уже отобранные с помощью нейронной сети события, классифицированные как соответствующие тому или иному процессу, могут быть разделены впоследствии другими нейронными сетями в зависимости от вклада левого векторного или аномального правого векторного операторов в вершине Wtb в этих процессах.

Для обучения нейронных сетей глубокого обучения, призванных разделять вклады аномальных операторов в Wtb -вершину для сценария (L_V, R_V) , необходимо было смоделировать наборы событий, соответствующих разным поднаборам диаграмм из полного набора, а также разным значениям аномальных параметров связи в вершине Wtb из (2) для сценария (L_V, R_V) .

Созданные наборы событий соответствуют полному набору диаграмм с конечным состоянием tWb (с последующими распадами топ-кварка и W -бозона), содержащему диаграммы как однорезонансного, так и двухрезонансного рождения топ-кварков (обозначен здесь и далее как $t\bar{t}_tW$); поднабору диаграмм, содержащему диаграммы однорезонансного рождения топ-кварков (DR) и поднабору диаграмм, содержащему диаграммы двухрезонансного рождения топ-кварков ($t\bar{t}$) для значений аномальных параметров связи $f_V^L = 1$, $f_V^R = 0$ (случай SM , обозначен SM) и $f_V^L = 0$, $f_V^R = 1$ (RV).

Необходимо было также отобрать кинематические переменные, поведение которых сильно различается в зависимости от того, какой оператор присутствует в Wtb -вершине. Для определения таких переменных были применены разработанные ранее универсальные методы формирования наблюдаемых высокого уровня (набор оптимальных наблюдаемых, построенный на основе анализа диаграмм Фейнмана для конкретной задачи) и базовые наблюдаемые низкого уровня (универсальный набор базовых наблюдаемых, не учитывающий специфику задачи, но позволяющий нейронным сетям глубокого обучения определить желаемые закономерности) [14, 15]. Распределения смоделированных событий по некоторым кинематическим переменным, используемым при тренировке нейронной сети, различающей события, соответствующие различным вкладам аномальных операторов в Wtb -вершину для выделенных областей фазового пространства, соответствующих процессам одно- и двух-

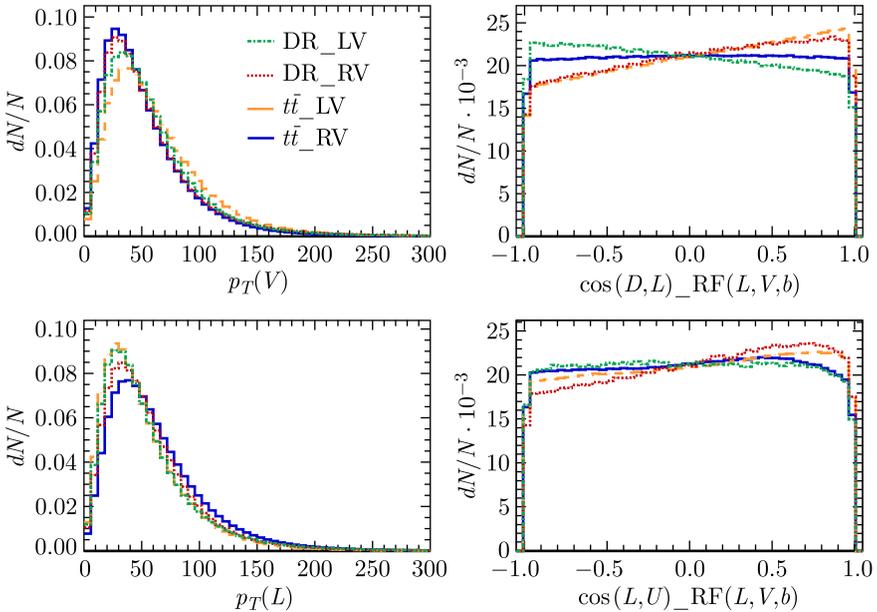


Рис. 1. Распределение смоделированных событий по некоторым кинематическим переменным, используемым при тренировке нейронной сети, различающей события, соответствующие разным вкладам аномальных операторов в Wtb -вершину для выделенных областей фазового пространства, соответствующих процессам одно- и двухрезонансного рождения топ-кварков

резонансного рождения топ-кварков, приведены на рис. 1. Четыре кривые на каждом из графиков получены из созданных наборов МК событий, соответствующих однорезонансному или двухрезонансному рождению топ-кварков в присутствии только левого (SM) или только правого (RV) векторных операторов. Видно, что распределения для различных процессов и различных операторов в вершине Wtb различаются, что позволяет использовать приведенные переменные (вкпе со многими другими) для тренировки нейронной сети, разделяющей вклады от аномальных Wtb -операторов в областях фазового пространства, где доминируют процессы одно- или двухрезонансного рождения топ-кварков.

