JOINT INSTITUTE FOR NUCLEAR RESEARCH

PHYSICS OF ELEMENTARY PARTICLES AND ATOMIC NUCLEI

PARTICLES & NUCLEI

SCIENTIFIC REVIEW JOURNAL

Founded in December 1970

VOL. 33

PART 2

Six issues per year

DUBNA 2002

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА

ЭЧАЯ

НАУЧНЫЙ ОБЗОРНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в декабре 1970 года

ТОМ 33

ВЫПУСК 2

Выходит 6 раз в год

ДУБНА 2002

Главный редактор

В. Г. КАДЫШЕВСКИЙ

Редакционная коллегия:

В. Л. АКСЕНОВ
(зам. главного редактора),
П. Н. БОГОЛЮБОВ,
С. К. БРЕШИН,
В. В. БУРОВ
В. В. ВОЛКОВ,
Ц. Д. ВЫЛОВ,
Ю. П. ГАНГРСКИЙ,
П. И. ЗАРУБИН,
И. С. ЗЛАТЕВ,
П. С. ИСАЕВ
(ответственный секретарь),
К. КАУН,
Н. Я. КРОО,
О. Н. КРОХИН,
И. Н. МЕШКОВ,
И. Н. МИХАЙЛОВ,
НГУЕН ВАН ХЬЕУ
(зам. главного редактора),
Ю. Ц. ОГАНЕСЯН,
Ю. П. ПОПОВ,
А. Н. СИСАКЯН,
(зам. главного редактора),
А. Н. ТАВХЕЛИДЗЕ,
А. А. ТЯПКИН,
А. И. ХРЫНКЕВИЧ,
Ч. К. ШИМАНЕ

Зав. редакцией А. Н. Графова,
тел. (09621) 6-26-58;
E-mail: pepan@jinr.ru
FAX +7(09621)6-73-19

ОИЯИ, «Физика элементарных частиц
и атомного ядра», 2002

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2002. Т. 33. ВЫП. 2

УДК 539.12.01

ИССЛЕДОВАНИЕ (n,p)- И (n,α)-РЕАКЦИЙ С ТЕПЛОВЫМИ И РЕЗОНАНСНЫМИ НЕЙТРОНАМИ

Ю. М. Гледенов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

П. Е. Келер

Ок-Риджская национальная лаборатория, Ок-Ридж, Теннесси, США

Рассматриваются вопросы о влиянии результатов измерений сечений реакций $(n,\,\alpha)$ и $(n,\,p)$ и асимметрий на отдельные области фундаментальной и прикладной науки. Например, некоторые из этих сечений являются критическими для понимания многих сценариев нуклеосинтеза во Вселенной. Они используются также при изучении вопросов структуры ядра и фундаментальных симметрий, таких как смешивание изоспина и несохранение пространственной четности. Наконец, сечения этих реакций представляют прикладной интерес, в частности, для реакторного материаловедения. В обзоре описываются типы источников и методы проведения измерений реакций $(n,\,p)$ и $(n,\,\alpha)$ в энергетическом диапазоне тепловых и резонансных нейтронов. Особое внимание уделяется измерениям с радиоактивными относительно короткоживущими образцами и очень маленькими стабильными образцами. Приводятся несколько примеров измерений, представляющих научный интерес, которые демонстрируют используемый метод. В заключение обсуждаются возможные будущие измерения.

We review the impact of the measurement of $(n,\,p)$ and $(n,\,\alpha)$ cross sections and asymmetries on several areas of basic and applied science. For example, some of these cross sections are crucial for a better understanding of many scenarios of nucleosynthesis. They have also been used to study several topics in nuclear structure and fundamental symmetries such as isospin mixing and parity non-conservation. Finally, cross sections for these reactions are of applied interest in areas such as the embrittlement of reactor containment vessels. In this paper we review the types of facilities and techniques used to make $(n,\,p)$ and $(n,\,\alpha)$ measurements in the thermal to resonance energy range. Specifically, we focus on measurements on relatively short-lived radioactive samples, and on very small stable samples. We present several examples of previous measurements to demonstrate both the techniques used and the science learned. We conclude with a discussion of possible future measurements.

ВВЕДЕНИЕ

Измерения сечений реакций $(n,\,p)$ и $(n,\,\alpha)$ и асимметрий представляют интерес для нескольких областей фундаментальной и прикладной науки. Например, некоторые из этих сечений являются определяющими для лучшего

понимания многих сценариев нуклеосинтеза. Интересующие нас области, в которых такие реакции играют заметную роль, включают образование ^{7}Li в стандартных моделях Большого взрыва [1], синтез тяжелых элементов во время Большого взрыва [2, 3], образование редких изотопов во взрывном нуклеосинтезе [4–10]. Эти реакции также важны для понимания s-процесса в синтезе легких ядер и ядер промежуточных масс [11–13] и роли реакции ^{13}C(α, n)^{16}O как источника нейтронов для s-процесса [14–19]. В исследованиях ядерной структуры измерения этого типа были использованы, например, для изучения смешивания изоспина [1], уникальных уровней вблизи порога [1, 4, 20] и применимости различных ядерных моделей [21, 22]. Эти реакции были также использованы для изучения нарушения фундаментальных симметрий в ядрах, например такой, как несохранение четности [23, 24]. Наконец, сечения реакций (n, p) и (n, α) представляют интерес для реакторного материаловедения и нейтронных исследований [22, 25–28]. Способность экспериментаторов провести измерения на очень малых стабильных и радиоактивных относительно короткоживущих образцах в диапазоне энергий нейтронов от тепловых до нескольких сотен кэВ необходима для всех этих областей исследования.

В первом разделе обсуждается экспериментальная техника, используемая для проведения измерений. Далее в разд. 2–4 представлены некоторые примеры проведенных измерений, обсуждаются полученные физические результаты, причем бóльшее внимание уделяется астрофизическим аспектам, так как проблемы ядерных реакций и свойств высоковозбужденных состояний ядер ранее подробно обсуждались в обзоре [22]. В заключении даны выводы с обсуждением возможных будущих измерений.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Существуют три основные проблемы, которые необходимо преодолеть, чтобы провести измерения реакций (n, p) и (n, α) на очень малых стабильных и радиоактивных относительно короткоживущих образцах.

— Во-первых, требуется большой поток нейтронов, чтобы провести измерения на очень малых образцах за разумное время. Возможность же использования очень малых образцов важна потому, что многие образцы доступны только в небольших количествах, а также из-за необходимости минимизации фона благодаря распаду образца.

— Во-вторых, должен быть преодолен потенциально большой пучковый и относящийся собственно к образцу фон. Необходимость уменьшения этого фона может наложить строжайшие требования на коллимацию, защиту, детектор и характеристики образца.

— В-третьих, особенно для радиоактивных образцов, получение достаточного количества материала образца и приготовление подходящей мишени могут потребовать значительных усилий и фактически это может быть ограничивающим фактором в эксперименте.

1.1. Нейтронные источники. В измерениях были использованы разнообразные нейтронные источники, включая «белые» нейтронные источники, тепловые и фильтрованные пучки реакторов, спектрометры по времени замедления в свинце и источники, которые хорошо аппроксимируют энергетическое распределение Максвелла–Больцмана (МБ) при $kT \approx 25$ кэВ.

В настоящее время самый большой (как средний, так и пиковый) поток «белых» нейтронов получен в Лос-аламосском центре нейтронных исследований (Los Alamos Neutron Science Center — LANSCE) [29]. Нейтроны в LANSCE образуются путем расщепления ядер падающим на вольфрамовую мишень пучком протонов с энергией 800 МэВ. Нейтроны, образующиеся в мишени, замедляются в слое воды или жидкого водорода с целью получения их спектра с пиком вблизи тепловой энергии и зависимостью $\sim 1/E$ при высоких энергиях. Измеренный в [30] поток нейтронов при энергии 1 эВ на пролетной базе длиной 7 м и при токе протонов 57 мкА равен $2{,}3 \cdot 10^4$ $(\text{с} \cdot \text{эВ} \cdot \text{см}^2)^{-1}$. Обычно протонный ток был в пределах от 50 до 80 мкА. Используемый энергетический диапазон этого источника — от 10 мэВ до 1 МэВ. Может быть получена и более низкая энергия, если в качестве замедлителя вместо воды использовать жидкий водород. Энергетический диапазон сверху ограничен как падением потока, так и относительно плохим энергетическим разрешением. При энергии нейтронов выше нескольких кэВ разрешение определяется шириной импульса $\tau = 125$ нс после протонного накопительного кольца, от которого протоны приходят на нейтронопроизводящую мишень.

В LANSCE имеется 16 оборудованных нейтронных пучков, два из которых выделены для ядерно-физических исследований, остальные используются для исследований по физике конденсированных сред. На одном из ядерно-физических пучков установлен поляризатор нейтронов, который использовался для изучения симметрий [31]. Измерения реакций (n, p) и (n, α) на этом пучке поляризованных нейтронов не проводились. Благодаря большому потоку, производимому к тому же с достаточно низкой частотой повторения (20 с^{-1}), LANSCE является источником, позволяющим вести измерения в широком диапазоне энергий и для большого круга ядер, включая и короткоживущие радиоактивные. Тем не менее имеются и некоторые недостатки.

— Во-первых, как упомянуто выше, разрешение здесь относительно бедное при более высоких энергиях. Это не очень существенный недостаток для измерений по ядерной астрофизике, где сечения должны быть усреднены по МБ-распределению.

— Во-вторых, многие пучки, предназначенные для исследований конденсированных сред, имеют относительно слабую защиту от высокоэнергетичных нейтронов. В результате для некоторых типов измерений фон может оказаться высоким.

— В-третьих, LANSCE работает на эксперимент только 6–10 недель в году.

— В-четвертых, по причинам радиационной безопасности доступ к большинству экспериментов невозможен, когда пучок протонов на нейтронопроизводящую мишень открыт. Доступ к эксперименту возможен только при всех закрытых пучках, и это время не превышает двух часов в сутки. Эти ограничения создают трудности при постановке новых экспериментов.

Другой тип источников «белых» нейтронов основан на фотонейтронном рождении с участием электронов. Электроны с энергией около 100 МэВ тормозятся до остановки в танталовой или бериллиевой мишени [32, 33]. Излучение от тормозящихся электронов является источником нейтронов благодаря реакции (γ, n) в материале мишени и в воде, используемой для охлаждения мишени. Иногда для сдвига спектра нейтронов в сторону низких энергий используют дополнительный замедлитель из воды или полиэтилена. Главным преимуществом источников с электронным ускорителем по сравнению с источниками типа LANSCE является намного лучшее разрешение благодаря очень короткой (< 2 нс) длительности импульса, они дешевле и более надежны. Главный их недостаток — низкий поток. Другая серьезная проблема таких нейтронных источников — это наличие интенсивной вспышки γ-квантов, которые генерируются в момент соударения электронов с нейтронопроизводящей мишенью. В экспериментах с детектором в пучке для уменьшения фона, связанного с этой γ-вспышкой, необходимо между нейтронопроизводящей мишенью и детектором поместить экран из тяжелого металла (U, Th или Pb) толщиной несколько сантиметров. Для преодоления оставшегося фона от γ-вспышки и линейного ускорителя, а также получения хорошего разрешения, обычно используют пролетные базы длиной 30 м и более. Поэтому типичный поток здесь на несколько порядков меньше, чем у LANSCE, хотя в некоторых случаях это может быть скомпенсировано гораздо лучшим разрешением и большей продолжительностью измерений. Это доступно на таких установках, как электронный линейный ускоритель в Ок-Ридже (Oak Ridge Electron Linear Accelerator — ORELA) [32] и линейный ускоритель в Геле (Geel Linear Accelerator — GELINA) [33]. Детальное сравнение потоков нейтронов, доступных в экспериментах различного рода на установках LANSCE и ORELA, можно найти в [34].

Третий тип нейтронного источника — спектрометр по времени замедления нейтронов в свинце (СВЗ) [35–37] — также использует нейтроны, произведенные импульсным пучком электронов (или протонов и дейтронов), тормозящиеся в вольфрамовой или танталовой мишени. Главное отличие здесь в

том, что мишень в СВЗ окружена кубом (призмой) из свинца обычно размером $2 \times 2 \times 2$ м и весом около 100 тонн. Образовавшиеся в момент импульса нейтроны замедляются в результате упругих соударений в свинце и собираются по скоростям в сравнительно узкую группу, которая по мере замедления перемещается в сторону уменьшения скоростей. Таким образом, можно выбрать нейтроны с энергией, определяемой временем замедления. Образец и детектор помещаются в канале небольшого диаметра внутри куба. После каждого упругого соударения, замедляющего нейтрон, последний имеет шанс прореагировать с образцом. Поэтому главным преимуществом СВЗ является выигрыш в интенсивности на 3–4 порядка по сравнению со стандартными времяпролетными измерениями на нейтронных источниках с ускорителем электронов на эквивалентной пролетной базе 5,6 м [38]. Главным недостатком СВЗ является его малая разрешающая способность (только 30–40 %). В работе [38] показано, что потоки в LANSCE и Ренселлеровском интенсивном нейтронном источнике (Rensselaer Intense Neutron Source — RINS) [36] почти равны, и предложено построить СВЗ в LANSCE. Такая установка могла бы достичь потоков в 10^4 раз более интенсивных, чем имеющиеся сейчас, конечно, при скромном разрешении.

Четвертый тип источников «белых» нейтронов — импульсный реактор, используемый в качестве бустера с линейным ускорителем электронов. Примером может служить импульсный реактор ИБР-30 в Дубне [39], состоящий из двух стационарных масс ^{239}Pu и двух вкладышей из ^{235}U, впрессованных друг против друга по диаметру в диск диаметром 1 м. Вращение диска вызывает пульсацию реактивности, которая позволяет достичь значительного размножения нейтронов. В бустерном режиме линейный ускоритель синхронизирован с модулятором реактивности так, что импульс электронов создает нейтроны в вольфрамовой мишени в то же самое время, когда ^{235}U-вставка проходит около ^{239}Pu-зоны. Обычно бустер работает при коэффициентах размножения $k = 100$ и 200. Зона окружена водяным замедлителем для сдвига спектра нейтронов в сторону низких энергий. Результирующий средний поток выше, чем на ORELA или GELINA, но ниже, чем на LANSCE. Основной недостаток бустерного реактора — относительно большая ширина вспышки, составляющая от 3 до 4,5 мкс, поэтому для получения приемлемого разрешения необходимо использовать длинную пролетную базу, и максимально достижимый диапазон энергии (для измерений реакций $(n,\, p)$ и $(n,\, \alpha)$) ограничивается несколькими кэВ. Другой недостаток — фон γ-квантов и быстрых нейтронов, идущих от источника в период между вспышками реактора.

Новый нейтронный источник такого типа — источник резонансных нейтронов (ИРЕН) — сооружается сейчас в Дубне [40]. Это будет подкритичная активная неподвижная зона из плутония с коэффициентом размножения $k = 30$, но с мощным линейным ускорителем ЛУЭ-200. Этот источник будет производить нейтроны с интенсивностью $2 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$ при длительности

импульса 400 нс. Когда ИРЕН будет завершен, потоки нейтронов этого источника будут сравнимы с LANSCE в диапазоне от тепловых энергий до 1 кэВ.

Нейтронные источники пятого типа используют реакцию ^{7}Li$(p, n)^7$Be. Когда протоны с энергией чуть выше (p, n)-порога падают на мишень ^{7}Li, генерируются нейтроны с энергетическим спектром, очень близким к распределению МБ при $kT \approx 25{-}30$ кэВ, вылетающие в заданном кинематикой конусе [41, 42]. Если образец в измерении перекрывает целиком этот конус, то на этом источнике может быть получена величина среднего сечения $\langle\sigma\rangle = \langle\sigma v\rangle/v_t$, непосредственно представляющая интерес для астрофизики. Помимо того, что среднее сечение получается в одном измерении, основным достоинством этого источника является то, что могут быть получены потоки нейтронов выше 10^9 с$^{-1}$. Другим преимуществом является возможность измерения абсолютной величины потока прямыми методами, например, по активации золотой фольги. К основному недостатку этого источника можно отнести то, что спектр нейтронов в области высоких энергий отклоняется по форме от распределения МБ. Это может привести к систематическим расхождениям в измерениях, если сечение круто растет при этих энергиях. Кроме того, измеренные таким способом средние сечения имеют ограниченное применение в других, нежели ядерная астрофизика, областях. Сравнительно недавно [3] модификация этой техники была использована для измерения сечений и асимметрии «вперед-назад» для квазимоноэнергетических ($\Delta E \approx 15{-}20\,\%$) нейтронов в диапазоне энергии от 50 до нескольких сотен кэВ. Схожий, но менее интенсивный источник был использован для измерения сечения реакции ^{33}S$(n, \alpha)^{30}$Si [5].

Наконец, пучки тепловых и фильтрованных нейтронов от реакторов были использованы для (n, p)- и (n, α)-измерений [18, 19, 23, 43–45]. Реакторы производят самые высокие потоки и оборудованы большим количеством пучков неполяризованных [43] и поляризованных [23] нейтронов тепловых и субтепловых энергий. При пропускании нейтронов от зоны реактора через различные фильтры можно получить пучки нейтронов с относительно высоким потоком и умеренным разрешением и более высоких энергий. Например, в работе [19] фильтр, составленный из 300 мм ^{56}Fe, 400 мм Al и 70 мм S, был использован для получения пучка нейтронов при энергии $(24{,}5 \pm 2)$ кэВ с интенсивностью $4{,}4 \cdot 10^6$ с$^{-1}$·см$^{-2}$. Главные достоинства этих источников — их высокая надежность, возможность достаточно легко измерять абсолютный поток (например, путем активации золота) и проводить длительные измерения. Главные недостатки — ограничение по доступным энергиям и разрешениям, а также наличие фона в фильтрованных пучках.

1.2. Детекторы. Детекторы для измерений сечений реакций (n, p) и (n, α) должны удовлетворять нескольким требованиям. Во-первых, они должны иметь достаточно хорошее амплитудное и временное разрешение. Во-вторых,

детекторы должны обеспечивать хорошую дискриминацию фона, идущего как от образца, так и от пучка. Этот фон может возникать от распада радиоактивного образца, от рассеянных нейтронов или других продуктов реакций, от неколлимированных нейтронов и/или γ-квантов от источника нейтронов. В-третьих, телесный угол, перекрытый детектором, должен быть как можно бóльшим. Наконец, в некоторых случаях важно, чтобы детектор был способен разделять α-частицы и протоны.

Наиболее часто использовались в этих измерениях кремниевые поверхностно-барьерные детекторы (ПБ) и плоскопараллельные ионизационные камеры (ИК). Если выход исследуемой реакции достаточно высок, то предпочтительнее использовать ПБ-детекторы. В этих случаях детектор можно поместить вне пучка, и хорошее отношение сигнал/шум может быть получено в широком диапазоне энергий от тепловых до нескольких МэВ. На рис. 1 приведена схема аппаратуры с ПБ-детектором, которая использовалась в ряде измерений в LANSCE. Если необходимо, могут использоваться два ПБ-детектора как $\Delta E-E$-телескоп для дальнейшего подавления фона и идентификации частиц.

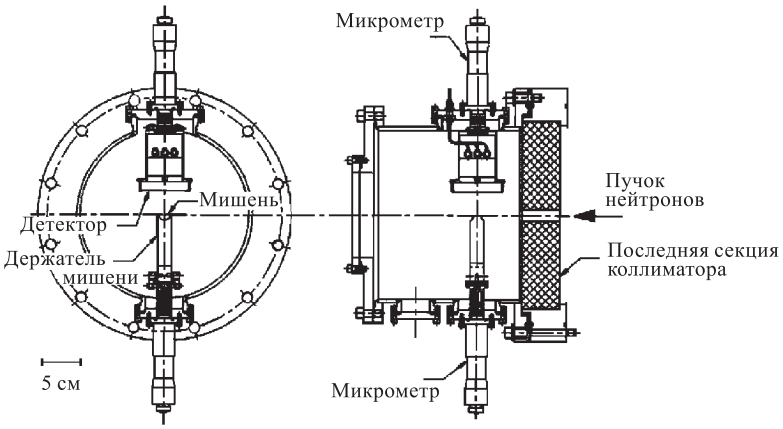

Рис. 1. Схема аппаратуры, использовавшейся в нескольких измерениях сечений реакций $(n,\ p)$ и $(n,\ \alpha)$ в LANSCE [1]

Основной недостаток ПБ-детекторов — их относительно небольшие размеры и, следовательно, относительно небольшой телесный угол, если детектор помещен вне пучка. Обычно необходимо применять наиболее тонкий из возможных детекторов, чтобы получить достаточное подавление фона. Типичная толщина используемых детекторов находится в диапазоне $10 \div 100$ мкм, а их площадь — от 50 (для самых тонких) до 2000 мм^2. Размеры детекторов при заданной толщине ограничены ростом фона, ухудшением разрешения и

трудностями изготовления. В некоторых случаях для получения большого телесного угла детектор с приложенным к нему образцом помещался в прямой пучок [46–48]. Это обычно приводит к повышению фона, ухудшению разрешения, но эти недостатки могут быть скомпенсированы повышением скорости счета. Кроме того, при помещении детектора в пучок его время жизни укорачивается, иногда сильно. Для некоторых экспериментов даже самый большой телесный угол детектора недостаточен, или рост фона настолько велик, что и помещение детектора в пучок бесполезно. Другой недостаток ПБ-детекторов состоит в том, что они содержат значительные количества бора и/или лития. Эти примеси могут вызвать значительный фон благодаря реакции (n, α) на них. Нейтроны, вызывающие этот фон, могут возникать от рассеяния в образце и его подложке, от «гало» коллимированного пучка или самого детектора, если он помещен в пучок. Многие исследуемые (n, p)- или (n, α)-реакции испускают группы протонов или α-частиц при энергиях, очень близких к группам из реакций ^{6}Li(n, α)T и ^{10}B$(n, \alpha)^{7}$Li, так что весьма трудно бороться с этим фоном.

Ионизационные камеры, обладая такими достоинствами ПБ-детекторов, как хорошее амплитудное и временное разрешение, способность идентификации частиц и подавления фона, позволяют в то же время использовать образцы много больших размеров, имеют большой телесный угол и более гибкую конструкцию. Поэтому ИК интенсивно использовались в (n, p)- и (n, α)-измерениях. Обзор нескольких типов ИК можно найти в статье [22]. Размеры образцов в ИК могут составлять до 1000 см^2 [49]. Эффективный размер образцов может быть еще увеличен путем использования многослойных плоскопараллельных камер [49, 50] или длинной цилиндрической камеры с образцом, помещенным с наклоном под малым углом по отношению к пучку [51]. Кроме того, довольно легко могут быть использованы газообразные мишени [52–55], выполнена идентификация частиц и измерено их угловое распределение [56, 57].

Недостатки ИК обусловлены тем, что детектор должен быть помещен в пучок нейтронов. Наиболее серьезная проблема встречается при работе ИК с источником «белых» нейтронов — это фон, вызванный вспышкой γ-квантов (и быстрых нейтронов) в момент импульса источника. Такая вспышка может вызвать насыщение электроники на время до сотен мкс. При обычно используемых пролетных базах это ограничивает измерения до энергии порядка 1 кэВ. Энергетический диапазон может быть расширен до нескольких кэВ благодаря использованию в пучке фильтров, оптимизации коллиматора и геометрии камеры.

В работах [58, 59] было показано, что проблема γ-вспышки может быть преодолена в значительной степени благодаря применению старой идеи компенсационной ИК (КИК) [60], адаптированной для измерений на источнике «белых» нейтронов. Принцип работы КИК иллюстрирует рис. 2. В КИК

плоскости электродов, помещенных по обе стороны центрального электрода, содержащего образец, находятся под равным, но противоположным по знаку потенциалом. Когда вспышка γ-квантов проходит через камеру, она индуцирует почти одинаковые по величине, но противоположные по знаку заряды от этих двух объемов. Поэтому из-за γ-вспышки на сигнальном электроде собирается близкий к нулю заряд. Напротив, $(n,\ p)$- или $(n,\ \alpha)$-взаимодействия в образце приводят к образованию заряда только в одном из объемов и индуцируют нормальный сигнал. С использованием КИК на 8,5-м пролетной базе ORELA измерения были расширены по энергии до нескольких МэВ (см. рис. 3, на котором показаны измерения сечения реакции $^{17}\mathrm{O}(n,\ \alpha)^{14}\mathrm{C}$, выполненные с помощью КИК).

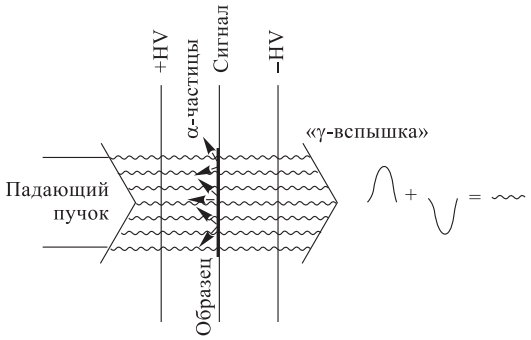

Рис. 2. Схема, демонстрирующая принцип работы компенсационной ИК для измерений реакций $(n,\ p)$ и $(n,\ \alpha)$ на источниках «белых» нейтронов

Последний детектор, который мы обсудим, основан на сцинтилляторе ZnS с фотоумножителем. Изучаемый образец смешивается с ZnS, соединяется с фотоумножителем и этот детектор-образец помещается в пучок. К главным преимуществам ZnS-сцинтиллятора можно отнести то, что он, как и ИК, имеет большой телесный угол, поэтому может использоваться образец больших размеров. Так как постоянная распада у него достаточно малая ($\tau \approx 40$ нс) и ZnS очень устойчив к γ-лучам, то он мало чувствителен к γ-вспышке. Главный недостаток ZnS состоит в том, что он доступен только в виде порошка, поэтому собирание света мало и, следовательно, амплитудное разрешение очень плохое. Смесь ZnS и тетрахлорида углерода была использована для измерений сечений реакции $^{35}\mathrm{Cl}(n,\ p)^{35}\mathrm{S}$ в спектрометре по замедлению в свинце [61]. Недавно [58] смесь ZnS и сульфата калия, обогащенного $^{33}\mathrm{S}$, была использована для измерения реакции $^{33}\mathrm{S}(n,\ \alpha)^{30}\mathrm{Si}$. В обоих случаях имеется хорошее согласие данных, полученных в ZnS-измерениях и других, более распространенных методах измерений (см. рис. 4, где последние измерения ZnS-сцинтиллятором сечения реакции $^{33}\mathrm{S}(n,\ \alpha)^{30}\mathrm{Si}$ сравниваются с предыдущими данными, полученными с помощью ПБ-детектора).

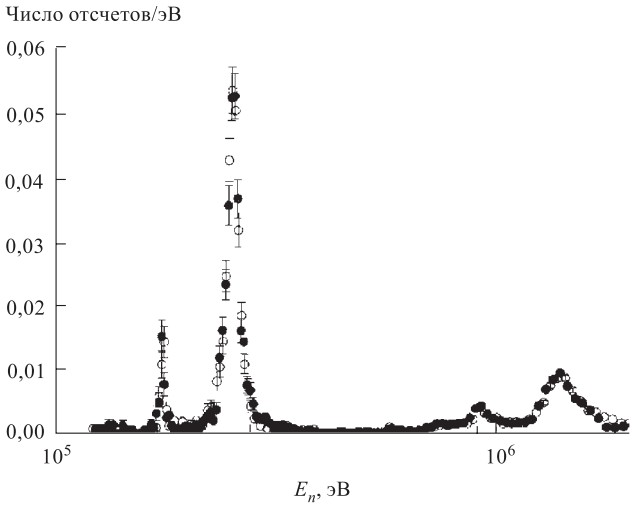

Рис. 3. Выход α-частиц из реакции ^{17}O$(n,\ \alpha)^{14}$C в зависимости от энергии нейтронов, измеренный с помощью компенсационной ИК на ORELA [58]: ○ — в переднюю полусферу относительно пучка; ● — в заднюю полусферу

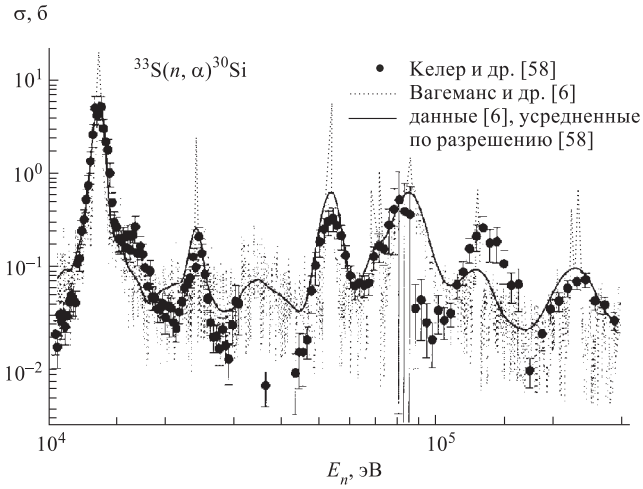

Рис. 4. Сечение реакции ^{33}S$(n,\ \alpha)^{30}$Si в диапазоне 30 ÷ 300 кэВ

1.3. Образцы. Изготовление необходимого образца может оказаться самой трудной частью эксперимента и, возможно, наибольшим ограничением на будущие измерения. Многие из представляющих интерес изотопов имеют очень малое содержание в естественной смеси или радиоактивны, или/и

имеют относительно малое сечение. Поэтому надо найти способ производства или обогащения представляющего интерес изотопа и потом с высокой эффективностью приготовить из этого материала подходящий образец. Образцы должны быть относительно тонкими и достаточно однородными, чтобы заряженные частицы, испущенные образцом, теряли в нем не очень много энергии и имели небольшой энергетический разброс. Обычные значения Q реакций, представляющих интерес, лежат в пределах от 0,5 до нескольких МэВ, следовательно, допустимый диапазон толщин образца составляет от нескольких десятков мкг/см^2 до ~ 1 мг/см^2. Образец не должен содержать значительного количества примесей с положительной Q реакции и большими сечениями реакций $(n,\ p)$ и/или $(n,\ \alpha)$. На практике наибольшее беспокойство доставляют примеси ^{10}B и ^{6}Li, а образцы сделаны из химических соединений и почти всегда удовлетворяют условию, что мишень должна быть не очень толстой. Кроме того, подложка образца должна быть тонкой, чистой, практичной и иметь маленькое сечение рассеяния и захвата нейтронов. Наконец, специальные меры предосторожности должны быть приняты для минимизации как дозы, получаемой персоналом, так и распространения загрязнения во время приготовления и использования радиоактивных образцов.

Радиоизотопы для образцов производятся при расщеплении ядер протонами [62], в реакциях с заряженными частицами низких энергий [63] и при облучении нейтронами в реакторах [13]. Выбор метода приготовления обусловлен обычно компромиссом между удельной активностью и стоимостью. Сразу после производства изотоп должен быть выделен и превращен в соединение, обычно используемое для приготовления образца. Требуется особая осторожность в течение этих шагов, чтобы сохранить наивысшую удельную активность с целью получения не очень толстого готового образца. Образцы приготовляются различными методами, включая осаждение из водного раствора [63], вакуумное напыление [13, 64], гальваническое покрытие [2, 65] и распыление из пульверизатора [65]. Метод последовательного нанесения водных капель широко используется для приготовления радиоактивных образцов из-за его высокой эффективности и простоты. Главный недостаток этого метода состоит в том, что готовые мишени не являются однородными, а также могут иметь тенденцию отслаиваться от подложки. Данные, полученные с использованием ПБ-детектора и высококачественного образца, приготовленного методом накапывания, приведены на рис. 5. Вакуумным напылением можно получить гораздо более однородные мишени, но этот метод менее эффективен и много сложнее. Для радиоактивных образцов должны быть выполнены меры предосторожности, чтобы ограничить распространение загрязнений; до сих пор напыление в вакууме использовалось только для долгоживущих радиоизотопов [13, 62, 64]. Гальваническое покрытие, электрораспыление и распыление из пульверизатора широко использовались для изготовления актинидных образцов для $(n,\ f)$-измерений [65] и в меньшей степени для приго-

товления образцов для (n, p)- и (n, α)-измерений [2, 62]. Образцы хорошего качества могут быть сделаны с высокой эффективностью способом гальванического покрытия. Главный недостаток здесь в том, что можно пострадать от отсутствия воспроизводимости, и иногда только малая часть материала осаждается на подложку. Также могут быть ограничения на материал подложки и химический состав вещества. Одно исключение, когда электрохимическая методика работает очень хорошо, — это приготовление образцов из обогащенных изотопов кислорода [2]. Наконец, распыление из пульверизатора было успешно использовано для приготовления нескольких образцов с хорошей эффективностью и однородностью [65].

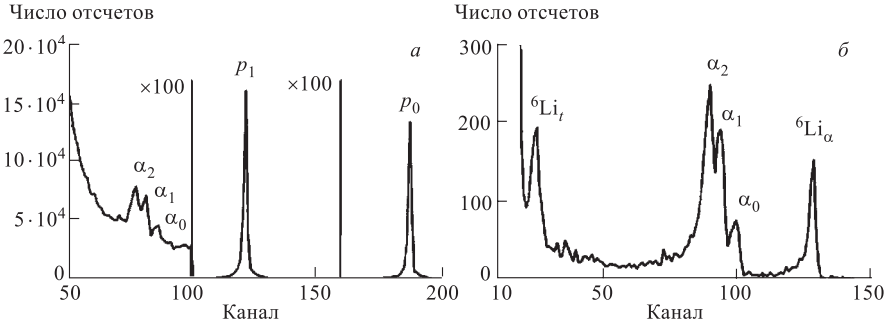

Рис. 5. Спектры протонов и α-частиц из (^{22}Na $+n$)-измерений с тепловыми нейтронами на образце, содержащем 75 нг ^{22}Na [4]: спектр с ПБ-детектора с площадью 50 мм^2 и толщиной *а*) 150 мкм; *б*) 10 мкм

2. ИЗУЧЕНИЕ СТРУКТУРЫ ЯДЕР МЕТОДОМ (n, α)- И (n, p)-РЕАКЦИЙ

Исследование реакций (n, p)- и (n, α) представляет интерес как для изучения строения ядра и элементарных взаимодействий, проявляющихся в свойствах атомных ядер, так и для теории ядерных реакций и α- и p-распадов. Изучение строения ядра неразрывно связано с выяснением механизма ядерных реакций. С появлением интенсивных импульсных источников нейтронов стало развиваться и это новое направление нейтронной спектроскопии, позволяющее дополнить (или получить совсем новую) информацию об энергии, спине, четности ядерных состояний, и измерить полные и парциальные α- и p-ширины дополнительно к нейтронным и радиационным ширинам нейтронных резонансов.

Экспериментальные данные для средних и тяжелых ядер, полученные на медленных и быстрых нейтронах, показывают, что для них основную роль играют разные механизмы ядерных реакций. В реакциях $(n,\,p)$ и $(n,\,\alpha)$ на быстрых нейтронах это прямые и полупрямые процессы, на медленных и промежуточных ($E_n \leqslant 100$ кэВ) нейтронах подавляющий вклад в энергию возбуждения вносится за счет энергии связи нейтрона B_n, поэтому можно пренебречь прямыми и рассматривать только процессы, идущие через стадию компаунд-ядра, то есть описывать их с помощью статистической теории, в основе которой лежит концепция составного ядра Н. Бора. В этой модели нейтрон сильно взаимодействует с нуклонами ядра и распределяет свою энергию среди них. Для такого сложного движения возможно только статистическое рассмотрение, которое имеет дело со средними величинами и распределениями резонансных параметров около них. Только для самых легчайших ядер можно получать сечения нейтронных реакций из динамических ядерных моделей.

Даже низколежащие состояния ядер оказались весьма сложными структурами. С ростом же энергии возбуждения структура состояний ядер значительно усложняется, особенно таких высоковозбужденных, как нейтронные резонансы, каждый из которых индивидуален по своим характеристикам. Поэтому для дальнейшего изучения ядерной структуры необходимо проводить комплексное изучение ядерных реакций, в которых проявляются различные компоненты волновых функций состояний. В связи с тем, что α-распаду компаунд-состояний посвящен ряд обзоров, например [22], в этом разделе мы подробнее остановимся на распаде компаунд-состояний по протонному каналу и приведем только новые данные по α-распаду.

При рассмотрении ядерной реакции как процесса, идущего через составное ядро C:

$$n + A \to C \to B + x, \tag{1}$$

можно представить сечение реакции σ_x в виде

$$\sigma_x = \sigma_c \Gamma_x / \Gamma, \tag{2}$$

где σ_c — сечение образования компаунд-ядра; Γ_x/Γ — относительная вероятность его распада по каналу с вылетом частиц x. Здесь Γ_x — ширина соответствующей реакции, Γ — полная ширина уровня.

При распаде компаунд-состояния по любому каналу должны выполняться правила отбора, следующие из законов сохранения полного момента количества движения, четности и энергии всей системы:

$$\begin{gathered} \pi_C \pi_B = (1-)^{l_x}, \\ |J_C - I_B| \leqslant l_\alpha \leqslant J_C + I_B, \\ |J_C - I_B| \leqslant j_p \leqslant J_C + I_B; \quad |j_p - 1/2| \leqslant l_p \leqslant j_p + 1/2. \end{gathered} \tag{3}$$

Спин и четность компаунд-состояния определяются характеристиками взаимодействия падающего нейтрона с ядром-мишенью:

$$\begin{gathered}\pi_A\pi_C = (1-)^{l_n},\\ |I_A - j_n| \leqslant J_C \leqslant I_A + j_n,\\ |l_n - 1/2| \leqslant j_n \leqslant l_n + 1/2.\end{gathered} \tag{4}$$

Здесь $j_n(j_p)$ — полный момент нейтрона (испущенного протона): $\mathbf{j}_n = \mathbf{l}_n + \mathbf{1/2}$; $\mathbf{j}_p = \mathbf{l}_p + \mathbf{1/2}$; l_n, l_p, l_α — орбитальные моменты нейтрона и вылетающих протона и α-частицы; I_A, J_C, I_B — спины ядра-мишени, компаунд-состояния и состояния дочернего ядра соответственно.

Энергетическую зависимость сечения описывают обычно формулой Брейта–Вигнера (БВ) для изолированного уровня:

$$\sigma_{nx} = \pi\Lambda_0\Lambda\frac{g_J\Gamma_n(E_0)\Gamma_x}{(E-E_0)^2 + (\Gamma^2/4)}. \tag{5}$$

Здесь E_0 — энергия резонанса; $\Lambda = \lambda/2\pi$, где λ — длина волны нейтрона; $g_J = \dfrac{(2J+1)}{2(2I+1)}$ — весовой статистический множитель для нейтронов с $l_n = 0$; Γ_n — нейтронная ширина.

Более строгое описание энергетической зависимости эффективных сечений дает одноуровневое приближение R-матричной теории [66]:

$$\sigma_{nx} = \pi\Lambda^2\frac{g_J\Gamma_n\Gamma_x}{[E_\lambda + \Delta_\lambda(E)]^2 + (\Gamma^2/4)}, \tag{6}$$

E_λ — характеристическая энергия; Δ_λ — сдвиг уровня, который определяется приведенными ширинами, граничными условиями задачи и функциями сдвига. R-матричный анализ успешно используется для определения свойств ядерных состояний, а R-матричные параметры определяются из подгонки к описанию сечений для открытых каналов реакций и «привязаны» к энергии возбуждения и ширинам состояний в компаунд-ядре. Однако при подгонке возникает ряд проблем, если: 1) открыто много каналов реакции, при этом задача однозначного получения из подгонки набора параметров γ_{λ_c} для каждого уровня становится трудной; 2) экспериментальные данные имеются не для всех каналов, неполнота данных снижает определенность задания J^π для уровней и мешает определению ширин уровней; 3) в компаунд-ядре существуют очень широкие состояния, которые не проявляются явно как отчетливые резонансы в сечениях, что особенно характерно для легких ядер.

Со структурой ядра тесно связаны ширины различных каналов распада компаунд-состояния λ, которые в R-матричной теории записываются в виде

$$\Gamma_{\lambda_c} = 2\gamma^2_{\lambda_c}P_c, \tag{7}$$

где $\gamma^2_{\lambda_c}$ — не зависящая от энергии приведенная ширина; $P_c = \dfrac{kR}{(F_l^2+G_l^2)_c}$ — проницаемость в канале c, определяемая через кулоновские регулярную и нерегулярную функции $F(kR)$ и $G(kR)$; $k = 1/\Lambda$ — волновое число; R — радиус канала c. Так, для s-волновых нейтронных ширин $F_0^2 G_0^2 = 1$ и $\Gamma_n \sim \sqrt{E}$ (закон $1/v$), а $\gamma_n^2 = \dfrac{\Gamma_n}{2kR}$.

Приведенная ширина зависит как от свойств возбужденного состояния составного ядра, так от состояния конечного ядра. При суммировании по всем возможным состояниям конечного ядра получим верхний предел для γ^2. Это так называемый предел Вигнера. Для ширины, отвечающей вылету нуклона, он получается равным $\gamma_w^2 \leqslant\sim \dfrac{3\hbar^2}{2M_n R^2}$. Этот верхний предел полезен для исключения определенных парциальных волн.

2.1. Сечения реакций (*n, p*) и (*n*, α) на тепловых нейтронах. На первом этапе большое значение имели измерения сечений реакций $(n,\,p)$ и $(n,\,\alpha)$ на тепловых нейтронах. Наличие интенсивных потоков тепловых нейтронов от стационарных реакторов позволяет измерять малые сечения $\sigma_{np}^{\rm th}$ и $\sigma_{n\alpha}^{\rm th}$ и использовать для измерений тонкие мишени малой площади, обеспечивающие получение хорошего разрешения по энергии регистрируемых частиц, то есть разрешать парциальные p- и α-переходы (переходы на основное и на возбужденные состояния дочернего ядра). Если не учитывать измерения на легких стабильных ядрах (^{6}Li, ^{10}B) с очень большими тепловыми сечениями $\sigma_{n\alpha}^{\rm th}$, то можно считать, что исследования реакций с вылетом заряженных частиц на тепловых нейтронах начались с 1950 г. — с работ Альпера [67] и Фараджи и др. [68], в которых получены первые данные о $\sigma_{n\alpha}^{\rm th}$ для железа и цинка. Затем Мюних [69] провел измерения на ^{32,33}S, ^{40}Ca и ^{58}Ni, Ханна [52] — на ^{36}Ar. Измерения реакции $(n,\,\alpha)$ на тяжелых ядрах проведены Андреевым и Сироткиным [70], которые с помощью ИК измерили $\sigma_{n\alpha}^{\rm th}$ для ^{143}Nd, ^{147,149}Sm и ^{151}Eu и для нескольких десятков ядер из области $145 \leqslant A \leqslant 239$ получили верхние оценки сечения. Существенный прогресс в экспериментальных исследованиях был достигнут с использованием ПБ-детекторов. Макфарлайн и Алмадовар [71] получили экспериментальный спектр α-частиц для ^{147}Sm, Хейфетц и др. [72] — для ^{147,149}Sm и ^{143}Nd. Затем изучением реакций $(n,\,p)$ и $(n,\,\alpha)$ на тепловых нейтронах на средних и тяжелых ядрах занимались многие исследователи [73–76]. В результате этих исследований обнаружены реакции $(n,\,p)$ и $(n,\,\alpha)$ для нескольких десятков изотопов: определены сечения $\sigma_{n\alpha}^{\rm th}$ и $\sigma_{np}^{\rm th}$, сечения для парциальных переходов и энергии вылетающих заряженных частиц; почти для десятка изотопов обнаружена двухступенчатая $(n,\,\gamma\alpha)$-реакция. Последние результаты для ядер из области $A < 60$ вместе с некоторыми характеристиками ядер и реакций приведены в табл. 1.

Конечно, возможности получения физической информации в исследованиях на тепловых нейтронах носят ограниченный характер. Дело в том, что в тепловой точке вклад в сечение могут дать и несколько резонансных уровней с различными параметрами и весом. Даже если $\sigma^{\rm th}_{np(n\alpha)}$ определяется только одним ближайшим резонансом, из-за сильной флуктуации ширин отдельных резонансов появляются трудности в оценке согласия экспериментальных данных с теоретическими значениями. Тем не менее из анализа приведенных α-ширин Андреев и Сироткин заключили [70], что значения экспериментальных приведенных ширин $\delta^2_{\rm exp}$ удовлетворительно согласуются с оценками δ^2, полученными из статистической теории, и во многих случаях противоречат одночастичным оценкам. Величины $\delta^2_{\rm exp}$ и $\delta^2_{\rm stat}$ определялись по формулам: $\delta^2_{\rm exp} = 2\pi\Gamma_\alpha / \sum\limits_l P_l$; $\delta^2_{\rm stat} = \delta_0 D/D_0$, где P_l — проницаемость барьера для частиц с угловым моментом l; D — среднее расстояние между компаунд-состояниями данного спина, D_0 — среднее расстояние между уровнями вблизи основного состояния с его спином ($D_0 \sim 1$ МэВ). Одночастичные значения δ_0 для α-распада между основными состояниями материнского и дочернего ядра брались, как правило, равными 0,1 МэВ.

Необходимо отметить, что большая ценность измерения тепловых сечений заключается в том, что эти величины используются часто в качестве опорных при измерении сечений на резонансных нейтронах.

2.2. Ход сечения и положения уровней вблизи нейтронного порога. Представим имеющиеся сейчас экспериментальные данные по эффективным сечениям реакций (n, p) и (n, α) для легких ядер и ядер со средней атомной массой в зависимости от энергии нейтронов. Для анализа использовались имеющиеся данные по сечениям инверсных реакций, а также реакций, идущих через образование этого же составного ядра.

^{3}He$(n, p)^3$H. Основное состояние ядра ^{3}He имеет $J^\pi = 1/2^+$, поэтому s-нейтроны могут возбуждать уровни 0^+ и 1^+. Бергман и др. [93] обнаружили сильное отклонение от закона $1/v$ в сечении реакции ^{3}He$(n, p)^3$H и показали, что реакция идет через один спиновый канал 0^+. Отклонение было объяснено введением в рассмотрение возбужденного уровня ядра ^{4}He со спином 0^+ и протонной шириной $\Gamma_p = 1{,}2$ МэВ при энергии ≈ 20 МэВ, то есть лежащего между протонным и нейтронным порогами (19,815 и 20,578 МэВ соответственно). Анализ проводился при представлении сечения в виде

$$\sigma(E) = (\sigma\sqrt{E})_{\rm th}/(1 + \alpha\sqrt{E} + \beta E + ...), \qquad (8)$$

где очевидны не только закон $1/v$, но и отклонения от него, описываемые членами с α и β. Так, член с α ведет к появлению отрицательной постоянной в сечении и определяется значением $\sigma_{\rm th}$ в тепловой точке и соотношением вкладов каналов со спинами $I = \pm 1/2$. Получены параметры

Таблица 1. **Характеристики реакций (*n, p*) и (*n*, α) и их сечения на тепловых нейтронах**

Реакция	Q, МэВ	I_i	I_f	$T_{1/2}$, (содержание изотопа, %)	σ_{np}, $\sigma_{n\alpha}$, б	Ссылка
^{3}He$(n,\ p)$T	0,763	$1/2^+$	$1/2^+$	(0,000137)	5333 ± 7	[77]
^{6}Li$(n,\ \alpha)$T	4,782	1^+	$1/2^+$	(7,5)		[77]
^{7}Be$(n,\ p_0)^{7}$Li	1,643	$3/2^-$	$3/2^-$	53,29 сут.	420 ± 120	[1]
^{7}Be$(n,\ p_1)^{7}$Li*	1,165		$1/2^-$		38400 ± 800	[1]
^{7}Be$(n,\ \alpha)^{4}$He	18,990		0^+		$< 0{,}0001$	[78]
^{10}B$(n,\ p)^{10}$Be	0,226	3^+	0^+	(19,9)	$0{,}0064 \pm 0{,}0005$	[79]
^{10}B$(n,\ \alpha_0)^{7}$Li	2,789		$3/2^-$		$241{,}7 \pm 1{,}2$	[80]
^{10}B$(n,\ \alpha_1)^{7}$Li*	2,311		$1/2^-$		3595 ± 7	[80]
^{14}N$(n,\ p)^{14}$C	0,625	1^+	0^+	(99,634)	$1{,}83 \pm 0{,}03$	[52]
					$1{,}83 \pm 0{,}07$	[18]
					$1{,}90 \pm 0{,}04$	[55]
^{17}O$(n,\ \alpha)^{14}$C	1,817	$5/2^+$	0^+	(0,038)	$0{,}235 \pm 0{,}010$	[77, 52]
					$0{,}233 \pm 0{,}012$	[81]
					$0{,}236 \pm 0{,}006$	[55]
					$0{,}244 \pm 0{,}007$	[82]
^{21}Ne$(n,\ \alpha)^{18}$O	0,696	$3/2^+$	0^+	(0,27)	$< 1{,}5$	[77]
					$0{,}00018 \pm 0{,}00009$	[81]
^{22}Na$(n,\ p_0)^{22}$Ne	3,624	3^+	0^+	2,602 лет	235 ± 25	[83]
					225 ± 20	[4]
^{22}Na$(n,\ p_1)^{22}$Ne	2,349		2^+		27600 ± 2400	[4]
					30375 ± 2600	[83]
^{22}Na$(n,\ \alpha_0)^{19}$F	1,951		$1/2^+$		36 ± 8	[4]
^{22}Na$(n,\ \alpha_1)^{19}$F*	1,841		$5/2^-$		94 ± 22	[4]
^{22}Na$(n,\ \alpha_2)^{19}$F*	1,754		$1/2^+$		127 ± 33	[4]
^{26}Al$(n,\ p_0)^{26}$Mg	4,787	5^+	0^-	$7{,}4 \cdot 10^5$ лет	$0{,}033 \pm 0{,}013$	[48]
^{26}Al$(n,\ p_1)^{26}$Mg*	2,978		2^+		$2{,}37 \pm 0{,}19$	[48, 84]
^{26}Al$(n,\ \alpha_0)^{23}$Mg	2,966		3^+		$0{,}88 \pm 0{,}23$	[84]
^{33}S$(n,\ \alpha)^{30}$Si	3,493	$3/2^+$	0^+	(0,75)	$0{,}190 \pm 0{,}080$	[5]
					$0{,}115 \pm 0{,}010$	[6]

Окончание табл. 1

^{35}Cl(n, p)^{35}S	0,614	$3/2^+$	$3/2^+$	(75,77)	489 ± 14	[77]
					440 ± 10	[85]
					575 ± 13	[86]
^{36}Cl(n, p)^{36}S	1,924	2^+	0^+	3,01·10^5 лет	$0{,}047 \pm 0{,}002$	[55]
					$0{,}0462 \pm 0{,}0006$	[13]
^{36}Cl(n, α)^{33}P	2,462		$1/2^+$		$0{,}00059 \pm 0{,}00007$	[55]
^{36}Ar(n, α)^{33}S	2,002	0^+	$3/2^+$	(0,3365)	$0{,}0055 \pm 0{,}0001$	[52]
					$0{,}00543 \pm 0{,}00027$	[81]
^{37}Ar(n, p)^{37}Cl	1,595	$3/2^+$	$3/2^+$	35,04 сут.	69 ± 14	[87]
					32 ± 4	[55]
					37 ± 4	[88]
^{37}Ar(n, α)^{34}S	4,630		0^+		1970 ± 330	[87]
					920 ± 70	[55]
					1070 ± 80	[88]
^{37}Ar(n, α_1)^{34}S*	2,502		2^+		$0{,}31 \pm 0{,}10$	[88]
^{40}K(n, p)^{40}S	2,287	4^-	0^+	1,277·10^9 лет	$4{,}4 \pm 0{,}9$	[43]
^{40}K(n, α)^{37}S	3,872		$3/2^+$	(0,0117)	$0{,}39 \pm 0{,}08$	[43]
^{41}Ca(n, p)^{41}K	1,203	$7/2^-$	$3/2^+$	1,03·10^5 лет	$0{,}007 \pm 0{,}002$	[55]
^{41}Ca(n, α_0)^{38}Ar	5,223	0^+			$0{,}042 \pm 0{,}006$	[55]
^{41}Ca(n, α_1)^{38}Ar*	3,055	2^+			$0{,}130 \pm 0{,}026$	[55]
^{50}V(n, p)^{50}Ti	2,990	6^-	0^+	1,4·10^{17} лет	$0{,}00040 \pm 0{,}00002$	[28]
				(4,345)	$0{,}00028 \pm 0{,}00004$	[89]
					$0{,}00071 \pm 0{,}00004$	[90]
^{59}Ni(n, p_0)^{59}Co	1,855	$3/2^-$	$7/2^-$	7,6·10^4 лет	$1{,}34 \pm 0{,}18$	[91]
^{59}Ni(n, p_1)^{59}Co*	0,756		$3/2^-$		$\leqslant 0{,}30$	[91]
^{59}Ni(n, α_0)^{56}Fe	5,096		0^+		$13{,}1 \pm 1{,}1$	[91]
					$13{,}7 \pm 1{,}2$	[92]
					$12{,}3 \pm 0{,}6$	[77]
^{59}Ni(n, α_1)^{56}Fe*	4,249		2^+		$0{,}188 \pm 0{,}016$	[91]

$\alpha = (4{,}17 \pm 0{,}55) \cdot 10^{-2}$, $\beta = (3{,}5 \pm 1{,}5) \cdot 10^{-1}$. Данные для σ_{np} в более широком диапазоне энергий ($10 \div 300$ кэВ) получены Маклином и Гиббонсом [94, 95] по соотношению детального баланса из измерений обратной реакции T(p, n)^{3}He, однако их точность ($\sim 10\,\%$) не дала новой информации о характере отклонений σ_{np} от закона $1/v$. Более точные ($2{-}3\,\%$) измерения до

энергии 130 кэВ провели Борзаков и др. [96, 97] и получили значения параметров отклонения от $1/v$: $\alpha = (5{,}34 \pm 0{,}11) \cdot 10^{-2}$, $\beta = (2{,}11 \pm 0{,}32) \cdot 10^{-3}$, а также оценку относительного вклада в сечение канала со спином $I+1/2$, равную $(0{,}2 \pm 0{,}1)\,\%$, подтверждающую вывод работы [93], что сечение реакции полностью определяется каналом реакции со спином и четностью 0^+. Для получения параметров уровня результаты анализировались на основе одноуровневой R-матричной формулы (6). Первый возбужденный уровень ^{4}He проявился и во многих других реакциях: ^{3}H(p, n)^{3}He, ^{3}H(p, p)^{3}H, ^{3}H(d, n)^{4}He, ^{3}He(d, p)^{4}He, ^{4}He(e, e'), ^{4}He(α, α') [98–100].

Хотя существование первого возбужденного уровня ^{4}He $E_x = 20{,}1$ МэВ, $J^\pi = 0^+$ и является общепринятым, имеются большие трудности в расчетах по оболочечной модели поместить уровень $J^\pi = 0^+$ в область между p^3H- и n^3He-порогами [98], а также получить надежные значения характеристик уровня 0^+, в частности, приведенных ширин. Так, Балашко и др. [99] провели фазовый анализ результатов измерения pT-рассеяния и получили значения $\gamma_p^2 = 5{,}2$ МэВ, $\gamma_n^2 = 2{,}1$ МэВ ($\gamma_p^2/\gamma_n^2 \approx 2{,}5$), Борзаков и др. в предварительной публикации [96] приводят величины $\gamma_p^2 = 6{,}7$ МэВ, $\gamma_n^2 = 4{,}5$ МэВ ($\gamma_p^2/\gamma_n^2 = 1{,}5$), а в [97] из тех же экспериментальных данных получают несколько наборов параметров, удовлетворительно описывающих сечение, и рекомендуют набор с равными протонной и нейтронной приведенными ширинами $\gamma_n^2 = \gamma_p^2 = 3{,}4$ МэВ. Авторы [98] приводят предварительные результаты R-матричного анализа широкого набора экспериментальных данных по разным реакциям для ^{4}He до энергии возбуждения ниже 29 МэВ и отмечают, что значительная разница между резонансными параметрами, извлеченными из полюсов S-матрицы, и БВ-параметрами определяется положением 0^+-состояния. Полюса S-матрицы расположены, по крайней мере, на 3 МэВ выше по энергии возбуждения, чем полюса K_R, означая, что 0^+-состояние лежит после первого возбужденного состояния ^{4}He. Это может объяснить и трудности расчетов по оболочечной модели в получении энергии возбуждения 0^+-состояния так же низко, как «традиционное» положение между p^3H- и n^3He-порогами. Поэтому и в настоящее время вопрос о значениях резонансных параметров и природе уровня нельзя считать до конца выясненным.

^{6}Li(n, α)^{3}H. В связи с большим практическим значением ^{6}Li (перспективы использования в реакторах-размножителях, широкое использование в качестве стандарта), а также с учетом его большого нейтронного сечения, имеющего около нейтронного порога ($B_n = 7{,}2501$ МэВ) плавную $(1/v)$-зависимость, имеется огромное количество работ, посвященных измерению и анализу нейтронных сечений, например [101–109]. Несмотря на то, что сейчас имеются достаточно надежные экспериментальные данные и согласующиеся с ними оцененные при помощи R-матричного анализа с привлечением широкого круга реакций величины, пока нет полного понимания механизма

взаимодействия нейтронов с ^{6}Li. В области энергии нейтронов до 2–3 МэВ наиболее существенными являются два процесса: реакция ^{6}Li$(n,\,\alpha)^3$H и упругое $(n,\,n)$-рассеяние.

Медленные s-нейтроны должны возбуждать уровни положительной четности 1/2$^+$ и 3/2$^+$ ^{7}Li, однако в энергетической зависимости $\sigma(E)$ явно обнаружен только один пик, отвечающий p-резонансу при $E_n = (244{,}5 \pm 1)$ кэВ, $J^\pi = 5/2^-$ ($E_x = 7{,}4595$ МэВ) с большой нейтронной и малой α-ширинами, и небольшой горб при $E_n \approx 2$ МэВ. Большое тепловое сечение с зависимостью $1/v$ объясняется в [102–104, 106, 109] вкладом отрицательного по отношению к нейтронному порогу уровня 1/2$^+$ и далекого уровня 3/2$^+$ при $E_n \approx 3$ МэВ. Однако такие состояния не наблюдались ни в ^{7}Li, ни в зеркальном ядре ^{7}Be [101]. Таким образом, эти состояния целиком относятся к различным состояниям непрерывного спектра. Попытка анализа с использованием уровней $E_{n(1/2^+)} = -808$ кэВ и $E_{n(3/2^+)} = 3498$ кэВ из работы [102] была сделана Алфименковым и др. [107]. Отклонение расчетных кривых, которые вышли из коридора погрешности «экспериментальных» кривых, не объясняется известным высоколежащим p-уровнем. Авторы считают, что причиной такого расхождения является гипотетический отрицательный резонанс. Отказ от него позволяет получить удовлетворительное описание, если использовать, по крайней мере, один резонанс в канале $J^\pi = 3/2^+$ с параметрами $E_0 = 1420$ кэВ, $\gamma_n^2 = 903$ кэВ, $\gamma_\alpha^2 = 19$ кэВ и сохранить сечение реакции в канале $J^\pi = 1/2^+$, следующее закону $1/v$. Вейгман и Манакос [105] показали, что такое сечение можно описать количественно, если учесть кластерную структуру ядра ^{6}Li и механизм реакции прямой передачи дейтрона налетающему нейтрону.

^{7}Be(n,p)^{7}Li. Радиоактивное, довольно короткоживущее ядро ^{7}Be имеет очень большое тепловое сечение (табл. 1). Большой интерес к этому ядру возник еще в пятидесятые годы в связи с детальным изучением реакции ^{7}Li$(p,\,n)^7$Be как источника моноэнергетических нейтронов с регулируемой энергией (см., например, обзор Гиббонса и Ньюсона [110]), когда потребовалось знание структуры ядра ^{8}Be вблизи протонного ($B_p = 17{,}2543$ МэВ) и нейтронного ($B_n = 18{,}8985$ МэВ) порогов. Большое тепловое сечение было объяснено [111] существованием вблизи нейтронного порога не широкого ($\Gamma < 30$ кэВ) уровня 2^- с приведенной нейтронной шириной, почти в 5 раз большей протонной. Из-за больших экспериментальных трудностей было измерено только тепловое сечение [111] и значительно позже — сечение на резонансных нейтронах: в работах [112,113] до нескольких сотен эВ и в [1] до 13,5 кэВ. Энергетическая зависимость сечения (рис. 6) до 100 эВ следует зависимости $1/v$, выше начинает отклоняться от нее и при 13,5 кэВ отличается почти в два раза. Новые данные Келера и др. [1] в пределах ошибок согласуются с данными Ньюсона и др. [114] и Маклина и Гиббонса [94] по реакции ^{7}Li$(p,\,n)^7$Be, пересчитанными по методу детального баланса, по

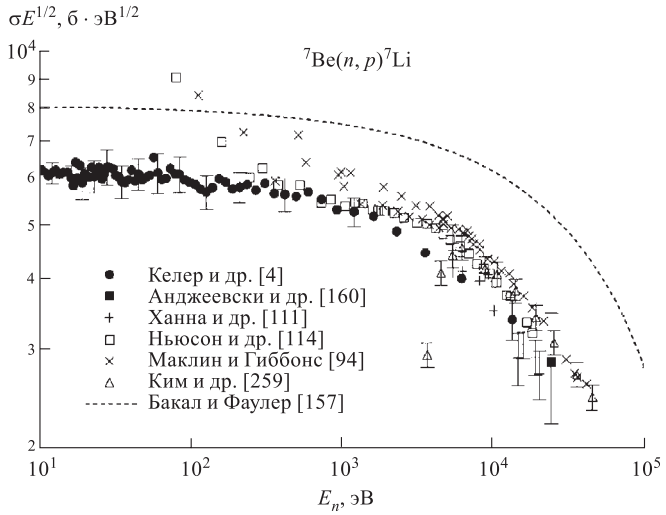

Рис. 6. Приведенное сечение реакции ^{7}Be$(n,\,p)^7$Li при $E_n > 10$ эВ: • и ■ — данные прямых измерений; инверсные данные показаны разными значками. Сечение, использовавшееся ранее в астрофизике, показано штриховой линией

крайней мере, до области энергии несколько сотен эВ выше нейтронного порога. В отличие от Ханна [111] Ньюсон и др., анализируя данные по измерениям ^{7}Li$(p,\,n)$, ^{7}Li$(p,\,p'\gamma)$, ^{7}Li$(p,\,\gamma)$, получили, что лучшее соответствие около порога будет при предположении о существовании при $E_p \approx 1{,}9$ МэВ широкого резонанса с $0{,}5 < \Gamma_p < 1{,}5$ МэВ, спином $J^\pi = 2^-$, $l_p = 0$, приведенной нейтронной шириной, много большей приведенной протонной ширины $(\gamma_n^2/\gamma_p^2) \approx 4{,}5$, и с учетом хорошо проявляющегося резонанса при $E_p = 2{,}25$ МэВ, $\Gamma_n = \Gamma_p = \Gamma/2 = 0{,}110$ МэВ, $J^\pi = 3^+$ и $(\gamma_n^2/\gamma_p^2) = 5{,}5$. Согласующиеся с этим результаты получены в аналогичных измерениях Маклина и Гиббонса [94], где сечение реакции ^{7}Li$(p,\,n)^7$Be было рассчитано в предположении о существовании около порога широкого 2^--резонанса с $\Gamma_p = \Gamma_n$, $E_p = 1{,}97$ МэВ и $\gamma_n^2/\gamma_p^2 = 5{,}2 \pm 0{,}3$.

Анализ данных, проведенный в работе [1] с использованием простой одноуровневой формулы БВ (5), дал неплохую подгонку, когда $\Gamma_n = \Gamma_p$ при $E_n = 72{,}8$ кэВ и $\gamma_n^2/\gamma_p^2 \approx 3$ для уровня 2^- ^{8}Be с $E_x = 18{,}91$ МэВ. Если следовать Баркеру [115], эта величина отношения приведенных ширин соответствует примерно 7 % примеси изоспина $T = 1$ в состояние 2^- ^{8}Be, $E_x = 18{,}91$ МэВ. Это примерно половина смешивания изоспина, найденного Баркером, и вдвое больше величины, рассчитанной Арнольдом и др. [116]. Ясно, что результаты анализа по простой формуле БВ должны рассматриваться как весьма приблизительные. Поэтому в работе [1] был выпол-

нен и более точный зарядово-симметричный многоуровневый многоканальный R-матричный анализ данных для реакций ^{7}Li(p, p)^{7}Li, ^{7}Li(p, n)^{7}Be и ^{7}Be(n, p)^{7}Li, ведущих к составному ядру ^{8}Be, который демонстрирует, что данные можно описать и с $\gamma_n^2/\gamma_p^2 = 1$, если присутствуют уровни с обоими ($T = 1$ и $T = 0$) изоспинами. Это похоже на выводы Баркера, за исключением того, что он не фиксировал амплитуды приведенных ширин как зарядово-симметричные. Исходя из того, что 2^--аномалия описывается R-матричной теорией, Баркер доказывал, что утверждение Арнольда и др. о том, что это не резонанс в обычном смысле, не обоснованно. На самом деле, оба утверждения совместимы, так как R-матричная теория пригодна для описания почти всех типов сингулярностей S-матрицы, а не ограничивается только полюсами БВ [1]. Многие явные противоречия в природе аномалии объясняются полюсом S-матрицы с учетом того, что он лежит на нефизическом листе, удаленном от физического листа поверхности E, и поэтому не подчиняется обычным унитарным соотношениям между его смещением от вещественной оси энергии и величиной его вычета. Вещественная часть энергии полюса соответствует энергии возбуждения $E_x = 18{,}91$ МэВ в ^{8}Be, как ожидалось. Мнимая часть энергии полюса дает полную ширину распада $\Gamma = 122$ кэВ, которая согласуется качественно с малой величиной, полученной Арнольдом и др., и количественно с шириной $\Gamma = (150 \pm 50)$ кэВ, наблюдавшейся в реакции ^{7}Li(p, γ)^{8}Be [117]. С другой стороны, вычет полюса, который не рассматривался Арнольдом и др., дает парциальную протонную ширину, лежащую в диапазоне ($50 \leqslant \Gamma_p \leqslant 1500$ кэВ) [114], и служит указанием на широкую структуру аномалии, наблюдаемую в ^{7}Li(p, n)^{7}Be и ее обратной реакциях. В этой двухканальной проблеме полюса, соответствующие резонансам, могут встречаться на любом из трех нефизических листов. Авторы [1], используя полученные ими параметры R-матрицы и процедуры работы [118], изучили полюса S-матрицы вблизи $n+ {}^7$Be-порога на всех трех нефизических листах. Полюс был найден при энергии E_0 как раз ниже порога на нефизическом листе, где момент k_p имеет положительную мнимую часть, а k_n — отрицательную, (т. е. виртуальный полюс в канале $n + {}^7$Be), и, как ожидают, он ответствен за пик в упругом рассеянии. Получены следующие параметры $J^\pi = 2^-$-резонанса: $E_r = 1636{,}5$ кэВ; $\Gamma = 121{,}8$ кэВ; $\Gamma_p = 1407{,}7$ кэВ; $\Gamma_n = 222{,}9$ кэВ и $s = 13{,}39$. Здесь энергия E_r дана в с. ц. м. относительно $p+ {}^7$Li-порога. Заметим, что вычеты полюсов S-матрицы подразумевают соотношение $\sum\limits_c \Gamma_c = s\Gamma$ между парциальными ширинами Γ_c и полной шириной $\Gamma = -2\,\mathrm{Im}\,(E_0)$, в котором s — «сила» резонанса — не обязательно равна 1, как для полюса БВ. Примесь изоспина $T = 1$ в резонансе $J^\pi = 2^-$ составляет при этом 24 %.

^{10}B($\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{\alpha}$)^{7}Li. В области энергии нейтронов примерно до 1 МэВ энергетическая зависимость сечения имеет плавный, близкий к $1/v$ ход с большим

тепловым сечением (см. табл. 1). При тепловой энергии в 6,3 % случаев составное ядро ^{11}B распадается в основное состояние ^{7}Li (α_0-переход) и в 93,7 % случаев заселяется состояние ^{7}Li* (0,478 МэВ) (α_1-переход) ($\alpha_0/\alpha_1 = (6{,}723 \pm 0{,}011)\,\%$ [80]). В связи с широким использованием этой реакции в нейтронной физике как стандарта, а также с тем, что она представляет интерес для экспериментов по несохранению четности, требуется детальное понимание этой реакции и знание уровней системы ^{11}B. При захвате s-нейтронов возбуждаются состояния ^{11}B с $J^\pi = 5/2^+$ и $J^\pi = 7/2^+$. Схема уровней системы ^{11}B [80] включает несколько таких уровней с ширинами $\Gamma \sim 100{-}200$ кэВ в пределах 1 МэВ выше и ниже порога ($B_n = 11{,}4542$ МэВ). В ней присутствует и близкий к порогу уровень при $E_x = 11{,}44$ МэВ с $\Gamma = 103$ кэВ, но, к сожалению, с неизвестным спином, проявившийся в реакциях ^{7}Li$(\alpha,\alpha)^{7}$Li и ^{9}Be$(^{3}$He$, p)^{11}$B. Из поляризационного измерения реакции ^{10}B$(n,\,\alpha_1\gamma)^{7}$Li [119], в котором был определен коэффициент смешивания спинов $\alpha_f = \Gamma^+/\Gamma$, следует, что захват тепловых нейтронов ядром ^{10}B, ведущий к переходу на первое возбужденное состояние ^{7}Li, почти полностью идет через спиновое состояние $J^\pi = 7/2^+$ ядра ^{11}B. Это не относится к реакции ^{10}B$(n,\,\alpha_0)^{7}$Li, напротив, из R-матричного анализа [120] следует, что для $(n,\,\alpha_0)$-реакции этот коэффициент α_f должен быть близок к нулю. Таким образом, можно полагать, что разные конечные состояния в реакции ^{10}B$(n,\,\alpha)^{7}$Li при энергии E_n, близкой к порогу, связаны с разными состояниями ядра ^{11}B: α_1-переход — с $J^\pi = 7/2^+$, α_0 — с $J^\pi = 5/2^+$.

^{14}N$(n,p)^{14}$C ($B_n = 10{,}8333$ МэВ, $B_p = 10{,}2074$ МэВ). ^{14}N относится к тому очень небольшому кругу ядер (вместе с ^{3}He и ^{35}Cl), для которых ранее была измерена реакция $(n,\,p)$. На рис. 7 показаны данные по приведенному сечению реакции ^{14}N$(n,\,p)^{14}$C в области энергии нейтронов от тепловых до 100 кэВ. Сплошные символы показывают прямые измерения этой реакции [121, 14–16, 19], открытые символы представляют данные, полученные методом детального баланса из обратной реакции ^{14}C$(p,\,n)^{14}$N, измеренной Сандерсом [122] и Гиббонсом и Маклином [94]. Сечение реакции ^{14}N$(n,\,p)^{14}$C до энергии несколько кэВ почти точно следует закону $1/v$. Тепловое сечение (табл. 1) вполне может быть грубо объяснено вкладом ближайших известных s-резонансов [77, 123] при $E_n(E_p) = 0{,}639$ МэВ (1,3188 МэВ); 0,837 МэВ (1,509 МэВ) и $J^\pi = 1/2^+$ без учета интерференции между уровнями.

Помимо реакции $(n,\,p)$ при $E_n > 1$ МэВ проявляется слабоэнергетическая ($Q \approx -0{,}159$ МэВ) реакция ^{14}N$(n,\,\alpha)^{11}$B с α_0, α_1, α_i-переходами, соответственно, на основное ($I^\pi = 3/2^-$), первое возбужденное ($I^\pi = 1/2^-$, $E_x = 2{,}1247$ МэВ), второе возбужденное ($I^\pi = 5/2^-$, $E_x = 4{,}4451$ МэВ) и т. д. состояния ^{11}B. Здесь, по-видимому, впервые, проявилось отчетливое разделение резонансов, соответствующих распаду одного и того же компаунд-ядра: один резонанс отвечает преимущественно реакции $(n,\,p)$, а другой — реакции $(n,\,\alpha)$ (резонансы при $E_n = 1{,}4$ и $1{,}8$ МэВ [124]). Эти данные легко

понять, если учесть момент количества движения и четности уровней (3), (4). Подробнее мы остановимся на этом ниже на примере ^{36}Cl.

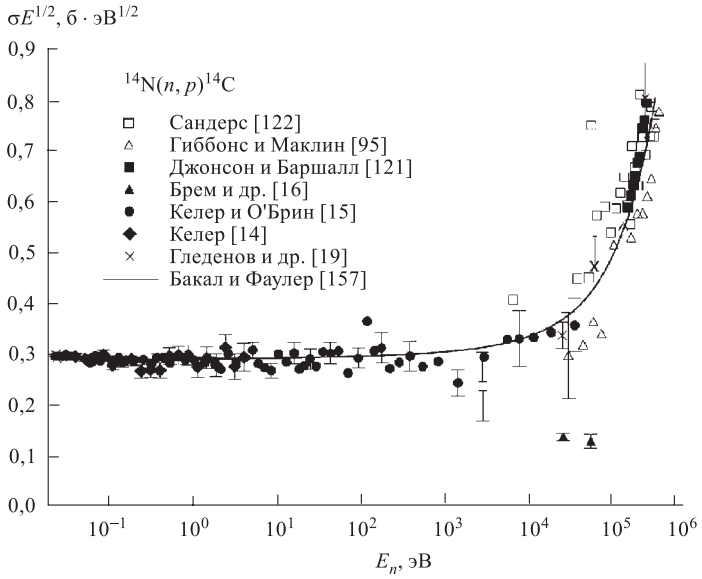

Рис. 7. Приведенное сечение реакции ^{14}N$(n, p)^{14}$C: □, △ — инверсия, остальные значки — прямые измерения

^{17}O$(n, \alpha)^{14}$C ($B_n = 8{,}0443$ МэВ, $B_\alpha = 6{,}2270$ МэВ). Сечение реакции, полученное в прямом измерении Келера и Графа [2], приведено для диапазона энергии нейтронов от тепловых до 100 кэВ на рис. 8, *а* от 30 кэВ до 1 МэВ — на рис. 8, *б*. Видно, что ниже 10 эВ сечение очень близко следует зависимости $1/v$, а выше определяется резонансами при $E_n = 3; 130$ и 250 кэВ. На рис. 8, *б* приведены также данные Сандерса [122], измеренные в обратной реакции и пересчитанные здесь по методу детального баланса. Очень трудно получить такие данные ниже резонанса при $E_\alpha = 2{,}553$ МэВ (соответствующего резонансу при $E_n = 176$ кэВ), поэтому невозможно выяснить, соответствует ли пик около $E_n = 3$ кэВ какому-либо резонансу в обратной реакции. Оценка Сандерса толщины мишеней составляет 20 кэВ при $E_\alpha = 1{,}16$ МэВ и неопределенность нормировки — около 60 %. Лучшее согласие получено для пиков, отвечающих резонансам при $E_n = 250; 800$ и 900 кэВ, хотя имеется значительное расхождение (причем в разные стороны) в положении резонансов при $E_n = 130$ и 250 кэВ.

Энергетическое разрешение не позволило получить в работе [2] полную информацию о структуре уровней при $E_n > 100$ кэВ, поэтому рассмотрение там ограничено, в основном, областью ниже 100 кэВ. Тем не менее имеется

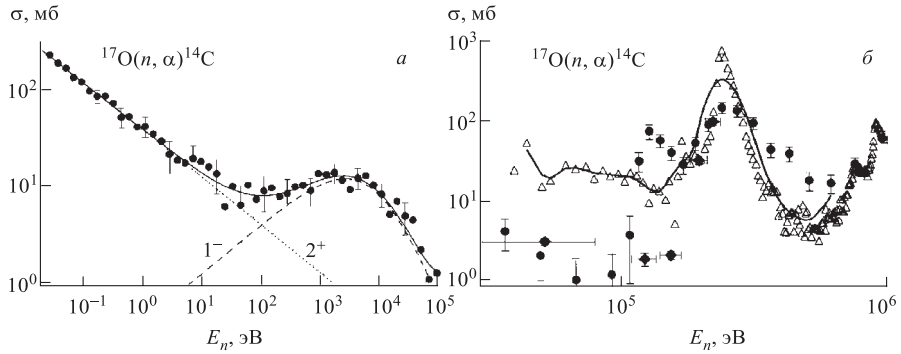

Рис. 8. Сечение реакции ^{17}O$(n,\alpha)^{14}$C: *а*) от 0,025 эВ до 100 кэВ; • — данные [2], сплошная кривая — результат двухуровневой подгонки. Пунктирная и штриховая кривые показывают отдельный вклад в эту подгонку от 2^+- и 1^--резонансов соответственно; *б*) от 30 кэВ до 1 МэВ; • — данные [2]; ♦ — [3]; Δ — из обратной реакции [122]; сплошная кривая — усредненные [122] по разрешению [2]

(рис. 8, *б*) пик при $E_n \approx 130$ кэВ, тогда как нет уровня в ^{18}O [125], соответствующего резонансу при этой энергии. Не наблюдался этот резонанс и в реакции ^{14}C$(\alpha,\, n)^{17}$O [122, 126]. Пик в данных [2] находится примерно посредине между известными 5^-- и 2^+-резонансами (см. ниже), оба из которых вследствие своих малых ширин не могли наблюдаться в этом измерении. Ниже 100 кэВ сечение определяется $1/v$-компонентой и резонансом вблизи 3 кэВ. Уровня в ^{18}O, соответствующего энергии нейтрона около 3 кэВ, не имеется. Ближайший известный резонанс [126] с $J^\pi = 1^-$, $\Gamma_{\text{с.т.}} < 2{,}5$ кэВ и $\Gamma_\gamma = (1{,}07 \pm 0{,}22)$ эВ расположен на (5 ± 2) кэВ ниже нейтронного порога. Данные ниже 100 кэВ [2] хорошо описываются комбинацией $1/v$-компоненты от (неопределенного) s-волнового 2^+-резонанса и подпорогового p-волнового резонанса с параметрами, совместимыми с вышеуказанным резонансом 1^-. Хотя резонанс лежит ниже порога, повышение проницаемости p-волны сочетается с уменьшением сечения на хвосте резонанса таким образом, что образуется пик около 3 кэВ. Более того, рассчитанный пик не является симметричным и имеет более крутой спад с высокоэнергетической стороны пика, как и на экспериментальной кривой. Данные хорошо описываются простой формулой БВ (5).

Сплошная кривая на рис. 8, *а* представляет сумму $1/v$-компоненты, нормированной на тепловое сечение, и 1^--резонанса с параметрами $E_0 = -7$ кэВ; $\Gamma_\alpha = 2300$ эВ; $\Gamma_\gamma = 0{,}9$ эВ и $\Gamma_n^0 = 98$ эВ. Пунктирная кривая и линия из точек на рис. 8, *а* показывают отдельный вклад 1^-- и 2^+-компонент. Авторам [2] не удалось получить удовлетворительную подгонку данных ни в предположении нового s-волнового 2^+-резонанса при $E_0 = 3$ кэВ, ни ком-

бинацией $1/v$-компонентсы и p-волнового резонанса при $E_0 \approx 3$ кэВ при условии нахождения парциальных ширин в рамках вигнеровского предела. Источник $1/v$-компоненты в сечении при малой энергии остается не выясненным. Ближайший известный [126] s-волновый резонанс это 2^+ уровень при $E_n = 179$ кэВ с $\Gamma_{\text{c.m.}} = (1{,}0 \pm 0{,}8)$ кэВ; $\Gamma \approx \Gamma_\alpha \ll \Gamma_n$ ([127]) и $\Gamma_\gamma = (0{,}41 \pm 0{,}09)$ эВ. Эти параметры ограничивают вклад его в тепловое сечение на уровне меньше 7 мб, тогда как измеренное сечение (см. табл. 1) составляет 235 мб. Не имеется и других 2^+-уровней выше нейтронного порога, которые могли бы дать заметный вклад в тепловое сечение. Ниже порога известно три 2^+-уровня, все с довольно большим нейтронным или α-частичным спектроскопическими факторами, измеренными в ^{17}O(d, p)^{18}O и ^{14}C(^{6}Li, d)^{18}O-реакциях [125]. Возможно, один или несколько из этих уровней ответственны за тепловое сечение реакции ^{17}O(n, α)^{14}C и его $1/v$-ход. Тем не менее α-частичные спектроскопические факторы имеют большую погрешность, а нейтронные спектроскопические факторы вообще не определены для подпороговых уровней.

