

ПЕРВИЧНЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ В ИНФЛЯЦИОННЫХ МОДЕЛЯХ ИНДУЦИРОВАННОЙ ГРАВИТАЦИИ С ДВУМЯ СКАЛЯРНЫМИ ПОЛЯМИ

Е. О. Поздеева *, *С. Ю. Вернов* **

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва

Предложена двухполевая инфляционная модель с членом индуцированной гравитации. Применяя конформное преобразование метрики, мы получаем киральную космологическую модель с двумя скалярными полями. Показано, что построенная инфляционная модель не противоречит данным наблюдений и подходит для формирования первичных черных дыр (ПЧД). Оценка масс ПЧД показывает, что ПЧД могут рассматриваться как кандидаты в темную материю.

We propose a two-field inflationary model with the induced gravity term. Using conformal transformation of the metric, we get the chiral cosmological model with two scalar fields. We demonstrate that the constructed inflationary model does not contradict the observation data and is suitable for primordial black hole (PBH) formation. The estimation of PBH masses allows one to consider PBHs as dark matter candidates.

PACS: 98.80.Cq; 04.50.Kd

ВВЕДЕНИЕ

Вероятность того, что значительная часть или даже вся темная материя не является новой формой материи, а состоит из первичных черных дыр (ПЧД), активно обсуждается [1–7]. Гипотеза о существовании ПЧД подтверждается растущим количеством прямых и косвенных наблюдений черных дыр с массами, выходящими за пределы астрофизического диапазона, возникновение которых не описывается моделями звездного коллапса. В частности, огромные массы черных дыр, обнаруженных в центрах галактик, позволяют выдвинуть гипотезу о том, что галактики образовались вокруг уже существовавших черных дыр [8].

Черная дыра называется первичной, если она образовалась до эпохи доминирования материи. Наиболее популярный механизм образования

* E-mail: pozdeeva@www-hep.sinp.msu.ru

** E-mail: svernov@theory.sinp.msu.ru

ПЧД предполагает существование избыточных плотностей, превышающих некоторое критическое значение и возникающих в процессе инфляции. Эти избыточные плотности могут образовывать ПЧД в эпоху доминирования радиации [9]. Подобные сценарии не реализуются в режиме медленного скатывания, поэтому условия медленного скатывания должны быть нарушены в моделях, которые объединяют инфляцию и формирование ПЧД. В инфляционных моделях с одним минимально связанным скалярным полем два параметра медленного скатывания должны быть меньше единицы в режиме медленного скатывания. Когда первый параметр становится равным единице, инфляция как ускоренное расширение Вселенной прекращается, поэтому во время инфляции только второй параметр медленного скатывания может быть больше единицы. В инфляционных моделях с одним полем формирование ПЧД соответствует стадии сверхмедленной инфляции [10, 11].

Во многих двухполевых моделях одно скалярное поле играет роль инфлатона в начале инфляции, а другое поле играет ту же роль в конце. Исследования таких инфляционных моделей с двумя стадиями инфляции показывают, что возмущения плотности в момент, соответствующий переходу между этими двумя инфляционными стадиями, могут быть настолько велики, что приводят к образованию черных дыр [3, 12–18].

Модели индуцированной гравитации являются естественным обобщением общей теории относительности, в котором учитываются квантовые эффекты, приводящие к неминимальной связи между скалярным полем и скаляром Риччи [19–22]. В контексте образования ПЧД модели индуцированной гравитации с одним полем изучаются в [10, 23].

В этой статье мы предлагаем двухполевую инфляционную модель с членом индуцированной гравитации. С помощью конформного преобразования метрики мы получаем киральную космологическую модель [24–29] (ККМ) с двумя скалярными полями. Мы анализируем поведение скалярных полей во время инфляции с помощью численных расчетов и демонстрируем, что построенная инфляционная модель не противоречит данным наблюдений и подходит для формирования ПЧД. Оценка масс ПЧД показывает, что ПЧД могут рассматриваться как кандидаты в темную материю.

1. МОДЕЛИ ИНДУЦИРОВАННОЙ ГРАВИТАЦИИ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ККМ

Рассмотрим модель индуцированной гравитации с двумя скалярными полями, описываемую следующим действием:

$$S = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[\frac{\xi}{2} \sigma^2 \tilde{R} - \frac{1}{2} \tilde{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \sigma \partial_\nu \sigma - \frac{1}{2} \tilde{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \chi \partial_\nu \chi - \tilde{V}(\sigma, \chi) \right], \quad (1)$$

где ξ — положительная константа; потенциал \tilde{V} — дифференцируемая функция.

