

ИЗУЧЕНИЕ ТОЧНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ СПЕКТРА АНТИНЕЙТРИНО ОТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РЕАКТОРА

Н. А. Машин^{1,2,*}, *Н. А. Скрובה*^{2,3,**}
от имени коллаборации DANSS

¹ Московский физико-технический институт

(национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия

² Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт», Москва

³ Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва

Представлены результаты применения метода сингулярного разложения матрицы отклика для развертки модельных спектров позитронов в эксперименте DANSS. Проведен анализ систематических неопределенностей. Также предложен метод выбора оптимального параметра регуляризации. Оценка смещения, вызванного введением регуляризационного члена, оказалась на уровне 2–3%, что сравнимо с систематической ошибкой в максимуме спектра.

This paper presents the results of using the method of singular value decomposition of the response matrix to unfold model spectra of positrons in the DANSS experiment. An analysis of systematic uncertainties was carried out. A method for selecting the optimal regularization parameter is also proposed. The estimate of the bias caused by the introduction of the regularization term turned out to be at the level of 2–3%, which is comparable to the systematic error in the maximum of the spectrum.

PACS: 14.60.Lm; 13.15.+g

ВВЕДЕНИЕ

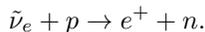
Спектры антинейтрино от энергетических реакторов были измерены с большой статистической точностью в целом ряде экспериментов с короткой и длинной базой. Большинство измерений подтверждают существование аномалий, касающихся как полного потока антинейтрино, так и формы спектра. Первая такая аномалия — реакторная антинейтринная аномалия (РАА) [1] — соответствует дефициту 6% в полном потоке антинейтрино по сравнению с предсказаниями. В зависимости от модели предсказания статистическая значимость данной аномалии достигает $2,8\sigma$. Вторая аномалия состоит в локальном расхождении в форме

* E-mail: mashin.na@phystech.edu

** E-mail: nataliya.skrobova@gmail.com

спектра антинейтрино в области 6 МэВ [2]. Вопрос о происхождении этих аномалий остается открытым, хотя появились свидетельства того, что РАА обусловлена переоценкой вклада ^{235}U [3–7].

Большинство реакторных экспериментов используют реакцию обратного бета-распада (ОБР) для регистрации антинейтрино:



Порог этой реакции составляет 1,8 МэВ, при этом энергия над порогом практически целиком уносится позитроном. Дочерний позитрон очень быстро теряет энергию и аннигилирует с электроном вещества, давая мгновенный сигнал. Нейтрону необходимо замедлиться до тепловых скоростей, после чего он захватывается ядром вещества-поглотителя с дальнейшим испусканием каскада гамма-квантов. Требование наличия двух сигналов, отстоящих друг от друга на определенный промежуток времени, позволяет надежно отделять сигналы ОБР от фоновых процессов.

Измеренная энергия позитрона определяется как флуктуацией переданной нейтрону энергии, так и неидеальностями детектора. Поэтому, чтобы пролить свет на существующие аномалии и исследовать физику, лежащую в основе современных моделей, крайне полезно уметь реконструировать спектр антинейтрино из спектра позитронов.

В данной работе исследуется точность восстановления методом Монте-Карло спектров с помощью SVD-разложения (Singular Value Decomposition) [8] матрицы отклика детектора DANSS. Основным препятствием на пути решения этой задачи является плохая ее обусловленность, что делает неизбежным использование различных регуляризационных методов. Точность восстановления подразумевает маленькое смещение полученного решения от истинного. Поэтому рассматривается несколько критериев выбора оптимального параметра регуляризации.

ДЕТЕКТОР DANSS

Детектор DANSS [9] расположен на Калининской АЭС в помещении под активной зоной реактора. Такое расположение детектора обеспечивает высокий поток антинейтрино. В то же время здание, окружающее энергоблок, обеспечивает подавление космического фона на уровне 50 м водного эквивалента. Это приводит к существенному уменьшению потока космических мюонов и полному подавлению адронной компоненты в космических лучах.