^{22}Na(n, p)^{22}Ne, ^{22}Na(n, α)^{19}F. Относительно короткоживущий изотоп ^{22}Na (табл. 1) был первым из ряда радиоактивных ядер, на которых в последние годы были выполнены измерения в области резонансных нейтронов. Исследуя реакцию ^{22}Na(n, p)^{22}Ne с тепловыми нейтронами, Эхальт и др. [128] обнаружили сильный протонный переход p_1 на первое возбужденное состояние дочернего ядра ^{22}Ne с сечением (40 ± 20) кб, для объяснения которого было сделано предположение о наличии резонанса при энергии на (4 ± 4) кэВ ниже энергии связи нейтрона в составном ядре ^{23}Na ($B_n = 12{,}419$ МэВ). Позднее Квитек и др. [83] уточнили значение теплового сечения $\sigma_{np}^{\text{th}} = (30{,}6 \pm 2{,}6)$ кб, также был найден слабый протонный переход p_0 в основное состояние ^{22}Ne с отношением интенсивностей $p_0/p_1 = (7{,}4 \pm 0{,}2) \cdot 10^{-3}$. В этой же работе в измерении на скандиевом фильтре была получена верхняя оценка сечения $\sigma_{np} < 11$ б при $E_n = 2$ кэВ. Это позволило авторам [83] прийти к выводу, что резонанс, ответственный за большое тепловое сечение, должен быть расположен ниже 1 кэВ по энергии нейтронов. Анализ этих данных показал [27], что такое большое сечение можно описать, если предположить существование резонанса при $E_n = 4{,}25$ эВ с параметрами $\Gamma_n = 0{,}4$ эВ, $\Gamma_a = 1$ эВ ($\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_a$) и $g = 1/2$. Одновременно была представлена работа Гледенова и др. [129] (см. также [21]) с измерениями реакции ^{22}Na(n, p)^{22}Ne в области E_n до 1 кэВ, в которой был обнаружен резонанс с параметрами $E_0 = 145$ эВ, $\Gamma_n^0 = 3{,}2$ эВ, $\Gamma_{p1} = 114$ эВ, $J^\pi = 7/2^+$, определяющий сечение этой реакции при тепловой энергии нейтронов. Однако при сопоставлении этого резонанса с состояниями, возбуждаемыми в реакциях ^{19}F(α, p)^{22}Ne [130, 131] и ^{22}Ne(p, $p_1\gamma$)^{22}Ne [131] в том же диапазоне энергии возбуждения составного ядра ^{23}Na* ($B_\alpha = 10{,}468$ МэВ, $B_p = 8{,}795$ МэВ), получается ряд рас-

хождений в соотношениях параметров уровней (см. ниже, а также табл. 2). Работа Келера и О'Брина [4], в которой измерены тепловые сечения реакций ^{22}Na(n, p_0), (n, p_1), (n, α_0), (n, α_1) и (n, α_2), а также p_0- и p_1-сечения от тепловой энергии до 420 эВ и 35 кэВ соответственно, позволила существенно продвинуться в понимании ситуации в области около нейтронного порога.

Таблица 2. **Сравнение параметров резонансов компаунд-ядра ^{23}Na, полученных в различных измерениях**

E_n, кэВ	J^π	E_p, МэВ	E_α, МэВ	E_x, МэВ	Ширины или отношения ширин	Реакция	Ссылки
0,178	7/2$^+$			12,419	$\Gamma_n^0 = 2{,}7$ эВ $\Gamma_{p1} = 148$ эВ $\Gamma_{p0}/\Gamma_{p1} \ll 8{,}5 \cdot 10^{-3}$ $\Gamma_{\alpha 0}/\Gamma_{p1} \ll 1{,}3 \cdot 10^{-3}$	^{22}Na(n, p) ^{22}Na(n, α)	[4]
0,145	7/2$^+$			12,419	$\Gamma_n^0 = 2{,}8$ эВ $\Gamma_{p1} = 114$ эВ $\Gamma_{p0}/\Gamma_{p1} = 6 \cdot 10^{-3}$ $\Gamma_{\alpha 0}/\Gamma_{p1} \ll 1$	^{22}Na(n, p)	[21]
< 1	7/2$^+$				$\Gamma_{p0}/\Gamma_{p1} = 7{,}4 \cdot 10^{-3}$ $\Gamma_\alpha/\Gamma_p < 2 \cdot 10^{-3}$	^{22}Na(n, p)	[83]
	5/2$^+$				$\Gamma_{\alpha 0}/\Gamma_{p1} = (1 \pm 1{,}5) \cdot 10^{-3}$	^{22}Na(n, p)	[128]
	5/2$^+$				$\Gamma_{p0}/\Gamma_{p1} < 1{,}0$ $\Gamma_{\alpha 0}/\Gamma_{p0} = 0{,}15$	^{22}Na(n, p) ^{22}Na(n, α)	[4]
-10		3,778		12,409	$\Gamma = (1{,}4 \pm 0{,}3)$ кэВ $\Gamma_{p0}/\Gamma_{p1} > 1{,}6 \cdot 10^{-3}$	^{22}Ne(n, $p_1\gamma$)	[131]
0		3,789		12,419	$\Gamma = (2{,}8 \pm 0{,}3)$ кэВ	^{22}Ne(n, $p_1\gamma$)	[131]
-12			$2{,}347 \pm 0{,}5$	12,407	$\Gamma = (2{,}2 \pm 0{,}2)$ кэВ $\Gamma_{\alpha 0}/\Gamma_{p0} = 0{,}2$	^{19}F(α, p_0)	[131]
-7			$2{,}353 \pm 0{,}5$	12,412	$\Gamma = (4{,}2 \pm 0{,}2)$ кэВ	^{19}F(α, p_1)	[131]
$-6{,}4$			$2{,}354 \pm 4$		$\Gamma_{p0}/\Gamma_{p1} = 0{,}31$	^{19}F(α, p_0)	[130]
$-1{,}4$			$2{,}360 \pm 4$		$\Gamma_{p0}/\Gamma_{p1} < 0{,}03$ $\Gamma < 6$ кэВ	^{19}F(α, p_0)	[130]

Данные [4], как видно из рис. 9, согласуются с пределом $\sigma_{p1} < 11$ б при $E_n = 2$ кэВ [83] и результатами работы [21]. Оба набора данных показывают, что p_1-сечение определяется одним резонансом при $E_n \approx 170$ эВ. Штриховая кривая на рис. 9 является результатом подгонки p_1-данных с использованием одноуровневой формулы БВ (5). Полагая $J^\pi = 7/2^+$ для этого резонанса,

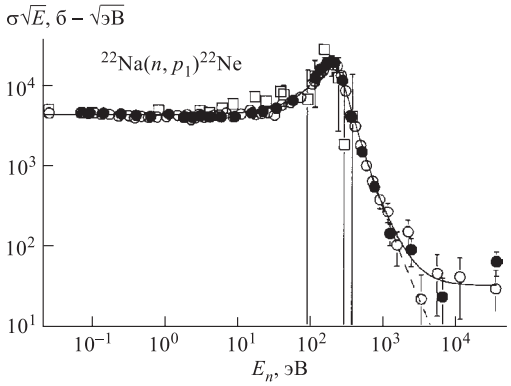

Рис. 9. Приведенное сечение реакции ^{22}Na$(n,\, p_1)^{22}$Ne* в зависимости от энергии нейтронов: ○, ● — результаты [4], □ — [21]; штриховая кривая — результат подгонки данных [4] к одиночному 7/2$^+$-резонансу; сплошная — результат подгонки данных [4] к сумме 7/2$^+$-резонанса и неинтерферирующего резонанса с $1/v$-зависимостью сечения

авторы [4] получили $E_0 = 178$ эВ, $\Gamma_n^0 = 2{,}7$ эВ, $\Gamma_{p1} = 148$ эВ. Штриховая линия на рис. 10 показывает ожидаемый вклад в сечение p_0 от этого резонанса, если он определяет p_0-сечение. Видно, что этот резонанс дает очень малый вклад в p_0-сечение. Как отмечено выше, при анализе p_1-резонанса было использовано значение $J^\pi = 7/2^+$, хотя s-нейтроны при взаимодействии с ^{22}Na ($I^\pi = 3^+$) могут возбудить как 7/2$^+$-, так и 5/2$^+$-уровень ^{23}Na. Дело в том, что резонанс, описывающий p_1-сечение, дает малый вклад в канал p_0, следовательно, его ширина в этом канале очень мала. Отношение же проницаемостей потенциального барьера ядра для протонов при распаде уровня 5/2$^+$ в ^{23}Na на основное и первое возбужденное состояния ^{22}Ne составляет $P_{p0}(l=2)/P_{p1}(l=0) = 0{,}4$, тогда как для уровня 7/2$^+$ отношение $P_{p0}(l=4)/P_{p1}(l=2) = 0{,}04$.

Аналогичные соображения позволяют заключить, что за p_0-сечение ответствен резонанс 5/2$^+$. Этот же самый уровень может быть ответствен за p_1-сечение при энергии $E_n > 1$ кэВ, где уровень 7/2$^+$ уже не дает хорошего описания p_1-данных. Сплошная кривая на рис. 10 — результат подгонки p_0-сечения, точно отвечающий закону $1/v$, а сплошная кривая на рис. 9 — результат подгонки p_1-сечения суммой 7/2$^+$-резонанса, обсужденного выше, и неинтерферирующего 5/2$^+$-резонанса с вкладом $1/v$. Полагая существование одного широкого 5/2$^+$-уровня в ^{23}Na, отвечающего за эти $1/v$-вклады в p_0- и p_1-сечения, авторы [4] получили для него отношение парциальных ширин $\Gamma_{p0}/\Gamma_{p1} = 1{,}0$. Об этом резонансе можно сказать только то, что он довольно широкий и расположен, скорее всего, ниже порога.

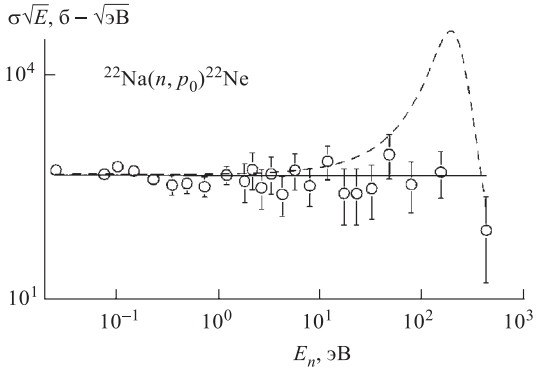

Рис. 10. Приведенное сечение реакции ^{22}Na$(n,\ p_0)^{22}$Ne: кружки — результат измерений [4]; штриховая кривая — ожидаемое сечение, если резонанс при 170 эВ в (n,p_1)-данных ответствен за (n,p_0)-тепловое сечение; сплошная кривая — из подгонки к строгой $1/v$-зависимости

Данные работы [4] указывают, что для объяснения ^{22}Na$(n,\ p_0)$ и $(n,\ p_1)$-сечений необходимо существование, по крайней мере, двух уровней ^{23}Na, лежащих вблизи нейтронного порога. Параметры, полученные как в этой работе, так и в предшествующих измерениях, приведены в табл. 2. Три параметра — E_0, Γ_n^0 и Γ_{p1}, полученные в [4] из подгонки p_1-данных к $7/2^+$-резонансу, находятся в хорошем согласии с приведенными в работе [21]. Из рассмотрения проницаемостей можно заключить, что величина $J^\pi = 7/2^+$ является предпочтительнее для p_1-резонанса, а p_0-резонанс, вероятно, имеет спин $5/2^+$. Результаты расчетов по кластерной модели [83] поддерживают эти заключения: они показывают, что для $J^\pi = 5/2^+$ отношение средних парциальных ширин $\langle\Gamma_{p0}\rangle/\langle\Gamma_{p1}\rangle = 0{,}4$, тогда как для $J^\pi = 7/2^+$ $\langle\Gamma_{p0}\rangle/\langle\Gamma_{p1}\rangle < 1{,}3\cdot 10^{-3}$. Тем не менее вывод, сделанный в [83], о том, что $7/2^+$ p_1-резонанс наблюдался в измерениях реакции ^{19}F$(\alpha,\ p)^{22}$Ne [130], не поддержан измерениями как [4], так и [21], выполненными на резонансных нейтронах. Из-за того, что измерения p_0-сечения раньше были выполнены только при тепловой энергии, в работах [83] и [21] было принято, что тот же самый резонанс наблюдается в p_0- и p_1-каналах, т. е. $J^\pi = 7/2^+$-резонанс с $\Gamma_{p0} \ll \Gamma_{p1}$. Следовательно, при сравнении своих результатов по реакции ^{22}Na$(n,\ p)^{22}$Ne с данными по реакции ^{19}F$(\alpha,\ p)^{22}$Ne [130] авторы [128, 83, 21] ожидали вблизи порога обнаружить резонанс с $\Gamma_{p0} \ll \Gamma_{p1}$. Такой резонанс, имеющий $\Gamma_{p0}/\Gamma_{p1} < 0{,}03$, существует в данных [130] при энергии $E = (-1{,}4 \pm 4)$ кэВ от нейтронного порога. Тем не менее, как отмечалось в работе [21], соотношение параметров этого резонанса ($E_\alpha = 2360$ кэВ) из работы [130] $\Gamma_\alpha \approx \Gamma_{p1}$, тогда как в [128, 83, 21] получено, что $\Gamma_\alpha \ll \Gamma_{p1}$. Кроме того, в [128] рассчитано, что параметры этого резонанса из [130] при-

водят к ширине, превышающей предел Вигнера, если допустить $J^\pi = 7/2^+$, в то же время при допущении $J^\pi = 5/2^+$ ширина будет ниже этого предела. Более того, p_1-резонанс, обнаруженный в работах [21, 4], является слишком узким, чтобы проявиться в измерениях реакции ^{19}F(α, p)^{22}Ne [130, 131].

Более вероятно, что в реакции ^{19}F(α, p)^{22}Ne наблюдается резонанс 5/2$^+$, который доминирует в ^{22}Na(n, p_0)^{22}Ne. Действительно, резонанс, найденный в работе [130] при $E = (-6{,}4 \pm 4)$ кэВ ниже нейтронного порога, имеет $\Gamma_{p0}/\Gamma_{p1} = 0{,}3$. Этот же резонанс, по-видимому, наблюдали в работе [131], хотя энергия резонанса не согласуется в пределах приведенных экспериментальных ошибок с данными [130]. Скорее всего, резонанс при $E_\alpha = (2354 \pm 4)$ кэВ [130] соответствует резонансу при $E_\alpha = (2347 \pm 0{,}5)$ кэВ, а не при $E_\alpha = (2353 \pm 0{,}5)$ кэВ [131], последний же соответствует резонансу $E_\alpha = (2360 \pm 4)$ кэВ [130]. Видимо, имеется сдвиг в энергетической калибровке около 7 кэВ в этих двух экспериментах. Считая, согласно [131], что резонанс при $E_\alpha = 2347$ кэВ является резонансом в p_0-канале, то есть приведенное в этой работе отношение $\Gamma_\alpha/\Gamma_{p1} = 0{,}2$ относится не к p_1-, а к p_0-каналу, и сравнивая его с отношением $\Gamma_{\alpha 0}/\Gamma_{p0} = 0{,}15$, полученным на тепловых нейтронах [4], можно вполне допустить, что это как раз тот резонанс в реакции ^{19}F(α, p)^{22}Ne, который виден в измерениях реакций ^{22}Na(n, p_0) и ^{22}Na(n, α_0).

Совсем недавно вышла работа [132], в которой исследованы реакции ^{19}F(α, n)^{22}Na и ^{22}Ne(p, n)^{22}Na. Принцип детального баланса был использован для получения сечений реакций ^{22}Na(n, α_0)^{19}F и ^{22}Na(n, p_0)^{22}Ne в диапазонах энергий $0{,}26 \leqslant E_n \leqslant 640$ и $1{,}9 \leqslant E_n \leqslant 600$ кэВ соответственно. К сожалению, в работе [4] измерение сечения реакции ^{22}Na(n, p_0)^{22}Ne ограничено энергией 420 эВ и исследованные области не перекрываются, а сечение реакции ^{22}Na(n, p_1)^{22}Ne нельзя получить из измерений обратной реакции.

^{26}Al(n,p)^{26}Mg, ^{26}Al(n,α)^{23}Na. Так как ^{26}Al радиоактивен и не существует в природе в значительном количестве (табл. 1), до недавнего времени не имелось экспериментальных данных по этим реакциям. Для очень интересных для астрофизики оценок использовались расчеты по статистической теории [133]. Первые данные по реакциям ^{26}Al(n, p_0) и ^{26}Al(n, α_0) были получены методом детального баланса из измерений обратных реакций [134, 135], и они сильно отличались от теоретических предсказаний [133]. В работах [134, 135] на основе знаний спинов уровней предполагалось, что реакция ^{26}Al(n, p_1), которая не измерялась через обратную реакцию, должна иметь намного бóльшее сечение, чем реакция ^{26}Al(n, p_0). Действительно, захват ядрами ^{26}Al ($I^\pi = 5^+$) медленных нейтронов приводит к возбуждению уровней выше $B_n = 13{,}058$ МэВ, имеющих также высокий спин, плотность которых не должна быть большой. Поэтому правомерен вопрос о законности использования статистической теории при $E_n \approx 30$ кэВ. Переходы в основное 0^+-состояние ^{26}Mg должны быть сильно подавлены высоким цен-

тробежным барьером, переходы же в первое возбужденное состояние ^{26}Mg ($I^\pi = 2^+$, $E_x = 1{,}81$ МэВ) должны превалировать.

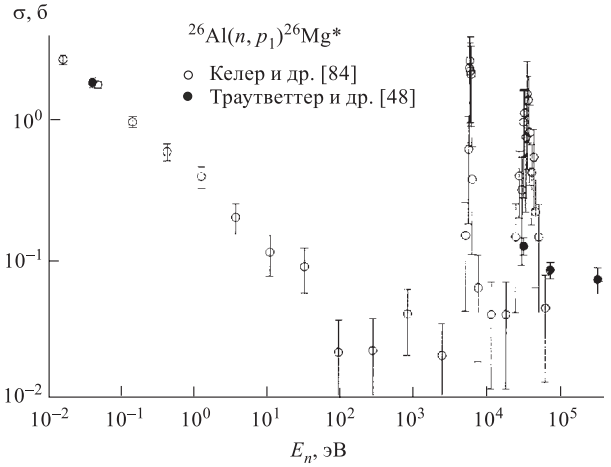

Рис. 11. Сечение реакции ^{26}Al$(n,\ p_1)^{26}$Mg

Первое прямое измерение реакции ^{26}Al$(n,\ p)^{26}$Mg было выполнено Траутветтером и др. [48]. Для тепловых нейтронов по данным этой работы $\sigma(n,\ p_1)/\sigma(n,\ p_0) \approx 100$ (см. табл. 1) и ~ 3 при $E_n = 300$ кэВ. Первые два резонанса в реакции ^{26}Al$(n,\ p_1)^{26}$Mg* ($E_0 = 5{,}578$ кэВ; $\Gamma = (240 \pm 200)$ эВ; $\omega\gamma = (2{,}03 \pm 0{,}51)$ эВ и $E_0 = 33{,}70$ кэВ; $\Gamma = (8200 \pm 3000)$ эВ; $\omega\gamma = (128 \pm 22)$ эВ), а также совпадающий с нижним из них резонанс с $\omega\gamma = (6{,}6 \pm 1{,}7)$ эВ в реакции ^{26}Al$(n,\ \alpha_0)^{23}$Na были обнаружены недавно в работе Келера и др. [84] (рис. 11, 12). Здесь $\omega\gamma = g_J\Gamma_n\Gamma_p/\Gamma$ или $g_J\Gamma_n\Gamma_\alpha/\Gamma$. Измерения первой реакции были выполнены в диапазоне E_n от тепловых до 70 кэВ, второй, из-за худших фоновых условий в эксперименте, только до 10 кэВ. В работе были сделаны попытки описать сечения в измеренном диапазоне энергии, используя только эти два неинтерферирующих БВ-резонанса. Изучение ограничивалось только s-волновыми ($J^\pi = 9/2^+,\ 11/2^+$) и p-волновыми (J^π от $7/2^-$ до $13/2^-$) нейтронными резонансами. Оказалось, что невозможно описать одновременно тепловые сечения и резонансы. В частности, подгонка пиков с использованием s-резонансов, приводит к большим тепловым сечениям. Следовательно, s-волновой набор надо исключить, если только не имеется существенной деструктивной интерференции [22] между этими (или другими вне измеренного диапазона) резонансами.

К сожалению, не имеется информации о других уровнях компаунд-ядра ^{27}Al при такой высокой энергии возбуждения [136]. Поэтому авторы [84] выполнили фитирование данных, полагая эти два резонанса p-волновыми и доба-

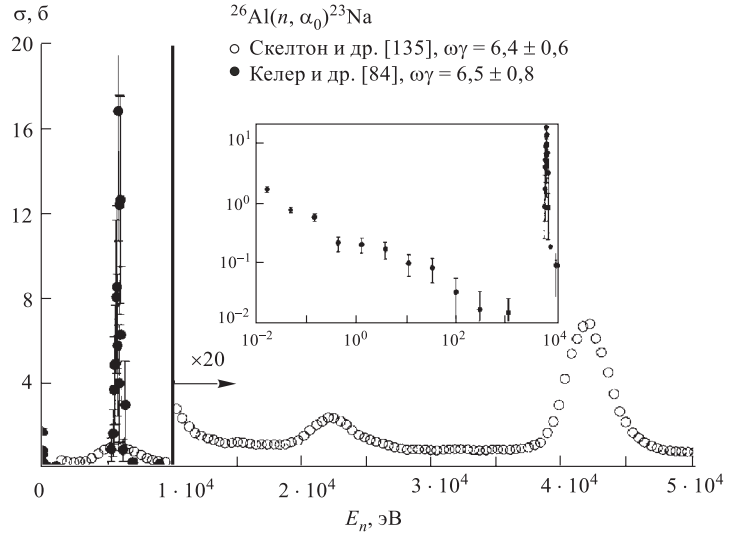

Рис. 12. Сечение реакции ^{26}Al(n, α_0)^{23}Na. На вставке — данные [84] до 10 кэВ в логарифмическом масштабе

вляя $1/v$-компоненту от s-резонанса, лежащего вне измеренного диапазона, который воспроизводит тепловое сечение. Результаты подгонки, выполненные при таких допущениях, показаны на рис. 11 и 12, полученные параметры резонансов приведены в начале этого раздела.

^{33}S(n, α)^{30}Si ($B_n = 11{,}417$ МэВ). Очампо и др. выполнили измерение этой реакции на ускорителе Ван-де-Граафа [5]. Однако разрешение было недостаточным для разделения индивидуальных резонансов. Вагеманс и др. [6] измерили сечение реакции ^{33}S(n, α)^{30}Si в диапазоне энергии нейтронов от тепловых до 1 МэВ и провели резонансный анализ до 400 кэВ (рис. 4). В результате получены значения Γ_α или величины $\omega\gamma = g_J\Gamma_n\Gamma_\alpha/\Gamma$ для 16 отдельных резонансов. Величина Γ_α получается из площади под резонансом на кривой сечения из выражения $A_\alpha = 2\pi^2\lambda^2 g_J\Gamma_n\Gamma_\alpha/\Gamma$. Хорошее разрешение позволило получить для ряда резонансов α-ширины методом формы. Кроме того, для ядра ^{33}S имеются данные по полному сечению, полученные в эксперименте по пропусканию [137]. Совместный анализ позволил извлечь резонансные параметры для 25 уровней в диапазоне до 270 кэВ. В этих измерениях удается наблюдать только s-волновые ($J^\pi = 1^+, 2^+$) и p-волновые ($J^\pi = 0^-, 1^-, 2^-, 3^-$) резонансы, тогда как некоторые дополнительные резонансы, наблюдаемые Очампо и др. в (n, γ)-экспериментах [5], являются, по-видимому, d-резонансами, которые крайне трудно обнаружить в (n, α) и эксперименте по пропусканию. Хотя измерение реакции ^{33}S(n, α) проводилось в работе [6] в диапазоне E_n от 0,02 эВ, ход сечения приведен

только начиная от 10 кэВ. По-видимому, ограниченные экспериментальные данные, обусловленные небольшим тепловым сечением реакции (табл. 1), позволяют сделать только калибровку первого резонанса по тепловому сечению. Сечение же около нейтронного порога вполне может определяться нижним s-резонансом с параметрами: $J^\pi = 2^+$, $E_0 = 13{,}45$ кэВ, $\Gamma_n = (75 \pm 1)$ эВ, $\Gamma_\alpha = (41 \pm 5)$ эВ, $g_J\Gamma_n\Gamma_\alpha/\Gamma = (16{,}4 \pm 1{,}1)$ эВ.

^{35}Cl(n,p)^{35}S ($B_n = 8{,}5798$ МэВ). Первые результаты измерений на резонансных нейтронах были получены Поповым и Шапиро еще в 1961 г. [61]. Они выполнили их до энергии $E_n \sim 8$ кэВ на СВЗ с характерным для этого типа спектрометров плохим разрешением. Кроме того, эти данные были нормированы на тепловое сечение 190 мб, которое в 2,5 раза меньше принятого сейчас (см. табл. 1). Экспериментальное разрешение было существенно улучшено в эксперименте Гледенова и др. [138] на реакторе ИБР-30, в котором были измерены резонансы 398 и 4250 эВ с нормировкой по реакции ^{6}Li$(n,\,t)^4$He. Келер [2] провел измерения на LANSCE в диапазоне $E_n = 25$ мэВ $\div$ 100 кэВ с нормировкой на $\sigma_{np}^{\rm th} = (489 \pm 14)$ мб [77]. В этом же диапазоне энергий Драйтс и др. [85] провели два эксперимента с очень хорошим разрешением: 1,75 нс/м и 33 пс/м с нормировкой на собственное значение теплового сечения 440 мб. Отметим, что имеется очень большое расхождение величин измеренного теплового сечения (от 440 до 575 мб) в работах [85, 77, 86], тогда как приведенные экспериментальные погрешности составляют лишь нескольно процентов. Анализ этой ситуации проведен в работе [139]. На рис. 13 сравниваются величины $\sigma_{np}^{\rm th}$, полученные при различных толщинах мишеней ^{35}Cl в работах [85, 139]. Сечение ^{35}Cl$(n,\,p)$-реакции около порога определяется почти полностью подпороговым уровнем ^{36}Cl, а примерно с 10 эВ начинает сказываться влияние узкого p-резонанса при $E_n = 398$ эВ. Параметры этих двух уровней, полученные из ^{35}Cl$(n,\,p)$- и ^{35}Cl$(n,\,\gamma)$-реакций, согласно атласу [77] с коррекцией по результатам работ [139,2,85], следующие: $E_0 = (-180 \pm 30)$ эВ, $J^\pi = 2^+$, $2g\Gamma_n^0 = 1{,}174$ эВ, $\Gamma_p = 6{,}15$ мэВ, $\Gamma_\gamma = (0{,}556 \pm 0{,}020)$ эВ и $E_0 = (398 \pm 1)$ эВ, $J^\pi = 2^-$, $2g\Gamma_n = (0{,}074 \pm 0{,}004)$ эВ, $\Gamma_p = (0{,}140 \pm 0{,}010)$ эВ, $\Gamma_\gamma = (0{,}46 \pm 0{,}09)$ эВ.

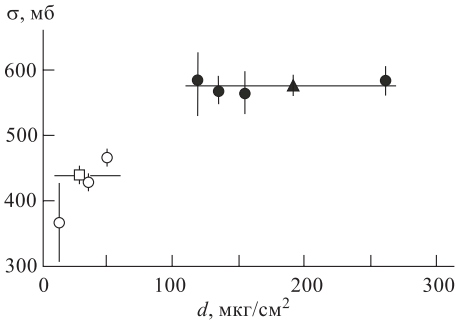

Рис. 13. Сечение реакции ^{35}Cl$(n,\,p)^{35}$S для тепловых нейтронов при различных значениях d толщины хлорных мишеней: ○ — данные [85]; ● — данные [139]; □ — взвешенное среднее по данным [85], ▲ — взвешенное среднее по данным [139]

^{36}Cl(n,p)^{36}S, ^{36}Cl(n,α)^{33}P ($B_n = 10{,}3114$ МэВ). Эти реакции представляются весьма интересными с точки зрения как методики их измерений, анализа данных, так и результатов. Поэтому рассмотрим их здесь несколько подробнее. До прямых измерений указанных выше реакций изучение возбужденных состояний ^{37}Cl проводилось с помощью реакций ^{37}Cl(p, $p'\gamma$), ^{37}Cl(n, $n'\gamma$), ^{40}Ar(p, α), ^{34}P(α, $p\gamma$) и др. (см., например, [136]). Но наиболее полные экспериментальные сведения о положениях высоковозбужденных уровней ^{37}Cl были получены при исследовании реакции радиационного захвата протона ^{36}S(p, γ)^{37}Cl [140]. В этой работе получены наиболее точные положения уровней ($B_p = 8{,}3863$ МэВ), а также параметры $A_\gamma = (2J+1)\Gamma_\gamma\Gamma_p/\Gamma$, представленные в табл. 3. Имеются три измерения

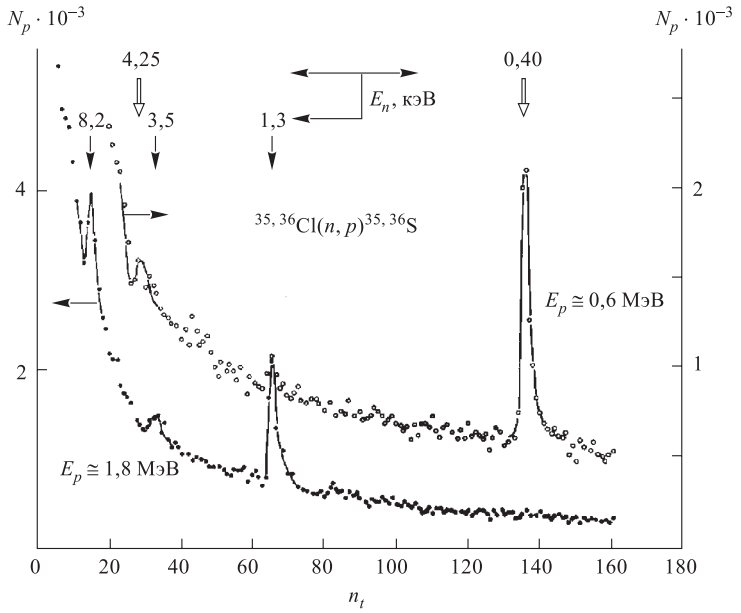

Рис. 14. Времяпролетный спектр выхода протонов из реакции ^{36}Cl(n, p)^{36}S [20]. Верхняя кривая — аналогичный спектр в окне протонов из реакции (n, p) на ^{35}Cl, который присутствовал как примесь в использованном образце

реакции ^{36}Cl(n, p)^{36}S [141, 142, 13] и одно — реакции ^{36}Cl(n, α)^{33}P [142] при тепловой энергии. Так как протонный пик в измерениях [141] содержит большой вклад α-частиц из реакции ^{36}Ar(n, α)^{33}S на рабочем газе в ИК, который не учитывался, следует принять согласующееся друг с другом значение из работ [142] и [13] (табл. 1).

Таблица 3. **Параметры нейтронных резонансов ^{36}Cl**

E_n, эВ		Γ, эВ	$\omega\gamma$, эВ		E_x, кэВ		E_p, кэВ	A_γ, эВ
[13]	[20]	[13]	[13]	[20]	[13, 20]	[140]	[140]	
						10308,4	1975,5	0,21
$902{,}6 \pm 1{,}3$ $1297{,}3 \pm 1$	1300 ± 100	3,1	$(6{,}30 \pm 0{,}82) \cdot 10^{-3}$ $(7{,}20 \pm 0{,}46) \cdot 10^{-2}$	$(7 \pm 1) \cdot 10^{-2}$	10312,3	10312,7	1979,9	1,1
3415 ± 40	3500 ± 300	280	$(9{,}6 \pm 1{,}8) \cdot 10^{-2}$	$(8 \pm 3) \cdot 10^{-2}$	10314,4	10314,8	1982,1	5,9
7613 ± 30 8076 ± 45	8200 ± 900	274 40	$2{,}54 \pm 0{,}24$ $0{,}95 \pm 0{,}19$	$1{,}7 \pm 0{,}3$	10318,6	10318,6	1986,0	3,7
19940 ± 500		1140	$0{,}110 \pm 0{,}05$					
33740 ± 500		2090	$6{,}4 \pm 1{,}05$					
58310 ± 700		5213	$61{,}6 \pm 6{,}69$					

Первое измерение на резонансных нейтронах выполнено Гледеновым и др. [20]. В этой работе получены величины параметра «силы» $\omega\gamma$ для трех резонансов в области $E_n = 1{,}3 \div 8$ кэВ (табл. 3). Анализ многомерных данных позволил получить в одном измерении (рис. 14) времяпролетные спектры выхода протонов из реакции (n, p) как на ^{36}Cl, так и на ^{35}Cl, содержащемся также в образце. Проведенные тогда же измерения пропускания с использованием образца с малым содержанием ^{36}Cl не дали результата, хотя дали намек на наличие резонанса в области $E_n \approx 900$ эВ [143], который не проявился в измерении [20].

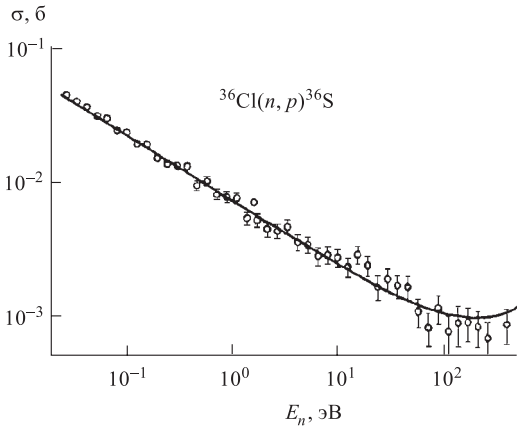

Рис. 15. Сечение реакции ^{36}Cl$(n, p)^{36}$S в диапазоне от тепловой энергии до 500 эВ: кружки — данные Келера и др. [13] с указанием одного стандартного отклонения статистических погрешностей; кривая — результат многоуровневой подгонки

Измерение реакции ^{36}Cl$(n, p)^{36}$S в диапазоне от 25 мэВ до 800 кэВ проведено Келером и др. [13], которые наблюдали до $E_n \approx 70$ кэВ, где еще разрешаются отдельные резонансы, 8 резонансов (табл. 3, рис. 15, 16). Среди них имеется и резонанс при $E_n = 902{,}6$ эВ. Так как пики от p- и α-частиц из реакций (n, p) и (n, α) не разрешались полностью в этом измерении с одиночным ПД, то оказалось, что трудно разделить их относительные вклады для этих резонансов. Это было сделано для двух нижних резонансов в дополнительном измерении с ИК с двумя сетками, которое показало, что $(n, \alpha)/(n, p) = 3{,}0$ для резонанса при $E_n = 902{,}6$ эВ, а совсем близкий соседний резонанс при $E_n = 1297{,}3$ эВ распадается только по протонному каналу (рис. 17). Аналогичные выводы сделаны недавно в работе Бибера и др. [144], в которой получено, что вклад от α-частиц в резонансе 932 эВ составляет около 63 %, тогда как для остальных резонансов — только несколько процентов, повышаясь примерно до 20 % для резонанса при

82,5 кэВ. Из рис. 15 видно, что до 10 эВ сечение точно следует зависимости $1/v$: $\sigma\sqrt{E} = (7{,}35 \pm 0{,}07)$ мб/эВ$^{1/2}$, из которой и получена величина $\sigma_{\rm th}$ в табл. 1. Попадая на мишень ^{36}Cl ($J^\pi = 2^+$), s-волновые нейтроны могут возбуждать уровни компаунд-ядра ^{37}Cl со спинами $J^\pi = 3/2^+$ и $J^\pi = 5/2^+$. Эти уровни могут распадаться с испусканием d-волновых протонов на основное 0^+-состояние ^{36}S, или d-волновые α-частицы на основное $1/2^+$-состояние ^{33}P. Распад на возбужденные состояния ^{36}S энергетически невозможен при используемых в измерении энергиях падающих нейтронов, α-переходы на первые два возбужденных состояния ^{33}P хотя и возможны, но сильно подавлены благодаря малой проницаемости для низкоэнергетических α-частиц. p-волновые нейтроны могут возбуждать уровни ^{37}Cl с $J^\pi = 1/2^-$ до $7/2^-$. С $1/2^-$- и $3/2^-$-уровней могут испускаться p-волновые протоны или α-частицы, тогда как с $5/2^-$- и $7/2^-$-уровней f-волновые протоны. В работе [13] сделана попытка получить параметры резонансов, используя для описания данных сумму неинтерферирующих БВ-уровней.

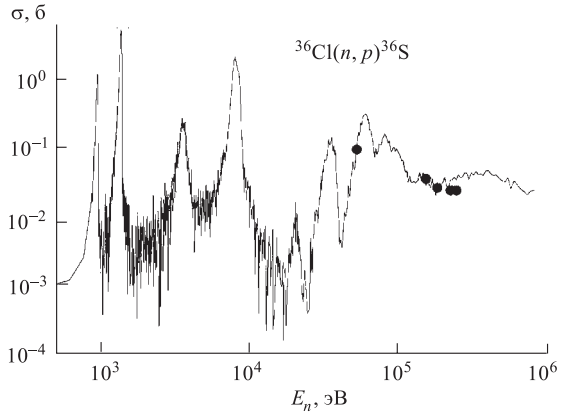

Рис. 16. Сечение реакции ^{36}Cl(n, p)^{36}S для энергии от 500 эВ до 800 кэВ: кривая — результат многоуровневой подгонки к данным Келера и др. [13]; • — данные Шатца и др. [195]

К сожалению, имеется только весьма ограниченная информация об уровнях ^{37}Cl вблизи нейтронного порога, которую можно было бы использовать вместе с данными по (n, p)-реакции для лучшего понимания структуры ^{37}Cl при этих энергиях. Лучшая информация, как уже отмечалось выше, имеется в измерениях реакции ^{36}S(p, γ)^{37}Cl [140], в которой наблюдалось несколько тех же самых уровней, что и в (n, p)-реакции. В принципе, из комбинации данных по реакциям ^{36}S(p, γ)^{37}Cl и ^{36}Cl(n, p)^{36}S можно определить как парциальные ширины Γ_n, Γ_p и $\Gamma\gamma$, так и E_0, Γ и J^π. Практически же удалось получить только ограниченную информацию по следующим причинам: 1) нет

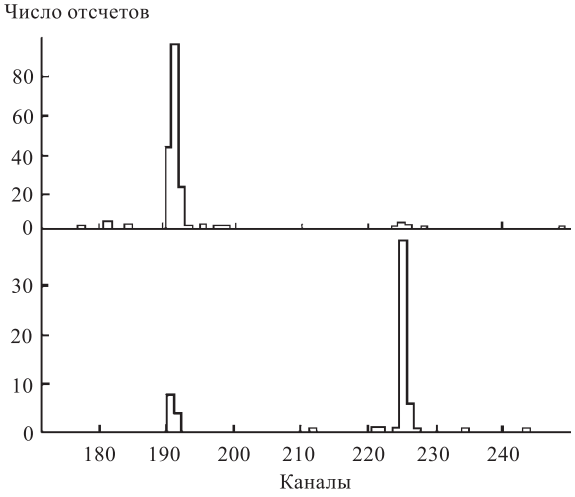

Рис. 17. Часть времяпролетного спектра ^{36}Cl, включающая резонансы 1297,3 эВ и 902,6 эВ. Верхний спектр в амплитудном окне, отвечающем протонам из реакции ^{36}Cl(n, p)^{36}S ($E_p = 1{,}87$ МэВ), нижний — в окне α-частиц из реакции ^{36}Cl(n, α)^{33}P ($E_\alpha = 2{,}10$ МэВ)

успешных измерений полного сечения на ^{36}Cl, поэтому нейтронные ширины не известны; 2) нет данных по реакции ^{36}S(p, γ)^{37}Cl в области достаточно высоких энергий; 3) не все резонансы, проявившиеся в (n, p)-реакции, разрешены в ^{36}S(p, γ)^{37}Cl-эксперименте, а разрешение в измерениях ^{36}Cl(n, p)^{36}S, в свою очередь, было обычно больше резонансных ширин. Результаты анализа данных измерения [144], выполненного с хорошим разрешением по E_n, пока не опубликованы. При фитировании данных энергия резонанса E_0, полная ширина Γ и «сила» резонанса $\omega\gamma$ использовались как свободные параметры для каждого резонанса. Парциальные ширины в формуле БВ рассчитывались из Γ, $\omega\gamma$ и A_γ с учетом $\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_p + \Gamma_\gamma$ из следующих соотношений:

$$\Gamma_p = \frac{\Gamma \pm [\Gamma^2 - 4\Gamma(10\omega\gamma + A_\gamma)/(2J+1)]^{1/2}}{2}, \tag{9}$$

$$\Gamma_n = 10\omega\gamma\Gamma/(2J+1)\Gamma_p, \quad \Gamma_\gamma = A_\gamma\Gamma/(2J+1)\Gamma_p. \tag{10}$$

Видно, что для каждой величины J получается два набора парциальных ширин. Иногда одно из решений можно исключить, используя дополнительную информацию. Например, решения с маленькими Γ_p не годятся для резонансов при $E_0 = 3415$, 7613 и 8076 эВ из-за того, что в этом случае

получаются значения Γ_γ, много большие ожидаемых по систематике в этой области. Полученные из этого анализа параметры в сравнении с другими результатами приведены в табл. 3. Так как для резонансов при $E_0 = 19940$, 33740 и 58310 эВ величина A_γ не известна, предполагается, что $\Gamma\gamma = 1$ эВ. Резонансы при $E_0 = 902{,}6$ и 1297,3 эВ не были разрешены в $(p,\,\gamma)$-измерении [140], поэтому величина A_γ разделена между этими двумя резонансами. Аналогичная ситуация для дублета вблизи $E_0 = 8000$ эВ. Парциальные ширины не приведены в табл. 3, так как они зависят от J, значения которых пока не измерены, и в то же время могут быть легко рассчитаны по формулам (9). Хотя J^π и не были определены, наиболее вероятно, что сильнейшие резонансы являются p-волновыми, так как при расчете из резонансных параметров теплового сечения получается сильно завышенное значение, если брать их как s-волновые. Не исключено, конечно, что имеются интерференционные эффекты, как в $(n,\,\alpha)$-реакции [22], сильно уменьшающие вклад отдельных резонансов.

^{37}Ar(n, α)^{34}S, ^{37}Ar(n, p)^{37}Cl ($B_n = 11{,}838$ МэВ). До последнего времени имелись только данные по ^{34}S $+\alpha$-реакции от порога ($B_\alpha = 7{,}2074$ МэВ) до $E_x = 11{,}442$ МэВ и ^{37}Cl $+p$-реакции ($B_p = 10{,}242$ МэВ) [136]. Среди последних уровни, близкие к нейтронному порогу: $J^\pi = 4^-$, $E_x = 11928{,}1$ кэВ и $J^\pi = 11^-$, $E_x = 11614{,}2$ кэВ. Вагеманс и др. [55] провели измерение реакции ^{37}Ar$(n\,\alpha)^{34}$S на резонансных нейтронах и в энергетической области от 1 до 5 кэВ наблюдали два сильных резонанса при $E_n \approx 1{,}5$ и 2,7 кэВ с сечениями в пиках в несколько сотен барн. Совсем недавно в [88] провели измерение реакций ^{37}Ar$(n,\,\alpha)^{34}$S, ^{37}Ar$(n,\,p)^{37}$Cl с тепловыми нейтронами, а в [145] — в энергетической области от 10 мэВ до 100 кэВ. В этих работах показано, что сечение реакции $(n,\,\alpha)$ в низкоэнергетической области следует закону $1/v$, тогда как в килоэлектронной области обнаружено несколько резонансов. Результаты анализа данных, проведенного в работе [145] с помощью R-матричного кода SAMMY, приведены в табл. 4. Так как расчет теплового сечения из параметров измеренных резонансов дает слишком малую

Таблица 4. **Параметры нейтронных резонансов ^{37}Ar**

l_n	J^π	$E_{\rm res}$, кэВ	Γ_n, эВ	Γ_α, эВ	Γ_p, эВ	$\omega\gamma_{(n,\alpha)}$, эВ
0	2^+	$1{,}540 \pm 0{,}020$	37	257	7	20 ± 4
0	2^+	$2{,}630 \pm 0{,}030$	54	209	4	26 ± 5
		$21{,}5 \pm 0{,}2$				68 ± 15
		$38{,}5 \pm 0{,}7$				32 ± 14

величину: только 370 б, тогда как экспериментальное значение составляет 1070 б, авторы [145] полагают, что значительный вклад вносит неизвестный отрицательный s-волновой резонанс.

^{40}K(n,p)^{40}Ar, ^{40}K(n,α)^{37}Cl ($B_n = 10{,}0962$ МэВ). Ядро ^{40}K относится к кругу ядер, на которых одновременно наблюдаются p- и α-переходы при распаде нейтронных резонансов. В измерениях Вейгмана и др. [46], выполненных на GELINA, обнаружена резонансная структура, причем в диапазоне энергии нейтронов $1 \div 70$ кэВ проявилось 39 резонансов. Для 9 из них определен параметр $\omega\gamma_{(n,\,p)}$ и для 19 — $\omega\gamma_{(n,\,\alpha)}$. Выход протонов и α-частиц сильно флуктуирует от резонанса к резонансу. С использованием соотношений (3), (4) и данных по обратной реакции ^{40}Ar$(p,\,n)^{40}$K [146] для нескольких резонансов были оценены спин и четность. Наблюденные резонансы не дают достаточного вклада в тепловое сечение $(n,\,p)$-реакции, которое, по мнению авторов [46], определяется подпороговым $7/2^-$-уровнем. В этой работе утверждается, что в области энергии нейтронов от 0,007 эВ до 1 кэВ сечение реакции $(n\,\alpha)$ следует закону $1/v$, а сечение реакции $(n,\,p)$ — не следует. В работе [147] представлены результаты измерений, выполненных на ИБР-30 при энергии нейтронов от тепловых до 10 кэВ, которые находятся в согласии с данными [46] для резонансных нейтронов. Из сравнения хода сечения с энергией для реакций ^{40}K$(n,\,p)^{40}$Ar, ^{40}K$(n,\,\alpha)^{37}$Cl и ^{10}B$(n,\,\alpha)^{7}$Li в диапазоне энергии нейтронов $0{,}025 \div 1{,}0$ эВ в [147] показано, что сечение не только второй, но и первой из указанных выше реакций подчиняется закону $1/v$.

^{41}Ca(n,p)^{41}K, ^{41}Ca(n,α)^{38}Ar ($B_n = 11{,}4808$ МэВ). Индуцированные нейтронами реакции на ^{41}Ca очень интересны для спектрометрии, так как кроме ^{41}Ca$(n,\,p)$-переходов имеются и ^{41}Ca$(n,\,\alpha)$-переходы на основное состояние и ^{41}Ca$(n,\,\alpha)^{38}$Ar-переходы на первый возбужденный уровень ^{38}Ar. Детальное изучение этих реакций выполнено до энергии нейтронов 500 кэВ на GELINA [148]. В области $4 \div 20$ кэВ обнаружено 4 интенсивных $(n\,\alpha)$-резонанса. Кроме того, в области до 500 кэВ было обнаружено около 40 более слабых резонансов. К сожалению, подробного анализа данных в работе [148] не имеется.

^{59}Ni(n,p)^{59}Co, ^{59}Ni(n,α)^{56}Fe ($B_n = 11{,}388$ МэВ). Ядро ^{59}Ni представляет интерес в связи с возможностью наблюдения p- и α-переходов в указанных реакциях. Кроме того, повышенный интерес к ^{59}Ni проявляется в связи с тем, что он оказывает сильное влияние на процесс накопления гелия в реакторных материалах, содержащих никель, благодаря двухступенчатой реакции ^{58}Ni$(n,\,\gamma)^{59}$Ni$(n,\,\alpha)^{56}$Fe [149]. На резонансных нейтронах имеется только одно измерение Харви [150], выполненное на ORELA. В области энергии нейтронов от тепловых до 18 кэВ обнаружено 15 резонансов. Благодаря проведенному там же измерению пропускания с использованием тонкого и «толстого» образцов, для большинства из них получены резонансные па-

раметры Γ, $g\Gamma_n$, Γ_γ, Γ_p, Γ_α и J^π. Тепловое сечение (как σ_p, так и σ_α) обусловлено ближайшим уровнем со спином $J^\pi = 1^-$ при $E_0 = 203{,}4$ эВ.

3. РОЛЬ ИЗМЕРЕНИЙ (*n, p*)- И (*n, α*)-РЕАКЦИЙ ДЛЯ АСТРОФИЗИКИ

Измерения сечений реакций $(n,\, p)$ и $(n,\, \alpha)$ часто являются решающими для лучшего понимания многих сценариев нуклеосинтеза. К областям, в которых такие реакции играют важную роль, можно отнести производство ^{7}Li в стандартных моделях Большого взрыва, синтез тяжелых элементов во время Большого взрыва, производство редких изотопов в нуклеосинтезе при взрыве звезд, роль s-процесса в синтезе ядер легких и средних масс и роль реакции $^{13}\mathrm{C}(\alpha,\, n)^{16}\mathrm{O}$ как источника нейтронов для s-процесса. Измерения имеют также отношение и к таким областям астрономии, как астрономия γ-лучей, изучение изотопических аномалий в метеоритах, звездах и туманностях, вопросы существования темной материи и так называемых «Population III»-звезд, а также возможности формирования Солнечной системы благодаря взрыву ближайшей сверхновой. Для ответа на поставленные выше вопросы требуется знание скоростей реакций при астрофизических температурах $0{,}1 \cdot 10^9 \div 2 \cdot 10^9$ K в зависимости от физических характеристик астрофизической среды. Так как астрофизические скорости реакций определяются усреднением по распределению МБ при данной температуре, необходимо измерять сечения в диапазоне от 100 эВ до ~ 1 МэВ. Ниже мы покажем влияние измерений сечений реакций $(n,\, p)$ и $(n,\, \alpha)$ на различные области ядерной астрофизики.

3.1. Нуклеосинтез в стандартной модели Большого взрыва. Распространенность легких элементов, полученная в нуклеосинтезе в рамках стандартной модели Большого взрыва для сравнительно узкого коридора параметра модели η ($\sim 2{-}4 \cdot 10^{-10}$), или барион-фотонного отношения, находится в хорошем согласии с астрономическими наблюдениями. Этот параметр прямо связан с величиной, известной как Ω_b — часть массы Вселенной, которую составляют барионы по сравнению с полной массой, необходимой для формирования замкнутой Вселенной. Стандартная модель Большого взрыва предсказывает $\Omega_b \approx 0{,}05$ [151], то есть барионы составляют только малую часть массы, необходимой для замкнутой Вселенной. Величина же Ω_b, полученная из наблюдений светящейся материи в галактиках [152], почти в 6 раз меньше величины, предсказанной моделями Большого взрыва. Это указывает на то, что большинство нуклонов во Вселенной «темные». С другой стороны, газовая космология [153, 154], которая успешно объясняет другие аспекты ранней Вселенной, теоретически указывает на ожидание замкнутой Вселенной, или $\Omega_T = 1$, где T означает полную материю во Вселенной. Следовательно, газовая космология, стандартная модель Большого взрыва и астрономические

наблюдения указывают, что большая часть Вселенной заполнена небарионной темной материей. Это привело ко многим предположениям о природе темной материи и возможностях ее обнаружения.

Содержание ^{7}Li является особенно важной величиной для диагностики нуклеосинтеза при Большом взрыве, потому что зависит от Ω_b, и эта функция имеет минимум, а наблюденное содержание оказывается близким к этому минимуму [155, 156]. В принципе, тогда содержание ^{7}Li, предсказанное моделью, может быть использовано для получения как верхнего, так и нижнего пределов Ω_b. Содержание ^{7}Li падает и растет в результате конкуренции между реакциями разрушения и производства [155]. Одной из наиболее важных реакций при первичном нуклеосинтезе ^{7}Li является ^{7}Be$(n,\, p)^7$Li. Для величин Ω_b выше значения, когда встречается минимум в распространенности ^{7}Li, последний получается главным образом из ^{7}Be, причем основная ветвь распада ^{7}Be обусловлена реакцией $(n,\, p)$. Сам по себе ^{7}Li разрушается быстро в реакции $(p,\, \alpha)$. Оставшийся после окончания нуклеосинтеза при Большом взрыве ^{7}Be в результате электронного захвата превращается в ^{7}Li. Поэтому увеличение сечения реакции ^{7}Be$(n,\, p)^7$Li будет приводить к уменьшению синтезированного ^{7}Li и наоборот.

Нуклеосинтез при Большом взрыве происходил при температурах $T \approx 0{,}3 \cdot 10^9 - 1 \cdot 10^9$ K, то есть необходимы измерения реакции ^{7}Be$(n,\, p)^7$Li при энергиях E_n от 100 эВ до ≈ 500 кэВ. В течение многих лет величина сечения реакции ^{7}Be$(n,\, p)^7$Li, используемая в расчетах Большого взрыва, основывалась [157] на подгонке к измерению теплового сечения [111] и измерениям обратной реакции при энергии выше ~ 10 кэВ [94]. Однако оказалось, что невозможно получить хорошую подгонку данных одновременно при низких и высоких энергиях с помощью заданной функции. Результирующее рекомендованное сечение было в хорошем согласии с тепловым значением, но почти на 20 % выше значений, полученных из измерений обратных реакций. Тем не менее из-за большой неопределенности измерения теплового сечения ($\pm 25\,\%$) этому ходу сечения с энергией приписывалась также большая погрешность. Оцененные неопределенности составляли по разным оценкам от 20 % [158] до фактора 2 [159]. Большая неопределенность в описании сечения реакции ^{7}Be$(n,\, p)^7$Li приводит к достаточно большой неопределенности в содержании ^{7}Li и далее Ω_b.

Прямое измерение сечения реакции ^{7}Be$(n,\, p)^7$Li от тепловой энергии до 13,5 кэВ было проведено Келером и др. [1]. Эти измерения находятся в хорошем согласии с данными из обратных реакций [94], но почти на 25 % ниже, чем предыдущие измерения при тепловой энергии [111]. Кроме того, погрешность величины теплового сечения в новом измерении уменьшена почти в 10 раз. Погрешность при максимальной энергии была сравнима с погрешностью инверсных измерений (5–10 %). Анджеевским и др. [160] также были опубликованы результаты измерения сечения при 24,5 кэВ, проведенного на

пучке фильтрованных нейтронов реактора ВВР-М в Киеве. Эта величина находится в хорошем согласии с инверсными данными и экстраполяцией данных Келера и др. С другой стороны, данные измерения теплового сечения Червеной и др. [161] лежат почти на 20 % выше результата Келера и др., хотя оба эти набора данных согласуются в пределах ошибок 2σ. Инверсные данные и новые прямые измерения показаны для $E_n = 10{-}10^5$ эВ на рис. 6. В результате этих новых прямых измерений рекомендованная скорость реакции [1] почти на 20 % ниже, чем использованная ранее [157], а оцененная погрешность много меньше ($\approx 10\,\%$). Эта новая скорость реакции была использована для новых расчетов Большого взрыва [162,151], которые показали, что распространенность ^{7}Li может быть на 20 % выше, чем оцениваемая ранее, причем с существенно меньшей погрешностью. Новая величина сечения реакции ^{7}Be$(n,\,p)^7$Li вместе с улучшенными измерениями других реакций привели к уменьшению неопределенности и в Ω_b. Хотя разрешенный диапазон Ω_b существенно уменьшен, рассчитанная распространенность легких ядер осталась в согласии с наблюдениями в пределах того же самого диапазона этого параметра. Уточнения входных сечений привели к тому, что сейчас наибольшая неопределенность в использовании ^{7}Li для диагностики нуклеосинтеза при Большом взрыве остается из-за слабого понимания теоретической ситуации эволюции ^{7}Li в звездах [162–164].

3.2. Нуклеосинтез в нестандартной модели Большого взрыва. Новые, так называемые нестандартные модели Большого взрыва изучают эффект неоднородностей барионной плотности, который может быть индуцирован кварк-адронным фазовым переходом первого порядка в ранней Вселенной. Эти неоднородности приводят к образованию высокоплотной, обогащенной протонами и низкоплотной, обогащенной нейтронами зон благодаря различию средних длин диффузии протонов и нейтронов [165]. Если эти зоны остаются до начала ядерных реакций, возможны различные сценарии для первичного нуклеосинтеза. Целый ряд расчетов показал, что неоднородные модели Большого взрыва были способны воспроизвести большинство из наблюдаемых первичных распространенностей легких элементов [166–174], в то же время допуская бóльшую величину Ω_b. Эта бóльшая величина Ω_b может быть важна в решении указанной выше проблемы темной материи. Второе отличие по сравнению со стандартными моделями состоит в том, что нестандартные модели производят значительное количество элементов тяжелее лития. Первичное производство тяжелых элементов интересно потому, что, как показали наблюдения, даже самые старые звезды имеют такое содержание элементов тяжелее лития, которое не могло быть произведено самой звездой [167–169]. Эти распространенности объяснили, предполагая предварительное существование более ранней генерации массивных звезд (так называемых «Population III»-звезд). Из-за большой массы эти звезды быстро эволюционировали и закончили свою жизнь во взрывах сверхновых, тем самым обогащая материал,

из которого сформировались старейшие наблюдаемые звезды. К сожалению остатки «Population III»-звезд не могут быть наблюдены прямо теперешней техникой. С другой стороны нуклеосинтез в звездах «Population III» может существенно отличаться от сценариев нестандартного Большого взрыва, так что наблюдения распространенностей элементов в старейших звездах могут служить тестом этих двух конкурирующих моделей. В настоящее время из-за неопределенностей величин входных сечений нельзя получить точное знание распространенностей в рамках нестандартных моделей Большого взрыва.

Реакция ^{17}O$(n,\,\alpha)^{14}$C является примером $(n,\,\alpha)$-сечения, которое оказало существенное влияние на расчеты нестандартного Большого взрыва. Расчеты и измерения сечений реакций с участием ^{14}C показали, что это ядро функционирует наподобие узкого горлышка в нуклеосинтезе более тяжелых элементов [172, 173]. Тем не менее самым удобным путем от ^{14}C к ^{17}O является серия нейтронных захватов. Для ^{17}O процесс может благодаря захвату нейтрона идти дальше к ^{18}O или повернуть назад к ^{14}C из-за реакции $(n,\,\alpha)$. Как протекает нуклеосинтез в области между литием и кислородом по нестандартной модели Большого взрыва, показано на рис. 18. Используя известные тепловые сечения [52, 77] для ^{17}O и сведения о свойствах состояний ^{18}O вблизи нейтронного порога [127], можно было ожидать, что сечение реакции $(n,\,\alpha)$ должно быть много больше, чем $(n,\,\gamma)$ при температурах Большого взрыва. Тем не менее некоторые как полные, так и парциальные ширины состояний ^{18}O вблизи нейтронного порога были либо сомнительны, либо вообще неопределены, вследствие чего и производство элементов тяжелее ^{17}O было в значительной степени не определенным. До того как были сделаны прямые измерения сечения реакции ^{17}O$(n,\,\alpha)^{14}$C, расчеты Большого взрыва давали противоречивые результаты, даже в таком вопросе, как важность этой реакции. Например, Эплгейт и др. [167] нашли сильную цикличность между ^{17}O и ^{14}C благодаря этой реакции, а Каджино и Бойд [168], напротив, не нашли, что эта реакция является серьезной помехой при производстве более тяжелых элементов. Из этих работ, тем не менее, не ясно, какие величины были использованы для получения скорости реакции $^{17}\mathrm{O}+n$. Несомненно, что эти скорости реакции никогда не оценивались, не рассчитывались и не были включены в стандартные таблицы [157, 175–178]. Первое прямое измерение этого сечения при энергиях между тепловой и ~ 1 МэВ было проведено Келером и др. [2]. Позже Шатцем и др. [3] были выполнены измерения при нескольких энергиях между 10 и 250 кэВ. Эти данные приведены на рис. 8. Как показано на рис. 19, главный результат этих измерений вместе с измерениями γ-ширин важных состояний ^{18}O [126], состоит в том, что отношение сечений реакций ^{17}O$(n,\,\alpha)^{14}$C и ^{17}O$(n,\,\gamma)^{18}$O при температуре Большого взрыва составляет $\sim 10^4$. Это означает, что процесс идет назад к ^{14}C и нет эффективного пути синтеза более тяжелых элементов через ^{17}O. В результате синтез тяжелого элемента должен проходить через идущую с малым сечением

реакцию ^{14}C(α, γ)^{18}O [179], и производство тяжелого элемента будет сильно уменьшено.

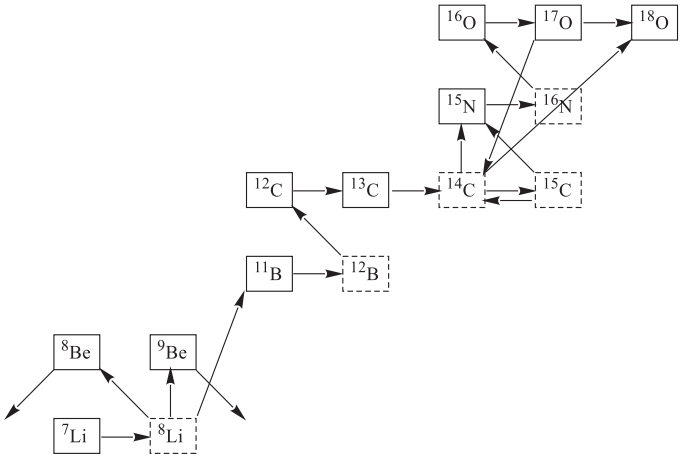

Рис. 18. Часть диаграммы реакций нуклеосинтеза в нестандартной модели Большого взрыва

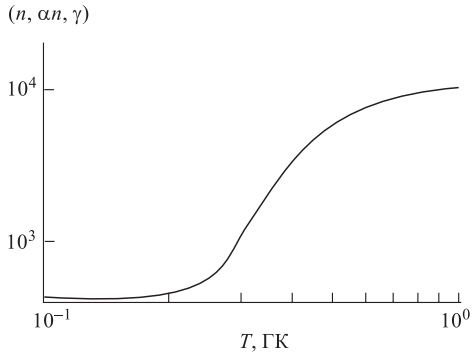

Рис. 19. Отношение скоростей реакций ^{17}O(n, α)^{14}C и ^{17}O(n, γ)^{18}O, рассчитанное Келером и Граффом [2]

3.3. Взрывной звездный нуклеосинтез. Имеется предположение, что редкие изотопы являются пробным камнем, с помощью которого можно будет лучше понять свойства астрофизической среды, в которой они образовались. Полагают, что большинство редких изотопов возникло в взрывных средах

(т. е. в новых и сверхновых). Например, в рамках модели взрывного горения углерода Хауарду и др. [9] удалось синтезировать большинство нейтроноизбыточных редких ядер в диапазоне $36 < A < 76$ с распространенностью приблизительно как в Солнечной системе. Эта статья тщательно рассматривалась экспериментаторами, потому что в ней описаны важные последовательности реакций и идентифицированы сечения самых важных процессов. Последующие исследования дали скорректированные оценки параметров, описывающих взрывной нуклеосинтез [180, 181]. Тем не менее эти параметры остаются довольно-таки неопределенными, и по мере развития наших знаний были предложены новые процессы (такие как ν-процесс [182, 183]). Поэтому остается очень важной задача измерения сечений, влияющих на образование и распад редких ядер.

Нуклеосинтез при взрыве звезд ответствен и за образование нескольких интересных радиоизотопов. С обнаружением ^{26}Al в межзвездной среде [184] с помощью спутника HEAO3 в последние годы имеется большой интерес к использованию радиоизотопов в качестве инструмента для исследования нуклеосинтеза в звездах. Первые результаты Комптоновской обсерватории γ-лучей (Compton Gamma-ray Observatory — CGRO) добавили интерес благодаря получению первой двухмерной карты распределения ^{26}Al [185–189] в Галактике и, видимо, первого обнаружения γ-лучей от распада образовавшегося в нуклеосинтезе ^{44}Ti [187]. След радиоизотопов, образовавшихся во взрывном нуклеосинтезе, может быть найден и при изучении изотопных аномалий в метеоритах. Например, было показано, что в Альенде и других метеоритах определенные включения содержат Mg с соотношением изотопов ^{25}Mg/^{24}Mg, близким к солнечному, а отношение ^{26}Mg/^{24}Mg на 50 % больше солнечного [190]. Кроме того, эти же самые включения дали хорошую корреляцию между отношениями ^{26}Mg/^{24}Mg и ^{27}Al/^{24}Mg. Отсюда был сделан вывод, что во время образования метеоритов ^{26}Al был «живым» и уже позже распался в ^{26}Mg, приводя к аномалии. Аналогично радиоизотоп ^{22}Na представлен в качестве кандидата для наблюдений будущими телескопами γ-лучей [191], в предположении, что он ответствен за так называемую «неон-E»-аномалию в метеоритах [192]. Ниже дано несколько примеров той роли, которую играют реакции (n, p) и (n, α) во взрывном нуклеосинтезе.

3.4. Происхождение редкого изотопа ^{36}S. Одной из проблем большинства расчетов взрывного горения углерода является перепроизводство изотопа ^{36}S относительно других синтезируемых редких ядер [9, 193]. В этом сценарии особенно важны величины сечений реакций ^{33}S$(n, \alpha)^{30}$Si и ^{36}Cl$(n, p)^{36}$S относительно скоростей (n, γ)-реакций. Первая реакция уводит от ^{36}S, возвращая назад к более легким ядрам, последняя же является основной на пути производства ^{36}S. К другим потенциально важным реакциям можно отнести ^{35}Cl$(n, p)^{35}$S, ^{36,37,39}Ar$(n, \alpha)^{33,34,36}$S, ^{37}Ar$(n, p)^{37}$Cl, ^{40}K$(n, \alpha)^{37}$Cl и ^{41}Ca$(n, \alpha)^{38}$Ar. Эти реакции сворачивают процесс с пути образования более

тяжелых ядер на путь, ведущий к образованию ^{36}S (рис. 20). Несомненно, очень важной является реакция ^{36}S$(n, \gamma)^{37}$S, потому что практически только она приводит к разрушению ^{36}S. Сечения некоторых из этих реакций были измерены в последние годы.

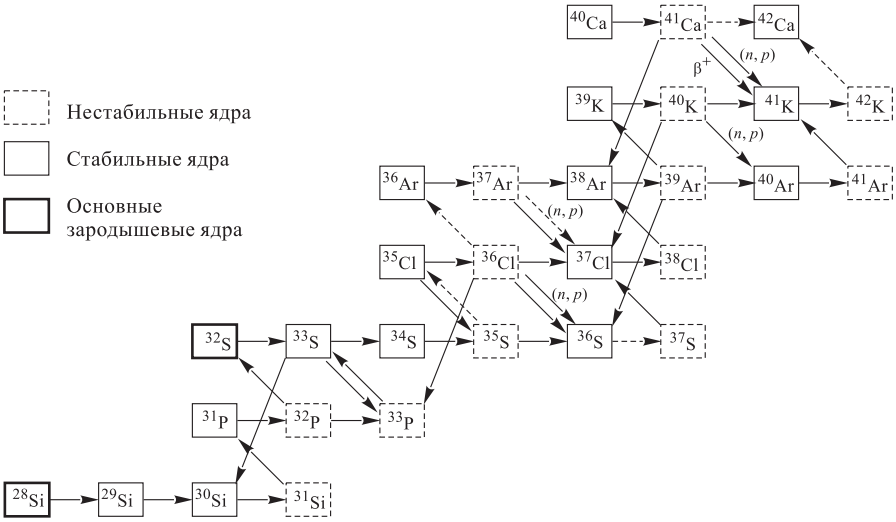

Рис. 20. Путь s-процесса в области ^{36}S

Первые измерения реакций ^{33}S$(n, \alpha)^{30}$Si и ^{33}S$(n, \gamma)^{34}$S были проведены Очампо и др. [5]. Было определено отношение сечений $(n, \alpha)/(n, \gamma)$, и оно оказалось существенно выше использовавшихся в то время теоретических оценок [194]. В результате коэффициент перепроизводства ^{36}S, равный 10 по расчетам Хауарда и др. [9], уменьшился до 2,5. Последующее измерение, проведенное с хорошим разрешением Вагемансом и др. [6], было в лучшем согласии с теоретическими расчетами, чем с данными [5]. Было сделано предположение, что измерение [5] ошибочно в результате сублимации серы в их «открытом» образце. Похожие проблемы встречались и в первых измерениях Вагеманса и др. [190], тогда как в последующем, чтобы избежать этой проблемы, они брали «запечатанный» образец. Оба набора данных показаны на рис. 21, из которого видно, что во всем энергетическом интервале имеется систематический сдвиг данных [5] по сравнению с данными [6]. Шатц и др. [195] опубликовали третье измерение сечения реакции ^{33}S$(n, \alpha)^{30}$Si, полученное на нейтронном МБ-источнике с $kT \approx 25$ кэВ. Этот результат также показан на рис. 21. Из-за большого различия разрешений в этих трех

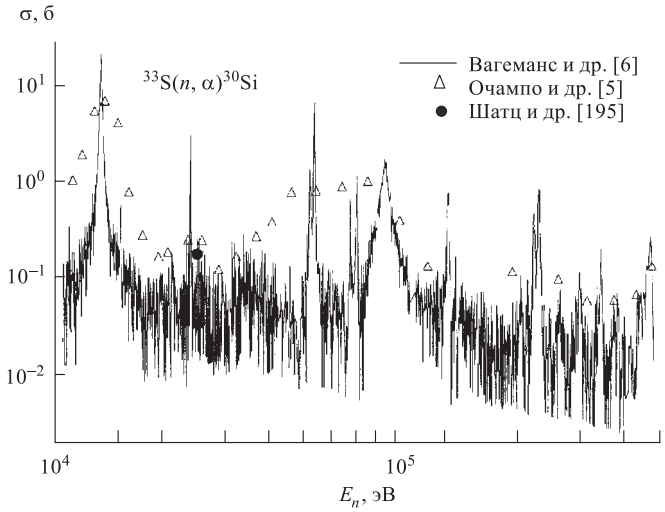

Рис. 21. Сечение реакции ^{33}S(n, α)^{30}Si при энергии от 10 до 500 кэВ

экспериментах удобнее сравнить результаты в виде усредненных по МБ сечений $\langle\sigma\rangle = \langle\sigma \cdot v\rangle/v_t$. Результирующие средние сечения при $kT = 30$ кэВ по данным [5, 6, 195] равны $\langle\sigma\rangle = (234 \pm 20)$, (690 ± 170) и (181 ± 10) мб соответственно. Видно, что результат Очампо и др. ошибочен, тогда как два других хорошо согласуются друг с другом, а также с теоретической оценкой Вусли и др. [133] $\langle\sigma\rangle = 224$ мб. Таким образом, не подтвердилось, что реакция ^{33}S(n, α)^{30}Si является ключом в решении проблемы перепроизводства ^{36}S.

Измерения реакции ^{35}Cl(n, p)^{35}S в области энергий, интересной для астрофизики, провели Келер [2] и Драйтс и др. [85]. Новые данные находятся в удовлетворительном согласии друг с другом (по крайней мере, приводят к одним и тем же выводам) и с предыдущими измерениями Попова и Шапиро [61] и Гледенова и др. [139], выполненными при более низких энергиях. Эти новые данные вместе с предыдущим измерением реакции ^{35}Cl(n, γ)^{36}Cl Маклином [196] показывают, что сечение (n, γ) почти в 6 раз больше (n, p)-сечения при астрофизических температурах. Относительно малая величина сечения реакции ^{35}Cl(n, p)^{35}S вместе с малым сечением реакции ^{35}Cl(n, γ)^{36}Cl позволяют сделать более правдоподобный вывод о том, что главный путь к ^{36}S лежит через цепочку реакций ^{35}Cl(n, γ)^{36}Cl(n, p)^{36}S, а ветвь ^{35}Cl(n, p)^{35}S(n, γ)^{36}S играет относительно небольшую роль. Однако следует помнить, что измерения реакции ^{35}Cl(n, p)^{35}S были проведены лишь в диапазоне энергии ниже 100 кэВ, то есть только для нижнего края диа-

пазона температуры взрывного нуклеосинтеза ($T \approx 1-2$ ГК). Кроме того, важнейшее сечение реакции ^{35}S$(n,\,\gamma)^{36}$S остается пока не определенным. По этим причинам до сих пор роль цепочек реакций с участием ^{35}Cl в проблеме ^{36}S нельзя считать полностью установленной.

Измерения реакций ^{36}Cl$(n,\,p)^{36}$S и ^{36}Cl$(n,\,\alpha)^{33}$S при астрофизических температурах проведены Келером и др. [13] и Шатцем и др. [195]. Эти данные (рис. 16) находятся в удовлетворительном согласии с предыдущими измерениями при более низких энергиях [20, 197] и подтверждаются недавними измерениями Вагеманса и др. [55]. Как показано на рис. 22, скорость реакции, вычисленная для астрофизических температур из этих данных, приблизительно вдвое ниже теоретической оценки [133], использованной в предыдущих расчетах. Последствия этого расхождения мы обсудим ниже.

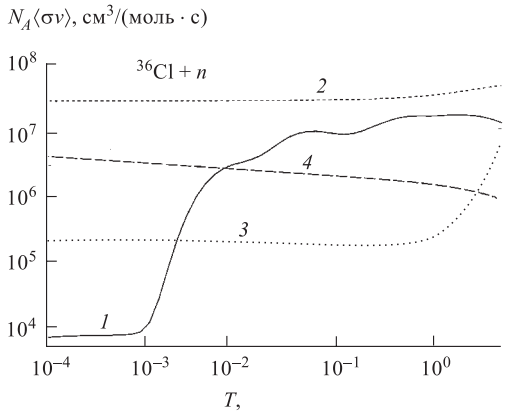

Рис. 22. Астрофизические скорости реакций для реакции ^{36}Cl$+n$: кривая *1* рассчитана путем интегрирования данных Келера и др. [13]; кривые с короткими штрихами, точечная и с длинными штрихами — скорости реакций ^{36}Cl$(n,\,p)$, $(n,\,\alpha)$ и $(n,\,\gamma)$ по статистической модели [133]

Более современные модели указывают, что взрывное горение неона несколько лучше, чем взрывное горение углерода, годится для описания процессов в звездах [180, 181]. Вследствие того, что параметризованные модели взрывного горения углерода приводят к очень большому перепроизводству ^{46}Ca (и в меньшей степени ^{36}S), Вусли заключил [193], что эти модели описывают процессы очень редкие в природе. С другой стороны, последние модели [181], которые отслеживают различные фазы горения в звездах с массой от 12 до 40 солнечных, не дают перепроизводства ^{36}S по отношению к другим элементам из области $16 < A < 40$. В этих моделях ^{36}S производится до взрыва сверхновой и ее содержание мало изменяется в результате последую-

щих взрыва сверхновой и ν-процесса [181]. Очевидно, ^{36}S в этих моделях производится в результате s-процесса при горении гелия и углерода.

В качестве альтернативного механизма Бэром и Пэнцхорном [11] был предложен s-процесс. Эти авторы изучали вклад s-процесса в распространенность ядер вблизи ^{40}Ar. Один из результатов их расчета состоит в том, что в s-процессе может производиться основная часть из наблюденной распространенности ^{36}S. Тем не менее их результат для ^{36}S имел большую неопределенность, связанную с тем, что несколько из важнейших сечений не были измерены, и они вынуждены были полагаться на теоретические расчеты скоростей реакций. Более того, расчеты s-процесса были сделаны Бэром и Пэнцхорном для экспоненциального распределения экспозиций, тогда как сейчас полагают, что слабая компонента s-процесса работает в одиночной экспозиции [198]. Шатц и др. [195] предприняли новые расчеты s-процесса, используя при этом результаты новых измерений и параметры s-процесса из современной модели звезд [199]. Они получили следующие основные результаты: 1) примерно 50 % наблюдаемой распространенности ^{36}S можно объяснить горением гелиевого ядра и еще 10–20 % — горением углеродной оболочки; 2) в результате использования новых, более низких сечений реакции ^{36}Cl$(n, p)^{36}$S из работ [13, 195] получено относительно небольшое ($\approx 10\,\%$) понижение производства ^{36}S.

Причина, по которой понижение сечения реакции ^{36}Cl$(n, p)^{36}$S вдвое приводит лишь к незначительному понижению рассчитанной распространенности ^{36}S, заключается в том, что в ветвлении $(n, p)/(n, \gamma)$ для ^{36}S доминирующей является реакция (n, p). Новые данные по реакции ^{36}Cl$(n, p)^{36}$S [13, 195] вместе с теоретическими оценками сечения реакции ^{36}Cl$(n, \gamma)^{37}$Cl [133] указывают, что при энергиях взрывного нуклеосинтеза отношение скоростей реакций $(n, p)/(n, \gamma) \approx 10$. Поэтому реакция протекает в основном через ветвь (n, p), и уменьшение этого сечения, согласно новым данным вдвое, не так существенно. С другой стороны, при тепловой энергии последние измерения сечения (n, p) [13, 198] вместе с измерениями Бойда и др. [200] реакции ^{36}Cl$(n, \gamma)^{37}$Cl дают отношение $(n, p)/(n, \gamma) \approx 5 \cdot 10^{-4}$, или почти в 40000 раз меньше, чем теоретическое отношение при астрофизических энергиях. Тем не менее имеются некоторые разногласия в определении теплового сечения реакции ^{36}Cl$(n, \gamma)^{37}$Cl. Бойд и др. измерили величину $\sigma_{\rm th} = (90 \pm 25)$ б, тогда как Жиллет [201] приводит величину $\sigma_{\rm th} < 10$ б. Это более поздняя величина из цитированных в компиляциях [77, 202], хотя не видно причин, почему ей можно отдать предпочтение по отношению к измерению Бойда и др. Проведение прямого измерения сечения реакции ^{36}Cl$(n, \gamma)^{37}$Cl при тепловой энергии кажется вполне реальным с помощью современной техники и весьма желательным в свете наличия сейчас большой неопределенности. Прямое же измерение этого сечения при астрофизических энергиях является еще более важным, но является крайне трудной задачей, если сечение дей-

ствительно так мало, как предсказывают расчеты по статистической модели [133].

Измерения сечений реакций ^{40}K$(n,\,p)^{40}$Ar, ^{40}K$(n,\,\alpha)^{37}$Cl и ^{41}Ca$(n,\,\alpha)^{38}$Ar были проведены Вейгманом и др. [46] и Вагемансом и др. [8, 148] соответственно. По отношению к расчетам s-процесса эти реакции могут влиять на образование более тяжелых ядер, поворачивая процесс назад к ^{36}S, а первая из этих реакций играет важную роль в синтезе ^{40}Ar. Тем не менее влияние этих сечений на рассчитанную распространенность ^{36}S все еще в какой-то степени не определено и зависит от величин нескольких не измеренных сечений, таких как ^{36}S$(n,\,\gamma)^{37}$S и ^{36,37,39}Ar$(n,\,\alpha)^{33,34,36}$S. Например, Шатц и др. [3] посчитали, что около 25 % содержания ^{36}S от оболочечного горения углерода является продуктом реакции ^{39}Ar$(n,\,\alpha)^{36}$S. В заключение можно отметить, что расчеты большинства современных моделей звезд указывают на то, что редкий изотоп ^{36}S может быть объяснен как продукт s-процесса и что первичный нуклеосинтез не играет существенной роли в его образовании, как думали раньше. Тем не менее имеется еще целый ряд важных сечений, влияющих на образование и разрушение ^{36}S, которые остаются не измеренными, но которые можно измерить на современной технике.