Используя конформное преобразование метрики

$$g_{\mu\nu} = \frac{\xi\sigma^2}{M_{\text{Pl}}^2} \tilde{g}_{\mu\nu},$$

где M_{Pl} — масса Планка, мы получаем действие двухполевой ККМ:

$$S_E = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{M_{\text{Pl}}^2}{2} R - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{y}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \chi \partial_\nu \chi - V_E \right], \quad (2)$$

где

$$\phi = M_{\text{Pl}} \sqrt{6 + \frac{1}{\xi}} \ln \left(\frac{\sigma}{M_{\text{Pl}}} \right), \quad (3)$$

$$y = \frac{M_{\text{Pl}}^2}{\xi\sigma^2} = \frac{1}{\xi} \exp \left(-2 \sqrt{\frac{\xi}{6\xi + 1}} \frac{\phi}{M_{\text{Pl}}} \right), \quad (4)$$

и потенциал

$$V_E = y^2(\phi) \tilde{V}(\sigma(\phi), \chi). \quad (5)$$

2. УРАВНЕНИЯ ЭВОЛЮЦИИ ВО ФРЕЙМЕ ЭЙНШТЕЙНА

В пространственно-плоской метрике Фридмана–Леметра–Робертсона–Уокера с интервалом $ds^2 = -dt^2 + a^2(t) (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2)$ уравнения эволюции имеют следующий вид [26]:

$$H^2 = \frac{1}{6M_{\text{Pl}}^2} (X^2 + 2V_E), \quad \dot{H} = -\frac{X^2}{2M_{\text{Pl}}^2}, \quad (6)$$

где точки обозначают производные по времени, $X \equiv \sqrt{\dot{\phi}^2 + y\xi^2}$, а параметр Хаббла $H(t)$ является логарифмической производной масштабной функции: $H = \dot{a}/a$.

Уравнения полей имеют следующий вид:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{1}{2} \frac{dy}{d\phi} \xi^2 + \frac{\partial V_E}{\partial \phi} = 0, \quad (7)$$

$$\ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} + \frac{1}{y} \frac{dy}{d\phi} \dot{\chi}\dot{\phi} + \frac{1}{y} \frac{\partial V_E}{\partial \chi} = 0. \quad (8)$$

Удобно рассмотреть число е-фолдингов $N = \ln(a/a_e)$, где a_e — константа, как независимую переменную во время инфляции. Используя

соотношение $d/dt = H d/dN$, можно записать уравнения (6) как

$$H^2 = \frac{2V_E}{6M_{\text{Pl}}^2 - \phi'^2 - y\chi'^2}, \quad (9)$$

$$H' = -\frac{H}{2M_{\text{Pl}}^2} [\phi'^2 + y\chi'^2], \quad (10)$$

где производные по N обозначены штрихами.

Стандартные параметры медленного скатывания ϵ_1 и ϵ_2 суть

$$\epsilon_1 = -\frac{H'}{H} = \frac{1}{2M_{\text{Pl}}^2} [\phi'^2 + y\chi'^2], \quad (11)$$

$$\epsilon_2 = \frac{\epsilon_1'}{\epsilon_1} = 2\epsilon_1 + \frac{1}{HX^2} \frac{dX}{dt}. \quad (12)$$

Используя уравнения (9) и (10), мы исключаем H^2 и H' из полевых уравнений и получаем следующую систему:

$$\begin{aligned} \phi'' &= (\epsilon_1 - 3)\phi' + \frac{1}{2} \frac{dy}{d\phi} \chi'^2 - \frac{6M_{\text{Pl}}^2 - y\chi'^2 - \phi'^2}{2V_E} \frac{\partial V_E}{\partial \phi}, \\ \chi'' &= (\epsilon_1 - 3)\chi' - \frac{1}{y} \frac{dy}{d\phi} \chi' \phi' - \frac{6M_{\text{Pl}}^2 - \phi'^2 - y\chi'^2}{2yV_E} \frac{\partial V_E}{\partial \chi}. \end{aligned} \quad (13)$$