Основным регистрирующим элементом детектора является счетчик на основе сцинтиллятора размером $100 \times 4 \times 1$ см. У каждого счетчика имеется светоотражающее покрытие с примесью гадолиния для захвата нейтронов ОБР. Вывод света осуществляется с помощью трех спектросмещающих волокон (файберов), вклеенных в продольные канавки.

Чувствительный объем детектора окружен комбинированной пассивной и активной защитой.

В отличие от многих реакторных экспериментов в DANSS измеряется кинетическая энергия позитрона, а не полная мгновенная энергия (prompt energy). Это связано с тем, что из-за высокой сегментации детектора возможно измерение непосредственно кластера ионизации, в то время как аннигиляционные гамма-кванты могут и вовсе покинуть чувствительный объем детектора, не дав никакого сигнала.

МАТРИЦА ОТКЛИКА

Для восстановления спектра антинейтрино из измеренного позитронного спектра необходимо иметь матрицу отклика детектора.

Отклик содержит вероятность перехода антинейтрино с энергией E_ν в позитрон с измеренной энергией E_p :

$$R_{ij} = P(E_p \text{ in bin } i | E_\nu \text{ in bin } j). \quad (1)$$

Эффективность отбора e_j в бине j меньше 1, поскольку существует вероятность того, что события ОБР будут отброшены накладываемыми критериями отбора. Таким образом, отклик R нормирован так, что $\sum_i R_{ij} = e_j$. Такой выбор нормировки позволяет инкапсулировать все эффекты детектора в одном объекте — матрице отклика.

Таким образом, связь между спектром антинейтрино \mathbf{x} и позитронным спектром \mathbf{b} задается соотношением

$$b_i = \sum_j R_{ij} x_j. \quad (2)$$

Отклик детектора смоделирован с помощью пакета Geant4. Для этого был сгенерирован плоский спектр антинейтрино в диапазоне энергий 1,81–14,0 МэВ. Кандидаты ОБР, прошедшие отбор, сохранялись в матрице отклика, каждый столбец которой окончательно нормировался на e_j .

СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Для количественного описания расхождения между измеренным и предсказанным спектрами позитронов необходимо оценить неопределенности в измеренном спектре. Помимо статистических ошибок в данном анализе возникает необходимость учитывать неопределенности систематические, связанные как с детектором, так и с коррелированными фонами.

В таблице приведены систематические неопределенности, рассматриваемые в анализе. Систематическая неопределенность шкалы включает сдвиг и масштабирование шкалы. Коррелированный фон в данном ана-

Список систематических неопределенностей, рассмотренных в анализе

Источник	Неопределенность — 1σ
Сдвиг энергетической шкалы, кэВ	50
Масштабирование энергетической шкалы, %	1
Коррелированный фон, %	35
Энергетическое разрешение, %	$6/\sqrt{E} \oplus 2$

лизе описывается единой гладкой кривой, никакого разделения фонов проведено не было. Неопределенность фона указана от общего вычитаемого фона. Систематика разрешения включает дополнительное размытие измеренной энергии позитронов. Подробное описание систематических неопределенностей можно найти в работе [10].

Чтобы учесть все неопределенности, была построена ковариационная матрица B :

$$B = B^{\text{stat}} + B^{\text{syst}}, \tag{3}$$

где B^{stat} , B^{syst} — статистическая и систематическая компоненты соответственно. Статистическая компонента имеет только диагональные элементы, которые считаются как квадраты статистических ошибок в измеренном спектре. Систематические ошибки соответствуют измерениям эксперимента DANSS за период с октября 2016 г. по август 2023 г. Для расчета систематических неопределенностей были сгенерированы образцы позитронных спектров на основе модельных предсказаний Хубера [11] и Мюллера [12]. В каждый спектр позитронов добавлялись различные систематические флуктуации: вариация энергетической шкалы, вариация фона и вариация разрешения. Элементы в ковариационной матрице систематической компоненты рассчитывались как

$$B_{ij}^{\text{syst}} = \frac{1}{N_{\text{samples}}} \sum_{\text{samples}} (b_i^{\text{rand}} - b_i^{\text{nom}})(b_j^{\text{rand}} - b_j^{\text{nom}}), \tag{4}$$

