НОВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ПРОСТРАНСТВЕ ЧЕТЫРЕХМЕРНЫХ СКОРОСТЕЙ

А. И. Малахов^{1,2}, А. А. Зайцев^{1,3}, Г. И. Лыкасов¹

¹ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна ² Государственный университет «Дубна», Дубна, Россия ³ Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва

Представлен развитый авторами подход к описанию релятивистских ядерных взаимодействий в пространстве четырехмерных скоростей с использованием метода подобия инклюзивных спектров рожденных адронов в центральной области быстрот. Ранее подход был существенным образом расширен включением кварк-глюонной динамики в рождении адронов в нуклон-нуклонных взаимодействиях в центральной области быстрот. В статье представлены результаты расчетов p_t -спектров пионов и каонов в pp- и ВеВе-столкновениях, которые имеют хорошее согласие с экспериментальными данными. Наш подход также удовлетворительно описывает отношение выходов каонов к выходу пионов в широкой области энергий. Приводятся новые данные по описанию спектров вторичных заряженных каонов в наиболее центральных ArSc-взаимодействиях. Показано, что представленный метод также хорошо работает при вычислении отношений выходов античастиц к выходу частиц в pp- и AA-взаимодействиях.

The article demonstrates the approach developed by the authors to describe relativistic nuclear interactions in the space of four-dimensional velocities using the similarity method of inclusive spectra of hadron production in the central rapidity region. Previously this approach was significantly improved by including the quark–gluon dynamics for the hadron generation in nucleon–nucleon interactions at the central rapidity region. The article presents the calculation results of p_t spectra of pions and kaons in pp and BeBe collisions, which are in good agreement with experimental data. Our approach also satisfactorily describes the ratio of kaon yields to pion yields in a wide energy range. The article gives the new data describing the spectra of secondary charged kaons in the most central ArSc interactions. It is shown that the presented method also works well when calculating the ratio of antiparticle yields to particle yields in the pp and AA interactions.

PACS: 24.10.Jv; 25.75.Dw; 25.40.Ep

введение

Обсуждаемый в данном обзоре подход позволил описать большой ряд физических закономерностей при исследовании столкновений релятивистских ядер в пространстве четырехмерных скоростей. В частности, были получены удовлетворительные описания инклюзивных спектров рождения заряженных пионов и каонов в pp- [1] и в центральных столкновениях BeBe [2] и, недавно, для ArSc [3] в рамках модифицированного подхода BMLZ (Baldin-Malakhov-Lykasov-Zaitsev). В этом аспекте получена энергетическая зависимость отношения сечений рождения пионов к каонам в широкой области энергий [2, 3]. Также была вычислена функциональная зависимость выхода античастиц и частиц, рожденных в pp- и AA-столкновениях, от \sqrt{s} [4]. Описание подхода и его модификация, а также применение данного подхода при описании реальных физических данных представлены далее.



Рис. 1. Схема взаимодействия ядра I с ядром II: $P_{\rm I}$ и $P_{\rm II}$ — четырехмерные импульсы ядра I и ядра II на нуклон; m_0 — масса нуклона; p_1 — четырехмерный импульс инклюзивной частицы с массой m_1 ; $u_{\rm I}$, $u_{\rm II}$, u_1 — четырехмерные скорости ядер I, II и частицы 1 соответственно

Для взаимодействия двух ядер I и II (рис. 1)

$$I + II \to 1 + \dots \tag{1}$$

можно написать закон сохранения четырехмерного импульса:

$$(N_{\rm I}P_{\rm I} + N_{\rm II}P_{\rm II} - p_1)^2 = (N_{\rm I}m_0 + N_{\rm II}m_0 + M)^2,$$
(2)

где $N_{\rm I}$ и $N_{\rm II}$ — доли переданных четырехмерных импульсов нуклонов ядер I и II; M — масса частицы, обеспечивающей сохранение квантовых чисел.

Для антиядер и K^- -мезонов $M = m_1$, для ядерных фрагментов $M = -m_1$. Для K^+ -мезонов $M = m_\Lambda - m_0$. Для частиц, рожденных без сопровождающих античастиц (π -мезоны), M = 0.

1494 МАЛАХОВ А.И., ЗАЙЦЕВ А.А., ЛЫКАСОВ Г.И.

