

# УЧЕТ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СВЕРХРЕДКИХ ЛЕПТОННЫХ РАСПАДАХ $B$ -МЕЗОНОВ

С. И. Манухов<sup>1,\*</sup>, Н. В. Никитин<sup>1,2,3\*\*</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

<sup>2</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына  
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва

<sup>3</sup> Московский физико-технический институт (национальный исследовательский  
университет), Долгопрудный, Россия

Представлен метод учета кулоновского взаимодействия в сверхредких лептонных распадах  $B_{s,d}^0 \rightarrow \ell^+ \ell^-$ . Учет кулоновского взаимодействия для распада  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$  уменьшает расхождение между предсказаниями Стандартной модели (СМ) и экспериментом более чем вдвое. Ключевая идея работы состоит в изменении процедуры вторичного квантования: вместо разложения по плоским волнам используется решение уравнения Дирака во внешнем поле (картина Фарри). Обоснование применимости картины Фарри производится на примере распада гипотетической нейтральной псевдоскалярной частицы на два заряженных скаляра  $B^0 \rightarrow S^+ S^-$ .

In this paper, we present a method to account for the Coulomb interaction in the ultra-rare lepton decays  $B_{s,d}^0 \rightarrow \ell^+ \ell^-$ . Taking into account the Coulomb interaction for the decay of  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$  reduces the discrepancy between theory and experiment more than twice. The key idea of the paper is to change the procedure of secondary quantization — instead of expansion by plane waves, the solution of the Dirac equation in an external field (Furry picture) is used. The applicability of the Furry picture is justified on the example of the decay of a hypothetical neutral pseudoscalar particle into two charged scalars  $B^0 \rightarrow S^+ S^-$ .

PACS: 13.20.He; 13.25.-k; 14.40.Nd

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время редкие полулептонные и сверхредкие лептонные распады  $B$ -мезонов активно изучаются на установках ЛНСб [1, 2], CMS [3] и ATLAS [4] Большого адронного коллайдера и на установке Belle-II [5, 6] в японском ускорительном центре КЕК. В частности, были измерены парциальные ширины таких распадов, как  $B_{s,d}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ,

---

\* E-mail: manuhov2000akk@gmail.com

\*\* E-mail: 679nik@mail.ru

$B_{s,d}^0 \rightarrow h^0 \ell^+ \ell^-$  ( $h^0$  — нейтральный адрон). Эти распады достаточно хорошо изучены теоретически в рамках Стандартной модели и ее расширений [7–12].

Однако известны расхождения между экспериментальными и теоретическими результатами. Например, на рис. 1 можно видеть имеющиеся в настоящее время измерения парциальной ширины распада  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ , полученные с помощью экспериментов ATLAS [4], CMS [3] и LHCb [1, 2]. Также изображена комбинация разных результатов трех экспериментов. В последние годы все измерения, как правило, показывали результаты ниже предсказаний Стандартной модели [9]. Однако недавнее обновление эксперимента CMS [3] дало значение чуть выше теоретического предсказания.

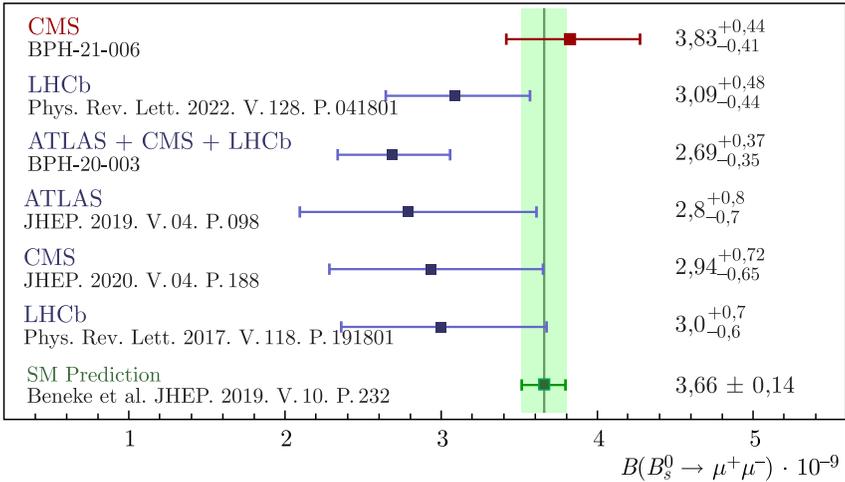


Рис. 1. Сводка экспериментальных измерений парциальной ширины  $\overline{B}_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$  (рисунок взят из работы [13])

В настоящей работе производится учет кулоновского взаимодействия между лептонами в конечном состоянии распада  $B_{d,s}^0 \rightarrow \ell^+ \ell^-$ . Для этого изменяется процедура вторичного квантования.