3.5. Взрывной нуклеосинтез ^{26}Al. Изотоп ^{26}Al — один из самых интересных изотопов, возникших, как считают, во взрывном звездном нуклеосинтезе. Дело в том, что он является одним из очень небольшого числа изотопов, указывающих на то, что нуклеосинтез — продолжающийся и сейчас процесс. Впервые он был обнаружен с помощью спутника HEA03 [184], когда наблюдали γ-линию 1,809 МэВ от распада ^{26}Al на первое возбужденное состояние ^{26}Mg. Наблюдение этой γ-линии служит доказательством того, что образование ^{26}Al произошло, по крайней мере, не раньше чем $\approx 7{,}2 \cdot 10^5$ лет назад (период полураспада ^{26}Al); весьма вероятно, что процесс продолжается и сегодня. Наблюдение ^{26}Mg-аномалии в некоторых метеоритах [190] служит косвенным доказательством того, что ^{26}Al возник перед формированием Солнечной системы 5 млрд лет назад [203, 204]. Эта и другие изотопные аномалии в метеоритах были восприняты как доказательство того, что формирование Солнечной системы произошло из-за взрыва ближайшей сверхновой [205] или из-за выброса массы из ближайшей звезды — красного гиганта в самой активной фазе [206]. Было установлено [180], что реакции ^{26}Al$(n,\,p)^{26}$Mg и ^{26}Al$(n,\,\alpha)^{23}$Na являются основными для разрушения ^{26}Al в астрофизическом окружении, которое предлагалось как наиболее вероятное для его производства, поэтому знание сечений этих реакций очень важно для лучшего понимания природы образования первичного ^{26}Al.

Сечения реакций ^{26}Al$(n,\,p)^{26}$Mg и ^{26}Al$(n,\,\alpha)^{23}$Na впервые оценены Скелтоном и др. [134, 135] из обратной реакции. Сечения $(n,\,p_0)$ и $(n,\,\alpha_0)$ получены методом детального баланса. Главным результатом этих измерений является получение настолько больших сечений, что ^{26}Al должен был

эффективно разрушаться во взрывах сверхновых, в которых производится много нейтронов [207]. Тем не менее измеренные сечения очень сильно отличались от теоретических предсказаний [133], и полученное из обратной реакции (n, α_0)-сечение было много больше, чем (n, p_0), тогда как теоретические расчеты дают противоположный результат. Основанная на этих измерениях плотность уровней ^{27}Al была пересмотрена в сторону уменьшения скорости реакции (n, p) [208], но даже эта уменьшенная в 3,3 раза скорость реакции оказалась все еще почти в 10 раз большей, чем измеренная (n, p_0). На основании анализа спинов уровней предполагалось [135], что сечение ^{26}Al$(n, p_1)^{26}$Mg* (которое нельзя измерить в обратной реакции, так как для этого потребовалась бы мишень в возбужденном состоянии) должно быть много больше сечения реакции ^{26}Al$(n, p_0)^{26}$Mg из-за много бóльшей проницаемости ядерного барьера для вылетающего протона. Это было проверено в первом прямом измерении сечения реакции ^{26}Al$(n, p)^{26}$Mg, проведенном Траутветтером и др. [48]. В этом измерении было определено, что отношение $(n, p_1)/(n, p_0)$ меняется примерно от 100 при тепловой энергии до ≈ 3 вблизи 300 кэВ. При астрофизических энергиях улучшенная теоретическая скорость реакции [208] была еще на 50 % выше величины, измеренной Траутветтером и др. Надо отметить, что измерения [48] были сделаны на нейтронном источнике, который приближается, но не точно воспроизводит МБ-распределение при $kT = 31$ и 71 кэВ. Степень влияния приближения на результаты зависит от (не измеренной) энергетической зависимости сечения. Измерения были сделаны только в четырех широких энергетических окнах, а сечение реакции ^{26}Al$(n, \alpha)^{23}$Na вообще не было получено в этих измерениях. Кроме того, температурный диапазон между 0,2 ГК (типичной для красных гигантов) и тепловой энергией не был перекрыт в этих измерениях, тогда как скорость реакции, как видно из тепловых данных, меняется почти в 100 раз в этом диапазоне. По этим причинам были предприняты новые прямые измерения.

Новые прямые измерения сечений реакций ^{26}Al$(n, p_1)^{26}$Mg* и ^{26}Al$(n, \alpha_0)^{23}$Na были выполнены Келером и др. [58, 84] в диапазоне энергий от тепловых до 50 и 9 кэВ соответственно. Данные были получены с помощью $\Delta E{-}E$-телескопа, который оптимизирован для регистрации протонов из (n, p_1)-реакции. Так как α-частицы из реакции (n, α_0) останавливались в ΔE-детекторе, фон был намного выше, и измерения не проводили до такой же высокой энергии, как в случае (n, p_1). Измерения были выполнены относительно реакции ^{6}Li$(n, \alpha)^3$H и нормированы на данные при тепловой энергии ^{26}Al$(n, p_1)^{26}$Mg* [48]. Данные для (n, p_1)- и (n, α_0)-реакций приведены на рис. 11 и 12 соответственно. Из данных [58, 84] видно, что самый низкий резонанс, обнаруженный Скелтоном и др. [135] в реакции (n, α_0) при 6 кэВ, действительно является нижайшим по энергии резонансом в обеих реакциях, и сечение при энергии ниже этого уровня следует закону $1/v$. Хотя

разрешение в этих двух (n, α_0)-измерениях очень сильно различалось, имеется хорошее согласие между полученными в [135] и [58, 84] величинами «силы» резонанса при 6 кэВ. Таким образом, данные [58, 84] обеспечили независимую проверку нормировки [135] и подтвердили, что сечение реакции (n, α_0) почти такое же по величине, как и сечение реакции (n, p_1).

Из-за того, что измерение Траутветтера было выполнено в относительно широких энергетических окнах, не представляется возможным сделать прямое сравнение двух наборов данных по измерениям (n, p_1), а лучше сравнить их после усреднения данных [58, 84] по распределению МБ, т. е. сравнить астрофизические скорости реакций. Астрофизические скорости реакций для каналов (n, α) и (n, p), полученные из экспериментальных данных, вместе с оценками этих скоростей по статистической модели [208, 133] показаны на рис. 23 и 24. Значение верхней границы температуры, при которой рассчитана скорость реакции из данных [58, 84], зависит от хода сечения при энергии выше измеренного диапазона. Выше некоторой температуры скорость реакции, рассчитанная из этих данных, может служить только нижним пределом из-за отсутствия данных при более высоких энергиях. В случае реакции (n, α_0) измерения [135] показывают, что верхняя граница температуры составляет 0,08 ГК. Для (n, p_1)-реакции, исходя из формы зависимости скорости реакции, определенной тремя более высокими точками данных Траутветтера, верхний предел температуры, до которой скорость реакции посчитана из данных Келера и др., увеличивается примерно до 0,4 ГК. Вследствие того, что (n, α_0)-измерения [135] и [58, 84] согласуются для «силы» резонанса при 6 кэВ, скорости реакции, рассчитанные из этих данных, также хорошо согласуются друг с другом. Это не очевидно из рис. 23, потому что Скелтон и др. рассчитали скорость реакции лишь для $T > 0{,}1$ ГК.

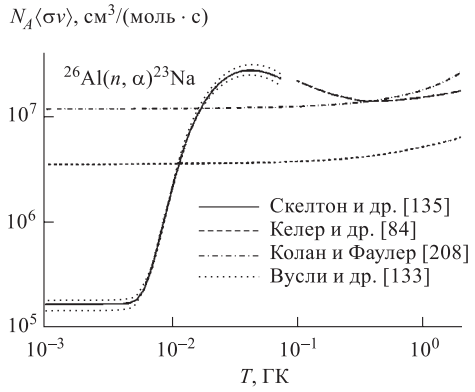

Рис. 23. Астрофизические скорости реакций для реакции ^{26}Al$(n, \alpha_0)^{23}$Na

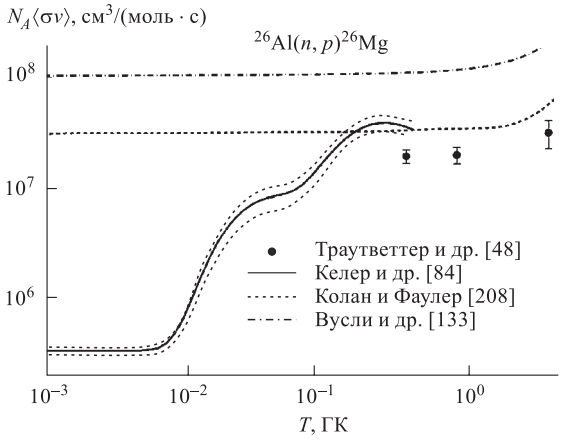

Рис. 24. Астрофизические скорости реакций для реакции ^{26}Al$(n, p)^{26}$Mg. Данные [48] и [84] относятся к (n, p_1)-реакции. Расчеты по статистической модели для полной скорости реакции (n, p) сделаны в [208] и [133]

С другой стороны, результаты по реакции (n, p_1) Келера и др. примерно на 65 % выше данных Траутветтера при $T = 0{,}36$ ГК. К сожалению, новые данные Келера и др. не охватывают область достаточно высоких энергий, необходимую для расчетов скоростей реакций при температуре взрывного нуклеосинтеза. Требуются новые измерения, способные разрешить проявившиеся разногласия с данными Траутветтера и др. В связи с тем, что сечения достаточно велики, разница в этих двух измерениях может дать существенный эффект при расчетах количества ^{26}Al, произведенного в астрофизическом окружении с изобилием нейтронов. Как видно из рис. 23 и 24, новый расчет Колана и Фаулера [208] имеет лучшее согласие с (n, p)-данными, нежели (n, α), и наоборот для — старой скорости реакции Вусли и др. [133]. Из сравнения с экспериментальными данными видно, что скорость реакции [208] удовлетворительно описывает (n, p)-данные при астрофизических температурах, а рассчитанные скорости для (n, α)-реакции необходимо увеличить втрое. Влияние этих отношений на нуклеосинтез ^{26}Al обсуждается ниже.

Несколько расчетов [209, 210, 180, 181] продемонстрировали, что взрывы сверхновых приблизительно могут давать количество ^{26}Al, наблюдаемое в межзвездной среде. Также было оценено и показано [180, 211, 181], что рассчитанное содержание ^{26}Al примерно обратно пропорционально величине этих сечений. Например, в параметризованном изучении взрывного горения неона, Вусли и Уивер [180], используя скорость реакции [133], получили для отношения ^{26}Al/^{27}Al значения $(0{,}86 \div 1{,}52) \cdot 10^{-3}$. Они установили, что если скорость реакции ^{26}Al$(n, p)^{26}$Mg уменьшить в 2,5 раза, то производство

^{26}Al возрастет в 1,7 раза. Позднее Клейтон и Лейсинг [211] установили, что пересмотренная скорость реакции [208], которая в 3,3 раза меньше прежней [133], приводит к примерно в пять раз большему образованию ^{26}Al в сверхновых. В новой работе Уивер и Вусли [181] использовали для расчетов отношения ^{26}Al/^{27}Al пересмотренную скорость реакции [208] и получили величины $(5{,}7 \div 9{,}5) \cdot 10^{-3}$, или в 7,5 раз больше, чем ранее [180]. Очевидно, тем не менее, что, по крайней мере, повышение в два раза происходит за счет включения предвзрывного процесса, не учитывавшегося в более ранних расчетах. Так как самая последняя параметризация скорости реакции ^{26}Al$(n,\ p)^{26}$Mg [208] находится в удовлетворительном согласии с данными [58, 84], можно ожидать, что эти новые измерения мало изменят рассчитанное содержание ^{26}Al. Между тем данные показывают, что такая же параметризация переоценивает скорость реакции ^{26}Al$(n,\ \alpha)^{23}$Na, по крайней мере, на фактор 3. Так как скорость $(n,\ \alpha)$-реакции составляет примерно половину $(n,\ p)$, использование экспериментальной скорости реакции должно вести к значительному понижению производства ^{26}Al. Итак, ход сечений [58, 84] указывает, что хотя параметризованная скорость [208] не верна при очень низких температурах, она с точностью до фактора 3 дает правильную скорость реакции для всех интересных для астрофизики температур. Нет достаточно детальной информации в предшествующих публикациях, чтобы понять неопределенность с фактором 3 при низкотемпературных скоростях. Другие модели сверхновых, кроме [180] и [181], дают более низкое производство ^{26}Al. Например, Вайс и Труран [212] оценили, что сверхновая производит меньше 1/3 наблюдаемой распространенности ^{26}Al, Синере и Дюпра [213] оценили, что сверхновая типа II производит 45–68 % наблюдаемой распространенности, и Тильман и др. [214] посчитали производство сверхновой как 1/3 от количества, рассчитанного Уивером и Вусли. В этих публикациях нет деталей, позволяющих выяснить причины такого различия в количестве произведенного ^{26}Al.

В дополнение к неопределенностям входных ядерно-физических данных имеются и другие причины, затрудняющие ответ на вопрос, можно ли с помощью сверхновых объяснить все количество ^{26}Al, наблюдаемого в Галактике. Например, Клейтон и Лейсинг [211] оспаривают претензии [180, 181] на то, что сверхновая может объяснить большую часть или всю наблюдаемую распространенность. Они использовали отношения производства сверхновой Вусли и Уивера [180], поправленные на новое, более низкое сечение реакции ^{26}Al$(n,\ p)^{26}$Mg, и модель химической эволюции Галактики и нашли, что образование ^{26}Al при взрыве сверхновой примерно в 6 раз меньше, чем требуется для объяснения наблюдаемых γ-лучей. Они посчитали, что больший вклад от сверхновой исключен из-за наблюденной распространенности ^{27}Al и ограничений на образование в сверхновых ^{44}Ti, полученными из наблюдений γ-лучей.

В более поздней публикации [215] использовались данные о массе ^{27}Al на Солнце, среднее отношение производства ^{26}Al/^{27}Al из последних моделей сверхновой [181] и модель химической эволюции Галактики; авторы посчитали, что в сверхновых может производиться только 10–15 % наблюденного ^{26}Al. Предлагались и некоторые другие сценарии, в которых может производиться ^{26}Al, но реакции $^{26}\mathrm{Al}+n$ не играют в них важной роли.

С другой стороны, полагалось, что весь или существенная часть наблюденного ^{26}Al могла возникнуть в других средах, это может представлять проблему для моделей сверхновых. Некоторые расчеты показали, что новая может играть существенную роль. Например, Вайс и Труран [212] рассчитали, что в новых может образоваться 1/3 наблюдаемого ^{26}Al. Используя другую модель, Нофар и др. [216] оценили, что новые могут поддерживать существование распространенности ^{26}Al в Галактике в количестве около 5 $M_\odot$ ($M_\odot$ — масса Солнца). Это превышает современную лучшую оценку из наблюдений γ-лучей: 2–3 $M_\odot$. Наконец, Лейсинг [217] рассчитал, что новые могут быть единственным источником наблюдаемого ^{26}Al. Красные гиганты тоже были предложены в качестве источника большинства или всего наблюдаемого ^{26}Al. Ногард [218] изучал образование ^{26}Al в красных гигантах и сделал вывод о том, что они могут быть важными источниками, но не оценил их полного вклада в распространенность ^{26}Al в Галактике. Камерон [206] позднее оценил, что если 0,1 % или более межзвездного материала в Галактике проходит через красные гиганты, то возможно, что они могут быть главным источником ^{26}Al. Тем не менее, Форестини и др. [219] позднее оценили, что в красных гигантах образуется только $\sim 0{,}1\,\%$ $M_\odot$ или 3–5 % полного количества ^{26}Al. Некоторые авторы указывали, что двухмерная карта γ-лучей от распада ^{26}Al в Галактике должна помочь в выборе места или комбинации областей, ответственных за образование ^{26}Al. Приборы на борту CGRO произвели первые карты такого типа. Первые продольные профили, полученные с помощью приборов COMPTEL, опубликованы Дилом и др. [188] и интерпретированы Пранцос [220] как определяющиеся первичной сверхновой и не зависящие от моделей сверхновых. Первая двухмерная карта [187] показывает очень усложненную структуру, которая должна стимулировать новые предположения и расчеты относительно первоначального ^{26}Al.

3.6. ^{22}Na, астрономия γ-лучей и неон-*E*-аномалия. В работе [191] было сделано предположение о том, что ^{22}Na является одним из лучших кандидатов для наблюдения с помощью телескопов γ-лучей. Более того, предполагалось, что наблюдение нескольких радиоизотопов от одиночного взрывного нуклеосинтеза должно наложить важные ограничения на модели взрывного нуклеосинтеза. Рассчитанные потоки от ближайших объектов взрывного нуклеосинтеза близки к порогу регистрации с помощью новейших γ-телескопов, но ^{22}Na не был обнаружен вне Солнечной системы. ^{22}Na может играть важную роль в объяснении происхождения так называемой неон-E-аномалии, которая

была обнаружена в некоторых метеоритах [192]. Эта аномалия, содержащая почти чистый ^{22}Ne, похоже, происходит от распада ^{22}Na, произведенного при взрывном нуклеосинтезе [221–223]. В некоторых сценариях взрывного нуклеосинтеза реакции ^{22}Na(n, p)^{22}Ne и ^{22}Na(n, α)^{19}F могут быть главными разрушающими механизмами для ^{22}Na. Поэтому знание сечений этих реакций должно быть важно для понимания происхождения неон-E-аномалии и для расчетов возможностей наблюдений ^{22}Na с помощью γ-телескопов и для интерпретации будущих наблюдений.

Первое измерение сечения реакции ^{22}Na(n, p)^{22}Ne на нетепловых нейтронах выполнено Гледеновым и др. [21]. Эти данные показали, что реакция определяется резонансом вблизи 170 эВ. Также было показано, что сечение (n, p_1) много больше сечения, обусловленного переходами в основное состояние, как и в реакции ^{26}Al(n, p)^{26}Mg. К сожалению, измерения [21] были ограничены энергией 1 кэВ и поэтому не могли использоваться прямо для астрофизических целей. Следующие измерения были сделаны Келером и О'Брином [4] в диапазоне энергии от тепловых до 35 кэВ. Эти данные согласуются с результатами [21] и дополнительно показывают, что резонанс при 170 эВ определяет сечение (n, p_1), но никак не проявляется в канале (n, p_0). Также было показано, что сечения (n, α) много меньше p_1-сечения. Сечения реакции (n, p) показаны на рис. 9 и 10. Теоретическая оценка скорости реакции ^{22}Na(n, p)^{22}Ne [133, 208] почти в 10 раз больше и так большой скорости реакции ^{26}Al(n, p)^{26}Mg (см. выше). Тем не менее, как видно из рис. 25, измеренная скорость очень сильно отличается от рассчитанной. В частности, измерения показали, что теоретическая оценка примерно в 5 раз выше экспериментальной при наибольшей измеренной температуре. Если эта разница между измеренной и теоретической скоростями реакции сохранится и при более высоких температурах, это приведет к существенному изменению в рассчитанном образовании ^{22}Na в сверхновых. Например, Уивер и Вусли [181] рассчитали, используя три различные модели звезд с начальными массами 15, 25 и 35 солнечных, что количество ^{22}Na от $4{,}4\cdot10^{-7}$ до $2{,}7\cdot10^{-6}$ $M_\odot$ может образоваться, в основном, во взрывном нуклеосинтезе. Это примерно в 40–100 раз меньше, чем рассчитанное количество произведенного ^{26}Al. Однако из-за того, что они использовали в своих расчетах теоретическую оценку [208] для скорости реакции ^{22}Na(n, p)^{22}Ne, можно было получить значительно переоцененное количество ^{22}Na. Расчеты, использующие новую, более низкую скорость реакции, нуждаются в понимании указанного фактора пятикратного уменьшения этой скорости. Для более полного обеспечения расчетов взрывного нуклеосинтеза, необходимы измерения реакции ^{22}Na $+n$ при более высоких энергиях, чем достигнуты в предыдущих измерениях. Измерения Келера и О'Брина [4] были выполнены в LANSCE, когда этот источник работал при ограниченной ($\sim 24\,\%$ паспортной) интенсивности. С тех пор измерения проводятся уже при втрое большей интенсивности. Возможно, в

этих условиях и при использовании одного из новых детекторов, описанных выше, измерения при более высоких энергиях будут проведены. Возможно, что и источники моноэнергетических нейтронов или источники с максвелловским спектром нейтронов можно будет использовать для измерений при более высоких энергиях.

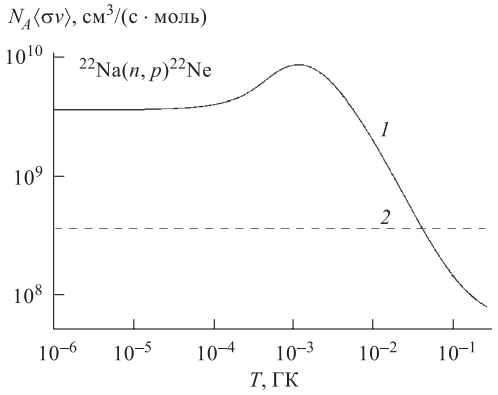

Рис. 25. Астрофизические скорости реакций для реакции ^{22}Na(n, p)^{22}Ne: кривая *1* рассчитана из данных [4]; кривая *2* — расчеты по статистической модели [133], совпадающие со скоростью реакции, полученной позднее в [208]

3.7. Реакция ^{14}N(n, p)^{14}C и роль реакции ^{13}C(α, n)^{16}O как источника нейтронов для s-процесса. До недавнего времени наиболее известная модель s-процесса рассматривала звезды с промежуточной массой на асимптотической ветви гигантов (AGB) [224], где в качестве источника нейтронов бралась реакция ^{22}Ne(α, n)^{25}Mg. Тем не менее новые расчеты s-процесса, основанные на моделях AGB звезд с небольшой массой [225–230], дали результаты, лучше согласующиеся с экспериментальными данными и возбудили новый интерес к реакции ^{13}C(α, n)^{16}O как главному источнику нейтронов для s-процесса. Однако в некоторых сценариях ^{14}N может действовать как сильный «отравитель» в цепи реакций, включающей нейтронный источник ^{13}C(α, n)^{16}O, делая эту цепь реакций больше потребителем, нежели поставщиком нейтронов. Также ^{14}N может играть определяющую роль в нуклеосинтезе ^{19}F. Астрофизическая среда, ответственная за происхождение этого изотопа, оставалась тайной в течение многих лет. Последние наблюдения [10] и расчеты [231] указывают, что основное количество ^{19}F может быть произведено в s-процессе. Альтернативно было предложено, что большинство ^{19}F, видимого в природе, было синтезировано при взрыве сверхновых благодаря ν-процессу [183].

В s-процессе значимость ^{14}N сильно зависит от величины усредненного по МБ сечения реакции ^{14}N$(n,\,p)^{14}$C при температурах около $kT = 20$ кэВ. Брем и др. [16] сделали первые прямые измерения абсолютных сечений при интересных для астрофизики температурах ($E_n = 25{,}0$ и $52{,}4$ кэВ), используя нейтронный источник с максвелловским спектром. Их результат при астрофизической скорости реакции и температурах s-процесса был примерно втрое меньше, чем скорость, использованная в более ранних расчетах нуклеосинтеза [157]. Из уменьшения скорости реакции, следующего из их измерений, авторы [16] сделали такие выводы: 1) ^{14}N играет меньшую роль как поглотитель нейтронов; 2) количество ^{14}C также уменьшится; 3) возможно образование значительного количества ^{15}N в течение s-процесса [232] (ранее считали, что ^{15}N образуется только в течение взрывного нуклеосинтеза [233, 234]).

Хотя данные [16] приводят к очень интересным астрофизическим выводам, они не согласуются с другими измерениями, на которых основывались ранее принятые скорости реакции [157]. При температурах s-процесса большинство предыдущих данных было получено в прямых измерениях [121] и инверсных измерениях [95] и [122]. Эти данные вместе с результатами измерений теплового сечения [235] показывают, что сечение в два–три раза больше, чем приведенное в [16]. Кроме того, в [16] указывали, что сечение имеет ход, близкий к $1/v$ вблизи 30 кэВ, тогда как другие измерения давали ход сечения, сильно отклоняющийся от формы $1/v$ при этих энергиях. К сожалению, измерения Брема и др. и другие прямые измерения [121] не перекрываются по энергии, а измерения обратной реакции зависят от проблем, связанных с толщиной мишени при этих низких энергиях.

В последующем в работах [14, 15] были проведены измерения хода сечения в диапазоне энергии от тепловых до 34,6 кэВ. Измеренная зависимость была близка к $1/v$, а после нормировки на измеренное тепловое сечение [235] величина сечения согласовывалась с более старыми данными при более высоких энергиях [95, 122], поддерживая принятые ранее (большие) скорости реакции [157]. Были также опубликованы новые измерения теплового сечения [8, 18], которые хорошо согласуются со старыми значениями [157]; таким образом, новые измерения подтвердили калибровку, использованную в работах [14, 15]. Наконец, выполненные на пучке фильтрованных нейтронов реактора измерения сечений реакции ^{14}N$(n,\,p)^{14}$C при энергиях 24,5; 53,5 и 144 кэВ [19] также согласуются с более высокой скоростью реакции. Данные вместе с сечениями, использованными для расчетов ранее принятых скоростей реакций, показаны на рис. 7. Видно, что все экспериментальные данные поддерживают ранее принятую скорость реакции [157], втрое превышающую скорость, рекомендованную в [16]. Следовательно, ^{14}N является потенциально сильным «отравителем» для нейтронов в течение s-процесса, а образование ^{15}N в s-процессе гораздо менее вероятно, нежели предполагалось в [16].

3.8. Реакция (n, α) и p-процесс. Механизм, благодаря которому были синтезированы мало распространенные в природе протон-избыточные изотопы элементов из области от средних до тяжелых A, называется p-процессом. Сейчас мало что известно о деталях, но кажется определенным, что p-изотопы образовались в высокотемпературной среде, возможно, в сверхновых или в поздних стадиях массивных звезд, где зародышевые ядра, полученные в предшествующем s-процессе, разрушаются посредством (γ, n), (γ, α) и (γ, p)-реакций, ведущих к протон-избыточным изотопам [236–240]. Большее понимание процессов нуклеосинтеза в этих средах ведет к улучшению моделей звезд, способствует развитию смежных областей, такой, например, как происхождение изотопных аномалий в метеоритах [236]. Возможный вклад p-процесса в образование только s-изотопов интересен также для прецизионных тестов моделей s-процесса [241]. Статистическая модель ядра, в принципе, годится для расчетов скоростей этих реакций. Сравнение с данными по (n, γ)- и (p, γ)-реакциям показывает, что скорости этих реакций могут быть предсказаны в пределах фактора 2. В отличие от них (α, γ)-измерения указывают на то, что рассчитанные скорости реакций здесь могут расходиться на фактор 10 и более. Главной причиной этого, в частности, может быть слабое знание α-частичных потенциалов при таких низких энергиях. Эти неопределенности могут быть существенно уменьшены благодаря серии измерений при низкой энергии реакции (n, α) в широком диапазоне масс ядер. Имеется несколько причин для этого.

1) Величины Q реакций (n, α) таковы, что относительная энергия между α-частицей и дочерним ядром находится прямо в представляющем интерес для астрофизики диапазоне и нет необходимости в экстраполяции данных.

2) Несмотря на малые величины сечений можно ожидать, что в области $30 \leqslant \mathrm{A} \leqslant 180$ имеется, по крайней мере, 30 нуклидов, доступных для измерений.

3) В отличие от (n_{th}, α)-данных появляется возможность протестировать энергетическую зависимость α-потенциала в достаточно широкой области энергии нейтронов (≈ 1 МэВ).

4) Недавнее изучение [238] показало, что рассчитанные скорости реакции (α, n) чувствительны к α-потенциалу, используемому в модели. По принципу детального баланса реакция (n, α) должна иметь такую же чувствительность. На рис. 26 показано отношение расчетов скоростей реакции (n, α) как функции масс, выполненных по двум статистическим моделям [242, 243]. Это отношение показывает такую же тенденцию, как и в [238].

Первое измерение из этой серии, в котором исследовалась реакция ^{147}Sm(n, α)^{144}Nd, было выполнено недавно на ORELA [244]. Данные до энергии 500 кэВ вместе с сечениями, рассчитанными по трем статистическим моделям [242, 243, 245], часто используемым в астрофизических приложениях, приведены на рис. 27. Теоретические сечения нормированы на фактор,

данный на вставке. Самые старые расчеты Холмса и др. [243] лежат намного ближе к экспериментальным данным, нежели значительно более новые расчеты NON-SMOKER [242] или MOST [245], которые отличаются от экспериментальных данных на фактор 3 в противоположных направлениях. В работе [244] изучена чувствительность рассчитанных сечений реакции (n, α) к α-потенциалу и плотности уровней, примененных в модели. Было найдено, что основное различие (на фактор ~ 30) может быть за счет вариации потенциала и много меньше (на фактор $\sim 1{,}5$) из-за плотности уровней. Расширение таких исследований, можно надеяться, позволит подобрать параметры, необходимые для определения глобального α-потенциала, необходимого для астрофизических приложений.

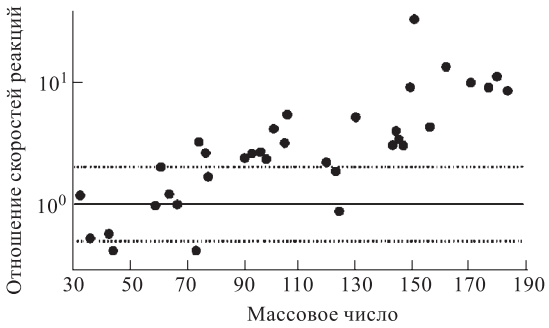

Рис. 26. Отношение скоростей реакции (n, α) при $kT = 30$ кэВ в зависимости от массового числа, рассчитанное по двум статистическим моделям: NON-SMOKER [242] и Холмс и др. [243]

3.9. Потребности в дополнительных измерениях реакций (n, p) и (n, α) для ядерной астрофизики. Имеется целый ряд сечений реакций (n, p) и (n, α), важных для ядерной астрофизики, которые до сих пор еще не измерены или нуждаются в улучшении. В частности, сечения реакций $^{36,37,39}\mathrm{Ar}(n, \alpha)^{33,34,36}\mathrm{S}$ необходимы для лучшего понимания происхождения редкого изотопа $^{36}\mathrm{S}$. Нужны данные при температурах как s-процесса, так и взрывного нуклеосинтеза. Новые измерения весьма желательны, так как рассчитанные скорости реакций для ядер в этой области отличаются от измеренных в 2–10 раз. Главной помехой для проведения таких тщательных измерений является получение подходящих образцов. Для работы с газовыми мишенями требуется создание детектора, способного быстро восстанавливаться после вспышки источника белых нейтронов. Кроме того, для некоторых уже измеренных реакций, таких как $^{22}\mathrm{Na}(n, p)^{22}\mathrm{Ne}$ и $^{35}\mathrm{Cl}(n, p)^{35}\mathrm{S}$, необходимо расширить диапазон в сторону более высоких энергий. Наконец, нуждается в разрешении ситуация с различием измеренных сечений реакции $^{26}\mathrm{Al}(n, p)^{26}\mathrm{Mg}$.

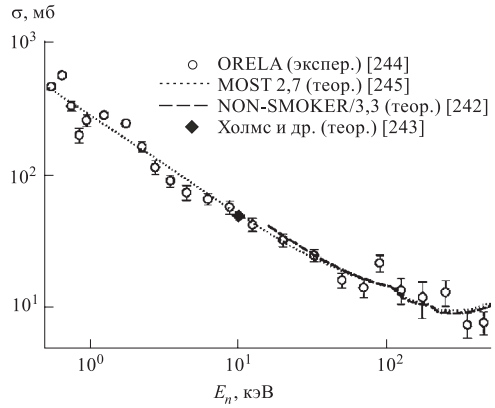

Рис. 27. Сечение реакции ^{147}Sm$(n, \alpha)^{144}$Nd при энергии от 500 эВ до 500 кэВ. Теоретические расчеты нормированы на коэффициенты, указанные на рисунке

К другим измерениям, которые могут оказаться важными, относятся ^{44}Ti$(n, p)^{44}$Sc, ^{44}Ti$(n, \alpha)^{41}$Ca и ^{56,57}Co$(n, p)^{56,57}$Fe. Ядра-мишени этих изотопов часто предлагались в качестве кандидатов для наблюдений с помощью телескопов γ-лучей, и γ-лучи от ^{56,57}Co действительно наблюдались . Тем не менее реакции (n, p) и (n, α) не играют важной роли в современных теориях происхождения ^{56,57}Co. Например, Уивер и Вусли [181] рассчитали, что прямое образование этих изотопов примерно в 100 раз меньше, чем непрямое от ^{56,57}Ni. Тем не менее Q для этих реакций достачно велики, сечения могут оказаться значительными, и поэтому эти реакции могут играть роль в альтернативных теориях.

Реакции ^{49,50}V$(n, p)^{49,50}$Ti, как указано в [9], важны для расчетов взрывного нуклеосинтеза. Измерения возможны, если сечения соответствуют их теоретическим оценкам [9]. Тем не менее при тепловой энергии сечение реакции ^{50}V$(n, p)^{50}$Ti, как получено в [89, 90], очень маленькое ((277 ± 42) и (710 ± 40) мкб соответственно). Реакция (n, p) может играть роль в нуклеосинтезе некоторых других ядер в этом диапазоне масс [9]. Имеется также еще несколько изотопов, таких как ^{59}Ni и ^{88}Y, которые имеют большое тепловое сечение или относительно большие величины Q для реакций (n, p) и/или (n, α). Возможно, что реакции (n, p) и (n, α) могут играть роль в нуклеосинтезе этих ядер, но для большинства ядер тяжелее железа потенциальный барьер настолько велик, что эти сечения должны быть пренебрежимо малы по сравнению с преобладающей (n, γ)-реакцией.

Возможные исключения могут встретиться в α- и r-процессах. Так, в [252] изучали нуклеосинтез, происходящий в обогащенных нейтронами и α-частицами отвердениях, встречающихся в высокоэнтропийном возбужденном нейтрино «пузыре», который формируется и быстро расширяется между

поверхностью рождающейся нейтронной звезды и перекрывающейся звездной мантией в течение взрыва сверхновой типа II. В этом сценарии имеется много реакций $(n,\ p)$ и $(n,\ \alpha)$ на ядрах в диапазоне $A \approx 80 \div 100$, влияющих на течение нуклеосинтеза. Тем не менее измерения большинства этих сечений могут оказаться крайне трудными из-за их малости. Более того, модель, по которой рассчитываются сечения, должна адекватно отражать наличие потенциального барьера, сильно подавляющего вылет частиц из реакции в интересующем нас энергетическом диапазоне, при высокой плотности уровней. На ряде стабильных и долгоживущих изотопов измерения могут быть выполнены, в некоторых случаях для повышения чувствительности эксперимента может быть использована и активационная методика.

Имеется также ряд $(n,\ \alpha)$-сечений при энергии ~ 1 МэВ и выше, которые необходимо измерить, потому что обратные реакции, очень интересные для астрофизики, крайне трудно или невозможно измерить. Например, в [253] было измерено сечение реакции ^{11}B$(n,\ \alpha)^{8}$Li и использовано для определения скорости реакции ^{8}Li$(\alpha,\ n)^{11}$B, которая считается важной на пути нуклеосинтеза тяжелых элементов в нестандартной модели Большого взрыва. Есть также несколько сечений $(n,\ d)$-реакций, необходимых при нуклеосинтезе в нестандартной модели Большого взрыва, которые могут быть измерены в обратных реакциях. Все эти инверсные измерения страдают, тем не менее, от того, что имеется возможность переходов в возбужденные состояния, сечения которых не могут быть измерены в обратной реакции, но они могут быть доминирующими для скорости реакции. Например, недавние прямые измерения реакции ^{8}Li$(\alpha,\ n)^{11}$B [254] показали, что сечения переходов на возбужденные состояния здесь явно преобладают.

В последнее время имеется прогресс в измерениях сечений реакции $(n,\ \gamma)$ на радиоактивных или очень маленьких стабильных образцах. Активационная техника успешно использовалась в измерениях этих сечений [255–257]; она перспективна для будущих измерений. Так, $(n,\ \gamma)$-измерения на миллиграммовых образцах выполнены недавно [58] в энергетическом диапазоне от тепловых до 50 кэВ. Способность работать с такими маленькими образцами открывает возможность выполнения многих экспериментов на редких стабильных ядрах, важных для r-процесса [258] и s-процесса. Эта же методика может быть применена и для $(n,\ \gamma)$-измерений на радиоактивных образцах, имеющих очень низкую гамма-активность.

4. НАРУШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЧЕТНОСТИ В РЕАКЦИЯХ (n, p), (n, t) И (n, α)

Вскоре после обнаружения несохранения пространственной четности (НПЧ) в слабых взаимодействиях [260, 261], в соответствии с гипотезой

Фейнмана и Гелл-Манна [262] об универсальном характере слабого взаимодействия, начались поиски похожего эффекта в сильных взаимодействиях. Относительная величина слабого нуклон-нуклонного взаимодействия характеризуется безразмерным параметром F:

$$F = 4Gm_\pi^2/g_{\pi NN} \approx 3 \cdot 10^{-7}. \tag{11}$$

Здесь G — константа слабого взаимодействия (константа Ферми); $g_{\pi NN}$ — константа сильного взаимодействия в πNN-вершине; m_π — масса π-мезона.

После обнаружения Абовым и др. [263] P-нечетной асимметрии испускания γ-квантов в реакции захвата ядром ^{113}Cd поляризованного нейтрона началось интенсивное экспериментальное и теоретическое изучение P-нечетных эффектов в ядрах [264–269]. Изучались малонуклонные системы, для которых возможны детальные теоретические расчеты, необходимые для установления амплитуды слабого NN-взаимодействия, а также продолжался поиск новых P-нечетных эффектов в легких и тяжелых ядрах. Наблюдалась зависимость полных сечений от знака продольной поляризации протонов при их взаимодействии с p-, d-, He- и Be-мишенями [266, 270–272]. Были обнаружены эффекты НПЧ в нейтронно-оптических экспериментах: поворот плоскости поляризации поперечно поляризованных нейтронов [273, 274], асимметрия в пропускании продольно поляризованных нейтронов и асимметрия сечений захвата продольно поляризованных ядер [275–279]. Выполнен ряд измерений по поиску НПЧ-эффектов в реакциях (n, p), (n, t) и (n, α) [294–297]. Наблюдался запрещенный по четности α-распад в ^{16}O [280] и зависимость дифференциального сечения реакции $^{19}\mathrm{F}(p, \alpha)^{16}\mathrm{O}$ от знака продольной поляризации протонов [281]. Найдена корреляция между спином и направлением осколка делящегося ядра и обнаружена P-нечетная асимметрия в делении ядер [282–284].

Современная интерпретация наблюдений основана на НПЧ NN-взаимодействий, которое появляется в результате обмена несколькими легкими мезонами (π, ρ и ω). В модели однобозонного обмена имеется шесть НПЧ мезон-нуклонных констант h_π^1, $h_\rho^{\Delta T=0,1,2}$, $h_\omega^{\Delta T=0,1}$, соответствующих обмену мезонами с разными изменениями изоспина ΔT. Задачей исследователей является установление вклада различных компонент, которые вследствие несохранения изоспина в слабом NN-взаимодействии должны различаться в разных процессах.

Из-за малости параметра F (см. формулу (11)) выполнено немного экспериментов по поиску P-нечетных эффектов в абсолютно запрещенных по четности переходах, так как ожидаемая величина эффектов в таких измерениях $\cong F^2$. Большинство же экспериментов проведено по исследованию интерференции между ядерными состояниями с противоположной четностью, при этом искомые эффекты оказываются пропорциональными псевдоскалярному члену типа $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p})$, где σ — спин; $\mathbf{p}$ — импульс частицы. Ожидаемая

величина эффектов в таких экспериментах $\cong F$. Тем не менее наблюдение и таких эффектов является сложной задачей и возможно практически лишь благодаря специфическому усилению в атомных ядрах на фактор $\sim 10^2{-}10^3$. В особенно благоприятных случаях, как, например, в экспериментах Алфименкова и др. [285, 286] по измерению полного нейтронного сечения в низкоэнергетических p-волновых резонансах, наблюдались эффекты НПЧ даже на уровне $10^{-2}{-}10^{-1}$.

Важным механизмом усиления в экспериментах с поляризованными нейтронами на ядрах средних и тяжелых масс является так называемое динамическое усиление [265], обусловленное быстрым ростом плотности уровней с энергией возбуждения ядра (расстояние между уровнями вблизи основного состояния $D \sim 0{,}1$ МэВ, тогда как в компаунд-ядре $D \sim 10$ эВ). Для двух уровней с одинаковыми спинами, но противоположными четностями, с энергиями E_i и E_j благодаря потенциалу слабого взаимодействия V_{PV} возникает смешивание этих состояний с коэффициентом смешивания

$$\alpha = \frac{M_{PV}}{D} = \frac{\langle i|V_{PV}|j\rangle}{E_i - E_j}, \tag{12}$$

где $M_{PV} = \langle i|V_{PV}|j\rangle$ — матричный элемент слабого взаимодействия, смешивающего состояния с противоположными четностями составного ядра i и j. С учетом того, что волновые функции усложняются с энергией возбуждения ядра, уменьшая перекрытие в матричном элементе на фактор $D^{1/2} \sim 10^2$, результирующий фактор усиления для α составляет $\sim 10^2$ [287]. Другим важным фактором усиления при низкой энергии нейтронов является кинематическое усиление, являющееся результатом интерференции либо входного, либо выходного каналов реакции. Его величина в случае смешивающихся близких s- и p-волновых резонансов $(\Gamma^s/\Gamma^p)^{1/2} \sim (kR)^{-1} \sim 10^3$. Подробный анализ факторов усиления дан в обзорах [265] и [288, 289].

Вопросы экспериментального и теоретического изучения несохранения пространственной четности в ядерных силах достаточно полно отражены в многочисленных обзорах [31, 269, 270, 286, 287, 290–292]. Ниже мы более подробно, чем в [31, 290, 291] обсудим современное состояние дел и перспективы изучения эффектов НПЧ в индуцированных нейтронами реакциях с вылетом заряженных частиц. По-видимому, впервые это явление было рассмотрено в работе [293]. В результате смешивания (слабым взаимодействием) нуклонов в ядрах состояний с одним и тем же моментом, но различными четностями, становится возможным испускание α-частиц с орбитальными моментами L и $L' = L \pm 1$. Если ядро в начальном состоянии поляризовано, то возникает асимметрия вылета α-частиц по отношению к направлению поляризации ядра:

$$W(\vartheta) = \mathrm{const}\,(1 + a\,\cos\vartheta), \tag{13}$$

где θ — угол между векторами поляризации ядра и импульса α-частицы; a — коэффициент асимметрии. В качестве объекта исследования P-нечетной асимметрии вылета α-частицы в [293] были предложены две реакции на поляризованных тепловых нейтронах: $^6\mathrm{Li}+n \to {}^7\mathrm{Li}^* \to {}^3\mathrm{H}+\alpha$ и $^{10}\mathrm{B}+n \to {}^{11}\mathrm{B}^* \to {}^7\mathrm{Li}^* + \alpha$. Ожидаемый эффект в асимметрии α-частиц оценен авторами [293] по порядку величины $10^{-6}-10^{-5}$. Исследование указанных реакций представляет большой интерес, по крайней мере, по двум причинам: во-первых, обе приведенные выше реакции идут с большими сечениями на тепловых нейтронах (см. табл. 1), во-вторых, в них участвуют легчайшие ядра, допускающие детальный теоретический анализ. Однако целый ряд экспериментов [24, 294–297] не дал положительных результатов. Тем не менее, в связи с большой важностью задачи, мы вернемся к ней ниже.

4.1. Анизотропия протонов в реакции $^{35}\mathrm{Cl}(n,p)^{35}\mathrm{S}$. Впервые P-нечетный эффект в реакции на нейтронах с вылетом заряженных частиц был обнаружен в реакции $^{35}\mathrm{Cl}(n,\,p)^{35}\mathrm{S}$ на пучке поляризованных тепловых нейтронов реактора ВВР-М ПИЯФ и описан в работе объединенной группы ПИЯФ и ЛНФ ОИЯИ [298]. Здесь же был измерен P-четный эффект лево-правой асимметрии. Таким образом, в этой реакции проявляется P-нечетная и P-четная асимметрии вылета протонов вида $(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}_p)$ и $(\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{k}_n\mathbf{k}_p])$ соответственно. Здесь и в дальнейшем $\boldsymbol{\sigma}$ — единичный вектор в направлении спина нейтрона, $\mathbf{k}_n$ и $\mathbf{k}_p$ — единичные векторы в направлении движения нейтрона и протона соответственно. В отличие от упомянутых выше реакций на легких ядрах с вылетом заряженных частиц, реакция $^{35}\mathrm{Cl}(n,p)^{35}\mathrm{S}$, несмотря на относительно небольшое тепловое сечение 0,489 б (табл. 1), оказалась более подходящей для наблюдения эффекта НПЧ. Дело в том, что обнаружение НПЧ в реакции $^{35}\mathrm{Cl}(n,\,\gamma)^{36}\mathrm{Cl}$ в интегральном спектре γ-квантов [299] и указание на наличие эффекта для выделенного γ-перехода 8,58 МэВ $^{36}\mathrm{Cl}$ [300] свидетельствовало о сравнительно большой величине смешивания состояний компаунд-ядра разной четности и одного и того же спина, образующегося при захвате нейтрона. Это p-резонанс ($J^\pi = 2^-$) при энергии нейтрона $E_0 = 398$ эВ и s-резонанс ($J^\pi = 2^+$) при $E_0 = -180$ эВ [77]. Однако, как будет показано ниже, сама величина P-нечетной асимметрии зависит не только от значения матричного элемента слабого взаимодействия M_{PV} и параметров s- и p-волновых резонансов, но и амплитуд нейтронной и протонной ширин в p-волне по каналам с полным моментом $j = 1/2$ и $3/2$. Поэтому в работе [298] из экспериментальных значений коэффициентов P-нечетной и P-четной лево-правой асимметрии α_{PNC} и α_{LR} удалось извлечь только верхнюю оценку $M_{\mathrm{PV}} > 3 \cdot 10^{-2}$ эВ.

В следующей работе той же группы [23] проведен более тщательный анализ выражений для коэффициентов асимметрии в представлении амплитуд протонных и нейтронных ширин с использованием результата [301], показавший, что нейтронный захват для p-резонанса в основном происходит

со спином канала 2 и получено значение $M_{PV} = 0{,}06$ эВ. Теоретическая погрешность в определении $M_{\rm PV}$ оценивается при этом в 20 %. Свободную от неопределенностей величину $M_{\rm PV}$ в случае ^{36}Cl, как было показано Зенкиным и Титовым [302], можно получить, проведя измерение еще одной P-четной асимметрии вида $(\mathbf{k}_n\mathbf{k}_p)$. Такое измерение было недавно проведено Гледеновым и др. [303] на пучке резонансных нейтронов реактора ИБР-30 в Дубне. Совместный анализ всех трех измеренных корреляций, сделанный в этой работе, дал величину $M_{PV} = (0{,}057 \pm 0{,}017)$ эВ, что подтверждает результат работы [23].

Эксперименты. Измерения на тепловых поляризованных нейтронах [23, 298] проводились на горизонтальном пучке реактора ВВР-М ПИЯФ. Длина нейтроновода 5,04 м, ширина и высота нейтроноводного канала составляют 8,5 и 60 мм соответственно. Средняя по спектру длина волны нейтронов $\bar{\lambda} = 2{,}7$ Å, поляризация пучка $P = 96\,\%$, интегральная интенсивность пучка поляризованных нейтронов составляла $6 \cdot 10^7$ с$^{-1}$. Непосредственно за поляризующим нейтроноводом располагалась система переворота спина нейтрона относительно направления ведущего магнитного поля — адиабатический флиппер. Ведущее спин нейтрона магнитное поле тщательно «сшивалось» с остаточным рассеянным полем нейтроновода и с ведущим магнитным полем пропорциональной камеры (рис. 28). Протоны с энергией $E_p = 0{,}6$ МэВ из реакции ^{35}Cl$(n,\,p)^{35}$S регистрировались с помощью сдвоенной пропорциональной камеры, помещенной в корпус из дюралюминия. Размеры каждой из двух работающих на свою камеру мишеней составляли 1100×70 мм. Мишень представляла собой слой $BaCl_2$ толщиной 2 мг/см^2, нанесенный на 50-мкм алюминиевую подложку. Мишени складывались подложками друг к другу и помещались в пучке под очень маленьким скользящим углом по направлению импульса нейтронов, полностью перекрывая выходное отверстие нейтроновода. Точный размер пучка 60×8 мм достигался благодаря коллиматору из ^{6}LiF, установленному на передней стенке корпуса камеры. Направление спина нейтронов менялось на противоположное каждые 2,8 с. Для устранения ложных эффектов каждые 12 ч проводился реверс ведущего магнитного поля на камере, что меняло знак эффекта, но не изменяло электромагнитных наводок. Эта методика позволила обойтись без деполяризатора и сократила время эксперимента. Использовался счетный метод регистрации импульсов от протонов.

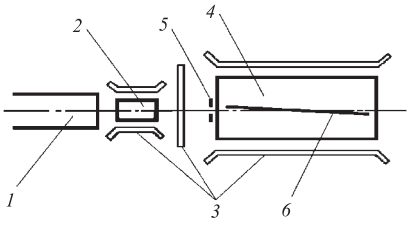

Рис. 28. Схема экспериментальной установки ПИЯФ: *1* — поляризующий нейтроновод; *2* — флиппер; *3* — катушки ведущего магнитного поля; *4* — пропорциональная камера; *5* — ^{6}LiF-коллиматор; *6* — мишень из Cl

Измерялась величина

$$\alpha = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-}, \tag{14}$$

где $N^{\pm}$ — интенсивность регистрируемых протонов при противоположных направлениях спина.

Было проведено два основных эксперимента, фоновый и ряд контрольных. В первом из основных искали P-нечетную асимметрию вылета протонов вида $W(\theta) \sim 1 + \alpha_{\rm PNC}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}_p)$, во втором — лево-правую асимметрию $\underline{W(\theta)} \sim 1 + \alpha_{\rm LR} \quad (\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{k}_n\mathbf{k}_p])$. С учетом поправок на поляризацию пучка, $\underline{\cos\vartheta}$ и фон были получены следующие значения коэффициентов корреляции: $\alpha_{\rm PNC} = -(1{,}51 \pm 0{,}34) \cdot 10^{-4}$ и $\alpha_{\rm LR} = -(2{,}40 \pm 0{,}43) \cdot 10^{-4}$.

Измерения P-четной корреляции «вперед-назад» вида $W(\theta) \sim 1 + \alpha_{\rm FB}(\mathbf{k}_n\mathbf{k}_p)$ было проведено на пучке неполяризованных резонансных нейтронов реактора ИБР-30 ЛНФ ОИЯИ [303]. Энергия нейтронов измерялась по методу времени пролета. В качестве детектора протонов из реакции ^{35}Cl$(n,\, p)^{35}$S применялась плоская двухсекционная ИК с сетками. В одной из ее секций помещалась мишень NaCl толщиной $d = 0{,}5$ мг/см^2 и диаметром 200 мм, нанесенная на алюминиевую подложку толщиной 100 мкм, другая секция использовалась для измерения фона. Периодически (примерно через 12 часов) ИК поворачивалась ровно на 180°, чтобы плоскость мишеней всегда оставалась перпендикулярна пучку нейтронов. На рис. 29 приведены экспериментальные спектры протонов в направлениях «вперед» и «назад» вместе с измерениями фона, полученные в одной из $(60 + 60)$-часовых серий измерений. Искомая корреляция получалась из числа зарегистрированных отсчетов протонов из реакции в нескольких энергетических окнах для нейтронов за вычетом фона по формуле (13), в которой вместо $N^{+(-)}$ стоят $N^{\rm F(B)}$. Величина искомого коэффициента асимметрии «вперед-назад» в интервале $E_n = 150 \div 260$ эВ, в котором ожидаемый эффект максимален (см. ниже), равна $\alpha_{\rm FB} = 0{,}17 \pm 0{,}03$. Кроме того, в работе [303] измерены величины $\alpha_{\rm FB}$ для интервала $E_n = 0{,}5 \div 10$ эВ, где эффект должен быть значительно меньше, а статистика существенно выше, и в пределах резонанса при $E_n = 398$ эВ с ожидаемым нулевым эффектом, соответственно, $0{,}03 \pm 0{,}005$ и $0{,}003 \pm 0{,}006$. К сожалению авторам [303] не удалось измерить $\alpha_{\rm FB}$ в интервале $E_n = 500 \div 800$ эВ, так как он лежит на экспериментальном времяпролетном спектре в непосредственной близости от области влияния вспышки реактора.

Анализ результатов. P-нечетные эффекты в реакциях на медленных нейтронах описывают на основе смешивания по четности на стадии составного ядра [304, 305]. Слабое взаимодействие приводит к появлению примесной P-волны в компаунд-состоянии, образованном в результате захвата s-нейтрона.

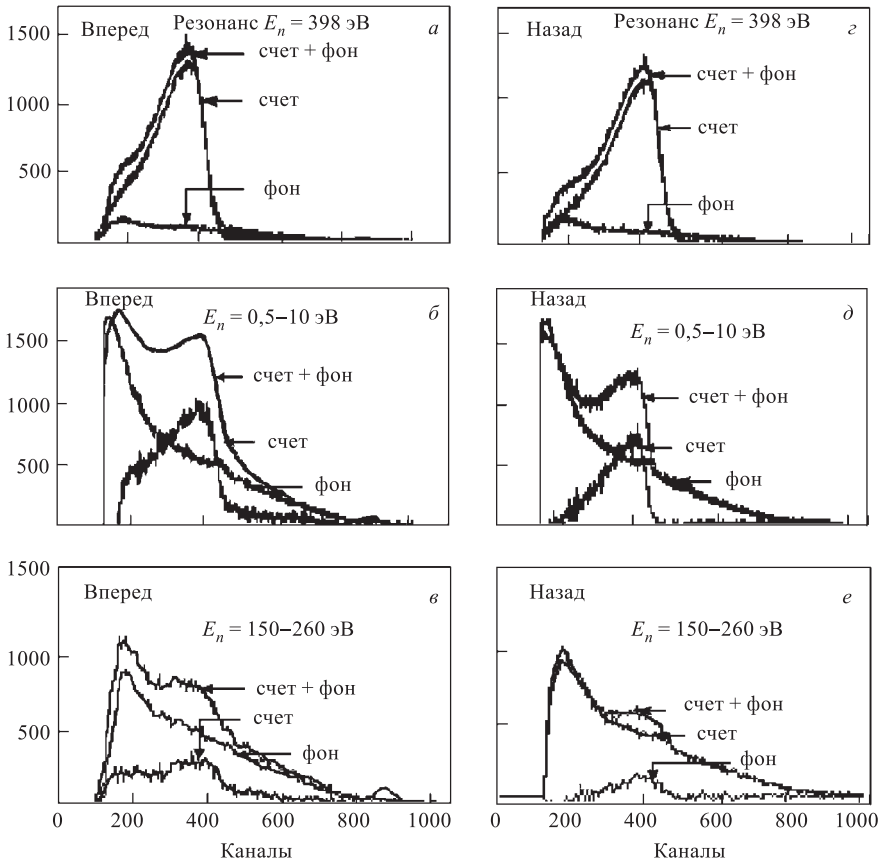

Рис. 29. Амплитудные спектры протонов из реакции ^{35}Cl$(n,\,p)^{35}$S в направлении «вперед» (*а, б, в*) и «назад» (*г, д, е*) в различных интервалах энергии нейтронов

Для расчетов коэффициентов корреляций $\alpha_{\rm PNC}$, $\alpha_{\rm LR}$ и α_{FB} в [23, 303] использовалась модель смешивающихся компаунд-состояний, развитая для описания анизотропии γ-переходов в работах Сушкова и Фламбаума [306,289] и адаптированная для случая испускания протонов в [307]. Подробные расчеты для реакции ^{35}Cl$(n,\,p)^{35}$S выполнены в работах [23, 303, 307–309]. На рис. 30 приведены диаграммы процессов, интерференция между которыми задаетP-четные и P-нечетные асимметрии. P-четные амплитуды, соответствующие S- и P-волновым захватам, определяются графиками, изображенными на рис. 30, *а* и *б* соответственно:

$$f_1 = -\frac{1}{2k}\frac{\langle p|H_S|S\rangle\langle S|H_S|n\rangle}{E - E_S + i(\Gamma_S/2)}, \tag{15}$$

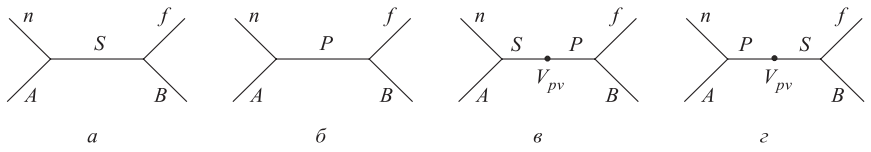

Рис. 30. Амплитуды (n, p)-реакции при захвате медленного нейтрона ядром

$$f_2 = -\frac{1}{2k}\frac{\langle p|H_S|P\rangle\langle P|H_S|n\rangle}{E - E_P + i(\Gamma_S/2)}. \tag{16}$$

Здесь E и k — энергия и импульс нейтрона; $E_{S(P)}$ и $\Gamma_{S(P)}$ — энергия и ширина ближайшего $S(P)$-резонанса; H_S — оператор остаточного взаимодействия, приводящего к захвату нейтрона и испусканию протона. Для P-нечетных амплитуд можно написать выражения (рис. 30, *в, г*):

$$f_3 = -\frac{1}{2k}\frac{\langle p|H_S|P\rangle\langle P|H_W|S\rangle\langle S|H_S|n\rangle}{(E - E_P + i(\Gamma_P/2))(E - E_S + i(\Gamma_S/2))}, \tag{17}$$

$$f_4 = -\frac{1}{2k}\frac{\langle p|H_S|S\rangle\langle S|H_W|P\rangle\langle P|H_S|n\rangle}{(E - E_P + i(\Gamma_P/2))(E - E_S + i(\Gamma_S/2))}. \tag{18}$$

Дифференциальное сечение реакции (n, p):

$$d\sigma/d\Omega = |f|^2 = |f_1 + f_2 + f_3 + f_4|^2. \tag{19}$$

Интерференция амплитуд приводит к возникновению различных корреляций в дифференциальном сечении. Так, например, асимметрия «вперед-назад» в испускании частиц возникает из-за интерференции амплитуд f_1 и f_2 при захвате ядром неполяризованных нейтронов:

$$|f|^2 = |f_1|^2 + |f_2|^2 + 2\,\mathrm{Re}\, f_1 f_2^* \sim 1 + \alpha_{\mathrm{FB}}\,\cos\theta, \tag{20}$$

где $\cos\theta = \mathbf{k}_n\mathbf{k}_p$; $\alpha_{\mathrm{FB}} = (d\sigma/d\Omega(\theta = 0) - d\sigma/d\Omega(\theta = \pi))/(d\sigma/d\Omega(\theta = 0) + d\sigma/d\Omega(\theta = \pi))$.

Лево-правая асимметрия возникает при интерференции тех же амплитуд f_1 и f_2, но при захвате поляризованных нейтронов:

$$\begin{gathered}|f|^2 = |f_1|^2 + |f_2|^2 + 2\,\mathrm{Re}\, f_1 f_2^* + 2\,\mathrm{Im}\, f_1 f_2^* \sim 1 + \alpha_{\mathrm{FB}}\,\cos\theta + \\ + \alpha_{\mathrm{LR}}\,\sin\theta\,\sin\Phi,\end{gathered} \tag{21}$$

где $\sin\theta\sin\Phi = \boldsymbol{\sigma}[\mathbf{k}_n\mathbf{k}_p]$; θ и Φ — полярный и азимутальный углы единичного вектора $\mathbf{k}_p$; $\alpha_{\mathrm{LR}} = (d\sigma/d\Omega(\Phi = \pi/2) - d\sigma/d\Omega(\Phi = 3\pi/2))/(d\sigma/d\Omega(\Phi = \pi/2) + d\sigma/d\Omega(\Phi = 3\pi/2))$.

Интерференция амплитуд f_1, f_3 и f_2, f_4 приводит к возникновению P-нечетных корреляций:

$$|f|^2 = |f_1|^2 + |f_2|^2 + 2\,\mathrm{Re}\, f_1 f_2^* + 2\,\mathrm{Im}\, f_1 f_2^* + 2\,\mathrm{Re}\, f_1 f_3^* +$$

$$+2\,\mathrm{Re}\, f_2 f_4^* \sim 1 + \alpha_{\mathrm{FB}}\,\cos\theta + \alpha_{\mathrm{LR}}\,\sin\theta\,\sin\Phi + \alpha_{\mathrm{PNC}}\,\cos\Phi, \qquad (22)$$

где $\cos\Phi = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}_p$; $\alpha_{\mathrm{PNC}} = (d\sigma/d\Omega(\Phi=0) - d\sigma/d\Omega(\Phi=\pi))/(d\sigma/d\Omega(\Phi = 0) + d\sigma/d\Omega(\Phi=\pi))$.

Из выражений (20)–(22) видно, что, в принципе, все амплитуды и их интерференционные члены дают вклад в дифференциальное сечение. Поэтому условия эксперимента подбираются таким образом, чтобы только измеряемая корреляция была максимальной, а возможные другие эффекты давали как можно меньший вклад.

Упрощая общие выражения из работ [302, 307, 309] для α_{LR} и α_{PNC} в случае захвата теплового поляризованного нейтрона, можно для коэффициентов асимметрий получить следующие выражения:

$$\alpha_{\mathrm{FB}} = \pm\frac{(\Gamma_S^n\Gamma_S^p\Gamma_P^n\Gamma_P^p)^{1/2}}{\Gamma_S^n\Gamma_S^p[P] + \Gamma_P^n\Gamma_P^p[S]}u_{\mathrm{FB}}(E)(X_n - Y_n)(X_p - Y_p), \qquad (23)$$

$$u_{\mathrm{FB}} = \left[(E-E_S)(E-E_P) + \frac{\Gamma_P\Gamma_S}{4}\right]\cos(\Delta\varphi) -$$

$$-\left[(E-E_S)\frac{\Gamma_P}{2} - (E-E_P)\frac{\Gamma_S}{2}\right]\sin(\Delta\varphi_{SP}), \qquad (24)$$

$$\alpha_{\mathrm{LR}} = \frac{E_S}{E_P}\left(\frac{\Gamma_P^p\Gamma_P^n}{\Gamma_S^p\Gamma_S^n}\right)^{1/2}(X_p - Y_p)\left(X_n + \frac{Y_n}{2}\right)\sin(\Delta\varphi_{SP}), \qquad (25)$$

$$\alpha_{PNC} = \frac{M_{PV}}{E_P}\left(\frac{\Gamma_P^p}{\Gamma_S^p}\right)^{1/2}(X_p - Y_p)\,\sin(\Delta\varphi_{SP}). \qquad (26)$$

Здесь $\Gamma_{S(P)}^{n(p)}$ — нейтронные (протонные) ширины s- и p-резонансов, $[S] = (E-E_S)^2 + (\Gamma_S)^2/4$; $[P] = (E-E_P)^2 + (\Gamma_P)^2/4$; $\Delta\varphi_{SP}$ — разность фаз кулоновского взаимодействия в s- и p-состояниях; $X_{p(n)}, Y_{p(n)}$ — относительные амплитуды протонных (нейтронных) ширин по каналам с полным моментом $j = 1/2$ и $3/2$ соответственно:

$$X_{p(n)} = \pm(\Gamma_{p(n)}^{j=1/2}/\Gamma_{p(n)})^{1/2}, \quad Y_{p(n)} = \pm(\Gamma_{p(n)}^{j=3/2}/\Gamma_{p(n)})^{1/2},$$
$$X_{p(n)}^2 + Y_{p(n)}^2 = 1, \qquad (27)$$

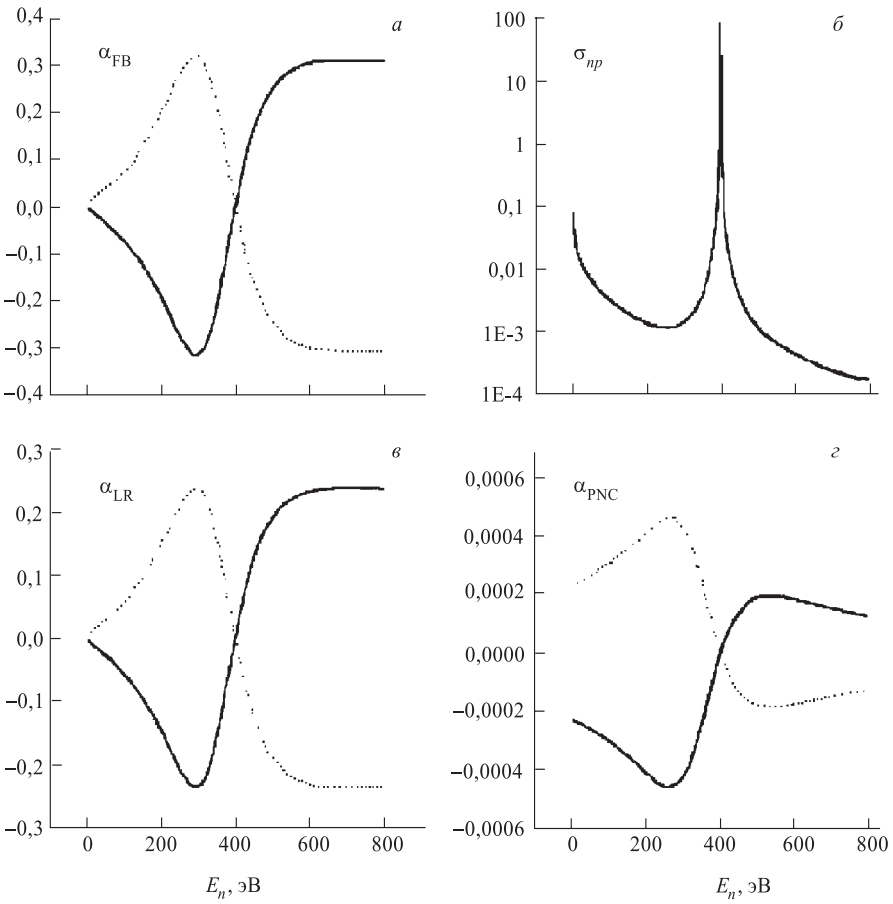

Рис. 31. Энергетическая зависимость эффектов FB (*а*), LR (*в*), PNC (*г*) и сечения (*б*) в реакции ^{35}Cl$(n,\ p)^{35}$S

$$\Delta\phi_{SP} = \varphi_{l+1} - \phi_l = \operatorname{arctg}\left(Ze^2/\hbar v_p\right).$$

Расчеты дают $\Delta\varphi_{SP} = 1{,}27$ рад, параметры нейтронных резонансов взяты из атласа [77] с учетом новых данных по протонным ширинам из [12, 139].

При совместном решении уравнений (23)–(27) в работе [302] было получено значение матричного элемента слабого взаимодействия $M_{\rm PV} = (57 \pm 17)$ мэВ. Ранее в работе [23] почти такое же значение $M_{\rm PV} = (60 \pm 20)$ мэВ было получено при решении тех же уравнений, только вместо (23) использовались результаты [301]; нейтронная ширина p-резонанса для спин-канала

$S=1$, $\Gamma_n^{S=1}=0$, а также формулы (25) и (26) записаны в представлении амплитуд протонных и нейтронных ширин.

На рис. 31 приведены результаты расчетов указанных трех корреляций и сечения реакции ^{35}Cl$(n,\,p)^{35}$S, выполненные в работе [309], в диапазоне энергии нейтронов до 1 кэВ.

4.2. Поиск НПЧ-эффектов в реакциях с поляризованными нейтронами на легких ядрах. P-нечетные эффекты в малонуклонных системах и легких ядрах мало усилены и их ожидаемая величина $\sim F \sim 10^{-7}$. Возможность экспериментального определения констант слабого взаимодействия делает измерения P-нечетных эффектов актуальными. Результаты проведенных к настоящему времени измерений коэффициентов как P-нечетной, так и лево-правой асимметрии на легких ядрах приведены в табл. 5. Из нее видно, что P-нечетная асимметрия при испускании заряженных частиц в исследованных ядрах не обнаружена. Тем не менее приведем здесь последние результаты работ [24, 310], в которых, во-первых, достигнута рекордная на сегодня точность на уровне $5\cdot10^{-8}$, во вторых, сейчас имеются реальные предпосылки для проведения аналогичных измерений с точностью до $(0{,}5{-}1)\cdot10^{-8}$. Ниже речь пойдет об изучении реакций ^{6}Li$(n,\,\alpha)^{3}$H и ^{10}B$(n,\,\alpha)^{7}$Li.

Таблица 5. **Значения или верхние пределы коэффициентов *P*-нечетной асимметрии $\alpha_{\rm PNC}$ и лево-правой асимметрии $\alpha_{\rm LR}$**

Реакция	$\alpha_{\rm PNC}$, 10^{-6}	Ссылка	$\alpha_{\rm LR}$, 10^{-6}	Ссылка
^{3}He$(n,\,p)^{3}$He	$<1{,}2$	[295]	$-0{,}34\pm0{,}57$	[295]
^{6}Li$(n,\,\alpha)^{3}$H	$<1{,}4$ $-0{,}064\pm0{,}055$	[296] [24]	95 ± 4	[294]
^{10}B$(n,\,\alpha_0)^{7}$Li	<16 <8 $<3{,}7$ $0{,}34\pm0{,}67$	[295] [296] [297] [24]	77 ± 6	[295]
^{10}B$(n,\,\alpha_1)^{7}$Li*	$<3{,}8$ $<1{,}5$ $<0{,}61$ $-0{,}25\pm0{,}16$	[295] [296] [297] [24]	$-2{,}8\pm1{,}4$ $-10\pm1{,}5$	[295] [295]
^{14}N$(n,\,p)^{14}$C	7 ± 12	[23]	66 ± 18	[23]
^{35}Cl$(n,\,p)^{35}$S	-151 ± 34	[23]	-240 ± 43	[23]

Измерения. Измерения проводились на вертикальном канале реактора ВВР-М ПИЯФ с интегральной интенсивностью холодных поляризованных нейтронов $N\sim3\cdot10^{10}$ с$^{-1}$, длиной волны $\lambda=4{,}5$ Å и с поляризацией

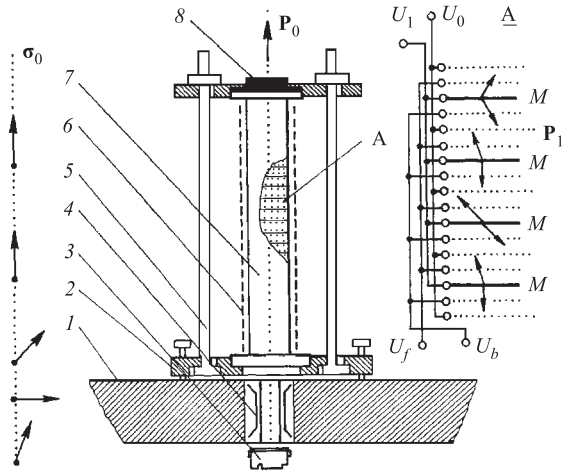

Рис. 32. Расположение экспериментальной аппаратуры на крышке надреакторной камеры: *1* — крышка; *2* — стол для сборки; *3* — поляризующий нейтроновод; *4* — высокочастотный флиппер; *5* — система фиксации сборки; *6* — соленоид ведущего спин нейтрона магнитного поля; *7* — сборка пропорциональных камер, ^{6}LiF-поглотитель нейтронов. На разрезе А показан один модуль, содержащий четыре двойные камеры [44]

$P_n = 0{,}8$ [24]. Размеры пучка в центре детектора составляли 30×100 мм, общий наклон пучка не превышал $7 \cdot 10^{-3}$. Изменение поляризации в пучке осуществлялось адиабатическим флиппером. Так как в исследуемых реакциях обнаружены достаточно большие лево-правые асимметрии вида $W_{\mathrm{LR}} = 1 + \alpha_{\mathrm{LR}}(\boldsymbol{\sigma}[\mathbf{k}_n\mathbf{k}_p])$, в экспериментах использовалась геометрия $\boldsymbol{\sigma}||\mathbf{k}_n||\mathbf{k}_p$. При точности установки указанных векторов не хуже 10^{-2}, фактор уменьшения лево-правой асимметрии не меньше 10^{-4}, то есть возможный вклад лево-правой асимметрии в P-нечетный эффект не превышает 10^{-8}. Используемый детектор состоит из 24 двойных ИК, содержащих 48 мишеней (рис. 32). Одна половина двойной ИК регистрировала заряженные частицы, вылетающие по импульсу пучка, другая — против импульса, поэтому искомый эффект в них имеет разные знаки. Это используется для компенсации флуктуаций мощности реактора. Детально этот и другие вопросы методики описаны в [44]. Все сигнальные выходы половинок ИК, имеющих эффект одного знака, были объединены для работы на один предусилитель. Детектор работал в ионизационном режиме с интегральным съемом информации, то есть в режиме регистрации тока. Литиевые мишени представляли собой слои ^{6}LiF толщиной 400–600 мкг/см^2, напыленные на алюминиевые подложки толщиной 20 мкм. В каждой из 24 ИК использовались две мишени, сложенные подложками.

Слои бора на аналогичные подложки толщиной 50–200 мкг/см^2 наносились после испарения ацетона из тонкодисперсной взвеси бора в ацетоне. Для создания необходимого телесного угла вылета заряженных частиц и поглощения тяжелого продукта реакции в камере создавался нечувствительный газовый промежуток или на мишени наклеивалась тонкая алюминиевая фольга. Полностью снаряженный детектор конвертирует в заряженные частицы 80–90 % падающего пучка нейтронов. Для компенсации возможных ложных эффектов от электромагнитных наводок несколько раз в сутки менялось направление ведущего магнитного поля. Результаты обработки статистики, накопленной примерно за 20 суток измерений как ^{6}Li, так и ^{10}B, приведены в табл. 5.

Реакция ^{6}Li$(n,\alpha)^3$H. Из таблиц с характеристиками уровней ядра ^{7}Li [77, 101] видно, что единственной подходящей парой резонансов для возникновения P-нечетной асимметрии в модели SP-интерференции являются s-резонанс ($E_S = 2490$ кэВ, $J^\pi = 3/2^+$, $\Gamma = 3450$ кэВ, $\Gamma_n = 3000$ кэВ, $\Gamma_\alpha = 450$ кэВ) и p-резонанс ($E_S = 2190$ кэВ, $J^\pi = 3/2^-$, $\Gamma = 2240$ кэВ, $\Gamma_n = 150$ кэВ, $\Gamma_\alpha = 2090$ кэВ), причем 80 % сечения реакции приходится на резонанс со спином $1/2^+$ (см. п. 2.2). Выражение для оценки коэффициента P-нечетной асимметрии в случае тепловых нейтронов [293, 24] имеет вид

$$\alpha_{\mathrm{PNC}} \approx \left(\frac{\Gamma_P^\alpha}{\Gamma_S^\alpha}\right)^{1/2} \frac{E_P \cos\Delta\varphi_{SP} + (\Gamma_P/2)\sin\Delta\varphi_{SP}}{E_P^2 + \Gamma_P^2/4} \frac{\sigma_\alpha^{J=3/2}}{\sigma_\alpha^{\mathrm{tot}}} M_{PV} A_F^J. \quad (28)$$

Для одночастичного матричного элемента со слабым взаимодействием M_{PV} порядка 0,1–1 эВ, спиновым фактором A_F^J порядка единицы с поправкой на вклад в полное сечение можно получить $\alpha_{\mathrm{PNC}} \sim 10^{-8}$–$10^{-7}$.

Другая оценка α_{PNC}, исходящая из кластерной структуры ядер ^{6}Li и ^{7}Li, сделана в [311]. Авторы рассмотрели реакцию ^{6}Li$(n,\alpha)^3$H, исходя из кластерной модели, как трехчастичную реакцию подхвата:

$$n + \{\alpha d\} \to \{nd\} + \alpha \to t + \alpha.$$

Решение этой задачи привело к оценке

$$\alpha_{\mathrm{PNC}} = \left(2f_\pi - \frac{4}{15}h_\rho^0\right)\frac{\sqrt{\bar{k}_n^2}}{m}.$$

Здесь f_π и h_ρ^0 — константы слабого взаимодействия, m — масса нуклона; $\bar{k}_n^2$ — среднеквадратичный импульс нейтрона в ядре (25–30 МэВ). При «лучших» значениях констант в стандартной модели слабых взаимодействий [267] $f_\pi = 4{,}6 \cdot 10^{-7}$ и $h_\rho^0 = -11{,}4 \cdot 10^{-7}$ было получено $\alpha_{\mathrm{PNC}} \approx (-0{,}06h_\rho^0 + 0{,}45f_\pi) \sim 3 \cdot 10^{-7}$. В работе [269] константы несколько меньше и рассчитанное с ними значение $\alpha_{\mathrm{PNC}} = 1 \cdot 10^{-7}$. Используя экспериментальную оценку α_{PNC} и теоретическое значение константы h_ρ^0, можно получить ограничения на константу слабого взаимодействия: $f_\pi = -(0{,}09 \pm 1{,}2) \cdot 10^{-7}$.

Наиболее точная оценка константы f_π была получена из измерений циркулярной поляризации γ-квантов в ^{18}F: $f_\pi = 0{,}3^{+1,0}_{-0,3} \cdot 10^{-7}$, откуда также следует, что величина слабой константы нейтрального тока меньше «лучшего» значения.

Дальнейшее повышение точности эксперимента в реакции $^6\mathrm{Li}(n\,\alpha)^4\mathrm{He}$ может дать более сильное ограничение на константу f_π, чем любые другие измерения, выполненные до сих пор. С появлением источников медленных поляризованных нейтронов с интенсивностью $\sim 10^{11}$ становится реальным проведение эксперимента с точностью до $1 \cdot 10^{-8}$–$5 \cdot 10^{-9}$.

Реакция ^{10}B$(n,\alpha)^7$Li. В этой реакции проявляются две группы α-частиц, отвечающих переходам в основное и первое возбужденное состояние ^{7}Li: α_0 ($E_\alpha = 1780$ кэВ) и α_1 ($E_\alpha = 1470$ кэВ), поэтому необходимо оценивать P-нечетные эффекты отдельно для каждой α-линии. По модели SP-интерференции [304] для возникновения P-нечетной асимметрии необходимо смешать s- и p-резонансы с одинаковым спином. Как видно из [77, 80, 119, 120], имеется такая пара резонансов: s-резонанс ($E_S = 170$ кэВ, $J^\pi = 5/2^+$, $\Gamma = 300$ кэВ, $\Gamma_n = 4$ кэВ, $\Gamma_{\alpha 0} = 296$ кэВ, $\Gamma_{\alpha 1} = 0$) и p-резонанс ($E_P = 530$ кэВ, $J^\pi = 5/2^-$, $\Gamma = 201$ кэВ, $\Gamma_n = 31$ кэВ, $\Gamma_{\alpha 0} = 80$ кэВ, $\Gamma_{\alpha 1} = 90$ кэВ). Так как s-резонанс имеет $\Gamma_{\alpha 1} = 0$, для этой линии P-нечетная асимметрия, связанная с входным каналом, отсутствует. P-нечетный эффект при этом может проявляться только на линии α_0. Для тепловых нейтронов его оценка приводит к выражению, похожему на (26) [312], и составляет $\alpha^{\alpha 0}_{\mathrm{PNC}} \sim 10^{-7}$–$10^{-6}$. Возможно нарушение четности в выходном канале при смешивании по четности первого возбужденного состояния ^{7}Li при $E_x = 0{,}477$ МэВ, $J^\pi = 1/2^-$ и уровня при $E_x \sim 7$ МэВ, $J^\pi = 1/2^+$, при этом эффект может наблюдаться и на α_1-линии. Оценка эффекта составляет $\alpha_{\mathrm{PNC}} \sim 5 \cdot 10^{-9}$–$10^{-8}$. Аналогичную оценку можно провести и для выходного канала линии α_0, где к основному состоянию ^{7}Li с $J^\pi = 3/2^-$ примешивается уровень при $E_x \sim 9{,}9$ МэВ, $J^\pi = 3/2^+$. При этом эффект $\alpha_{\mathrm{PNC}} \sim 10^{-8}$–$10^{-7}$, что много меньше ожидаемого эффекта за счет входного состояния $\alpha^{\alpha 0}_{\mathrm{PNC}}$. Отсюда видно, что достигнутая сейчас экспериментальная точность (табл. 5) много меньше необходимой. Наличие двух групп α-переходов сильно затрудняет интерпретацию данных. Несмотря на то, что P-нечетный эффект, возникающий на линии α_1, должен хорошо рассчитываться, например, по кластерной модели, наличие малоинтенсивной линии α_0 ограничивает точность в полном эксперименте. Необходимо отметить, что приведенные выше оценки не являются достаточно надежными. Дело тут не только в пренебрежении спиновым фактором и незнании величины матричного элемента слабого взаимодействия. Как отмечалось ранее, вопрос о наличии в легких ядрах широких резонансных состояний не столь ясен и их существование признается не всеми авторами.