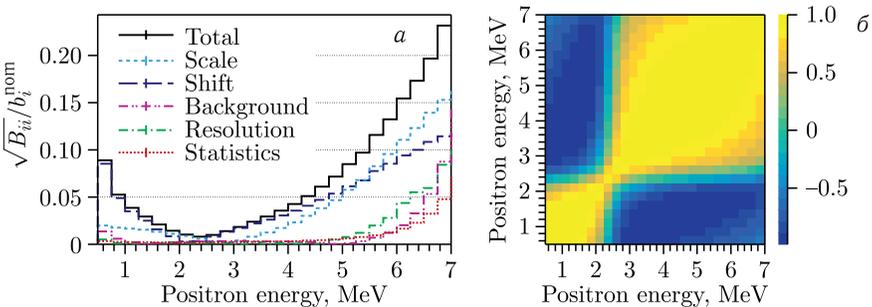


Рис. 1. а) Вклад $\sqrt{B_{ii}}/b_i^{\text{nom}}$ каждой из систематик и статистики в полную ошибку. б) Элементы корреляционной матрицы $B_{ij}/\sqrt{B_{ii}B_{jj}}$

где N_{samples} — число Монте-Карло образцов; $b_i^{\text{rand(nom)}}$ — число событий в i -м бине систематически варьированного (номинального) спектра позитронов. Полное число событий в варьированном спектре равно числу событий в номинальном. На рис. 1 представлены элементы корреляционной матрицы $B_{ij}/\sqrt{B_{ii}B_{jj}}$, а также вклад $\sqrt{B_{ii}}/b_i^{\text{nom}}$ каждой из систематик и статистики в полную ошибку.

СИНГУЛЯРНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ МАТРИЦЫ

Решение уравнения вида $Rx = b$, где R — матрица отклика детектора размером $n_b \times n_x$, x — истинное распределение (вектор длины n_x), b — измеренное распределение (вектор длины n_b), требует построения псевдообратной матрицы $R^\#$. На практике измеренный спектр имеет статистические флуктуации, и из-за плохой обусловленности задачи нахождение истинного распределения с помощью псевдообратной матрицы приводит к большим флуктуациям, а также отрицательным корреляциям в истинном спектре.

Поскольку измеренный спектр имеет статистические и систематические неопределенности, то каждое уравнение в системе имеет свой собственный вес. Поэтому исходную задачу можно переписать в виде обобщенной задачи наименьших квадратов [8]:

$$(Rx - b)^T B^{-1} (Rx - b) = \min, \quad (5)$$

где B — ковариационная матрица измеренного спектра, определенная в предыдущем разделе.

Одним из способов улучшить поведение исходной системы является масштабирование коэффициентов и неизвестных [8]. Для этого вводят новые переменные $w_j = x_j/x_j^{\text{ini}}$, которые имеют смысл отклонения от некоторого начального предсказания x^{ini} истинного спектра. При удачном выборе x^{ini} можно ожидать, что значения w_i будут порядка 1, что уменьшает динамический диапазон переменных. Если умножить каждый столбец матрицы отклика R_{ij} на соответствующее предсказание x_j^{ini} , то исходную систему можно переписать в виде

$$\sum_j A_{ij} w_j = b_i, \quad (6)$$

где A_{ij} теперь не вероятности, а числа позитронов в i -м бине по энергии позитронов при условии, что количество антинейтрино в j -м бине по энергии антинейтрино равно x_j^{ini} .

Ковариационная матрица измеренного спектра является симметричной и положительно определенной по построению, поэтому может быть представлена в виде

$$B = QPQ^T, \quad P_{ii} = p_i^2 \neq 0, \quad P_{ij} = 0 \text{ для } i \neq j, \quad B^{-1} = QP^{-1}Q^T, \quad (7)$$

где Q — ортогональная матрица; P — диагональная матрица.