Обычно в квантовой теории поля используется разложение по плоским волнам:

$$\ell(x) = \sum_{s=1,2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} (a_p u(p, s) e^{-ipx} + b_p^\dagger \bar{v}(p, s) e^{+ipx}). \quad (1)$$

Обозначения, принятые в работе:  $g^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ ,  $e = |e|$ ,  $e^2/4\pi = \alpha_{\text{em}}$  — постоянная тонкой структуры, представление  $\gamma$ -матриц стандартное,  $\sigma^{\mu\nu} = (i/2)[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$ ,  $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ ,  $\varepsilon^{0123} = -1$ .

Но плоские волны — это решения свободного волнового уравнения, т. е. решения, предполагающие отсутствие взаимодействия между частицами. Однако в рассматриваемых распадах  $B$ -мезонов в конечном состоянии присутствуют заряженные лептоны. Они не являются свободными частицами, так как каждый из них находится в поле другого лептона. Между ними происходит кулоновское взаимодействие.

Поэтому в работе используется модифицированная процедура вторичного квантования — разложение по точным решениям волнового уравнения с внешним потенциалом:

$$\ell(x) = \sum_{s=1,2} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} (a_p \Psi_{\varepsilon\mathbf{p}}^{(+)}(x) e^{-i\varepsilon^{(+)}t} + b_p^\dagger \Psi_{-\varepsilon-\mathbf{p}}^{(-)}(x) e^{+i\varepsilon^{(-)}t}). \quad (2)$$

Этот метод хорошо известен из атомной физики и носит название картины или представления Фарри [14].

Работа разделена на две части: разд. 1 — обоснование метода Фарри на примере распада гипотетической псевдоскалярной частицы на два заряженных скаляра и разд. 2 — применение метода Фарри к распадам  $B$ -мезонов.

## 1. УЧЕТ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В РАСПАДЕ $B^0 \rightarrow S^+ S^-$ . ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА ФАРРИ

Цель данного раздела — обосновать применимость картины Фарри для релятивистских распадов элементарных частиц. Необходимость проверки обусловлена тем, что метод Фарри обычно применяется для атомных систем, в которых имеется связанное состояние электрона и тяжелого неподвижного ядра. Априори неясно, насколько адекватным является представление Фарри в случае системы взаимодействующих релятивистских движущихся частиц.

Учет кулоновского взаимодействия характеризуется  $\mathcal{K}$ -фактором, который равен отношению

$$\mathcal{K} = \frac{\Gamma^{(\text{Coulomb})}}{\Gamma^{(\text{free})}}, \quad (3)$$

где  $\Gamma^{(\text{free})}$  — ширина распада без учета кулоновского взаимодействия;  $\Gamma^{(\text{Coulomb})}$  — ширина распада с учетом кулоновского взаимодействия между частицами. Для проверки метода Фарри необходимо провести сравнение с другими способами учета кулоновского взаимодействия. В данной работе производится сравнение трех подходов:

1) нерелятивистского метода Гамова [15], Зоммерфельда [16] и Сахарова [17];

2) точного релятивистского метода, основанного на построении двухчастичных релятивистских уравнений, формализм которых был развит Кратером (Crater) [18–20] и Сазджаном (Sazdjian) [21–24];

3) релятивистского метода Фарри [14].

Эти факторы найдены для распада гипотетической нейтральной псевдоскалярной частицы  $B^0(P, M)$  на два заряженных скаляра  $S^+(p_1, m)$   $S^-(p_2, m)$ . Расчет произведен в системе покоя  $B^0$ -мезона.