Проблема поиска величин мезонных констант слабого взаимодействия является одним из основных вопросов теории НПЧ в ядерных системах. Во всех случаях реакций с нейтронами на достаточно тяжелых ядрах, где удалось благодаря наличию механизмов усиления обнаружить НПЧ-эффект, извлечение констант представляется весьма проблематичным. Область ядер в диапазоне $10 \leqslant A \leqslant 21$ считалась наиболее подходящей для таких поисков. Однако количество ядер, где имеются механизмы усиления, достаточно мало, кроме того, практически исчерпаны возможности улучшения точности эксперимента. В связи с этим исследование НПЧ-переходов, по-видимому, необходимо проводить на предельно легких ($A < 10$) ядрах, в которых, можно предположить, обсуждаемые эффекты можно выделить на фоне ядерного и кулоновского взаимодействий. Однако здесь имеется ряд проблем, обусловленных следующими обстоятельствами: во-первых, отсутствием близких по энергии уровней с одинаковым моментом, но противоположной четностью, близость которых обусловливает механизм усиления эффекта; во-вторых, условиями регистрации продуктов реакции; в-третьих, возможностью его теоретической интерпретации в терминах НПЧ NN-потенциала. Здесь в последние годы наметился существенный прогресс. Группа Чувильского в НИИЯФ МГУ занимается построением высокоточной теории НПЧ-эффектов в прямых и резонансных ядерных реакциях на легких ядрах. В работе [310] начато изучение реакции $^{10}\mathrm{B}(n,\,\alpha)^{7}\mathrm{Li}^{*} \overset{\gamma(M1)}{\longrightarrow} {}^{7}\mathrm{Li}$. При этом измеряется P-нечетная асимметрия вылета γ-кванта при разрядке первого возбужденного уровня ядра ^{7}Li, заселяемого в результате α-распада компаунд-ядра $^{11}\mathrm{B}^{*}$, возбужденного при захвате поляризованного медленного нейтрона, на основное состояние. Здесь же приведены предварительные вычисления решения задачи примешивания к волновой функции дискретного уровня компонент волновых функций непрерывного спектра и показано, что существенный вклад в НПЧ вносят нейтральные слабые токи. Для P-нечетной асимметрии получена формула

$$\alpha_{\mathrm{PNC}}^{\gamma} = -0{,}078h_{\pi} + 0{,}028h_{\rho}^{0} + 0{,}010h_{\rho}^{1} + 0{,}015h_{\omega}^{0} + 0{,}014h_{\omega}^{1}.$$

Эта величина имеет значения: $\alpha_{\mathrm{PNC}}^{\gamma} = -4{,}17 \cdot 10^{-8}$ для набора констант Дубовика–Зенкина [269] и $\alpha_{\mathrm{PNC}}^{\gamma} = -7{,}24 \cdot 10^{-8}$ для «лучших» значений констант из работы [267]. Величина вклада нейтральных токов при этом составляет 30,6 и 51,9 % для вышеуказанных наборов констант соответственно. При ожидаемой точности эксперимента на современных источниках поляризованных нейтронов лучше 10^{-8} успешные поиски НПЧ-эффектов на легких ядрах представляются вполне реальными.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленном обзоре приведены результаты исследования индуцированных тепловыми и резонансными нейтронами реакций с вылетом заряженных частиц. При этом бóльшее внимание уделено измерениям, выполненным на радиоактивных и небольших по числу ядер стабильных образцах. Подробно рассмотрены вопросы, связанные с выяснением роли этих реакций в процессе нуклеосинтеза во Вселенной и нарушения пространственной четности в нейтронных реакциях с вылетом заряженных частиц. Показано, что новые нейтронные данные необходимы для тестирования и улучшения моделей астрофизических объектов, таких как красные гиганты и сверхновые, что способствует выяснению вопроса о происхождении химических элементов.

Первое обнаружение P-нечетного эффекта в реакции испускания легкой заряженной частицы после захвата поляризованных нейтронов — P-нечетной асимметрии вылета протонов в реакции ^{35}Cl$(n,\, p)^{35}$S дополнено измерением P-четных асимметрий. Это позволило получить свободную от неопределенностей информацию о величине матричного элемента слабого взаимодействия, смешивающего состояния компаунд-ядра ^{36}Cl. Расчеты, выполненные в рамках модели смешивающихся компаунд-состояний, показали, что она хорошо описывает рассматриваемые процессы. Тем не менее для анализа энергетической зависимости коэффициентов корреляций требуются более детальные экспериментальные данные в более широком диапазоне энергии нейтронов. Ситуация с исследованиями нарушающих пространственную четность эффектов в нейтронных реакциях с экстремально легкими ядрами представляется более сложной как со стороны эксперимента, так и развития теории. Однако создание методики эксперимента, позволяющей регистрировать эффект на уровне $\sim 5 \cdot 10^{-9}$ и пучок поляризованных тепловых нейтронов с интенсивностью $\sim 10^{11}$ с$^{-1}$ вселяют известный оптимизм.

Недавно проведенные на ORELA в Ок-Ридже измерения реакций ^{147}Sm$(n,\, \alpha)^{144}$Nd,^{143}Nd$(n,\, \alpha)^{140}$Ce, ^{59}Ni$(n,\, \alpha)^{56}$Fe и ^{59}Ni$(n,\, p)^{59}$Co, а также объявленные программы исследований на ORELA, n-TOF — нейтронном источнике в ЦЕРН и ИРЕН в Дубне и строительство и развитие испарительных (spallation) нейтронных источников в Лос-Аламосе, Ок-Ридже и Троицке, позволяют надеяться, что мы стоим на пороге нового витка интереса к измерениям нейтронных реакций с вылетом заряженных частиц. Вместе с ядерными данными, необходимыми для астрофизики, существенное расширение энергетического диапазона, круга исследуемых ядер, повышение точности измерений могут дать много новой информации о структуре ядер и механизме реакций. Отметим, что расширение области исследований на «белых» источниках резонансных нейтронов до 100 кэВ–1 МэВ дает надежную «сшивку» с данными по этим реакциям, полученными на источниках быстрых нейтронов,

позволяя проследить, как меняется с энергией нейтрона механизм реакции для различных ядер.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Koehler P. E. et. al.* // Phys. Rev. C. 1988. V. 37. P. 917.
2. *Koehler P. E., Graff S. M.* // Phys. Rev. C. 1991. V. 44. P. 2788.
3. *Schatz H. et. al.* // Astrophys. J. 1993. V. 413. P. 750.
4. *Koehler P. E., O'Brien H. A.* // Phys. Rev. C. 1988. V. 38. P. 2019.
5. *Auchampaugh G. F. et al.* // Phys. Rev. C. 1975. V. 12. P. 1126.
6. *Wagemans C., Weigmann H., Barthelemy R.* // Nucl. Phys. A. 1987. V. 469. P. 497.
7. *Popov Yu. P., Gledenov Yu. M.* // Nuclei in the Cosmos: Proc. of the Second Intern. Symp. on Nucl. Astrophysics, Karlsruhe, Germany, July 6–10, 1992. Bristol; Philadelphia. P. 233.
8. *Wagemans C. et al.* // Nuclear Data for Science and Technology. Berlin, 1992. P. 638.
9. *Howard W. M. et al.* // Astrophys. J. 1972. V. 175. P. 201.
10. *Jorissen A., Smith V. V., Lambert D. L.* // Astron. Astrophys. 1992. V. 261. P. 164.
11. *Beer H., Penzhorn R. D.* // Astron. Astrophys. 1987. V. 174. P. 323.
12. *Koehler P. E.* // Phys. Rev. C. 1991. V. 44. P. 1675.
13. *Koehler P. E. et al.* // Phys. Rev. C. 1993, V. 47. P. 2107.
14. *Koehler P. E.* // Phys. Rev. C. 1993. V. 48. P. 439.
15. *Koehler P. E., O'Brien H. A.* // Phys. Rev. C. 1989. V. 39. P. 1655.
16. *Brehm K. et al.* // Z. Phys. A. 1988. V. 330. P. 167.
17. *Druyts S., Wagemans C., Pomme C.* Ibid [7]. P. 243.
18. *Gledenov Yu. M., Salatski V. I., Sedyshev P. V.* // Z. Phys. A. 1993. V. 346. P. 307.
19. *Gledenov Yu. M. et al.* // Z. Phys. A. 1994. V. 348. P. 199.
20. *Gledenov Yu. M. et al.* // Z. Phys. A. 1985. V. 322. P. 685.
21. *Gledenov Yu. M. et al.* // Z. Phys. A. 1982. V. 308. P. 57.
22. *Балабанов Н. П. и др.* // ЭЧАЯ. 1990. Т. 21. С. 317.
23. *Антонов А. и др.* // ЯФ. 1988. Т. 48. С. 193.
24. *Весна В. А. и др.* // ЯФ. 1996. Т. 9. С. 23.
25. *Балабанов Н. П., Гледенов Ю. М.* Сообщение ОИЯИ Р3-81-276. Дубна, 1981.
26. *Wagemans C.* // Neutron Induced Reactions: Proc. of the 4th Intern. Symp., Smolenice, June, 1985. D. Reidel Publishing Company. P. 344.
27. *Gruppelaar H., Van der Kamp H. A. J.* // Nuclear Data for Science and Techn. ECSC, EEC, EAEC. Brussels; Luxemburg, 1983. P. 643.
28. *D'hondt P. et al.* Ibid. [27]. P. 147.
29. *Lisowski P. W. et al.* // Nucl. Sci. Eng. 1990. V. 106. P. 208.
30. *Koehler P. E.* // Nucl. Instr. Meth. A. 1990. V. 292. P. 541.
31. *Francle C. M. et al.* // ЭЧАЯ. 1993. Т. 24. С. 939.

32. *Dabbs J. W. T.* // Proc. of the Intern. Conf. on Nucl. Cross Sections for Techn. / Ed. by J. L. Fowler et al. National Bureau of Standards Special Publication 594. 1980. P. 929.
33. *Tronc D., Salome J., Boeckhoff K.* // Nucl. Instr. Meth. 1985. V. 228. P. 217.
34. *Michaudon A. F., Wender S. A.* LANR Report LA-UR-90-4355. 1990.
35. *Лазарева Л. Е., Фейнберг Е. Л., Шапиро Ф. Л.* // ЖЭТФ. 1956. Т. 29. С. 381.
36. *Slovacek R. E. et al.* // Nucl. Sci. Eng. 1977. V. 62. P. 455.
37. *Алексеев А. А. и др.* // ЯФ. 1999. Т. 62. С. 851.
38. *Moore M. S. et al.* // Capture Gamma-Ray Spectroscopy / Ed. R. W. Hoff American Institute of Physics. New York, 1991. P. 953.
39. *Франк И. М.* // ЭЧАЯ. 1972. Т. 2. С. 805.
40. *Aksenov V. L. et al.* JINR Commun. E3-92-110. Dubna, 1992.
41. *Попов Ю. П., Салацкий В. И., Хуухэнхуу Г.* // ЯФ. 1980. Т. 32. С. 893.
42. *Ratinski W., Kappeler F.* // Phys. Rev. C. 1988. V. 37. P. 595.
43. *Emsallem A. et al.* // Nucl. Phys. A. 1981. V. 368. P. 108.
44. *Gledenov Yu. M. et al.* // Nucl. Instr. Meth. A. 1994. V. 350. P. 517.
45. *Ананьев Б. Н. и др.* Сообщение ОИЯИ Р13-89-517. Дубна. 1989.
46. *Weigmann H. et al.* // Nucl. Phys. A. 1981. V. 368. P. 117.
47. *Trautvetter H. P., Kappeler F.* // Z. Phys. A. 1984. V. 318. P. 121.
48. *Trautvetter H. P. et al.* // Z. Phys. A. 1986. V. 323. P. 1.
49. *Popov Yu. P. et al.* // Nucl. Phys. A. 1972. V. 188. P. 212.
50. *Antonov A. et al.* // Nucl. Techn. 1982. V. 59. P. 526.
51. *Анджеевский Ю. и др.* // ЯФ. 1980. Т. 32. С. 1496.
52. *Hanna G. C., Primeau D. B., Tunnicliffe P. R.* // Can. J. Phys. 1961. V. 39. P. 1784.
53. *Гледенов Ю. М. и др.* Сообщение ОИЯИ Р3-97-239. Дубна, 1997.
54. *Gledenov Yu. M. et al.* // Nucl. Instr. Meth. A. 1999. V. 431. P. 295.
55. *Wagemans C. et al.* // Proc. of the Intern. Conf. Nucl. Data for Science and Techn. / Ed. by G. Reffo et al. Trieste, IPS, Bologna, Italy. 19–24 May, 1997. P. 1568.
56. *Гледенов Ю. М. и др.* // ПТЭ. 1988. Т. 3. С. 55.
57. *Budtz-Jorgensen C., Knitter H. H.* // Nucl. Instr. and Meth. 1984. V. 223. P. 295.
58. *Koehler P. E. et al.* // Capture Gamma-Ray Spectroscopy / Ed. J. Kern. Singapore, 1994. P. 714.
59. *Koehler P. E., Harvey J. A., Hill N. W.* // Nucl. Instr. Meth. A. 1995. V. 361. P. 270.
60. *Wilkinson D. H.* // Ionization Chambers and Counters. London: Cambridge University Press, 1950.
61. *Попов Ю. П., Шапиро Ф. Л.* // ЯФ. 1961. Т. 13. С. 1132.
62. *Koehler P. E., O'Brien H. A., Gursky J. C.* // Nucl. Instr. Meth. A. 1991. V. 303. P. 182.
63. *Buchmann L., Baumeister H., Rolfs C.* // Nucl. Instr. Meth. B. 1984. V. 4. P. 132.
64. *Eykens R. et al.* // Nucl. Instr. Meth. A. 1991. V. 303. P. 152.
65. *Pauwels J.* // Nucl. Instr. Meth. B. 1991. V. 56/57. P. 938.
66. *Lane A. M., Thomas R. G.* // Rev. Mod. Phys. 1958. V. 30. P. 257.

67. *Alper T., Preez L.* // Nature. 1950. V. 165. P. 689.
68. *Farragi H., Bernas R., Bonnet A.* // Comp. Rend. 1952. V. 35. P. 425.
69. *Munnich F.* // Z. Phys. 1958. V. 153. P. 106.
70. *Андреев В. Н., Сироткин С. М.* // ЯФ. 1965. Т. 1. С. 252.
71. *Macfarlane R. D., Almadovar I.* // Phys. Rev. 1962. V. 127. P. 1663.
72. *Cheifetz E. et al.* // Phys. Lett. 1962. V. 1. P. 289.
73. *Okamoto K.* // Nucl. Phys. A. 1970. V. 141. P. 193.
74. *Asghar M., Emsallem A.* // Z. Phys. A. 1975. V. 275. P. 157.
75. *Emsallem A.* // These. Lion, 1979.
76. *Wagemans C. et al.* // Nucl. Phys. A. 1981. V. 362. P. 1.
77. *Mughabghab S. F., Divadeenam M., Holden N. E.* // Neutron Cross Sections. Academic Press, 1981. V. 1.
78. *Bassi P. et al.* // Nuovo Cim. 1963. V. 28. P. 1049.
79. *Lal D. et al.* // Nucl. Phys. A. 1987. V. 468. P. 189.
80. *Ajzenberg-Selove F.* // Nucl. Phys. A. 1990. V. 506. P. 1.
81. *Gledenov Yu. M. et al.* Ibid [55]. P. 511.
82. *Wagemans J. et al.* // Phys. Rev. C. 1998. V. 58. P. 2840.
83. *Kvitek J. et al.* // Z. Phys. A. 1981. V. 299. P. 187.
84. *Koehler P. E. et al.* // Phys. Rev. C. 1997. V.56. P. 1138.
85. *Druyts S., Wagemans C., Geltenbort P.* // Nucl. Phys. A. 1994. V. 573. P. 291.
86. *Гледенов Ю. М. и др.* Сообщение ОИЯИ. Р3-96-356. Дубна, 1996.
87. *Asghar M. et al.* // Z. Phys. A. 1978. V. 288. P. 45.
88. *Bieber R. et al.* // Nucl. Phys. A. 1999. V. 647. P. 3.
89. *Andrzejewski J. et al.* JINR Commun. P3-91-244. Dubna, 1991.
90. *Wagemans C., Druyts S., Geltenbort P.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 50. P. 487.
91. *Asghar M., Emsallem A., Sjöstrand N. G.* // Z. Phys. A. 1977. V. 282. P. 375.
92. *Eiland H. M., Kirouac G. J.* // Nucl. Sci. Eng. 1974. V. 53. P. 1.
93. *Бергман А. А. и др.* // ЖЭТФ. 1957. Т. 33. С. 9.
94. *Macklin R. L., Gibbons J. H.* // Phys. Rev. 1958. V. 109. P. 105.
95. *Gibbons J. H., Macklin R. L.* // Phys. Rev. 1959. V. 114. P. 571.
96. *Борзаков С. Б. и др.* Препринт ОИЯИ Р3-81-305. Дубна, 1981.
97. *Борзаков С. Б. и др.* // ЯФ. 1982. Т. 35. С. 532.
98. *Tilley D. R., Weller H. R., Hale G. M.* // Nucl. Phys. A. 1992. V. 541. P. 1.
99. *Балашко Ю. Г. и др.* // ЖЭТФ. 1964. Т. 46. С. 1903.
100. *Baumgartner M. et al.* // Nucl. Phys. A. 1981. V. 368. P. 189.
101. *Ajzenberg-Selove F.* // Nucl. Phys. A. 1988. V. 490. P. 1.
102. *Meadows J. W., Whalen J. F.* // Nucl. Sci. Eng. 1972. V. 48. P. 221.
103. *Poenitz W. P.* // Z. Phys. 1974. V. 268. P. 359.

104. *Renner C. et al.* // Bull. Am. Phys. Soc. 1978. V. 23. P. 526.
105. *Weigmann H., Manakos P.* // Z. Phys. 1979. V. 289. P. 383.
106. *Lamaze G. P. et al.* // Nucl. Sci. Eng. 1978. V. 68. P. 183.
107. *Алфименков В. П. и др.* // ЯФ. 1982. Т. 36. С. 1089.
108. *Knitter H. H. et al.* // Nucl. Sci. Eng. 1983. V. 83. P. 229.
109. *Knox H. D., Resler D. A., Lane R. O.* // Nucl Phys. A. 1987. V. 466. P. 245.
110. *Гиббонс Дж., Ньюсон Г.* // Физика быстрых нейтронов. М., 1963. Т. 1. С. 60.
111. *Hanna R. C.* // Philos. Mag. 1955. V. 46. P. 381.
112. *Koehler P. E. et al.* // Bull. Am. Phys. Soc. 1986. V. 31. P. 854.
113. *Гледенов Ю. М. и др.* // Краткие сообщения ОИЯИ. №17[86]. Дубна, 1986. С. 36.
114. *Newson H. W. et al.* // Phys. Rev. 1957. V. 108. P. 1294.
115. *Barker F. C.* // Aust. J. Phys. 1977. V. 30. P. 113.
116. *Arnold L. G. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1974. V. 32. P. 895.
117. *Sweeny W. E., Marion J. B.* // Phys. Rev. 1969. V. 182. P. 1007.
118. *Hale G. M., Brown R. E., Jarmie N.* // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 763.
119. *Kok P. J. J. et al.* // Z. Phys. A. 1986. V. 324. P. 271.
120. *Lane R. O. et al.* // Phys. Rev. C. 1971. V. 4. P. 380.
121. *Johnson C. H., Barschall H. H.* // Phys. Rev. 1950. V. 80. P. 818.
122. *Sanders M.* // Phys. Rev. 1956. V. 104. P. 1434.
123. *Ajzenberg-Selove F.* // Nucl. Phys. A. 1991. V. 523. P. 1.
124. *Gabbard F., Bichsel H., Bonner T. W.* // Nucl. Phys. 1959/60. V. 14. P. 277.
125. *Bair J. K., Ford J. L. C., Jones C. M.* // Phys. Rev. 1966. V. 144. P. 799.
126. *Ajzenberg-Selove F.* // Nucl. Phys. A. 1987. V. 475. P. 1.
127. *Weinman J. A., Silverstein E. A.* // Phys. Rev. 1958. V. 111. P. 277.
128. *Ehehalt R., Morinaga H., Shida Y.* // Z. Naturforschung. 1971. V. 26a. P. 590.
129. *Gledenov Yu. M. et al.* Ibid [27]. P. 150.
130. *Kuperus J.* // Physica. 1965. V. 31. P. 1603.
131. *Ehehalt R. et al.* // Nuovo Cim. A. 1973. V. 15. P. 209.
132. *Wrean P. R., Kavanagh R. W.* // Phys. Rev. C. 2000. V. 62. P. 055805.
133. *Woosley S. E. et al.* // At. Data Nucl. Data Tables. 1978. V. 22. P. 371.
134. *Skelton R. T., Kavanagh R. W., Sargood D. G.* // Astrophys. J. 1983. V. 271. P. 404.
135. *Skelton R. T., Kavanagh R. W., Sargood D. G.* // Phys. Rev. C. 1987. V. 35. P. 45.
136. *Endt P. M.* // Nucl. Phys. A. 1990. V. 521. P. 1.
137. *Coddens G. et al.* // Nucl. Phys. A. 1987. V. 469. P. 480.
138. *Гледенов Ю. М. и др.* Сообщение ОИЯИ. Р3-89-351. Дубна. 1989.
139. *Гледенов Ю. М. и др.* // ЯФ. 1999. Т. 62. С. 877.
140. *Nooren G. J. L., Van der Leun C.* // Nucl. Phys. A. 1984. V. 423. P. 197.
141. *Анджеевски Ю. и др.* Сообщение ОИЯИ. Р3-87-319. Дубна. 1987.

142. *Wagemans C., Bieber R., Geltenbort P.* // Phys. Rev. 1996. V. C54. P. 389.

143. *Ануфриев В. А.* Частное сообщение. 1984.

144. *Bieber R. et al.* Capture Gamma-Ray Spectroscopy / Ed. G. L. Molnar, T. Belgya, Zs. Revay. Budapest, 1996. P. 443.

145. *Goeminne G. et al.* // Nucl. Phys. A. 2000. V. 678. P. 11.

146. *Keyworth G. A. et al.* // Nucl. Phys. 1966. V. 89. P. 590.

147. *Гледенов Ю. М. и др.* // Сообщение ОИЯИ Р3-85-275. Дубна, 1985.

148. *Wagemans C., Druyts S., Barthelemy R.* // Proc. of the 3 Intern. Symp. On Nuclear Astrophysics, Gran Sasso, AIP Conference Proc. 1995. V. 327. P. 169.

149. *Goel B.* // KFK. 1977. P. 2473.

150. *Harvey J.* // Proc. of the Intern. Conf. on the Inter. of Neutrons with Nuclei. Lowell, 1976. P. 143.

151. *Walker T. P. et al.* // Astrophys. J. 1991. V. 376. P. 51.

152. *Pagel B. E. J.* // Baryonic Dark Matter / Ed. by D. Lynden-Bell, G. Gilmore. Dordrecht, 1989. P. 237.

153. *Linde A. P.* // Rep. Prog. Phys. 1984. V. 47. P. 925.

154. *Turner M. S., Tyson J. A.* // Rev. Mod. Phys. 1999. V. 71. P. S145.

155. *Walker T.P.* // Nucl. Phys. A. 1997. V. 621. P. 514.

156. *Schramm D. N., Turner M. S.* // Rev. Mod. Phys. 1998. V. 70. P. 303.

157. *Bahcall N. E., Fowler W. A.* // Astrophys. J. 1969. V. 157. P. 659.

158. *Yang J. et al.* // Astrophys. J. 1984. V. 281. P. 493.

159. *Beaudet G., Reeves H.* // Astron. Astrophys. 1984. V. 134. P. 240.

160. *Andrzejewski J. et al.* // Z. Phys. A. 1991. V. 340. P. 105.

161. *Cervena J. et al.* // Czech. J. Phys. B. 1989. V. 39. P. 1263.

162. *Krauss L. M., Romanelli P.* // Astrophys. J. 1990. V. 358. P. 47.

163. *Deliyannis C. P. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 62. P. 1583; Astrophys. L. Suppl. 1990. V. 73. P. 234.

164. *Устинова Г. К.* // ДАН. 1998. Т. 358. С. 391.

165. *Applegate J. H., Hogan C. J.* // Phys. Rev. D. 1985. V. 31. P. 3037.

166. *Fuller G. M., Alcock C. R., Mathews G. J.* // Phys. Rev. D. 1988. V. 37. P. 1380.

167. *Applegate J. H., Hogan C. J., Scherrer R. J.* // Astrophys. J. 1988. V. 329. P. 572.

168. *Kajino T., Boyd R. N.* // Astrophys. J. 1990. V. 359. P. 267.

169. *Kajino T., Mathews G. J., Fuller G. M.* // Astrophys. J. 1990. V. 364. P. 1.

170. *Kurki-Suonio H., Matzner R. A.* // Phys. Rev. D. 1989. V. 39. P. 1046.

171. *Alcock C. R. at al.* // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. P. 2607.

172. *Wiescher M., Gorres J., Thielemann F. K.* // Astrophys. J. 1990. V. 363. P. 340.

173. *Thielemann F. K. et al.* Nuclei in the Cosmos / Ed. by H. Oberhummer, C. Rolfs. Berlin: Springer, 1991.

174. *Sato K., Terasawa N.* // Phys. Scripta. 1991. V. T36. P. 60.

175. *Fowler W. A., Caughlan G. R., Zimmerman B. A.* // Ann. Rev. Astron. Astrophys. 1967. V. 5. P. 525.

176. *Fowler W. A., Caughlan G. R., Zimmerman B. A.* // Ann. Rev. Astron. Astrophys. 1975. V. 13. P. 69.

177. *Harris M. J. et al.* // Ann. Rev. Astron. Astrophys. 1983. V. 21. P. 165.

178. *Bao Z. Y., Kappeler F.* // At. Data Nucl. Data Tables. 1987. V. 36. P. 411.

179. *Gorres J. et al.* // Nucl. Phys. A. 1992. V. 548. P. 414.

180. *Woosley S. E., Weaver T. A.* // Astrophys. J. 1980. V. 238. P. 1017.

181. *Weaver T. A., Woosley S. E.* // Phys. Repts. 1993. V. 227. P. 65.

182. *Epstein R. I., Colgate S. A., Haxton W. C.* // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. P. 2038.

183. *Woosley S. E. et al.* // Astrophys. J. 1990. V. 356. P. 272.

184. *Mahoney W.A. et al.* // Astrophys. J. 1982. V. 262. P. 742.

185. *Diehl R. et al.* // Astron. Astrophys. Suppl. 1993. V. 97. P. 181

186. *Schonfelder V. et al.* // Astron. Astrophys. Suppl. 1993. V. 97. P. 27.

187. *Gehrels N. et al.* // Sci. Amer. 1993. V. 269. P. 68.

188. *Diehl R. et al.* Compton Observatory Workshop / Ed. by N. Gehrels. N.Y.: American Institute of Physics. 1993.

189. *Diehl R. et al.* // Astron. Astrophys. 1995. V. 298. P. 445.

190. *Wagemans C., Weigmann H.* // Proc. of the Fourth Intern. Conf. on Neutron Capture Gamma-Ray Spectroscopy / Ed. by T. von Egidy et al. Bristol, 1982. P. 462.

191. *Clayton D. D.* // Astrophys. J. 1975. V. 198. P. 151.

192. *Black D. C.* // Geochim. Cosmoschim. Acta. 1972. V. 36. P. 377.

193. *Woosley S. E.* Saas-Fe Lecture Notes. Saas-Fe, Switzerland, 1986. Unpublished.

194. *Truran J. W.* // Astrophys. J. 1972. V. 18. P. 306.

195. *Schatz H. et al.* // Phys. Rev. 1995. V. 51. P. 379.

196. *Macklin R. L.* // Phys. Rev. 1984. V. C29. P. 1986.

197. *Druyts S. et al.* // Ann. Geophys. C. 1991. V.9 (Suppl.). P. 366.

198. *Beer H.* // Astrophys. J. 1991. V. 375. P. 823.

199. *Raiteri C. M. et al.* // Astrophys. J. 1991. V. 367. P. 228.

200. *Boyd A. W., Brown F., Lounsbury M.* // Can. J. Phys. 1955. V. 33. P. 35.

201. *Gillette J. H.* Review of Radioisotopes Program. 1965 ORNL Report 4013. 1966 (unpublished).

202. *Gryntakis E., Cullen D. E., Mundy G.* Handbook on Nuclear Activation Data / Ed. by K.Okamota. IAEA. Vienna. 1987. P. 199.

203. *Anders E., Zinner E.* // Meteorites. 1993. V. 28. P. 490.

204. *Ott U.* // Nature. 1993. V. 365. P. 25.

205. *Clayton D. D.* // Space Sci. Rev. 1979. V. 24. P. 147.

206. *Cameron A. G. W.* // Icarus. 1984. V. 60. P. 416.

207. *Fowler W. A.* // Rev. Mod. Phys. 1982. V. 56. P. 147.

208. *Caughlan G. R., Fowler W. A.* // At. Data Nucl. Data Tables. 1988. V. 40. P. 283.

209. *Truran J. W., Cameron A. G. W.* // Astrophys. J. 1978. V. 219. P. 226.

210. *Arnett W. D., Wefel J.* // P. Astrophys. J. 1978. V. 224. P. L139.

211. *Clayton D. D., Leising M. D.* // Phys. Repts. 1987. V. 144. P. 1.

212. *Weiss A., Truran J. W.* // Astron. Astrophys. 1990. V. 238. P. 178.

213. *Signore M., Dupraz C.* // Astron. Astrophys. Suppl. 1993. V. 97. P. 141.

214. *Thieleman F. K., Nomoto K., Hashimoto M.* Les Houches Lectures, Supernovae / Ed. by R. Mochkovitch. 1994.

215. *Clayton D. D., Hartmann D. H., Leising M. D.* // Astrophys. J. 1993. V. 415. P. L25.

216. *Nofar I., Shaviv G., Starrfield S.* // Astrophys. J. 1991. V. 369. P. 440.

217. *Leising M. D.* // Astron. Astrophys. Suppl. 1993. V. 97. P. 299.

218. *Nogaard H.* // Astrophys. J. 1980. V. 236. P. 895.

219. *Forestini M., Paulus G., Arnould M.* // Astron. Astrophys. 1991. V. 252. P. 597.

220. *Prantzos N.* // Astrophys. J. 1993. V. 405. P. L55.

221. *Hillebrandt W., Thielemann F. K.* // Astrophys. J. 1982. V. 255. P. 617.

222. *Brown L. E., Clayton D. D.* // Science. 1992. V. 258. P. 970.

223. *Seuthe S. et al.* // Nucl. Phys. A. 1990. V. 514. P. 471.

224. *Iben I., Truran J. W.* // Ann. Rev. Astron. Astrophys. Suppl. 1983. V. 21. P. 271.

225. *Hollowell D. E., Iben I.* // Astrophys. J. 1989. V. 340. P. 966.

226. *Hollowell D. E., Iben I.* // Astrophys. J. 1990. V. 349. P. 208.

227. *Gallino R. et al.* // Astrophys. J. 1988. V. 334. P. L45.

228. *Gallino R.* Evolution of Peculiar Red Giant Stars / Ed. by H. R. Johnson, B. Zuckerman. Cambridge, 1989. P. 176.

229. *Käppeler F. et al.* // Astrophys J. 1990. V. 354. P. 630.

230. *Käppeler F.* // Progr. Part. Nucl. Phys. 1999. V. 43. P. 419.

231. *Forestini M. et al.* // Astron. Astrophys. 1992. V. 261. P. 157.

232. *Jorissen A., Arnould M.* Nucleosynthesis and its Implication on Nuclear and Particle Physics / Ed. by J. Audouze, N. Mathieu. Dordrecht, 1986. P. 303.

233. *Wiescher M. et al.* // Astron. Astrophys. 1986. V. 160. P. 56.

234. *Arnould M., Beelen W.* // Astron. Astrophys. 1974. V. 33. P. 215.

235. *Ajzenberg-Selove F.* // Nucl. Phys. A. 1986. V. 449. P. 1.

236. *Woosley S. E., Howard W. M.* // Astrophys. J. Lett. 1990. V. 354. P. L21.

237. *Rausher T., Thielemann F. K., Oberhummer H.* // Astrophys. J. Lett. 1995. V. 451. P. L37.

238. *Hoffman R. D. et al.* // Astrophys. J. 1999. V. 521. P. 735.

239. *Somorjai E. et al.* // Astron. Astrophys. 1998. V. 333. P. 1112.

240. *Rayet M. et al.* // Astron. Astrophys. 1995. V. 298. P. 517.

241. *Guber K. H. et. al.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 2704.

242. *Rausher T., Thielemann F.-K.* // Stellar Evolution, Stellar Explosions, and Galactic Chemical Evolution / Ed. by A. Mezzacappa. Bristol, 1998. P. 519.

243. *Holmes J. A. et al.* // At. Data Nucl. Data Tables. 1976. V. 18. P. 305.

244. *Gledenov Yu. M. et al.* // Phys. Rev. 2000. V. 62. P. 042801(R).
245. *Goriely S.* // Nuclear in the Cosmos / Ed. by N. Prantzos, S. Harrisopulos. Gif-sur-Yvette, 1998. P. 314.
246. *Cook W. R. et al.* // Astrophys. J. 1988. V. 334. P. L87.
247. *Mohoney W. A. et al.* // Astrophys. J. 1988. V. 334. P. L81.
248. *Matz S. M. et al.* // Nature. 1988. V. 331. P. 416.
249. *Sandie W. G. et al.* // Astrophys. J. 1988. V. 334. P. L91.
250. *Rester A. C. et al.* // Astrophys. J. 1989. V. 342. P. L71.
251. *Teegarden B. J. et al.* // Nature. 1989. V. 339. P. 122.
252. *Woosley S. E., Hoffman R. D.* // Astrophys. J. 1992. V. 395. P. 202.
253. *Paradellis T. et al.* // Z. Phys. A. 1990. V. 337. P. 211.
254. *Boyd R. N. et al.* // Phys. Rev. Letts. 1992. V. 68. P. 1283.
255. *Beer H., Rupp G., Voss F., Käppeler F.* // Astrophys. J. 1991. V. 379. P. 420.
256. *Beer H. et al.* // Astrophys. J. 1992. V. 387. P. 258.
257. *Mohr P., Oberhummer H., Beer H.* // Phys. Rev. 1997. V. 56. P. 1154.
258. *Rayet M., Pranzos N., Arnould M.* // Astron. Astrophys. 1990. V. 227. P. 271.
259. *Kim H. J., Milner W. T., McGovan F. K.* // Nucl. Data Tables. A. 1966. V. 1. P. 203.
260. *Lee T. D., Yang C. N.* // Phys. Rev. 1956. V. 104. P. 254.
261. *Wu C. S. et al.* // Phys. Rev. 1957. V. 105. P. 1413.
262. *Feynman R. P., Gell-Mann M.* // Phys. Rev. 1958. V. 109. P. 193.
263. *Abov Yu. G., Krupchitsky P. A.* // Phys. Lett. 1964. V. 12. P. 25.
264. *Блин-Стойл Р.* Фундаментальные взаимодействия и атомное ядро. М.: Мир, 1966.
265. *Шапиро И. С.* // Успехи физических наук. 1968. Т. 95. С. 647.
266. *Desplanques B.* // Nucl. Phys. A. 1980. V. 335. P. 147.
267. *Desplanques B., Donoghue J. F., Holstein B. R.* // Ann. Phys. 1980. V. 124. P. 449.
268. *Adelberger E. G., Haxton W. C.* // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 1985. V. 35. P. 501.
269. *Dubovik V. M., Zenkin S. V.* // Ann. Phys. 1986. V. 172. P. 100.
270. *Абов Ю. Г., Крупчицкий П. А.* // Успехи физических наук. 1976. Т. 118. С. 141.
271. *Копелиович В. Б.* // Успехи физических наук. 1981. Т. 134. С. 731.
272. *Henneck R. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 48. P. 725.
273. *Forte M. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 2088.
274. *Hechel B. R. et al.* // Phys. Lett. B. 1982. V. 119. P. 298.
275. *Kolomensky E. A. et al.* // Phys. Lett. B. 1981. V. 107. P. 272.
276. *Весна В. А. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 35. С. 351.
277. *Алфименков В. П. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 34. С. 308.
278. *Bowman J. D. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 65. P. 1192.
279. *Frankle C. M. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 564.
280. *Hättig H., Künchen K., Wäffler Y.* // Phys. Rev. Lett. 1970. V. 25. P. 941.

281. *Ohlert J., Traudt O., Fäffler H.* // Phys. Rev. Lett. 1981. V. 47. P. 475.
282. *Данилян Г. В., Дроняев В. П., Воденников Б. Д.* // ЯФ. 1978. Т. 27. С. 42.
283. *Воденников Б. Д. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 27. С. 68.
284. *Весна В. А. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 31. С. 704.
285. *Alfimenkov V. P. et al.* // Nucl. Phys. A. 1983. V. 398. P. 93.
286. *Алфименков В. П.* // Успехи физических наук. 1984. Т. 144. С. 361.
287. *Mitchel G. E., Bowman J. D., Weidenmüller H. A* // Rev. Mod. Phys. 1999. V. 71. P. 445.
288. *Сушков О. П., Фламбаум В. В.* // ЯФ. 1981. Т. 33. С. 629.
289. *Flambaum V. V., Sushkov O. P.* // Nucl. Phys. A. 1984. V. 412. P. 13.
290. *Крупчицкий П. А.* Фундаментальные исследования с поляризованными медленными нейтронами. М.: Энергоиздат, 1985.
291. *Крупчицкий П. А.* // ЭЧАЯ. 1994. Т. 25. С. 1444.
292. *Desplanques B.* // Phys. Rep. 1998. V. 297. P. 1.
293. *Лобов Г. А., Данилян Г. В.* // Изв. АН СССР, сер. физ. 1977. Т. 41. С. 1548.
294. *Боровикова Н. В. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 30. С. 527.
295. *Весна В. А. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1981. Т. 33. С. 429.
296. *Весна В. А. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 38. С. 265.
297. *Ермаков О. Н. и др.* // ЯФ. 1986. Т. 43. С. 1359.
298. *Антонов А. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 40. С. 209.
299. *Весна В. А. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 36. С. 169.
300. *Bencoula H. et al.* // Neutron Capture Gamma-Ray Spectroscopy / Ed. R. Chrien, W. Kane. N.Y. 1979. P. 371.
301. *McCullagh C. M., Kenny M. J., Chrien R. E.* // Phys. Rev. C. 1979. V. 19. P. 539.
302. *Зенкин С. В., Титов Н. А.* Препринт ИЯИ АН СССР П-0367. М., 1984.
303. *Gledenov Yu. M. et al.* // Nucl. Phys. A. 1999. V. 654. P. 943c.
304. *Сушков О. П., Фламбаум В. В.* // УФН. 1982. Т. 136. С. 3.
305. *Бунаков В. Е. и др.* // ЯФ. 1989. Т. 49. С. 988.
306. *Сушков О. П., Фламбаум В. В.* // Препринт ИЯФ СО АН СССР, 83-87. Новосибирск, 1983.
307. *Риголь Х.* Сообщение ОИЯИ Р4-85-70. Дубна, 1985.
308. *Gledenov Yu. M. et al.* // Proc. of the VI Intern. Seminar on Inter. of Neutron with Nuclei «Neutron Spectroscopy, Neutron Structure and Related Topic», Dubna, 1998. P. 327.
309. *Gledenov Yu. M. et al.* // Proc. of the VII Intern. Seminar on Inter. of Neutron with Nuclei «Neutron Spectroscopy, Neutron Structure and Related Topic», Dubna, 1999. P. 295.
310. *Весна В. А. и др.* // ЯФ. 1999. Т. 62. С. 565.
311. *Нестеров М. М., Окунев И. С.* // Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 48. С. 573.
312. *Okunev I. S.* // Proc. of the Time Reversal Invariance and Parity Violation in Neutron Reactions / Ed. C. R. Gould, J. D. Bowman, Yu. P. Popov. Singapure, New Jersey, London, Hong Kong, 1994. P. 90.

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2002. Т. 33. ВЫП. 2

УДК 530.145.61

СПЕКТРОСКОПИЯ, ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ БАРЬЕРЫ, РЕЗОНАНСЫ (НОВЫЕ УСПЕХИ КВАНТОВОГО ДИЗАЙНА)

Б. Н. Захарьев[*], *В. М. Чабанов*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В последние годы продолжалось интенсивное развитие теории управления спектрами, рассеянием, распадами. В обзоре продемонстрированы: 1) недавно открытые эффекты резонансного отражения волн (100 % в максимуме) в одно- и многоканальных системах; 2) новые аспекты резонансного туннелирования, в частности, новый механизм прозрачности, состоящий в накоплении в закрытом канале волн и их последующем распаде во входной канал, приводящем к подавлению отражения; 3) аналогичные резонансы, обнаруженные в системах, описываемых дифференциальными уравнениями высшего (≥ 4) порядка; 4) новые алгоритмы сдвигов энергий E_ν избранных состояний $\Psi(x, E_\nu)$ в комплексную плоскость E (так, например, удается построить периодические потенциалы без спектральных лакун); 5) управление волновыми пакетами и ветвями спектров; 6) управление зонами периодических структур (сдвиги зон и изменения степени запрещенности в произвольных точках лакун).

The theory of spectral, scattering and decay control has kept intensively developing in the last few years. The following results are discussed in this review: 1) the effects of resonance reflection (100 % in maximum) in one- and multichannel systems; 2) new aspects of resonance tunneling, in particular, new transparency mechanism which consists in the accumulation of waves in the closed channel and their subsequent decay to the entrance channel resulting in suppressing the reflection; 3) analogous resonances have been found in systems described by the differential equations of a higher (≥ 4) order; 4) new algorithms of shifting energy eigenvalues E_ν of the chosen states $\Psi(x, E_\nu)$ into the complex E plane (non-Gamov decay states), for example, the periodic potentials without spectral lacunae can be constructed in this way; 5) the control of the wave packet shapes and spectral branches; 6) spectral zone control of periodic structures (zone shifts, changing of degree of forbiddenness at arbitrary E values of lacunae).

ВВЕДЕНИЕ

Основа квантовой механики — это, в конечном счете, законы движения волн в разных потенциалах. Из них представляют наибольший интерес *потенциалы с особыми свойствами*, которые позволяют максимально четко, опустив лишнее, продемонстрировать основную суть того или иного явления.

[*]e-mail: zakharev@thsun1.jinr.ru; URL: http://thsun1.jinr.ru/∼zakharev/

Иллюстрацией этого служит недавно открытое нами явление *полного отражения* при отдельных энергиях для специальных потенциалов. Это возможно даже для *надбарьерного* движения. Замечательно, что такое резонансное отражение до сих пор в волновой механике не рассматривалось. Открыть эффект полной непроницаемости в отдельной энергетической точке нам помогло свойство потенциалов со связанными состояниями, погруженными в непрерывный спектр (ССНС, в формулах мы будем также использовать BSEC — bound state embedded into continuum), подавлять распространение волн при избранной энергии. Эти потенциалы с ССНС были использованы для построения искомого отражающего взаимодействия. Существенно, что при этом поддаются контролю параметры резонансов отражения: их число, расположение и ширины. Затем выяснилось, что класс таких взаимодействий можно еще кардинально расширить, сняв лишнее на всей оси требование обращения ССНС в нуль в начале координат. Удается строить системы, «парадоксально» сочетающие свойства-антиподы полной прозрачности и полного отражения при разных энергиях в одном потенциале, благодаря наличию в многоканальных системах нескольких независимых решений. Этого можно добиться даже и при одной и той же энергии в многоканальной системе с разными граничными условиями.

Выявлены новые многоканальные механизмы резонансного отражения и полной проницаемости. Волны, переходящие в закрытые каналы, интерферируют при возвращении во входной канал с оставшимися там волнами. При отдельных значениях энергии может происходить подавление прошедших или отраженных волн. Указанный механизм также допускает «парадоксальное» сочетание полной прозрачности и полной непроницаемости системы при одной и той же энергии и одной матрице потенциалов.

Обнаружен ряд новых неожиданных эффектов при изучении специальных потенциалов с негамовскими распадными состояниями, собственные значения которых сдвинуты в комплексную плоскость энергий. Оказалось, что формы потенциальных возмущений для мнимых и действительных сдвигов энергий связанных состояний имеют качественное сходство. Это удивительный факт, поскольку мнимые сдвиги отвечают комплекснозначным изменениям взаимодействия, требующим рассмотрения уже *не одного, а системы* связанных уравнений. Кроме того, получены комплексные **периодические потенциалы без спектральных лакун**. В то же время *сдвиги по энергии на мнимую величину осуществляют конфайнмент избранных состояний в непрерывном спектре*: приводят к квазипериодическим полям, трансформирующим волны рассеяния в локализованные состояния.

Данный обзор является продолжением серии предыдущих [1, 2], отразивших существенный успех, достигнутый в последние годы благодаря подходу обратной задачи (ОЗ) и квантово-механической суперсимметрии [2–9]. Эти подходы успешно применяются для получения все возрастающего числа но-

вых результатов. Преимущество ОЗ состоит в том, что входными данными этого формализма являются наблюдаемые параметры. Это позволяет строить квантовые системы с наперед заданными спектральными параметрами («квантовый дизайн») [10–17]. С помощью компьютерной визуализации соответствующих точно решаемых моделей (ТРМ) мы установили простые качественные правила изменений потенциалов при заданных вариациях наблюдаемых величин. Ценность таких алгоритмов проявляется в предсказании новых эффектов (например, перечисленных выше). Без этого их поиск подобен слепой надежде найти «иголку в стоге сена». Приложение этой теории к многоканальным системам находится сейчас в стадии интенсивного изучения, что демонстрируется и данным обзором, см. также [17].

Все эти сведения могут быть полезны для лучшей ориентировки в ядерных, атомных проблемах, в нанотехнологиях, при изучении малоразмерных систем (квантовые точки, проволочки и т. п.) и разработке квантовых компьютеров.

При построении реальных систем с потенциалами, отвечающими ТРМ, конечные размеры имеющихся в природе строительных элементов, например, отдельных атомов, накладывают ограничения на точность приближения к ТРМ. Однако важно, что именно неограниченная точность и гибкость ТРМ обеспечивает универсальность и простоту теории, что должно способствовать всевозможным ее приложениям.

1. ПОЛНОЕ КВАНТОВОЕ ОТРАЖЕНИЕ ПРИ ВЫБРАННЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ЭНЕРГИИ

Недавно нам удалось найти потенциалы на всей оси, которые *полностью* отражают волны в заданных точках спектра (резонансная непроницаемость) [18]. Ключевым моментом здесь послужило свойство потенциалов типа Неймана–Вигнера удерживать ССНС *на полуоси* $0 \le x < \infty$ в заданных энергетических точках [2, 16, 19]. Запишем следующее выражение для такого ССНС-потенциала в простейшем случае единственного связанного состояния при $E = E_{\mathrm{BSEC}}$ (мы полагаем $\hbar^2 = 2m = 1$):

$$V_{\mathrm{BSEC}}(x) = -2\frac{d}{dx}\left\{\frac{c^2\sin^2(k_b x)}{k_b^2\left[1+\dfrac{c^2}{k_b^2}\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin(2k_b x)}{4k_b}\right)\right]}\right\},$$

$$x \ge 0, \quad k_b = \sqrt{E_{\mathrm{BSEC}}}. \quad (1)$$

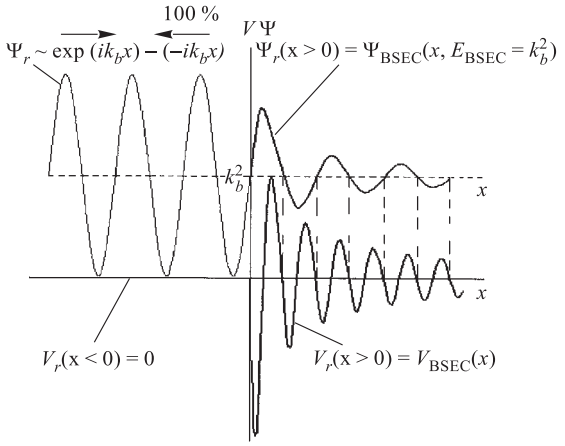

Рис. 1. В правой части рисунка ($x \geq 0$) изображены ССНС $\Psi_{\text{BSEC}}(x)$ и «запирающий» его потенциал $V_{\text{BSEC}}(x)$. Включение такого потенциала трасформирует свободную волну, синусоиду, в ССНС-состояние. Оси ординат для $\Psi_{\text{BSEC}}(x)$ и $V_{\text{BSEC}}(x)$ совмещены для удобства сопоставления пучностей волны с блоками «ямка–барьер» возмущающего потенциала. Обратите внимание на совпадение узлов волновой функции ССНС с четными узлами ССНС-потенциала. Именно за счет этой точной корреляции обеспечивается запирание волн справа в «выколотой» точке E_{BSEC}. Волны для энергий, отличных от E_{BSEC}, не затухают на бесконечности. Так что свойство запирания волны проявляется лишь в избранной точке, «выколотой» в непрерывном спектре. Имеет место полное отражение волн (символические стрелки в левой части рисунка) потенциалом V_r, равным нулю на отрицательной полуоси и совпадающим с ССНС-потенциалом на положительной полуоси. Единственное физически допустимое решение при $E = E_{\text{BSEC}} = 1;\ \ c = 1$ убывает при $x \to \infty$

Этот потенциал убывает асимптотически $\sim 1/x,\ \ x \to \infty$, как показано на рис. 1 (правая часть) для случая $E_{\text{BSEC}} = 1$. При этом энергия связанного состояния оказалась выше максимальных значений потенциала. Нормированная на единицу волновая функция ССНС при $E = E_{\text{BSEC}} > 0$ имеет вид

$$\Psi(x) = \frac{c \sin(k_b x)}{k_b \left[1 + \dfrac{c^2}{k_b^2}\left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{\sin(2k_b x)}{4k_b}\right)\right]},\ \ x \geq 0. \tag{2}$$

Эта функция показана на рис. 1, правая часть ($E_{\text{BSEC}} = 1$), где начало отсчета на шкале Ψ сдвинуто вверх до уровня $E_{\text{BSEC}} = 1$. Параметр c есть производная ССНС-функции (2) в начале координат. Связанное состояние $\Psi(x)$ (2) убывает асимптотически $\sim \dfrac{1}{x}$ при $x \to \infty$ (как и потенциал (1)). Пучно-

сти функции *строго* соответствуют помеченным на рис. 1 штрихпунктиром блокам «ямка–барьер» потенциала. Этот потенциал может уходить вправо (см. [11]). Кроме ССНС-функции (2), есть еще одно линейно независимое решение (всего их два) при $E = E_{\text{BSEC}}$, которое расходится асимптотически при $x \to \infty$. Решения же при других энергиях $0 < E \neq E_{\text{BSEC}}$ отвечают состояниям рассеяния.

Построим теперь новый потенциал $V_r(x)$ на *всей оси*, так чтобы на левой полуоси он обращался в нуль, а на правой совпадал с $V_{\text{BSEC}}(x)$ (1):

$$V_r(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ V_{\text{BSEC}}(x), & x \geq 0, \end{cases} \tag{3}$$

см. рис. 1 (левая часть). Для нового потенциала, естественно, будет *утеряно* свойство удержания связанного состояния в непрерывном спектре (волны теперь свободно распространяются по отрицательной полуоси). Вместо этого потенциал (3) *приобретает* новое замечательное свойство: он *полностью отражает* падающие слева волны при энергии бывшего ССНС (резонанс непроницаемости с максимумом в $E = E_{\text{BSEC}}$). Поясним это, построив решение $\Psi_r(x, E_{\text{BSEC}})$ на всей оси, отвечающее новому потенциалу. Так как на положительной полуоси $V_r(x) = V_{\text{BSEC}}(x)$, то и $\Psi_r(x, E_{\text{BSEC}})$ должно совпадать (для $0 \leq x < \infty$) с каким-нибудь решением при $E = E_{\text{BSEC}}$ для полуосевого потенциала $V_{\text{BSEC}}(x)$. Как уже отмечалось выше, существуют два таких линейно независимых решения: одно — $\Psi(x)$ (2), убывающее на асимптотике $x \to \infty$, другое — нефизическое, расходящееся. Ясно, что мы должны выбрать решение (2) как единственное физически приемлемое. На отрицательной же полуоси решение $\Psi_r(x, E_{\text{BSEC}})$ представляет собой, очевидно, комбинацию свободных волн, конкретный вид которой выбирается из условия гладкой сшиваемости с решением (2) в точке $x = 0$ (рис. 1). Имеем $\Psi_r(x, E_{\text{BSEC}}) = c \sin(kx)/k = c[\exp(ikx) - \exp(-ikx)]/2ik, x < 0$, т. е. падающие и уходящие слева волны в решении $\Psi_r(x, E_{\text{BSEC}})$ имеют *одинаковую амплитуду*. В результате получаем коэффициент отражения, равный по модулю единице: $|R(E_{\text{BSEC}})| = 1$, что и означает полное отражение.

При энергиях $E \neq E_{\text{BSEC}}$ волны на полуоси $0 \leq x < \infty$ уже не удерживаются потенциалом (1) от распространения вправо. Другими словами, вне энергетической точки E_{BSEC} мы имеем *состояния рассеяния* на полуоси. Там нарушается согласованность ритма колебаний волновой функции $\Psi_{\text{BSEC}}(x)$ и потенциала $V_{\text{BSEC}}(x)$, необходимая для удержания связанного состояния. В частности, не будут совпадать узлы $\Psi_{\text{BSEC}}(x)$ с четными узлами $V_{\text{BSEC}}(x)$, как на рис. 1. Соответствующий потенциал (3) на всей оси (рис. 1) уже не может давать полного отражения при $E \neq E_{\text{BSEC}}$. Модуль коэффициента отражения $|R(E)|$ показан на рис. 2. Обратите также внимание на зависимость

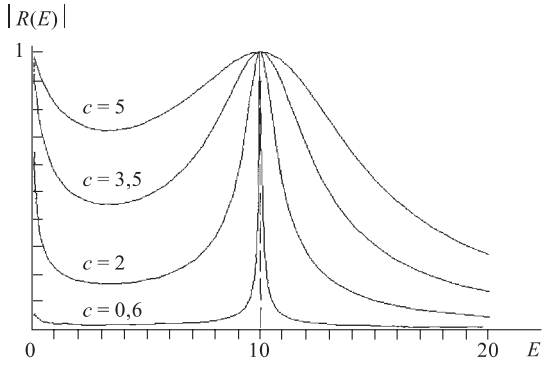

Рис. 2. Модуль коэффициента отражения $|R(E)|$ для потенциалов с ССНС на полуоси $0 \le x < \infty$ при энергии $E_{\text{BSEC}} = 10$ с резонансной непроницаемостью в этой точке для волн на всей оси. При увеличении спектрального весового параметра c ССНС ширина резонанса в $|R(E)|$ вблизи $E_{\text{BSEC}} = 10$ становится больше. Для $c \to 0$ эта ширина стремится к нулю; штриховая линия соответствует предельному пику в $R(E)$

$|R(E)|$ от параметра c. Физический смысл c состоит в том, что он определяет степень локализации ССНС-функции вблизи начала координат. При увеличении c ССНС-функция (2) все сильнее концентрируется вблизи $x = 0$. Это приводит к тому, что соответствующая волна квазисвязанного состояния на всей оси легче распадается влево. Таким образом, бóльшие значения c соответствуют меньшим временам задержки волн на правой полуоси, что приводит к более широким резонансам отражения. Следовательно, можно управлять шириной резонансного пика при $E = E_{\text{BSEC}}$, варьируя параметр c. Мы можем менять и число резонансных точек, и их расположение, используя потенциалы с несколькими ССНС на правой полуоси. Такие потенциалы просто порождаются в подходе ОЗ [16]. Приведенный выше потенциал (1) является частным случаем соответствующих ТРМ.

Следует упомянуть, что именно концы хвостов ССНС-потенциалов на интервале $a \le x < \infty$ для любого a ответственны за волновой конфайнмент. Таким образом, можно добавить едва ли не любые потенциалы с левой стороны, которые не изменят положение резонанса отражения, но лишь исказят его форму. В частности, можно ожидать сочетания двух крайностей резонансного туннелирования (со 100 % проницаемостью) рядом с точкой отражения (см. ниже рис. 7). Кроме того, множество потенциалов резонансного отражения не ограничено только взаимодействиями, дающими связанные состояния на полуоси, отвечающие нулевому граничному условию в начале координат. Формализм ОЗ позволяет строить и потенциалы с квадратично интегрируемыми состояниями в непрерывном спектре радиальной задачи, но

с произвольной логарифмической производной в нуле. Эти потенциалы, взятые уже на всей оси, естественно, также будут полностью отражательными в соответствующих точках спектра.

Резонансное отражение возможно и в многоканальном случае на всей оси: например, для M связанных уравнений Шредингера [17], см. ниже уравнение (25). В этом случае данное явление оказывается даже более разнообразным. Может быть несколько типов ССНС на полуоси при фиксированном значении энергии. В случае M вырожденных ССНС будет резонансное $100\,\%$ отражение падающих волн в разных каналах. Могут также сосуществовать $M-m$ ССНС и m состояний рассеяния при $E=E_{\mathrm{BSEC}}$ на полуоси. Тогда на всей оси будет $M-m$ линейно независимых комбинаций падающих волн с полным отражением при E_{BSEC}. Ниже будет сказано об ином (найденном нами совершенно неожиданно) механизме полного отражения, связанного с наличием закрытого канала.

В одноканальной задаче полное отражение мы получаем с помощью потенциала с *дальнодействующим* знакопеременным хвостом, осциллирующим с амплитудой, спадающим в асимптотике как $1/x$. В отличие от этого в двухканальной задаче (и вообще в многоканальном случае) решение с полным отражением, оказывается, существует и для матрицы взаимодействия, спадающей экспоненциально или не равной нулю на ограниченном отрезке $[0,a]$, например, с прямоугольными потенциальными матрицами $V_{ij}(0<x<a)=\mathrm{const}=V_{ij};\ V_{ij}(x>0)=0;\ V_{ij}(x<0)=0$ или даже для дельтаобразной матрицы взаимодействия (подробнее см. в п. 2.5).

Конечно, периодические потенциалы на правой полуоси также имеют свойство полного отражения для волн, падающих слева. Это, естественно, должно происходить при значениях энергии, принадлежащих запрещенным спектральным зонам периодического потенциала. Однако периодические потенциалы не являются квадратично интегрируемыми как потенциалы с ССНС и имеют целые полосы полного отражения, в отличие от нашего случая, когда абсолютная непроницаемость имеет место при выбранных значениях энергии.

Не следует также смешивать рассматриваемое нами явление с полным отражением волн, падающих под определенным углом на плоскость раздела разных оптических сред. В нашем случае полное отражение испытывают даже волны, падающие перпендикулярно этой плоскости. То же относится к брэгговскому отражению от параллельных плоскостей кристаллической решетки.

Можно, конечно, недоумевать, почему же резонансное отражение не было до сих пор известно, несмотря на длительные и интенсивные исследования квантового рассеяния. Это, возможно, объясняется тем, что это явление в одноканальном случае проистекает из существования потенциалов с ССНС, а с ними знаком далеко не каждый физик. Кроме того, нужно было использовать полуосные ССНС-потенциалы на всей оси. Еще требовалось догадаться,

что хотя они при этом теряют свое замечательное свойство удерживать ССНС, позволяя волнам распространяться в сторону левой полуоси, но зато приобретают новую способность полного селективного отражения.

Эффект одно- и многоканального резонансного отражения можно использовать для построения спектральных волновых фильтров. Например, требуемые эффективные одномерные потенциалы можно создать в разных тонких волноводах (в частности, в квантовых проволочках) с разреженным спектром поперечных колебаний, когда возбуждениями более высоких уровней можно пренебречь. Потенциал продольного движения может формироваться путем модулирования ширины по ходу проволочки. И это благодаря тому, что сжимание волновода поднимает уровни энергии поперечного движения, а это эффективно увеличивает потенциальную энергию продольного движения. Можно также модулировать, пользуясь законом (3), координатную зависимость показателя преломления, фигурирующего в уравнении — аналоге уравнения Шредингера для оптических монохроматических волн. В нейтронной физике можно строить требуемые эффективные потенциалы путем применения соответствующих материалов и модулированных по координате магнитных полей.

Рассмотренный эффект является полной противоположностью другому яркому явлению волновой динамики — резонансному туннелированию, к рассмотрению которого мы и переходим.

2. НОВЫЕ АСПЕКТЫ РЕЗОНАНСНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Мы напомним нашу оригинальную интерпретацию «парадоксальной» прозрачности системы потенциальных барьеров, каждый из которых трудно проницаем [6, 7, 15, 17]. Покажем, что такая проницаемость сводится к комбинации элементарных однобарьерных процессов и решающим фактором в установлении режима полной прозрачности служит накопление волн в ловушке между барьерами и подавление отражения волнами, распадающимися из ловушки назад. Это послужило для нас наводящим соображением при поиске аналога этого явления в многоканальных системах. И действительно, наличие эффективной ловушки в закрытых каналах, куда поступают волны из других открытых каналов, оказалось ключевым моментом в новом механизме многоканальной прозрачности, который может проявляться в том числе и в трехчастичных системах. Такие же ловушки могут быть реализованы и при энергиях, лежащих в *запрещенных* зонах каналов, имеющих периодическую или решетчатую (дискретная пространственная переменная) структуру. Новое, более простое и глубокое понимание сути резонансного туннелирования позволяет предсказывать различные особенности эффекта в случае неравных барьеров. Можно и управлять параметрами прозрачности. Так, показано,

что существуют барьеры, сочетающие свойства резонансной непроницаемости при одних значениях энергии и в то же время прозрачности — при других. В многоканальном случае можно соединить эти «противоположности» даже в одной энергетической точке. Все это демонстрируется на различных поучительных ТРМ прямых и обратных задач.

2.1. Механизм резонансной прозрачности. Туннелирование — сердцевина квантовой механики, а резонансное туннелирование — одно из самых замечательных квантовых явлений, уже сейчас находящее множество практических приложений и обещающее новые возможности [17, 20–25].

Рассмотрим два одинаковых барьера. Малая часть потока, проникая через первый барьер, попадает в межбарьерное пространство на квазисвязанный уровень энергии, где многократно отраженные волны от запирающих потенциальных стенок не гасят друг друга и постепенно накапливаются в потенциальной «ловушке» (трудность распада сквозь непрозрачные барьеры). Когда амплитуда волн между барьерами возрастает настолько, что интенсивности распада волн в обе стороны от ловушки сравниваются с падающей, достигается равновесие: волна распада из второго канала в первый навстречу падающей оказывается равной по модулю с отраженной, но противоположной по фазе, и полностью гасит отражение.

Прекрасной иллюстрацией всего этого могут служить картинки из книг Брандта и Даамена [26], которые стоило бы перевести и переиздать в России. Чем длиннее цуг волн (падающий пакет), чем ближе он к монохроматической волне, тем сильнее эффект резонансного туннелирования. Здесь замечательно сочетание трудности проницаемости и полной прозрачности. При этом отраженные «*в данный момент*» волны уничтожаются волнами, распадающимися назад, «*накопленными за длительное время*», прошедшие волны тоже покидают ловушку лишь после длительного «срока заточения». Недавно мы заметили, что подавление отражения происходит в процессе установления резонансного равновесия неравномерно. Сначала оно нарастает и накопление волн в квазисвязанном состоянии ускоряется, а при приближении к равновесию замедляется.

Интуитивно понятно, что для полной прозрачности необходима *одинаковая* проницаемость каждого из барьеров, запирающих квазисвязанное состояние в точке резонансной энергии (более строгое доказательство см. ниже). Это позволяет предсказать возможность резонансного туннелирования и при неравных барьерах, с разных сторон запирающих волны в ловушке, лишь бы их проницаемости при некоторой энергии совпадали (т. е., чтобы кривые энергетической зависимости имели точки пересечения). В этом случае расстояние между барьерами должно быть выбрано таким, чтобы обеспечить при соответствующей энергии конструктивную интерференцию волн в ловушке.

Можно еще дополнительно *пояснить непривычный феномен* резонансного туннелирования, *построив модельное решение* прозрачности двух почти

непроницаемых барьеров *в виде комбинации самых обычных решений* для отдельных барьеров. В качестве первого решения (рис. 3, *а*) возьмем падающую волну слева $\exp(ikx)$ на потенциальный дельта-барьер $V_0\delta(x)$, расположенный в точке $x = 0$. Коэффициенты проницаемости и отражения волн $T(k)$, $R(k)$ — множители при прошедшей и отраженной волнах: $T(k)\exp(ikx)$ при $x > 0$, $k = \sqrt{e}$ и $R(k)\exp(-ikx) + \exp(ikx)$ при $x < 0$ для этого случая имеют вид

$$\begin{aligned} T(k) &= 2ik/(2ik - V_0), \\ R(k) &= V_0/(2ik - V_0). \end{aligned} \tag{4}$$

Построим теперь аналогичное решение (рис. 3, *б*) для того же барьера, только с зеркально отраженным решением — падающей волной справа:

$$\Psi(x \le 0) = T(k)\exp(-ikx), \tag{5}$$

$$\Psi(x \ge 0) = \exp(-ikx) + R(k)\exp(ikx). \tag{6}$$

Выберем нормировку этого решения (умножим это решение (5), (6) на $-R/T$), чтобы прошедшая волна отличалась лишь знаком от отраженной волны первого решения. Сложим теперь решение (рис. 3, *а*) и перенормированное (рис. 3, *б*). Получим решение (рис. 3, *в*). При этом слева останется лишь волна, идущая вправо, а волны, идущие влево, уничтожат друг друга (сократятся) (рис. 3, *в*). Разбор этой ситуации приводит нас к пониманию интересного явления, когда падающая волна справа как бы *помогает туннелированию* волны, падающей слева (уничтожая отраженную волну путем деструктивной интерференции с прошедшей волной второго решения). И наоборот, падающая волна слева *мешает проницаемости* волны, налетающей на барьер справа, уничтожая соответствующую прошедшую волну. Интересно еще и то, что слабый поток волн вправо в первом решении (4), одинаковый с обеих сторон барьера, при прибавлении второго решения со сравнительно сильным потоком в противоположном направлении (влево) дают все же сильный поток вправо. Это

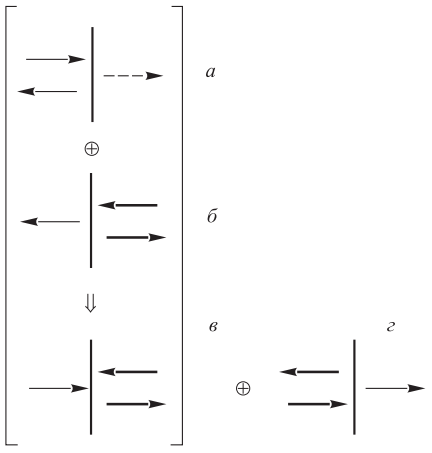

Рис. 3. Схемы элементарных процессов туннелирования, когда через барьер проходит малая доля потока. Из этих простейших составляющих ($а + б \to в + г$) можно построить замечательное решение для системы двух барьеров с полной прозрачностью

хорошая наглядная иллюстрация того, что, в то время как волновые функции складываются аддитивно, потоки (являющиеся билинейными комбинациями волновых функций) могут давать неожиданные с точки зрения классической, не волновой интуиции результаты. Вернемся, однако, к построению решения резонансного туннелирования. Полученное суммарное решение (рис. 3, *в*) можно сшить с решением (рис. 3, *г*) для сдвинутого вправо барьера (рис. 3, *г*), перенормированным таким образом, что оба эти решения могут гладко переходить друг в друга в области между барьерами. Необходимым условием этого является совпадение проницаемостей при энергии резонансного туннелирования левого и правого барьеров по отдельности: тогда модули коэффициентов при амплитудах волн в области межбарьерного движения совпадают для обоих решений. А равенства фаз можно добиться либо подбором относительного расстояния между барьерами при фиксированной энергии, либо вариацией энергии решений (что можно было бы сделать при условии совпадения проницаемости при всех энергиях, т. е. в случае одинаковых барьеров). В результате мы построим искомое решение полного туннелирования. А главное, мы имеем теперь четкий качественный критерий существования резонансного туннелирования (необходимое условие), который можно применить уже в случае более сложных (составных) систем.

2.2. Примеры двух, трех, четырех δ-барьеров и ям. Энергии резонансного туннелирования для двух δ-барьеров расположены ниже соответствующих обычных резонансов на полуоси. Другими словами, квазисвязанные состояния, запертые у начала координат таким же δ-барьером в ловушке той же ширины, оказываются лежащими выше по энергии. А связанные состояния в бесконечной прямоугольной яме той же ширины (предельный случай непроницаемых барьеров) располагаются еще выше. Это интуитивно ясно, так как ослабление проницаемости барьеров делает пространственное распределение состояния более компактным, что приводит к повышению энергии.

На рис. 4, *а* изображены реальная и мнимая части волновой функции для системы двух δ-барьеров $V_1\delta(x)+V_2\delta(x-\pi)$ ($V_1 = V_2 = 10$) в точках 0 и π при энергии резонанса. Каждый δ-барьер производит излом решения: получается скачок производной, пропорциональный значению решения в точке δ-барьера и его силе V_i. Например, для первого δ-барьера имеем

$$\psi'(0+) - \psi'(0-) = V\psi(0). \tag{7}$$

При резонансной энергии $\operatorname{Re}\Psi(x)$ приходит в точку левого барьера с нулевой производной (в максимуме), а барьер, ломая решение, еще увеличивает амплитуду, что отвечает *накоплению* волн в ловушке. То же происходит в резонансе на полуоси. Но на полуоси имеется лишь одно физическое решение. А на всей оси существуют два независимых решения, имеющих слева от барьеров вид $\sin(kx) = \operatorname{Im}\Psi(x)$ и $\cos(kx) = \operatorname{Re}\Psi(x)$. Второе решение

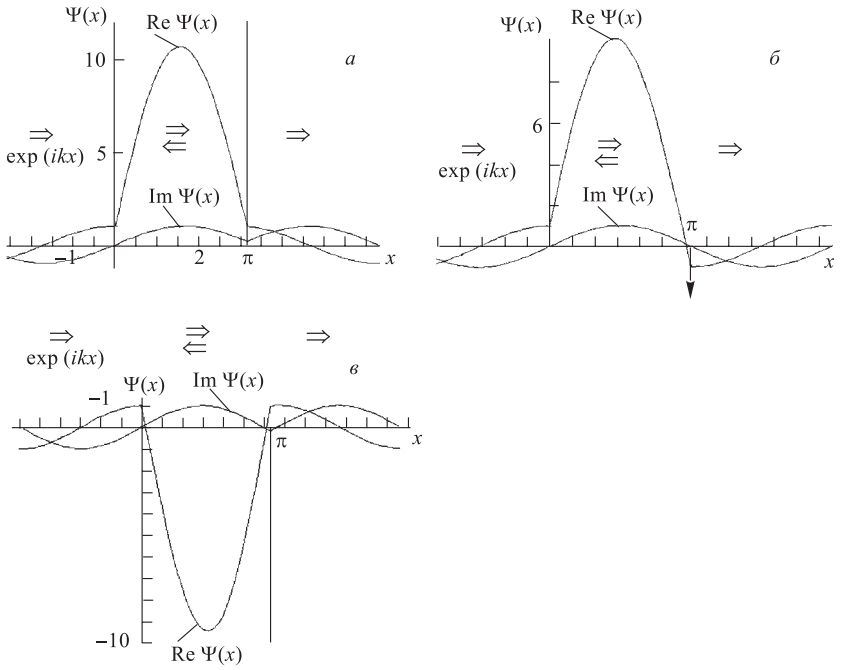

Рис. 4. Волновые функции при энергии: *а*) $E = 0,88510284935$ резонансного туннелирования через два δ-барьера $10\delta(x)+10\delta(x-\pi)$; *б*) $E = 1$ резонансного туннелирования (прохождения) через δ-барьер и яму $10\delta(x)-10\delta(x-\pi)$; *в*) $E = 1,1383151524591$ резонансного прохождения через две δ-ямы $-10\delta(x)-10\delta(x-\pi)$. Обратите внимание на накопление волн между потенциальными барьерами (ямами) лишь в одном из двух решений

$\operatorname{Im}\Psi(x)$ обращается в точке левого барьера в нуль и потому барьер его не возмущает: синусоида проходит точку $x = 0$ без излома и *без возрастания* амплитуды в ловушке. Это несколько ослабляет общий эффект накопления волн в ловушке на всей оси. На втором барьере оба решения терпят изломы и при этом переходят в синусоиды с единичными амплитудами, как в падающей волне слева.

Во введении уже говорилось о возможности резонансного туннелирования на двух неравных барьерах при энергии их одинаковой прозрачности. Но если расстояние между ними не подобрано специально, эффект резонансного туннелирования будет ослаблен (не 100 % проницаемость). Если один или оба δ-барьера в вышеприведенном примере заменить δ-ямами, то наблюдаются аналогичные резонансные эффекты (см. рис. 4, *б*, *в*). Это происходит благодаря совпадению по модулю коэффициентов проницаемости δ-барьеров

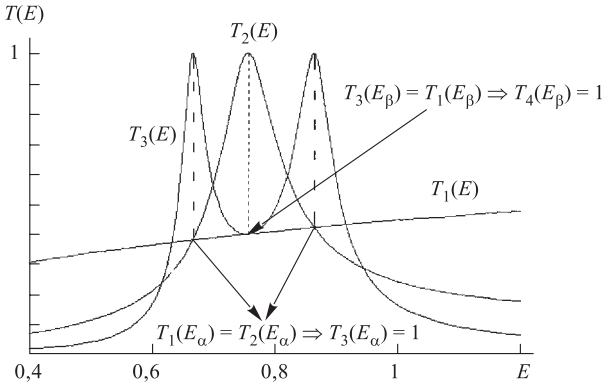

Рис. 5. Коэффициенты проницаемости $T_1(E)$; $T_2(E)$; $T_3(E)$ для одного, двух и трех эквидистантных δ-барьеров как функции энергии падающих волн. Кривые для одного и двух барьеров имеют по две точки пересечения на каждый туннельный резонанс (в $T_2(E)$) системы двух барьеров. В этих точках наблюдается резонансное туннелирование $T_3(E)$ системы трех барьеров, составленной из системы двух и одного барьеров

и ям. Но положения резонансов относительно случая двух барьеров повышаются для барьера и ямы (резонансы прозрачности совпадают с уровнями бесконечной прямоугольной ямы соответствующей ширины) и оказываются еще выше для двух ям. Правда, в системах с ямами имеются связанные состояния, лежащие при отрицательных энергиях.

Новые аспекты явления обнаруживаются, если, например, три эквидистантных δ-барьера можно рассматривать как два неравных барьера (один единичный, а второй парный, который сам по себе уже имеет одно квазисвязанное состояние — один туннельный резонанс). Сравнивая проницаемости (отдельных) одного T_1 и двух T_2 барьеров (см. рис. 5), видим, что для каждого двухбарьерного резонанса кривой $T_2(E)$ имеется ее совпадение в двух точках с $T_1(E)$, что делает возможным дублеты туннельных резонансов в системе трех δ-барьеров T_3. Также объясняются триплеты резонансов в случае четырех эквидистантных δ-барьеров. Рассмотрим их как комбинацию одного и трех барьеров. Могло бы показаться, что соответствующие проницаемости изолированных частей T_1, T_3 должны были совпадать в четырех точках на каждый дублет пиков T_3, но почему-то из этих четырех возможностей резонансного туннелирования должны были реализоваться не все, а только три. В действительности оказывается, что таких точек всего три (см. рис. 6): пересечения кривых $T_1(E)$ и $T_3(E)$ происходят лишь в двух точках и еще имеется касание в одной точке — казалось бы, «невероятное» событие. Аналогичная ситуация имеет место и для большего числа барьеров. Конечно, струк-

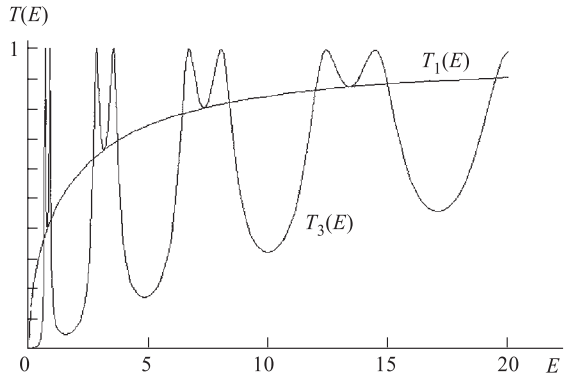

Рис. 6. Коэффициенты проницаемости $T_1(E)$; $T_3(E)$ для одного и трех эквидистантных δ-барьеров как функции энергии падающих волн. Кривые для одного и трех барьеров имеют по три общие точки на каждый дублет туннельных резонансов (в $T_3(E)$) системы трех барьеров. В этих точках наблюдается резонансное туннелирование системы четырех барьеров, составленной из эквидистантной системы одного и трех барьеров

тура мультиплетов резонансного туннелирования может быть понята и более традиционным путем по аналогии с квазисвязанными состояниями системы δ-барьеров с мультиплетами связанных состояний широкой прямоугольной ямы, разделенной эквидистантными δ-перегородками (см. [10, 27]).

В случае эквидистантного, но несимметричного расположения двух барьеров и одной ямы резонансная проницаемость становится не 100 %-ной.

Полная резонансная прозрачность имеется при прохождении волн над одним прямоугольным барьером. Квазисвязанные состояния над барьером образуются из-за отражения волн от двух потенциальных ступенек с обеих сторон барьера. Волны запираются на вершине барьера при энергиях, когда интерференция не подавляет многократное отражение от краев барьера.

Возможен также эффект сосуществования при близко расположенных энергиях *полного отражения и полной проницаемости*. Если к ССНС-потенциалу, рассмотренному в предыдущем разделе, добавить слева δ-барьер $v\delta(x+a)$, $a>0$, то для такой составной системы можно ожидать появления полной проницаемости для волн, падающих слева при значениях энергии, когда проницаемости δ-барьера и ССНС-потенциала совпадают по отдельности. И действительно, расчеты показывают, что, зафиксировав одну из таких энергий и варьируя a — расстояние между потенциалами, мы всегда найдем те параметры системы (их счетное множество), когда реализуется полная проницаемость (см. рис. 7). В то же время свойство полной непрозрачности при

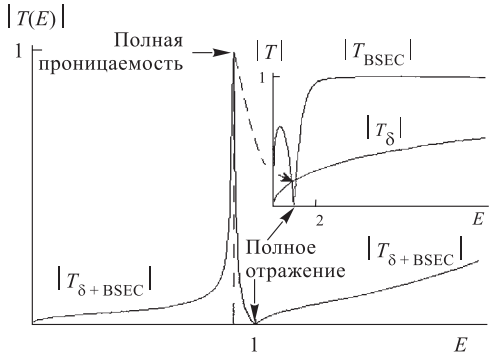

Рис. 7. Модуль коэффициента прохождения $T_{\delta+\mathrm{BSEC}}$ для потенциала, составленного из двух частей: ССНС-потенциала и δ-барьера слева. Такая система дает как полное отражение в точке $E_{\mathrm{BSEC}} = 1$, так и допускает 100 % прохождение при рядом расположенной энергии $E = 0,9$. На вставке показаны зависимости модулей коэффициентов прохождения (T_δ) и (T_{BSEC}) отдельно для δ-барьера и ССНС-потенциала. При энергиях, отвечающих точкам пересечения этих кривых, наблюдается резонансное туннелирование через всю систему при определенных значениях расстояния между данными потенциалами. Штриховая линия со стрелкой как раз подчеркивает существование такого резонанса при $E = 0,9$, указывая на соответствующую точку пересечения кривых T_δ и T_{BSEC}

энергиях $E = E_{\mathrm{BSEC}}$ остается и для новой системы — добавление δ-барьера тут, очевидно, ничего не меняет. Из рис. 7 видно, что точки, где имеют место явления-«антиподы», могут располагаться близко друг от друга.