На рис.2 представлено распределение смоделированных событий по значениям дискриминатора нейронной сети, различающей вклады от левого векторного и правого аномального векторного оператора в Wtb -вершину для событий, классифицированных предыдущей нейронной сетью как события двухрезонансного рождения топ-кварка (значение дискриминатора нейронной сети, присвоенное отображенным событиям на предыдущем этапе, меньше 0,9). Аналогичное разделение продемонстри-

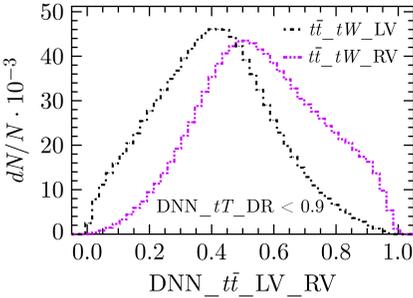


Рис. 2. Распределение смоделированных событий по значениям дискриминатора нейронной сети, различающей вклады от левого векторного и правого аномального векторного оператора в Wtb -вершину для событий, классифицированных предыдущей нейронной сетью как события двухрезонансного рождения топ-кварка

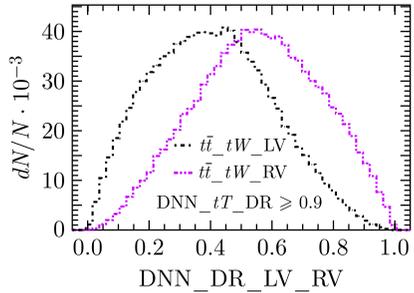


Рис. 3. Распределение смоделированных событий по значениям дискриминатора нейронной сети, различающей вклады от левого векторного и правого аномального векторного оператора в Wtb -вершину для событий, классифицированных предыдущей нейронной сетью как события однорезонансного рождения топ-кварка

ровано на рис.3, но для событий, классифицированных предыдущей нейронной сетью как события однорезонансного рождения топ-кварка.

Видно, что в обоих случаях достигается хорошее разделение. В следующем разделе описана статистическая модель, позволяющая на основе данных о событиях, классифицированных нейронными сетями как обладающих разными вкладами операторов в Wtb -вершине в областях фазового пространства, где преобладают процессы одно- или двухрезонансного рождения топ-кварков, получить верхние ограничения на параметр связи f_V^R аномального правого векторного оператора в вершине Wtb .

4. СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ПОСТАНОВКА ОГРАНИЧЕНИЙ НА АНОМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ВЕРШИНЕ Wtb

Полноценный статистический анализ включает в себя детальный учет различных систематических погрешностей и их источников, формирование на их основе статистической модели и получение оценок всех параметров модели. Для подобного феноменологического анализа требуется лишь приближенная оценка верхних ограничений на $|f_V^R|$, для чего используются асимптотические формулы на основании расчетов, приведенных в [16–18] и адаптированных для постановки ограничений на силу сигнала.

Приведем краткий вывод. Полагая, что данные подчиняются распределению Пуассона в двух областях: сигнальной (RV) и контрольной (SM)

в гистограммах с N и M бинами соответственно, получим для логарифма функции правдоподобия

$$\ln L(\mu, B) = \sum_{i=1}^N \left(n_i \ln \left(\frac{\mu s_i + b_i}{n_i!} \right) - \mu s_i - b_i \right) + \sum_{j=1}^M \left(m_j \ln \left(\frac{\tau b_j}{m_j!} \right) - \tau b_j \right). \quad (4)$$

Здесь n_i и m_i — число событий в i -м бине сигнальной и контрольной гистограмм соответственно, s_i, b_i — количество событий сигнала и фона в i -м бине, μ — сила сигнала, τ — сила фона, параметр, с помощью которого происходит учет систематических погрешностей.

Систематическая неопределенность интегрального сечения Δ принимается равной 20%, что соответствует более консервативному значению ошибки, используемому в реальных экспериментальных анализах. Для ее описания вводится параметр $\delta_i = 1/(\sqrt{\tau b_i})$, где $\tau = \Delta^2 \sum_{i=1}^M b_i$.