**1. Фактор Гамова–Зоммерфельда–Сахарова** [15–17] учитывает кулоновское взаимодействие конечных частиц при малых скоростях. Эта поправка может быть найдена из уравнения Шредингера для относительного движения двух частиц:

$$\left(\frac{\hat{\mathbf{q}}^2}{2\mu} + U(r)\right)\Psi = E\Psi. \quad (4)$$

Фактор Гамова–Зоммерфельда–Сахарова равен

$$\mathcal{K}^{(GSS)} = \frac{2\pi\alpha/v}{1 - e^{-2\pi\alpha/v}}, \quad (5)$$

где  $v$  — скорость частицы  $S^+$  в системе покоя  $S^+S^-$ -пары.

**2. Метод Фарри** [14] вместо разложения по плоским волнам (1) использует разложение по решениям соответствующего волнового уравнения с учетом взаимодействия между частицами (2).

Частицы  $S^+$  и  $S^-$  — скалярные. Следовательно, они описываются уравнением Клейна–Гордона–Фока (КГФ):

$$(p_\mu p^\mu - m^2)\psi = 0. \quad (6)$$

Здесь  $p^\mu = i\partial^\mu \equiv i(\partial/\partial t, -\nabla)$ . Введение внешнего поля осуществляется заменой  $p^\mu \rightarrow p^\mu + eA^\mu$ , где  $e = |e|$ ,  $A^\mu = (\phi, \mathbf{A})$ . Важным аспектом картины Фарри в нашем случае является следующая особенность. В распаде  $B^0 \rightarrow S^+S^-$ , когда частица  $S^-$  находится в точке  $\mathbf{r}$ , частица  $S^+$  находится в точке  $-\mathbf{r}$ . Поэтому потенциальная энергия их кулоновского взаимодействия равна

$$e\phi(r) = -\frac{\alpha}{|\mathbf{r} - (-\mathbf{r})|} = -\frac{\alpha}{2r}. \quad (7)$$

Для расчета распада  $B^0 \rightarrow S^+S^-$  мы также считаем, что векторный потенциал  $\mathbf{A} = 0$  (магнитное взаимодействие пренебрежимо мало). Тогда уравнение КГФ принимает вид

$$\left(\left(\mathcal{E} - \frac{\alpha}{2r}\right)^2 + \Delta - m^2\right)\psi = 0. \quad (8)$$

С использованием в качестве разложения для скалярных полей  $S(x), S^*(x)$  решения этого уравнения было показано, что кулоновская поправка равна

$$\mathcal{K}^{(Furry)} = e^{\pi\alpha/v}. \quad (9)$$

**3. Метод Кратера и Сазджана** [18–23] — это подход, позволяющий найти точные двухчастичные релятивистские уравнения. Известно, что применение этих уравнений эквивалентно суммированию по всем порядкам теории возмущений в рамках диаграммной техники Фейнмана [24]. Именно поэтому мы ориентируемся на этот метод как на самый достоверный.

Запишем уравнение КГФ для относительного движения двух скалярных частиц в кулоновском поле друг друга. Для того чтобы сделать это, необходимо ввести кинематические переменные Тодорова [25]:

$$m_w = \frac{m_1 m_2}{w}, \quad \epsilon_w = \frac{w^2 - m_1^2 - m_2^2}{2w}, \quad w^2 = P^2, \quad (10)$$

где  $m_1, m_2$  — массы частиц;  $P = p_1 + p_2$  — полный импульс системы. Тогда (согласно Кратеру и Сазджану) уравнение КГФ для относительного движения имеет вид

$$\left( (\epsilon_w - \hat{U}(r))^2 - \hat{\mathbf{q}}^2 - m_w^2 \right) |\psi\rangle = 0, \quad (11)$$

где  $\hat{\mathbf{q}}^2$  — дифференциальный оператор, равный  $-\Delta/2m_w$ , а  $\hat{U}(r) = -\alpha/r$  — потенциал кулоновского взаимодействия. С использованием этого уравнения была рассчитана кулоновская поправка:

$$\mathcal{K}^{(\text{CS})} = \left| \frac{\Gamma \left( \sqrt{\frac{1}{4} - \alpha^2} + \frac{1}{2} + i\frac{\alpha}{v} \right)}{\Gamma(\sqrt{1 - 4\alpha^2} + 1)} \right|^2 e^{\pi\alpha/v}. \quad (12)$$