3. МОДЕЛЬ ИНФЛЯЦИИ

Рассмотрим следующий потенциал:

$$\tilde{V}(\sigma, \chi) = \lambda \sigma^4 \left(F_1(\chi) + F_2(\chi) \exp \left[\gamma [\ln(\sigma/M_{\text{Pl}})]^{2\alpha} \right] \right), \quad (14)$$

где

$$F_1(\chi) = \left(1 - \frac{\chi^2}{\chi_0^2} \right)^2 - d \frac{\chi}{\chi_0}, \quad F_2(\chi) = \frac{c_2 \chi^2}{\chi_0^2} + c_0, \quad (15)$$

α , γ , λ , χ_0 , c_0 , c_2 и d — константы. Отметим, что потенциал \tilde{V} действителен даже при $\ln(\sigma/M_{\text{Pl}}) < 0$ и нецелом α .

Во фрейме Эйнштейна получаем

$$V_E(\phi, \chi) = V_0 \left(F_1(\chi) + F_2(\chi) \exp \left[\beta \left(\frac{\phi^2}{M_{\text{Pl}}^2} \right)^\alpha \right] \right), \quad (16)$$

где

$$V_0 = \frac{\lambda M_{\text{Pl}}^4}{\xi^2}, \quad \beta = \gamma \left(\frac{\xi}{1 + 6\xi} \right)^\alpha. \quad (17)$$

Отметим, что параметры медленного скатывания ϵ_1 и ϵ_2 не зависят от V_0 . Поэтому инфляционные параметры: спектральный индекс и отношение квадратов амплитуд тензорных и скалярных возмущений

$$n_s = 1 - 2\epsilon_1 - \epsilon_2 \quad \text{и} \quad r \approx 16\epsilon_1 \quad (18)$$

также не зависят от V_0 . Этот параметр выбирается так, чтобы получить наблюдаемое значение квадрата амплитуды скалярных возмущений

$$A_s = \frac{2H^2}{\pi^2 M_{\text{Pl}}^2 r}. \quad (19)$$

4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ЭВОЛЮЦИИ

Для анализа эволюции скалярных полей во время инфляции и получения значений инфляционных параметров n_s , r и A_s мы решаем систему (13) численно. Определяем число е-фолдингов N так, что $N = 0$ соответствует моменту вычисления инфляционных параметров.

Отметим, что $\phi = 0$ соответствует $\sigma = 1$, поэтому при $\xi = 1$ исходная модель индуцированной гравитации становится близкой к общей теории относительности во время второго этапа инфляции. По этой причине мы фиксируем $\xi = 1$. Отметим, что из формулы (17) следует, что условие $\xi = 1$ не ограничивает произвол выбора потенциала $V_E(\phi, \chi)$. Параметр V_0 фиксируется условием $A_s = 2,10 \cdot 10^{-9}$ при $N = 0$.

Для значений параметров модели

$$\begin{aligned} V_0 &= 10^{-10} M_{\text{Pl}}^4, & \alpha &= -0,37, & \beta &= -1,8, \\ \chi_0 &= 3,5 M_{\text{Pl}}, & c_0 &= 12, & c_2 &= 147, & d &= 10^{-3} \end{aligned} \quad (20)$$

мы получаем инфляционные параметры

$$n_s = 0,9622, \quad r = 0,0266, \quad A_s = 2,10 \cdot 10^{-9}, \quad (21)$$

значения которых согласуются с данными наблюдений [30]:

$$n_s = 0,9649 \pm 0,0048, \quad r < 0,028, \quad A_s = (2,10 \pm 0,03) \cdot 10^{-9}. \quad (22)$$

На рис. 1 видно, что поле ϕ играет роль инфлатона в начале инфляции ($0 < N < N_* \approx 37$). После ϕ стремится к нулю, а χ начинает увеличиваться. Итак, инфляция делится на два этапа. На первом этапе $N \in (0, N_*)$ поле ϕ изменяется, стремясь к нулю, а поле χ почти равно нулю. На втором этапе $N \in (N_*, N_{\text{tot}})$ поле ϕ остается очень маленьким, а поле χ увеличивается. Эволюция Вселенной в начале обеих стадий инфляции является квази-де ситтеровской (см. рис. 1, а).