В работах [5, 6] был введен параметр подобия, который в нашем случае записывается как

$$\Pi = \min \frac{1}{2} \sqrt{(u_{\rm I} N_{\rm I} + u_{\rm II} N_{\rm II})^2} \,. \tag{3}$$

Для большого количества экспериментальных данных [6] инвариантные дифференциальные сечения релятивистских ядерных взаимодействий хорошо описываются с помощью этого параметра подобия следующим образом:

$$E\frac{d^3\sigma}{dp^3} = C_1 A_{\mathrm{I}}^{\alpha(N_{\mathrm{I}})} A_{\mathrm{II}}^{\alpha(N_{\mathrm{II}})} \exp\left(-\frac{\Pi}{C_2}\right),\tag{4}$$

где $\alpha(N_{\rm I}) = (1/3) + (N_{\rm I}/3), \quad \alpha(N_{\rm II}) = (1/3) + (N_{\rm II}/3), \quad C_1 = 1,9 \times \times 10^4 \text{ мб} \cdot \text{ ГэB}^{-2} \cdot \text{c}^3 \text{ и } C_2 = 0,125 \pm 0,002.$

В работе [7] было получено аналитическое решение (уравнения Балдина-Малахова) для параметра подобия в центральной области быстрот *у* частицы 1 (*y* = 0):

$$\Pi = N \cosh Y,\tag{5}$$

где в этом случае $N_{\rm I} = N_{\rm II} = N, Y$ — быстрота сталкивающихся ядер,

$$N = \left[1 + \left(1 + \sqrt{1 + \frac{\Phi_M}{\Phi^2}}\right)\right]\Phi,\tag{6}$$

где

$$\Phi = \frac{(m_{1t}\cosh Y + M)}{2m_0 \sinh^2 Y},\tag{7}$$

$$\Phi_M = \frac{M^2 - m_1^2}{4m_0^2 \sinh^2 Y},\tag{8}$$

$$m_{1t} = \sqrt{m_1^2 + p_t^2} \,, \tag{9}$$

*p*_t — поперечный импульс частицы 1.

Уравнение (5) позволило получить достаточно много интересных результатов при взаимодействии релятивистских ядер в области центральных быстрот в широкой области энергий. В частности, удовлетворительно описаны:

- спектры вторичных частиц в зависимости от *p*_t;

- энергетическая зависимость параметра наклона спектров;

— зависимости отношения выходов каонов к выходам пионов от энергии;

- отношения выходов античастиц к выходам частиц;

- зависимость потери быстроты dY от значения быстроты Y.

Далее мы более подробно опишем эти результаты.

ОПИСАНИЕ СПЕКТРОВ ВТОРИЧНЫХ ЧАСТИЦ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ p_t

В работе [8] с помощью релятивистски-инвариантных переменных s, m_t и зависимости $\cosh Y = \sqrt{s}/2m_0$ представлено следующее выражение для П:

$$\Pi = \left(\frac{m_{1t}}{2m_0\delta} + \frac{M}{\sqrt{s}\,\delta}\right) \left(1 + \sqrt{1 + \frac{M^2 - m_1^2}{m_{1t}^2}\delta}\right),\tag{10}$$

где $\delta = 1 - 4m_0^2/s$.

Для π -мезонов при $p_t^2 \gg m_1^2$ выражение для параметра Π имеет более простой вид:

$$\Pi = \frac{m_{1t}}{m_0 \left(1 - \frac{4m_0^2}{s}\right)}.$$
(11)

В работе [9], чтобы удовлетворительно описать инклюзивные спектры заряженных частиц в pp-столкновениях при высоких энергиях в центральной области быстрот (y = 0) и небольших поперечных импульсах, помимо кварковых вкладов учитывался вклад непертурбативных глюонов, рожденных во время взаимодействия. Инвариантное дифференциальное сечение было представлено в следующем виде:

$$E\frac{d^{3}\sigma}{dp^{3}} = \frac{1}{\pi}\frac{d^{3}\sigma}{dm_{1t}^{2}dy} = \left[\varphi_{q}\left(y,p_{t}\right) + \varphi_{g}\left(y,p_{t}\right)\left(1 - \frac{\sigma_{\mathrm{nd}}}{g\left(\frac{s}{s_{0}}\right)^{\Delta}}\right)\right]g\left(\frac{s}{s_{0}}\right)^{\Delta},\tag{12}$$

где $\sigma_{\rm nd}$ — недифракционное pp-сечение; g = 21 мб — константа, которая вычисляется в квазиэйкональном приближении; $s_0 = 1 \ \Gamma \ni B^2$; $\Delta = [\alpha_p(0) - 1] \sim 0.08, \ \alpha_p(0)$ — субкритический померонный интерсепт. В качестве функций $\varphi_q(y, p_t)$ и $\varphi_g(y, p_t)$ было предожено использо-

вать функции, зависящие от параметра подобия Π [8]:

$$\varphi_q \left(y = 0, \Pi \right) = A_q \exp\left(-\frac{\Pi(p_t)}{C_q}\right),$$
(13)

$$\varphi_g \left(y = 0, \Pi \right) = A_g \sqrt{m_{1t}} \exp\left(-\frac{\Pi(p_t)}{C_g}\right),\tag{14}$$

где $A_q = 3,68$ ГэВ $^{-2}$, $C_q = 0,147$, $A_g = 1,7249$ ГэВ $^{-2}$, $C_g = 0,289$.