**Сравнение трех методов** изображено на рис. 2 как функция зависимости  $\mathcal{K}$ -фактора от соотношения масс  $m/M$ . Для этого в формулы (5), (9) и (12) была подставлена скорость разлетающихся частиц

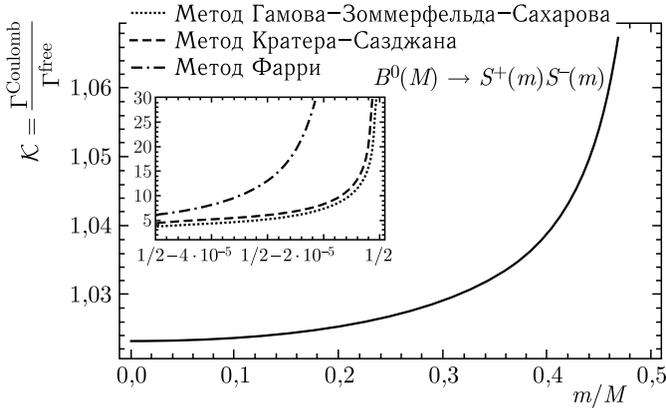


Рис. 2. График зависимости  $\mathcal{K}$ -фактора от соотношения масс  $m/M$  в распаде  $B^0(M) \rightarrow S^+(m)S^-(m)$  нейтральной псевдоскалярной частицы на два заряженных скаляра. Практически на всем интервале масс существенных расхождений между методами не наблюдается. Однако при  $m \rightarrow M/2$  (нерелятивистский предел) различия становятся заметными. Поведение  $\mathcal{K}$ -фактора около этой границы изображено внутри вставки. Методы Кратера-Сазджана и Гамова-Зоммерфельда-Сахарова практически неотличимы друг от друга, а метод Фарри дает большее предсказание

$v = \sqrt{1 - 4(m/M)^2}$ . Видно, что метод Фарри дает аналогичные предсказания, что и точный метод Кратера–Сазджана, практически на всем интервале допустимых значений. Только возле границы  $m \rightarrow M/2$  (нерелятивистский предел) наблюдается расхождение между методами. Это сигнализирует о том, что в таких распадах метод Фарри не работает. Однако в релятивистском случае картина Фарри работает так же, как и остальные подходы.

Именно этот факт позволяет сделать предположение, что картина Фарри хорошо применима к описанию распадов с участием пар заряженных лептонов.

## 2. УЧЕТ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В РАСПАДЕ $B_{d,s}^0 \rightarrow \ell^+ \ell^-$

В этом разделе будет рассмотрен распад нейтрального  $B$ -мезона  $(P, M)$  в лептонную пару  $\ell^+(p_1, m)\ell^-(p_2, m)$  с учетом кулоновского взаимодействия в конечном состоянии. Возникает вопрос, какой из методов использовать?

Фактор Гамова–Зоммерфельда–Сахарова использовать нельзя, поскольку он получен из нерелятивистского уравнения Шредингера, а рассматриваемые лептонные распады  $B$ -мезонов — релятивистские.

Метод Кратера и Сазджана, казалось бы, является наилучшим вариантом, так как он точен и учитывает релятивистские эффекты. Однако у этого метода есть существенный недостаток: если двухчастичное уравнение КГФ можно построить и решить относительно легко, то же самое нельзя сказать о двухчастичном уравнении Дирака. Оно имеет очень сложную структуру. Поскольку в распадах  $B$ -мезонов в конечном состоянии наблюдаются лептоны, то нужно было бы использовать именно это 16-компонентное уравнение.

Метод Фарри, в противовес подходу Кратера и Сазджана, достаточно простой и может быть использован для лептонов. Однако этот подход, как было показано в разд. 1, является верным только в релятивистских распадах (например, при скорости конечных частиц, равной  $0,05c$ , отличие в методах составляет около 5%, а при  $v = 0,1c$  — 0,5%). В нерелятивистском же пределе метод Фарри расходится как с методом Кратера–Сазджана, так и с фактором Гамова–Зоммерфельда–Сахарова.

Тем не менее предлагается использовать именно метод Фарри. Это использование является адекватным, так как в работе будут рассмотрены распады  $B$ -мезона только на релятивистские частицы. Погрешность, которая может возникнуть из-за неточности метода Фарри, составляет не более 0,5%. Такая ошибка вполне допустима, поскольку адронные формфакторы, вычисляемые непертурбативными методами, имеют характерную неопределенность 5–15%.