Параметр медленного скатывания $\epsilon_1 < 1$ во время инфляции. В режиме медленного скатывания $\epsilon_2 < 1$ также. На рис. 2 можно увидеть, что режим медленного скатывания нарушается на интервале $37 < N < 41$. Когда первая стадия инфляции заканчивается, в спектре мощности

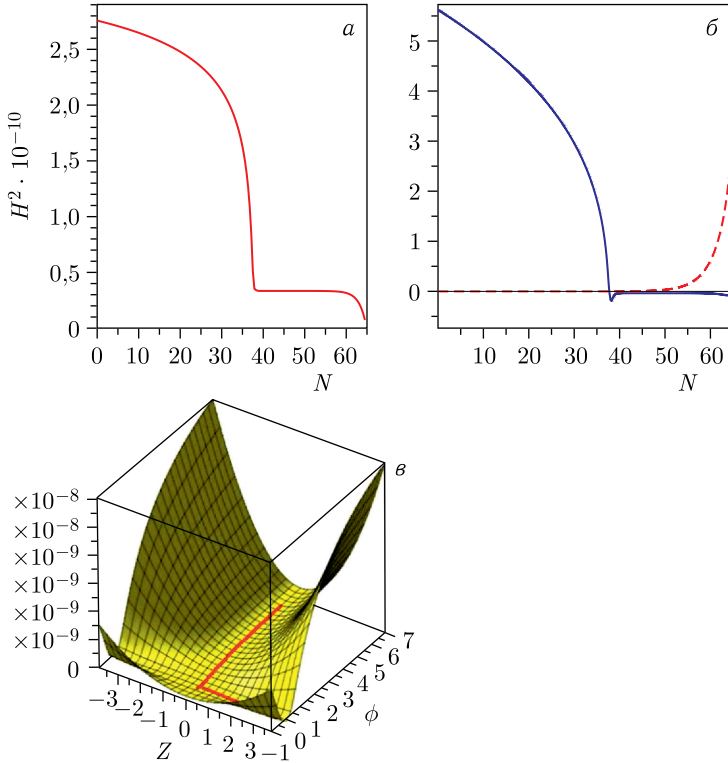


Рис. 1. Поведение $H^2(N)$ (а) и скалярных полей ϕ (сплошная кривая) и ξ (штриховая кривая) во время инфляции (б). Значения параметров модели приведены в (20). Потенциал $V(\phi, \xi)$ и траектория показаны на рис. в. Параметр Хаббла и поля — в единицах M_{Pl}

скалярных возмущений появляются достаточно большие пики, которые приводят к возможному формированию ПЧД после инфляции.

Следуя [28], мы оцениваем значение N_* соотношением

$$2\epsilon_1(N_*) - \frac{\epsilon_2(N_*)}{2} \simeq 3. \tag{23}$$

Мы предполагаем, что вторая стадия инфляции, приводящая к возможному образованию ПЧД, начинается в точке N_* . Чтобы получить продолжительность инфляции N_{tot} , мы используем выражение $\epsilon_1(N_{tot}) = 1$.

Заданный формулой (20) выбор параметров рассматриваемого инфляционного сценария не является единственно возможным. В табл. 1 приведены примеры выбора других значений параметров и показана за-