До сих пор мы рассматривали явление резонансной прозрачности в подходе прямой задачи. Но при этом мы были ограничены довольно бедным выбором точно решаемых моделей. Обратная задача позволяет строить широкие классы таких моделей, где входными параметрами служат спектральные характеристики [1, 15, 16]. Недавно был сделан еще один шаг в этом направлении.

2.3. Управление резонансным туннелированием в подходе обратной задачи. К точным моделям, в которых можно управлять параметрами резонансов туннелирования, приводят случаи дробно-рациональных коэффициентов отражения (Фаддеев и др. [28]). Печеник [29] привел примеры соответствующих потенциалов с заданными положениями полюсов и нулей коэффициента отражения $r(k)$ в комплексной плоскости импульсов. Но Печеник не строил систем с полной прозрачностью (пропустил очень интересный случай). Помещая нули коэффициента отражения в наперед заданную точку на действительной оси, мы осуществим управление резонансным туннелирова-

нием, что существенно дополняет результаты Печеника. Интересно, что эти точные модели оказываются с разными барьерами (без симметрии).

Запишем коэффициент отражения в дробно-рациональной форме

$$R(k) = c\frac{N(k)}{D(k)}, \tag{8}$$

где числитель и знаменатель имеют вид

$$\begin{aligned} D(k) &= \prod_{i=1}^{n}(k - k_i), \\ N(k) &= \prod_{i=1}^{m}(k - l_i). \end{aligned} \tag{9}$$

Выбирая полюса $\operatorname{Im} k_i < 0$ и нули $\operatorname{Im} l_i > 0$, которые полностью определяют зависимость коэффициента отражения R от импульса k, надо иметь в виду следующие ограничения на $R(k)$:

$$R(0) = -1, \tag{10}$$

$$\{R(k)\}^* = R(-k), \tag{11}$$

$$|R(k)| \leq 1. \tag{12}$$

Первое приводит к выражению

$$c = \frac{-(-k_1)...(-k_n)}{(-l_1)...(-l_m)}. \tag{13}$$

Второе же условие удовлетворяется либо выбором чисто мнимых полюсов и нулей, либо они должны разбиваться на пары $k_i^* = -k_j$ (то же для нулей), симметрично расположенные относительно мнимой оси в комплексной k-плоскости.

Коэффициент отражения $R(k)$ входит в ядро

$$Q(x + y) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-ik(x + y)\right]R(k)dk \tag{14}$$

интегрального уравнения ОЗ

$$Q(x + y) + K(x, y) + \int_{-\infty}^{x} K(x, z)Q(z + y)dz = 0. \tag{15}$$

Приведем решения этого уравнения с $R(k)$ в виде (8), введя предварительно некоторые вспомогательные выражения.

Выпишем сначала значения вычетов для $R(k)$ в точках $k = k_j$:

$$c_j = N(k_j) \prod_{i=1, i\neq j}^{n} \frac{1}{k_j - k_i}.$$

Далее решим следующее уравнение для величин a_α:

$$\left(\sum_{j=1}^{n} \frac{C_j}{a_\alpha - ik_j}\right)\left(\sum_{l=1}^{n} \frac{C_l}{a_\alpha + ik_l}\right) = R(ia_\alpha)R(-ia_\alpha) = 1, \tag{16}$$

где обозначено

$$\sum_{l=1}^{n} \frac{C_l}{a_\alpha + ik_l} \equiv R(-ia_\alpha).$$

Положим

$$F_{j\alpha} = (a_\alpha - ik_j)^{-1} \tag{17}$$

и

$$G_{j\alpha} = \frac{R(-ia_\alpha)}{a_\alpha + ik_j}. \tag{18}$$

Наконец, пусть $f_\alpha(x)$ есть решения системы алгебраических уравнений

$$1 + \sum_{\alpha=1}^{n} (F_{j\alpha} \exp[a_\alpha x] + G_{j\alpha} \exp[-a_\alpha x]) f_\alpha(x) = 0. \tag{19}$$

Теперь у нас все готово, чтобы дать выражение для $K(x, y)$ — решения уравнения (15):

$$K(x, y) = \left\{\sum_{\alpha=1}^{n} [\exp(a_\alpha y) - R(-ia_\alpha) \exp(-a_\alpha y)] f_\alpha(x)\right\} \theta(x + y), \tag{20}$$

где $\theta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда. С этим выражением формула для искомого потенциала имеет вид

$$V(x) = 2\frac{d}{dx} K(x, x). \tag{21}$$

Заметим, что это выражение отлично от нуля только для $x \geq 0$. Решение Йоста для такого взаимодействия при $x \geq 0$, отвечающее падающей слева

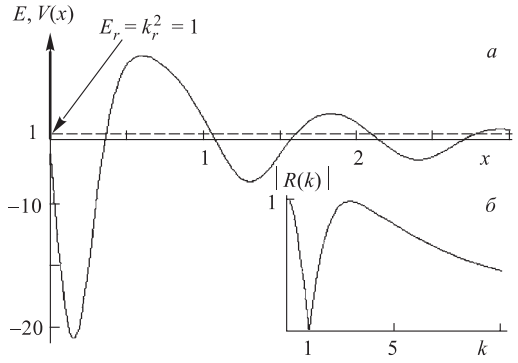

Рис. 8. *а*) Потенциал, построенный по заданному дробно-рациональному коэффициенту отражения $R(k)$ с нулями на действительной оси энергий $k = 1;\ -1$ и полюсами в комплексной k-плоскости: $b_1 = -0,5-1,65i$; $b_2 = -1,65i$; $b_3 = 0,5-1,65i$. Вертикальной жирной линией в начале координат обозначен δ-барьер с силой $V = 9,80925$. Штриховой линией отмечена энергия резонансного туннелирования $k = 1$. *б*) Зависимость модуля коэффициента отражения от импульса ($R(k) = 0$ в точке $k = 1$)

волне, имеет вид (для $x < 0$ решение есть просто $\exp(ikx)$)

$$f(x,k) = \exp(ikx) - \int_{-\infty}^{x} K(x,y)\exp(iky)dy =$$

$$= \exp(ikx) - 2\sum_{\alpha=1}^{n} f_\alpha(x)\left\{\frac{\operatorname{sh}[(a_\alpha + ik)x]}{a_\alpha + ik} - R(-ia_\alpha)\frac{\operatorname{sh}[(ik - a_\alpha)x]}{ik - a_\alpha}\right\}. \tag{22}$$

Нулям $R(k)$ на действительной оси отвечает задание $\operatorname{Im} l_i = 0$, при этом $\operatorname{Re} l_i$ служат рычагами управления положениями резонансов. Полюса дают дополнительные степени свободы выбора соответствующего взаимодействия. На рис. 8 и 9 показаны потенциалы и функция с единственным резонансом туннелирования. Интересно появление δ-функции при $x = 0$ в аналитическом выражении для потенциала (при сдвиге нуля функции $R(E)$ в комплексную плоскость δ-функция в потенциале исчезает). В нашей практике это был первый случай появления δ-функции в преобразованном потенциале в подходе ОЗ. На рис. 10 продемонстрирована зависимость формы потенциала, построенного по задаваемому положению полюсов $R(k)$ при фиксированном положении нулей.

Рассмотренные резонансы на всей оси и резонансы рассеяния на полуоси хотя и имеют много общего с физической точки зрения (задержка волны в ловушке), но первые описываются нулями коэффициентов отражения на

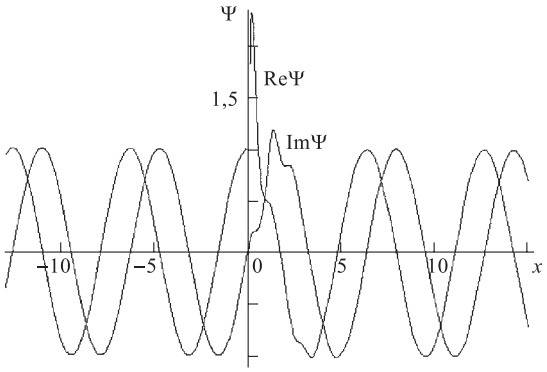

Рис. 9. Реальная и мнимая части функции Йоста — волны, падающей слева на систему барьеров, построенных по заданному дробно-рациональному коэффициенту отражения $R(k)$ с нулем на действительной оси энергий $k = 1$ (ср. с рис. 4)

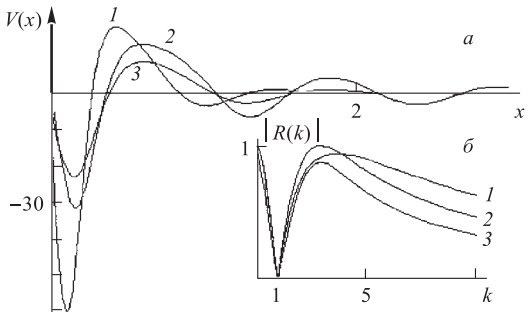

Рис. 10. *а*) Влияние полюсов коэффициента отражения $R(k)$ в комплексной k-плоскости на форму построенного потенциала при фиксированном положении нулей: $k = 1;\ -1$: *1*) $b_1 = -0,5 - i;\ b_2 = -6i;\ b_3 = 0,5 - i$; *2*) $b_1 = -0,5 - 1,65i;\ b_2 = -1,65i;\ b_3 = 0,5 - 1,65i$; *3*) $b_1 = -2 - 1,65i;\ b_2 = -0,5i;\ b_3 = 2 - 1,65i$. *б*) Соответствующая зависимость $|R(k)|$ от импульса

действительной оси импульсов, а вторые — полюсами матрицы рассеяния в комплексной плоскости k (или E).

2.4. Туннельный резонанс в разрешенной зоне. Простейшей системой с полосатым спектром разрешенных и запрещенных зон являются волны на решетке (когда пространственная координата принимает дискретные значения $n = 1, 2, 3...$ с шагом $\Delta = 1$) [8]. В этом случае уравнение Шредингера становится конечно-разностным и имеется лишь одна разрешенная зона конечной ширины $0 < E < 4$ с решеточным законом дисперсии $\cos(k) = 1 - E/2$.

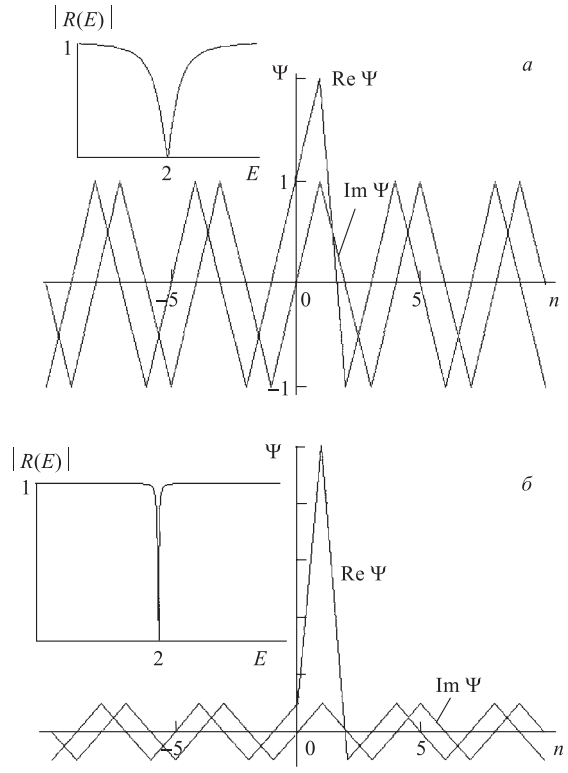

Рис. 11. Волновые функции на решетке при энергии резонансного туннелирования (прохождения) через δ-барьер и яму: *а*) $2\delta_{n0} - 2\delta_{n2}$; *б*) $10\delta_{n0} - 10\delta_{n2}$ (ср. с рис. 4). Отдельно показана энергетическая зависимость в разрешенной зоне $0 \le E \le 4$ модуля коэффициента отражения $R(E)$, обращающегося в нуль при $E = 2$. Чем сильнее потенциалы, тем больше накопление волн между ними

На рис. 11 показаны волновые функции при резонансном туннелировании через систему «δ-барьера» и «δ-ямы», расположенных в точках $n = 0; 2$ (ср. с аналогичным случаем непрерывной координаты (рис. 4, 10)):

$$V_1\delta_{n0} + V_2\delta_{n2}; V_1 = -V_2 = 10, \tag{23}$$

где δ_{ik} — символ Кронекера. При этом возможно лишь одно квазисвязанное состояние, расположенное в середине зоны $E = 2$. Если раздвинуть положения барьера и ямы так, чтобы между ними помещалось N точек, то число резонансов было бы N. Рассмотренная модель позволяет прогнозировать резонансные явления в периодических структурах, возмущенных барьерами и

ямами. Только там роль простых экспонент $\exp(\pm ikx)$ играют блоховские решения

$$\Psi_B(x) = \exp(\pm i\mathcal{K}a)\Psi_B(x-a), \tag{24}$$

где a — период потенциала.

2.5. Многоканальное резонансное туннелирование и отражение. Недавно нам удалось выяснить новый механизм прозрачности и непроницаемости, который может реализоваться в системах с сильной связью каналов. Многоканальное уравнение Шредингера имеет вид

$$-\frac{d^2}{dx^2}\Psi_i(x) + \sum_j V_{ij}(x)\Psi_j(x) \;\; = \;\; E_i\Psi_i(x), \tag{25}$$

где $\Psi_i(x)$ — функция парциального канала; $V_{ij}(x)$ — матрица взаимодействия; $E_i = E - \varepsilon_i$ с пороговой энергией ε_i, при которой начинается парциальная ветвь непрерывного спектра i-го канала.

Рассмотрим простейшую двухканальную систему с разными порогами и δ-функциональной матрицей взаимодействия $V_{\alpha\beta}(x) = V_{\alpha\beta}\delta(x)$, где $V_{\alpha\beta}$ — некоторые константы. При закрытом ($E_2 < 0$) втором канале волны, заброшенные во второй канал из первого в точке δ-связи ($x = 0$), оказываются как бы «запертыми» в ловушке, т. е. не могут уйти на бесконечность по оси x: $\Psi_2(x)$ убывает как $\exp(\mp\sqrt{|E_2|}x)$ при $x \to \pm\infty$. Волны, возвращающиеся в первый канал через единственную точку δ-связи, распространяются в обоих направлениях. Эти волны распада, идущие вперед, могут претерпевать деструктивную интерференцию с волнами, прошедшими в первом канале (без захода во второй), что дает *полное отражение*. При некоторой другой энергии волны распада, идущие назад, могут, напротив, подавить отраженные волны, что обеспечит *полную проницаемость*. Накоплению волн в ловушке служит ослабление связи каналов $V_{12} = V_{21}$ (затрудняется возвращение волн в исходный канал). Аналогично влияние и потенциала $V_{22} = -2\kappa_r = -2\sqrt{\varepsilon_2 - E_r}$, который должен быть отрицательным и обеспечивать в точке резонанса отражения $E = E_r$ правильное сшивание при $x = 0$ (излом функции за счет δ-взаимодействия) экспоненциально затухающих в обе стороны экспонент. Задержка волн между двумя барьерами в одноканальном случае или накопление волн в закрытом канале при существенном различии механизмов резонансной прозрачности имеют общее в подавлении отраженных волн распадными.

Условия непрерывного сшивания функций $\Psi_i(-0) = \Psi_i(+0)$ и излома их первых производных, получаемые при однократном интегрировании обеих

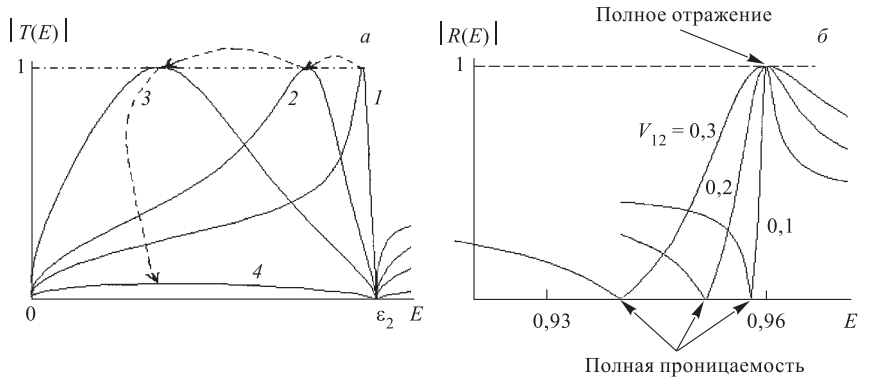

Рис. 12. Энергетическая зависимость модуля коэффициента прохождения волн в первом канале при закрытом втором канале. *а*) Ниже порога, обозначенного $E = \varepsilon_2$, возможна 100 % проницаемость за счет подавления отраженных волн в первом канале распадными волнами из второго канала. Стрелки указывают последовательность кривых $|T(E)|$, помеченных цифрами *1–4*, при увеличении силы связи каналов $V_{12} = 0,5; 0,75; 1; 2$ соответственно. Так как мы выбрали $V_{22} = 0$, полное отражение для этой модели имеет место в точке порога второго канала: $E_r = \varepsilon_2$. *б*) Параметры матрицы взаимодействия $V_{\alpha\beta}\delta(x)$: $V_{11} = 1$, $V_{22} = -0,4$, $V_{12} = 0,1;\ \ 0,2;\ \ 0,3$

частей системы уравнений (25), имеют вид

$$\begin{aligned} \Psi_2'(-0) &= \Psi_2'(+0) - V_{21}\Psi_1(0), \\ \Psi_1'(-0) &= \Psi_1'(+0) - V_{11}\Psi_1(0) - V_{12}\Psi_2(0). \end{aligned} \tag{26}$$

Волновые функции с двух сторон от точки сшивания имеют вид

$$\begin{gathered} \Psi_1(x<0) = \exp(ik_1x) + R_1\exp(-ik_1x),\ \ \Psi_1(x>0) = T_1\exp(ik_1x), \\ \Psi_2(x<0) = A_2\exp(\kappa_2 x),\ \ \Psi_2(x>0) = A_2\exp(-\kappa_2 x), \\ \kappa_2 = \sqrt{E-\epsilon},\ \ k_1 = \sqrt{E}. \end{gathered} \tag{27}$$

Для коэффициентов прохождения и отражения T, R и амплитуды волны второго закрытого канала A получаем выражения

$$\begin{aligned} T_1 &= 1/(1 - V_{11}/(2ik_1) + V_{12}^2/(4ik_1\kappa_2)), \\ R_1 = T_1 - 1A_2 &= -V_{21}/(2\kappa_2 - V_{11}\kappa_2/(ik_1) + V_{12}^2/(2ik_1)). \end{aligned} \tag{28}$$

На рис. 12, *а* показана эволюция энергетической зависимости проницаемости волн через область взаимодействия при изменении силы связи $V_{12} = 0,5; 0,75; 1; 2$ каналов, $V_{22} = 0$. При этом ослабляется способность накопления волн в закрытом канале и интенсивность распада из второго канала в

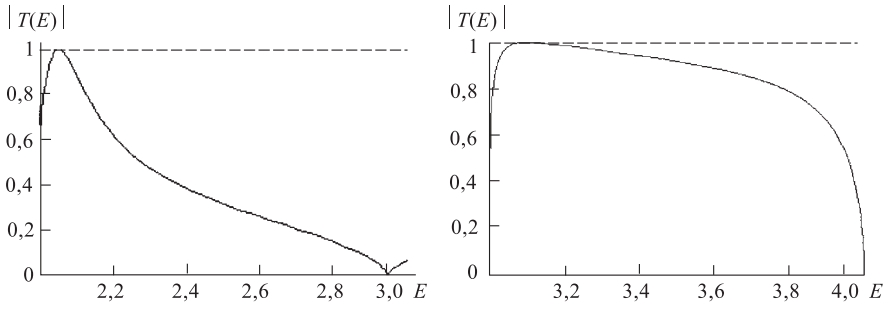

Рис. 13. Полная проницаемость для волн в первом канале при энергии над границей первой разрешенной зоны второго канала с *периодическим потенциалом* — гребенкой Дирака: $V_{22}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{22}\delta(x - na)$. Параметры системы: $V_{11}(x) = 4\delta(x)$; $V_{12}(x) = 6,406\delta(x)$; $V_{22} = 2$; $a = \pi$; $\varepsilon_2 = 1$

Рис. 14. Модуль коэффициента прохождения волн в первом канале для системы двух связанных *конечно-разностных* уравнений Шредингера. При энергии $E = 3,1$ *над* верхней границей разрешенной зоны второго канала имеет место полное прохождение волн. Параметры системы: $V_{11} = -1$; $V_{12} = 0,657$; $\Delta_1 = 1$; $\Delta_2 = 2$; порог второго канала $\varepsilon_2 = 2$

направлении отраженных волн. Это приводит к неполному подавлению отражения, что отчетливо демонстрируется кривой *4*. Обратите внимание на наличие резонанса отражения в пороге второго канала ε_2, вследствие того, что мы положили $V_{22} = -2\sqrt{\varepsilon_2 - E_r}$ равным нулю.

На рис. 12, *б* показано, что при соответствующем выборе параметров $V_{\alpha\beta}$ в δ-потенциальной матрице полное отражение возможно и при энергии *ниже* порога второго канала ($V_{22} \neq 0$).

Подобный механизм резонансного туннелирования был обнаружен и в случае периодического взаимодействия $V_{22}(x)$, когда энергия падающей волны в первом канале лежит в области запрещенных зон (вблизи их границ) второго канала, где накапливаются волны, заброшенные из первого канала. На рис. 13 показаны полная прозрачность и полное отражение волн в первом канале *над разрешенной зоной* второго канала, потенциал в котором — (периодическая) гребенка Дирака: $V_{22}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{22}\delta(x - na)$.

Аналогичный результат был получен для системы двух связанных *конечно-разностных* уравнений Шредингера:

$$
\begin{aligned}
-\frac{\Psi_1(n+1) - 2\Psi_1(n) + \Psi_1(n-1)}{\Delta_1^2} + V_{11}\delta_{0n}\Psi_1(n) + V_{12}\delta_{0n}\Psi_2(n) = E_1\Psi_1(n),\\
-\frac{\Psi_2(n+1) - 2\Psi_2(n) + \Psi_2(n-1)}{\Delta_2^2} + V_{22}\delta_{0n}\Psi_2(n) + V_{21}\delta_{0n}\Psi_1(n) = E_2\Psi_2(n),
\end{aligned}
\qquad (29)
$$

где n — целое число, а Δ_1 и Δ_2 обозначают шаги дискретной переменной x_n для первого и второго каналов соответственно. Если мы выберем энергию над верхней границей разрешенной зоны второго канала, то такая ловушка для волн, перебрасываемых из первого канала, также может привести к полной прозрачности и полному отражению (см. рис. 14).

В случае двухканальной задачи можно соединить с помощью техники ОЗ (или суперсимметрии) *полные резонансные прозрачность и отражение в одной точке*. Исходя из тривиального случая двух *расцепленных* каналов, в одном из которых имеется резонансное прохождение, а в другом резонансное отражение волн, можно породить по ОЗ в подходе Марченко в этой системе связанное состояние с отличными от нуля компонентами спектрального весового вектора [2,17]. Это введет сильную связь каналов, не возмущая ранее независимые ветви непрерывных спектров двух каналов. Другими словами, при граничном условии, отвечающем падающим волнам в исходном прозрачном канале, они пройдут без отражения и при включении сильной связи каналов. А при падающих волнах в другом канале получим полное отражение.

Того же мы добились и в трехканальной модели с δ-взаимодействием и одним закрытым каналом, в котором аккумулировались волны для подавления отражения или прохождения волн в открытых каналах при различном соотношении падающих волн во входных каналах.

Аналогичным образом, используя подход ОЗ, можно также построить модель с *сочетанием связанного состояния* в непрерывном спектре на всей оси *с полной прозрачностью и полным отражением при одной и той же энергии* и для того же взаимодействия. Для этого возьмем три полностью расцепленных канала, каждый из которых имеет при одной и той же энергии либо связанное состояние в континууме (для этого, например, в первом канале нужно просто симметрично отразить ССНС-потенциал относительно начала координат), либо полное отражение, либо полную проницаемость. Затем породим связанное состояние ниже порогов всех трех каналов с ненулевыми компонентами спектрального весового вектора, что приведет к отличным от нуля недиагональным элементам в матрице взаимодействия, не нарушающим исходных характеристик рассеяния. Того же необычного сочетания свойств можно, в принципе, добиться и в случае матриц с δ-взаимодействием в двух точках $(x_1,\ x_2)$. Так, при специальном выборе взаимодействий в четырехканальной системе с одним закрытым каналом получаем три решения при одной энергии, но разных граничных условиях (соотношениях амплитуд падающих волн во входных каналах), отвечающих связанному состоянию (между $x_1,\ x_2$) или полной прозрачности, или полному отражению, или любой их линейной комбинации.

Если открыто несколько каналов, возможна полная прозрачность при дискретных значениях энергии, но при определенных комбинациях падающих волн (множество таких комбинаций расширяется с ростом числа открытых

каналов). В случае сложной (многоканальной) частицы полную проницаемость системы неравных барьеров обеспечить сложнее (требуется заботиться еще о соотношении специальной пропорции весовых факторов (амплитуд падающих волн) разных каналов (это пока открытая проблема). Если бы удалось выродить два туннельных резонанса, то при этой энергии проницаемость была бы 100 % при любой комбинации падающих волн в двухканальной системе с двумя открытыми каналами.

Прозрачная система при всех энергиях континуума, получающаяся «сшиванием» ветвей спектра двух первоначально расцепленных каналов при рождении общего связанного состояния. Самая простая система получается при порождении уровня в случае исходного свободного движения в обоих каналах с одинаковыми порогами непрерывного спектра $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$. Матрица взаимодействия оказалась составленной из элементов $V_{\alpha\beta}$, пропорциональных солитоноподобным одноканальным потенциалам. Такой вид диагональных элементов представлялся не очень неожиданным: как обобщение одноканальной задачи. В свое время мы не нашли объяснения, почему и связь каналов $V_{12}(x) = V_{21}(x)$ имеет такой же вид. И вдруг все оказалось почти очевидным. В каждом из независимых каналов связанное состояние порождается с помощью солитоноподобного потенциала. Но тогда не возникает сшивания спектральных ветвей, каналы остаются расцепленными и у системы будет два вырожденных уровня. Как избавиться от одного из уровней, введя связь каналов $V_{12}(x) = V_{21}(x)$? Выберем такую ямку $V_{\alpha\alpha}$ в каждом канале, чтобы одной ее было бы недостаточно для образования уровня на заданной глубине $E = E_{\text{связ}}$, а связь каналов V_{12} создавала бы необходимое дополнительное «притяжение». Простейшая гипотеза о том, чтобы $V_{\alpha\alpha}$ вместе с V_{12} были бы половинками солитонной ямы, складывающимися в одну солитонную с требуемым уровнем, оказалась правильной.

Здесь нам нужно понимание, как влияет на решение в одном канале связь с другим каналом. Сравним соответствующие члены в парциальном уравнении: $V_{\alpha\alpha}(x)\Psi_\alpha(x)$ и $V_{12}\Psi_\beta(x)$. Если каналы одинаковы, то и решения для парциальных волн в них совпадают: $\Psi_\alpha(x) = \Psi_\beta(x)$. Отсюда следует, что выбор в качестве $V_{12}(x)$ и $V_{\alpha\alpha}$ половинок солитонной ямы сделает каждое парциальное уравнение в сильносвязанной системе эквивалентным независимому одноканальному уравнению с обычным солитонным потенциалом.

Случай разных порогов рассматривался нами в [1, 2, 15 (1996)]. Мы тогда разрешили парадокс: зачем в прозрачной матрице взаимодействия появляются потенциальные барьеры? Однако столь полного и простого объяснения, как при $E_1 = E_2$ в (25), нам еще добиться не удалось.

2.6. Резонансы в уравнениях высшего порядка. По аналогии с многоканальными системами нами были получены резонансы в системах, описываемых дифференциальными уравнениями высшего (≥ 4) порядка (см., например, наш обзор [8], разд. 4 и ссылки там же). На рис. 15, *а* показана

спектральная складка дисперсионной кривой для следующего уравнения 4-го порядка:

$$-c\Psi^{(4)}(x) - d\Psi^{(2)}(x) + v\delta(x)\Psi(x) = E\Psi(x). \tag{30}$$

Выше $E = 0$ имеются две разрешенные зоны для волн, отвечающие двум разным квазиимпульсам. Эти зоны перекрываются и имеют общую верхнюю границу, помеченную на рис. 15, *а* крестиком. Для энергий выше этой границы оба квазиимпульса становятся комплексными, т. е. волны там не могут уходить на бесконечность — запрещенная зона. Ниже $E = 0$ начинается другая запрещенная зона, но только для одного типа движения, другой же квазиимпульс остается действительным — загиб дисперсионной кривой назад. Наличие δ-барьера (или ямы) приводит к взаимному переходу двух типов волн друг в друга. Это напоминает только что рассмотренный многоканаль-

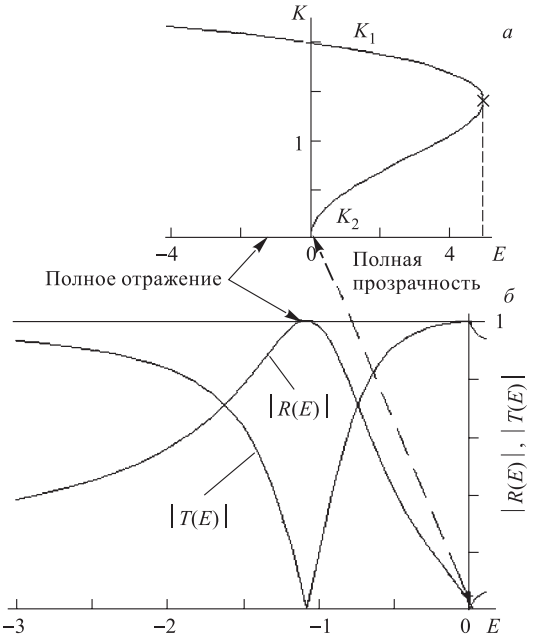

Рис. 15. *а*) Дисперсионная кривая зависимости квазиимпульса от энергии для волнового движения, описываемого уравнением 4-го порядка; крестиком помечена точка слияния двух кривых для волн с разными K на верхней границе их разрешенных зон. *б*) Коэффициенты отражения и прохождения волн через «потенциальную» δ-яму (только один квазиимпульс действителен для $E < 0$), отмечены точки полного отражения и полной прозрачности. Параметры: $d = 5$; $c = 5/4$; $v = -5$

ный случай. Следовательно, можно ожидать, что закрытая зона, как и закрытый канал, сработает как эффективная волновая ловушка, способная дать 100 % отражение. Это подтвердилось в расчете (см. рис. 15, *б*).

2.7. Управление пакетами. Упомянем следующую возможность использования рассмотренных эффектов. Пусть на область взаимодействия падает волновой пакет с центром энергетического распределения в точке резонанса. Резонанс туннелирования расширяет в конфигурационном пространстве прошедший пакет, поскольку ослабляет интенсивность прохождения волн с энергиями при удалении от точки резонанса (сужение пакета в импульсном пространстве). В то же время раздваивается (расщепляется в импульсном и координатном пространствах) пакет отраженный, так как в его центре отражение равно нулю. Наоборот, резонанс отражения расщепляет прошедший пакет и сужает импульсное распределение (расширяет в x-представлении отраженный пакет). Рассмотрим только что обнаруженную возможность управления пакетами в многоканальных системах. Оказывается, существует аналог широко известного явления осцилляций пакета, построенного из симметричного и антисимметричного состояний дублета в симметричной системе двух потенциальных ям, разделенных барьером. Можно также заставить пакет осциллировать между двумя каналами не по координатной переменной, а по канальной (по дискретному индексу). Поиск этого эффекта был предпринят нами по инициативе В. И. Юкалова. Роль разделяющего барьера здесь, как оказалось, играет слабая связь каналов.

Пусть имеется дублет близко лежащих нижайших уровней энергии E_1, E_2 двухканальной системы со слабой связью каналов $V_{12} = \mathrm{const}$ и одинаковыми бесконечно глубокими потенциальными ямами V_{11}, V_{22}. В основном состоянии волновые функции в обоих каналах имеют одинаковые знаки. На верхнем уровне дублета они имеют противоположные знаки. В волновом пакете, построенном в виде суммы векторов состояний дублета, в момент $t = 0$ компонента первого канала имеет удвоенную амплитуду по сравнению с компонентами слагаемых, а во втором канале слагаемые, имеющие разные знаки, взаимно сокращаются (деструктивная интерференция). Эволюция во времени стационарных состояний определяется экспоненциальными фазовыми множителями, зависящими от разных энергий, $\exp(-iE_1)t$, $\exp(-iE_2t)$ для разных уровней дублета. В результате разной скорости изменения фаз слагаемых в момент $t = 1/\Delta E$ происходит смена относительных знаков слагаемых и волновой пакет исчезает в первом канале и достигает максимальной величины во втором.

2.8. Трехчастичные одномерные модели. Интересно, что для резонансного туннелирования двух связанных частиц [30, 31] может оказаться достаточно *одного* потенциального барьера для задержки сложной частицы. Объяснение этому оказалось простым. Например, для двух частиц, жестко связанных на определенном расстоянии друг от друга (как колеса велосипеда

рамой), так что внутренними возбуждениями пары можно пренебречь, взаимодействие каждой из частиц с внешним барьером приводит к эффективному *двух*барьерному потенциалу в уравнении для центра масс пары. Так что задача сводится к рассмотренной ранее задаче туннелирования одной частицы через два барьера, и физическая суть эффекта в двух, казалось бы, совершенно разных задачах оказывается одной и той же.

Рассмотренная выше двухканальная модель резонансного туннелирования сквозь δ-образную матрицу взаимодействия за счет накопления волн под порогом второго канала позволяет предсказать аналогичный эффект для трехчастичной системы. В простейшем случае возьмем две частицы, связанные друг с другом узкой прямоугольной ямой, с высоко расположенными возбужденными состояниями, из которых при невысокой энергии можно учитывать только первое. Третью частицу с большой массой можно считать закрепленной в начале координат. Пусть с ней взаимодействует только одна частица из пары с помощью δ-барьера. Центр масс такой пары будет двигаться в поле одного барьера: усредненного по распределению волновой функции внутреннего движения δ-барьера. Можно ожидать, что такая система будет иметь резонансное туннелирование, как и модель с накоплением волн в закрытом канале.

Рассмотрим теперь многоканальный случай системы уравнений (25). Интересно, что мы долго не обращали внимания на то, что уже присутствовало на полученных нами раньше картинках в [7] (см. рис. 8.4) при изменении отдельных компонент спектрального весового вектора (управление локализацией волн).

Ранее мы обнаружили, что при собирании в конфигурационном x-пространстве волн к началу координат в одном парциальном канале происходит одновременно выкачивание волн данного связанного состояния и из других парциальных каналов. Теперь же выяснилось, что во всех остальных состояниях происходит противоположный процесс «отшатывания» не только в обычном пространстве по x, как это было в одноканальном случае, но и расталкивание их в остальные каналы из избранного. Таким явлением можно, по-видимому, дополнить и рис. 3 в [12].

2.9. Управление резонансами рассеяния на δ-барьере (случай потенциала конечного радиуса действия). Обычно за потенциальным барьером квазисвязанные состояния живут тем меньше, чем выше по энергии они расположены. Аппарат ОЗ позволяет преобразовать потенциал так, чтобы избранные верхние состояния жили дольше, чем нижние. Следует отметить, что обычная техника представления s-функции рассеяния в дробно-рациональном виде, дающая собственно ТРМ управления непрерывным спектром, уже не действует в случае потенциалов конечного радиуса. Это связано с тем, что некоторые полюса s-функции рассеяния в верхней полуплоскости комплексной k-плоскости, отвечающие так называемым «ложным» полюсам (несвязан-

ным состояниям!), просто отсутствуют для потенциалов конечного радиуса действия. С другой стороны, для формализма дробно-рациональной аппроксимации *необходимо*, чтобы число «ложных» полюсов строго совпадало с числом полюсов, отвечающих резонансам.

В этом случае можно воспользоваться R-матричным подходом [32], когда описание процессов рассеяния на вышеупомянутых потенциалах сводится к рассмотрению только той части волновой функции, которая определена в области, где потенциал не равен нулю, т. е. на конечном интервале. Как известно, для задач Штурма–Лиувилля на таких интервалах существует *дискретный* набор собственных функций, отвечающих однородным граничным условиям на краях интервала. Эти функции удовлетворяют *соотношению полноты* Парсеваля. Другими словами, задача рассеяния на конечном интервале сводится к установлению соотношений (в чем и состоит суть R-матричного подхода) между дискретным набором собственных значений соответствующей задачи Штурма–Лиувилля и данными рассеяния, т. е. эффективной дискретизации s-матрицы. В R-матричном подходе собственные значения задачи Штурма–Лиувилля можно приближенно интерпретировать как положения резонансов рассеяния, а значения собственных функций или их производных на внешнем краю интервала — как соответствующие приведенные ширины.

Алгоритмы ОЗ на конечном интервале позволяют, таким образом, варьировать избранные положения R-матричных резонансов и приведенные ширины. Рассмотрим в качестве исходной задачи $V(x) = 0$ на интервале $[0, \pi]$. Будем уменьшать приведенные ширины — производные волновых функций

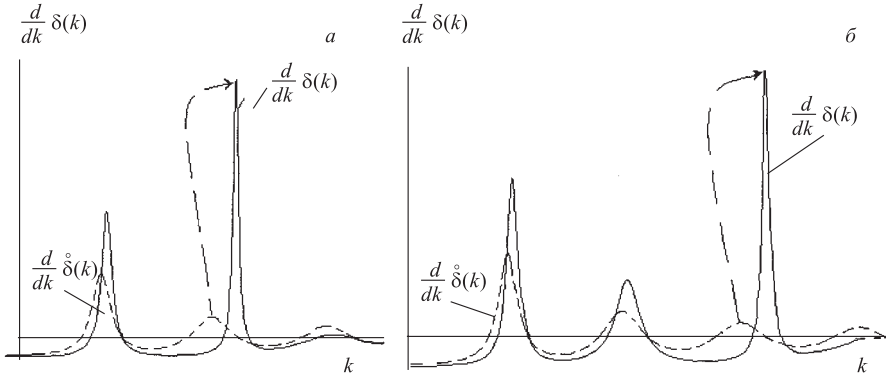

Рис. 16. Управление резонансами в потенциале ограниченного радиуса действия: уменьшение ширин второго (*а*) и третьего (*б*) квазисвязанных состояний. Показаны зависимости от импульса производной $\dfrac{d\delta(k)}{dk}$ до (штриховая линия) и после (сплошная линия) преобразования потенциала. Стрелки указывают на увеличение времени задержки избранного квазисвязанного состояния

избранных собственных значений справа. К получившемуся потенциалу добавим δ-барьер в точке π. На рис. 16 показаны производные $\dfrac{d\delta(k)}{dk}$ фазового сдвига на таких потенциалах. Как известно, эти величины пропорциональны времени задержки налетающей волны в резонансе, а сам ход кривой $\dfrac{d\delta(k)}{dk}$ прекрасно позволяет выявить положения резонансов. Как видно из рис. 16, мы добились желаемого — построили систему, в которой некоторые состояния живут дольше, чем состояния, расположенные ниже по энергии. Поскольку производные избранных волновых функций не строго соответствуют приведенным ширинам, их уменьшение привело, помимо сужения резонансных пиков избранных состояний, к небольшому их сдвигу вверх по энергии.

2.10. Открытые проблемы. Ниже приводятся некоторые вопросы, над которыми мы еще думаем, и, возможно, к нам присоединится кто-нибудь из читателей.

— Почему для одного δ-барьера и одной δ-ямы резонансы туннелирования располагаются строго на местах уровней в прямоугольной яме той же ширины, что и расстояние между барьерами?

— Почему сочетание δ-ямы и δ-барьера не портит эффект резонансной (полной) прозрачности, а в случае эквидистантно, но не симметрично расположенных двух δ-барьеров и одной δ-ямы или двух δ-ям и одного δ-барьера полная прозрачность нарушается?

— Никто еще не рассмотрел случай многоканальной дробно-рациональной матрицы отражения, который должен быть точно решаемым.

— Интересно было бы рассмотреть отражение и проницаемость на графах, об обратной задаче на которых нам сообщил Пивоварчик.

— Упомянем еще не до конца понятое явление полной прозрачности при *всех* энергиях: классы солитоноподобных потенциалов и их многоканальных аналогов [12].

— Отметим также новейшие результаты, которые еще предстоит развить. Были найдены дополнительные возможности управления спектрами периодических структур. Рассмотрим в любой избранной точке E спектра исходного периодического потенциала $\overset{\circ}{V}_{\rm per}$ (например, гребенки Дирака) решение с **произвольными** однородными граничными условиями $\Psi'(x_n) + h\Psi(x_n) = 0$ на концах периода. Пусть E принадлежит одной из запрещенных зон. Мы можем сгрести это решение к одному или другому краю интервала, применяя алгритмы ОЗ для задач Штурма–Лиувилля на интервале с произвольными граничными условиями. При этом решение для нового потенциала $V_{\rm per}$, составленного из периодически повторенного возмущенного взаимодействия на одном периоде, строится путем гладкого сшивания преобразованных решений на каждом периоде. Поскольку при сгребании решения ослабляется или усиливается асимметрия данной волновой фунции в точках сшивания, полу-

чается ослабление или усиление экспоненциального разбалтывания решения. Таким образом можно управлять степенью запрета в любой избранной точке лакуны. Раньше мы поняли это только для «физических» граничных условий $\Psi(x_n) = 0$, отвечающих потенциальной яме с непроницаемыми стенками [2]. Оказалось, что «нефизические» решения бесконечно расширяют возможности управления (переход от дискретных физических уровней E_ν к континууму E, заметаемому собственными значениями с произвольными граничными условиями). Аналогично можно использовать для управления спектральными зонами алгоритмы сдвигов по шкале энергий собственных значений при произвольных краевых условиях.

3. НЕОБЫЧНЫЕ (НЕГАМОВСКИЕ) СОСТОЯНИЯ РАСПАДА

Выше мы рассмотрели ряд любопытных эффектов в рассеянии, связанных с забросом волн в другие каналы за счет их связи, которую мы учитывали точно. В то же время в физике (в теории ядра) существует альтернативный способ эффективного учета связи каналов, как в оптической модели. Суть его состоит в том, что можно ограничить рассмотрение многоканальных реакций одним выбранным каналом. Поскольку парциальный поток в этом канале не является сохраняющейся величиной благодаря обмену волнами с другими каналами, требуется введение эффективного комплексного потенциала. Тогда мы уже будем работать с несамосопряженным оператором Шредингера. Математикам давно известны такие операторы. Например, более 30 лет назад спектральный анализ неэрмитовых дифференциальных операторов был рассмотрен В. Е. Лянце в приложении к книге [34]. Существует и соответствующий аналог ОЗ. В этой связи представляет интерес обобщение теории квантового дизайна на случай несамосопряженных операторов.

К настоящему времени имеется ряд статей, посвященных построению комплексных потенциалов с чисто действительным спектром собственных значений (см., например, [35]). Подход суперсимметричной квантовой механики (SUSYQ) использовался для построения комплексных потенциальных партнеров с теми же спектрами собственных значений, отличающихся только на одно собственное значение (либо на конечное, но наперед заданное число точек спектра) [36, 37]. В работе [38] мы предложили технику сдвига энергетических уровней в комплексную плоскость энергий.

Состояния, сдвинутые в комплексную E-плоскость, становятся квазисвязанными, потому что для них зависящий от времени множитель $\exp(-iEt)$ с отрицательной мнимой частью в E спадает экспоненциально по времени. Обычные гамовские состояния распада имеют экспоненциальный рост по x в точках резонансов матрицы рассеяния в комплексной плоскости энергий. В отличие от этого, волновые функции квазисвязанных состояний, получен-

ные посредством мнимых сдвигов собственных значений энергии, являются *квадратично интегрируемыми* [36]. Модули значений всех других состояний остаются не зависящими от времени.

Ниже мы дадим обзор недавних результатов исследований комплексных преобразований, добавляющих мнимые части к выбранным энергетическим уровням [38]. Некоторые из них уже рассматривались нами в обзоре [2]. С тех пор эти преобразования были лучше поняты. Так, в частности, мы продемонстрируем полученные нами комплексные периодические потенциалы *без спектральных лакун*. Уравнения Шредингера с комплексными потенциалами эквивалентны (неэрмитовым!) *системам сильно связанных* уравнений для $\mathrm{Re}\,\psi(x)$ и $\mathrm{Im}\,\psi(x)$ (см. уравнение (45)). Такие уравнения значительно более сложны по сравнению со случаем действительного потенциала. Несмотря на это, неожиданно оказалось, что качественное объяснение формы потенциальных возмущений для комплексных сдвигов энергий во многом аналогично случаю *одного* уравнения.

3.1. Формализм. Добавку мнимого значения к энергии избранного состояния можно выполнить в подходе SUSYQ (см., например, [4,14,36,37]). В работе [38] этот метод был обобщен для двойного преобразования SUSYQ при *разных* комплекснозначных энергиях. В результате энергия избранного состояния сдвигается в комплексном «направлении», в то время как все остальные уровни энергии остаются прежними.

В наших предыдущих обзорах мы уже подробно рассматривали преобразование SUSYQ (см., например, [2]). Здесь мы работаем с несколько модифицированной схемой. Поэтому, чтобы не нарушать целостности изложения, а также в интересах удобства читателя, еще не знакомого с этим формализмом, мы приведем вывод формул без особых сокращений.

В подходе SUSYQ исходный гамильтониан H_0, дифференциальный оператор второго порядка, факторизуется на операторы первого порядка

$$A^{\pm} \;=\; \pm\partial + W(x), \tag{31}$$

где ∂ — символ производной,

$$H_0 \;=\; A^{+}A^{-} + \mathcal{E}. \tag{32}$$

Символом $\mathcal{E}$ обозначена энергия факторизации, а суперпотенциал $W(x)$ определяется из следующего уравнения:

$$A^{-}\psi_0(x,\mathcal{E}) \;=\; \{-\partial + W(x)\}\psi_0(x,\mathcal{E}) \;=\; 0. \tag{33}$$

Здесь $\psi_0(x,\mathcal{E})$ есть решение уравнения Шредингера с начальным потенциалом $V_0(x)$ при энергии факторизации $\mathcal{E}$. Из уравнений (31) и (33) имеем

$$W(x) \;=\; \psi_0'(x,\mathcal{E})\psi_0(x,\mathcal{E})^{-1}. \tag{34}$$

Преобразование SUSYQ состоит в перестановке местами операторов $A^{\pm}$:

$$H_0 = A^+A^- + \mathcal{E} \to H_1 = A^-A^+ + \mathcal{E}, \tag{35}$$

$$V_1(x) = V_0(x) - 2W'(x). \tag{36}$$

Существует простое соотношение между решениями уравнения Шредингера при произвольной энергии для исходного H_0 и нового гамильтониана H_1 — $\psi_0(x,E)$ и $\psi_1(x,E)$ соответственно:

$$\begin{gathered}\psi_1(x,E) = A^-\psi_0(x,E) = (-\partial + W(x))\psi_0(x,E) = \psi_0(x,\mathcal{E})^{-1}\theta_E(x),\\ \theta_E(x) \equiv \psi_0'(x,\mathcal{E})\psi_0(x,E) - \psi_0(x,\mathcal{E})\psi_0'(x,E),\end{gathered} \tag{37}$$

где мы воспользовались уравнением (34). Новое решение при $\mathcal{E}$ есть

$$\psi_1(x,\mathcal{E}) \;=\; \psi_0(x,\mathcal{E})^{-1}. \tag{38}$$

Окончательный результат этого преобразования зависит от выбора $\mathcal{E}$ и $\psi_0(x,\mathcal{E})$.

Выполним преобразование SUSYQ еще раз. В качестве исходной системы возьмем уже преобразованную. Новая энергия факторизации теперь $\bar{\mathcal{E}} = \mathcal{E} + i\Gamma$. Роль аналога $\psi_0(x,\mathcal{E})$ должно играть решение, линейно независимое от решения $\psi_1(x,\mathcal{E})$, но взятое при энергии, сдвинутой в комплексную плоскость:

$$\tilde{\psi}_1(x,\bar{\mathcal{E}}) \;=\; A^-\tilde{\psi}_0(x,\bar{\mathcal{E}}). \tag{39}$$

Здесь $\tilde{\psi}_0(x,\bar{\mathcal{E}})$ — это решение, полученное из линейно независимого от $\psi_0(x,\mathcal{E})$ добавлением мнимой величины к $\mathcal{E}$. Второй шаг дает следующее преобразованное решение при $\bar{\mathcal{E}}$:

$$\psi_2(x,\bar{\mathcal{E}}) \;=\; \tilde{\psi}_1(x,\bar{\mathcal{E}})^{-1} \;=\; \psi_0(x,\mathcal{E})\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x)^{-1}, \tag{40}$$

где последнее равенство следует из (37),

$$\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x) \;=\; \psi_0'(x,\mathcal{E})\tilde{\psi}_0(x,\bar{\mathcal{E}}) - \psi_0(x,\mathcal{E})\tilde{\psi}_0'(x,\bar{\mathcal{E}}). \tag{41}$$

Модуль $|\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x)|$ должен быть отличен от нуля всюду в области определения рассматриваемых решений, иначе возникнут сингулярности. Обсудим этот вопрос подробнее. Так как $\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x) = \mathrm{const}$, если $\Gamma = 0$, то ясно, что, в силу непрерывности, $|\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x)| > 0$ для Γ, лежащей в некоторой окрестности нуля. С другой стороны, обращение в нуль $|\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x)|$ при некотором фиксированном x означает, что логарифмические производные $\psi_0(x,\mathcal{E})$ и $\tilde{\psi}_0(x,\bar{\mathcal{E}})$ совпадают в этой точке. Но это едва ли осуществимо на практике, поскольку единственный свободный параметр, которым мы располагаем, это Γ (для случая

связанных состояний мы стеснены выбором уже существующих дискретных уровней энергии, которые мы сдвигаем). В то же время нам нужно удовлетворить двум независимым требованиям. Во-первых, надо, чтобы мнимая часть $\tilde{\psi}_0'(x,\bar{\mathcal{E}})/\tilde{\psi}_0(x,\bar{\mathcal{E}})$ равнялась нулю. Во-вторых, соответствующая действительная часть должна совпадать с $\psi_0'(x,\mathcal{E})/\psi_0(x,\mathcal{E})$. В принципе, однако, это не исключает того, что $|\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x)|$ может случайно занулиться при каких-нибудь x и $\bar{\mathcal{E}}$. Так что окончательное решение этой проблемы за компьютерными вычислениями.

Выражение для суперпотенциала, получаемого на втором шаге преобразования SUSYQ, записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}\tilde{W}(x) = \tilde{\psi}_1'(x,\bar{\mathcal{E}})\tilde{\psi}_1(x,\bar{\mathcal{E}})^{-1} = \\ = \{\psi_0(x,\mathcal{E})^{-1}\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x)\}'\psi_0(x,\mathcal{E})\{\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x)\}^{-1} = \\ = -\psi_0'(x,\mathcal{E})\psi_0(x,\mathcal{E})^{-1} + \theta_{\bar{\mathcal{E}}}'(x)\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x)^{-1} = \\ = -\psi_0'(x,\mathcal{E})\psi_0(x,\mathcal{E})^{-1} + (\bar{\mathcal{E}}-\mathcal{E})\psi_0(x,\mathcal{E})\tilde{\psi}_0(x,\bar{\mathcal{E}})\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x)^{-1}, \quad (42)\end{aligned}$$

где штрих обозначает дифференцирование по координате x. Кроме того, мы воспользовались известным тождеством $\theta_{\bar{\mathcal{E}}}'(x) = (\bar{\mathcal{E}}-\mathcal{E})\psi_0(x,\mathcal{E})\tilde{\psi}_0(x,\bar{\mathcal{E}})$. Из (42), (34), а также (36) имеем окончательное выражение для потенциала второго шага:

$$\begin{aligned}V_2(x) = V_1(x) - 2\tilde{W}'(x) = V_0(x) - 2(\bar{\mathcal{E}}-\mathcal{E}) \times \\ \times \frac{d}{dx}\{\psi_0(x,\mathcal{E})\tilde{\psi}_0(x,\bar{\mathcal{E}})\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x)^{-1}\}. \quad (43)\end{aligned}$$

Применяя тождество

$$\theta_E(x) = (E-\mathcal{E})\int^x \psi_0(y,\mathcal{E})\psi_0(y,E)dy,$$

получаем следующее выражение для ненормированного решения при произвольной энергии E, соответствующего потенциалу $V_2(x)$:

$$\begin{aligned}\psi_2(x,E) = (\mathcal{E}-E)^{-1}(-\partial+\tilde{W}(x))(-\partial+W(x))\psi_0(x,E) = \\ = (\mathcal{E}-E)^{-1}(-\partial+\tilde{W}(x))\psi_0(x,\mathcal{E})^{-1}\theta_E(x) = \\ = (\mathcal{E}-E)^{-1}\psi_0'(x,\mathcal{E})\psi_0(x,\mathcal{E})^{-2}\theta_E(x) + \\ + \psi_0(x,E) - (\mathcal{E}-E)^{-1}\psi_0'(x,\mathcal{E})\psi_0(x,\mathcal{E})^{-2}\theta_E(x) +\end{aligned}$$

$$+(\bar{\mathcal{E}}-\mathcal{E})(\mathcal{E}-E)^{-1}\tilde{\psi}_0(x,\bar{\mathcal{E}})\theta_E(x)\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x)^{-1}=$$
$$=\psi_0(x,E)+(\bar{\mathcal{E}}-\mathcal{E})(\mathcal{E}-E)^{-1}\tilde{\psi}_0(x,\bar{\mathcal{E}})\theta_E(x)\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x)^{-1}=$$
$$=\psi_0(x,E)-(\bar{\mathcal{E}}-\mathcal{E})\tilde{\psi}_0(x,\bar{\mathcal{E}})\theta_{\bar{\mathcal{E}}}(x)^{-1}\int^x\psi_0(y,\mathcal{E})\psi_0(y,E)dy. \quad (44)$$

Приведенные далее в этом разделе результаты основаны на этих формулах, применимых как для дискретного спектра связанных состояний, так и для непрерывного спектра.

3.2. Связанные состояния. Появление мнимых частей у V и E нарушает эрмитовость гамильтониана. Нормировка и поток не сохраняются, что можно объяснить наличием эффективной связи со «скрытыми каналами», как в оптической модели. Широкое множество ТРМ с полным набором спектральных параметров позволяет *управлять поглощением* в конструируемых квантовых системах.

Для комплексных энергетических сдвигов нам придется вместо одного уравнения Шредингера рассматривать уже систему двух зацепленных уравнений для $\operatorname{Re}\Psi(x)$ и $\operatorname{Im}\Psi(x)$. Приведем одномерный пример такой системы:

$$\begin{aligned}-\operatorname{Re}\psi''(x)&=(\operatorname{Re}E-\operatorname{Re}V(x))\operatorname{Re}\psi(x)-(\operatorname{Im}E-\operatorname{Im}V(x))\operatorname{Im}\psi(x);\\ -\operatorname{Im}\psi''(x)&=(\operatorname{Re}E-\operatorname{Re}V(x))\operatorname{Im}\psi(x)+(\operatorname{Im}E-\operatorname{Im}V(x))\operatorname{Re}\psi(x).\end{aligned} \quad (45)$$

Неожиданно обнаружилось, что алгоритмы качественного конструирования потенциалов для мнимых сдвигов собственных значений энергии иногда такие же, что и для действительных сдвигов энергии. И это несмотря на то, что уравнения становятся значительно сложнее. Очевидно, что добавление постоянного мнимого потенциала приведет к параллельному мнимому сдвигу всех спектральных точек. Но чтобы сдвинуть в мнимом направлении *одну* спектральную точку, при этом *не меняя положения энергий всех других состояний (элементарные трансформации)*, нам потребуется специальный профиль потенциального возмущения. Следует учесть разную чувствительность к изменениям потенциала полного набора ортогональных состояний. Действительно, рассмотрим мнимый E-сдвиг основного состояния в разных потенциалах. Формы возмущений потенциалов для энергетических сдвигов $\Delta E=-i$ и $\Delta E=-1$ для основного состояния солитоноподобного потенциала показаны на рис. 17. Интересно, что, например, для осцилляторного потенциала картина будет очень похожей. Основные состояния наиболее чувствительны к возмущениям потенциала в середине, где распределение вероятности имеет максимум. Чтобы компенсировать влияние потенциальных ямок на остальной спектр, необходимо ввести дополнительные потенциальные холмики по обеим сторонам [15]. В частности, возмущенный солитоноподобный потенциал остается безотражательным для волн в непрерывном спектре, как и при

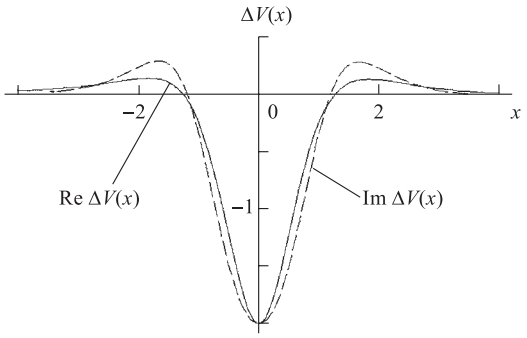

Рис. 17. Потенциальное возмущение (сплошная линия) $\mathrm{Re}\,\Delta V(x)$, сдвигающее вниз уровень единственного связанного состояния $E = 0,5$ ($\Delta E = -1$) в солитоноподобной яме. Штриховая линия есть мнимая часть потенциального возмущения $\mathrm{Im}\,\Delta V(x)$, сдвигающего уровень энергии связанного состояния ($\Delta E = -i$) в комплексную плоскость энергий (для той же исходной ямы). Обе кривые почти совпадают

реальных сдвигах. Однако потоки для падающей и уходящей волн становятся различными. Это дает возможность управлять поглощением волн.

Интересно, что изменение знака мнимого энергетического сдвига $\Delta E = i$ дает в результате лишь инверсию знака у $\mathrm{Im}\,\Delta V(x)$. Но в случае действительных сдвигов $\Delta E = \pm 1$ вверх или вниз не существует такого точного совпадения модулей $|\Delta V(x)|$. Это происходит из-за того, что действительный сдвиг связанного состояния делает спектр плотнее или разрежает его соответственно. Кроме основного возмущения $\mathrm{Im}\,\Delta V(x)$ появляется сравнительно малое возмущение $\mathrm{Re}\,\Delta V(x)$ благодаря связи уравнений (45).

Формы возмущений $\Delta \mathrm{Re}\,V(x)$ для мнимых «вверх-вниз» E-сдвигов 1-го и 2-го (3-го и 4-го и т. д.) состояний, как оказалось, имеют качественно схожую структуру (см. рис. 18). И это несмотря на большое различие между формами состояний. Можно дать объяснение этому любопытному факту на языке простых правил, которые мы нашли для сдвигов пространственной локализации связанных состояний [15, 16]. Именно потенциальные блоки барьер–ямка (ямка–барьер), по одному на каждую пучность волновой функции, сдвигают пространственную локализацию стоячей волны вправо (влево). Итак, разберем вопрос на примере первого и второго состояний. Можно считать, что каждое из этих двух первых состояний имеет по две «пучности». Действительно, можно представить себе левую и правую части волновой функции основного состояния (его половинки) как два горбика («пучности»). Формы возмущений $\Delta \mathrm{Re}\,V(x)$ на рис. 18 состоят из двух блоков. Левый блок (барьер–ямка) сдвигает левую часть (левый горбик) основного состояния вправо, а правый блок (ямка–барьер) тянет правую часть (правый горбик) этого состояния влево. То же верно и для второго состояния. Это приводит к легкому сжатию модуля

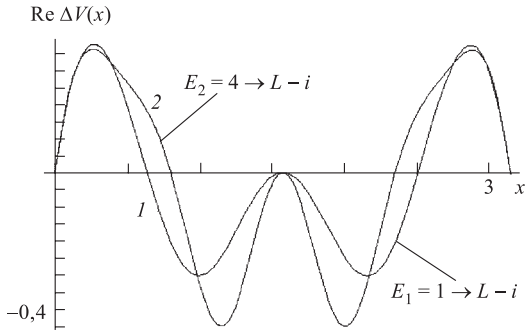

Рис. 18. Замечательное качественное сходство форм потенциальных возмущений $\Delta \operatorname{Re} V(x)$ для сдвигов первого и второго уровней в бесконечной прямоугольной яме: *1* — $E_1 = 1 \to 1 - i$; *2* — $E_2 = 4 \to 4 - i$. Это выглядит парадоксально, если учесть, что волновые функции сдвигаемых состояний совершенно разные (с узлом и без)

основного состояния к центру потенциальной ямы. Но это слабое уплотнение состояния сопровождается определенными изменениями в энергетическом спектре: спектр становится менее плотным (ср. с [2, 13]). Наоборот, расширение области волнового движения связано с процессами, когда спектр становится более плотным [10]. Таким образом, сжатие связанного состояния в пространстве согласуется с тем фактом, что мнимый E-сдвиг нижнего уровня разрежает спектр (поскольку эта спектральная точка просто «ушла» с действительной оси). Те же рассуждения верны и для мнимых E-сдвигов состояний других пар: 3-го и 4-го, 5-го и 6-го и т. д.

Для действительных энергетических сдвигов мы открыли явление расщепления состояний и расхождения друг от друга их частей при сближении их энергетических уровней (постепенное вырождение). Строгое вырождение приводит к эффективной «аннигиляции» состояний [10]. Мы нашли, что то же явление имеет место для двух состояний с близкими комплексными собственными значениями. Это показано на рис. 19 и 20, полученных с использованием одношагового преобразования SUSYQ (см. уравнения (36)–(38)).

Любопытно, что для исходной бесконечной прямоугольной ямы сильное потенциальное возмущение слегка изменяет распределение вероятности для сдвигаемого состояния (малая разница между *абсолютными* величинами исходной и преобразованной волновыми функциями). Это несмотря на тот факт, что действительная и мнимая части волновой функции резко изменяются. Для всех других связанных состояний модули собственных функций также незначительно меняются при преобразовании.

Рассмотрим теперь комплексные преобразования, сохраняющие все действительные собственные значения. Возьмем снова модель бесконечной прямоугольной ямы. Полный спектр физических состояний соответствует нуле-

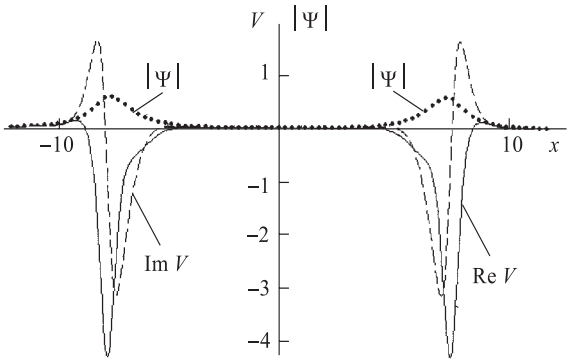

Рис. 19. Порождение комплексного собственного значения $E = -1 - i$ вблизи энергии связанного состояния $E = -1$ исходного солитоноподобного потенциала. Абсолютные значения волновых функций обоих состояний (точки) расщепляются на две части. Они в основном располагаются внутри глубоких разделенных ям преобразованного потенциала, показанного сплошной и штриховой линиями для действительной и мнимой частей соответственно. Это напоминает тенденцию к эффективной «аннигиляции» при постепенном вырождении энергетических уровней в случае действительных сдвигов энергии [10]. Любопытно, что абсолютные значения волновых функций почти полностью совпадают

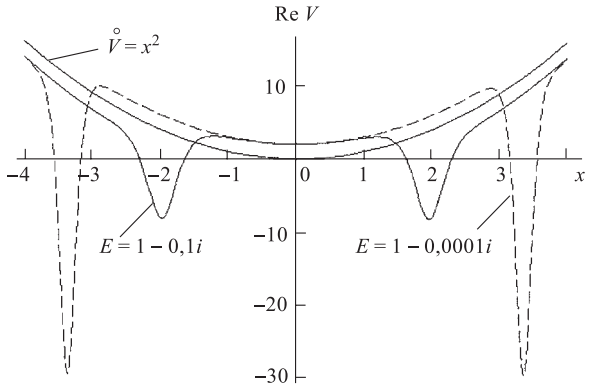

Рис. 20. Исходный осцилляторный потенциал $\overset{\circ}{V}(x) = x^2$ и действительные части преобразованных потенциалов, отвечающих порожденным комплексным собственным значениям: $E = 1 - 0,1i$ (сплошная линия) или $E = 1 - 0,0001i$ (штриховая линия) вблизи энергии основного состояния $E = 1$ исходного потенциала. Волновые функции обоих состояний расщепляются подобно тому, как показано на рис. 19, и локализуются в узких потенциальных ямках. Расщепление усиливается при сближении порожденного состояния с основным при $E = 1$

вым граничным условиям ($\psi = 0$ на обоих стенках). Можно также рассмотреть вспомогательную «нефизическую» задачу на собственные значения со следующими граничными условиями: $\dfrac{d}{dx}\psi = 0$ и $\psi = 0$ на разных границах. Если теперь мы добавим мнимую часть к нефизическому собственному значению, используя метод SUSYQ, мы получим комплексный потенциал. Существует *теорема о двух действительных спектрах* (см. [3], с. 401; [6], с. 34 и ссылки там же), которая, возможно, имеет аналог для комплекснозначных собственных значений. Были предложены алгоритмы TPM [39], где роль *рычагов управления играют параметры двух спектров*, которые однозначно определяют потенциал, в отличие от *подхода ОЗ, где полным набором спектральных данных являются собственные значения и спектральные веса (приведенные ширины)*. Можно изменять одно собственное значение, не меняя всех остальных, в этом случае спектральные веса не сохраняются. Таким образом, можно получить действительный физический спектр, идентичный исходному, но с действительным потенциалом, трансформированным в комплексный. Проверялось условие биортогональности [38] комплексных собственных функций, которое играет роль обычной ортогональности для самосопряженных операторов. Существует также соответствующий аналог соотношения полноты [34].

Чтобы иметь представление о возможных формах соответствующих преобразованных потенциалов и функций, поучительно рассмотреть, как особенно простой пример, половину потенциала, имеющего зеркальную симметрию относительно своей середины, расположенной в начале координат. *В этом случае физический спектр целого потенциала представляет сумму двух спектров для половины потенциала, соответствующих двум различным граничным условиям* в начале координат: $\dfrac{d}{dx}\psi|_{x=0} = 0$ или $\psi|_{x=0} = 0$. Тогда известные правила преобразований для сдвигов четных и нечетных энергетических уровней в полном потенциале одновременно верны для вариаций избранных уровней в одном из двух спектров половины ямы.

3.3. Преобразования состояний рассеяния. Выполним мнимый сдвиг ($\mathcal{E} > 0 \to \mathcal{E} + i\Gamma$) значения энергии в непрерывном спектре свободного движения с использованием двойного преобразования SUSYQ. Это приводит к квазипериодическому (периодическому на асимптотике) комплексному возмущению потенциала, как показано на рис. 21. Бесконечное число потенциальных барьеров и ям соответствует бесконечному числу пучностей исходного состояния $\psi(x) = \sin(kx)$. Появляется *квадратично интегрируемое* состояние распада при $E + i\Gamma$, показанное пунктирной линией. Объяснение этого факта — открытая проблема. Решения на действительной оси E становятся квазиблоховскими волнами. Интересно, что за исключением единственной точки $E = \mathcal{E}$ непрерывный спектр остается *без лакун*, где решения расхо-

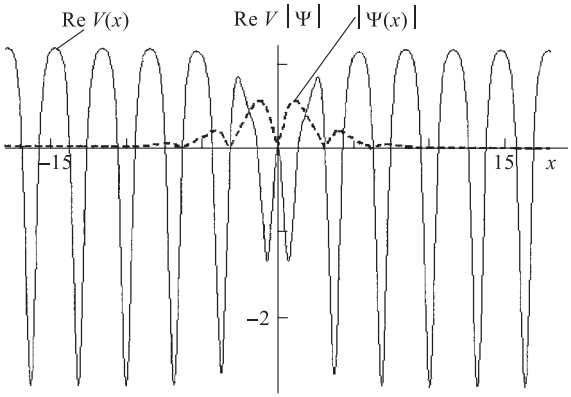

Рис. 21. Асимптотически квазипериодический потенциал (сплошная линия, показана только действительная часть) для сдвига исходной энергии в непрерывном спектре до $\mathcal{E} = 1 \to \bar{\mathcal{E}} = 1 - i$. Штриховой кривой показан модуль *квадратично-интегрируемой* волновой функции, получившейся в результате этого SUSYQ-преобразования

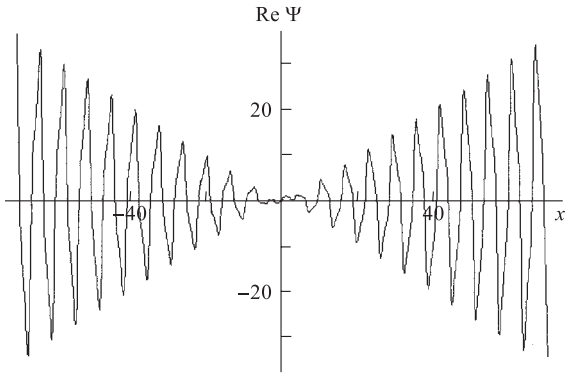

Рис. 22. Действительная часть волновой функции в выколотой точке $\mathcal{E} = 1$ непрерывного спектра имеет характерное поведение решения на границе спектральных зон с линейным ростом амплитуды колебаний. Мнимая часть имеет аналогичный вид. В этом особом предельном случае верхняя и нижняя границы двух разрешенных зон совпадают: ширина запрещенной зоны как бы сжата до нуля

дятся. Можно рассматривать эту точку как *сколлапсированную «запрещенную» зону нулевой ширины* — выколотую точку (ВТ). Это одновременно и точка слияния границ разрешенных зон. Решение в этой точке показано на рис. 22. При действительных значениях энергии, близких к $E = \mathcal{E}$, решения испытывают биения (рис. 23).

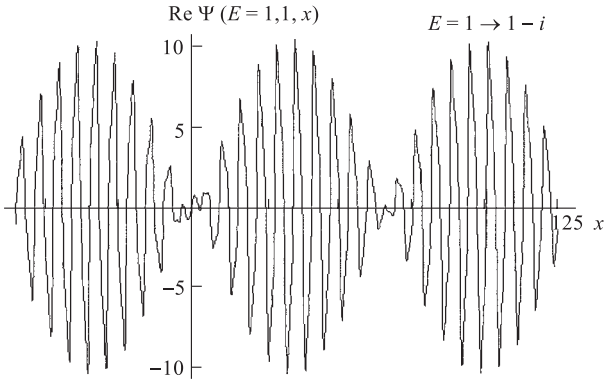

Рис. 23. Биения решения для потенциала, изображенного на рис. 21, при действительной энергии $\mathcal{E} + 1, 1$ вблизи выколотой точки $\mathcal{E} = 1$. Частота этих биений стремится к нулю при приближении энергии к выколотой точке $\mathcal{E}$ (см. рис. 19)

Для сдвига $\mathcal{E} \to \mathcal{E} - i\Gamma$, осуществленного с помощью подхода ОЗ, мы имеем другой результат. Появляется локализованный (асимптотически спадающий) комплексный потенциал. Волны при действительных энергиях ниже и выше ВТ не испытывают отражения, но имеют разные потоки по обеим сторонам потенциального возмущения. Параметр Γ может служить в качестве рычага управления поглощением волн.

Энергетическая зависимость $\Delta I(E) = I(x, E)|_{x\to\infty} - I(x, E)|_{x\to-\infty}$ (несохранение потока I) имеет резонансный характер. Положение пика резо-

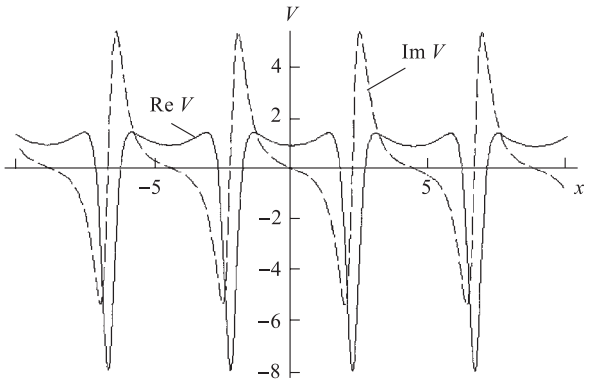

Рис. 24. Действительная (сплошная линия) и мнимая (штриховая линия) части периодического потенциала, полученного посредством одношагового SUSYQ-преобразования системы свободного движения в точке $\mathcal{E} = 0, 5$. Спектр этого потенциала не имеет лакун!

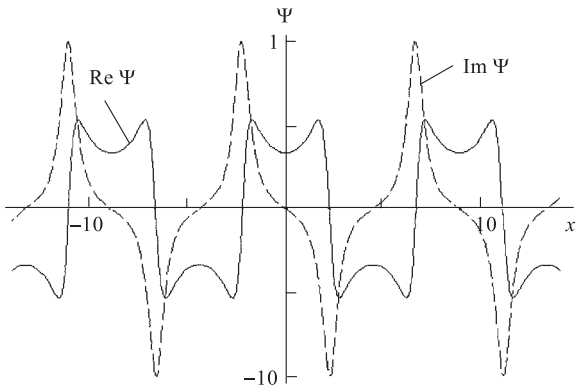

Рис. 25. Действительная (сплошная линия) и мнимая (штриховая линия) части периодической волновой функции при энергии $\mathcal{E} = 0,5$, отвечающей потенциалу, изображенному на рис. 24

нанса совпадает с действительной частью собственного значения квазисвязанного состояния $\bar{\mathcal{E}}$, что напоминает обычные резонансы.

Представляется интересным рассмотреть возможность использования полных наборов собственных состояний, относящихся к неэрмитовым операторам для R-матричной дискретной параметризации данных рассеяния (открытая проблема).

Оказывается, что чисто периодические потенциалы можно создавать, применяя одношаговое преобразование SUSYQ исходной системы свободного движения квантовых волн (вся ось) (см. уравнения (36)–(38)). В качестве исходного решения при энергии факторизации $\mathcal{E} > 0$ мы берем $\psi_0(x, \mathcal{E}) = \exp(-i\sqrt{\mathcal{E}}x) + c\exp(i\sqrt{\mathcal{E}}x)$. Потенциал и волновая функция для $c = 2$ и $\mathcal{E} = 0,5$ показаны на рис. 24 и 25.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подход ОЗ дает нам удивительную свободу всевозможных преобразований квантовых систем без ограничений, накладываемых реальной природой. Такая гибкость теории — ее достоинство, поскольку позволяет охватить все мыслимые варианты, среди которых уже известные модели составляют лишь неизмеримо малую долю. Более того, все реальные объекты как бы объединяются непрерывными преобразованиями. От этого теория становится более общей и даже более простой. Мы можем быстрее, с меньшими затратами и надежнее предсказывать, какие взаимодействия необходимы для тех или иных наблюдаемых характеристик. Тем самым мы приобретаем такую интуицию, которая поможет и при анализе реальных систем. К тому же, если еще

нельзя построить все, что угодно, то можно приближать модели к исследуемым объектам («если гора не идет к Магомету...»). Здесь имеются широкие, пока мало использованные способы описания влияния многочастичных сред с помощью эффективных *нелокальных сил*, увеличивающих возможности ОЗ.

Гарантией успеха теории квантового дизайна служит хотя бы то, что уравнение Шредингера проверено практикой бесчисленных исследований (на протяжении вот уже 75 лет!).

Думается, что все это необходимо включать в образование (физиков, химиков, биологов), которое сейчас явно неудовлетворительно без ОЗ, без понятия «кирпичиков» элементарных квантовых преобразований (полного набора ТРМ) — этой новой «азбуки» квантовой механики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Захарьев Б. Н., Чабанов В. М.* Качественная теория управления спектрами, рассеянием, распадами (Уроки квантовой интуиции, обзор III) // ЭЧАЯ. 1994. Т. 25. С. 1561.
2. *Захарьев Б. Н., Чабанов В. М.* К качественной теории элементарных преобразований одно- и многоканальных квантовых систем в подходе обратной задачи (их конструирование с заданными спектральными параметрами) // ЭЧАЯ. 1999. Т. 30. С. 277.
3. *Chadan K., Sabatier P.* Inverse Problems in Quantum Scattering Theory. 2nd edition. Heidelberg: Springer, 1989.
4. *Cooper F., Khare A., Sukhatme U.* Supersymmetry and Quantum Mechanics // Phys. Rep. 1995. V. 251. P. 267–385.
5. *Poshel J., Trubowitz E.* Inverse Spectral Theory. N. Y.: Academic, 1987.
6. *Захарьев Б. Н., Сузько А. А.* Потенциалы и квантовое рассеяние. Прямая и обратная задачи. М.: Энергоатомиздат, 1985;
   Zakhariev B. N., Suzko A. A. Direct and Inverse Problems. Heidelberg: Springer, 1990.
7. *Захарьев Б. Н., Костов Н., Плеханов Е. Б.* Уроки квантовой интуиции // ЭЧАЯ. 1990. Т. 21. С. 914;
   Zakhariev B. N., Kostov N., Plekhanov E. B. // Ann. Phys. 2000. V. 285. P. 1–24.
8. *Захарьев Б. Н.* Дискретная и непрерывная квантовая механика // ЭЧАЯ. 1992. Т. 23. С. 1387.
9. *Berezovoj V. P., Pashnev A. I.* Extended $N = 2$ Supersymmetric Quantum Mechanics and Isospectral Hamiltonians // Sov. J. Math. Phys. 1987. V. 70. P. 146; Z. Phys. C. 1991. V. 51. P. 525–529.
10. *Chabanov V. M. et al.* // Phys. Rev. A. 1995. V. 52. P. R3389.
11. *Chabanov V. M., Zakhariev B. N., Sofianos S. A.* Universal Elementary Constituents of Potential Transformations // Ann. Phys. (Lpz.). 1997. V. 6. P. 136.
12. *Chabanov V. M., Zakhariev B. N.* // Phys. Lett. A. 1999. V. 255. P. 123.
13. *Zakhariev B. N., Mineev M. A.* Separation of a Chosen Quantum State from an Almost Degenerate Multiplet as an Instructive Space-Localization Control // J. Mosc. Phys. Soc. 1997. V. 7. P. 227.
14. *Sukumar C. V.* Supersymmetry and Potentials with Bound States at Arbitrary Energies // J. Phys. A: Math Gen. 1987. V. 20. P. 2461–2481, and references therein.

15. *Захарьев Б. Н.* Уроки квантовой интуиции. Дубна: ОИЯИ, 1996;
Новая квантовая азбука (в картинках). Йошкар-Ола: Изд-во Удмуртск. гос. ун-та, 1997;
Шредингера оператора спектр // Физическая энциклопедия. М., 1998. Т. 5;
Новая ситуация в квантовой механике (о возможностях управления спектрами, рассеянием, распадами) // Соросовский образоват. журн. 1996. № 7;
Zakhariev B. N. JINR Rapid Commun. 1990. No. 6[45].

16. *Chabanov V. M., Zakhariev B. N.* New Situation in Quantum Mechanics (Wonderful Potentials from the Inverse Problem) // Inverse Problems (Topical review). 1997. V. 13. P. R47.

17. *Chabanov V. M., Zakhariev B. N.* // Ann. Phys. (N.Y.). 2000. V. 285. P. 1.

18. *Chabanov V. M., Zakhariev B. N.* Resonance Absolute Quantum Reflection at Selected Energies // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87, No. 16. P. 160408.

19. *Moses H. E., Tuan F. S.* // Nuovo Cim. 1959. V. 13. P. 197.

20. *Capasso F., Kiehl R.* // J. Appl. Phys. 1985. V. 58. P. 1366;
Randall J. N. // Nanotechnology. 1993. V. 4. P. 41;
Seabaugh A. C., Kao Y. C., Yuan H. T. // IEEE Electron Device Lett. 1992. V. 13. P. 479.

21. *Friedman J. R. et al.* Quantum Superposition of Distinct Macroscopic States // Nature. 2000. V. 40, No. 6791. P. 43;
Blatter G. // Nature. 2000. V. 406, No. 6791. P. 25.