Поля  $\ell(x)$  и  $\bar{\ell}(x)$  получены из асимптотического уравнения Дирака [26] в кулоновском потенциале  $e\phi(r) = -\alpha/|\mathbf{r} - (-\mathbf{r})| = -\alpha/2r$ :

$$\left(\Delta + p^2 + \frac{\mathcal{E}\alpha}{r}\right)\psi = 0. \quad (13)$$

Эффективный гамильтониан, описывающий нейтральные слабые токи  $b \rightarrow q\ell^+\ell^-$  ( $q = \{s, d\}$ ), изменяющие аромат кварков, записывается в форме разложения Вильсона [27]:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{eff}}^{b \rightarrow q\ell^+\ell^-} = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_{\text{em}}}{2\pi} V_{tb} V_{tq}^* \left( -2im_b \frac{C_7\gamma}{q^2} \bar{q}\sigma_{\mu\nu} q^\nu (1 + \gamma_5) b\bar{\ell}\gamma^\mu \ell + \right. \\ & \left. + C_{9V}(\mu) \bar{q}\gamma_\mu (1 - \gamma_5) b\bar{\ell}\gamma^\mu \ell + C_{10A}(\mu) \bar{q}\gamma_\mu (1 - \gamma_5) b\bar{\ell}\gamma^\mu \gamma_5 \ell \right), \quad (14) \end{aligned}$$

где  $G_F$  — постоянная Ферми;  $C_i$  — коэффициенты Вильсона;  $V_{tb}, V_{tq}^*$  — элементы матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскавы;  $m_b$  — масса  $b$ -кварка;  $b(x), q(x), \ell(x)$  — кварковые и лептонные поля. Лептонная константа распада  $B_q$ -мезона определена как [28]

$$\langle 0 | \bar{q}(0) \gamma^\mu \gamma^5 b(0) | B_s^0(M, P) \rangle = i f_{B_s^0} P^\mu. \quad (15)$$

Используя метод Фарри (2), т.е. раскладывая лептонные поля  $\ell(x)$  по уравнению Дирака в кулоновском потенциале (13), опираясь на эффективный гамильтониан (14) и формфактор (15), мы нашли ширину распада  $B_s^0 \rightarrow \ell^+\ell^-$  с учетом кулоновского взаимодействия в конечном состоянии:

$$\Gamma_{B_s^0 \rightarrow \ell^+\ell^-} = \mathcal{K}^{(\text{Coulomb})} |D|^2 \frac{\sqrt{M^2 - 4m^2}}{8\pi}, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} D &= \frac{iG_F}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_{\text{em}}}{2\pi} V_{tb} V_{ts}^* f_{B_s^0} 2m C_{10A}, \\ \mathcal{K}^{(\text{Coulomb})} &= \frac{\Gamma^{(\text{Coulomb})}}{\Gamma^{(\text{free})}} = e^{\pi\alpha\mathcal{E}/p}. \quad (17) \end{aligned}$$

Сравнение экспериментальных данных и теоретических предсказаний для распадов  $B_{s,d}^0 \rightarrow \ell^+\ell^-$  можно видеть в таблице. Величина кулоновской поправки для всех распадов составляет около 2,6%. Видно, что для распада  $B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$  учет кулоновского взаимодействия улучшает согласие между предсказаниями СМ и экспериментальными данными, сокращая расхождение между средним экспериментальным значением и теоретическим результатом до 2,1%. При этом необходимо отметить, что погрешность экспериментального результата составляет 11% [3]. А неопределенность теоретического предсказания определяется погрешностью вычисления лептонной константы  $f_{B_q}$ , которая составляет порядка 5% [28].