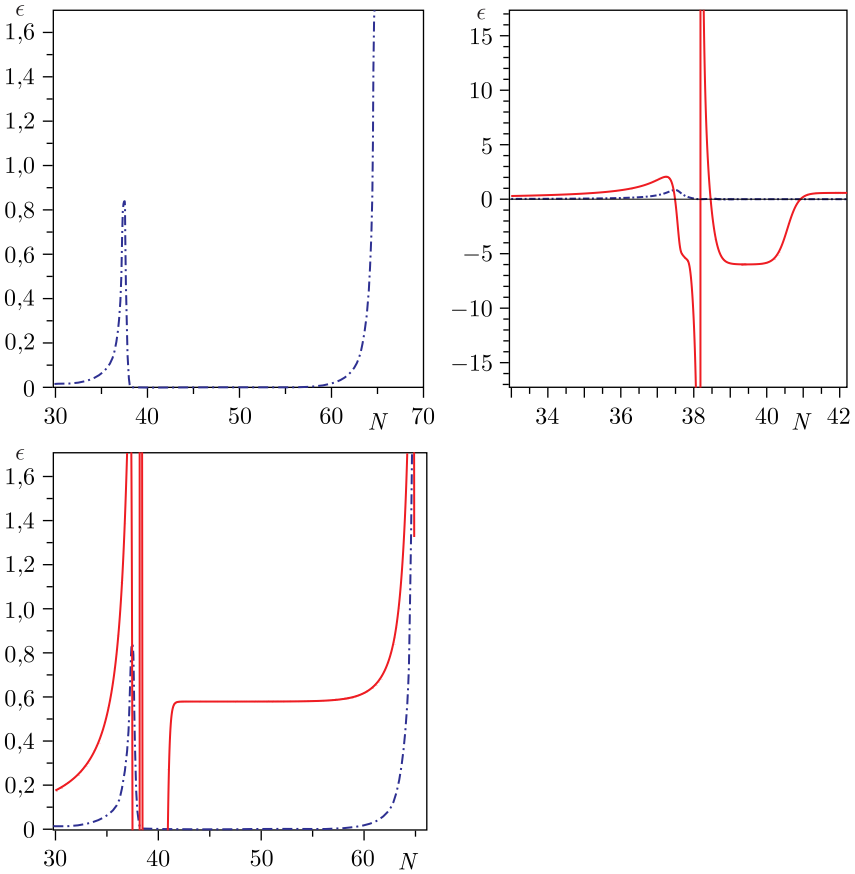


Рис. 2. Поведение параметров медленного скатывания ϵ_1 (штрихпунктирная кривая) и ϵ_2 (сплошная кривая) во время инфляции. Значения параметров модели приведены в (20)

висимость инфляционных параметров, продолжительности первого этапа инфляции N_* и полной продолжительности инфляции N_{tot} от параметров модели α и β . Легко видеть, что модель не противоречит наблюдательным данным при $\beta = -0,2$ и $\beta = -0,18$, а при $\beta = -0,15$ и выбранных значениях параметра α и других параметров модель уже не годится. Значение поля ϕ_0 выбрано так, что $A_s(\phi_0) = 2,1 \cdot 10^{-9}$.

Параметр d не влияет на значения инфляционных параметров, но влияет на продолжительность инфляций, а именно на продолжительность второго этапа. Существует предположение [12], что масса ПЧД связана с продолжительностью второй стадии инфляции. Формула для расчета

Таблица 1. Зависимость инфляционных параметров, продолжительности первого этапа инфляции N_* и полной продолжительности инфляции N_{tot} от параметров модели α и β . Другие параметры модели выбраны следующим образом: $V_0 = 10^{-10} M_{\text{Pl}}^4$, $\chi_0 = 3,5 M_{\text{Pl}}$, $c_0 = 12$, $c_2 = 147$, $d = 0,003$

α	β	ϕ_0/M_{Pl}	n_s	r	N_*	N_{tot}
-0,040	-2	5,867	0,962	0,027	38,2	61,9
-0,040	-1,8	5,502	0,959	0,027	35,4	58,9
-0,040	-1,5	4,936	0,954	0,027	31,1	53,5
-0,37	-2	6,008	0,965	0,026	40,8	64,2
-0,37	-1,8	5,623	0,962	0,026	37,6	60,7
-0,37	-1,5	5,018	0,957	0,028	32,8	54,9
-0,35	-2	6,104	0,967	0,025	42,7	65,4
-0,35	-1,8	5,701	0,964	0,026	39,2	61,9
-0,35	-1,5	5,072	0,959	0,027	34,1	56,2

массы ПЧД предложена в статье [12] (смотрите также статью [31]):

$$M_{\text{PBH}} \approx \frac{M_{\text{Pl}}^2}{H(N_*)} \exp \left(2(N_{\text{tot}} - N_*) + \int_{t_*}^{t_{\text{tot}}} \epsilon_1(t) H(t) dt \right). \quad (24)$$

Подставляем $\epsilon_1 H = -(d \ln(H))/(dt)$ в уравнение (24) и получаем

$$M_{\text{PBH}} \approx \frac{M_{\text{Pl}}^2}{H(N_{\text{tot}})} \exp(2(N_{\text{tot}} - N_*)). \quad (25)$$

Современная оценка области масс ПЧД, рассматриваемых как кандидаты в темную материю, составляет $10^{-17} M_{\odot} \leq M_{\text{PBH}} \leq 10^{-12} M_{\odot}$ (см. работу [9] и ссылки в ней), M_{\odot} — масса Солнца. Как показано в табл. 2, предложенная модель с $0,002 \leq d \leq 0,01$ позволяет воспроизвести массы ПЧД из этого интервала.