Дальнейшее развитие кварк-глюонного подхода к описанию pp-взаимодействий с рождением адронов в мягкой кинематической области, т. е. при y = 0 и их малых поперечных импульсах, было предложено в [10–12], где демонстрируется прямая связь мягкого рождения адронов в pp-столкновениях с процессами глубоконеупругого ep-рассеяния (DIS).



В итоге было получено хорошее описание спектров вторичных пионов в центральной области быстрот в *pp*- (рис. 2) и *AA*-столкновениях (AuAu, PbPb) (рис. 3).



Рис. 2. Результаты вычислений инклюзивного сечения рождения пионов в pp-столкновениях как функции поперечной массы при $\sqrt{s} = 7,75$ ГэВ в сравнении с данными эксперимента NA61/SHINE [8]



Рис. 3. Результаты наших вычислений пионных p_t -спектров в AuAu- и PbPbстолкновениях в центральной области быстрот в сравнении с данными экспериментов STAR и ALICE [8]

Хорошо описываются также спектры вторичных каонов в AA-столкновениях. На рис.4 представлены расчетные p_t -спектры K^+ -мезонов в BeBe-столкновениях при энергиях от 30 до 150 ГэВ/нуклон [2]. Недавно был выполнен расчет p_t -спектров для K-мезонов для ArSc-взаимодействий (рис. 5, 6) [3]. Видно хорошее соответствие экспериментальным



Рис. 4. Выходы K^+ -мезонов, рожденных в центральных взаимодействиях BeBe, в зависимости от p_t [2]



Рис. 5. Выход
ы K^+- мезонов, рожденных в центральных взаимодействиях ArSc, в зависимости о
т $p_t\ [3]$

1498 МАЛАХОВ А.И., ЗАЙЦЕВ А.А., ЛЫКАСОВ Г.И.



Рис. 6. Выходы K^- -мезонов, рожденных в центральных взаимодействиях ArSc, в зависимости от p_t [3]

данным коллаборации NA61/SHINE [3]. Детальную информацию по фитированию спектров можно найти в наших работах [2, 3].

ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМЕТРА НАКЛОНА ОТ ЭНЕРГИИ

Обычно инвариантное сечение в зависимости от параметра наклона *Т* представляют следующим образом:

$$\frac{d^3\sigma}{dp^3} \sim \exp\left(-\frac{m_t}{T}\right).$$

Часто параметр T берут как константу. В нашем подходе параметр для вторичных π -мезонов T автоматически зависит от энергии, поскольку можно написать, используя соотношение (11), следующее выражение:

$$\frac{d^3\sigma}{dp^3} \sim \exp\left(-\frac{\Pi}{C_2}\right) = \exp\left[-\frac{m_{1t}}{m_0\left(1 - \frac{4m_0^2}{s}\right)}\frac{1}{C_2}\right].$$
 (15)

Таким образом, для *п*-мезонов получаем

$$T = C_2 m_0 \left(1 - \frac{4m_0^2}{s} \right).$$
 (16)

На рис. 7 приведено сравнение энергетической зависимости параметра наклона *T*, вычисленного по формуле (16), с экспериментальными дан-





Рис. 7. Зависимость параметра наклона инвариантного сечения T для π -мезонов от энергии [13]

ными. Можно видеть хорошее описание данных в широком диапазоне энергий [8, 13].

ОТНОШЕНИЕ ВЫХОДА СТРАННЫХ КАОНОВ К ВЫХОДУ ПИОНОВ

Наш подход позволил вычислить отношения выходов K-мезонов к выходам π -мезонов как для pp-, так и для AA-столкновений в центральной области быстрот. В частности, на рис.8 приведены отношения выходов K^+/π^+ и K^-/π^- в зависимости от \sqrt{s} для pp-столкновений [1], а на рис.9 — для BeBe-взаимодействий [2]. Наша кривая на рисунке обозначена как BMLZ. Видно хорошее согласие с экспериментальными данными.