Данная система является явно переопределенной и может быть решена с помощью сингулярного разложения матрицы. Однако это потребует решения системы для каждого значения τ . Существует более эффективный метод решения, который позволяет выразить решение для произвольного τ через решение нерегуляризованной задачи, что соответствует $\tau = 0$. Для этого необходимо переписать систему в виде

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}C^{-1} \\ \sqrt{\tau}I \end{bmatrix} Cw = \begin{bmatrix} \tilde{b} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где I — единичная матрица размером $n_x \times n_x$.

Применим SVD к данной системе при $\tau = 0$. Тогда матрицу $\tilde{A}C^{-1}$ можно представить в виде следующего произведения:

$$\tilde{A}C^{-1} = USV^T, \quad (16)$$

где U, V — ортогональные матрицы; S — диагональная матрица с сингулярными значениями на диагонали.

Повернем вектор правых частей и вектор неизвестных, чтобы диагонализировать систему:

$$d \equiv U^T \tilde{b}, \quad z \equiv V^T Cw. \quad (17)$$

Тогда система примет простой вид:

$$s_i \cdot z_i = d_i, \quad i = 1, \dots, n_x, \quad (18)$$

где $s_i = S_{ii}$ — сингулярные значения матрицы $\tilde{A}C^{-1}$.

Наконец, можно выписать решение для $\tau = 0$:

$$z_i^{(0)} = \frac{d_i}{s_i}, \quad w^{(0)} = C^{-1}Vz^{(0)}. \quad (19)$$

Введение ненулевого значения τ в систему эффективно эквивалентно регуляризации вектора правых частей в следующем виде:

$$d_i^{(\tau)} = d_i \frac{s_i^2}{s_i^2 + \tau}. \quad (20)$$

Окончательно получаем решение для $\tau \neq 0$:

$$z_i^{(\tau)} = \frac{d_i s_i}{s_i^2 + \tau}, \quad w^{(\tau)} = C^{-1}Vz^{(\tau)}. \quad (21)$$

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО ПАРАМЕТРА РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Выбор оптимального параметра регуляризации чрезвычайно важен при решении задач восстановления истинных распределений. Если регуляризация будет слабой ($\tau \rightarrow 0$), то полученное решение будет иметь большую дисперсию, а если параметр τ взять очень большим, то решение будет повторять начальное распределение.

Очень важную информацию о системе содержит распределение $|d_i|$, или $\log |d_i|$, от i . Построив такую кривую, можно обнаружить два различных поведения: при $i \leq k$ распределение $|d_i| \gg 1$ экспоненциально падает при увеличении i , а при $i > k$ распределение $|d_i|$ близко к нулю для некоторого k . Такое поведение является следствием того, что матрица отклика детектора имеет эффективный ранг, равный k . Тогда в качестве оптимального параметра τ берется квадрат k -го сингулярного значения матрицы системы (15).

К сожалению, распределение $|d_i|$ не всегда поддается четкой интерпретации, поэтому часто для определения оптимального параметра регуляризации используют альтернативный подход, основанный на исследовании близости восстановленного и истинного спектров. Для этого генерируются Монте-Карло образцы измеренных спектров путем свертки различных спектров антинейтрино с матрицей отклика. В качестве истинных спектров использовались модели, основанные на предсказаниях Хубера [11] и Мюллера [12], а также на недавних моделях суммирования [13–15]. После свертки этих спектров с матрицей отклика в полученные спектры добавлялись статистические флуктуации. Далее из позитронных спектров методом SVD реконструировались спектры антинейтрино. Для определения оптимального параметра регуляризации для каждого k подсчитывалась следующая сумма:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n_x} \frac{(x_i^{\text{true}} - x_i^{\text{rec}})^2}{X_{ii}^{\text{rec}}}, \quad (22)$$

где x_i^{true} — истинный спектр антинейтрино; x_i^{rec} — восстановленный спектр, зависящий от k ; X^{rec} — ковариационная матрица восстановленного спектра.