Таблица 2. Зависимость продолжительности инфляции N_{tot} и массы ПЧД M_{PBH} от параметра модели d . Другие параметры модели указаны в (20). Начало второго этапа инфляции наступает при $N_* = 37,6$ независимо от d

d	N_{tot}	$N_{\text{tot}} - N_*$	$M_{\text{PBH}}/M_{\text{Pl}}$	M_{PBH}/M_{\odot}	M_{PBH}/g
0,001	64,5	26,9	$8,57 \cdot 10^{28}$	$1,87 \cdot 10^{-10}$	$3,76 \cdot 10^{23}$
0,002	62,1	24,5	$7,07 \cdot 10^{26}$	$1,54 \cdot 10^{-12}$	$3,10 \cdot 10^{21}$
0,003	60,7	23,1	$4,31 \cdot 10^{25}$	$9,40 \cdot 10^{-14}$	$1,89 \cdot 10^{20}$
0,007	57,7	20,1	$1,18 \cdot 10^{23}$	$2,57 \cdot 10^{-16}$	$5,18 \cdot 10^{17}$
0,010	56,5	18,9	$9,92 \cdot 10^{21}$	$2,16 \cdot 10^{-17}$	$4,35 \cdot 10^{16}$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье мы предложили инфляционную модель индуцированной гравитации с двумя скалярными полями. Используя конформное преобразование метрики, мы получаем киральную космологическую модель, которая допускает образование ПЧД после инфляции. Выбор параметров позволяет получить массы черных дыр, подходящие для рассмотрения полученных ПЧД в качестве кандидатов в темную материю.

Отметим, что член индуцированной гравитации возникает в инфляционных моделях, связанных с физикой частиц [20, 21, 32–45]. Вид функций $F_1(\chi)$ и $F_2(\chi)$ является стандартным [16], тогда как выбор зависимости потенциала от σ является новым. Отметим, что выбор потенциала V не обусловлен реальной моделью физики частиц, поэтому данная модель может рассматриваться как игрушечная. Мы надеемся, что предложенная модель будет полезна для построения более реалистичных, основанных на физике элементарных частиц, моделях, объединяющих инфляцию и генерацию ПЧД.

В будущих исследованиях интересно рассмотреть процессы во время и после инфляции как во фрейме Йордана, так и во фрейме Эйнштейна.

Финансирование. Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики, направление № 5 «Физика частиц и космология». Стадия 2023–2025.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dolgov A., Silk J.* Baryon Isocurvature Fluctuations at Small Scales and Baryonic Dark Matter // *Phys. Rev. D.* 1993. V. 47. P. 4244–4255.
2. *Ivanov P., Naselsky P., Novikov I.* Inflation and Primordial Black Holes as Dark Matter // *Phys. Rev. D.* 1994. V. 50. P. 7173–7178.
3. *Garcia-Bellido J., Linde A. D., Wands D.* Density Perturbations and Black Hole Formation in Hybrid Inflation // *Phys. Rev. D.* 1996. V. 54. P. 6040–6058; arXiv:astro-ph/9605094.
4. *Khlopov M. Yu.* Primordial Black Holes // *Res. Astron. Astrophys.* 2010. V. 10. P. 495–528; arXiv:0801.0116 [astro-ph].
5. *Kamenshchik A. Y., Tronconi A., Vardanyan T., Venturi G.* Non-Canonical Inflation and Primordial Black Holes Production // *Phys. Lett. B.* 2019. V. 791. P. 201–205; arXiv:1812.02547.
6. *Green A. M., Kavanagh B. J.* Primordial Black Holes as a Dark Matter Candidate // *J. Phys. G.* 2021. V. 48, No. 4. P. 043001; arXiv:2007.10722.
7. *Carr B., Kuhnel F.* Primordial Black Holes as Dark Matter: Recent Developments // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 2020. V. 70. P. 355–394; arXiv:2006.02838.