22. *Rouse R., Han S., Lukens J. E.* Observation of Resonant Tunneling between Macroscopically Distinct Quantum Levels // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 1614–1617.

23. *Clarke J. et al.* Quantum Mechanics of a Macroscopic Variable: the Phase Difference of a Josephson Junction // Science. 1988. V. 239. P. 992–997.

24. *Friedman J. R. et al.* Macroscopic Measurement of Resonant Magnetization Tunneling in High Spin Molecules // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. P. 3830–3833.

25. *Wal C. et al.* Quantum Superposition of Macroscopic Persistent-Current States // Science. 2000. V. 290. P. 773.

26. *Brandt S., Dahmen H. D.* The Picture Book of Quantum Mechanics. N. Y.: John Wiley, 1985; Quantum Mechanics on the Personal Computer. Heidelberg: Springer, 1989; Corrected 2nd edition. 1990.

27. *Альбеверио С. и др.* Решаемые модели в квантовой механике. М.: Мир, 1991.

28. *Фаддеев Л. Д.* Современные проблемы математики. М., 1974. Т. 3. С. 93–180.

29. *Pechenick K. R.* // J. Math. Phys. 1981. V. 22. P. 1513–1518; 1983. V. 24. P. 406–409; 1984. V. 25. P. 1900–1904; P. 1924–1929.

30. *Saito N., Kayanuma Y.* // J. Phys.: Condens. Matter. 1994. V. 6. P. 3759.

31. *Пеньков Ф. М.* // ЖЭТФ. 1999. Т. 115. С. 1973.

32. *Лейн А., Томас Р.* Теория ядерных реакций при низких энергиях. М.: Иностр. лит., 1960.

33. *Chabanov V. M., Zakhariev B. N.* Transparency of One-Channel and Multichannel Quantum Systems // Phys. Rev. A. 1994. V. 50, No. 8. P. 3948.

34. *Наймарк М. А.* Линейные дифференциальные операторы М.: Наука, 1969.

35. *Znojil M.* Quasi-Exactly Solvable Quartic Potentials with Centrifugal and Coulombic Terms // J. Phys. A. 2000. V. 33. P. 4203–4211;
PT-Symmetrically Regularized Eckart, Poschl–Teller and Hulten Potentials // J. Phys. A. 2000. V. 33. P. 4561–4572, and references therein.
Bender C. M. Complex Hamiltonians Having Real Spectra. Invited Talk. // Proc. of the 2nd Intern. Symp.: «Quantum Theory and Symmetries», Krakow, July 2001 / Ed. by E. Kapuscik and A. Horzel. Singapore, 2002 (to be published).

36. *Baye D., Sparenberg J.-M., Levai G.* Phase-Equivalent Complex Potentials // Nucl. Phys. A. 1996. V. 599. P. 435–456.

37. *Andrianov A. A. et al.* SUSY Quantum Mechanics with Complex Superpotentials and Real Energy // Int. J. Mod. Phys. A. 1999. V. 14. P. 2675–2688.

38. *Chabanov V. M., Zakhariev B. N.* Unusual (Non-Gamow) Decay States // Inverse Problems. 2001. V. 17. P. 1–11.

39. *Iliev I. D., Khristov E. Kh., Kirchev K. P.* Spectral Methods in Soliton Equations. Harlow: Longman Scientific, 1994.

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2002. Т. 33. ВЫП. 2

УДК 539.17.17

EXPERIMENTAL STUDY OF COLLECTIVE FLOW PHENOMENA IN HIGH ENERGY NUCLEUS–NUCLEUS COLLISIONS

L. Chkhaidze, T. Djobava[*], *L. Kharkhelauri*

High Energy Physics Institute, Tbilisi State University, University St. 9, 380086 Tbilisi, Georgia

The results of experimental study of collective flow phenomena, such as the sideward and elliptic flow of nuclear matter, discovered during the last 10–15 years in high energy nucleus–nucleus collisions, are presented. In the review the results of the SKM-200-GIBS collaboration of JINR are presented and they are compared with the findings of different experiments of BEVALAC, GSI/SIS, AGS, and CERN/SPS. Different methods, proposed for the study of the flow effects in relativistic nuclear collisions, such as the directed transverse momentum analysis technique developed by Danielewicz and Odyniec and the method of the Fourier expansion of azimuthal distributions are described. The obtained signatures show the persistence of collective flow phenomena from the BEVALAC and GSI/SIS up to Dubna, AGS, RHIC and SPS energies. Studies based on transport models have indicated that the value for the transition energy $E_{\rm tr}$ depends on the nuclear equation of state (EOS) at high densities.

Представлены результаты экспериментального изучения коллективных потоковых явлений, таких как направленные и эллиптические потоки ядерной материи, обнаруженные за последние 10–15 лет в ядро-ядерных взаимодействиях при высоких энергиях. Результаты, полученные дубненской коллаборацией СКМ-200-ГИБС, сравниваются с данными других экспериментов на BEVALAC, GSI/SIS, AGS и CERN/SPS. Описаны разные методы изучения потоковых эффектов в релятивистских ядерных столкновениях, такие как метод анализа потоков в плоскости поперечного импульса и метод фурье-разложения азимутальных распределений. Полученные результаты показывают наличие (постоянство) коллективных потоковых явлений во всем диапазоне энергий от BEVALAC и GSI/SIS до Дубны, AGS и CERN/SPS. Исследования, проведенные на основе транспортных моделей, показывают, что величина энергии перехода $E_{\rm tr}$ зависит от уравнения состояния ядерной материи при больших плотностях.

1. COLLECTIVE NUCLEAR MATTER FLOW

One of the central goals of the experiments related with high-energy heavy ion collisions is a study of nuclear matter under extreme conditions of high density and temperature vastly different from that in normal nuclei. The most impressive results of high-energy heavy ion research so far are the new collective phenomena

[*]e-mail: djobava@sun20.hepi.edu.ge or Tamar.Djobava@cern.ch

discovered in these reactions. Collective processes are well established both experimentally and theoretically, such as different collective flow patterns. A collective flow is a motion characterized by space-momentum correlations of dynamic origin. In the energy range of 0.5–10 GeV/nucleon the nuclear matter is compressed and heated more than at lower beam energies.

The hot and compressed nuclear matter behaves like a compressible fluid, and fluid dynamical effects are observed in these reactions. A number of experiments have found that part of the compressional energy reappears in the form of collective flow effects of the matter. In the fluid dynamical approach the transverse collective flow is directly linked to the pressure $P(\rho, S)$ (depending on the density ρ and the entropy S) of the matter in the reaction zone: the generated collective transverse momentum $\mathbf{P}_x$ reflects the pressure (of the reaction zone) acting on a surface and over time [1].

$$\mathbf{P}_x = \int_t \int_A P(\rho, S)\, dAdt. \tag{1}$$

Here dA represents the surface element between the participant and spectator matters and the total pressure is the sum of the potential pressure and the kinetic pressure. The transverse collective flow depends directly on the equation of state (EOS), $P(\rho, S)$.

The collective flow had originally been predicted by nuclear shock wave models and ideal fluid dynamics [2–5].

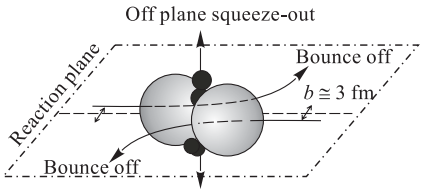

Fig. 1. Pictorial representation of the in-plane bounce-off and out-of-plane squeeze-out of participant matter predicted by fluid dynamics (figure from Ref. 9)

Two different signatures of the collective flow have been predicted (Fig. 1): a) the bounce-off [3] of compressed matter in the reaction plane (a sidewards deflection of the spectator fragments — «bounce-off», as well as the directed flow of nucleons from the overlap region between the colliding nuclei (participants) in the reaction plane — «side splash»), called the sideward (also often termed directed) flow; b) the squeeze-out [4] of the participant matter out of the reaction plane — the elliptic flow.

The reaction plane is the plane defined by the impact parameter $\mathbf{b}$ and the beam direction.

A strong dependence of these collective effects on the nuclear equation of state is predicted in Ref. 6. Due to its direct dependence on the EOS, $P(\rho, S)$, flow excitation functions can provide unique information about phase transitions: the formation of abnormal nuclear matter, e. g., yields a reduction of the collective flow [7, 8]. A directed flow excitation function as signature of the phase transition

into quark gluon plasma (QGP) has been proposed by several authors [7, 9–13].

The knowledge of EOS is of fundamental interest and is also essential for understanding astrophysical phenomena such as the supernova explosions, the properties of the core of compact stars (neutron stars), the evolution of the early Universe and the formation of elements in stellar nucleosynthesis.

A signature of the compression effects predicted by the calculations using a nontrivial EOS is collective flow of the nuclear matter in the expansion phase through the short range repulsion between the nucleons.

Collective effects lead to characteristic, azimuthally asymmetric sidewards emission of the reaction products. While the transverse flow in the reaction plane is influenced by the cold matter deflected by the overlap region of the colliding nuclei, the squeeze out is caused by the hot and compressed matter from the interaction region which preferentially escapes in the direction perpendicular to the reaction plane unhindered by the presence of the projectile and target spectators (Fig. 1).

Collective (the sideward and elliptic) flow has been discovered experimentally first at BEVALAC [14–16] for charged particles by the Plastic-Ball and Streamer Chamber collaborations [17] and at SATURNE (France) by the DIOGENE collaboration [18, 19]. It has been studied extensively at GSI by the FOPI [20, 21], LAND [22], TAPS [23] and KAOS [24] collaborations and by the EOS-TPC collaboration at LBNL (Berkeley) [25] and at MSU [26]. At AGS (Brookhaven National Laboratory — BNL) at the energy of 10.6 GeV/nucleon the collective flow has been discovered by the E877 collaboration [27, 28]. The EOS group has measured the flow excitation function for Au-Au at the AGS in the energy range between 2.0 and 8.0 GeV/nucleon [29]. Their data are corroborated by measurement of the E917 collaboration at 8 and 10.6 GeV/nucleon [30]. At JINR (Dubna) the sideward flow of spectator projectile fragments in Ne-Ag(Br) collisions at a momentum of 4.1 GeV/c/nucleon [31] and in Kr-Ag(Br) collisions at the energy of 0.95 GeV/nucleon [32] have been studied using emulsion detector. The Propane Buble Chamber collaboration at JINR studied the directed and elliptic flow of protons and negative pions in C-C collisions at a momentum of 4.2 GeV/c/nucleon [33]. Using emulsion detector at CERN/SPS, the first observations of the predicted directed transverse flow component [34] have been reported by the WA98 collaboration [35, 36] using the plastic-ball detector located at target rapidity for event plane reconstruction. Similar findings have also been reported by the NA49 collaboration, which due to their larger acceptance allows for a more detailed investigation [37]. At RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) of BNL the STAR collaboration recently reported first results on the elliptic flow of charged particles at midrapidity in Au-Au collisions at the energy of $\sqrt{S_{NN}} = 130$ GeV [38].

Many different methods were proposed for the study of flow effects in relativistic nuclear collisions, of which the most commonly used are the method

of directivity — the transverse momentum analysis technique developed by P. Danielewicz and G. Odyniec [39] — and the method of the sphericity (three-dimensional [40] or two-dimensional [41]) tensor. The transverse momentum analysis method of P. Danielewicz and G. Odyniec essentially relies on the determination of the reaction plane and then the transverse momenta of the emitted particles are projected (or rotated) to this reaction plane. This method has been used in our analysis and in the next section will be described in detail.

The method of the sphericity tensor [40] theoretically is straightforward to evaluate the real symmetric sphericity matrix in the c. m. frame:

$$S_{\alpha,\beta} = \sum_i \omega_i P_{i,\alpha} P_{i,\beta}, \qquad \alpha = \beta = x, y, z, \tag{2}$$

where i runs over all emitted charged particles and ω_i is a weight factor which may depend on the type of particle i. In the case of the «energy flow tensor» analysis $\omega_i = 1/2m_i$. The eigenvalues Q_i and the eigenvectors $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_3$ of the tensor can be determined. If we normalize the sum of eigenvalues to unity so that $Q_3 \geq Q_2 \geq Q_1$, we can evaluate the commonly used quantities such as sphericity, jet angle, and aspect ratios. The tensor approximates the event shape by an ellipsoid whose orientation in space (jet angle $\Theta_{\text{c. m.}} = \arccos([\mathbf{e}_3]_z/e_3)$ and whose aspect ratios $R_1 = Q_3/Q_1$ and $R_2 = Q_2/Q_1$ can be calculated by diagonalizing the tensor. The vector $\mathbf{e}_3$ and the beam axis define the experimental reaction plane. After the reaction plane is determined, the other important task is to study the distribution of the flow angle Θ (the angle between $\mathbf{e}_3$ and the beam axis). The distribution of the flow angle is subject to very little experimental and statistical bias, so this was the first generally convincing evidence for the existence of collective flow.

A more general method to study transverse flow effects in relativistic nuclear collisions by Fourier analysis of the azimuthal distributions on an event-by-event basis in relatively narrow rapidity windows had been proposed by Demoulins et al. [19] and S. Voloshin and Y. Zhang [42]. This method includes as a part both directivity and two-dimensional sphericity methods in a natural way, clarifies their interrelation, and gives a clear physical meaning to the whole analysis. The distributions of Fourier coefficients provide information on the magnitude and type of flow. Fourier coefficients of different harmonics reflect the different types of anisotropy. The first harmonic coefficients then correspond to an overall shift of the distribution in the transverse plane; such flow is called the sideward (directed) flow. If one approximates the azimuthal distribution by an ellipse, then the second harmonic coefficient corresponds to an orientation of the ellipse perpendicular to the reaction plane, which is the case for the squeeze out flow and may be expected in the midrapidity window. A three-dimensional event shape can be obtained by correlating and combining the Fourier coefficients in different rapidity windows.

In this article the experimental results obtained using the transverse momentum analysis technique for protons and π^- mesons in C-Ne and C-Cu interactions at the energy of 3.7 GeV/nucleon at SKM-200-GIBS set-up of JINR (Dubna) are presented. The obtained signature shows the persistence of collective flow phenomena all the way from BEVALAC, GSI/SIS up to Dubna, AGS and SPS energies. Our results, obtained using the streamer chamber technique, provide quantitative information on the directed and elliptic flows and their dependence on beam energy and projectile/target mass, complementing the experimental data available from the BEVALAC, GSI/SIS, AGS and CERN/SPS.

2. METHODS OF FLOW STUDY IN RELATIVISTIC NUCLEUS–NUCLEUS COLLISIONS

2.1. Transverse Flow Analysis Method. The transverse momentum analysis method was introduced by P. Danielewicz and G. Odyniec [39]. It became a widely used sensitive method to detect the collective transverse flow. P. Danielewicz and G. Odyniec have proposed to present the collective effects as the distribution of average transverse momenta projected onto the reaction plane, as a function of rapidity. Transverse momentum is selected to avoid any possible effects due to nuclear transparency and corona [43] effects that would be manifested primarily in the longitudinal momenta.

The determination of the reaction plane is crucial in an experiment and it is possible only if the multiplicity, M, of the emitted particles is large and the major part of these particles is detected. The method involves two basic ideas:

1) to select the rapidity range and rapidity dependent waiting factors in the center-of-mass system, which provide the reaction plane closest to the real reaction plane, and

2) to remove trivial and spurious self-correlations from the projections.

The reaction plane is defined by the transverse vector $\mathbf{Q}$

$$\mathbf{Q} = \sum_{i=1}^{n} \omega_i \mathbf{P}_{\perp i}, \tag{3}$$

where i is a particle index and ω_i is a weight. Pions are not included. The reaction plane is the plane containing $\mathbf{Q}$ and the beam axis. The weight factor ω_i, depends on the rapidity of the emitted particle i, so that the central rapidity region, where the particle emission is azimuthally symmetric, is omitted, and the forward and backward rapidity regions get weight with opposite signs: ω_i is taken as 1 for $y_i > y_c$, -1 for $y_i < y_c$ and $\omega_i = 0$ for $-y_c < y_i < y_c$, where the cut-off rapidity y_c is usually chosen to be $y_c \approx 0.3 y_c^{\mathrm{beam}}$; y_i is the rapidity of particle i. This choice leads to the result that the forward and backward moving particles,

which are azimuthally anticorrelated if there is a transverse collective flow, will contribute equally to $\mathbf{Q}$.

To estimate the accuracy of the procedure each event has been divided in Ref. 39 randomly into two subevents (I and II) and the reaction plane vector in both half-events has been evaluated separately, getting $\mathbf{Q}_{\mathrm{I}}$ and $\mathbf{Q}_{\mathrm{II}}$. The two vectors should not be identical, but they should be close to each other if there was a real physical reaction plane in the underlying physical event. The azimuth angle difference between the two $\mathbf{Q}$ vectors is then $\Delta\phi$. Then the distributions of this $\Delta\phi$ have been plotted for the whole experimental sample. If there is a reaction plane and the weightening was lucky, one will get a distribution that peaks sharply around $\Delta\phi = 0$. An example of such a distribution has been obtained in Ref. 39. To verify that this result is not due to inefficiences in the streamer chamber acceptance, a similar one has been performed in [39] using Monte Carlo events generated by mixing particles from events within the same multiplicity range. The resulting distribition was completely flat.

The projection of the particle's (j's) transverse momentum to the reaction plane is

$$P'_{xj} = \mathbf{P}_{\perp j}\frac{\mathbf{Q}}{|\mathbf{Q}|}, \tag{4}$$

which can be expanded [44] as

$$P'_{xj} = \mathbf{P}_{\perp j}\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\omega_i\mathbf{P}_{\perp i}}{|\mathbf{Q}|} = \frac{\omega_j\mathbf{P}^2_{\perp j} + \sum\limits_{i\neq 1}\omega_i(\mathbf{P}_{\perp j}\mathbf{P}_{\perp i})}{|\mathbf{Q}|}. \tag{5}$$

If there would be no collective correlation

$$\langle P'_{xj}\rangle|_{y,y+\Delta y} = \frac{1}{\langle|\mathbf{Q}|\rangle}\left[\omega_j\langle\mathbf{P}^2_{\perp j}\rangle + \langle\sum_{i\neq 1}\omega_i(\mathbf{P}_{\perp j}\mathbf{P}_{\perp i})\rangle\right], \tag{6}$$

the expectation value in the second term would vanish $\langle\mathbf{P}_{\perp j}\mathbf{P}_{\perp i}\rangle = 0$ due to symmetry reasons, but the first term would not since $\mathbf{P}^2_{\perp j} \geq 0$. Thus this definition would yield a finite $\langle P'_{xj}\rangle|_{y,y+\Delta y}$ even if there are no real collective correlations in the sample. An example for this is shown in Fig. 2 taken from Ref. 39, where the real sample shows a clear anticorrelation between the forward and backward moving particles (Fig. 2, *a*). However in Ref. 39 the emitted particles from all events in the experimental sample have been taken and mixed randomly to form an artificial sample where the real physical correlations should be lost, the P_x plot still shows a clear azimuthal anticorrelation due to the self-correlation effect (Fig. 2, *b*).

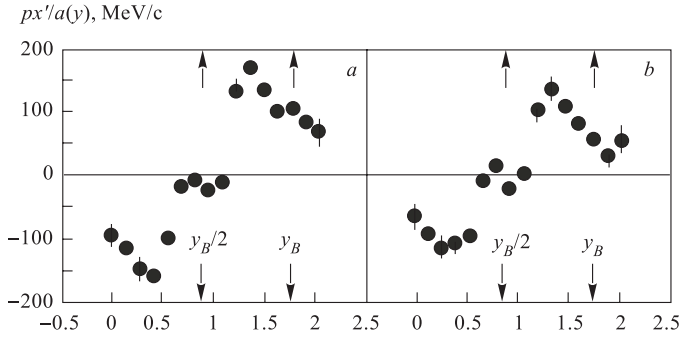

Fig. 2. Average in-plane transverse momentum per nucleon as a function of rapidity, from rotation of events to the reaction plane determined by $\mathbf{Q}$: *a*) for data — Ar-KCl at 1.8 GeV/nucleon; *b*) for Monte Carlo (figure taken from Ref. 39)

These self-correlations have been removed by removing the first term in expression (6). This can be done if we project each particle's transverse momentum to a reaction plane determined by all other particles

$$\mathbf{Q}_j = \sum_{i \neq j}^{n} \omega_i \mathbf{P}_{\perp i}. \tag{7}$$

Now the projection does not contain the self-correlation term

$$P'_{xj} = \frac{\sum\limits_{i \neq j} \omega_i (\mathbf{P}_{\perp j} \mathbf{P}_{\perp i})}{|\mathbf{Q}_j|}. \tag{8}$$

Thus P'_{xj} is nonzero only if real physical correlations exist. Figure 3 (taken from [39]) shows, that after removing the self-correlation from $\mathbf{P}_{\perp j}\mathbf{Q}$, the real sample still shows the azimuthal anticorrelation (Fig. 3, *a*), while the artificial sample shows no effect (Fig. 3, *b*).

The quantity P'_x underestimates the transverse momentum because the vector $\mathbf{Q}_j$ fluctuates around the real reaction plane by some azimuthal dispersion angle $\Delta\phi$. If one would know this real reaction plane, one could estimate the value of P_x projected to the real plane as:

$$\langle P_x \rangle = \langle P'_x \rangle / \langle \cos\, \Delta\phi \rangle. \tag{9}$$

In experiments $\Delta\phi$ is approximated by the width of the distribution of the azimuthal angle difference between the two reaction planes evaluated from each event in the sample.

It is important to understand that the deviation of $\mathbf{Q}_j$ from the real reaction plane is not caused only by the experimental resolution, it is due to the thermal

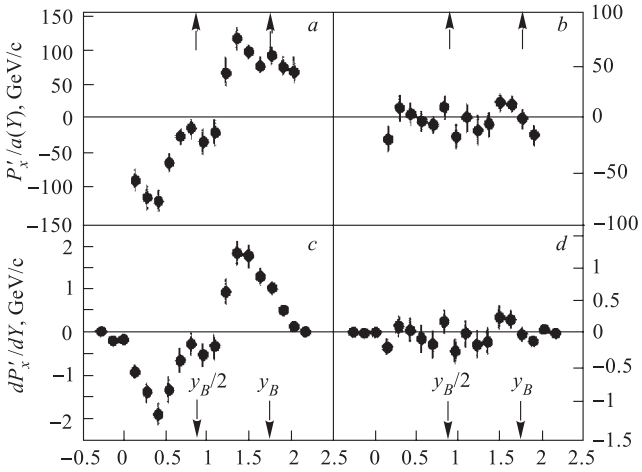

Fig. 3. *a, b*) Average momentum per nucleon in the estimated reaction plane $\langle P'_x/a\rangle(Y)$, upon removal of finite-multiplicity distortions, for data and Monte Carlo events, respectively. *c, d*) Differential, per unit rapidity, transverse momentum deposition in the estimated reaction plane in terms of nuclear charges $\langle dP'_x/dY\rangle$, for data and Monte Carlo events, respectively. Left-hand scales in (*a*) and (*c*) yield respective estimated average momenta per nucleon $\langle P_x/a\rangle(Y)$, and deposition $\langle dP_x/dY\rangle$, in the true reaction plane (figure taken from Ref. 39)

effects: the thermal energy leads to the emission of particles having a randomly oriented momentum, superimposed to the flow momentum. If the thermal momentum is small relative to the flow momentum, the final direction of the particles remains close to that of the reaction plane and Eq. (3) will lead to a good location of the reaction plane. In the opposite case, the influence of the flow momentum on the direction of the particle is washed out by the large thermal momentum. Even with an ideal detector which detects all particles with perfect angular, mass and energy resolution, $\Delta\phi$ can be large.

A practical definition, the «flow» F, was introduced by the Plastic-Ball team later [15] to measure the transverse momentum transfer:

$$F = \left.\frac{\partial[P_x]}{\partial Y}\right|_{y_{\mathrm{c.m.s}=0}} . \tag{10}$$

This quantity was subject of less experimental bias than the maximum of P_x, and it enabled to compare different reactions and results of different experimental set-ups to each other.

2.2. The Method of Fourier Expansion of Azimuthal Particle Distributions. The azimuthal distributions of particles can be constructed from different quan-

tities such as transverse momentum P_t, multiplicity, or transverse energy E_t in relatively narrow (pseudo)-rapidity windows. To get more details of the event shapes one would like to divide the whole (pseudo)-rapidity acceptance into more windows. The limitation is that there should be a sufficient number of particles in each window to keep the fluctuations under control.

Within a rapidity window, flow causes anisotropic distributions of track azimuths ϕ relative to the reaction plane. To describe the anisotropy in particle production, by Demoulins et al. [19] and Valoshin and Zhang, [42] there has been introduced the method of the Fourier expansion of the azimuthal distributions, where the anisotropic flow signal is represented by the Fourier coefficients v_n — the amplitudes of different harmonics:

$$\frac{d^2N}{dP_t d\phi} = \frac{dN}{dP_t}\left[1 + \sum_{n=1}^{n=\infty} 2v_n(y, P_t)\cos(n\phi)\right], \tag{11}$$

where $v_n = \langle\cos(n\phi)\rangle$.

In actual experiment, the reaction plane is not known exactly and is reconstructed event by event from the reaction products. The reconstructed plane differs from the true reaction plane by an error $\Delta\phi$, which varies from one event to the other. Thus, the measured azimuthal angle ψ is related to the true azimuthal angle ϕ by $\psi = \phi - \Delta\phi$ (see Fig. 4, taken from Ref. 45). Averaging over many events, assuming that ϕ and $\Delta\phi$ are statistically independent, one obtains the following relation between the measured and true Fourier coefficients [19, 28, 41, 45]:

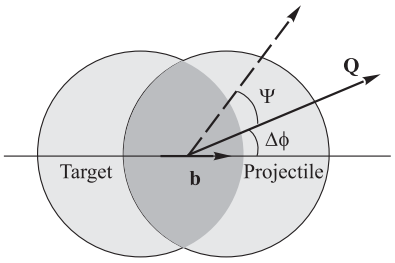

Fig. 4. Schematic picture of a semicentral nucleus–nucleus collision viewed in the transverse plane (the beam axis is orthogonal to the figure). **b** is the impact parameter oriented from the target to the projectile and **Q** is the vector defined by Eq. (3). A particle is emitted along the dashed arrow. Its azimuthal angle measured with respect to **Q** is ψ, while the «true» azimuthal angle is $\psi + \Delta\phi$ (figure taken from Ref. 45)

$$\langle\cos(n\psi)\rangle = \langle\cos(n\phi)\rangle\langle\cos(n\Delta\phi)\rangle, \tag{12}$$

$$v_n' = v_n\langle\cos(n\Delta\phi)\rangle.$$

From Eq. (12), one can reconstruct the true distribution once the correction factor $\langle\cos(n\Delta\phi)\rangle$ is known. Ollitrault proposed a general method of reconstructing the Fourier coefficients of the true azimuthal distributions from the measured ones by means of analytical formulae [41, 45]. In this method [45] as in Ref. 39 for estimation of the accuracy of the reaction plane determination, each event is divided randomly into two subevents containing half of the particles each, and vector **Q** is constructed for two subevents [39]

(see Sect. 2.1). One thus obtains two vectors $\mathbf{Q}_{\rm I}$ and $\mathbf{Q}_{\rm II}$. It is assumed, that the fluctuations of $\mathbf{Q}$ (also $\mathbf{Q}_{\rm I}$ and $\mathbf{Q}_{\rm II}$, respectively) around its average value $\langle Q\rangle$ ($\langle Q_{\rm I}\rangle$ and $\langle Q_{\rm II}\rangle$, respectively) are Gaussian. However, since each subevent contains only $N/2$ particles (N — number of particles entering the definition of the vector $\mathbf{Q}$), the corresponding average value and fluctuations must be scaled: $\langle Q_{\rm I}\rangle = \langle Q_{\rm II}\rangle = \langle Q\rangle/2$, $\sigma_{\rm I} = \sigma_{\rm II} = \sigma/\sqrt{2}$. The distribution of the relative angle $\Delta\phi_R = |\Delta\phi_{\rm I} - \Delta\phi_{\rm II}|$ can be calculated analytically [41]. For $\langle\cos(\Delta\phi_R)\rangle$ one can obtain [41, 45]:

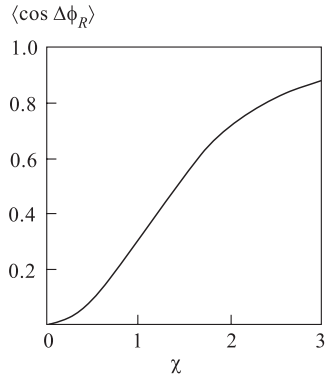

Fig. 5. Variation of $\langle\cos(\Delta\phi_R)\rangle$ with χ, given by Eq. (13) (figure taken from Ref. 45)

$$\langle\cos(\Delta\phi_R)\rangle = \langle\cos(\Delta\phi_{\rm I})\rangle\langle\cos(\Delta\phi_{\rm II})\rangle = \\ = \frac{\pi}{8}\chi^2 {\rm e}^{-\chi^2/2}\left[I_0\Big(\frac{\chi^2}{4}\Big) + I_1\Big(\frac{\chi^2}{4}\Big)\right]^2, \tag{13}$$

where I_0 and I_1 are the modified Bessel functions. The dimensionless parameter $\chi = \langle Q\rangle/\sigma$ is introduced to measure the accuracy of the reaction plane determination in Ref. 45. The χ scales simply with the multiplicity like $\sqrt{N}$. It has a simple physical interpretation, being the ratio of the average value of the flow vector $\mathbf{Q}$ to the typical statistical fluctuation σ. If one extracts from Eq. (13) the crucial parameter χ (see Fig. 5, taken from Ref. 45), then the correction factor $\langle\cos(n\Delta\phi)\rangle$ can be calculated via the following formula [45]:

$$\langle\cos(n\Delta\phi)\rangle = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\chi^2 {\rm e}^{-\chi^2/2}\left[I_{\frac{n-1}{2}}\Big(\frac{\chi^2}{2}\Big) + I_{\frac{n+1}{2}}\Big((\chi^2)/2\Big)\right], \tag{14}$$

where I_k is the modified Bessel function of order k. In the limit $\chi \gg 1$ the correction factor is given by [45]:

$$\langle\cos(n\Delta\phi)\rangle \;\simeq\; \exp(-n^2/4\chi^2) \tag{15}$$

and in the limit $\chi \ll 1$ [45]

$$\langle\cos(n\Delta\phi)\rangle \;\simeq\; \frac{\sqrt{\pi}}{2^n\Gamma\left(\dfrac{n+1}{2}\right)}\chi^n, \tag{16}$$

where Γ is the Euler function. The variations of the first coefficients with χ are displayed in Fig. 6 (taken from Ref. 45). The value of $\cos(n\delta\phi)$ decreases with increasing n, and becomes vanishingly small for $n \gg \chi$.

The anisotropic directed collective flow has been studied most commonly by analyzing the average transverse momentum per nucleon in the reaction plane as a function of rapidity Y [39].

$$\langle P_x\rangle(Y) = \frac{1}{dN/dY}\int P_t \frac{d^2N}{dP_t dY} \times \times\langle\cos(\phi)(Y,P_t)\rangle dP_t, \quad (17)$$

ϕ is the azimuthal angle of particles with respect to the reaction plane and

$$\langle\cos\,\phi\rangle(Y,P_t) \equiv \equiv \left(\frac{dN}{dP_t}\right)^{-1}\int \cos(\phi)\frac{d^2N}{dP_t d\phi}d\phi. \quad (18)$$

A nonvanishing $\langle\cos\,\phi\rangle(Y,P_t)$ indicates the existence of an azimuthally anisotropic transverse flow at the rapidity Y and transverse momentum P_t. Adopting the Fourier expansion (11) one finds that

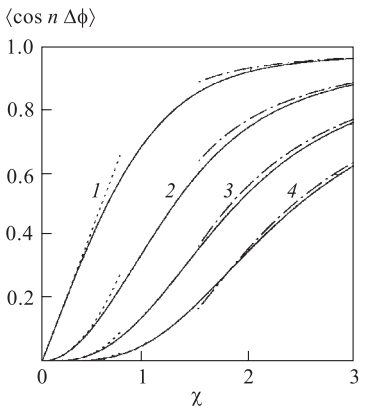

Fig. 6. Solid lines — variation of $\langle\cos(n\Delta\phi)\rangle$ with the parameter χ, calculated from Eq. (14). The curves are labeled by the value of n. The dotted and dash-dotted curves are the asymptotic form given respectively by Eqs. (16) and (15) (figure taken from Ref. 45)

$$\langle\cos(\phi)\rangle(Y,P_t) = v_1(Y,P_t) \quad (19)$$

is the strength of the azimuthal angle distribution to the first order. Thus the first Fourier coefficient, v_1 reflects the azimuthal angular part of the sideward flow correlation and is related to the $\langle P_x\rangle$ sideward flow observable according to Ref. 42

$$v_1 = \left\langle\frac{P_x}{P_t}\right\rangle. \quad (20)$$

If one approximates the azimuthal distribution by an ellipse, then the second Fourier coefficient v_2 is proportional to the magnitude of the eccentricity and reflects (describes) elliptic flow, which is expected in the midrapidity window. $v_2 > 0$ indicates in-plane enhancement; $v_2 < 0$, the squeeze-out perpendicular to the reaction plane and $v_2 = 0$ shows an isotropic distribution in the transverse plane. The v_2 is related [42] to the x and y components of particle transverse momentum, i. e.,

$$v_2 = \left\langle\left(\frac{P_x}{P_t}\right)^2 - \left(\frac{P_y}{P_t}\right)^2\right\rangle, \quad (21)$$

where the average is taken over all particles of a given kind in all events [42].

3. DIRECTED FLOW OF PROTONS AND π^- MESONS

3.1. Protons. It has been demonstrated in Ref. 13 by Hung and Shuryak, that the hydrodynamic evolution of excited nuclear matter does change dramatically as the initial energy density goes through the «softest point» (where the pressure to energy density ratio reaches its minimum). The «softest point» of the equation of state is resulted in a possible formation of a long-lived fireball in nuclear collisions [13, 46] (the «softest point» effect) which may serve as a signal of the QCD deconfinement phase transition [13, 46]. The directed nucleon flow characterizing the nuclear matter bounce-off in respect of the reaction plane is an example of the observable [46] to be used to observe the «softest point» effect. In Ref. 47 assuming a full stopping, a deep minimum in the excitation function for the directed flow has been predicted at $E_{\rm lab} \approx 5$ GeV/nucleon. Hung and Shuryak [13] assumed that only half an energy is attainable for the hydrodynamic stage that shifts the expected energy to a noticebly higher value $E_{\rm lab} \approx$ 30 GeV/nucleon. The statistical mixed phase (MP) model [46], in which the hypothesis on coexistence of hadrons and unbound quarks/gluons in nuclear matter has been realized, predicts that the «softest point» is located at energy density of $\varepsilon_{\rm SP} \approx 0.5$ GeV/fm^3 and might by observed at energies below 10 GeV/nucleon. In view of the above mentioned, it is clear the importance of observation of flow effects in the energy region of 3–10 GeV/nucleon. The flow effects at energy of $E_{\rm lab} \approx 4$ GeV/nucleon have been studied by SKM-GIBS collaboration.

The data were obtained on the SKM-200-GIBS set-up at JINR. SKM-GIBS consists of a 2 m streamer chamber, placed in a magnetic field of 0.8 T, and a triggering system. The streamer chamber was exposed to the beam of C and Mg nuclei accelerated in the synchrophasotron up to the energy of 3.7 GeV/nucleon. The thickness of the solid targets in the shape of a thin discs was 0.2 g/cm^2 for Cu and 1.56 g/cm^2 for Mg. Neon gas filling the chamber also served as a nuclear target. The triggering system allowed the selection of «inelastic» and «central» collisions. The «central» trigger was selecting events with no charged projectile spectator fragments (with $P/Z > 3$ GeV/c) within a cone of half-angle $\Theta_{\rm ch} = 2.4^\circ$ or 2.9°. The trigger efficiency for events with a single charged particle in the cone was 99 %. The ratio $\sigma_{\rm cent}/\sigma_{\rm inel}$ that characterizes the centrality of selected events is $(9 \pm 1)\,\%$ for C-Ne and $(21 \pm 3)\,\%$ for C-Cu. Based on Dubna Cascade Model [48] simulations, it is estimated that selected events correspond to a mean impact parameter $\langle b \rangle = 2.15$ fm for C-Ne and $\langle b \rangle = 3.25$ for C-Cu collisions. According to the quark gluon string model (QGSM) [11] simulations the selected events correspond (see below) to $\langle b \rangle = 2.20$ fm for C-Ne and $\langle b \rangle = 2.75$ fm for C-Cu, respectively. Average measurement errors of the momentum and production angles are: for protons $\langle \Delta P/P \rangle = (8 \div 10)\,\%$, $\Delta\Theta = 1 \div 2^\circ$; for pions $\langle \Delta P/P \rangle = 5\,\%$, $\Delta\Theta = 0.5^\circ$ in C-Ne and C-Cu collisions and $\langle \Delta P/P \rangle = 1.5\,\%$, $\Delta\Theta = 0.3^\circ$ for pions in Mg-Mg interactions.

The data have been analyzed event by event [49] using the transverse momentum technique of Danielewicz and Odyniec [39].

The reaction plane (plane containing **Q** and the beam axis) has been defined for the participant protons, i. e., protons which are not fragments of the projectile ($P/Z > 3$ GeV/c, $\Theta < 4^\circ$) and target ($P/Z < 0.2$ GeV/c). They represent the protons participating in the collision. The number of events and the average multiplicities of analyzed protons $\langle N_p \rangle$ in C-Ne and C-Cu interactions are listed in Table 1.

Table 1. **The number of experimental and QGSM simulated events, the average multiplicity of participant protons $\langle N_p \rangle$, the mean rapidity $\langle Y \rangle$, the correction factor $k_{\rm corr}$, the flow F and the average transverse momentum per nucleon in the reaction plane in the forward hemisphere of the c. m. system $\langle P_x \rangle_{y>0}$**

	C-Ne	C-Cu
Number of exper. events	723	663
Number of generated events, b not fixed	2925	3194
Number of generated events, b fixed	$b = 2.20$ fm 8400	$b = 2.75$ fm 9327
$\langle N_p \rangle_{\rm exp}$	12.4 ± 0.5	19.5 ± 0.6
$\langle N_p \rangle_{\rm mod}$, not fixed b	11.5 ± 0.2	21.7 ± 0.3
$\langle N_p \rangle_{\rm mod}$, fixed b	12.0 ± 0.2	22.6 ± 0.3
$\langle Y \rangle_{\rm exp}$	1.07 ± 0.07	0.71 ± 0.08
$\langle Y \rangle_{\rm mod}$, not fixed b	1.03 ± 0.03	0.64 ± 0.05
$\langle Y \rangle_{\rm mod}$, fixed b	1.05 ± 0.03	0.62 ± 0.05
$k_{\rm corr} = 1/\langle \cos \phi_{12} \rangle$ by method [39]	1.27 ± 0.08	1.31 ± 0.04
$k_{\rm corr}$ by method [51]	1.42 ± 0.06	1.39 ± 0.04
$F_{\rm exp}$ (lab.), MeV/c (for protons, not corrected by $k_{\rm corr}$)	109 ± 10	161 ± 15
$F_{\rm exp}$ (lab.), MeV/c (for protons, corrected by $k_{\rm corr}$ [39])	134 ± 12	198 ± 13
$F_{\rm exp}$ (lab.), MeV/c (for π^- mesons, corrected by $k_{\rm corr}$ [39])	29 ± 5	–47 ± 6
$F_{\rm QGSM}$, MeV/c, not fixed $\tilde{b}$ (for protons)	92 ± 8	164 ± 14
$F_{\rm QGSM}$, MeV/c, fixed b (for protons)	95 ± 9	153 ± 13
$\langle P'_x \rangle_{y>0}$, MeV/c	74 ± 8	114 ± 12
$\langle P_x \rangle_{y>0}$ multiplied on $k_{\rm corr}$ by method [39]	97 ± 11	145 ± 18

For the event-by-event analysis it is necessary to perform an identification of π^+ mesons, the admixture of which amongst the charged positive particles is about $(25 \div 27)\,\%$. The statistical method has been used for identification of π^+ mesons. The main assumption is based on the similarity of spectra of π^- and

π^+ mesons (n_π, P_T, P_L). The two-dimentional — transverse and longitudinal — momentum distribution (P_T, P_L) has been used for identification of π^+ mesons. The whole plane is divided into 7 zones. For example for C-Ne collisions:
1) $P_L > 2.5$ GeV/c or $P_T > 0.9$ GeV/c;
2) $0 \le P_L \le 1.4$ GeV/c and $P_T \le 0.7$ GeV/c — PMAX;
3) $0 \le P_L \le 1.4$ GeV/c and $P_T > 0.7$ GeV/c;
4) $P_L > 1.4$ GeV/c (< 2.5 GeV/c);
5) $-0.2 \le P_L \le 0$ GeV/c and $P_T \le 0.3$ GeV/c;
6) $-0.2 \le P_L \le 0$ GeV/c and $P_T > 0.3$ GeV/c;
7) $P_L < -0.2$ GeV/c.
The zone 2 of maximal overlap — PMAX — in its turn is divided into $7 \times 7 = 49$ cells. The probability of hitting each zone and respectively the cell by π^- mesons and charged positive particles is defined and the relative probability of hitting of π^- mesons is calculated as a result. The admixture of π^+ mesons in the zone 1 is negligible. The procedure of dividing the (P_T, P_L) plane into the cells allows one to simplify the mathematical algorithm and improves the accuracy of the identification. In Fig. 7 the division of the (P_T, P_L) plane is presented for C-Ne collisions. It was assumed, that π^+ and π^- mesons hit the given cell with equal probability (the equal probability densities for π^+ and π^- were assumed).

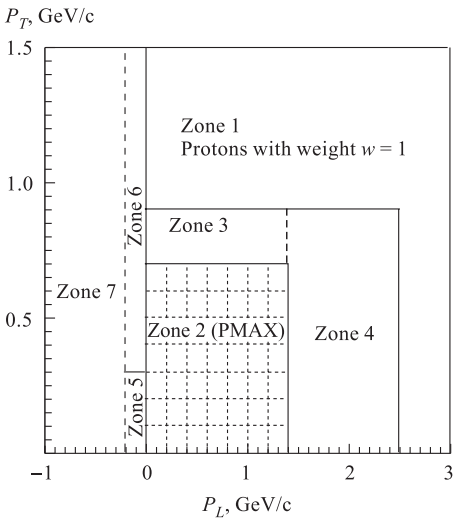

Fig. 7. Two-dimentional (P_T, P_L) plot in C-Ne collisions for the identificaton of protons and π^+ mesons

The identification in fact is equal to summing of hitting probabilities into each cell and when the sum reaches the critical value, the particle is considered as π^+ meson. The rest of particles are assumed to be protons. For each proton and π^+ meson the sign is recorded on DST (data summary tape), which indicates to which zone of (P_T, P_L) plane the given particle belongs and what is the probability. Particles with $P_T > 0.9$ GeV/c or $P_L > 2.5$ GeV/c are unambiguous protons with probability equal to 1.

After identification of π^+ mesons in the event, the difference of π^+ and π^- mesons Δn is determined. If $|\Delta n| > 2$, in the region PMAX the identification $\pi^+ \leftrightarrow P$ is interchanged and for that reason particles with smaller probability are chosen. If the condition of approachement of multiplicities is not fulfiled, then in

this case into the «head» information of the event such a sign is recorded, which allows one to exclude the given event from the further analysis.

After performed identification the admixture of π^+ mesons amongst the protons is not exceeding $(5 \div 7)\,\%$.

As we study an asymmetric pair of nuclei, we chose to bypass the difficulties associated with the centre-of-mass determination and carried out the analysis in the laboratory frame. The original weight ω_i has been replaced by the continuous function $\omega_i = y_i - \langle y \rangle$ as in [50], where $\langle y \rangle$ is the average rapidity, calculated for each event over all the participant protons. The value of the weight ω_i should be chosen to minimize the fluctuations of $\mathbf{Q}_j$ from the true reaction plane.

As is known [39, 50, 51], the estimated reaction plane differs from the true one, in particular, due to the finite multiplicity. The component P_x in the true reaction plane is systematically larger than the component P'_x in the estimated plane (see formula (9)), where ϕ is the angle between the estimated and true planes. The correction factor $k_{\rm corr} = 1/\langle \cos \Delta\phi \rangle$ is subject to a large uncertainty, especially for low multiplicity. According to [39], for the definition of $\langle \cos \Delta\phi \rangle$ we divided randomly each event into two equal subevents, constructed vectors $\mathbf{Q}_1$ and $\mathbf{Q}_2$ and estimated azimuthal angle ϕ_{12} between these two vectors. $\langle \cos \Delta\phi \rangle = \langle \cos \phi_{12} \rangle$. The data did not allow one to perform the analysis for different multiplicity intervals, therefore we defined the correction factors $k_{\rm corr}$, averaged over all the multiplicities. The values of $k_{\rm corr}$ are listed in Table 1. For the estimation of $\langle \cos \Delta\phi \rangle$ the alternative method [51] has been applied also, which does not require the division of each event into two subclasses.

$$\langle \cos \Delta\phi \rangle \approx \langle \omega P'_x \rangle [\langle W^2 - W \rangle / \langle Q^2 - \sum (\omega_i P_{\perp i})^2 \rangle]^{1/2}, \tag{22}$$

where $W = \sum |\omega_i|$. These two methods yield consistent results within the errors (Table 1).

Figure 8, *a, b* shows the dependence of the estimated $\langle P'_x(Y) \rangle$ on Y for protons in C-Ne and C-Cu collisions. The average transverse momentum $\langle P'_x(Y) \rangle$ is obtained [49] by averaging over all events in the corresponding intervals of rapidity. The data exhibit the typical S-shape behaviour which demonstrates the collective transverse momentum transfer between the forward and backward hemispheres. The directed flow is an odd function of the rapidity. It is therefore linear near midrapidity. Furthermore, a saturation is observed near projectile and target rapidities, resulting in a typical S shape [39].

From the mean transverse momentum distibutions one can extract two main observables sensitive to the EOS. One of them is the mean transverse momentum averaged for positive values of rapidity $\langle P_x \rangle_{y>0}$. A somehow equivalent observable is the transverse flow $F = \dfrac{d\langle P_x \rangle}{dY}$, i. e., the slope of the momentum distribution at midrapidity. It is the measure of the amount of collective transverse momentum transfer in the reaction, i. e., intensity of the nuclear interactions.

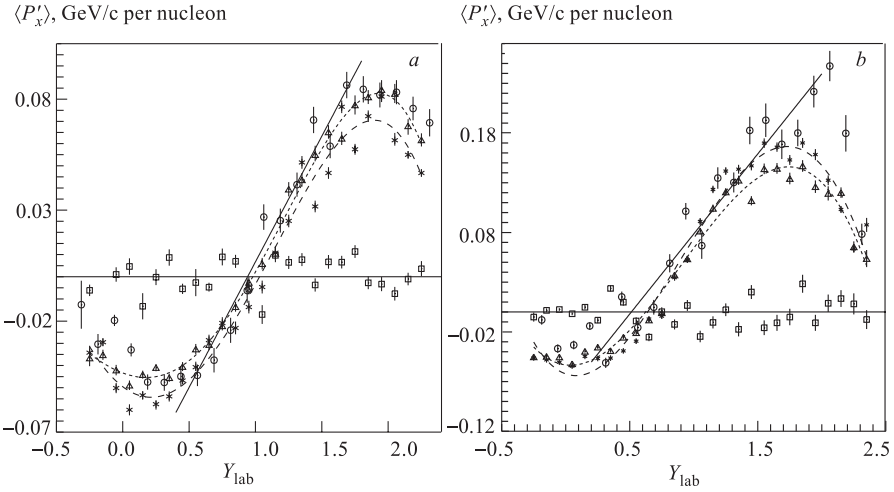

Fig. 8. The dependence of $\langle P'_x(Y)\rangle$ on $Y_{\rm lab}$ for protons in C-Ne (*a*) and C-Cu (*b*) collisions: $\circ$ — the experimental data; $\triangle$ — QGSM generated data for fixed $b = 2.20$ fm (*a*) and $b = 2.75$ fm (*b*); $*$ — QGSM generated data for not fixed $\tilde{b}$; $\square$ — events composed by randomly selected tracks from different QGSM events (within the same multiplicity range). The solid line is the result of the approximation of experimental data by sum of first- and third-order polynomial functions in the interval of Y — $0.4 \div 1.9$ (*a*) and $0.2 \div 2$ (*b*). The dashed curves for visual presentation of QGSM events (short dashes — for fixed b, long dashes — for not fixed $\tilde{b}$) — result of approximation by the 4th order polynomial function

Technically F is obtained by fitting the central part of the dependence of $\langle P'_x(Y)\rangle$ on Y with a sum of the first and third order polynomial functions. The coefficient of the first order term is the flow F. The fit was done for Y between $0.4 \div 1.9$ for C-Ne and $0.2 \div 2$ for C-Cu. The straight lines in Fig. 8, *a, b* show the results of this fit for the experimental data. The values of F are listed in Table 1. The value of measured flow F is normally less than the true value because $P'_x < P_x$. The obtained values of F can be considered as lower limits of the nuclear flow in C-Ne and C-Cu collisions. The influence of the admixture of ambiguously identified π^+ mesons on the results has been analyzed. The error in flow F includes the statistical and systematical errors.

In order to compare our experimental results with the ones obtained from the different experiments with various energies and masses, results for both C-Ne and C-Cu collisions have been presented in terms of the normalized rapidity in the laboratory system $Y/Y_{\rm proj}$, where $Y_{\rm proj} = 2.28$ is the projectile rapidity [52].

Figure 9 shows the dependence of $\langle P_x\rangle$ on the normalized rapidity $Y/Y_{\rm proj}$ in the laboratory system for protons in C-Ne and C-Cu collisions [52]. For protons

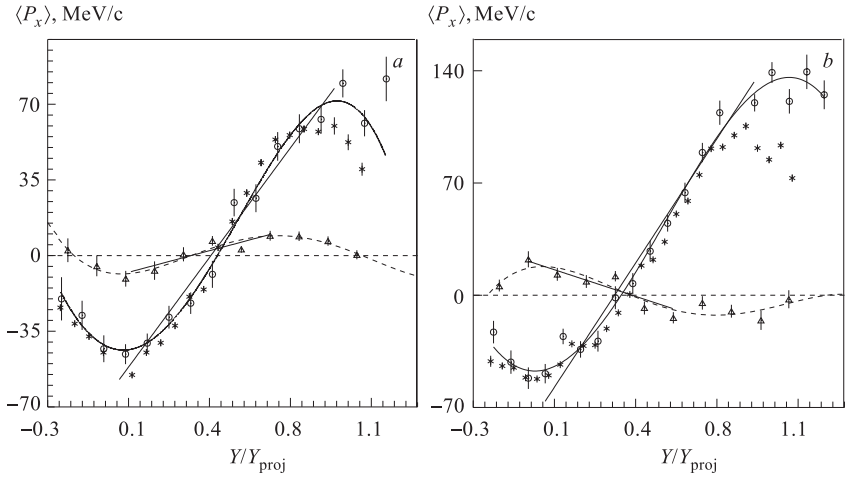

Fig. 9. The dependence of $\langle P_x \rangle$ on the normalized rapidity $Y/Y_{\rm proj}$ in the laboratory system in C-Ne (*a*) and C-Cu (*b*) collisions: $\circ$ — for protons; $\triangle$ — for π^- mesons; $*$ — the QGSM data for protons. The lines represent fits of experimental data in the intervals $0.01 \leq Y/Y_{\rm proj} \leq 0.90$ for protons and $0.04 \leq Y/Y_{\rm proj} \leq 0.70$ (*a*) and $-0.06 \leq Y/Y_{\rm proj} \leq 0.6$ (*b*) for π^- mesons. The curves show the 4th order polynomial fits

the data points are multiplied by the factor $k_{\rm corr}$ (by the method of Ref. 39) described above to correct for the deviation from the true reaction plane. The flow $F = d\langle P_x \rangle / d(Y/Y_{\rm proj})$. The fit was done for $Y/Y_{\rm proj}$ between $0.01 \div 0.90$. The straight lines in Fig. 9, *a, b* show the results of this fit. The values of F extracted from Fig. 9 are listed in Table 1. One can see from Table 1, that with the increase of the mass number of the target A_T the value of F increases. A similar tendency was observed at lower energies [15, 25, 51, 53–55].

An estimation of F from streamer chamber data on Ar-KCl at 0.8 and 1.2 GeV/nucleon gives value of 100 MeV/c in agreement with the Plastic-Ball data for Ca-Ca at the same energy. Comparing these findings with our result for C-Ne (see Table 1), one can conclude, that F increases systematically in the energy region of $0.8 \div 4$ GeV/nucleon. For the heavier system of Nb-Nb [55] the flow F increases from 135 MeV/c at 0.4 GeV/nucleon to 160 MeV/c at 1.05 GeV/nucleon.

The EOS collaboration has determined the nucleon (proton) flow for central Ni-Cu and Ni-Au collisions over an energy range of 0.4 to 1.97 GeV/nucleon [25]. The flow increases with energy, reaches a maximum and then gradually decreases at higher energies (Ni-Au: $F = 300$ MeV/c for 0.4 GeV/nucleon, $F = 400$ MeV/c for 0.6 GeV/nucleon, $F = 414$ MeV/c for 1.0 GeV/nucleon, $F = 240$ MeV/c for

1.97 GeV/nucleon; Ni-Cu: $F = 280$ MeV/c for 1.0 GeV/nucleon, $F = 260$ MeV/c for 1.5 GeV/nucleon, $F = 220$ MeV/c for 2.0 GeV/nucleon). Our result for the flow for lighter system (C-Cu) at higher energy ($E = 3.7$ GeV/nucleon) is smaller than the flow obtained by the EOS for Ni-Cu at 2 GeV/nucleon. The EOS collaboration has obtained the flow for protons in Au-Au collisions also at the energy of 1.15 GeV/nucleon, $F = 187$ MeV/c.

During several years the region between maximum BEVALAC/SIS energy ($\sim$ 2 GeV/nucleon) and maximum AGS energy (~ 14.7 GeV/nucleon) has been rather unexplored. Our results at a momentum of 4.5 GeV/c ($E = 3.7$ GeV/nucleon), presented here, were one of the first results for light nuclear systems in the region of 4 GeV/nucleon. More recently the Propane Buble Chamber collaboration of JINR has reported [33] the results on the study of the protons directed flow in C-C collisions at a momentum of 4.2 GeV/c/nucleon. It is found, that the protons exhibit pronounced directed flow and the value of flow at mid-rapidity ($0.7 < Y < 1.5$) $F = 144$ MeV/c. This result agrees with our flow for C-Ne collisions (Table 1). Recently the E895 collaboration [29] have reported about measurements of collective sideward flow for protons in semicentral Au-Au collisions at beam energies of 2.0, 4.0, 6.0 and 8.0 GeV/nucleon. The results have been presented in the form of in-plane transverse momentum $\langle P_x \rangle$ and the first Fourier coefficient of azimuthal anisotropy. These measurements indicate that sideward flow decreases smoothly over the 2.0 to 8.0 GeV/nucleon range ($F = 238 \pm 15$ for 2.0 GeV/nucleon, $F = 205 \pm 19$ for 4.0 GeV/nucleon, $F = 183 \pm 16$ for 6.0 GeV/nucleon, $F = 164 \pm 20$ for 8.0 GeV/nucleon). One can see that our results are corroborated by their measurements at 4.0 GeV/nucleon and also the measurements of E895 at 8.0 GeV/nucleon are consistent with the measurements of the E917 collaboration at 8.0 and 10.6 GeV/nucleon [30]. At AGS energy of 10.8 GeV/nucleon the flow has been discovered by the E877 collaboration for protons and pions in Au-Au collisions [27, 28] by measuring $dv_1/d\eta = d(\langle E_x \rangle / \langle E_T \rangle)/d\eta$ for different centrality bins, (η is pseudorapidity), where E_T is the transverse energy, $E_T = \sqrt{P_T^2 + m^2}$ and E_x is its projection on x direction (axis). In order to compare their results to data available from lower beam energies, $\langle P_x \rangle$ has been evaluated as a function of the rapidity and slope F. From the analysis a value of $F = 137$ MeV/c has been obtained.

The first evidence of directed flow at SPS/CERN was reported by the WA89 collaboration [35, 36], more recent measurements have been made by the NA49 [37] collaboration. The directed flow of protons has been studied in 158 GeV/nucleon Pb-Pb collisions. A directed flow analysis of the rapidity dependence of the average transverse momentum projected onto the reaction plane was presented for semicentral collisions. The value of $\langle P_x \rangle$ in the fragmentation region in NA49 at SPS/CERN was at least three times smaller than at AGS. The directed flow at SPS seems to be concentrated in the fragmentation regions, and almost absent in the central rapidity region: the rapidity dependence does not follow an S-shaped

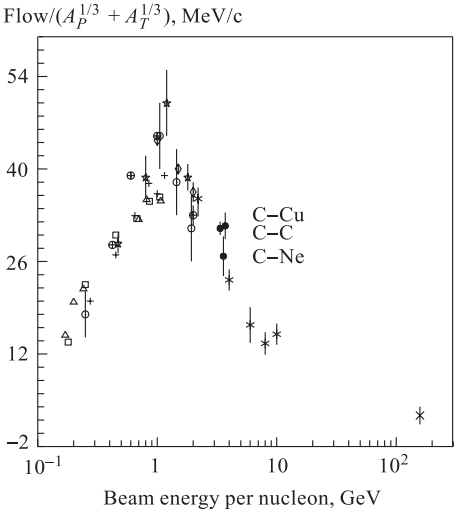

Fig. 10. Scaled flow values versus beam energy per nucleon, for different projectile/target systems: □ — Nb-Nb Plastic Ball; ⊕ — Ni-Au EOS; △ — Au-Au Plastic Ball; ○ — Ni-Ni FOPI; ◇ — Ni-Cu EOS; + — Au-Au EOS; ⋆ — Ar-Pb Streamer Chamber, the value at $E = 1.08$ A GeV represents Ar-KCl Streamer Chamber; • — C-Ne, C-Cu (our result); C-C (Propane collaboration); ∗ — Au-Au E895, the value at $E = 10$ A GeV represents Au-Au from E877; × — Pb-Pb NA49. To improve the distinction between data points at the same beam energy, some of the beam energy values have been shifted

curve (deviations from this shape are already seen at AGS by E917 [30]) and the flow parameter, obtained as the slope near midrapidity, becomes irrelevant.

The directed flow of particles other than nucleons has been observed. At AGS by the E895 [56] and E877 [57] collaborations there has been observed the positive directed flow of Λ hyperons in semicentral Au-Au collisions at 6.0 and 11.5 GeV/c momentum. The proton flow at forward rapidities $2.8 < Y < 3.4$, obtained by the E895 collaboration, is larger than the flow of Λ's close to midrapidity ($|Y/Y_{\rm proj}| \leq 0.6$). The average flow amplitude for Λ hyperons, obtained by the E877 collaboration, is comparable with that for protons for the same acceptance region. This result is consistent with the measurements performed at lower energies (< 2 GeV/nucleon) by EOS collaboration [58], and suggests that Λ flow follows the flow of nucleons.

In the E877 collaboration directed flow of antiprotons [59] is studied also in Au-Au collisions at a beam momentum of 11.5 GeV/nucleon. It is shown that the antiproton's directed flow is anticorrelated to proton flow.

The directed flow of fragments (d, t, ^{3}He...) has been studied at BEVALAC and SIS energies [53, 60]. Their directed flow increases with their masses. A similar behaviour at AGS energies was reported.

The systematic study of the dependence of the flow on the target/projectile mass and the beam energy represents a comprehensive body of data that should enable theoretical model calculations to obtain further information on the nuclear matter EOS. To compare the large number of different experimental results with various energies and masses seems to be a difficult task. However, the general features of the collective flow could, in principle, be expressed in terms of scale invariant quantities, as was pointed out by Balazs et al. in Ref. 61. In this way the particular differences arising from the different initial conditions, masses, energies, etc., can be separated from the general features. A way of comparing the energy dependence of flow values for different projectile/target mass combinations was suggested by A. Lang et al. [62] and first used by J. Chance in Ref. 25. To allow for different projectile/target (A_P, A_T) mass systems, they divided the flow values by $(A_P^{1/3} + A_T^{1/3})$ and called $F_s = F/(A_P^{1/3} + A_T^{1/3})$ the scaled flow. Figure 10 shows a plot of F_s versus the projectile energy per nucleon. Figure 10 represents our results and the data from EOS [25, 63], E895 [29], E877 [28], FOPI [21], NA49 [37], Propane Buble Chamber [33] experiments, along with the values derived from the Plastic Ball [55] and the Streamer Chamber [50, 51] experiments for a variety of energies and mass combinations. For the EOS and Plastic Ball data all the isotopes of $Z = 1$ and 2 are included, except for [55], where the data are given only for $Z = 1$. The Streamer Chamber data [50, 51] normally include all protons, either free or bound in clusters as in our case. The scaled flow F_s, whose value obtained below 1 GeV/nucleon of incident energy is approximately $F_s \approx 0.03 P_{\mathrm{proj}}$, reaches a maximum of 50 MeV and then decreases slowly. A first indication of this decrease between 1.0 and 2.0 GeV/nucleon was repoted in Ref. 21. It is confirmed between 2.0 and 6.0 GeV/nucleon by our results and results of Ref. 29. At 10.8 GeV/nucleon, the E877 collaboration measured $F_s = 35$ MeV [28], compatible with the value $F_s = 31 \pm 7 \pm 6$ MeV, found by E917 collaboration [30]. The fact, that F is proportional to $A_P^{1/3} + A_T^{1/3}$, i. e., to the collision time, which was predicted by macroscopic calculations [62], is an indication that the system is on its way towards thermalization, but only partially thermalized [64].

It is worth noting that the data obtained by streamer chamber technique (including our results) are slightly higher than those obtained by electronic experiments. This may be caused by a small mixture of bound protons (deuterons, ^{3}H, ^{3}He).

Several theoretical models of nucleus–nucleus collisions at high energy have been proposed. The quark gluon string model (QGSM) is used for a comparison with our experimental data. The QGSM is based on the Regge and string phenomenology of particle production in inelastic binary hadron collisions [11]. The QGSM simplifies the nuclear effects (neglects the potential interactions between hadrons, coalescence of nucleons, etc.). A detailed description and comparison of the QGSM with experimental data over a wide energy range can be found in

Refs. 11. We have generated C-Ne and C-Cu interactions using the Monte Carlo generator COLLI, based on the QGSM and then traced through the detector and trigger filter.

In the generator COLLI there are two possibilities to generate events: 1) at not fixed impact parameter $\tilde{b}$ and 2) at fixed b. From the impact parameter distributions the mean values of b have been obtained: $\langle b \rangle = 2.20$ fm for C-Ne and $\langle b \rangle = 2.75$ fm for C-Cu collisions. For the obtained values of $\langle b \rangle$ total samples of 8400 C-Ne and 9327 C-Cu events have been generated. The QGSM overestimates the production of low momentum protons with $P < 0.2$ GeV/c, which are mainly the target fragments and were excluded from the analysis. From the analysis of generated events the protons with deep angles greater than 60° have been excluded, because such vertical tracks are registered with less efficiency from the experiment. The proton multiplicity, rapidity, $\langle P_T \rangle$, and momentum distributions of generated events for fixed and not fixed $\tilde{b}$ are consistent and reproduce the data. The corresponding values of $\langle Y \rangle$ and $\langle N_p \rangle$ are listed in Table 1. The experimental and QGSM results coincide within the errors. For generated events the component in the true reaction plane P_x had been calculated. In the model calculations the reaction plane is known a priori and is referred as the true reaction plane. The dependences of $\langle P_x(Y) \rangle$ on Y are shown on Fig. 8, *a, b*. For the visual presentation, we approximated these dependences by polynoms (the curves on Fig. 8, *a, b*). From the comparison of the dependences of $\langle P_x(Y) \rangle$ on Y obtained by the model in two regimes — for fixed and not fixed $\tilde{b}$ — one can conclude that the results are consistent and it seems, that in our experiments the values of $b = 2.20$ fm for C-Ne, $b = 2.75$ fm for C-Cu are probable. The QGSM yields a significant flow signature, which follows trends similar to the experimental data. To be convinced, that the significant sidewards deflection in Fig. 8, *a, b* (for both experiment and QGSM) is due to correlations within the events, and cannot be the result of detector biases or finite-multiplicity effects, the $\langle P_x(Y) \rangle$ on Y has been obtained for events composed by randomly selecting tracks from different QGSM events (within the same multiplicity range) (Fig. 8, *a, b*). One can see from Fig. 8, *a, b*, that in these events there is no correlation with reaction plane. The dependences of $\langle P_x(Y) \rangle$ on normalized rapidity $Y/Y_{\rm proj}$ of QGSM data for fixed parameters in C-Ne ($b = 2.20$ fm) and C-Cu ($b = 2.75$ fm) collisions are presented in Fig. 9, *a, b*. The values of F, obtained from the QGSM, are listed in Table 1. One can see, that the QGSM slightly underestimates the flow at our energies. This model underestimates also the transverse flow at BEVALAC energies (1.8 GeV/nucleon) [11]. As shown by Stocker and Greiner [9], the reason, that the QGSM fails to reproduce the flow data in the energy region of $1 \div 5$ GeV/nucleon, is the neglect of mean-field effects. (In the QGSM the sidewards flow is a sole result of the rescattering of secondaries.) At higher energies the influence of a mean field is expected to be weaker, so it is believed that the QGSM will still underestimate the flow, but will give a better estimate

than at lower energies. In the framework of QGSM the transverse flow F of protons of the order of ~ 100 MeV/c has been predicted for Au-Au collisions at a momentum of 11.6 GeV/c at AGS energies. The QGSM slightly underestimated the experimental results (~ 130 MeV/c) which have been obtained later. The QGSM with proper treatment of rescattering predicted observable collective flow of protons in Pb-Pb collisions at SPS CERN energy of 160 GeV/nucleon, of the order of ~ 50 MeV/c.

We have obtained also the mean transverse momentum per nucleon in the reaction plane in the forward hemisphere of the c. m. system $\langle P_x \rangle_{y>0}$. The estimated and corrected (multiplied by $k_{\rm corr}$ factor) values of $\langle P_x \rangle_{y>0}$ are listed in Table 1. The dependence of $\langle P_x \rangle_{y>0}$ on beam energy and target/projectile mass is presented in Fig. 11. Results on central Ar-KCl [39, 64], Ar-BaI_2 [51], Ca-Ca [54, 55], Nb-Nb [55], Ar-Pb [51] collisions from the Plastic Ball, Diogene and BEVALAC streamer chamber groups are given together with our results for comparison. The $\langle P_x \rangle_{y>0}$ rises monotonously with $E_{\rm beam}$, irrespective of the projectile/target configurations. For symmetric systems (Ar-KCl, Ca-Ca, Nb-Nb) a linear rise with beam energy from $\langle P_x = \rangle_{y>0} = 50$ MeV/c at 0.4 GeV/nucleon to 95 MeV/c at 1.8 GeV/nucleon is observed. The $\langle P_x \rangle_{y>0}$ in the asymmetric system Ar-Pb, levels off above 0.8 GeV/nucleon, with data on an intermediate mass target (BaI_2) exhibiting a somewhat higher $\langle P_x \rangle_{y>0}$ at 1.2 GeV/nucleon. In Fig. 11 the Boltzmann–Uechleng–Ulenberg (BUU) transport model [65] calculations for Ar-Pb are presented. The transport models have been successful in studying various aspects of relativistic heavy-ion collisions, such as single-particle spectra, collective effects (stopping, bounce-off, squeeze-out) and meson production. The hadronic transport model was developed by solving numerically a coupled set of transport equations for the phase-space distribution functions $f(x, p)$ of nucleons, baryon resonances ($\Delta(1232)$ and $N^*(1440)$) and pions:

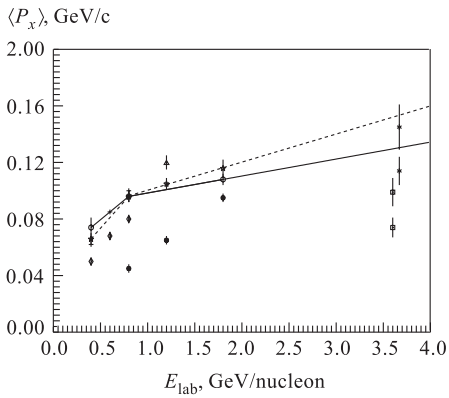

Fig. 11. The average transverse momentum per nucleon in the reaction plane in the forward hemisphere of the c.m. system as a function of beam energy for various projectile/target configurations: ○ — Ar-Pb [50]; △ — Ar-BaI_2 [51]; ◇ — Ca-Ca [54, 55]; • — Ar-KCl [39, 64]; † — Nb-Nb [55]; ⋆ — the BUU calculations for Ar-Pb [65]; □ — C-Ne; ∗ — C-Cu the estimated and multiplied on correction factor $k_{\rm corr}$. The solid and dashed lines connect experimental and BUU values of Ar-Pb and are extrapolated up to $E = 4$ GeV/nucleon

$$\frac{\partial f_b(x,p)}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{E_b}\nabla_r f_b(x,p) - \nabla_r U(x)\nabla_P f_b(x,p) = I^b_{bb}(x,p) + I^b_{b\pi}(x,p), \quad (23)$$

$$\frac{\partial f_\pi(x,k)}{\partial t} + \frac{\mathbf{k}}{E_\pi}\nabla_r f_\pi(x,k) = I^\pi_{b\pi}(x,k), \quad (24)$$

where $x = (\mathbf{r}, t)$ notation is used. $p = (E, \mathbf{p})$ is the four-momentum of baryons; and $k = (E_\pi, \mathbf{k})$, of pions. The collision terms $I^b_{bb}(x,p)$ and $I^b_{b\pi}(x,p)$ are the rate of change of the baryon–baryon phase-space distribution due to baryon–baryon and baryon–pion collisions, while $I^\pi_{b\pi}(x,k)$ is the rate of change of the pion phase-space distribution function due to baryon–pion collisions. The solution to the coupled transport equations was obtained by using the test particle method [66]. The nucleons are bound in the self-consistent mean field potential U and they propagate along curved trajectories as determined by the mean field. For the potential U the momentum-dependent Yukava interactions NMDYI have been chosen [65]

$$U_(\rho, \mathbf{p}) = A\Big(\frac{\rho}{\rho_0}\Big) + B\Big(\frac{\rho}{\rho_0}\Big)^\sigma + 2\frac{C}{\rho_0}\int d^3p' \frac{f(\mathbf{r}, \mathbf{p}')}{1 + \Big(\dfrac{\mathbf{p} - \mathbf{p}'}{\Lambda}\Big)^2}, \quad (25)$$

here $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}')$ is the phase-space density; the configuration space density $\rho = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d^3p$. There are five constants in Eq. (25); these are found by requiring that $E/A = -16$ MeV, the normal nuclear density $\rho_0 = 0.16$ fm^{-3}, the compressibility coefficient $K = 215$ MeV, $U(\rho_0, p = 0) = -75$ MeV, and $U(\rho_0, p^2/(2m) = 300 \text{ MeV}) = 0$. Their values are then $A = 110.44$ MeV, $B = 140.9$ MeV, $C = -64.95$ MeV, $\sigma = 1.24$, $\Lambda = 1.58 p_F^0$ (the parameter Λ describes the width of the momentum distribution) and yield an effective mass $m^* = 0.67$ m at the Fermi surface.

However, for NMDYI, the full single-particle energy has the form [65]:

$$\epsilon(p) = p^2/2m + A(\rho/\rho_0) + B(\rho/\rho_0)^\sigma + R(\rho, p), \quad (26)$$

where at finite temperature $T = 1/\beta$ (β is the velocity)

$$R(\rho, p) = 2\frac{C}{\rho}\frac{4}{h^3}\int d^3p' \frac{1}{\mathrm{e}^{\beta[\epsilon(p') - \mu]} + 1} \frac{1}{1 + \Big(\dfrac{\mathbf{p} - \mathbf{p}'}{\Lambda}\Big)^2}, \quad (27)$$

where the occupation probability $n[\epsilon(p)]$ is equal to [65]:

$$n[\epsilon(p)] = \frac{1}{\mathrm{e}^{\beta[\epsilon(p) - \mu]} + 1} \quad (28)$$

for a given temperature $T = 1/\beta$ and density ρ; μ is the chemical potential.

Equation of state curves are traditionally plots of pressure P versus density ρ for constant temperature T. With known values of $n[\epsilon(p)]$ the pressure can be computed. In Ref. 65 a general expression for the pressure tensor is given. According to this expression, the equilibrium pressure P has been calculated in Ref. 65 (for NMDYI):

$$P = \frac{16\pi}{h^4}\int dp\Big(\frac{p^4}{3m} + \frac{p^3}{3}\frac{\partial U}{\partial p}\Big)n(\epsilon(p)) + \frac{A}{2}\frac{\rho^2}{\rho_0} + B\frac{\sigma}{\sigma+1}\frac{\rho^{\sigma+1}}{\rho_0^{\sigma}} +$$

$$+\frac{16\pi}{h^3}\int dpp^2R(\rho,p)n[\epsilon(p)] - \Big(\frac{4}{h^3}\Big)^2\frac{C}{\rho}\int d^3pd^3p'\frac{n(p)n(p')}{1+\Big(\frac{\mathbf{p}-\mathbf{p}'}{\Lambda}\Big)^2}, \qquad (29)$$

where U is given by Eq. (25). The compressibility coefficient K is defined in Ref. 44 as $K = 9\Big(\frac{\partial P}{\partial n}\Big)$.

The momentum dependence in (25) arises from the exchange term of a Yukava force. The Coulomb potential for protons is also included in the BUU model. For nucleon–nucleon scatterings, both elastic and inelastic channels are included by using the experimentally measured cross sections with explicit isospin dependence.

In the BUU model the dynamical mean field and momentum depedent forces are responsible for the production of sufficient repulsion in the nuclear collisions. The BUU calculations with the NMDYI reproduce well the Ar-Pb experimental result (Fig. 11) [67]. Unfortunately the BUU calculation in the energy region of 3–5 GeV/nucleon and light systems of C-Ne and C-Cu have not been carried out. Therefore the BUU results have been extrapolated (dashed line in Fig. 11) for Ar-Pb up to our energy of $\sim$ 4 GeV/nucleon. One can see, that BUU model's extrapolation reproduces our C-Cu result, but it is desirable to perform precise calculations with transport models for our experimental conditions.

3.2. Pions. Pions are copiously produced in relativistic heavy-ion collisions. Interesting information about the hot and dense hadronic matter formed transiently during the reaction can be obtained by studying the pions.

In view of the strong coupling between the nucleon and pion, it is interesting to know if pions also have a collective flow behaviour and how the pion flow is related to the nucleon flow.

The emission pattern of pions in the reaction was also studied first at BEVALAC by Streamer Chamber group [64, 68] and later at SATURNE by DIOGENE group in 0.8 GeV/nucleon Ne-nucleus collisions [69] by analyzing the average transverse momentum of pions in the reaction plane as a function of rapidity.

We have studied the flow effects of π^- mesons [52]. For this purpose the reaction plane was defined for the participant protons, and the transverse momentum of each π^- meson was projected onto this reaction plane. Figure 9, *a, b* shows the dependence of $\langle P_x \rangle$ on the normalized rapidity $Y/Y_{\rm proj}$ in the laboratory system for π^- mesons in C-Ne and C-Cu collisions. The data exhibit the typical S-shape behaviour as for the protons. The values of flow F for π^- mesons are: for C-Ne collisions $F = 29 \pm 5$ MeV; for C-Cu — $F = -47 \pm 6$ MeV. The straight lines in Figure 9 show the results of this fit. The fit was done in the following intervals of $Y/Y_{\rm proj}$: $0.04 \div 0.70$ for C-Ne; $-0.06 \div 0.60$ for C-Cu. The absolute value of F increases with the mass number of target A_T, indicating the rise of the collective flow effect. The similar tendency was observed in [69] for π^- and π^+ mesons in Ne-NaF, Ne-Nb and Ne-Pb interactions at 0.8 GeV/nucleon.

For Mg-Mg collisions (~ 6000 events) we have inclusive data — only π^- mesons (~ 50000 pions) are measured. The trigger was selecting «central» collision events defined as those without charged projectile spectator fragments and spectator neutrons ($P/Z > 3$ GeV/c) emitted at angles $\theta_{\rm ch} = \theta_n = 2.4^\circ$ (~ 4 msr) which corresponds to a stripping nucleon transverse momentum of ~ 180 MeV/c. The fraction of such events is $\approx 4 \cdot 10^{-4}$ among all inelastic interactions. Approximately $10\,\%$ of π^- mesons are lost mainly due to absorption in the target and bad measurability of vertical tracks which are located around target rapidity value of -1.1 in the Mg-Mg rest frame. As the π^- mesons are emitting mainly from decays of Δ isobars (at least $\sim 80\,\%$) [70], we decided to investigate whether a single π^- meson of the event knows something about its origin and the question whether they are collectively correlated. For this purpose the technique of P. Danielewicz and G. Odyniec has been applied to Mg-Mg data. As we have inclusive data, the $\mathbf{Q}$ vector from the $\mathbf{P}_{\perp i}$ of only π^- mesons has been constructed event by event for the events with multiplicity $n_- > 7$.

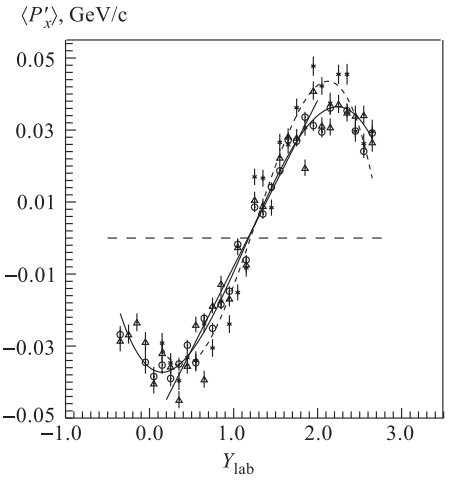

Fig. 12. The dependence of $\langle P'_x(Y) \rangle$ on $Y_{\rm lab}$ for π^- mesons in Mg-Mg collisions: $\circ$ — the experimental data; $\triangle$ — the QGSM generated data for fixed $b = 1.34$ fm; $*$ — the QGSM generated data for $\tilde{b}$. The solid line is the result of the linear approximation of experimental data in the interval of Y — $0.2 \div 2.0$. The curves for visual presentation of the QGSM events (solid — for fixed b; dashed — for not fixed $\tilde{b}$) — result of approximation by the 4th order polynomial function

According to [39], the correction factor $k_{\rm corr}$ has been defined, averaged over all the multiplicities. The value of $k_{\rm corr} = 1.51 \pm 0.05$ has been obtained.

Figure 12 shows the dependence of the estimated $\langle P'_x(Y)\rangle$ on Y for pions in Mg-Mg collisions. The data exhibit S-shape behaviour similar to the form of the $\langle P_x\rangle$ spectra for protons and pions in C-Ne and C-Cu interactions. The slope at midrapidity has been extracted from a linear fit to the data for Y between $0.2 \div 2$. The straight line in Fig. 12 shows the result of this fit. The value of F is — $F = 48 \pm 5$ MeV/c.

The QGSM have been used for the comparison with the Mg-Mg data. For not fixed impact parameter $\tilde{b}$ there have been generated 6225 events. From the b distribution the mean value of $\langle b\rangle = 1.34$ fm has been obtained and total sample of 6212 events for this $\langle b\rangle$ has been generated. For simulated events the component in the true reaction plane P_x had been calculated. The dependences of $\langle P_x(Y)\rangle$ on Y (for both $\tilde{b}$ and b) are shown in Fig. 12. One can see from Fig. 12, that the QGSM yields flow signature with similar tendency to the experimental data. For the visual presentation, we approximated these dependences by polynoms (the curves in Fig. 12). From the comparison of the dependences of $\langle P_x(Y)\rangle$ on Y obtained by the model in two regimes — for $\tilde{b}$ and b, one can conclude, that the results are consistent. The values of F, obtained from the QGSM are: $F = 53 \pm 3$ MeV/c — for not fixed $\tilde{b}$; $F = 51 \pm 4$ MeV/c — for $b = 1.34$. One can see, that the QGSM underestimates this parameter.