В качестве оптимального значения параметра регуляризации k выбиралось то, которое доставляет минимум функции χ^2 . В данном анализе $k = 9$.

ИССЛЕДОВАНИЕ СМЕЩЕНИЯ

Любой метод восстановления истинного спектра, использующий те или иные техники регуляризации, направлен на уменьшение дисперсии в восстановленном спектре. Однако неизбежным следствием регуляризации является смещение предсказанного распределения относительно истинного. Чтобы показать, что регуляризация не вносит существенного смещения в развернутый спектр, была проведена оценка этого смещения. Для произвольной модели \bar{x} спектра антинейтрино с помощью матрицы отклика находился соответствующий позитронный спектр. На основе этого спектра генерировалось 10^4 позитронных спектров b_j путем добавления к исходному спектру статистических флуктуаций. Все спектры разворачивались с использованием описанного выше метода.

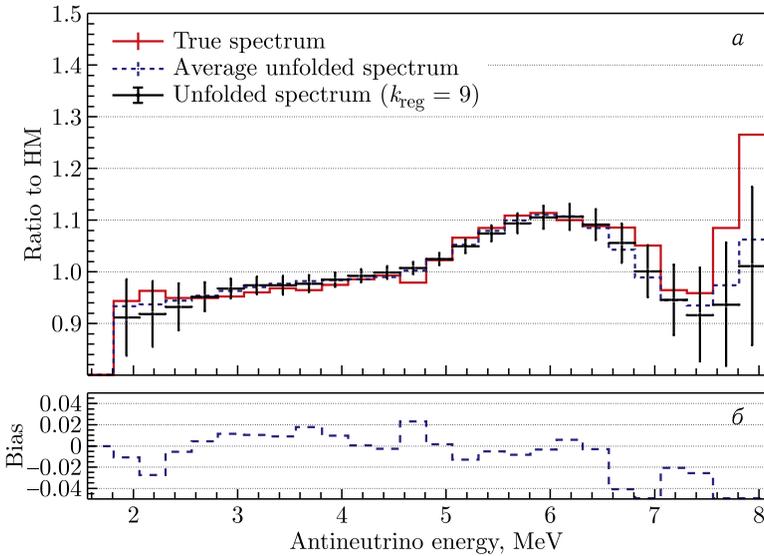


Рис. 2. а) Отношение истинного, развернутого и среднего всех развернутых спектров к спектру Хубера–Мюллера. б) Смещение, вызванное регуляризацией

Среднее значение $\langle \hat{x} \rangle$ развернутых спектров сравнивалось с начальным спектром \bar{x} .

В качестве начального распределения была использована модель на основе предсказаний Хубера и Мюллера. Спектр антинейтрино определялся как взвешенная сумма спектров четырех основных изотопов с коэффициентами, равными средним долям деления каждого изотопа ($f_{235} = 0,58$, $f_{238} = 0,07$, $f_{239} = 0,3$, $f_{241} = 0,05$). Для истинного спектра \bar{x} был взят спектр на основе последней модели суммирования SM 2023 [15]. Истинный спектр также строился для среднего топлива. На рис. 2 приведен истинный спектр в сравнении со средним всех развернутых спектров.

Полученное смещение для оптимального параметра регуляризации оказывается на уровне 2–3%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследован метод восстановления спектра антинейтрино, основанный на сингулярном разложении матрицы отклика детектора. Изучение систематических неопределенностей показало, что наибольший вклад в ошибку приходится на неопределенности энергетической шкалы ($\sim 1\%$ в максимуме спектра). Построенные матрицы систематических неопределенностей будут использоваться для развертки реальных позитронных спектров. Выбор оптимального параметра регуляризации

осуществлялся на спектрах Монте-Карло, этот параметр также будет использоваться при анализе реальных данных. Оценка смещения в развернутом спектре находится на уровне 2–3% в исследуемом диапазоне энергий, что сравнимо с систематической ошибкой. Дальнейшие планы включают восстановление спектра антинейтрино на реальных данных.