Теперь необходимо найти значения параметров \hat{b}_i , максимизирующих функцию правдоподобия при заданном μ :

$$\frac{\partial \ln L(\mu, \hat{b}_i)}{\partial \hat{b}_i} = \left(\frac{n_i}{\mu s_i + \hat{b}_i} - 1 \right) + \left(\frac{m_j}{\tau \hat{b}_i} - \tau \right) = 0. \quad (5)$$

Определив для краткости записи

$$S_1 = \sum_{i=1}^N \left(n_i \ln \left(\frac{\mu s_i + \hat{b}_i}{n_i} \right) + n_i - \mu s_i - \hat{b}_i \right), \quad (6)$$

$$S_2 = \sum_{j=1}^M \left(m_j \ln \left(\frac{\hat{b}_j}{b_j} \right) + \tau (b_j - \hat{b}_j) \right), \quad (7)$$

получим для значимости Z в приближении Вилкса [19] и Вальда [20], используя формулы (6), (7):

$$Z = \sqrt{-2 \ln \frac{L(\mu, \hat{B})}{L(\mu, B)}} = \sqrt{2(S_1 + S_2)}. \quad (8)$$

Таким образом, для нахождения μ необходимо решить систему уравнений (5), (8), подставляя $\tau = \delta_i^2 b_i$ и при условии азимовских данных, которые для случая исключения [17] принимают значения: $n_i = b_i$, $m_i = \delta_i^{-2}$, положив $Z = 1,65$ для одностороннего ограничения с уровнем достоверности 95%.

С помощью данных формул были проведены вычисления для двух случаев: полной схемы $t\bar{t} + tWb$, где $\mu = f_V^{R^2}$, и объединения двух областей, определенных с помощью обрезания по нейронной сети, где для области $t\bar{t}$ зависимость $\mu = f_V^{R^2}$, а для tWb — $\mu = f_V^{R^4}$, исходя из анализа общей зависимости числителя и знаменателя матричного элемента процессов однорезонансного и двухрезонансного рождения топ-кварков от параметра связи при аномальном правом векторном операторе [21]. Численное решение уравнений дает ограничения $|f_V^R| < 0,21$ для полной схемы и $|f_V^R| < 0,17$ для разделения по вкладам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе описан метод разделения вкладов левого векторного и аномального правого векторного оператора для процессов двухрезонансного и однорезонансного рождения топ-кварков. События с конечным состоянием tWb с последующими распадами топ-кварка и W -бозона предварительно разделяются в фазовом пространстве с помощью нейронной сети глубокого обучения. МК-события, классифицированные этой нейронной сетью как соответствующие однорезонансному или двухрезонансному рождению топ-кварков, анализируются впоследствии нейронной сетью, натренированной на поиск отличия влияний левого векторного от аномального правого векторного оператора в вершине Wtb в отобранных событиях. При использовании разработанной статистической модели получены ограничения на параметр связи правого векторного оператора в вершине Wtb отдельно при учете событий с конечным состоянием tWb , не разделенных на соответствующие процессам одно- или двухрезонансного рождения топ-кварков, и для событий, отобранных нейронной сетью как соответствующие этим процессам. Ограничения, полученные при объединении областей фазового пространства, соответствующие процессам одно- или двухрезонансного рождения топ-кварков, получаются строже, чем при рассмотрении неразделенного процесса с конечным состоянием tWb , что позволяет увеличить эффективность выделения вкладов аномальных операторов в вершине Wtb при использовании предложенных методов.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 22-12-00152).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Boos E., Dudko L., Mandrik P., Slabospitskii S.* Top Quark: Results and Prospects // *Phys. Part. Nucl.* 2019. V. 50, No. 3. P. 231–258.
2. *PDG Collab.* Review of Particle Physics // *Prog. Theor. Exp. Phys.* 2022. V. 2022, No. 8. P. 083C01; <https://academic.oup.com/ptep/article-pdf/2022/8/083C01/49175539/ptac097.pdf>.