Рис. 8. Отношения выходов K^+/π^+ и K^-/π^- в зависимости от $\sqrt{s}\,$ для pp-столкновений [1]

1500 МАЛАХОВ А.И., ЗАЙЦЕВ А.А., ЛЫКАСОВ Г.И.



Рис. 9. Отношения выходов K^+/π^+ и K^-/π^- в зависимости от \sqrt{s} для BeBe-столкновений. Приведены расчеты по различным моделям. Наша кривая — BMLZ (Baldin–Malakhov–Lykasov–Zaitsev) удовлетворительно описывает данные

ОТНОШЕНИЯ ВЫХОДОВ АНТИЧАСТИЦ К ВЫХОДАМ ЧАСТИЦ

Поскольку для барионов (ядер и ядерных фрагментов) $M = -m_1$, параметр подобия (5) примет вид

$$\Pi_b = \left(\frac{m_{1t}}{m_0} \cosh Y - \frac{m_1}{m_0}\right) \frac{\cosh Y}{\sinh^2 Y}.$$
(17)

Для антибарионов (антиядер и антиядерных фрагментов), для которых $M = m_1$, получим следующее выражение для параметра подобия:

$$\Pi_a = \left(\frac{m_{1t}}{m_0} \cosh Y + \frac{m_1}{m_0}\right) \frac{\cosh Y}{\sinh^2 Y}.$$
(18)

Для отношения выходов антибарионов к выходам барионов получим выражение

$$R_{ab} = \frac{\int_{0}^{\infty} m_{1t} C_1 A_{\mathrm{I}}^{\alpha(N_{\mathrm{I}})} A_{\mathrm{II}}^{\alpha(N_{\mathrm{II}})} \exp\left(-\frac{\Pi_a}{C_2}\right) dm_{1t}}{\int_{0}^{\infty} m_{1t} C_1 A_{\mathrm{I}}^{\alpha(N_{\mathrm{I}})} A_{\mathrm{II}}^{\alpha(N_{\mathrm{II}})} \exp\left(-\frac{\Pi_b}{C_2}\right) dm_{1t}}.$$
 (19)

После интегрирования выражения (12) получим для симметричных ядер ($A_{\rm I} = A_{\rm II} = A$):

$$R_{ab} = A^{\frac{4}{3}} \frac{m_1}{m_0 \sinh^2 Y} \exp\left(-\frac{2\frac{m_1 \cosh Y}{m_0 \sinh^2 Y}}{C_2}\right).$$
 (20)

Для несимметричных ядер ($A_{\rm I} = A, A_{\rm II} = B$):

$$R_{ab} = (A \cdot B)^{\frac{2}{3}} \frac{m_1}{m_0 \sinh^2 Y} \exp\left(-\frac{2\frac{m_1 \cosh Y}{m_0 \sinh^2 Y}}{C_2}\right).$$
 (21)

На рис. 10 представлено сравнение расчетов отношений выходов антипротонов к выходам протонов по формулам (20), (21) с имеющимися экспериментальными данными во взаимодействиях pp, BeBe, SS, CuCu, AuAu и PbPb [4]. Константа $C_2 = 0,146$ одинакова для всех взаимодействий. Видно хорошее описание экспериментальных данных. При вычислениях также был учтен «стоппинг»-эффект, т. е. зависимость потери быстроты dY от ее значения Y (рис. 11).



Рис. 10. Сравнение результатов наших расчетов отношений выходов антипротонов к выходам протонов с экспериментальными данными для различных сталкивающихся ядер с учетом «стоппинг»-эффекта [4]

На рис. 12 представлены результаты наших расчетов в сравнении с экспериментальными данными для отношений выходов антидейтронов к выходам дейтронов и выходов ядер антигелия-3 к выходам ядер гелия-3 с учетом «стоппинг»-эффекта. Константа $C_2 = 0,146$ такая же, как для случая на рис. 10.

1502 МАЛАХОВ А.И., ЗАЙЦЕВ А.А., ЛЫКАСОВ Г.И.



Рис. 11. Зависимость потери быстроты dY от значения быстроты Y. Прямые линии — линейная аппроксимация $dY = p_0 + p_1Y$, p_0 и p_1 — параметры [4]



Рис. 12. Описание отношений выходов антидейтронов к выходам дейтронов и отношений выходов ядер антигелия-3 к выходу ядер гелия-3 [4]