**Парциальные ширины  $\mathcal{B} = \Gamma_{B_{d,s}^0 \rightarrow \ell^+ \ell^-} / \Gamma_{B_{d,s}^0}^{(\text{total})}$ . Сравнение экспериментальных данных, теоретических предсказаний СМ без учета кулоновского взаимодействия между частицами в конечном состоянии и с учетом этого взаимодействия, рассчитанного по методу Фарри**

Распад	$\mathcal{B}^{(\text{exp})}$ [3, 29]	$\mathcal{B}^{(\text{free})}$ [9]	$\mathcal{B}^{(\text{Coulomb})}$
$B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^- [10^{-9}]$	$3,83_{-0,41}^{+0,44}$	$3,66 \pm 0,14$	$3,75 \pm 0,14$
$B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^- [10^{-11}]$	$< 19$ при 95 % CL	$1,03 \pm 0,05$	$1,05 \pm 0,05$
$B_s^0 \rightarrow e^+ e^- [10^{-11}]$	$< 940$ при 90 % CL	$1,77 \pm 0,08$	$1,81 \pm 0,09$
$B^0 \rightarrow e^+ e^- [10^{-13}]$	$< 25000$ при 90 % CL	$4,99 \pm 0,25$	$5,10 \pm 0,26$
$B_s^0 \rightarrow \tau^+ \tau^- [10^{-8}]$	$< 6,8 \cdot 10^5$ при 90 % CL	$4,61 \pm 0,22$	$4,75 \pm 0,23$
$B^0 \rightarrow \tau^+ \tau^- [10^{-9}]$	$< 2,1 \cdot 10^6$ при 90 % CL	$1,28 \pm 0,07$	$1,32 \pm 0,07$

Разработанный метод является общим и может быть применен не только к сверхредким лептонным распадам нейтральных  $B$ -мезонов, но и к таким распадам, как  $B_{s,d}^0 \rightarrow h^0 \ell^+ \ell^-$ ,  $B_{s,d}^0 \rightarrow V^0 \ell^+ \ell^-$ ,  $B_{s,d}^0 \rightarrow \gamma \ell^+ \ell^-$ . Учет кулоновского взаимодействия между частицами в конечном состоянии улучшает точность предсказаний СМ.

**Финансирование.** Данная работа финансировалась за счет средств бюджета физического факультета Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Научно-исследовательского института ядерной физики им. Д. В. Скобельцына Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова и Московского физико-технического института (национального исследовательского университета). Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным конкретным исследованием получено не было.

**Конфликт интересов.** Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Aaij R. et al. (LHCb Collab.).* Measurement of the  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$  Branching Fraction and Effective Lifetime and Search for  $B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$  Decays // *Phys. Rev. Lett.* 2017. V. 118, No. 19. P. 191801; arXiv:1703.05747v2 [hep-ex].
2. *Aaij R. et al. (LHCb Collab.).* Analysis of Neutral  $B$ -Meson Decays into Two Muons // *Phys. Rev. Lett.* 2022. V. 128, No. 4. P. 041801; arXiv:2108.09284v3 [hep-ex].
3. *Tumasyan A. et al. (CMS Collab.).* Measurement of the  $B_s^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$  Decay Properties and Search for the  $B^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$  Decay in Proton-Proton Collisions at  $\sqrt{s} = 13$  TeV // *Phys. Lett. B.* 2023. V. 842. P. 137955; arXiv:2212.10311v2 [hep-ex].
4. *Aaboud M. et al. (ATLAS Collab.).* Study of the Rare Decays of  $B_s^0$  and  $B^0$  Mesons into Muon Pairs Using Data Collected during 2015 and 2016

with the ATLAS Detector // *J. High Energy Phys.* 2019. V.04. P.098; arXiv:1812.03017v2 [hep-ex].