3. *Khachatryan V. et al. (CMS Collab.)*. Search for Anomalous Wtb Couplings and Flavour-Changing Neutral Currents in t -Channel Single Top Quark Production in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV // *J. High Energy Phys.* 2017. V.02. P.028; arXiv:1610.03545.
4. *CMS Collab.* Search for New Physics in Top Quark Production in Dilepton Final States in Proton-Proton Collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV // *Eur. Phys. J. C.* 2019. V.79, No.11; <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7387-y>.
5. *Baskakov A., Boos E., Bunichev V., Vorotnikov G., Dudko L., Myagkov I., Perfilov M.* Probing the Anomalous Wtb Couplings in Different Schemes of tWb Associated Production Modeling // *Eur. Phys. J. Web Conf.* 2017. V.158. P.04004.
6. *Boos E. E., Bunichev V. E., Volkov P. V., Dudko L. V., Perfilov M. A.* Separation of Pair and Single Top Quark Production in tWb Associated Final State Using a Neural Network // *Moscow Univ. Phys. Bull.* 2023. V.78, No.6. P.707–715.
7. *Boos E., Bunichev V., Dubinin M., Dudko L., Edneral V., Ilyin V., Kryukov A., Savrin V., Semenov A., Sherstnev A.* CompHEP 4.4 – Automatic Computations from Lagrangians to Events // *Nucl. Instr. Meth. A.* 2004. V.534, No.1–2. P.250–259; <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2004.07.096>.
8. *Pukhov A., Boos E., Dubinin M., Edneral V., Ilyin V., Kovalenko D., Kryukov A., Savrin V., Shichanin S., Semenov A.* CompHEP – A Package for Evaluation of Feynman Diagrams and Integration over Multi-Particle Phase Space. User’s Manual for Version 33. arXiv:hep-ph/9908288. 2000.
9. *Abadi M. et al.* TensorFlow: Large-Scale Machine Learning on Heterogeneous Distributed Systems. arXiv:1603.04467. 2016.
10. *Buchmuller W., Wyler D.* Effective Lagrangian Analysis of New Interactions and Flavor Conservation // *Nucl. Phys. B.* 1986. V.268. P.621–653.
11. *Grzadkowski B., Hioki Z., Ohkuma K., Wudka J.* Probing Anomalous Top Quark Couplings Induced by Dimension-Six Operators at Photon Colliders // *Nucl. Phys. B.* 2004. V.689. P.108–126; arXiv:hep-ph/0310159.
12. *Aguilar-Saavedra J. A.* A Minimal Set of Top-Higgs Anomalous Couplings // *Nucl. Phys. B.* 2009. V.821. P.215–227; arXiv:0904.2387 [hep-ph].
13. *Aguilar-Saavedra J. A.* Effective Operators in Top Physics // *PoS.* 2010. V.ICHEP2010. P.378; arXiv:1008.3225 [hep-ph].
14. *Boos E. E., Bunichev V. E., Dudko L. V., Markina A. A.* Method of “Optimum Observables” and Implementation of Neural Networks in Physics Investigations // *Phys. At. Nucl.* 2008. V.71, No.2. P.388–393.
15. *Abasov E. E., Belobrova M. I., Volkov P. V., Vorotnikov G. A., Dudko L. V., Zaborenko A. D., Perfilov M. A., Sivakova E. S.* Methodology for the Application of Deep Neural Networks in Searches for New Physics at Colliders and Statistical Interpretation of Expected Results // *Phys. At. Nucl.* 2022. V.85, No.6. P.708–720.
16. *Basso M. J.* Asymptotic Formulae for Estimating Statistical Significance in Particle Physics Analyses // *J. Phys. G.* 2022. V.49, No.2. P.025001; arXiv:2102.04275.
17. *Cowan G., Cranmer K., Gross E., Vitells O.* Asymptotic Formulae for Likelihood-Based Tests of New Physics // *Eur. Phys. J. C.* 2011. V.71. P.1554; Erratum // *Eur. Phys. J. C.* 2013. V.73. P.2501; arXiv:1007.1727 [physics.data-an].

18. *Gorin D., Vasilevskii O., Dudko L., Abasov E.* Asymptotic Formulae for Estimating Statistical Significance of Experiments on LHC // *Memoirs of the Faculty of Phys.* 2024. No. 1.
19. *Wilks S. S.* The Large-Sample Distribution of the Likelihood Ratio for Testing Composite Hypotheses // *Ann. Math. Stat.* 1938. V. 9, No. 1. P. 60–62; <https://doi.org/10.1214/aoms/1177732360>.
20. *Wald A.* Tests of Statistical Hypotheses Concerning Several Parameters When the Number of Observations Is Large // *Trans. Am. Math. Soc.* 1943. V. 54. P. 426–482; <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:54174575>.
21. *Mohammadi Najafabadi M.* Secondary Particles Spectra in Decay of Polarized Top Quark with Anomalous tWb Coupling // *J. Phys. G.* 2007. V. 34. P. 39–46; arXiv:hep-ph/0601155.