One can see from Fig. 9 that the proton flow is larger than the pion flow. A similar tendency has been observed at BEVALAC, GSI-SIS, AGS and CERN-SPS. The flow of nucleons has been interpreted as a recoil effect from the compression generated during the early stage of a heavy-ion collision, and its magnitude has been used to infer the compressibility of nuclear matter at high temperatures and pressures. The nucleons mostly experience elastic NN collisions, while pions generally have inelastic interactions. The pions, which are created in the dense, hot, high pressure region, are differentially scattered and reabsorbed by the intervening hadronic matter in the interaction region and in the spectators. Pions are not affected by the nuclear incompressibility as nucleons are. They are either created isotropically in individual NN collisions, or emitted in the rest frame of a decaying Δ resonance. Once created, they can either escape, scatter ($\pi^- N \to \Delta \to \pi^- N$), or be reabsorbed ($\pi^- NN \to \Delta N \to NN$).

One can see from Fig. 9, that for C-Ne collisions $\mathbf{P}_x$ for pions is directed in the same direction as for protons, i. e., flows of protons and pions are correlated, while for C-Cu ineractions the $\mathbf{P}_x$ of π^- mesons is directed oppositely to that of the protons (antiflow).

The correlation of nucleon and pion flows had been observed experimentally by the DIOGENE group for central Ne-NaF, Ne-Nb and Ne-Pb collisions ($b \leq$ 3 fm) at energy of $E = 0.8$ GeV/nucleon [68]. At BEVALAC by Streamer Chamber group the flow behaviour for pions has been obtained also in Ar-KCl, Ar-

Pb and La-La interactions [64]. These results are in agreement with our findings for C-Ne. The Propane Buble Chamber collaboration has not observed the flow of pions in C-C collisions at a momentum of 4.2 GeV/c/nucleon. Perhaps, it is too weak to be detected experimentally. At BEVALAC energy of 1.15 GeV/nucleon the antiflow of π^- and π^+ has been observed by the EOS collaboration [71] in Au-Au collisions, similarly to the observations at AGS energy of 11 GeV/nucleon by the E877 collaboration [28] in Au-Au collisions and at CERN-SPS energy of 158 GeV/nucleon by the WA98 collaboration [36] in semicentral Pb-Pb collisions. The magnitude of the directed flow in [36] is found to be significantly smaller than that observed at AGS energies. Thus, it seems, that the flow effects for pions decrease with increase of the energy.

Theoretical calculations in the framework of the isospin quantum molecular dynamics (IQMD) model [70] and the relativistic hadronic BUU transport model [72] have predicted that in Au-Au collisions with increase of the impact parameter b, the $\langle P_x \rangle$ of pions changes its sign. Therefore as reaction goes from central to semicentral and peripheral ($b \geq 3$ fm), the $\langle P_x \rangle$ distribution of pions undergoes a transition from being correlated to anticorrelated with that of nucleons.

The IQMD is a dynamical model which calculates the time evolution of a heavy-ion collision in the entire many-body phase. Nucleons are represented as Gaussian wavefunctions and their centroids are propagated according to the canonical equations of motion. If two particles approach too close in configuration space, so that $d_{jk} \leq \sqrt{\sigma/\pi}$ a hard collision is carried out in a similar fashion as in intranuclear cascades. The final state of each binary collision is checked to obey the Pauli principle. Model allows for rescattering and the formation and decay of resonances and strings. It includes explicitly 50 different baryon species (nucleon, Δ, hyperon, and their resonances) and 25 different meson species (including strange meson resonances), which are supplemented by all isospin-projected states.

Within the framework of the relativistic transport model (ART 1.0) [73] for heavy-ion collisions at AGS energies, pions are found to have a weak flow behaviour in central collisions. This enhancement in the direction of the baryonic matter for the most central events was attributed to the rescattered pions retaining some momentum from the Δ's from which they decayed. The Δ's exhibited the same flow signature as the final state nucleons [70].

The origin of the particular shape of the $\mathbf{P}_x$ spectra for pions was studied in [70, 72, 73]. The investigation revealed that the origin of the in-plane transverse momentum of pions is the pion scattering process (multiple πN scattering) [70] and the pion absorption [72]. The $\langle P_x \rangle$ distribution of pions is not a collective effect in the sense of the nucleonic bounce-off: the observable is the same, but the cause is different. The final pion P_x distribution therefore reflects the complicated reaction dynamics of pion production, reabsorption, rescattering as well as the collective flow of baryon resonances.

The anticorrelation of nucleons and pions was explained in [70] as due to multiple πN scattering. However, in [72, 73] it was shown, that anticorrelation is a manifestation of the nuclear shadowing effect of the target and projectile spectators through both pion rescattering and reabsorptions. In our opinion, our results indicate that the flow behaviour of π^- mesons in a light system C-Ne is due to the flow of Δ resonances, whereas the antiflow behaviour in a heavier C-Cu system is the result of the nuclear shadowing effect.

The flow behaviour of other mesons, namely K^+ and K^0, has been observed also. Experimental data on K^+-meson sideward flow, measured with the FOPI detector at SIS/GSI in the reactions Ru-Ru at 1.69 GeV/nucleon, and Ni-Ni at 1.93 GeV/nucleon have been obtained [74]. The K^+-sideward flow is found to be anticorrelated with the one of protons. For heavy-ion collisions at higher energies available from the AGS, the directed flow of K^0 mesons in Au-Au collisions at a momentum of 6 GeV/nucleon was studied experimentally by the E895 collaboration [75]. Preliminary data have shown that neutral kaons have a strong antiflow relative to that of nucleons.

4. AZIMUTHAL ANISOTROPIC EMISSION OF PROTONS AND PIONS

The preferential emission of particles in the direction perpendicular to the reaction plane (i. e., «squeeze-out») is particularly interesting since it is the only way the nuclear matter might escape without being rescattered by spectator remnants of the projectile and the target, and is expected to provide direct information on the hot and dense participant region formed in high energy nucleus–nucleus ineractions. This phenomenon was predicted by hydrodynamical calculations [4], and first has been confirmed for charged particles by the Plastic-Ball collaboration [16, 76]. Then this effect was clearly identified in the experiments at GSI set-ups KAOS [77], TAPS [78], FOPI [79], KAON [24], LAND [22] and DIOGENE group at SATURNE by the observation of an enhanced out-of-plane emission of protons, neutrons, mesons, and charged fragments.

In order to extend these investigations, the azimuthal angular distributions (ϕ) of the protons and pions in C-Ne and C-Cu collisions have been studied. The angle ϕ is the angle of the transverse momentum of each particle in an event with respect to the reaction plane ($\cos\phi = P_x/P_t$). The reaction plane is the plane containing the vector $\mathbf{Q}$ and the beam axis (see Sect. 2.1). The analysis was restricted only to the midrapidity region by applying a cut around the centre-of-mass rapidity. Figure 13, *a, b* shows distributions for protons and π^- mesons in C-Ne and C-Cu collisions. For visual presentation the data on C-Cu were shifted upwards. For π^- mesons the analysis was performed from 0 to 180° due to lower statistics than for protons. The azimuthal angular distributions for the protons and pions show maxima at $\phi = 90°$ and 270° with respect to the

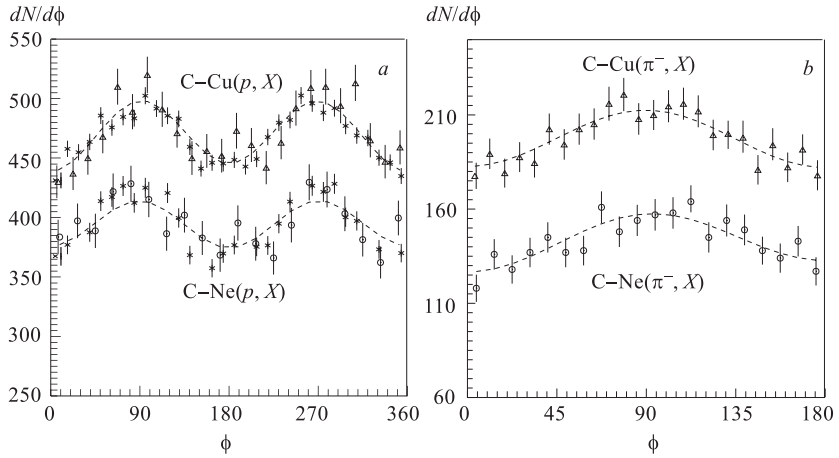

Fig. 13. The azimuthal distributions with respect to the reaction plane of midrapidity protons $dN/d\phi$ (*a*) and π^- mesons (*b*): ∘ — for C-Ne ($-1 \leq y_{\rm c.m.} \leq 1$); △ — for C-Cu ($-1 \leq y_{\rm c.m.} \leq 1$) interactions; ∗ — the QGSM data. Also shown are the fits using the function $dN/d\phi = a_0(1 + a_1 \cos\phi + a_2 \cos 2\phi)$

event plane. These maxima are associated with preferential particle emission perpendicular to the reaction plane (squeeze-out, or elliptic flow). Thus a clear signature of an out-of-plane signal is evidenced.

To treat the data in a quantitative way the azimuthal distributions were fitted by a polynomial:

$$\frac{dN}{d\phi} = a_0(1 + a_1 \cos\phi + a_2 \cos 2\phi). \tag{30}$$

The anisotropy factor a_2 is negative for out-of-plane enhancement (squeeze-out) and is the measure of the strength of the anisotropic emission. The values a_2 are affected by the uncertainty in determining the reaction plane due to the finite multiplicity. The true values of a_2 can, however, be derived by multiplying the fitted values of a_2 by the correction factor [45]:

$$a_2^{\rm corr} = a_2/\langle\cos 2\Delta\phi\rangle. \tag{31}$$

The correction factor $\langle\cos 2\Delta\phi\rangle$ has been estimated using the method proposed by Ollitrault [45] (see Sect. 2.2). $\langle\cos 2\Delta\phi\rangle$ is determined from the $\langle\cos\phi_{12}\rangle$ following the prescription outlined in Ref. 45. The values of $\langle\cos 2\Delta\phi\rangle$ are: $\langle\cos 2\Delta\phi\rangle = 0.825$ for C-Ne interactions and $\langle\cos 2\Delta\phi\rangle = 0.795$ for C-Cu. The corrected a_2 coefficients are presented in Table 2. The fitted curves are superimposed on the experimental distributions (Fig. 13).

Table 2. **The values of the parameter a_2 and the ratio R for protons and π^- mesons**

$A_p - A_T$	Particle	Applied Cut	a_2	R
C-Ne	Protons (QGSM)	$-1 \leq y_{\mathrm{c.m.}} \leq 1$	-0.025 ± 0.005	1.05 ± 0.04
	Protons (exp.)	$-1 \leq y_{\mathrm{c.m.}} \leq 1$	-0.049 ± 0.014	1.10 ± 0.03
		$-1 \leq y_{\mathrm{c.m.}} \leq 1$; $P_T \geq 0.3$ GeV/c	-0.074 ± 0.014	1.16 ± 0.04
	π^- mesons	$-1 \leq y_{\mathrm{c.m.}} \leq 1$	-0.035 ± 0.013	1.07 ± 0.04
		$-1 \leq y_{\mathrm{c.m.}} \leq 1$; $P_T \geq 0.1$ GeV/c	-0.050 ± 0.014	1.09 ± 0.03
C-Cu	Protons (QGSM)	$-1 \leq y_{\mathrm{c.m.}} \leq 1$	-0.058 ± 0.004	1.12 ± 0.01
	Protons (exp.)	$-1 \leq y_{\mathrm{c.m.}} \leq 1$	-0.065 ± 0.014	1.14 ± 0.04
		$-1 \leq y_{\mathrm{c.m.}} \leq 1$; $P_T \geq 0.3$ GeV/c	-0.081 ± 0.014	1.18 ± 0.05
		$-0.6 \leq y_{\mathrm{c.m.}} \leq 0.6$	-0.077 ± 0.017	1.17 ± 0.04
		$-0.6 \leq y_{\mathrm{c.m.}} \leq 0.6$; $P_T \geq 0.3$ GeV/c	-0.088 ± 0.020	1.19 ± 0.06
	π^- mesons	$-1 \leq y_{\mathrm{c.m.}} \leq 1$	-0.041 ± 0.013	1.08 ± 0.03
		$-1 \leq y_{\mathrm{c.m.}} \leq 1$; $P_T \geq 0.1$ GeV/c	-0.056 ± 0.015	1.12 ± 0.04

The quark-gluon string model (QGSM) has been used for the comparison with the experimental results. The QGSM data for protons at fixed impact parameter in C-Ne ($b = 2.20$ fm) and C-Cu ($b = 2.75$ fm) are also superimposed in Fig. 13 and corresponding values of a_2 extracted from the QGSM data are listed in Table 2. One can see, that the model describes the experimental azimuthal distributions.

The values of a_2 are used to quantify the ratio R of the number of particles emitted in the perpendicular direction to the number of particles emitted in the reaction plane, which represents the magnitude of the out-of plane emission signal:

$$R = \frac{1 - a_2}{1 + a_2}. \tag{32}$$

A ratio R larger than unity implies a preferred out-of-plane emission. The values of R are listed in Table 2. One can see, that a_2 and R are increasing for both protons and π^- mesons, with increasing the transverse momentum and the mass number of target A_T and also with narrowing of the cut applied around the centre-of-mass rapidity. The squeeze-out effect is more pronounced for protons

than for π^- mesons. Our results on rapidity, mass and transverse momentum dependence of the azimuthal anisotropy are consistent with analysis from Plastic Ball [16, 76], FOPI [79] in Ni-Ni, Xe-CsI, Au-Au collisions from 0.15 to 1.0 GeV/nucleon for protons, light fragments and $\pi^{\pm}$ mesons; KAOS [77] in Au-Au at 1.0 GeV/nucleon for protons, light fragments, pions and kaons; KAON [24] in Bi-Bi collisions at 0.4, 0.7 and 1.0 GeV/nucleon for $\pi^{\pm}$ mesons; TAPS [78] collaboration in Au-Au collisions at 1.0 GeV/nucleon for π^0 mesons and are confirmed by IQMD [80] calculations. Significant squeeze-out was observed for relativistic particles (s particles — singly charged relativistic particles with velocities $\beta > 0.7$) with pseudorapidity $\eta \approx \eta_{\mathrm{c.m.}}$ in Kr-Ag(Br) collisions at energy of 0.95 GeV/nucleon of JINR emulsion experiment [32]. They have obtained for anisotropy coefficient the value of $a_2 = -0.187 \pm 0.050$.

The squeeze-out of nucleons perpendicular to the reaction plane is due to the high compression of nuclear matter in the central hot and dense reaction zone (it is genuinely collective effect, increasing linearly with A). Since the Δ resonances are expected to flow with the nucleons a similar anisotropy effects could be exhibited by their decay products, the pions. According to the microscopic transport model BUU [72], the mechanism of the azimuthal anisotropy of pions is found to be the shadowing effect of the spectator matter through both pion reabsorptions and rescatterings.

Reabsorption and rescattering of pions are stronger in plane than out of plane due to the nuclear matter located in the reaction plane. Pions emitted into the reaction plane can be absorbed and reemitted isotropically with a lower average kinetic energy. This causes a net decrease of pion abundance in the event plane for high momentum pions. Perpendicular to the reaction plane there is no spectator matter and pions with high P_t can leave the reaction zone without further interaction. The IQMD model favours the pion reabsorption as the origin [70] of anisotropy. In Ref. 77 it had been argued, that at least part of the pion squeeze could be due to the decay kinematics of the baryon resonances.

In experiments E895 [56], E877 [28] at AGS and NA49 [37] at CERN SPS the elliptic flow is typically studied at mid rapidity and is quantified in terms of the second Fourier coefficient

$$v_2 = \langle \cos 2\phi \rangle. \tag{33}$$

The Fourier coefficient v_2 is related to a_2 via

$$v_2 = a_2/2. \tag{34}$$

We have estimated v_2 both for C-Ne and C-Cu. The dependence of the elliptic flow excitation function (for protons) on energy E_{lab} is displayed in Fig. 14.

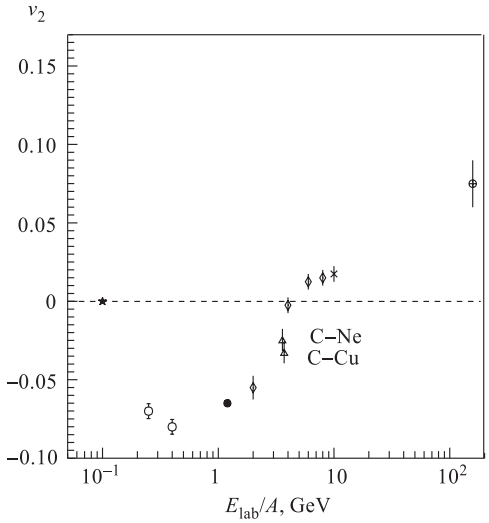

Fig. 14. The dependence of the elliptic flow excitation function v_2 on energy $E_{\rm lab}/A$ (GeV): $\star$ — FOPI; $\circ$ — MINIBALL; $\bullet$ — EOS; $\diamond$ — E895; $*$ — E877; $\oplus$ — NA49; $\triangle$ — C-Ne, C-Cu (our results)

At energies of 1–11 GeV/nucleon, the elliptic flow results from a strong competition between squeeze-out and in-plane flow [81]. In the early stages of the collision the spectator nucleons block the path of participant hadrons emitted toward the reaction plane, therefore the nuclear matter is initially squeezed out preferentially orthogonal to the reaction plane. This squeeze-out of nuclear matter leads to negative elliptic flow ($v_2 < 0$). In the later stages of the reaction, the geometry of the participant region (i. e., a larger surface is exposed in the direction of the reaction plane) favours in-plane preferential emission and hence positive elliptic flow ($v_2 > 0$). The magnitude and the sign of the elliptic flow depend on two factors [81]:

1) the pressure built up in the compression stage compared to the energy density, and

2) the passage time for removal of the shadowing due to the projectile and target spectators.

The characteristic time for the development of expansion perpendicular to the reaction plane is $\sim R/c_s$, where c_s is the speed of sound $c_s = \sqrt{\dfrac{\partial P}{\partial e}}$, R is the nuclear radius, P is the pressure, e is the energy density. The passage time is $\sim 2R/(\gamma_0 v_0)$, where v_0 is the c. m. spectator velocity. The squeeze-out

contribution of the elliptic flow should reflect the time ratio [81]

$$\frac{c_s}{\gamma_0 v_0}. \tag{35}$$

According to (35), the squeeze-out contribution should drop with the increase of energy, because of the rise in v_0 and then in γ_0. The (35) gives hope that, significant changes in the dependence of pressure on energy density, such as associated with a phase transition might be revealed in the variation of the elliptic flow. Overall, the squeeze-out contribution should decrease as a function of energy with the flow becoming positive, $v_2 > 0$. Recent calculations have made specific predictions for the beam energy dependence of elliptic flow for nucleus–nucleus (Au-Au) collisions at 1–11 GeV/nucleon [41, 81, 82]. They indicate a transition from negative to positive elliptic flow at a beam energy of $E_{\rm tr}$, which has a marked sensitivity to the stiffness of the EOS. In addition, they suggest that a phase transition to the quark-gluon plasma (QGP) should give a characteristic signature in the elliptic flow excitation function due to the significant softening of the EOS. In Fig. 14 are presented the values of v_2 obtained for protons by FOPI [79], MINIBALL, EOS [25], E895 [29], E877 [28], NA49 [37] collaborations together with our results for C-Ne and C-Cu collisions. The Propane Buble Chamber collaboration of JINR (Dubna) observed the small elliptic flow for both protons and π^- mesons in C-C collisions at a momentum of 4.2 GeV/c/nucleon [33]. It was found [33], that the elliptic flow depends on rapidity and that around the beam and target rapidities it is positive ($v_2 > 0$) for protons and negative ($v_2 < 0$) for pions. Recently the STAR collaboration obtained [38], that the elliptic flow signal, v_2, of charged particles in Au-Au collisions at RHIC at the energy of $\sqrt{s_{NN}} = 130$ GeV reaches values of about 6 % (0.06) for relatively peripheral collisions and decreases for the more central collisions. Elliptic flow appears to be independent of pseudorapidity in the region $|\eta| \leq 1.3$. Its p_t dependence is almost linear in the region $0.1 < p_t < 2$ GeV/c [38]. They found [38], that elliptic flow is underpredicted by RQMD by a factor of more than 2.

One can see from Fig. 14 that the excitation function v_2 clearly shows an evolution from negative to positive elliptic flow within the region of $2 \leq E_{\rm beam} \leq 8$ GeV/nucleon, i. e., the transition from out-of-plane enhancement to preferential in-plane emission and point to apparent transition energy $E_{\rm tr} \sim 4$ GeV/nucleon. The elliptic flow at AGS for Au-Au (E895 at 6.0, 8.0 GeV/nucleon and E877 at 10.8 GeV/nucleon) and at the SPS for Pb-Pb collisions shows in-plane enhancement, both for protons and pions in the full rapidity range. Studies based on transport models have indicated that the value for $E_{\rm tr}$ depends on the nuclear EOS at high densities [82]. Using a relativistic Boltzmann-equation transport model (BEM) of P. Danielewicz et al. [81] for comparison with experimental data of EOS-TPC, E895, E877, it has been found a softening of the EOS from a stiff form ($K \sim 380$ MeV) for beam energies below $E_{\rm tr}$ to a softer form

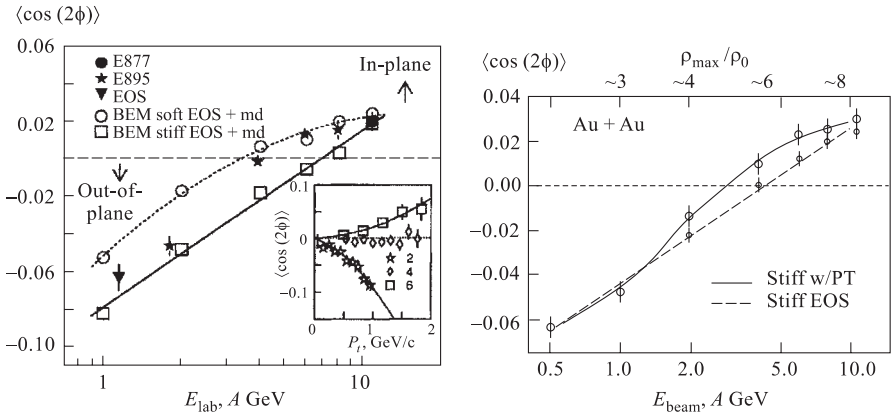

Fig. 15. Elliptic flow excitation function for Au-Au. The data are from E877, E895 and EOS collaborations. Calculations have been carried out for the soft and the stiff EOS with momentum dependence (md) (figure is from Ref. 56)

Fig. 16. Calculated elliptic flow excitation functions for Au-Au. The open diamonds represent results obtained with a stiff EOS. The open circles represent results obtained with a stiff EOS and with a second-order phase transition. The solid and dashed lines are drawn to guide the eye. Numbers at the top of the figure indicate rough magnitude of local baryon densities reached in reactions at different beam energies (figure is taken from Ref. 81)

($K \sim 210$ MeV) for beam energies above $E_{\rm tr}$ [56] (Fig. 15). Meanwhile the relativistic transport model of B. A. Li et al. [73] (ART 1.0) shows that the experimental data are consistent, instead, with the predictions using a stiff EOS without involving a softening.

In order to search for an elliptic flow signature that can be a signal of the onset of a phase transition to the QGP, in Ref. 81, there have been carried out calculations for Au-Au in the energy range of (0.5–11) GeV/nucleon assuming an EOS with a weak second-order phase transition. The elliptic flow excitation functions calculated using a stiff EOS with a phase transition (open circles) and a stiff EOS without the phase transition (diamonds) are compared in Fig. 16 (figure from Ref. 81). Both functions have been obtained with no consideration of momentum dependence in the mean field. For low beam energies (≤ 1 GeV), the elliptic flow excitation functions are essentially identical because the two EOS are either identical or not very different at the densities and temperatures that are reached. For $4 \leq E_{\rm beam} \leq 9$ GeV/nucleon the excitation function shows larger in plane elliptic flow from the calculation which includes the phase transition, indicating that a softening of the EOS has occurred for this beam energy range. This deviation is in direct contrast to the essentially logarithmic beam energy

dependence obtained from the calculations which assume a stiff EOS without the phase transition. This difference in the predicted excitation functions could very well serve as an important hint as to whether or not the conditions necessary for the phase transition to the QGP are created in this energy range.

5. THE P_T DEPENDENCE OF TRANSVERSE FLOW IN C-Ne AND C-Cu COLLISIONS

In Refs. 83, 84 there was suggested the complementary approach to the standard transverse momentum analysis of P. Danielewicz and G. Odyniec. This approach allows one to extract information about the strength of transverse flow by studying the ratio of the transverse momentum spectra $R(P_t) = (dN^+/dP_t)/(dN^-/dP_t)$, where $N^+(N^-)$ is the number of particles in the reaction plane emitted in the same (opposite) directions of sideward flow, as a function of P_t near the projectile rapidity. Although this approach is similar in spirit to that for studying the «squeeze-out» phenomenon, but has the advantage of requiring particle identification only at a single rapidity. It is interesting to investigate whether this approach can reveal new features of the transverse flow.

In Ref. 84 the variation of the strength of flow has been examined as a function of transverse momentum using both a simple, transversely moving thermal model and a more realistic, transport model [73].

In the thermal model [84] it has been assumed, that all or a fraction of particles in a small rapidity bin around Y_{proj} are in local thermal equilibration at a temperature T and the centre of mass of these particles is moving with velocity β along the direction $+x$ in the reaction plane [84]:

$$\beta = \frac{\sum\limits_i (P_x)_i}{\sum\limits_i E_i} = \frac{\sum\limits_i (P_x)_i}{\sum\limits_i (m_t)_i \cosh(Y)} \leq \frac{\langle P_x \rangle}{m_n \cosh(Y)}, \tag{36}$$

where $\langle P_x \rangle$ is the average transverse momentum per nucleon in the reaction plane, and m_n is the nucleon mass. Using the Boltzmann distribution for the thermal source and boosting it with the transverse velocity β, one obtains the following spectrum

$$\frac{d^3N}{P_t dP_t d\phi dY} = C\gamma(E - \beta P_t \cos(\phi)) \exp(-\gamma(E - \beta P_t \cos(\phi))/T), \tag{37}$$

where C is the normalization constant and ϕ is the azimuthal angle with respect to the reaction plane. The transverse momentum spectra in a small rapidity bin around Y_{proj} in the rection plane for particles emitted in the same $(dN^+/P_t dP_t)$

and opposite ($dN^-/P_t dP_t$) directions of the transverse flow are therefore given by

$$\frac{dN_\pm}{P_t dP_t} = C_\pm \mathrm{e}^{-\gamma E/T}(\gamma E \mp T\alpha)\mathrm{e}^{\pm\alpha}, \tag{38}$$

where $\alpha = \gamma\beta P_t/T$. These distributions reduce to simple exponents at high transverse momenta

$$\frac{dN_\pm}{P_t dP_t} \propto \exp\left(-P_t/T_{\mathrm{eff}}^\pm\right), \tag{39}$$

where the inverse slopes or effective temperatures $T_{\mathrm{eff}}^\pm$ in the semilogarithmic plot of the spectra at high P_t are obtained as

$$\frac{1}{T_{\mathrm{eff}}^\pm} = -\lim_{P_t\to\infty}\left[\frac{d}{dP_t}\ln\Big(\frac{dN^\pm}{P_t dP_t}\Big)\right] = \frac{\gamma}{T}\Big(\cosh(Y) \mp \beta\Big). \tag{40}$$

In general, the inverse slope $1/T_{\mathrm{eff}}^\pm$ reflects combined effects of the temperature T and transverse flow velocity β. For the special case of particles at midrapidity, β is zero and the effective temperatures are equal to the local temperature T of the thermal source. Otherwise, one expects $T_{\mathrm{eff}}^+ > T_{\mathrm{eff}}^-$. For high energy heavy-ion collisions in the region of 1–10 GeV/nucleon, β is much smaller than $\cosh(Y)$ around the projectile rapidity, and one again expects $T_{\mathrm{eff}}^+ \approx T_{\mathrm{eff}}^-$, i. e., two approximately parallel spectra $dN^+/P_t dP_t$ and $dN^-/P_t dP_t$ at high transverse momenta.

The degree of azimuthal asymmetry or the strength of transverse flow is expressed in Ref. 84 in terms of the ratio

$$R(P_t) = \frac{dN^+/P_t dP_t}{dN^-/P_t dP_t} = \frac{C_+}{C_-}\frac{1-\beta\dfrac{P_t}{E}}{1+\beta\dfrac{P_t}{E}}\ \exp\left(2P_t\frac{\gamma\beta}{T}\right). \tag{41}$$

It is seen that the ratio increases as a function of P_t for any fixed values of T and β. It is however important to stress that in reality particles are emitted continuously at different freeze-out temperatures during the whole reaction process. In particular, particles with high P_t are mostly emitted from the most violent space-time regions where the local temperatures are high. Since the ratio $R(P_t)$ varies slowly with the transverse momentum for low β/T, one thus expects in dynamical model calculations a weaker P_t dependence of the ratio $R(P_t)$ at high transverse momenta. Similar results have been obtained in the framework of the hadronic transport BUU model (ART 1.0) [73]. Namely it has been obtained [84], that the spectra at high P_t for particles moving in the same and opposite

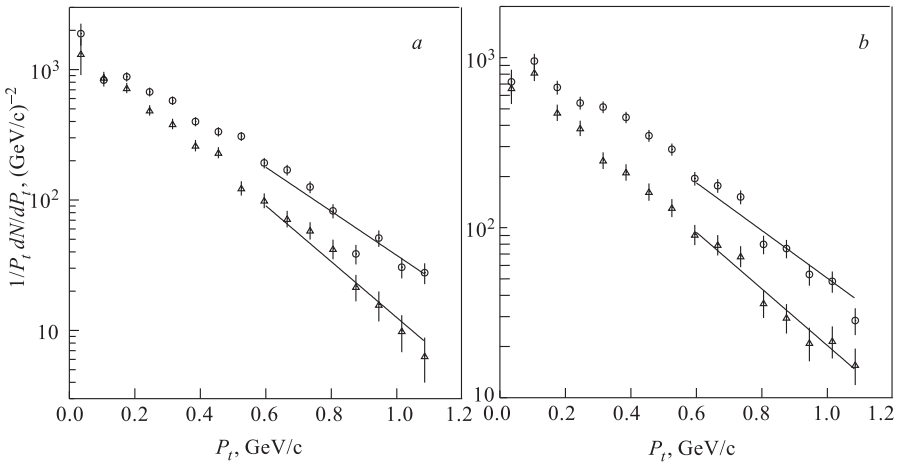

Fig. 17. The transverse momentum distributions of protons emitted in the reaction plane to the same (○) and opposite (△) side of the transverse flow in C-Ne (*a*) and C-Cu (*b*) collisions. The lines — results of the fitting by the exponents

directions of the transverse flow are approximately parralel to each other, $R(P_t)$ ratio increases gradually and reaches a limiting value at high P_t, which is very sensitive to the EOS.

We have studied the correlations between the protons detected on the same and opposite side of the sideward flow in central C-Ne and C-Cu interactions. The transverse momentum distributions for protons, emitted in the reaction plane at the rapidity intervals of $1.7 < Y < 2.4$ for C-Ne and $1.3 < Y < 2.7$ for C-Cu collisions, are shown in Fig. 17. The chosen rapidity range is around of the projectile rapidity $Y_{\rm proj} = 2.28$. In this rapidity range particles with high transverse momenta must have suffered very violent collisions and thus originate mostly from the very hot and dense participant region where large density gradients exist. On the other hand, particles with low transverse momentum are mostly from cold spectators.

From Fig. 17 one can see a very clear excess of protons emitted on the same side as the directed flow for both C-Ne and C-Cu collisions. In both collisions the spectra show typical exponential behaviour for $P_t \geq 0.6$ GeV. The spectra at high P_t for particles in the same and opposite directions of the transverse flow are approximately parallel to each other, similar to the results of the E877 collaboration for protons in Au-Au collisions at AGS energy of 10.8 GeV/nucleon and theoretical predictions of Ref. 84 on the basis of the transversely moving thermal model and hadronic transport BUU model.

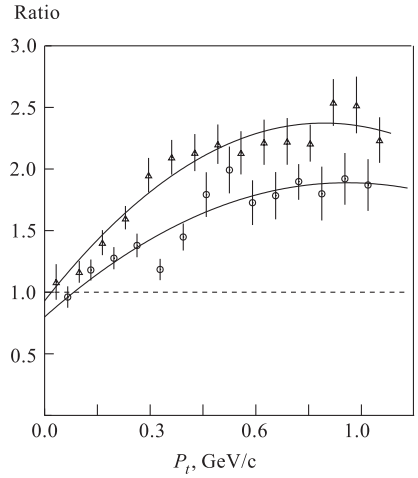

Fig. 18. Ratios of the yield of protons emitted to the same and opposite side of the transverse flow as a function of P_t in C-Ne (○) and C-Cu (△) collisions. The curves — results of the logarithmic fits to guide the eyes

In Fig. 18 the ratios $R(P_t)$ of the two spectra as a function of P_t for C-Ne and C-Cu collisions are presented in order to study the strength of the transverse flow. As expected from Ref. 84, the ratios increase gradually at low P_t and reach a limiting value of 1.9 at $P_t = 1$ GeV/c in C-Ne and 2.5 in C-Cu collisions. The limiting value in C-Cu collisions is larger than that in C-Ne collisions. For protons, the value of the ratio is greater than one $R(P_t) > 1$ at all transverse momenta. It is an unambiguos signature of the existence of sideward flow, indicating that for all P_t values the protons are emitted preferentially in the direction of the flow. The similar result has been obtained by the E877 collaboration for protons in Au-Au collisions at the energy of 10.8 GeV/nucleon. It has been found that ratio $R(P_t) > 1$ increases with P_t and reaches about 2 at $P_t = 1$ GeV/nucleon.

As the transverse momentum decreases, $R(P_t)$ is increasingly more affected by particles from cold spectators, and the ratio R approaches one as P_t goes to zero (see Fig. 18).

Since $R(P_t)$ at high P_t is very sensitive measure of the quantity β/T, and the local temperatures during the reaction process using the cascade and the soft equation of state (EOS) are almost identical [73], one expects that $R(P_t)$ depends strongly on the EOS of the superdense hadronic matter formed in the most violent stage of the reaction. This has been clearly found in Ref. 84 (see Fig. 19) by comparing results obtained using the pure cascade and the soft EOS for central collisions. On can see from Fig. 19, that although there is no significant difference between the two values of $R(P_t)$'s for $P_t \leq 0.2$ GeV/c, they differ by about a factor of 1.5 at higher P_t. Moreover, the ratios are constant within a large range of high transverse momenta.

In Fig. 20 the ratios $R(P_t)$ as a function of P_t for π^- mesons in C-Ne and C-Cu interactions at $1.0 < Y < 2.5$ are presented. In C-Ne collisions the ratio is greater than one, increases almost linearly with P_t and reaches about 1.2 at $P_t = 0.9$ GeV/c. However, an anisotropy is observed for π^- mesons in C-Cu collisions, which on average show the ratio smaller than one. This is shown by the lines in Fig. 20 which are linear fits to the data. Thus, in C-Ne interactions

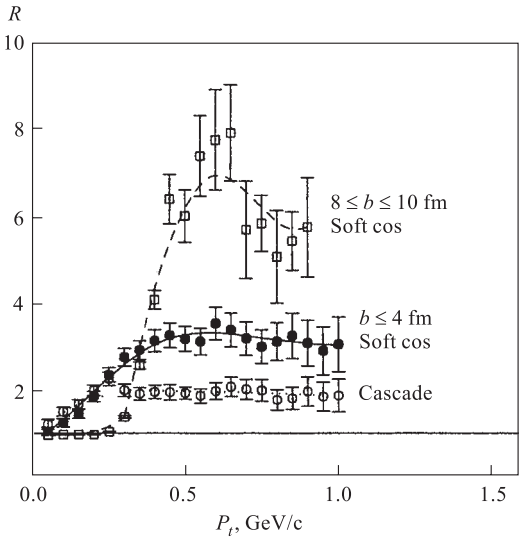

Fig. 19. Transverse momentum dependence of the strength of transverse flow in the reaction plane for particles emitted in the same/opposite side of transverse flow in reaction of Au-Au at an energy of 10.8 GeV/nucleon. Results using the soft equation of state and the pure cascade mode of ART are compared for central collisions (figure taken from Ref. 84)

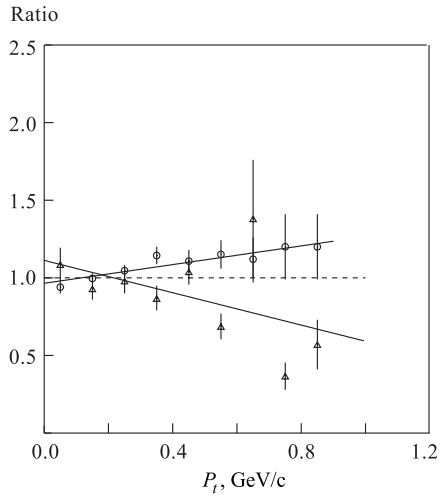

Fig. 20. Ratios of the yield of π^- mesons emitted to the same and opposite side of the transverse flow as functions of P_t in C-Ne (○) and C-Cu (△) collisions. The lines — results of fitting to guide the eyes

the pions are preferentially emitted in the direction of the flow, meanwhile in C-Cu interactions the pions are preferentially emitted away from the direction of the flow. The preferential emission of π^+ mesons away from the direction of the flow has been observed by E877 collaboration in Au-Au interactions [73] at AGS energy, selecting events with very high directivity $D > 0.12$, where $D = (E_x^2 + E_y^2)^{1/2}/E_t$. This is in qualitative agreement with the predictions of RQMD [80].

SUMMARY

Detailed experimental analysis, carried out with large acceptance detectors at BEVALAC, GSI/SIS, Dubna, Brookhaven AGS, RHIC, and CERN/SPS, allowed to obtain a clear evidence of the directed and elliptic flow effects in nuclear collisions. The measurement of flow phenomena provides direct insight into final state interactions, which can only be deduced indirectly from inclusive distributions. Therefore flow observables are important tools for investigating properties of nuclear matter under extreme conditions of high density and temperature.

The directed flow becomes smaller as the bombarding energy increases, meanwhile the in-plane (positive) elliptic flow becomes larger. Data on the proton elliptic flow from Dubna and AGS (EOS, SKM-200-GIBS, E895 and E877 collaborations) show a transition from negative (out-of-plane) to positive (in-plane) elliptic flow at a beam energy of $E_{\rm tr} \sim 4$ GeV/nucleon. Studies based on transport models have indicated that the value for $E_{\rm tr}$ depends on the nuclear EOS at high densities. Using a relativistic Boltzmann-equation transport model (BEM) it has been found a softening of the EOS from a stiff form for beam energies below $E_{\rm tr}$ to a softer form for beam energies above $E_{\rm tr}$. Such a softening of the EOS could result from a number of effects, one of which is the possible quark-gluon plasma (QGP) phase transition of nuclear matter. Meanwhile the relativistic transport model ART 1.0 shows that the experimental data are consistent instead with the prediction using a stiff EOS without involving a softening. Within this model it has been shown, that by studying the nucleon and pion elliptic flow as a function of beam energy and transverse momentum, one can obtain much more information about the reaction dynamics and the origin of the transition in the sign of elliptic flow. The results clearly show, that elliptic flow measurements can provide an important constraint on the EOS of high density nuclear matter.

For clarification of different predictions additional experimental signatures as well as calculations based on other models will be necessary.

Acknowledgements. The authors are indebted to M. Anikina, A. Golokhvastov, S. Khorozov, J. Lukstins, L. Okhrimenko, and G. Taran for fruitful collaboration during the obtaining of the data. The authors are very grateful to N. Amelin for providing them with the QGSM code program COLLI. The authors would

like to thank P. Danielewicz and Bao-An Li for the interest to their results and very valuable advices.

REFERENCES

1. *Stöcker H., Müller B.* LBL preprint 12471. Unpublished.
2. *Schied W., Ligensa R., Greiner W.* // Phys. Rev. Lett. 1968. V. 21. P. 1479;
   Schied W., Ligensa R., Greiner W. // Phys. Rev. Lett. 1974. V. 32. P. 741.
3. *Stöcker H., Maruhn J. A., Greiner W.* // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 44. P. 725.
4. *Stöcker H. et al.* // Phys. Rev. C. 1982. V. 25. P. 1873.
5. *Buchwald G. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. P. 1594.
6. *Hartnack C. et al.* // Nucl. Phys. A. 1992. V. 538. P. 53c;
   Hartnack C. et al. // Mod. Phys. Lett. A. 1994. V. 9. P. 1151.
7. *Hofmann J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1976. V. 36. P. 88.
8. *Pielert G., Stöcker H., Greiner W.* // Rep. Prog. Phys. 1994. V. 57. P. 533.
9. *Schied W., Greiner W.* // Phys. Rep. 1986. V. 137. P. 277.
10. *Van Hove L.* // Phys. Lett. B. 1982. V. 118. P. 138.
11. *Amelin N. S., Staubo E. F., Csernai L.* // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 1523;
    Amelin N. S. et al. // Nucl. Phys. A. 1992. V. 544. P. 463c;
    Bravina L. V. et al. // Nucl. Phys. A. 1994. V. 566. P. 461c;
    Bravina L. V. et al. // Phys. Lett. B. 1995. V. 344. P. 49.
12. *Brachmann J. et al.* // Nucl. Phys. A. 1977. V. 619. P. 391.
13. *Hung C. M., Shuryak E. V.* // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 4003.
14. *Gustafsson H. A. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. P. 1590.
15. *Doss K. G. et al.* // Phys. Rev. C. 1986. V. 57. P. 302.
16. *Gutbrod H. H. et al.* // Phys. Lett. B. V. 216. P. 267;
    Gutbrod H. H. et al. // Phys. Rev. C. 1990. V. 42. P. 640.
17. *Renfordt R. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 763.
18. *Gosset J. et al.* // Phys. Lett. B. 1990. V. 247. P. 233.
19. *Demoulins M. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 62. P. 1251;
    Demoulins M. et al. // Phys. Lett. B. 1990. V. 241. P. 476.
20. *Ramillien V. et al.* // Nucl. Phys. A. 1995. V. 587. P. 802.
21. *Herrmann N. et al.* // Nucl. Phys. A. 1996. V. 610. P. 49.
22. *Leifels Y. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 963.
23. *Kugler A. et al.* // Phys. Lett. B. 1994. V. 335. P. 319.
24. *Brill D. et al.* // Z. Phys. A. 1997. V. 357. P. 207.
25. *Chance J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 2535;
    Partlan M. D. et al. // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 2100.
26. *Westfall G. D. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 1986.
27. *Barrette J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. P. 2532.

28. *Barrette J. et al.* // Phys. Rev. C. 1997. V. 56. P. 3254;
Barrette J. et al. // Phys. Rev. C. 1997. V. 55. P. 1420.

29. *Liu H. et al. (E895 collaboration)* // Nucl. Phys. A. 1998. V. 638. P. 451;
Liu H. et al. (E895 collaboration) // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 5488.

30. *Ogilvie C. et al.* // Nucl. Phys. A. 1998. V. 638. P. 57.

31. *Bannik B. et al.* // J. Phys. G. 1988. V. 14. P. 949.

32. *Adamovich M. et al.* // Eur. Phys. J. A. 1999. V. 6. P. 427.

33. *Simic Lj., Milosevic J.* // J. Phys. G. 2001. V. 27. P. 183.

34. *Keitz A. V. et al.* // Phys. Lett. B. 1991. V. 263. P. 353.

35. *Nishimura S. et al.* // Nucl. Phys. A. 1998. V. 638. P. 549.

36. *Aggarwal M. M. et al. (WA98 collaboration)*. e-print. Archive: nucl-ex/9807004. 1998.

37. *Appelshauser H. et al. (NA49 collaboration)* // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. P. 4136.

38. *Ackermann K. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. P. 402.

39. *Danielewicz P., Odyniec D.* // Phys. Lett. B. 1985. V. 157. P. 146.

40. *Gyulassy M., Frankel K. A., Stöcker H.* // Phys. Lett. B. 1982. V. 110. P. 185;
Danielewicz P., Gyulassy M. // Phys. Lett. B. 1983. V. 129. P. 283.

41. *Ollitrault J.* // Phys. Rev. D. 1992. V. 46. P. 229;
Ollitrault J. // Phys. Rev. D. 1993. V. 48. P. 1132.

42. *Voloshin S., Zhang Y.* // Z. Phys. C. 1996. V. 70. P. 665;
Voloshin S. A. // Phys. Rev. C. 1997. V. 55. P. R1630;
Poskanzer A. M., Voloshin S. A. // Phys. Rev. C. 1998. V. 58. P. 1671.

43. *Buchward G. et al.* // Phys. Rev. C. 1983. V. 28. P. 2349.

44. *Csernai L. P.* Introduction Relativistic Heavy Ion Collisions. Singapore, 1994. P. 213.

45. *Ollitrault J.* nucl-ex/9711003. 1997;
Ollitrault J. // Nucl. Phys. A. 1998. V. 638. P. 195c.

46. *Nikonov E., Shanenko A., Toneev V.* // Heavy Ion Phys. 1998. V. 8. P. 89; nucl-th/9802018. 1998;
Nikonov E., Shanenko A., Toneev V. // Yad. Phys. 1999. V. 62. P. 1301.

47. *Rischke D. et al.* // Heavy Ion Phys. 1996. V. 1. P. 309;
Rischke D. // Nucl. Phys. A. 1997. V. 610. P. 88.

48. *Toneev V., Gudima K.* // Nucl. Phys. A. 1983. V. 400. P. 173.

49. *Chkhaidze L. et al.* // Phys. Lett. B. 1997. V. 411. P. 26.

50. *Beavis O. et al.* // Phys. Rev. C. 1992. V. 45. P. 299.

51. *Beavis O. et al.* // Phys. Rev. C. 1986. V. 33. P. 1113.

52. *Chkhaidze L. et al.* // Phys. Lett. B. 2000. V. 479. P. 21.

53. *Doss K. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59. P. 2720.

54. *Gustafsson H. et al.* // Mod. Phys. Lett. A. 1980. V. 3. P. 1323.

55. *Gutbrod H., Poskanzer A., Ritter A.* // Rep. Prog. Phys. 1989. V. 52. P. 1267;
Harris J. et al. // Nucl. Phys. A. 1987. V. 471. P. 241c.

56. *Pinkenburg C. et al. (E895 collaboration)* // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. P. 1295.

57. *Barrette J. et al.* e-print. Archive: nucl-ex/0007007. 2000;
Barrette J. et al. // Phys. Rev. C. 2001. V. 63. P. 014902.

58. *Justice M. et al.* // Nucl. Phys. A. 1995. V. 590. P. 549c;
Justice M. et al. e-print. Archive: nucl-ex/9708005. 1997;
Justice M. et al. // Phys. Lett. B. 1998. V. 440. P. 12.

59. *Barrette J. et al.* // Phys. Lett. B. 2000. V. 485. P. 319.

60. *Crochet Ph. et al. (FOPI collaboration)* // Nucl. Phys. A. 1996. V. 610. P. 49c.

61. *Balazs N. et al.* // Nucl. Phys. A. 1984. V. 424. P. 605.

62. *Lang A. et al.* // Z. Phys. A. 1991. V. 340. P. 287.

63. *Ajitanand N. N. et al.* // Nucl. Phys. A. 1998. V. 638. P. 451.

64. *Danielewicz P. et al.* // Phys. Rev. C. 1988. V. 38. P. 120.

65. *Gale C. et al.* // Phys. Rev. C. 1990. V. 41. P. 1545.

66. *Wong C. Y. et al.* // Phys. Rev. C. 1982. V. 25. P. 1460.

67. *Zhang S., Das Gupta S., Gale C.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 50. P. 1617.

68. *Keane D. et al.* // Proc. of Nuclear Dynamics Workshop IV, Copper Mountain, Colorado, 1986 / Ed. by V. Viola. Springfield, 1986. P. 151; Report No. Conf-860270.

69. *Gosset K. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 62. P. 1251.

70. *Bass S. et al.* // Phys. Rev. C. 1995. V. 51. P. 3343.

71. *Kintner J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 4165.

72. *Li B. A., Bauer W., Bertch G.* // Phys. Rev. C. 1991. V. 44. P. 2095;
Li B. A. // Nucl. Phys. A. 1994. V. 570. P. 797.

73. *Li B. A., Ko C. M.* // Phys. Rev. C. 1995. V. 52. P. 2037;
Li B. A., Ko C. M. // Phys. Rev. C. 1996. V. 53. P. R22.

74. *Crochet Ph. et al.* // Phys. Lett. B. 2000. V. 486. P. 6.

75. *Chung P. et al.* // J. Phys. G. 1999. V. 25. P. 255.

76. *Kampert K. et al.* // J. Phys. G. 1989. V. 15. P. 691;
Gutbrod H. et al. // Rep. Prog. Phys. 1989. V. 52. P. 1261.

77. *Brill D. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 336;
Brill D. et al. // Z. Phys. A. 1996. V. 355. P. 61.

78. *Venema L. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 835.

79. *Pelte D. et al.* // Nucl. Phys. A. 1997. V. 622. P. 573.

80. *Hartnack C. et al.* // Phys. Lett. B. 1994. V. 336. P. 131.

81. *Danielewicz P. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. P. 2438;
Danielewicz P. et al. // Phys. Rev. C. 1995. V. 51. P. 716.

82. *Sorge H. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 2309.

83. *Barrette J. et al.* // Nucl. Phys. A. 1995. V. 590. P. 259c.

84. *Li B. A., Ko C. M., Li G. Q.* // Phys. Rev. C. 1996. V. 55. P. 844.

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2002. Т. 33. ВЫП. 2

УДК 539.171.016

POLARIZATION PHENOMENA IN HADRONIC AND NUCLEAR PROCESSES IN THRESHOLD REGIME

E. Tomasi-Gustafsson

DAPNIA/SPhN, CEA/Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

*M. P. Rekalo**

Middle East Technical University, Physics Department, Ankara 06531, Turkey

Based on the recent, high-precision data for elastic electron scattering from protons and deuterons, at relatively large momentum transfer Q^2, we determine the neutron electric form factor up to $Q^2 = 3.5$ GeV^2. The values obtained from the data (in the framework of the nonrelativistic impulse approximation) are larger than commonly assumed and are in good agreement with the Gari–Krümpelmann parametrization of the nucleon electromagnetic form factors.

Опираясь на новые точные данные по упругому рассеянию электронов на протонах и дейтроне при больших значениях переданного импульса Q^2, мы определяем электрический формфактор нейтрона вплоть до значений $Q^2 = 3,5$ ГэВ^2. Значения, определяемые на основе этих данных (в рамках нерелятивистского импульсного приближения), больше тех, что обычно получают, находятся в хорошем согласии с параметризацией электромагнитных формфакторов нуклона Гари–Кремпельмана.

INTRODUCTION

The threshold region for processes of hadronic and nuclear interactions is very interesting from a theoretical as well as an experimental point of view.

In this region one can apply different physical approaches, starting from classical current algebra methods for processes involving soft pions, through effective Lagrangian considerations or perturbative chiral symmetry theory (ChPT). In particular ChPT has been very successful in explaining the last exciting results about pion photo- and electroproduction on nucleons near threshold [1].

The essential simplification of the spin structure of matrix elements for threshold regime results in better understanding of the underlying mechanisms and allows a transparent analysis of polarization phenomena. The reason of this simplification is the presence, in threshold conditions, of a single independent physical direction, related to the initial momentum. Therefore the analysis of polarization

*Permanent address: National Science Centre KFTI, 310108 Kharkov, Ukraine

effects near threshold, with evident axial symmetry, cannot be considered as a limiting case of a general formalism, which applies to binary collisions, where the scattering plane is well defined, but a dedicated formalism has to be especially derived.

Such formalism is developed here for a wide class of processes including nonbinary processes as the production of pseudoscalar and vector mesons in nucleon–nucleon collisions. The study of these processes allows one to afford many interesting physical problems: hidden strangeness of nucleons and OZI violation, ηN and ωN interactions in S state, determination of P parity of strange particles, identification of reaction mechanisms, etc.

Special attention we devote here to the analysis of the spin structure and polarization phenomena for nuclear processes with light nuclei which have important applications in fundamental astrophysics and in nuclear fusion.

1. GENERAL PROPERTIES OF POLARIZATION PHENOMENA FOR HADRONIC AND NUCLEAR PHYSICS AT THRESHOLD

1.1. Description of Polarization Properties of Fermions, Bosons and Photons. The most prominent feature of the threshold physics is the production of final particles in S state with zero three-momentum in the centre of mass (CMS)*. The notion of angular momentum, orbital and total, can be exactly defined only in CMS. Therefore the following analysis will be derived in the CMS of all considered processes.

The description of the polarization properties of different particles (with spin) involved in reactions at threshold is essentially simplified. The exact description of all the observables can be done nonrelativistically, all particles having zero or relatively small velocity. Therefore the complex relativistic description of spin is equivalent, here, to the nonrelativistic one.

This holds for spin 1/2, 1, and 3/2, as we show in the following lines.

Spin 1/2. The relativistic description of the polarization properties of fermions with spin 1/2 is based on the formalism of four-component Dirac spinors, $u(p)$, where p is the particle four-momentum. Using the Dirac equation in the standard form:

$$(\hat{p} - M)u(p) = 0, \quad \hat{p} = p_\mu \gamma_\mu,$$

where M is the fermion mass and γ_μ are the Dirac matrices, one can find the following representation for the Dirac spinors $u(p)$ in terms of the two-component

*Let us note that there are a few examples, where the S-state production at threshold is forbidden, for example, the process $\gamma + \pi \to \pi + \pi$ or $\gamma + {}^4\mathrm{He} \to {}^4\mathrm{He} + \pi^0$. Due to angular momentum and P-parity conservation, only P-wave meson production is allowed.

spinor ϕ:

$$u(p) = \sqrt{E+M} \begin{pmatrix} \phi \\ \dfrac{\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}}{E+M}\phi \end{pmatrix}$$

with the relativistic normalization: $u^\dagger u = 2E,$ and $\phi^\dagger\phi = 1$; $p = (E, \mathbf{p})$, so E is the energy of the particle; $\mathbf{p}$ is the three-momentum $E^2 - \mathbf{p}^2 = M^2$ (for a free particle).

At threshold, $\mathbf{p} = 0$, $u(p) \to \phi$, i. e., the two-component spinor ϕ fully describes a spin-1/2 particle.

The density matrix, corresponding to the two-spinor ϕ has the following form:

$$\phi_i\phi_j^\dagger = \frac{1}{2}\left(\mathcal{I} + \boldsymbol{\sigma}\mathbf{P}\right)_{ij}, \ i,j = 1,2,$$

where $\mathbf{P}$ is the vector (more exactly the axial vector or pseudovector) of the fermion polarization; $\sigma_a = \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ are the standard Pauli matrices:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

with the following useful properties:

$$\sigma_a\sigma_b = \delta_{ab} + i\epsilon_{abc}\sigma_c, \quad \sigma_a^\dagger = \sigma_a, \quad (a,b,c = x,y,z),$$

and ϵ_{abc} is the absolute antisymmetric unit tensor, so that $\epsilon_{xyz} = 1$.

Note that the $\mathbf{P}$ vector is odd under time-inversion (T transformation) and even under space-inversion (P transformation).

Spin 1. The relativistic description of particles with spin 1 (i. e., the vector particles) involves the four-polarization vector, U_α, $\alpha = x, y, z$ and 0, with the additional relation:

$$Up = 0.$$

At threshold this relation can be written:

$$U_0 M = 0, \ \text{i. e.}, \ U_0 = 0,$$

$$U_\alpha \to U_a, \quad a = x, y, z.$$

Here the complete physical information is contained in the three-vector $\mathbf{U}$.

The density matrix for any vector particle, ρ_{ab} can be defined as:

$$\rho_{ab} = U_a^* U_b.$$

This expression holds for stable particles, like the deuteron, as well as for unstable particles, like vector mesons (ρ, ω or ϕ). However in case of deuteron, with positive parity, the corresponding three-vector, $\mathbf{U}$, has to be considered as an

axial vector, whereas for vector mesons (which have negative parity) **U** is a usual (polar) vector.

The density matrix ρ_{ab} can be parametrized in different and equivalent ways. For stable particles, it is expressed in terms of the vector (S_a) and the tensor (Q_{ab}) polarizations as follows:

$$\rho_{ab} = \frac{1}{3}\left(\delta_{ab} - \frac{i}{2}\epsilon_{abc}S_c - Q_{ab}\right),\ Q_{ab} = Q_{ba},\ Q_{aa} = 0, \tag{1.1}$$

therefore $\rho_{aa} = 1$.

Different experimental methods exist to measure the components of the vector and tensor deuteron polarization [2] according to the energy of the scattered deuteron.

The expression (1.1) can be applied, in principle, to unstable vector particles, also, but the vector and tensor polarizations, for these particles, are directly measured through the analysis of the angular distribution of their decay products. One can show that this angular distribution is related to the different elements of the density matrix, ρ_{ab}:

$$S_a = i\epsilon_{abc}\rho_{bc}, \tag{1.2}$$

$$Q_{ab} = -\frac{1}{2}\left[\rho_{ab} + \rho_{ba} - 2\delta_{ab}\right]. \tag{1.3}$$

These two descriptions (one in terms of ρ_{ab} and the other in terms of S_a and Q_{ab}) are equivalent, but for unstable particles one derives directly the elements of the density matrix.

As an example let us consider a binary process for vector particle production, $1 + 2 \to 3 + V$, where 1, 2 and 3 are particles (nucleons, etc.); and V, a vector meson: $V = \rho,\ \omega,\ \phi,\ J/\psi$. The density matrix can be parametrized in the following general form which is valid (in case of unpolarized particles) for any reaction and reaction mechanism (for P-invariant interactions):

$$\begin{aligned}
\rho_{ab} &= \rho_1\hat{m}_a\hat{m}_b + \rho_2\hat{n}_a\hat{n}_b + \rho_3\hat{k}_a\hat{k}_b + \\
&+ \rho_4(\hat{m}_a\hat{k}_b + \hat{m}_b\hat{k}_a) + i\rho_5(\hat{m}_a\hat{k}_b - \hat{m}_b\hat{k}_a), \\
\hat{\mathbf{n}} &= \mathbf{k}\times\mathbf{q}/|\mathbf{k}\times\mathbf{q}|,\quad \hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|,\quad \hat{\mathbf{m}} = \hat{\mathbf{n}}\times\hat{\mathbf{k}},
\end{aligned}$$

where $\mathbf{k}$ and $\mathbf{q}$ are the three-momenta of particles 1 and 3 in the CMS of the considered reaction; $\rho_i = \rho_i(s,t)$, $i = 1 - 5$ are the real structure functions depending on the two Mandelstam variables s and t. These structure functions determine the angular distribution of the decay products of the vector meson. As

an example for the decays $\rho \to \pi\pi$ and $\phi \to K\overline{K}$ one finds:

$$W(\theta,\phi) = \frac{1-\cos^2\theta}{2} - \rho_3\left(\frac{1-3\cos^2\theta}{2}\right) + \\ + \frac{1}{2}(\rho_1-\rho_2)\sin^2\theta\cos 2\phi + \rho_4 \sin 2\theta\cos\phi, \quad (1.4)$$

where θ and ϕ are the polar and azimuthal angles of the pseudoscalar meson P_1 in the decay $V \to P_1 + P_2$ (in the rest frame of the decaying V meson). We use here the normalization condition:

$$\rho_{aa} = \rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1, \quad \text{i.e.}, \ \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 = 1. \quad (1.5)$$

Eq. (1.4) shows that the measurement of θ and ϕ dependences of the decay products in $V \to P_1 + P_2$ allows one to determine, in the general case, the SFs ρ_1, ρ_2, ρ_3, and ρ_4, which characterize the symmetric part of the density matrix for the vector mesons.

However the SF ρ_5, which is related to the antisymmetric part of the density matrix, cannot be determined in this way. This is an important point for the analysis of the polarization properties of vector mesons through their decays. The main decays of the vector mesons, such as:

$$V \to P + P, \ P + \gamma, \ \ell^+ + \ell^-, \ PPP \ , V_1 + P, \ \ldots \quad (1.6)$$

are driven by strong and electromagnetic interactions with conservation of P parity*. As a result, an analysis of the spin structure of the matrix elements of the processes (1.6) shows that the presence of a single interaction constant for each of such decays, cannot induce T-odd correlations, which play an essential role in the measurement of the vector polarization of V mesons. Therefore, none of the decays (1.6) can give access to the antisymmetric part of the corresponding density matrix.

Spin 3/2. The relativistic description of particles with spin 3/2 (for example the Δ isobar) in terms of a four-component Dirac spinor with vector index $U_\mu(p)$ can be reduced, in near threshold conditions, into a two-component spinor, with three vector indices:

$$U_\mu(p) \to \chi_a, \ a = x, y, z$$

with the important constraint: $\boldsymbol{\sigma\chi} = 0$. Summation over the polarization states gives for the density matrix:

$$\rho_{ab}(3/2) = \overline{\chi_a^\dagger \chi_b} = = \frac{2}{3}\left(\delta_{ab} - \frac{i}{2}\epsilon_{abc}\sigma_c\right).$$

*This differs, for example, from the decay $\Lambda \to p\pi^-$ which is driven by the weak interaction with strong violation of P invariance. The Λ hyperon (spin 1/2 particle) is a self-analyzing particle: its vector polarization can be determined from the decay angular distribution.

Photon. Real photons are vector particles with zero mass, therefore their polarization properties are described in a particular way. The polarization can be characterized by the three-vector $\mathbf{e}$, which satisfies the Lorentz condition: $\mathbf{e} \cdot \mathbf{k} = 0$, where $\hat{\mathbf{k}}$ is the unit vector along the photon three-momentum. The sum over the photon polarizations is given by:

$$\sum_{i=1,2} e_a^{(i)*} e_b^{(i)} = \delta_{ab} - \hat{k_a} \hat{k_b},$$

where the upper index i enumerates the two possible independent polarization vectors of the photon.

The photon states with definite value of the total angular momentum j are classified in two groups: electric (Ej) and magnetic (Mj) types — with different values of P parity: $(-1)^j$ for the electric type and $(-1)^{j+1}$ for the magnetic type.

In threshold conditions, for photoproduction processes, $\gamma + a \to b + c$, or radiative capture, $a + b \to c + \gamma$, the photon can be characterized by the smallest value of j. In this case we can easily write the corresponding combinations of polarization $\mathbf{e}$ and unit vector $\hat{\mathbf{k}}$ for the photon states with low multipolarity:

$$\begin{aligned}
\mathbf{e} &\to E1 \text{ (electric dipole)}, \\
\mathbf{e} \times \hat{\mathbf{k}} &\to M1 \text{ (magnetic dipole)}, \\
e_a \hat{k}_b + e_b \hat{k}_a \equiv E_{ab} &\to E2 \text{ (electric quadrupole)}, \\
(\mathbf{e} \times \mathbf{k})_a \hat{k}_b + (\mathbf{e} \times \mathbf{k})_b \hat{k}_a \equiv M_{ab} &\to M2 \text{ (magnetic quadrupole)}.
\end{aligned}$$

These are the basic formulas for the construction of the matrix elements for electromagnetic processes (in near threshold conditions).

1.2. Parametrization of the Spin Structure of the Matrix Elements. Using the formalism presented in the previous section, we can write in a direct way the matrix element for any threshold process in a general form, using only the symmetry properties of the strong and the electromagnetic interactions. This problem can be exactly solved without any dependence on reaction mechanism.

Let us recall the most important symmetry principles of fundamental interactions which allow us to establish the spin structure of the matrix element:

- isotropy of space (conservation of total angular momentum);
- invariance of relative inversion of the space coordinates (P transformation and P invariance);
- the gauge invariance (in case of photoproduction processes, or radiative capture reactions);
- the Pauli principle for identical fermions;

• isotopic invariance of the strong interaction and generalized Pauli principle (for nonidentical fermions like n and p);

• invariance under charge conjugation (C invariance).

The first step in the determination of the spin structure of the matrix element for threshold processes, is the analysis of the possible multipole (for processes involving photons) or partial transitions, which are allowed for the considered process by the above-mentioned symmetry properties.

From our previous discussion it follows that, at threshold, the most general form of the matrix element can contain only one three-momentum $\mathbf{k}$ (in necessary combinations with the polarization vectors of V mesons, photons, two-component spinors and σ matrices), which is the momentum of the initial state, in case of nonzero threshold energy, or the momentum of the final state for the capture or the annihilation processes at rest.

The degree of this three-vector $\hat{\mathbf{k}}$ is directly related to the value of the orbital angular momentum of colliding particles or the multiplicity of the photon: the zero degree in $\hat{\mathbf{k}}$ describes the interaction of the initial particles in S state, the first degree in P state, the second degree in D state, etc.

We illustrate this procedure on few typical examples: $p + d \to {}^3\mathrm{He} + \pi^0$ and $\pi + N \to N + V$ (strong interaction) and $\gamma + N \to N + V$ (vector meson photoproduction on the nucleon in the threshold region).

For $p + d \to {}^3\mathrm{He} + \pi^0$ the spin and parity of the particles are $1/2^+ + 1^+ \to 1/2^+ + 0^-$. Therefore at threshold (π^0 is produced in S state) only one value of total angular momentum and P parity is allowed, $\mathcal{J}^P = 1/2^-$ for the final state. Due to the conservation of the total angular momentum and P parity (P invariance of the strong interaction) the spin and parity of the initial state have also to be $\mathcal{J}^P = 1/2^-$. Therefore the orbital angular momentum of the colliding $p + d$ system must be equal to 1: $\ell_i = 1$, and the following partial transitions are allowed:

$$S_i = 1/2, \quad \ell_i = 1 \to \mathcal{J}^P = 1/2^-; \; S_i = 3/2, \quad \ell_i = 1 \to \mathcal{J}^P = 1/2^-,$$

where S_i is the total spin of the $p + d$ system.

The resulting threshold matrix element can be written as:

$$\mathcal{M}(d + p \to {}^3\mathrm{He} + \pi^0) = \chi_2^\dagger \left(i f_1 \hat{\mathbf{k}} \mathbf{D} + f_2 \boldsymbol{\sigma} \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{D} \right) \chi_1, \tag{1.7}$$

where χ_1 and χ_2 are the two-component spinors of the initial proton and the produced nucleus ${}^3\mathrm{He}$; $\mathbf{D}$ is the polarization vector of the deuteron; f_1 and f_2 are the partial amplitudes of the considered process, which are complex functions of the excitation energy.

Their linear combinations give the origin to the partial amplitudes with a definite value of the initial total spin S_i. Let's build the two possible initial states

with $S_i = 1/2$ and $S_i = 3/2$:

$$\psi_{3/2} = (-2i\mathbf{D} + \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{D})\chi_1, \quad \psi_{1/2} = (i\mathbf{D} + \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{D})\chi_1, \tag{1.8}$$

with the following properties:

— $\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\psi}_{3/2} = 0$: necessary condition for spin 3/2;

— $\boldsymbol{\psi}^{\dagger}_{1/2}\boldsymbol{\psi}_{3/2} = 0$: orthogonality of states with different values of S_i.

Comparing Eqs. (1.7) and (1.8) one can find:

$$f_1 = f_{1/2} - 2f_{3/2},$$

$$f_2 = f_{1/2} + 2f_{3/2},$$

where $f_{1/2}$ and $f_{3/2}$ are the partial amplitudes corresponding to $S_i = 1/2$ and $S_i = 3/2$.

The parametrization (1.7) of the spin structure of the threshold matrix element for the process $p + d \to {}^3\mathrm{He} + \pi^0$ holds for any reaction mechanism and for any theoretical model which can be used to describe the amplitudes.

The process of threshold vector production in πN collisions, $\pi + N \to N + V$, has the same combination of spins of interacting particles, but different P parities: $0^- + 1/2^+ \to 1/2^+ + 1^-$, which induce a different matrix element. The S-state production implies: $\mathcal{J}^P = 1/2^-$ and $\mathcal{J}^P = 3/2^-$, with the two following partial transitions:

$$S_i = 1/2, \quad \ell_i = 0 \to \mathcal{J}^P = 1/2^-; \quad S_i = 1/2, \quad \ell_i = 2 \to \mathcal{J}^P = 3/2^-,$$

i. e., due to P-parity conservation, two different values of initial orbital momentum, $\ell_i = 0$ and $\ell_i = 2$ contribute. So the resulting matrix element can be written as follows:

$$\mathcal{M}_{\mathrm{th}}(\pi N \to NV) = \chi_2^{\dagger}\left(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{U}^* g_1 + \boldsymbol{\sigma}\hat{\mathbf{k}}\hat{\mathbf{k}}\mathbf{U}^* g_2\right)\chi_1,$$

where χ_1 and χ_2 are the two-component spinors of the initial and final nucleons; $\mathbf{U}$ is the three-vector polarization of the V meson; g_1 and g_2 are the partial amplitudes for the considered process.

As a state with orbital momentum $\ell = 2$ can be described by a traceless and symmetrical tensor: $\ell_{ab} = \hat{k}_a\hat{k}_b - 1/3\delta_{ab}$, the partial amplitudes corresponding to $\ell = 0$ and $\ell = 2$, $g^{(0)}$ and $g^{(2)}$, are defined as follows:

$$g^{(0)} = g_1 + \frac{1}{3}g_2, \quad g^{(2)} = g_2.$$

This procedure can be applied to the spin structure of any process of strong interaction.

Let us consider, now, as an example, an electromagnetic process: the threshold photoproduction of vector mesons on the nucleons, $\gamma + N \to N + V$. There are two possible final states, corresponding to $\mathcal{J}^P = 1/2^-$ and $\mathcal{J}^P = 3/2^-$. The conservation of angular momentum and P parity allows the following multipole transitions:

$$\begin{aligned} E1 &\to \mathcal{J}^P = 1/2^-, \\ &\to \mathcal{J}^P = 3/2^-, \\ M2 &\to \mathcal{J}^P = 3/2^-, \end{aligned} \tag{1.9}$$

i. e., the threshold matrix element has to contain three different combinations of polarization vectors $\mathbf{e}$ and $\mathbf{U}$:

$$\mathcal{M} = \chi_2^\dagger \left[i\mathbf{e}\mathbf{U}^* f_1 + \boldsymbol{\sigma}\mathbf{e} \times \mathbf{U}^* f_2 + \left(\boldsymbol{\sigma}\hat{\mathbf{k}}\mathbf{U}^*\mathbf{e} \times \hat{\mathbf{k}} + \boldsymbol{\sigma}\mathbf{e} \times \hat{\mathbf{k}}\mathbf{U}^*\hat{\mathbf{k}} \right) f_3 \right] \chi_1,$$

where the complex conjugation of $\mathbf{U}$ means that we are describing the production of the V meson. The amplitudes f_1 and f_2, being in zero degree in $\hat{\mathbf{k}}$, describe the absorption of electric dipole γ and correspond respectively to the $\mathcal{J}^P = 1/2^-$ and to the $\mathcal{J}^P = 3/2^-$ transitions. The amplitude f_3, characterizing a spin structure which is quadratic in $\hat{\mathbf{k}}$, describes the $M2$ absorption.

With the help of formulas (1.8), one can find the following relations between the amplitudes f_i and the multipole amplitudes e_1, e_3, and m_3, corresponding to the transitions (1.9): $m_3 = f_3,\ 3e_1 = 2f_2 - f_1,\ 3e_3 = f_1 + f_2$. The two sets of amplitudes $f_1 - f_3$ from one side and the multipole amplitudes $e_1,\ e_3$, and m_3 from the other side, give equivalent descriptions of the spin structure of the threshold matrix element. But from the physical point of view, the multipole amplitudes description seems preferable: the T invariance of hadron electrodynamics can be expressed in a convenient way namely in terms of these amplitudes, in the form of the rigorous theorem of Christ and Lee [3]. Following this theorem the relative phase of the amplitudes e_3 and m_3, corresponding to different multipolarities and to the same value of $\mathcal{J}^P = 3/2^-$, must be equal to 0 (or π). We can write:

$$e_1 = |e_1|e^{i\delta_1}, \quad e_3 = |e_3|e^{i\delta_3}, \quad m_3 = |m_3|e^{i\delta_3},$$

where δ_1 and δ_3 are the phases for $\mathcal{J}^P = 1/2^-$ and $\mathcal{J}^P = 3/2^-$.

Therefore all threshold observables for any process $\gamma + N \to N + V$ are characterized by three moduli of multipole amplitudes and by one relative phase, $\delta_3 - \delta_1$, only. The complete experiment, for the full reconstruction of the spin structure of the matrix element, has to contain three different polarization measurements, in addition to the differential cross section (with unpolarized particles).

1.3. Polarization Observables. The main feature of polarization phenomena in the near threshold region is an essential simplification due to the presence of

a single physical direction: the three-momentum of the colliding particles. A similar situation occurs for the capture or annihilation processes, in case of two-body reaction, like $\overline{p} + p \to P + P,\ P + V,\ V + V$ annihilation ($P(V)$ is a pseudoscalar (vector) meson), or $K^- + p \to \Lambda + \pi^-$ capture, for example, where the direction of the three-momenta of the final particles is the unique physical vector.

The consequence of such axial symmetry of threshold kinematics is that the standard formalism for the analysis of polarization phenomena [4], which is currently used for binary processes, in case of general kinematics, has to be fully revised.

The main ingredients of the threshold polarization analysis are the following symmetry properties:

• the axial symmetry of kinematics (i. e., the presence of a single three-momentum results in the absence of a scattering plane);

• the P invariance of the strong and electromagnetic interactions of hadrons;

• definite transformation properties of vector and tensor polarizations with respect to T and P transformations.

Therefore, at threshold, there are rigorous general properties of polarization observables, which can be formulated as follows:

• All T-odd one-spin polarization observables (such as the vector analyzing powers for polarized beam or polarized target and the vector polarization of the final particles) are identically zero for any process and any reaction mechanism.

• The tensor analyzing power $\mathcal{T}$ (for reactions with polarized deuteron beam or polarized deuteron target) is nonzero and is related to the cross section σ by:

$$\sigma = \sigma_0(1 + \mathcal{T} Q_{ab} \hat{k}_a \hat{k}_b),$$

where σ_0 is the cross section for nonpolarized particles.

• The tensor polarization of deuterons, produced in the collisions of unpolarized particles, can be parametrized as follows:

$$Q_{ab} = \left(\hat{k}_a \hat{k}_b - \frac{1}{3} \delta_{ab} \right) Q,$$

i. e., the tensor Q_{ab} is characterized by a single real quantity, Q, which is the function of excitation energy, only.

• The density matrix ρ_{ab} for the vector mesons produced in the collisions of unpolarized particles has the following form:

$$\rho_{ab} = \hat{k}_a \hat{k}_b + \rho(\delta_{ab} - 3\hat{k}_a \hat{k}_b), \quad \rho_{aa} = 1,$$

where ρ is a real dynamical parameter, characterizing the angular dependence of the decay products. For $V \to P + P$ one can find:

$$W(\theta) \simeq 1 + a \cos^2 \theta, \quad a = -3 + \frac{1}{\rho},$$

where θ is the angle between $\hat{\mathbf{k}}$ and the three-momentum of the pseudoscalar meson in the rest frame of the V meson.

• The dependence of the cross section on the vector polarizations $\mathbf{P}_1$ and $\mathbf{P}_2$ of the colliding particles can be written as:

$$\sigma(P_1, P_2) = \sigma_0 \left(1 + \mathcal{A}_1 \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2 + \mathcal{A}_2 \hat{\mathbf{k}} \mathbf{P}_1 \hat{\mathbf{k}} \mathbf{P}_2\right), \tag{1.10}$$

where the real quantities $\mathcal{A}_1$ and $\mathcal{A}_2$ characterize the spin correlation coefficients:

$$C_{zz} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2, \quad C_{xx} = C_{yy} = \mathcal{A}_1,$$

if the z axis is along the $\hat{\mathbf{k}}$ direction.

• The values σ_0, $\sigma_0\mathcal{A}_1$, and $\sigma_0\mathcal{A}_2$ in the case of NN collisions are related to the cross sections of the NN interaction in the singlet state (σ_s) and in the triplet state — with two different possible projections of total spin: $\sigma_{t,0}$ ($\lambda = 0$) and $\sigma_{t,1}$ ($\lambda = \pm 1$). In order to give relations between these two sets of polarization observables, we introduce the following projective operators:

$$\Pi_s = \frac{1 - \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2}{4},$$

$$\Pi_{t,1} = \frac{1 + \hat{\mathbf{k}} \mathbf{P}_1 \hat{\mathbf{k}} \mathbf{P}_2}{2},$$

$$\Pi_{t,0} = \frac{1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2 - 2\hat{\mathbf{k}} \mathbf{P}_1 \hat{\mathbf{k}} \mathbf{P}_2}{4}.$$

As a result, the cross section $\sigma(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2)$ can be expressed in terms of σ_s, $\sigma_{t,0}$, and $\sigma_{t,1}$ as:

$$\begin{aligned} \sigma(P_1, P_2) &= \sigma_s \frac{1 - \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2}{4} + \sigma_{t,1} \frac{1 + \hat{\mathbf{k}} \mathbf{P}_1 \hat{\mathbf{k}} \mathbf{P}_2}{2} + \\ &+ \sigma_{t,0} \frac{1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2 - 2\hat{\mathbf{k}} \mathbf{P}_1 \hat{\mathbf{k}} \mathbf{P}_2}{4}; \end{aligned}$$

with the relations: $\sigma_0\mathcal{A}_1 = (-\sigma_s + \sigma_{t,0})/4$; $\sigma_0\mathcal{A}_2 = (-2\sigma_{t,0} + 2\sigma_{t,1})/4$, and $\sigma_0 = (\sigma_s + \sigma_{t,0} + 2\sigma_{t,1})/4$.

• The collision of polarized deuteron with polarized nucleon is characterized by the following formula:

$$\sigma(\mathbf{d} + \mathbf{p}) = \sigma_0 \left(1 + Q_{ab} \hat{k}_a \hat{k}_b \mathcal{A} + \mathcal{A}_1 \mathbf{S}\mathbf{P} + \mathcal{A}_2 \hat{\mathbf{k}} \mathbf{S} \hat{\mathbf{k}} \mathbf{P} + \mathcal{A}_3 \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{P}\mathbf{Q}\right),$$

where $Q_a = Q_{ab}\hat{k}_b$ and $\mathbf{S}$ is the vector deuteron polarization. Note that the $\mathcal{A}_3$ contribution is the simplest possible T-odd polarization observable for $\mathbf{d} + \mathbf{p}$-threshold collisions.

• The dependence of the V-meson density matrix on the vector polarization of the beam (or target) can be parametrized as:

$$\rho_{ab}(p) = \rho_{ab}^{(0)} + \rho_{ab}^{(1)},$$

$$\rho_{ab}(1) = i\epsilon_{abc}P_c\rho_1 + i\epsilon_{abc}\hat{k}_c\mathbf{P}\hat{\mathbf{k}}\rho_2 + \left[\hat{k}_a(\hat{\mathbf{k}}\times\mathbf{P})_b + \hat{k}_b(\hat{\mathbf{k}}\times\mathbf{P})_a\right]\rho_3.$$

The real coefficients ρ_1 and ρ_2, depending on the reaction mechanism, characterize T-even effects and the coefficient ρ_3 T-odd effects. Note also that only the T-odd contribution to $\rho_{ab}^{(1)}$ (i. e., the SF ρ_3) can be measured through the decays (1.6): the decay $V \to P + P$ has the following angular dependence: $W(\theta,\phi) \simeq P_x \sin 2\theta \sin\phi$, where θ and ϕ are the polar and azimuthal angles for the decay products, relative to the plane defined by the vectors $\hat{\mathbf{k}}$ and $\mathbf{P}$, and $\mathbf{P}$ is in the xz plane).

• The dependence of the V-meson density matrix on the tensor polarization (beam or target) can be parametrized in the following form:

$$\rho_{ab}(Q) = q_1 Q_{ab} + q_2\hat{k}_a\hat{k}_b\mathbf{Q}\hat{\mathbf{k}} + q_3\delta_{ab}\mathbf{Q}\hat{\mathbf{k}} + q_4(Q_a\hat{k}_b + Q_b\hat{k}_a) + iq_5(Q_a\hat{k}_b - Q_b\hat{k}_a),$$

where $q_1 - q_5$ are real coefficients.