Финансирование. Анализ выполнен при поддержке Российского научного фонда (грант 23-12-00085); <https://rscf.ru/project/23-12-00085/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mention G., Fechner M., Lasserre T., Mueller T.A., Lhuillier D., Cribier M., Letourneau A.* The Reactor Antineutrino Anomaly // *Phys. Rev. D.* 2011. V. 83. P. 073006; arXiv:1101.2755 [hep-ex].
2. *Yoon S.G. et al. (RENO Collab.).* Measurement of Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at RENO // *Phys. Rev. D.* 2021. V. 104, No. 11. P. L111301; arXiv:2010.14989.
3. *An F.P. et al. (Daya Bay Collab.).* Evolution of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay // *Phys. Rev. Lett.* 2017. V. 118. P. 251801; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.118.251801>.
4. *Bak G. et al. (RENO Collab.).* Fuel-Composition Dependent Reactor Antineutrino Yield at RENO // *Phys. Rev. Lett.* 2019. V. 122. P. 232501; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.122.232501>.
5. *Kopeikin V.I., Panin Y.N., Sabelnikov A.A.* Measurement of the Ratio of Cumulative Spectra of Beta Particles from ^{235}U and ^{239}Pu Fission Products for Solving Problems of Reactor-Antineutrino Physics // *Phys. At. Nucl.* 2021. V. 84, No. 1. P. 1–10.
6. *Kopeikin V., Skorokhvatov M., Titov O.* Reevaluating Reactor Antineutrino Spectra with New Measurements of the Ratio between ^{235}U and ^{239}Pu β Spectra // *Phys. Rev. D.* 2021. V. 104. P. L071301; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.104.L071301>.
7. *Skrobova N. et al. (DANSS Collab.).* Measurements of the Absolute Reactor Antineutrino Energy Spectrum Dependence on the Fuel Composition // *Phys. At. Nucl.* 2023. V. 86, No. 4. P. 544–550.
8. *Hocker A., Kartvelishvili V.* SVD Approach to Data Unfolding // *Nucl. Instr. Meth. A.* 1996. V. 372. P. 469–481; arXiv:hep-ph/9509307.
9. *Alekseev I., Belov V., Brudanin V. et al.* DANSS: Detector of the Reactor Antineutrino Based on Solid Scintillator // *J. Instrum.* 2016. V. 11, No. 11. P. P11011; <https://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/11/11/P11011>.
10. *Skrobova N. et al. (DANSS Collab.).* Statistical Data Analysis in the DANSS Experiment // *J. Phys. Conf. Ser.* 2020. V. 1690, No. 1. P. 012173.
11. *Huber P.* Determination of Antineutrino Spectra from Nuclear Reactors // *Phys. Rev. C.* 2011. V. 84. P. 024617; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.84.024617>.
12. *Mueller T.A., Lhuillier D., Fallot M. et al.* Improved Predictions of Reactor Antineutrino Spectra // *Phys. Rev. C.* 2011. V. 83. P. 054615; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.83.054615>.

13. *Estienne M. et al.* Updated Summation Model: An Improved Agreement with the Daya Bay Antineutrino Fluxes // *Phys. Rev. Lett.* 2019. V. 123, No. 2. P. 022502; arXiv:1904.09358.
14. *Letourneau A., Savu V., Lhuillier D. et al.* Origin of the Reactor Antineutrino Anomalies in Light of a New Summation Model with Parametrized β^- Transitions // *Phys. Rev. Lett.* 2023. V. 130. P. 021801; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.130.021801>.
15. *Périssé L., Onillon A., Mougeot X. et al.* Comprehensive Revision of the Summation Method for the Prediction of Reactor $\bar{\nu}_e$ Fluxes and Spectra // *Phys. Rev. C.* 2023. V. 108. P. 055501; <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.108.055501>.