8. *Dolgov A. D.* Massive and Supermassive Black Holes in the Contemporary and Early Universe and Problems in Cosmology and Astrophysics // *Usp. Fiz. Nauk.* 2018. V. 188, No. 2. P. 121–142; arXiv:1705.06859.
9. *Özsoy O., Tasinato G.* Inflation and Primordial Black Holes // *Universe.* 2023. V. 9, No. 5. P. 203; arXiv:2301.03600.
10. *Chataignier L., Kamenshchik A. Yu., Tronconi A., Venturi G.* Reconstruction Methods and the Amplification of the Inflationary Spectrum // *Phys. Rev. D.* 2023. V. 107, No. 8. P. 083506; arXiv:2301.04477.
11. *Firouzjahi H., Riotto A.* Primordial Black Holes and Loops in Single-Field Inflation // *JCAP.* 2024. V. 02. P. 021; arXiv:2304.07801.
12. *Pi S., Zhang Y. l., Huang Q. G., Sasaki M.* Sclaron from R^2 -Gravity as a Heavy Field // *JCAP.* 2018. V. 05. P. 042; arXiv:1712.09896.
13. *Gundhi A., Ketov S. V., Steinwachs C. F.* Primordial Black Hole Dark Matter in Dilaton-Extended Two-Field Starobinsky Inflation // *Phys. Rev. D.* 2021. V. 103, No. 8. P. 083518; arXiv:2011.05999.
14. *Braglia M., Hazra D. K., Finelli F., Smoot G. F., Sriramkumar L., Starobinsky A. A.* Generating PBHs and Small-Scale GWs in Two-Field Models of Inflation // *JCAP.* 2020. V. 08. P. 001; arXiv:2005.02895.
15. *Ketov S. V.* Multi-Field versus Single-Field in the Supergravity Models of Inflation and Primordial Black Holes // *Universe.* 2021. V. 7, No. 5. P. 115.
16. *Braglia M., Linde A., Kallosh R., Finelli F.* Hybrid α -Attractors, Primordial Black Holes and Gravitational Wave Backgrounds // *JCAP.* 2023. V. 04. P. 033; arXiv:2211.14262.
17. *Cheong D. Y., Kohri K., Park S. C.* The Inflaton That Could: Primordial Black Holes and Second Order Gravitational Waves from Tachyonic Instability Induced in Higgs- R^2 Inflation // *JCAP.* 2022. V. 10. P. 015; arXiv:2205.14813.
18. *Kawai S., Kim J.* Primordial Black Holes and Gravitational Waves from Nonminimally Coupled Supergravity Inflation // *Phys. Rev. D.* 2023. V. 107, No. 4. P. 043523; arXiv:2209.15343.
19. *Elizalde E., Odintsov S. D.* Renormalization Group Improved Effective Lagrangian for Interacting Theories in Curved Space-Time // *Phys. Lett. B.* 1994. V. 321. P. 199–204; arXiv:hep-th/9311087.
20. *Elizalde E., Odintsov S. D., Pozdeeva E. O., Vernov S. Yu.* Cosmological Attractor Inflation from the RG-Improved Higgs Sector of Finite Gauge Theory // *JCAP.* 2016. V. 02. P. 025; arXiv:1509.08817.
21. *Tronconi A.* Asymptotically Safe Non-Minimal Inflation // *JCAP.* 2017. V. 07. P. 015; arXiv:1704.05312.
22. *Kamenshchik A. Yu., Tronconi A., Venturi G.* Induced Gravity and Quantum Cosmology // *Phys. Rev. D.* 2019. V. 100, No. 2. P. 023521; arXiv:1905.02454.
23. *Kamenshchik A. Y., Pozdeeva E. O., Tribolet A., Tronconi A., Venturi G., Vernov S. Yu.* The Superpotential Method and the Amplification of Inflationary Perturbations. arXiv:2406.19762. 2024.
24. *Chervon S. V.* On the Chiral Model of Cosmological Inflation // *Russ. Phys. J.* 1995. V. 38. P. 539–543.
25. *Karananas G. K., Rubio J.* On the Geometrical Interpretation of Scale-Invariant Models of Inflation // *Phys. Lett. B.* 2016. V. 761. P. 223–228; arXiv:1606.08848.