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе использован метод подобия, основанный на предположении о сходстве спектров адронов, образующихся при столкновениях релятивистских ядер с малыми поперечными импульсами в центральной области быстрот. Существенная особенность нашей модификации этого подхода состоит в предложении включить кварк-глюонную динамику рождения адронов в нуклон-нуклонном взаимодействии в центральной области быстрот. Суть этой динамики заключается в учете большого образования глюонов в нуклон-нуклонных, протон-ядерных и ядро-ядерных столкновениях при высоких энергиях, малых x и малых квадратах переданных четырехимпульсов Q^2 . Это приводит к более сложной форме

pt-спектров адронов, образующихся при нуклон-нуклонных взаимодействиях, по сравнению с простой экспоненциальной формой. Кроме того, корректно учитывается асимптотическая редже-зависимость полного и неупругого нуклон-нуклонных сечений. Это приводит к реалистичной энергетической зависимости суммарных p_t -спектров адронов, образующихся при pp- и AA-столкновениях, при небольших значениях p_t в центральной области быстрот. В рамках этого подхода мы проанализировали образование заряженных пионов и каонов при столкновениях pp и BeBe в эксперименте NA61/SHINE в центральной области быстрот. Мы представили самосогласованное удовлетворительное описание данных NA61/SHINE по pt-спектрам каонов в области энергий $5,12 \leqslant \sqrt{s} \leqslant 16,84$ ГэВ. Были вычислены отношения выходов каонов к выходам пионов, которые хорошо соответствуют экспериментальным данным. Были также получены спектры каонов в ArSc-взаимодействиях, которые хорошо описывают экспериментальные данные NA61/SHINE. Поскольку данные для пионов в ArSc-взаимодействии приведены в [14] при y > 0,6 (нецентральная область), мы не вычисляли спектры пионов и отношение выходов К-мезонов к выходам *π*-мезонов для этих взаимодействий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Lykasov G.I., Malakhov A.I., Zaitsev A.A. Ratio of Cross-Sections of Kaons to Pions Produced in pp Collisions as a Function of \sqrt{s} // Eur. Phys. J. A. 2021. V. 57, No. 3. P. 91.
- Lykasov G.I., Malakhov A.I., Zaitsev A.A. Ratio of Kaon-to-Pion Production Cross-Sections in BeBe Collisions as a Function of √s // Eur. Phys. J. A. 2022. V. 58. P. 112.
- 3. Lykasov G.I., Malakhov A.I., Zaitsev A.A. Production of Charged Kaons in ArSc Collisions. arXiv:2402.03260.
- 4. Malakhov A.I., Zaitsev A.A. // JETP. 2022. V.135, No.2. P.209-214.
- Baldin A. M., Malakhov A. I., Sissakian A. N. // Phys. Part. Nucl. 2001. V. 32, No. 7. P. 6–62.
- 6. Baldin A. M., Baldin A. A. // Phys. Part. Nucl. 1998. V. 29, No. 3. P. 232.
- Baldin A. M., Malakhov A. I. Relativistic Multiparticle Processes in the Central Rapidity Region at Asymptotically High Energies // JINR Rapid Commun. 1998. No. 1[87]. P. 5–12.
- Lykasov G.I., Malakhov A.I. Self-Consistent Analysis of Hadron Production in pp and AA Collisions at Mid-Rapidity // Eur. Phys. J. A. 2018. V.54. P.187.
- Bednyakov V.A., Grinyuk A.A., Lykasov G.I., Pogosyan M. Role of Gluons in Soft and Semihard Multiple Hadron Production in pp Collisions at LHC // Intern. J. Mod. Phys. A. 2012. V.27. P. 1250042.
- Grinyuk A. A., Lipatov A.V., Lykasov G.I., Zotov N.P. Transition between Soft Physics at the LHC and Low-x Physics at HERA // Phys. Rev. D. 2013. V.87. P.074017.

1504 МАЛАХОВ А.И., ЗАЙЦЕВ А.А., ЛЫКАСОВ Г.И.

- Lipatov A. V., Lykasov G. I., Malyshev M. V. Toward the Global Fit of the TMD Gluon Density in the Proton from the LHC Data // Phys. Rev. D. 2023. V. 107. P.014022.
- Lipatov A. V., Lykasov G.I., Malyshev M. V. Self-Consistent Description of HERA Data at Low Q2 and Soft Hadron Production at LHC // Phys. Lett. B. 2024. V. 848. P. 138390.
- Artemenkov D., Malakhov A., Lykasov G. Development of the Baldin Approach for the Relativistic Nuclear Interactions // Eur. Phys. J. Web Conf. 2017. V. 138. P.01031.
- 14. Adhikary H. et al. Measurements of π^{\pm} , K^{\pm} , p and \overline{p} Spectra in 40 Ar + 45 Sc Collisions at 13A to 150A GeV/c // Eur. Phys. J. C. 2024. V. 84. P.416.