5. *de Marino G. et al. (Belle-II Collab.)*. Status and Prospects for Rare  $B$  Decays at Belle and Belle II // *PoS.* 2023. FPCP2023. P. 008.
6. *Adachi I. et al. (Belle-II Collab.)*. Search for Rare  $b \rightarrow d\ell^+\ell^-$  Transitions at Belle. arXiv:2404.08133 [hep-ex]. 2024.
7. *Buras A.J.* Theoretical Review of  $B$  Physics // *Nucl. Instr. Meth. A.* 1995. V. 368. P. 1–20; arXiv:hep-ph/9509329v2.
8. *Feldmann T., Matias J.* Forward-Backward and Isospin Asymmetry for  $B \rightarrow K^{(*)}l^+l^-$  Decay in the Standard Model and in Supersymmetry // *J. High Energy Phys.* 2003. V. 01. P. 074; arXiv:hep-ph/0212158v2.
9. *Beneke M., Bobeth C., Szafron R.* Power-Enhanced Leading-Logarithmic QED Corrections to  $B_q \rightarrow \mu^+\mu^-$  // *J. High Energy Phys.* 2019. V.10. P.232; arXiv:1908.07011v2 [hep-ph].
10. *Melikhov D., Nikitin N.* Rare Radiative Leptonic Decays  $B_{s,d}^0 \rightarrow \ell^+\ell^-\gamma$  // *Phys. Rev. D.* 2004. V. 70. P. 114028; arXiv:hep-ph/0410146v2.
11. *Melikhov D., Nikitin N., Simula S.* Rare Exclusive Semileptonic  $b \rightarrow s$  Transitions in the Standard Model // *Phys. Rev. D.* 1998. V. 57. P. 6814–6828; arXiv:hep-ph/9711362.
12. *Danilina A., Nikitin N., Toms K.* Decays of Charged  $B$ -Mesons into Three Charged Leptons and a Neutrino // *Phys. Rev. D.* 2020. V.101. P.096007; arXiv:1911.03670 [hep-ph].
13. *Kotwal A., Matias J., Mauri A., Tong T., Varnhorst L.* Round Table on Standard Model Anomalies // *Eur. Phys. J. Web Conf.* 2022. V.274; arXiv:2211.13030 [hep-ph].
14. *Furry W. H.* On Bound States and Scattering in Positron Theory // *Phys. Rev.* 1951. V. 81. P. 115–124.
15. *Gamow G.* Zur Quantentheorie des Atomkernes // *Z. Phys.* 1928. V.51. P.204–212.
16. *Sommerfeld A.* Atombau und Spektrallinien. V. 2. F. Vieweg & Sohn, 1921.
17. *Сахаров А.Д.* Взаимодействие электрона и позитрона при рождении пар // *ЖЭТФ.* 1948. Т. 18, вып. 7. С. 631–635.
18. *Crater H. W., Van Alstine P.* Two-Body Dirac Equations // *Ann. Phys.* 1983. V. 148. P. 57–94.
19. *Crater H. W., Van Alstine P.* Structure of Quantum Mechanical Relativistic Two-Body Interactions for Spinning Particles // *Found. Phys.* 1994. V. 24. P. 297–328.
20. *Wong C.-Y., Crater H. W.* The Relativistic  $N$  Body Problem in a Separable Two-Body Basis // *Phys. Rev. C.* 2001. V. 63. P. 044907; arXiv:nucl-th/0010003.
21. *Rizov V. A., Sazdjian H., Todorov I. T.* On the Relativistic Quantum Mechanics of Two Interacting Spinless Particles // *Ann. Phys.* 1985. V. 165. P. 59.
22. *Sazdjian H.* Relativistic Wave Equations for the Dynamics of Two Interacting Particles // *Phys. Rev. D.* 1986. V. 33. P. 3401.
23. *Sazdjian H.* Relativistic Dynamics for  $N$  Body Systems // *Phys. Lett. B.* 1988. V. 208. P. 470–474.
24. *Jallouli H., Sazdjian H.* The Relativistic Two-Body Potentials of Constraint Theory from Summation of Feynman Diagrams // *Ann. Phys.* 1997. V. 253. P. 376–426; arXiv:hep-ph/9602241.

25. *Todorov I. T.* Quasipotential Equation Corresponding to the Relativistic Eikonal Approximation // *Phys. Rev. D.* 1971. V. 3. P. 2351–2356.
26. *Лифшиц Е. М., Берестецкий В. Б., Ландау Л. Д.* Квантовая электродинамика. Теоретическая физика: В 10 т. Т. 4. М.: Наука, 1989.
27. *Buras A. J., Munz M.* Effective Hamiltonian for  $B \rightarrow X_s \ell^+ \ell^-$  beyond Leading Logarithms in the NDR and HV Schemes // *Phys. Rev. D.* 1995. V. 52. P. 186–195; arXiv:hep-ph/9501281.
28. *Aoki Y. et al. (Flavour Lattice Averaging Group).* FLAG Review 2021 // *Eur. Phys. J. C.* 2022. V. 82. P. 869; arXiv:2111.09849v2 [hep-lat].
29. *Workman R. L. et al. (Particle Data Group).* Review of Particle Physics // *Prog. Theor. Exp. Phys.* 2022. V. 2022. 083C01.