26. *Chervon S. V., Fomin I. V., Pozdeeva E. O., Sami M., Vernov S. Yu.* Superpotential Method for Chiral Cosmological Models Connected with Modified Gravity // *Phys. Rev. D.* 2019. V. 100, No. 6. P. 063522; arXiv:1904.11264.
27. *Fomin I., Chervon S.* Exact and Slow-Roll Solutions for Exponential Power-Law Inflation Connected with Modified Gravity and Observational Constraints // *Universe.* 2020. V. 6, No. 11. P. 199.
28. *Geller S. R., Qin W., McDonough E., Kaiser D. I.* Primordial Black Holes from Multifield Inflation with Nonminimal Couplings // *Phys. Rev. D.* 2022. V. 106, No. 6. P. 063535; arXiv:2205.04471.
29. *Pozdeeva E. O., Vernov S. Yu.* Construction of Chiral Cosmological Models Unifying Inflation and Primordial Black Hole Formation // *Space, Time and Fundamental Interactions.* 2024. V. 1, No. 46. P. 90–94; arXiv:2401.12040.
30. *Galloni G., Bartolo N., Matarrese S., Migliaccio M., Ricciardone A., Vittorio N.* Updated Constraints on Amplitude and Tilt of the Tensor Primordial Spectrum // *JCAP.* 2023. V. 04. P. 062; arXiv:2208.00188.
31. *Saburov S., Ketov S. V.* Improved Model of Primordial Black Hole Formation after Starobinsky Inflation // *Universe.* 2023. V. 9, No. 7. P. 323; arXiv:2306.06597.
32. *Barvinsky A. O., Kamenshchik A. Y.* Quantum Scale of Inflation and Particle Physics of the Early Universe // *Phys. Lett. B.* 1994. V. 332. P. 270–276; arXiv:gr-qc/9404062.
33. *Cervantes-Cota J. L., Dehnen H.* Induced Gravity Inflation in the Standard Model of Particle Physics // *Nucl. Phys. B.* 1995. V. 442. P. 391–412; arXiv:astro-ph/9505069.
34. *Dvali G. R.* Natural Inflation in SUSY and Gauge Mediated Curvature of the Flat Directions // *Phys. Lett. B.* 1996. V. 387. P. 471–477; arXiv:hep-ph/9605445.
35. *Bezrukov F. L., Shaposhnikov M.* The Standard Model Higgs Boson as the Inflaton // *Phys. Lett. B.* 2008. V. 659. P. 703–706; arXiv:0710.3755 [hep-th].
36. *De Simone A., Hertzberg M. P., Wilczek F.* Running Inflation in the Standard Model // *Phys. Lett. B.* 2009. V. 678. P. 1–8; arXiv:0812.4946 [hep-ph].
37. *Barvinsky A. O., Kamenshchik A. Yu., Starobinsky A. A.* Inflation Scenario via the Standard Model Higgs Boson and LHC // *JCAP.* 2008. V. 11. P. 021; arXiv:0809.2104 [hep-ph].
38. *Barvinsky A. O., Kamenshchik A. Yu., Kiefer C., Starobinsky A. A., Steinwachs C. F.* Higgs Boson, Renormalization Group, and Naturalness in Cosmology // *Eur. Phys. J. C.* 2012. V. 72. P. 2219; arXiv:0910.1041 [hep-ph].
39. *Ferrara S., Kallosh R., Linde A., Marrani A., Van Proeyen A.* Jordan Frame Supergravity and Inflation in NMSSM // *Phys. Rev. D.* 2010. V. 82. P. 045003; arXiv:1004.0712 [hep-th].
40. *Bezrukov F., Magnin A., Shaposhnikov M., Sibiryakov S.* Higgs Inflation: Consistency and Generalisations // *J. High Energy Phys.* 2011. V. 01. P. 016; arXiv:1008.5157 [hep-ph].
41. *Greenwood R. N., Kaiser D. I., Sfakianakis E. I.* Multifield Dynamics of Higgs Inflation // *Phys. Rev. D.* 2013. V. 87. P. 064021; arXiv:1210.8190 [hep-ph].
42. *Bezrukov F.* The Higgs Field as an Inflaton // *Class. Quant. Grav.* 2013. V. 30. P. 214001; arXiv:1307.0708 [hep-ph].
43. *Elizalde E., Odintsov S. D., Pozdeeva E. O., Vernov S. Yu.* Renormalization-Group Improved Inflationary Scalar Electrodynamics and $SU(5)$ Scenarios

- Confronted with Planck 2013 and BICEP2 Results // *Phys. Rev. D.* 2014. V. 90, No. 8. P. 084001; arXiv:1408.1285 [hep-th].
44. *Pozdeeva E. O., Vernov S. Yu.* Renormalization-Group Improved Inflationary Scenarios // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2017. V. 14, No. 2. P. 386–389; arXiv:1604.02272.
45. *Dubinina M. N., Petrova E. Yu., Pozdeeva E. O., Sumin M. V., Vernov S. Yu.* MSSM-Inspired Multifield Inflation // *J. High Energy Phys.* 2017. V. 12. P. 036; arXiv:1705.09624.