• The dependence of the vector polarization of the final particles on the vector and tensor polarizations of the beam (or target) can be described by the following formula:

$$\mathbf{P}_f = t_1\mathbf{P} + t_2\hat{\mathbf{k}}(\hat{\mathbf{k}}\mathbf{P}) + t_3\hat{\mathbf{k}}\times\mathbf{Q},$$

where t_3 is the T-odd correlation of the initial quadrupole polarization and the final vector polarization.

• The dependence of the tensor polarization $Q_{ab}^{(f)}$ of the emitted deuteron on the vector and tensor polarizations of the initial deuteron can be parametrized in the following way:

$$\begin{aligned} Q_{ab}^{(s)} = {} & i\epsilon_{abc}S_c c_1 + i\epsilon_{abc}\hat{k}_c\hat{\mathbf{k}}\mathbf{S}c_2 + \\ & + \left[\hat{k}_a(\hat{\mathbf{k}}\times S)_b + \hat{k}_b(\hat{\mathbf{k}}\times S)_a\right]c_3 + \delta_{ab}\mathbf{Q}\hat{\mathbf{k}}c_4 + \\ & + \hat{k}_a\hat{k}_b\mathbf{Q}\hat{\mathbf{k}}c_5 + (Q_a\hat{k}_b + Q_b\hat{k}_a)c_6 + (Q_a\hat{k}_b - Q_b\hat{k}_a)c_7, \end{aligned}$$

where the real coefficients c_i determine the corresponding coefficients of polarization transfer from the initial to the final deuteron.

• The polarization of the initial photon in any threshold process $\gamma + a \to b + c$ cannot induce any observable effect. The collisions of linearly polarized photons with any vector polarized target are characterized by the same cross

section as collisions of unpolarized particles. Only the collisions of circularly polarized photons with vector polarized target can induce a nontrivial asymmetry: $\sigma(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{a}) = \sigma_0(1 + \lambda P_z \mathcal{A})$, where $\lambda = \pm 1$ is the photon helicity, and P_z is the component of the target polarization along the photon three-momentum, and $\mathcal{A}$ is the corresponding asymmetry.

The linear photon polarization manifests itself only in collisions with a tensorially polarized target: $\sigma(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{d}) = \sigma_0(1 + Q_{ab} e_a e_b^* \mathcal{A}_q)$.

Finally we can mention that it is possible to describe, in the same formalism, all other more complicated polarization observables, which are present in threshold conditions. The expressions, however, are always simpler in comparison with the case of general kinematics.

Having a definite parametrization of the spin structure of the matrix element of any concrete process, it is possible to find the expressions for all these polarization observables, in terms of the corresponding partial (or multipole) amplitudes.

2. APPLICATION TO HADRONIC INTERACTION

2.1. The η-Meson Production in NN Collisions. *2.1.1. Polarization Phenomena for the S-State η Production in the Reactions $N + N \to N + N + \eta$.* We discuss here the polarization effects in processes of η production in NN collisions near threshold:

$$\begin{aligned} p + p &\to p + p + \eta, \\ n + p &\to n + p + \eta. \end{aligned} \tag{2.1}$$

There are few experimental data about $\mathbf{p}p$ collisions [5]. Data exist on the differential and total cross sections with unpolarized particles in the initial and final states, in particular on the energy dependence of the total cross section for $p + p \to p + p + \eta$ [6–8].

The cross section of η production in np collisions is much larger than in the case of pp production [9], namely

$$R_\eta = \frac{\sigma(n + p \to n + p + \eta)}{\sigma(n + p \to p + p + \eta)} = 10 \pm 2(5 \pm 1) \text{ at } E_{\text{kin}} = 1.3(1.5) \text{ GeV}. \tag{2.2}$$

The standard assumptions [10–12] about the mechanism of η production in NN interactions are based on different models of one-boson exchanges (π, ρ, ω, or η), including the effects of strong final state interaction. In particular, near threshold, the excitation of the $S_{11}(1535)$ resonance is dominant. The values of R_η in (2.2) can be explained as the result of special interference effects of different contributions to the amplitudes of the corresponding processes: π and ρ contributions must interfere constructively in the case of np collisions and destructively for pp collisions.

The precise definition of the threshold energy region for the process $N+N \to N+N+\eta$ is $\ell_1 = \ell_2 = 0$, where ℓ_1 is the orbital angular momentum of the relative motion of the two produced nucleons and ℓ_2 is the orbital momentum of the η meson relative to the CMS of these two nucleons. Such definition of the threshold region can be justified from an experimental point of view as well, because the angular momenta ℓ_1 and ℓ_2, being quantum numbers, can be determined from the study of the angular distribution of the produced particles.

As the isotopic structure of the amplitudes for $p+p \to p+p+\eta$ and $n+p \to n+p+\eta$ is different, we analyze separately these two processes.

$\underline{p+p \to p+p+\eta}$

Taking into account the Pauli principle for the pp system in the initial and final states, the conservation of the total angular momentum and the conservation of the P parity, only one partial transition is allowed at threshold:

$$L = 1,\ S_i(pp) = 1 \quad \to \quad \mathcal{J}^P = 0^- \to\ S_f(pp) = 1, \quad \ell_1 = \ell_2 = 0,$$

where $S_{i,f}(pp)$ is the total spin of both protons in the initial and final states and L is the orbital momentum of the colliding protons. The matrix element corresponding to this transition can be written in the following form (in the CMS of the considered reaction):

$$\mathcal{M}(pp \to pp\eta) = f_1(\tilde{\chi}_2\ \sigma_y\ \boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}\chi_1)(\chi_4^\dagger \sigma_y\ \tilde{\chi}_3^\dagger), \tag{2.3}$$

where χ_1 and χ_2 (χ_3 and χ_4) are the two-component spinors of the two incoming (outgoing) protons; $\mathbf{k}$ is the unit vector along the 3-momentum of the initial proton; f_1 is the S-wave partial amplitude corresponding to the total isotopic spin of the channel equal to 1. In the general case the amplitude f_1 is a complex function depending on three kinematical variables, namely $\sqrt{s}$, E_p and E_η, where E_p (E_η) is the energy of the produced nucleon (η meson). A dynamical model is needed to describe this function, but any polarization observable can be calculated without any model, using only the expression (2.3) for the matrix element. It is important to stress that all polarization observables do not depend on these kinematical variables and have a universal character. In particular all polarization observables have the same value for η, η' and for any possible radial excitation of the η meson.

From Eq. (2.3) it appears that all one-spin polarization observables in the near-threshold region vanish, as well as the polarization transfer coefficients. On the other hand the collision of polarized protons (with polarizations $\mathbf{P}_1$ and $\mathbf{P}_2$) can produce nonzero asymmetries (even for S-state production):

$$\frac{d\sigma}{d\omega}(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) = \left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)_0 (1 + \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2 - 2\ \hat{\mathbf{k}}\mathbf{P}_1\ \hat{\mathbf{k}}\mathbf{P}_2), \tag{2.4}$$

where $\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)_0$ is the differential cross section with unpolarized particles; $d\omega$ is the phase space volume of the produced particles, i. e.: $C_{xx} = C_{yy} = 1$, $C_{zz} = -1$, where the z axis is along $\mathbf{k}$.

$\underline{n + p \to n + p + \eta}$

The total isotopic spin of the $n + p$ system can take two values, $I = 0$ and $I = 1$. The derivation for the case of $I = 1$ is similar to $p+p \to p+p+\eta$. From the isotopic invariance of the strong interaction it follows that: $f_1^{np} = \frac{1}{2} f_1^{pp} = \frac{1}{2} f_1$. In the case of $I = 0$, the generalized Pauli principle requires the np system in the final S state to be in a triplet spin state. The total angular momentum $\mathcal{J}$ and parity P in this channel must be equal to $\mathcal{J}^P = 1^-$. Therefore an additional transition is allowed:

$$L = 1,\ S_i(np) = 1 \to \mathcal{J}^P = 1^- \to\ S_f(np) = 1,\ \ \ell_1 = \ell_2 = 0,$$

with the following matrix element:

$$\mathcal{M}(n + p \to n + p + \eta) = \frac{1}{2} f_0 (\tilde{\chi}_2\ \sigma_y \chi_1)\ (\chi_4^\dagger\ \boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}\ \sigma_y\ \tilde{\chi}_3^\dagger),$$

where f_0 is the amplitude of the singlet interaction of the colliding particles. This amplitude is responsible for the difference in the polarization effects in the two reactions $p + p \to p + p + \eta$ and $n + p \to n + p + \eta$.

The parameters $\mathcal{A}_1$ and $\mathcal{A}_2$ (for polarized nucleon collisions) depend only on $|f_0|^2$ and $|f_1|^2$:

$$\mathcal{A}_1 = \frac{-|f_0|^2 + |f_1|^2}{|f_0|^2 + |f_1|^2};\ \ \mathcal{A}_2 = \frac{-2|f_1|^2}{|f_0|^2 + |f_1|^2};$$

i. e.,

$$-1 \le \mathcal{A}_1 \le 1, \qquad -2 \le \mathcal{A}_2 \le 0.$$

It is important to note that the amplitudes f_0 and f_1 do not interfere in the unpolarized differential cross section:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)_0 \simeq |f_0|^2 + |f_1|^2,$$

i. e.,

$$R_\eta = \frac{\sigma(n + p \to p + p + \eta)}{\sigma(p + p \to p + p + \eta)} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\frac{|f_0|^2}{|f_1|^2} \ge \frac{1}{4}.$$

Therefore both asymmetries $\mathcal{A}_1$ and $\mathcal{A}_2$ can be related to the ratio R of the cross sections for the production processes with unpolarized particles:

$$\mathcal{A}_1 = -1 + \frac{1}{2R_\eta}, \quad \mathcal{A}_2 = -\frac{1}{2R_\eta}.$$

These relations are independent of any models for the description of the $N + N \to N + N + \eta$ processes and they are valid, for S-state production, at the level of the isotopic invariance of the strong interaction. Using the experimental values of R_η [9], one can predict the following numerical values of the asymmetries $\mathcal{A}_1$ and $\mathcal{A}_2$ (at two proton kinetic energies):

$$\mathcal{A}_1 = -0.95 \pm 0.01, \quad \mathcal{A}_2 = -0.05 \pm 0.01, \quad E_k = 1.3 \text{ GeV},$$
$$\mathcal{A}_1 = -0.90 \pm 0.02, \quad \mathcal{A}_2 = -0.10 \pm 0.02, \quad E_k = 1.5 \text{ GeV}.$$

From the values of R_η, the singlet amplitude f_0 is much larger than the triplet amplitude f_1, and shows an evident decrease away from threshold:

$$\frac{|f_0|^2}{|f_1|^2} = 4R_\eta - 1 = 39 \pm 8(19 \pm 8) \text{ at } E_k = 1.3(1.5) \text{ GeV}.$$

Data from CELSIUS [8] confirm this behavior over an energy range extending from 25 up to 115 MeV above threshold.

We can try to interpret this large ratio in terms of the presence of $s\overline{s}$ quarks in nucleons: the singlet pp state (with the $s\overline{s}$ component in a singlet state also) is the most suitable for the production of the pseudoscalar η meson by analogy with the ϕ-meson production from the triplet state of NN (or $\overline{N}N$) collisions.

The decrease of the ratio $|f_0|^2/|f_1|^2$ when the energy of the colliding particles increases can be explained as a «dilution» effect [13]. The opening of different channels when the energy increases, in particular the triplet states for np collisions which do not favor the η production (or the singlet state in pp collisions which favors the η production), leads to a decreasing of the ratio R_η in agreement with the experiment. We do not have at the moment any model to predict quantitatively these effects.

As final remark on polarization effects in the reaction $n + p \to n + p + \eta$, we note that the relative phase δ of the complex amplitudes f_0 and f_1 can be deduced from the coefficients of polarization transfer from the initial to the final nucleon: $K_z^{z'} \simeq \mathrm{Re}\, f_0 f_1^* = |f_0||f_1| \cos\delta$. The $\mathrm{Im}\, f_0 f_1^*$ combination appears only in the T-odd polarization observables for $N + N \to N + N + \eta$, which, in the near threshold region, are at least triple correlations, such as $\mathbf{S}_1 \times \mathbf{S}_2 \mathbf{S}_3$, or $\mathbf{S}_1 \times \mathbf{S}_2 \hat{\mathbf{k}}\, \mathbf{S}_3 \hat{\mathbf{k}}$.

2.1.2. P-Wave Contributions to $N+N \to N+N+\eta$. There are two possible combinations of angular momenta, in case of final P-wave production:

$$a) \quad \ell_1 = 1, \quad \ell_2 = 0,$$
$$b) \quad \ell_1 = 0, \quad \ell_2 = 1,$$

whose relative contribution is a function of the energy of the produced particles.

In the reaction $p+p \to p+p+\eta$, for $\ell_1 = 1,\ \ell_2 = 0$, the produced pp system must be in a triplet state, therefore we obtain: $\mathcal{J}^P = 0^+,\ 1^+$, and 2^+. The conservation of $\mathcal{J}$, P and the Pauli principle allows two transitions:

$$S_i(pp) = 0,\ L = 0 \to \quad \mathcal{J}^P = 0^+,$$
$$S_i(pp) = 0,\ L = 2 \to \quad \mathcal{J}^P = 2^+.$$

The corresponding matrix elements can be written as:

$$p_0(\tilde{\chi}_2\sigma_y\chi_1)(\chi_4^\dagger\boldsymbol{\sigma}\mathbf{m}\sigma_y\tilde{\chi}_3^\dagger),$$
$$p_2(\tilde{\chi}_2\sigma_y\chi_1)\chi_4^\dagger\left(\sigma_i m_j + \sigma_j m_i - \frac{2}{3}\delta_{ij}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{m}\right)\left(k_i k_j - \frac{1}{3}\delta_{ij}\right)\sigma_y\tilde{\chi}_3^\dagger, \tag{2.5}$$

where $\mathbf{m}$ is the unit vector along the 3-momentum of a produced nucleon in the CMS; p_0 and p_2 are the two P-wave amplitudes, which describe the singlet np interactions in $S(L=0)$ and $D(L=2)$ states.

These new amplitudes produce an anisotropy in the angular distribution of the final protons with respect to the angle ψ, where $\cos\psi = \mathbf{km}$:

$$|p_0|^2 \to \text{isotropic angular dependence},$$
$$|p_2|^2 \to (1 + 3\cos^2\psi) \ \text{ angular dependence},$$
$$\mathrm{Re}\, p_0 p_2^* \to (1 - 3\cos^2\psi) \text{ angular dependence}.$$

Therefore the presence of a $\cos^2\psi$ term in $(d\sigma/d\omega)_0$ shows that the amplitude p_2 is different from zero. Nevertheless, for $p+p \to p+p+\eta$, the knowledge of the polarization observables is necessary for the full reconstruction of the spin structure of the amplitude in the $S+P$-waves approximation. From Eqs. (2.3) and (2.5) we can do the following remarks:

• As the amplitudes of the $S(P)$-wave production correspond to singlet (triplet) $\to$ triplet (singlet) transition in the pp system, no polarization correlation coefficient in the reaction $\mathbf{p}+\mathbf{p} \to p+p+\eta$ contains $S+P$-interference contributions.

• The analyzing powers in the reaction $p+\mathbf{p} \to p+p+\eta$ and the polarizations of any final proton produced in collisions of unpolarized protons must be equal to zero, for any values of the amplitudes f_1, p_0, and p_2.

• To study the $S+P$ interference, it is necessary to measure the polarization transfer coefficients.

We stress again that these remarks, being correct in the near-threshold region, are model-independent as they are based on the most general symmetry properties of the strong interaction.

The P wave in $p+p \to p+p+\eta$ corresponds to the singlet pp interaction of the colliding particles. It would then be responsible for the steep increasing of

the cross section observed for this reaction near threshold, if we assume a singlet state preference for η production.

The other possibility for a P-wave contribution in $p+p \to p+p+\eta$, i. e., $\ell_1 = 0,\ \ell_2 = 1$, can be analyzed in a similar way. In this case the final pp system must be in a singlet state, therefore $\mathcal{J}^P = 1^+$. The P-parity conservation allows only even values of the orbital momentum L for the colliding protons, so from the Pauli principle the initial pp system must be spin singlet. But for these quantum numbers the state $\mathcal{J}^P = 1^+$ cannot be obtained: P-wave η production is then forbidden in this process.

The situation is different for the process $n+p \to n+p+\eta$, where the P-wave η production is possible, for $I = 0$. Then the produced np system with $\ell_1 = 0$ has to be in a triplet state with $\mathcal{J}^P = 0^+,\ 1^+$, and 2^+. Therefore the initial np system must be also in a triplet state, with $L = 0$ and $L = 2$, i. e., the following transitions are allowed:

$$\begin{aligned} S_i(np) = 1,\ L = 0 \to &\quad \mathcal{J}^P = 1^+, \\ S_i(np) = 1,\ L = 2 \to &\quad \mathcal{J}^P = 1^+, \\ S_i(np) = 1,\ L = 2 \to &\quad \mathcal{J}^P = 2^+. \end{aligned} \tag{2.6}$$

From our analysis (and in agreement with the experimental data) it is shown that the enhancement of the cross section for the η meson production is directly linked to the presence of a **singlet** state in the initial state of the *NN* system. When the initial *NN* state is selected in a triplet state such enhancement is absent.

The main results obtained above can be summarized as follows:

• At threshold the spin structure of the amplitudes for the processes $p+p \to p+p+\eta$ and $n+p \to p+p+\eta$ is different: only one amplitude (triplet) is present in the first reaction, while in the second reaction two complex amplitudes contribute: f_0 (singlet) and f_1 (triplet). These amplitudes do not interfere in the differential cross section if the particles in the initial and final states are unpolarized.

• Using the experimental values of the ratio: $R_\eta = \dfrac{\sigma(n+p \to n+p+\eta)}{\sigma(p+p \to p+p+\eta)}$, we found in a model independent way the ratio of singlet and triplet amplitudes for the processes $NN \to NN\eta$, in the threshold region.

• From the ratio R_η it is possible to predict the values of the spin correlation coefficients $\mathcal{A}$ for the process $\mathbf{n}+\mathbf{p} \to p+p+\eta$ where both the nucleons are polarized: $\mathcal{A}_1 = -0.95 \pm 0.01$ and $\mathcal{A}_2 = -0.05 \pm 0.01$ (at $E = 1.3$ GeV).

• The abnormally large value for the ratio $\dfrac{|f_0|^2}{|f_1|^2}$ (near the threshold of $NN \to NN\eta$) is a clear indication that η production is increasing in the presence of a singlet state of the NN system. This can be relied to the presence of a polarized $s\overline{s}$ component inside a polarized nucleon.

We would like to stress that the high level of symmetry of the NN state in the threshold η production induces well defined polarization properties of the colliding nucleons, similarly to the case of $\overline{p}p \to \phi\pi$ annihilation.

• The decrease of the ratio R_η when the energy of the interacting particles is increasing may be connected to some «dilution» of the *pure* singlet states in np collisions and with the appearance of such states in pp collisions, due to the P-wave production of the η meson. This behavior could explain the observed steep rising of the cross section for the $p+p \to p+p+\eta$ reaction near threshold. We predict that the increasing of the cross section for the $n+p \to n+p+\eta$ reaction has to be slower.

2.2. Production of Vector Mesons in NN Collisions. According to the naive quark model, the nucleon (and antinucleon) wave function contains only u- and d-quarks (antiquarks) contributions. On the other hand, the ϕ meson is almost a pure $s\overline{s}$ state. Therefore ϕ-meson production through the disconnected diagram of Fig. 1, *a* is forbidden, contrary to the production of ω meson whose wave function has essentially no strange component. This is the basis of the so-called OZI rule [14–16].

Slight violation of the OZI rule, as measured by the ratio $R = \phi X/\omega X$ for production of ω and ϕ mesons, has been observed in various reactions ($R \simeq (10 \div 20) \cdot 10^{-3}$), but they may be explained partly by the fact that the mixing angle between the ω and ϕ mesons is not exactly equal to the ideal one [17], partly due to rescattering effects or multistep processes [18–20]; see also discussion in [21]. More recently, much larger violations of the OZI rule have been reported in vector meson production through $\overline{p}p$ annihilation at rest [22–26], allowing to formulate the interesting hypothesis of the presence of a large $\overline{s}s$ component in the nucleon wave function at relatively small momentum transfers [20, 27] (see diagram of Fig. 1, *b*). In particular, the abnormal yields of ϕ meson ($R \simeq (100 \div 250) \cdot 10^{-3}$) which was observed in the annihilation channels:

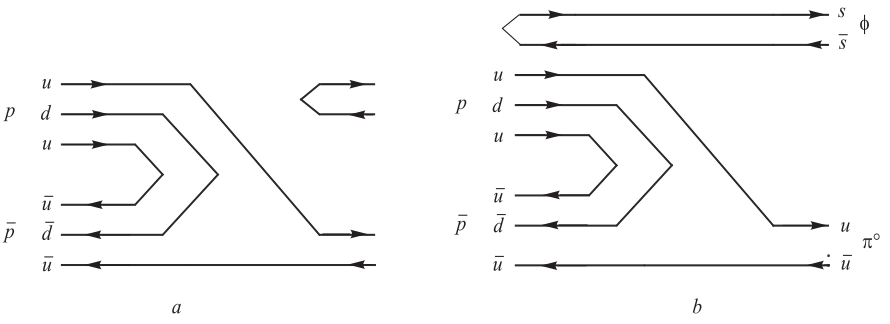

Fig. 1. *a*) ϕ-meson production through the disconnected diagram; *b*) ϕ-meson production by the OZI-allowed process from the $|uuds\overline{s}\rangle$ components of the proton wave function

$\overline{p}+p \to \phi+\pi^0$, $\overline{p}+p \to \phi+\gamma$ in liquid targets [23] and $\overline{p}+p \to \phi+\pi^+ +\pi^-$ [26], are related to the S-wave channel, with no large deviation from the naive OZI prediction in the P-wave annihilation channel. In this case parity conservation and charge conjugation selection rules allow only a spin triplet $p\overline{p}$-initial state leading to the suggestion [13, 28] that polarization measurements in nucleon and antinucleon induced reactions, with polarized colliding particles, could lead to decisive information on the polarization of the possible $s\overline{s}$ component in the nucleon, which has tentatively been observed in deep inelastic lepton scattering [29].

So it appears very interesting to study polarization effects in different processes of ϕ-meson production in order to get further evidence of the possible link between the violation of the OZI rule and the polarization states of the interacting particles.

The simplest of such processes is the collision of a polarized proton beam with a polarized proton target: $\mathbf{p} + \mathbf{p} \to p + p + \phi$.

If the spin-triplet mechanism is dominating at threshold, then the ϕ-meson yield should be much larger when the spins of the colliding protons are parallel than when they are antiparallel.

A rather large violation of the OZI rule has also been observed in the ω and ϕ production induced by the reaction $d + p \to {}^3\mathrm{He} + \phi(\omega)$. The ratio R of the cross sections for these processes has been found to be [30]:

$$R = \frac{\sigma(d + p \to {}^3\mathrm{He} + \phi)}{\sigma(d + p \to {}^3\mathrm{He} + \omega)} = (11.6 \pm 2.9)\%.$$

Therefore it has been proposed to study ϕ and ω production in the same reaction whith polarized beam and target [31]: $\mathbf{d} + \mathbf{p} \to {}^3\mathrm{He} + X$ in order to enhance the OZI violation effects since it is supposed that here again the ratio R should be much larger for parallel spin states than for antiparallel ones.

At the reaction threshold the number of partial waves is greatly reduced, resulting in a simplification of the spin structure of the amplitudes, therefore making the theoretical analysis more transparent. In most cases a general analysis of polarization effects can be carried on, based only on the symmetry properties of strong interaction, such as the P invariance, the C invariance and the isotopic invariance, without the need to introduce any additional hypothesis about the reaction mechanism.

On the other hand, the threshold region has some specific problems, connected mainly to the effects of the final state interaction (FSI) of the produced particles, which can modify the simple initial picture of the production mechanism. Corrections to ϕ- and ω-production ratio due to FSI effects can reach one order of magnitude [32]. In spite of these difficulties, data on polarization effects in the near-threshold region can reveal very interesting features, as these effects are usually less sensitive to FSI.

A discussion of the mechanisms involved in these processes, based on meson–nucleon dynamics, can be found in [33].

Experiments aiming at measuring ϕ-production reactions induced by polarized protons have been proposed [34] or are being discussed at existing accelerators like the Dubna Accelerator Complex.

We discuss here polarization effects in the reactions: $p(n) + p \to p(n) + p + V^0$, where V^0 is any neutral vector meson (ω, ϕ or ρ^0), on the basis of the simplifications which appear naturally in the threshold region, i. e., for production of particles in S state. In particular we would like to stress that in the case of pp collisions, the spin structure of the threshold amplitude is so simplified that it can be compared to the $\overline{p}p$ annihilation (with stopped antiprotons) through the channel $\overline{p} + p \to \phi + \pi^0$, which shows such a large yield for the triplet state.

In principle the threshold region can be broad: for example, in the reaction $\pi^- + p \to n + \omega$ the angular distribution of the produced ω meson is isotropic up to $p^*_\omega = 200$ MeV/c, where p^*_ω is the CMS momentum of the ω meson [35, 36].

In the final state of the processes $p + p \to p + p + V^0$, taking into account the identity of the two produced protons (Pauli principle), the pp system can be produced only in the singlet state, therefore there is only one possible configuration for the total angular momentum $\mathcal{J}$ and the parity P, that is $\mathcal{J}^{\mathcal{P}} = 1^-$. In the initial state, due to P-parity conservation, only odd values for the orbital angular momentum L are allowed. As the total wave function has to be antisymmetric, the two colliding protons have to be in a triplet state, $S_i = 1$. Therefore only the transition: $L = 1,\ S_i(pp) = 1 \to \mathcal{J}^P = 1^-$ can take place at threshold for the reaction $p + p \to p + p + V^0$, with matrix element:

$$\mathcal{M} = g_1(\tilde{\chi}_2\ \sigma_y \boldsymbol{\sigma}\mathbf{k} \times \mathbf{U}^* \chi_1)\ (\chi_4^\dagger \sigma_y\ \tilde{\chi}_3^\dagger), \tag{2.7}$$

where $\mathbf{U}$ is the 3-vector polarization of the produced vector meson and g_1 is the complex amplitude corresponding to the triplet interaction of the colliding particles. The formula (2.7) is universal in the sense that it is valid for any reaction mechanism which conserves the P parity and does not contradict the Pauli principle.

The most important consequence that follows from (2.7) is that the matrix element of such a complicated process as $p+p \to p+p+V^0$ is defined by a single amplitude g_1. All the dynamics of the process is contained in this amplitude and can be calculated in the framework of a definite model. But the spin structure of the total amplitude is established exactly by Eq. (2.7) in terms of the 2-component spinors and the vector polarization $\mathbf{U}$. Therefore the polarization effects for any reaction $p+p \to p+p+V^0$ can be predicted exactly since they do not depend on the specific form of the single amplitude g_1. Of course, g_1 depends on the nature of the produced meson and in general $g_1^\rho \neq g_1^\omega \neq g_1^\phi$, so that the differential cross section for the different $p + p \to p + p + V^0$ processes may be different, but

the polarization observables *must be the same, independently of the type of vector meson produced*.

Let us illustrate this in the calculation of the spin correlation coefficients in the reaction $\mathbf{p}+\mathbf{p} \to p+p+V^0$, where both protons in the entrance channel are polarized:

$$\sigma(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) = \sigma_0(1 + \hat{\mathbf{k}}\mathbf{P}_1\ \hat{\mathbf{k}}\mathbf{P}_2). \tag{2.8}$$

It is easy to see that the corresponding correlation parameter is maximal and equal to $+1$. This correlation parameter does not contain any information about the dynamics of the considered processes, because Eq. (2.8) is directly derived from the P invariance of the strong interaction and from the Pauli principle. From (2.7), it follows that the V^0 meson can be polarized even in the collision of unpolarized protons: $\rho_{xx} = \rho_{yy} = \dfrac{1}{2}$, $\rho_{zz} = 0$, when the z axis is along the initial momentum direction. Moreover the decay $V^0 \to \ell^+\ell^-$ (due to the standard one-photon mechanism) follows the angular distribution:

$$W(\theta) \approx 1 + \cos^2\theta, \tag{2.9}$$

where θ is the angle between $\mathbf{k}$ and the direction of the momentum of one of the leptons (in the system where the V^0 meson is at rest).

Here we should emphasize that, at threshold, the distribution (2.9) is universal and does not depend on assumptions of any definite mechanism of the process $p+p \to p+p+V^0$, as it was predicted in [13], where a similar distribution was obtained through the vector current $\overline{s}\gamma_\mu s$ acting between of $s\overline{s}$ pairs in the proton.

Similarly, for the decays $\phi \to K + \overline{K}$ and $\rho^0 \to \pi^+ + \pi^-$, the angular distribution of the produced meson follows a $\sin^2\phi$ dependence, where ϕ is the angle between the 3-momentum of the pseudoscalar meson (in the system where the V^0 is at rest) and the direction of the momentum of the colliding particles.

2.3. Production of Isoscalar Vector Mesons: $n+p \to n+p+\phi(\omega)$. The study of polarization effects in $n+p \to n+p+V^0$ is more complicated in comparison with the reaction $p+p \to p+p+V^0$. Moreover, for np collisions it is necessary to treat separately the production of isoscalar (ω and ϕ) and isovector (ρ^0) mesons. This is due to the different isotopic structure of the amplitudes of the processes $n+p \to n+p+\omega(\phi)$ and $p+p \to p+p+\omega(\phi)$.

Due to the isotopic invariance in the strong interactions, the spin structure of the amplitudes of the process $n+p \to n+p+V^0$ with $I=1$ is described by Eq. (2.7). For $I=0$, if the final np state is produced in the S state, then the usual total spin of this system must be equal to 1 (to satisfy the so-called generalized Pauli principle). This means that the produced $n+p+V^0$ system can have three values of $\mathcal{J}^P$: $\mathcal{J}^P = 0^-$, 1^-, and 2^-.

From P invariance, only odd values of the angular momentum L are allowed for the initial np system: $L = 1,\ 3, \ldots$ One can then conclude that this system

must be in the singlet state, $S_i(np) = 0$. And, finally, the conservation of the total angular momentum results in a single possibility, namely: $S_i(np) = 0$, $L = 1 \ \rightarrow \ \mathcal{J}^{\mathcal{P}} = 1^-$, with the following matrix element $\mathcal{M}_0$:

$$\mathcal{M}_0 = \frac{1}{2} g_0 (\tilde{\chi}_2 \ \sigma_y \chi_1)(\chi_4^\dagger \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{U}^* \mathbf{k} \sigma_y \tilde{\chi}_3^\dagger), \tag{2.10}$$

where g_0 is the amplitude of the process $n + p \rightarrow n + p + V^0$, which corresponds to np interaction in the initial singlet state.

So, the process $n + p \rightarrow n + p + \omega(\phi)$ is characterized by two amplitudes, namely g_0 and g_1. One can see easily that these amplitudes do not interfere in the differential cross section of the process $n + p \rightarrow n + p + V^0$ (with all unpolarized particles in the initial and final states). Therefore we can obtain the following simple formula for the ratio of the total cross sections:

$$\mathcal{R} = \frac{\sigma(p + p \rightarrow p + p + V^0)}{\sigma(n + p \rightarrow n + p + V^0)} = \frac{4|g_1|^2}{|g_1|^2 + |g_0|^2}. \tag{2.11}$$

In the threshold (or near-threshold) region, this ratio is limited by: $0 \leq \mathcal{R} \leq 4$.

We will see now that the ratio $\mathcal{R}$ (of unpolarized cross sections) contains interesting information on a set of polarization observables for the reaction $n + p \rightarrow n + p + V^0$. For example, $\mathcal{A}_1$ and $\mathcal{A}_2$ are two independent spin correlation coefficients, defined only by the moduli square of the amplitudes g_0 and g_1:

$$\mathcal{A}_1 = -\frac{|g_0|^2}{|g_0|^2 + |g_1|^2}, \quad \mathcal{A}_2 = \frac{|g_1|^2}{|g_0|^2 + |g_1|^2}, \tag{2.12}$$

i. e.,

$$\begin{array}{lll} 0 \ (g_0 = 0) & \leq -\mathcal{A}_1 & \leq 1 \ (g_1 = 0), \\ 0 \ (g_1 = 0) & \leq \ \mathcal{A}_2 & \leq 1 \ (g_0 = 0). \end{array} \tag{2.13}$$

One can easily see that these coefficients are related to the ratio $\mathcal{R}$ of the cross sections of pp and np processes with unpolarized particles (in the initial and final states) through: $\mathcal{A}_1 = -1 + \mathcal{R}/4$, $\mathcal{A}_2 = \mathcal{R}/4$. But the elements of the density matrix of the V^0 mesons, produced in $n + p \rightarrow n + p + V^0$, are independent of the relative values of the amplitudes g_0 and g_1: $\rho_{xx} = \rho_{yy} = \dfrac{1}{2}$, $\rho_{zz} = 0$. The interference of the amplitudes g_0 and g_1 appears only in the polarization transfer from the initial to the final nucleons:

$$K_x^{x'} = K_y^{y'} = \frac{-2 \operatorname{Re} g_0 g_1^*}{|g_0|^2 + |g_1|^2}.$$

Returning now to the process $n + p \rightarrow n + p + \phi$ in connection with the problem of the $s\overline{s}$ component in the nucleon one can mention that a measurement

of the ratio of cross sections for $p+p \to p+p+\phi$ and $n+p \to n+p+\phi$, which are directly related to the relative value of the singlet and triplet amplitudes would allow one to measure the ratio $\dfrac{|g_0|^2}{|g_1|^2}$ and confirm the predicted ϕ-production enhancement from the triplet state of the NN system. Additional information can be obtained from the measurement of spin transfer between the initial and final nucleons.

Starting from a very general analysis, based on the symmetry properties of the strong interaction, namely the validity of the Pauli principle, the P invariance and the isotopic invariance, we can summarize our results as follows.

• The spin structure of the threshold amplitude of the processes $p + p \to p + p + V^0$ is defined by a single spin configuration, corresponding to the triplet state of the initial protons. This allows very simple and rigorous predictions for the values of all the polarization observables in these reactions, independently of the role of a $s\overline{s}$ component in the nucleon.

• The spin structure of the threshold matrix element of the process $n + p \to n + p + \omega(\phi)$ is defined by two amplitudes, the triplet one, g_1, which coincides with the triplet amplitude for the process $p + p \to p + p + \omega(\phi)$ and the singlet one, g_0, which is not present in the reaction $p + p \to p + p + \omega(\phi)$.

• The vector meson density matrix elements are independent of the mechanism of the processes $p + p \to p + p + V^0$ and $n + p \to n + p + V^0$, so one can obtain for the collision of unpolarized particles: $\rho_{xx} = \rho_{yy} = \dfrac{1}{2}$, $\rho_{zz} = 0$. Therefore the $(1 + \cos^2\theta)$ distribution of the decay products for the $V^0 \to \ell^+\ell^-$ is a direct consequence of the P invariance of the strong interaction.

2.4. Production of Strange Particles in NN Collisions. *2.4.1. Threshold Theorems.* Strange particle production in NN collisions may also bring interesting information on the possible presence of a polarized $\overline{s}s$ component in the nucleon, even at relatively small momentum transfer, and on the reaction mechanism. Selection rules applied to the $p + p \to \Lambda(\Sigma) + K + N$ reactions in the near-threshold energy region, allow only a spin-triplet pp interaction. In this sense such reactions are similar to $\overline{p}p$ annihilation into a ϕ and a π^0, where a large yield of ϕ mesons has been observed which violates strongly the OZI rule [14–16].

For hadron interactions as well as for γN or eN interactions, many important low-energy theorems (LET) apply in the threshold region. Let us mention some of them:

• The Thomson limit for the amplitudes of low energy Compton scattering by targets with nonzero electric charges. In these processes electromagnetic properties of hadrons such as their electric and magnetic polarizabilities can be measured [37].

• The Kroll–Ruderman theorem [38] predicts the threshold behavior of pion photoproduction amplitudes. This problem became very actual [39] following the

experimental results on the $\gamma + p \to p + \pi^0$ cross section near threshold [40,41]. New data [42, 43] with tagged photons rise many questions about the limit of validity of the low energy theorems for π^0 photoproduction.

• Predictions of current algebras for the threshold pion production in electron and neutrino scattering by nucleons [44]: $e^- + N \to e^- + N + \pi$, $e^- + N \to e^- + \pi + \Delta$, $\nu_e + N \to e^- + N + \pi$. It is interesting to note that the electroproduction amplitude contains contributions which are proportional to the axial form factors of weak transitions: $W^* + p \to n$ and $W^* + p \to \Delta^0$, where W^* is the virtual W^- boson.

• The value of the σ term which defines the threshold amplitude for elastic πN scattering can be calculated within LET's. Some discrepancies have been found between the theoretical and experimental values which can be explained by the presence of a $\overline{s}s$ component in the nucleon.

• Fundamental characteristics of hadron interactions, such as scattering lengths, may be measured in the threshold region. Information [46,47] about the low energy ΣN and ΛN interactions (from near-threshold $p + p \to K + Y + N$ processes) is important for the reconstruction of the corresponding baryon-baryon potential.

We consider here the polarization effects in threshold production of hyperons in nucleon–nucleon collisions. High intensity polarized proton beams and the detection of the produced hyperons will allow one to measure different polarization observables, such as the analyzing powers A (for $\mathbf{p} + p \to K + Y + p$), the polarization P_Y of the hyperons produced in the collision of unpolarized protons and the depolarization parameters D_{ab}, which give the dependence of the Y polarization on the beam polarization [34, 45]. Of course, the numerical values of all these polarization observables can only be predicted in the framework of dynamical models [48–53], but in the threshold region it is possible to find general expressions for the polarization observables, independently of the reaction mechanism.

Let us mention the recent experimental data about the $p + p \to \Lambda(\Sigma^0) + K^+ + p$, in the threshold region, at COSY [54].

2.4.2. Spin Structure of Threshold Amplitudes for $p + p \to Y + K + N$ Processes. The threshold region is again defined as $\ell_1 = \ell_2 = 0$, where ℓ_1 is the orbital momentum of the YN system and ℓ_2 is the orbital momentum of the K meson relative to the CMS of the YN system.

Since the P parity of the kaon is negative (relative to the parity of the $N\Lambda$ system), the total angular momentum $\mathcal{J}$ and the parity P of the produced YNK system at threshold are equal to: $\mathcal{J}^P = 0^-$ and 1^-. From parity conservation it follows that the orbital momentum of the colliding protons, L, must be odd. Then the Pauli principle requires that the initial pp system must be in a triplet state, $S_i = 1$.

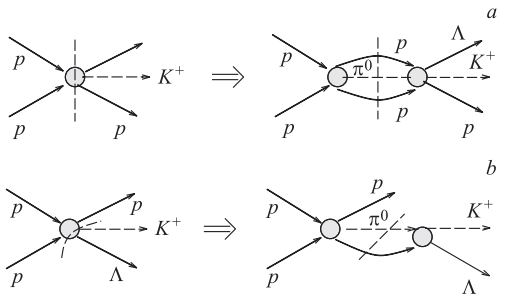

Fig. 2. Diagrams contributing to the unitarity conditions for $p+p \to K+N+p$: *a*) unitarity condition in s channel of the process $p+p \to K+Y+N$; *b*) unitarity condition in ΛK^+ channel

Taking into account the conservation of the total angular momentum, one finds that only two transitions are allowed:

$$S_i = 1,\ L = 1 \to \mathcal{J}^P = 0^-,$$

$$S_i = 1,\ L = 1 \to \mathcal{J}^P = 1^-.$$

Therefore the spin structure of the matrix element for any process $p + p \to Y + K + N$ can be written in the following form (in the CMS):

$$\mathcal{M} = \ f_0(\chi_4^\dagger\ \sigma_y\tilde{\chi}_3^\dagger)(\tilde{\chi}_2\ \sigma_y\boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}\chi_1) + \\ + if_1(\chi_4^\dagger\ \sigma_a\sigma_y\tilde{\chi}_3^\dagger)(\tilde{\chi}_2\ \sigma_y(\boldsymbol{\sigma}\times\mathbf{k})_a\chi_1), \quad (2.14)$$

where χ_1 and χ_2 are the two-component spinors of the colliding protons; χ_3 and χ_4 are the two-component spinors of the final nucleon and the produced hyperon; and f_0 (f_1) is the YN production amplitude in the singlet (triplet) state. In general, the amplitudes f_0 and f_1 are complex functions of three independent variables: the total energy $\sqrt{s}$ of the colliding particles and two energies of the produced particles. Such a complexity results from the unitarity conditions in both channels (Fig. 2).

The amplitudes f_0 and f_1 have to be calculated using a dynamical model [48,49], but polarization effects near threshold can be analyzed without knowing these amplitudes.

2.4.3. Polarization Phenomena in the Reactions $p + p \to Y + K + N$. From the spin structure of the matrix element (2.14) we can derive rigorous results for the polarization observables, which are valid for any model of the processes $p + p \to Y + K + N$, considered in the near-threshold region.

• The polarization $\mathbf{P}_Y$ of the hyperons produced in collisions of unpolarized nucleons is zero for any value of the amplitudes f_0 and f_1. This follows from the S-state nature of threshold YKN production.

• Due to the orthogonality of singlet and triplet states of the produced YN system, the analyzing powers in $\mathbf{p}+p \to Y+K+N$ and $p+\mathbf{p} \to Y+K+N$, must also be zero.

• The spin correlation coefficients $\mathcal{A}_1$ and $\mathcal{A}_1$ for collisions where both particles are polarized in the initial state are different from zero:

$$\mathcal{A}_1 = \frac{|f_0|^2}{|f_0|^2+2|f_1|^2}, \quad \mathcal{A}_2 = \frac{2(-|f_0|^2+|f_1|^2)}{|f_0|^2+2|f_1|^2}, \tag{2.15}$$

from which one deduces:

$$\begin{gathered} \mathcal{A}_1 \geq\ 0, \\ 0(f_0=0) \leq\ \mathcal{A}_1 \leq 1(f_1=0), \\ -1(f_1=0) \leq\ \mathcal{A}_2 \leq 1(f_0=0), \\ 3\mathcal{A}_1+\mathcal{A}_2 = 1. \end{gathered} \tag{2.16}$$

One notes that these coefficients are correlated, which results from the pure triplet nature of the initial pp system. Threshold amplitudes do not interfere in collisions of polarized protons.

The measurement of the differential cross section $(d\sigma/d\omega)_0$ (with unpolarized particles) and of one spin correlation coefficient only ($\mathcal{A}_1$ or $\mathcal{A}_2$) allows one to determine the moduli of both scalar amplitudes.

The relative phase of the amplitudes f_0 and f_1 can be deduced through a measurement of polarization transfer coefficients from one initial proton to the final hyperon. Starting from the P invariance of the strong interaction, one can write the following general formula:

$$\mathbf{P}_Y = \rho_1 \mathbf{P} + \rho_2 \mathbf{kPk}, \tag{2.17}$$

$$\rho_1 = -\frac{2\,\mathrm{Re}\, f_0 f_1^*}{|f_0|^2+2|f_1|^2}, \quad \rho_2 = 2\frac{|f_1|^2+\mathrm{Re}\, f_0 f_1^*}{|f_0|^2+2|f_1|^2}.$$

The complete experiment for any $p+p \to K+Y+N$ reaction at threshold must then include the following set of measurements:

• the differential cross section $\left(\dfrac{d\sigma}{d\omega}\right)_0$;

• a spin correlation coefficient $\mathcal{A}_1$ or $\mathcal{A}_2$ in the collision of polarized protons;

• a polarization transfer coefficients from the initial proton to the produced hyperon, $K_y^{y'}$ or $K_x^{x'}$.

2.4.4. Hyperon Production in np Collisions. In the collision of nonidentical particles, the isotopic invariance of strong interaction allows one to apply the generalized Pauli principle. Therefore the following analysis is valid up to electromagnetic corrections and other isotopic invariance violation effects. The spin

structure for np collisions corresponding to a total isospin $I = 1$, is the same as for pp collisions. This part of the amplitude is described in terms of the above mentioned amplitudes f_0 and f_1, after introducing appropriate Clebsch–Gordan coefficients.

For $I(np) = 0$, the generalized Pauli principle requires the initial np state to be singlet. Therefore a single additional transition is allowed: $S_i = 0,\ L = 1 \to \mathcal{J}^P = 1^-$, with the corresponding matrix element:

$$\mathcal{M}_0 = \ g_0(\chi_4^\dagger\ \boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}\sigma_y\tilde{\chi}_3^\dagger)(\tilde{\chi}_2\ \sigma_y\chi_1), \tag{2.18}$$

where g_0 is the S-wave amplitude.

Let us compare the reactions:

$$p\ +\ p \to p\ +\ K^+\ +\ \Lambda,\quad n\ +\ p \to p\ +\ K^0\ +\ \Lambda.$$

From equations (2.14) and (2.18) one obtains:

$$\frac{\sigma(pp \to pK^+\Lambda)}{\sigma(np \to pK^0\Lambda)} = 4\frac{|f_0|^2 + 2|f_1|^2}{|f_0|^2 + 2|f_1|^2 + |g_0|^2} = \frac{4}{1+r},$$

where σ is the total cross section. The ratio $r = \dfrac{|g_0|^2}{|f_0|^2 + 2|f_1|^2}$ characterizes the relative strength of the np interaction in the singlet and triplet states.

The SF's $\mathcal{A}_1^{(np)}$ and $\mathcal{A}_2^{(np)}$ for polarized $\mathbf{n} + \mathbf{p}$ collisions are given by:

$$\mathcal{A}_1^{(np)} = \frac{|f_0|^2 - |g_0|^2}{|f_0|^2 + 2|f_1|^2 + |g_0|^2},\quad \mathcal{A}_2^{(np)} = \frac{2(|f_0|^2 + |f_1|^2)}{|f_0|^2 + 2|f_1|^2 + |g_0|^2},$$

where

$$3\mathcal{A}_1^{(np)} + \mathcal{A}_2^{(np)} - 1 = -\frac{4r}{1+r},$$

which holds for any value of the amplitudes f_0, f_1, and g_0. By using two ratios, namely: $\dfrac{\sigma(pp \to pK^+\Lambda)}{\sigma(np \to pK^0\Lambda)}$(with unpolarized particles), and $\dfrac{|f_0|^2}{|f_1|^2}$ (from $\mathbf{p} + \mathbf{p} \to K^+ + \Lambda + p$), it is possible to predict $\mathcal{A}_1^{(np)}$ and $\mathcal{A}_2^{(np)}$, for $\mathbf{n}\ +\ \mathbf{p} \to n\ +\ K^+\ +\ \Lambda$:

$$\mathcal{A}_1^{(np)} = (\mathcal{A}_1 - r)/(1+r),\quad \mathcal{A}_2^{(np)} = \mathcal{A}_2/(1+r).$$

The general formula for the polarization transfer in $\mathbf{n}+p \to \mathbf{Y}+K+N$ is similar to equation (2.17), but with different expressions for the SF's ρ_1 and ρ_2:

$$\rho_1 = \frac{2\,\mathrm{Re}\,(f_0 - g_0)f_1^*}{|f_0|^2 + 2|f_1|^2 + |g_0|^2},$$

$$\rho_2 = -2\frac{\left[|f_1|^2 + \mathrm{Re}\, f_0(f_1 - g_0)^* - \mathrm{Re}\, g_0 f_1^*\right]}{(|f_0|^2 + 2|f_1|^2 + |g_0|^2)}.$$

So, for S-wave production, each $p + p \to Y + K + N$ process is described by two independent complex amplitudes which are functions of the energies of the colliding and produced particles. To reconstruct experimentally the complete spin structure of the amplitude it is necessary to measure at least three observables, namely the differential cross section $(d\sigma/d\omega)_0$ (with unpolarized particles), the spin correlation coefficients (i. e., the asymmetry induced by the collision of two polarized protons, $\mathbf{p} + \mathbf{p} \to Y + K + N$), and the polarization transfer from the initial proton to the produced hyperon Y. But for a unique determination of the relative phase of the two complex amplitudes it is necessary to measure at least one T-odd polarization observable. The simplest one is a triple polarization correlation of baryons.

P-wave production results generally in nonzero T-odd polarization effects. They include one-spin polarization observables such as the polarization $\mathbf{P}_Y$ of the hyperons produced in the collision of unpolarized particles: $p + p \to K + \mathbf{Y} + N$ and the analyzing powers for $\mathbf{p} + p \to K + Y + N$ and $p + \mathbf{p} \to K + Y + N$. A nonzero value of these observables would be an evidence for a contribution of P- (or higher order-)waves to the production amplitudes.

2.5. Processes $n + p \to d + \eta$ (π^0) and $n + p \to d + V^0$ and Test of Isotopic Invariance of Strong Interaction. *2.5.1. The Reactions $n + p \to d + \eta$ and $n + p \to d + \pi^0$.* The process $n + p \to d + \eta$ is characterized by a relatively large cross section near threshold [55], which favors the experimental study of the polarization observables. Following the analysis based on the isotopic invariance (and the validity of the generalized Pauli principle), the parity and angular momentum conservation, one can show that the S-wave η production near threshold for $n + p \to d + \eta$ is characterized by the single transition: $L = 1,\ S_i(np) = 0 \quad \to \quad \mathcal{J}^P = 1^-$, with a simple structure of the threshold matrix element:

$$\mathcal{M}(np \to d\eta) = ig_\eta\ \mathbf{D}^*\mathbf{k}(\tilde{\chi}_2\ \sigma_y\chi_1),$$

where $\mathbf{D}$ is the spin wave function of the deuteron; g_η is the corresponding production amplitude. The initial np system is in the singlet state. This might explain the large $n + p \to d + \eta$ cross section. Let us mention that the equivalent process for π^0 production, $n + p \to d + \pi^0$, is characterized by the np interaction in the triplet state with another matrix element:

$$\mathcal{M}(np \to d\pi^0) = g_\pi\ \tilde{\chi}_2\ \sigma_y\ \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k}\mathbf{D}^*\chi_1.$$

The differential cross section of π^0 production near threshold being lower than the cross section of η production, one finds again a correlation between the singlet or triplet nature of the colliding np particles and the probabilities of π^0 and η production.

Moreover the polarization observables are different for π^0 and η production:

• The dependence of the differential cross section on the polarizations of the colliding nucleons is described by the following formulas:

$$\frac{d\sigma}{d\omega}(\mathbf{P}_1,\mathbf{P}_2) = \left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)_0 (1-\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2), \quad n+p\to d+\eta,$$

$$\frac{d\sigma}{d\omega}(\mathbf{P}_1,\mathbf{P}_2) = \left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)_0 (1+\ \mathbf{k}\mathbf{P}_1\ \mathbf{k}\mathbf{P}_2), \quad n+p\to d+\pi^0,$$

i. e., only the longitudinal components of $\mathbf{P}_1$ and $\mathbf{P}_2$ can contribute to the polarized cross section in the reaction $n+p\to d+\pi^0$.

• The final deuterons are produced with nonzero tensor polarization even for collisions induced by unpolarized nucleons: longitudinal polarization ($P_{zz}=1$, where the z axis is along the vector $\mathbf{k}$) in the process $n+p\to d+\eta$ and transversal polarization in the process $n+p\to d+\pi^0$. In a similar way it is possible to make predictions for other polarization observables in the processes $n+p\to d+\pi^0(\eta)$.

• In principle, the experimental large value of the cross section for the process $np\to d\eta$ near threshold may be directly related to the singlet nature of the initial np system.

• The polarization phenomena for the threshold η production in NN collisions can be qualitatively predicted in a model independent form. Polarization phenomena are important to test the validity of $S+P$ approximation and to reconstruct the spin structure of the threshold amplitudes.

2.5.2. The Processes $n+p\to d+V^0$ and $p+p\to d+\rho^+$. The processes $p+p\to d+\rho^+$, and $n+p\to d+V^0$, with $V=\rho$, ω or ϕ, are the simplest two-particle reactions of vector meson production in nucleon–nucleon collisions. Near-threshold large momentum transfers are associated to these processes, therefore the behavior of the deuteron wave function at small distances is important for its description. As a result the spin structure of the deuteron wave function can be investigated, in principle, at high energies through the study of the process $p+p\to d+\rho^+$, where the deuteron is produced at zero degrees. Similarly to the backward elastic scattering $d+p\to p+d$ [56, 57], it is possible to suggest polarization experiments with polarized proton beam and target and with the measure of the vector and tensor polarizations of the outgoing deuterons. It is possible to measure elements of the density matrix of the vector mesons, also.

The two-particle nature of the $N+N\to d+V$ processes simplifies the experimental detection and the theoretical interpretation.

2.5.3. Threshold Amplitudes for $n+p\to d+\omega(\phi)$. The S-wave production of the V^0 meson induces three possible values of total angular momentum J and P parity in the channel $n+p\to d+\omega(\phi)$: $\mathcal{J}^P=0^-,\ 1^-$ and 2^-.

Due to the P-parity conservation, the orbital angular momentum L of the colliding n and p must be odd. According to the generalized Pauli principle for

the np system (which is correct at the level of the isotopic invariance of strong interactions) it is easy to show that the $n+p$ system must be in the singlet spin state only, so only one possible value for L is allowed, namely $L=1$.

So at threshold only one S-wave transition is possible: $S_i(np)=0,\ L=1\ \rightarrow\ \mathcal{J}^P=1^-$ with matrix element:

$$\mathcal{M}=g(\tilde{\chi}_2\ \sigma_y\chi_1)\mathbf{k}\times\mathbf{D}^*\mathbf{V}^*, \tag{2.19}$$

where χ_1 (χ_2) is the 2-component spinor of a neutron (proton); $\mathbf{D}(\mathbf{V})$ is the spin wave function of d (V^0); $\mathbf{D}$ is an axial vector (as the P parity of the deuteron is positive); $\mathbf{V}$ is a polar vector; $\mathbf{k}$ is the unit vector along the initial momentum and g is a partial amplitude corresponding to the S production of the V^0 meson.

In order to predict the s dependence of g, a definite model for the processes $n+p\rightarrow d+V^0$ is necessary, but the analysis of the polarization effects can be easily done without any model for g. This is a consequence of the definite spin structure of the matrix element of this reaction, with a single amplitude g. This amplitude is different for different processes, but the polarization phenomena are universal for any process of V^0-meson production. Such universality applies also to the processes of ω- and ϕ-radial excitation: ω', ω'', ϕ' ϕ''... Moreover all polarization observables do not depend on the energy of the colliding particles (in the threshold region).

The presence of a single amplitude in (2.19) gives very definite predictions for numerical values of polarization observables: all nonzero polarization observables have their maximum values. Therefore the polarization effects near threshold for $n+p\rightarrow d+\omega(\phi)$ do not contain any special information on the dynamics of the reaction: the measurement of the differential cross section with unpolarized particles represents the complete experiment.

2.5.4. Polarization Effects in $n+p\rightarrow d+\omega(\phi)$. We discuss here the properties of polarization observables in the processes $n+p\rightarrow d+V^0,\ V^0=\omega$ or ϕ starting from the matrix element (2.19).

• The analyzing powers in $\mathbf{n}+p\rightarrow d+V^0$ and $n+\mathbf{p}\rightarrow d+V^0$ vanish.

• The vector polarization of deuterons produced in unpolarized particle collision must be zero, but the tensor polarization is different from zero:

$$t_{20}=1/3,$$

which is correct for any reaction $n+p\rightarrow d+V^0$ and does not depend on the energy of the colliding particles.

• The dependence of the cross section on the polarizations $\mathbf{P}_1$ and $\mathbf{P}_2$ of the initial nucleons in $\mathbf{n}+\mathbf{p}\rightarrow d+V^0$ is written as:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{P}_1,\mathbf{P}_2)=\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0(1-\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2).$$

• V^0 mesons, produced in collisions of unpolarized nucleons, are polarized with the following nonzero elements of the density matrix (in cartesian coordinates): $\rho_{xx} = \rho_{yy} = \dfrac{1}{2}$, if the z axis is along $\mathbf{k}$.

• The dependence of the V^0-meson density matrix from the vector polarization $\mathbf{P}$ of any initial nucleon can be parametrized at the reaction threshold by the following general form:

$$\rho_{ab} = i\epsilon_{abc}P_c\rho_1 + i\epsilon_{abc}k_c\mathbf{Pk}\rho_2 + (k_a\epsilon_{bcd}k_cP_d + k_b\epsilon_{acd}k_cP_d)\rho_3, \qquad (2.20)$$

where ρ_i, $i = 1,\ 2,\ 3$ are the corresponding *Structure Functions* (SF), depending only on the energy of the colliding particles.

The SF's ρ_1 and ρ_2 are responsible for the T-even polarization characteristics of the V^0 mesons, and the SF ρ_3 for the T-odd ones. But the antisymmetric part of ρ_{ab}, which characterizes the vector polarization of the produced V^0 mesons, cannot be measured through the most probable decays of V^0 mesons (see Introduction).

All the previous statements about polarization phenomena in $n+p \to d+\omega(\phi)$ have a general character and are not related to any hypothesis about $s\overline{s}$ component in the nucleon. It is possible to deduce the following consequences of this hypothesis to the threshold V^0-meson production:

• The ϕ production is suppressed due to the fact that the S-wave production of the ϕ meson is possible here from a singlet state only. This means that the $n + p \to d + \phi$ reaction will not show a large violation of the OZI rule:

$$\mathcal{R} = \frac{\sigma(n + p \to d + \phi)}{\sigma(n + p \to d + \omega)} \simeq \frac{\sigma_p(\overline{p} + p \to \phi + \pi)}{\sigma_p(\overline{p} + p \to \omega + \pi)} \simeq 10^{-3},$$

where $\sigma_p(\overline{p} + p \to V^0 + \pi^0)$ is the cross section of $\overline{p} + p$ annihilation from the P-state, i. e., from the singlet state.

• The fact that the S-wave production is negligible may enhance the P-wave contributions near threshold, which are triplet ones for $n+p \to d+\omega(\phi)$. Such effect can be experimentally evidenced by different methods: observing the angular dependence of the differential cross section, or measuring a nonzero vector polarization of deuterons with unpolarized particles, or nonzero values of analyzing powers for $\mathbf{n} + p \to d + V^0$ and $n + \mathbf{P} \to d + V^0$.

• Such effects must appear in the process $n + p \to d + \phi$ earlier than in $n + p \to d + \omega$. As the thresholds of these processes are different, it is necessary to compare the production at the same value of the effective energy Q, $Q = \sqrt{s} - m_d - m_V$.

2.5.5. The Process $N + N \to d + \rho$. The total isotopic spin of the entrance channel is equal to 1. Therefore the generalized Pauli principle (for $n+p \to d+\rho^0$)

or the usual Pauli principle (for $p+p \to d+\rho^+$) allows triplet initial states in case of S-wave ρ-meson production. As a result we have the following transitions:

$$\begin{array}{lll} S_i=1,\ L=1 & \to \mathcal{J}^P=0^-, & S_f=0, \\ S_i=1,\ L=1 & \to \mathcal{J}^P=1^-, & S_f=1, \\ S_i=1,\ L=1 & \to \mathcal{J}^P=2^-, & S_f=2, \end{array}$$

where $S_i(S_f)$ is the total spin of the initial (final) particles.

The corresponding expressions for the spin structures of these transitions are the following:

$$f_0 : \tilde{\chi}_2\ \sigma_y \boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}\chi_1 \mathbf{D}^*\mathbf{V}^*,$$

$$f_1 : \tilde{\chi}_2\ \sigma_y \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{k}\mathbf{D}^* \times \mathbf{V}^*\chi_1,$$

$$f_2 : \tilde{\chi}_2\ \sigma_y \left(\sigma_i k_j + \sigma_j k_i - \frac{2}{3}\delta_{ij}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}\right) \chi_1 \left(D_i^* V_j^* + D_j^* V_i^* - \frac{2}{3}\delta_{ij}\mathbf{D}^*\mathbf{V}^*\right),$$

where $f_0,\ f_1,\ f_2$ are the partial amplitudes corresponding to the $J = 0, 1$ and 2 transitions, respectively. For the calculation of polarization effects we will use an equivalent but more simplified form of the matrix element:

$$\mathcal{M} = \tilde{\chi}_2 \sigma_y\ [g_0 \boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}\mathbf{D}^*\mathbf{V}^* + g_1 \boldsymbol{\sigma}\mathbf{D}^*\mathbf{k}\mathbf{V}^* + g_2 \boldsymbol{\sigma}\mathbf{V}^*\mathbf{k}\mathbf{D}^*]\chi_1,$$

where g_i are the following combinations of f_i:

$$g_0 = f_0 - \frac{4}{3}f_2,\quad g_1 = f_1 + 2f_2,\quad g_2 = -f_1 + 2f_2.$$

More complicated spin structure of $\mathcal{M}$ results in changing polarization effects in the process $N + N \to d + \rho$. Of course, all one-spin T-odd effects in $N + N \to d + \rho$ must be zero for any values of amplitudes g_i. This is a usual property of the S-wave production. The dependence of the differential cross section on the polarizations $\mathbf{P}_1$ and $\mathbf{P}_2$ of the colliding nucleons has the standard form, Eq. (1.10), where the coefficients $\mathcal{A}_1$ and $\mathcal{A}_2$ are defined by:

$$\mathcal{A}_1 = -\frac{2|g_0|^2 + |g_0 + g_1 + g_2|^2}{2(|g_0|^2 + |g_1|^2 + |g_2|^2) + |g_0 + g_1 + g_2|^2},$$

$$\mathcal{A}_2 = 2\frac{2|g_0|^2 - |g_1|^2 - |g_2|^2 + |g_0 + g_1 + g_2|^2}{2(|g_0|^2 + |g_1|^2 + |g_2|^2) + |g_0 + g_1 + g_2|^2}.$$

However the measurement of the spin correlation coefficients:

$$C_{xx} = C_{yy} = \mathcal{A}_1,\quad C_{zz} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$$

does not represent a complete experiment for this reaction. Additional observables are necessary. One of them is t_{20}, the tensor deuteron polarization:

$$t_{20} = -\frac{F_2}{3F_1 + F_2}$$

with

$$F_1 = |g_0|^2 + |g_1|^2, \quad F_2 = -|g_0|^2 - |g_1|^2 + 2|g_2|^2 + |g_0 + g_1 + g_2|^2.$$

The unpolarized cross section is related to F_1 and F_2 by $(d\sigma/d\Omega)_0 \simeq 3F_1 + F_2$.

The general expression for the density matrix of V^0, produced in the collision of unpolarized particles, can be written as:

$$\rho_{ab} = \delta_{ab} q_1 + k_a k_b q_2, \quad 3q_1 + q_2 = 1,$$

with

$$q_1 = \frac{|g_0|^2 + |g_2|^2}{2(|g_0|^2 + |g_1|^2 + |g_2|^2) + |g_0 + g_1 + g_2|^2}.$$

The presence of 3 complex amplitudes near threshold of any process $N + N \to d + \rho$ results in T-odd correlations of the ρ-meson polarization properties with neutron polarization $\mathbf{n} + p \to d + \rho^0$, the nonzero SF ρ_3:

$$\rho_3 \simeq \mathrm{Im}\,(g_0 g_1^* + g_0 g_2^* + g_1 g_2^*).$$

So, the one- and two-spin polarization observables near threshold of the $N+N \to d + \rho$ give enough independent combinations of g_i amplitudes to realize the complete experiment.

2.5.6. Test of Isotopic Invariance Through Polarization Observables in $n+p \to d+V$ Processes. The process $n+p \to d+V$ is one of those binary reactions, where the colliding particles belong to the same isotopic multiplet and only one value of the total isotopic spin is allowed in the reaction channel. For such reactions the isotopic invariance induces definite properties of symmetry of all the polarization observables relative to the exchange $\cos\theta \to -\cos\theta$ [58], where θ is the V^0-meson production angle in the CMS. This means that polarization observables must be odd or even functions of $\cos\theta$. The theorem of Barshay–Temmer [59] about the symmetry of the differential cross sections relative to $\theta = 90^\circ$ is the simplest example of the above-mentioned result. An illustration in nuclear physics is given by the reaction $^3\mathrm{He}(^3\mathrm{H}, d)\alpha$ [60]. The isotopic invariance allows one to interchange the ^{3}He and ^{3}H, leaving the deuteron and the α particle unaffected. As a result the charge symmetry implies a symmetry about $\theta = 90^\circ$ of the tensor analyzing powers A_{yy} and A_{xx} and the antisymmetry of the tensor A_{xz} and the vector A_y analyzing powers. Such behavior of the

polarization observables is an interesting example of the connection [61] of the polarization effects with the properties of internal symmetries which do not affect the magnitude of a spin vector of any interacting particle. The isotopic invariance of the strong interaction belongs to such symmetries.

The experimental study of polarization effects in the reaction $n+p \to d+V$ could be important for the search of violations of this invariance. The interpretation of these effects has essentially changed. If earlier it was assumed that only the electromagnetic corrections are responsible for the violation of the isotopic invariance, in the framework of QCD the main mechanism is connected with the difference of u- and d-quark masses, $\Delta = m_d - m_u \neq 0$. Namely the case of $\Delta \geq 0$ explains the signs of the mass difference of particles for all the known isotopic multiplets of hadrons and nuclei. The scale of such effects of the isotopic invariance violation is characterized by the ratios:

$$\frac{m_d - m_u}{\Lambda_{\rm QCD}} \simeq \frac{m_d - m_u}{4\pi f_\pi} \simeq \frac{m_d - m_u}{300\ \text{MeV}},$$

where f_π is a constant of $\pi \to \mu\nu$ decay. The typical scale of $\simeq 300$ MeV can be thought as arising from a constituent quark mass, bag model energy or quark condensate. Thus the effects of $\Delta \neq 0$ are small, compared to the electromagnetic effects. Therefore the charge symmetry is not perfect and gives a unique opportunity to find the mass difference of u and d quarks. The violation of the charge independence of the strong interaction is connected with the explanation of the masses of the fundamental leptons and quarks which is one of the most important problems of the Standard Model.

The most evident observation of charge independence breaking effects occurs in the $\rho^0\omega$ mixing through a nonzero value of the matrix element $\langle\rho^0|H|\omega\rangle$, where H is the QCD Hamiltonian. The difference $m_d - m_u \neq 0$ is the main contribution to $\langle\rho^0|H|\omega\rangle$. The effects of this matrix element are observed in the process $e^+ + e^- \to \pi^+ + \pi^-$ through the specific behavior of the pion electromagnetic form factor with the result:

$$\langle\rho^0|H|\omega\rangle \simeq -4500\ \text{MeV}^2.$$

It is natural to use the exchange of a mixed $\rho\omega$ meson as a mechanism for the charge symmetry breaking nucleon–nucleon forces. But there is a problem of a significant extrapolation of this matrix element which is determined at $q^2 = m_\rho^2$ (q is the momentum transfer) to the region of NN forces, where the relevant $q^2 (\leq 0)$ is space-like. Some models [62–66] predict a strong q^2 dependence of this matrix element, the situation is not clear now and further experiments are needed.

The study of polarization effects in such processes as $n + p \to d + V^0$ could be important in the search for isotopic invariance violations. It is necessary

to mention also that the large momentum transfers realized at the threshold of $n+p \to d+V^0$ could be interesting in connection with the possible dependence of the difference $\Delta = m_d - m_u$ on the nuclear density and on the momentum transfer. The $\rho\omega$ mixing can be studied for different regions of momentum transfer: for the space-like momentum through the NN potentials and for $q^2 = m_\rho^2$ through the link between the $n + p \to d + \omega$ and $n + p \to d + \rho^0$ reactions.

The relation between the polarization effects in $n + p \to d + V$ reactions and the symmetry properties of the strong interaction as the charge independence and in particular with symmetry violations looks as a very attractive and unusual application of polarization physics.

Let us summarize the main results obtained in this section:

• The matrix element of the process $n + p \to d + \omega(\phi)$ is defined at the threshold by a single amplitude which corresponds to the singlet interaction of the colliding nucleons.

• The dependence of the differential cross section for $\mathbf{n} + \mathbf{p} \to d + \omega(\phi)$ on the polarizations $\mathbf{P}_1$ and $\mathbf{P}_2$ of the initial nucleons has the following form:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 (1 - \mathbf{P}_1\ \mathbf{P}_2).$$

• The produced particles in $n+p \to d+\omega(\phi)$ must be polarized (even in the collision of unpolarized nucleons): the deuteron must have a tensor polarization with $t_{20} = 1/3$, the nonzero elements of the V^0-meson density matrix are $\rho_{xx} = \rho_{yy} = 1/2$. These predictions are universal as they are independent on the type of V^0 meson and on the energy of the colliding particles in the near-threshold region.

• As the processes $n+p \to d+V^0$ at the threshold are induced by the singlet np interaction, there is no large violation of the OZI rule:

$$\frac{\sigma(n + p \to d + \phi)}{\sigma(n + p \to d + \omega)} \simeq 10^{-3}.$$

• The matrix element of ρ production, $n + p \to d + \rho^0$ and $p + p \to d + \rho^+$, is described by three independent threshold amplitudes.

3. APPLICATION TO NUCLEAR INTERACTION

3.1. Processes $d + {}^3\mathrm{He} \to {}^4\mathrm{He} + p$, $d + d \to {}^3\mathrm{He} + n$ and Thermonuclear Fusion. Nuclear fusion reactions, like $d + d \to n + {}^3\mathrm{He}$, or $d + {}^3\mathrm{H} \to n + {}^4\mathrm{He}$, are characterized by a large dependence on the spins of the colliding particles. It has been suggested [67] to use this property in magnetic fusion reactors with polarized nuclear fuel. A magnetic field of about 1 kG can keep the necessary

direction of the polarization of the interacting nuclei, during a time which is longer in comparison with the reaction time. Different technical solutions might be used: injection of polarized frozen pellets, or polarized targets for inertial fusion.

The strong dependence of the fusion reaction rates on the polarization states results in an increasing or a decreasing of the cross section (with respect to the unpolarized case), depending on the colliding nuclei polarization directions. These characteristics can be used to optimize a fusion reactor in different ways:

• The possible enhancement of the fusion rates for $\mathbf{d} + {}^{\mathbf{3}}\mathbf{He}$ and the suppression of $\mathbf{d} + \mathbf{d}$ collisions would make this fuel competitive with $d + {}^3\mathrm{H}$, as it would, in particular, result in a *clean* reactor.

• The strong anisotropy of the neutron angular dependence in $\mathbf{d}+{}^{\mathbf{3}}\mathbf{H}$ collision helps in optimizing the reactor shielding and the blanket design.

• $\mathbf{d} + {}^{\mathbf{3}}\mathbf{H}$ collisions can be the source of intensive monochromatic polarized neutrons, with the choice of the polarization direction.

A precise knowledge of the spin structure of the threshold matrix elements for the processes induced by: $d+{}^3\mathrm{He}$, $d+{}^3\mathrm{H}$, ${}^3\mathrm{He}+{}^3\mathrm{He}$ and ${}^3\mathrm{H}+{}^3\mathrm{He}$ collisions is required. At energies up to 10 keV, which are typical for fusion reactors, the S-state interaction of the colliding particles dominates and the general analysis of polarization phenomena is essentially simplified.

Our aim is to analyze here in the most general and complete form the reactions relevant to magnetic fusion reactors, with polarized fuel.

The reaction $d+{}^3\mathrm{He} \to p+{}^4\mathrm{He}$ was considered in detail in [68]. Following that methodology, we will give here the general parametrization of the threshold amplitudes for $d + {}^3\mathrm{He}$ and $d + d$ collisions, with special attention to the angular distribution of the reaction products for different possible polarization states of the colliding particles, without any particular assumption about the reaction mechanism.

In a fusion reactor the reaction rates and the angular distributions depend on the direction of the magnetic field. We use in this analysis a particular set of helicity amplitudes, with quantization axis along the direction of the magnetic field. We derive the angular dependence of the differential cross sections for different polarization states of the colliding particles, and the angular dependence of the polarization of the produced neutrons (protons).

3.2. The Complete Experiment for the Reaction $d+{}^3\mathrm{H}({}^3\mathrm{He}) \to n(p)+{}^4\mathrm{He}$. *3.2.1. Introductory Remarks.* The reaction $d+{}^3\mathrm{H} \to n+{}^4\mathrm{He}$ in the near-threshold region is very interesting for the production of thermonuclear energy and plays an important role in primordial nucleosynthesis. The lowest $\frac{3}{2}^+$ level of ${}^5\mathrm{He}$ has excitation energy $E_x = 16.75$ MeV (only 50 keV above $d + {}^3\mathrm{H}$ threshold) and has a width of 76 keV.

The microscopic explanation of the nature and the properties of this resonance is very complicated and still under debate in the physics of light nuclei. The interpretation [69] of this resonance as a shadow pole [70] introduces a new concept in nuclear physics, after atomic and particle physics. The possibility that the corresponding shadow poles for the two charge symmetric systems $d + {}^3\mathrm{He}$ and $d + {}^3\mathrm{H}$ (or $p + {}^4\mathrm{He}$ and $n + {}^4\mathrm{He}$) occupy different Riemann sheets, due to the difference in electric charges of the participating particles, cannot be presently ruled out. Such phenomena can be considered as a new mechanism of violation of isotopic invariance of the strong interaction [71].

Due to the close connection of the three processes $d + {}^3\mathrm{He} \to d + {}^3\mathrm{He}$, $n + {}^4\mathrm{He} \to n + {}^4\mathrm{He}$ and $d + {}^3\mathrm{H} \to n + {}^4\mathrm{He}$ through the unitarity condition, the partial wave analysis [72,73] cannot be performed independently for each reaction. The corresponding amplitudes are complex functions of the excitation energy. The multilevel $\mathcal{R}$-matrix approach allows one to parametrize this dependence in terms of few parameters as shift, penetration factors and hard-sphere phase shift [74]. All characteristics of the $\mathcal{J}^P = \dfrac{3}{2}^+$ resonance, like the position, the width and particularly the Rieman sheet, can be found using an S-matrix approach [69, 75–77].

The polarization phenomena are very important in the near-threshold region, even for the S-state interaction. In this respect the reaction $d + {}^3\mathrm{H} \to n + {}^4\mathrm{He}$ plays a special role, because the presence of a D wave in the final state results in nonzero one-spin polarization observables, such as, for example, the tensor analyzing power. In order to fully determine the two possible threshold (complex) amplitudes, two-spin polarization observables have to be measured, for example in collisions of polarized deuteron with polarized ${}^3\mathrm{He}$ target. Here we will generalize our previous analysis [68], taking into account the presence of a magnetic field, which is necessary in order to conserve the polarization of the fuel constituents in a magnetic fusion reactor [67].

For thermal colliding energies the analysis of polarization phenomena for the reaction $d + {}^3\mathrm{H} \to n + {}^4\mathrm{He}$ can be carried out in a general form. In the framework of a formalism, based on the polarized structure functions, we will point out the observables which have to be measured in order to have a full reconstruction of the spin structure of the threshold amplitudes. Data on cross section and tensor analyzing power exist, at threshold [78] (for a review see [79]). Among the two-spin observables, the measurement of a spin correlation coefficient, together with the cross section and the tensor analyzing power, allows one to realize the complete experiment.

3.2.2. Spin Structure of the Matrix Element. Let us first establish the spin structure of the matrix element. From the P invariance of the strong interaction and the conservation of the total angular momentum, two partial transitions, for

$d + {}^3\mathrm{He} \to p + {}^4\mathrm{He}$ (as well as for $d + {}^3\mathrm{H} \to n + {}^4\mathrm{He}$) are allowed:

$$S_i = \frac{1}{2} \ \to \mathcal{J}^P = \frac{1}{2}^+ \ \to \ell_f = 0, \ S_i = \frac{3}{2} \ \to \mathcal{J}^P = \frac{3}{2}^+ \ \to \ell_f = 2, \quad (3.1)$$

where S_i is the total spin of the $d + {}^3\mathrm{He}$ system and ℓ_f is the orbital angular momentum of the final proton. The spin structure of the threshold matrix element can be parametrized in the form:

$$\begin{gathered} \mathcal{M} = \chi_2^\dagger \mathcal{F}_{\mathrm{th}} \chi_1, \\ \mathcal{F}_{\mathrm{th}} = g_s \boldsymbol{\sigma}\mathbf{D} + g_d(3\mathbf{k}\mathbf{D}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{k} - \boldsymbol{\sigma}\mathbf{D}), \end{gathered} \quad (3.2)$$

where χ_1 and χ_2 are the two component spinors of the initial ${}^3\mathrm{He}$ and final p; $\mathbf{D}$ is the 3-vector of the deuteron polarization (more exactly, $\mathbf{D}$ is the axial vector due to the positive parity of the deuteron); $\mathbf{k}$ is the unit vector along the 3-momenta of the proton (in the CMS of the considered reaction). The amplitudes of the S and D production of the final particles, g_s and g_d, are complex functions of the excitation energy. Note that, in the general case, the spin structure of the matrix element, for the considered processes, contains six different contributions and the corresponding amplitudes are functions of two variables.

The general parametrization of the differential cross section in terms of the polarizations of the colliding particles (in S state) is given by:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{d} + {}^{\mathbf{3}}\mathbf{He}) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 [1 + \mathcal{A}_1(Q_{ab}k_a k_b) + \mathcal{A}_2 \mathbf{S}\mathbf{P} + \\ + \mathcal{A}_3 \mathbf{k}\mathbf{P} \ \mathbf{k}\mathbf{S} + \mathcal{A}_4 \mathbf{k}\mathbf{P} \times \mathbf{Q}], \ Q_a = Q_{ab}k_b, \end{aligned} \quad (3.3)$$

where $(d\sigma/d\Omega)_0$ is the differential cross section with unpolarized particles; $\mathbf{P}$ is the axial vector of the target (${}^3\mathrm{He}$) polarization; $\mathbf{S}$ and Q_{ab} are the vector and tensor deuteron polarizations. The density matrix of the deuteron can be written as:

$$\overline{D_a D_b^*} = \frac{1}{3}\left(\delta_{ab} - \frac{3}{2} i\epsilon_{abc} S_c - Q_{ab}\right), \quad Q_{aa} = 0, \quad Q_{ab} = Q_{ba}. \quad (3.4)$$

After summing over the final proton polarizations one can find the following expressions:

$$\begin{gathered} \mathcal{A}_1 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = -2 \operatorname{Re} g_s g_d^* - |g_d|^2, \quad \mathcal{A}_2 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = -|g_s|^2 - \operatorname{Re} g_s g_d^* + 2|g_d|^2, \\ \mathcal{A}_3 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = 3 \operatorname{Re} g_s g_d^* - 3|g_d|^2, \quad \mathcal{A}_4 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = -2 \operatorname{Im} g_s g_d^*. \end{gathered} \quad (3.5)$$

The coefficients $\mathcal{A}_i$ are related by the following linear relation: $\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3 = -1$ for any choice of amplitudes g_s and g_d. The integration of the differential cross section over the $\mathbf{k}$ directions gives:

$$\sigma(\mathbf{d} + {}^{\mathbf{3}}\mathbf{H}) = \sigma_0(1 + \mathcal{A}\mathbf{SP}), \quad \mathcal{A} = \mathcal{A}_2 + \frac{1}{3}\mathcal{A}_3 = \frac{-|g_s|^2 + |g_d|^2}{|g_s|^2 + 2|g_d|^2},$$

and it is independent of the tensor deuteron polarization.

The presence of S-wave contribution (the amplitude g_s), decreases the value of the integral coefficient $\mathcal{A}$, whereas in the fusion resonance region, where the D wave dominates, the maximum value, $\mathcal{A} = 1/2$, is reached. In the complete experiment (which gives $|g_s|^2$, $|g_d|^2$ and $\mathrm{Re}\, g_s g_d^*$), the amplitudes $|g_s|$ and $|g_d|$ can be found in a model independent way, with the help of the following formulas:

$$\begin{aligned} 9|g_s|^2 &= (5 + 2\mathcal{A}_1 - 4\mathcal{A}_2)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0, \\ |g_d|^2 &= (2 - \mathcal{A}_1 + 2\mathcal{A}_2)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0, \\ -9\,\mathrm{Re}\, g_s g_d^* &= (1 + 4\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0. \end{aligned} \tag{3.6}$$

One can see that the *integral* coefficient $\mathcal{A}$ can be determined from polarized nuclei collisions by measuring:

- the tensor analyzing power $\mathcal{A}_1$ in $\mathbf{d} + {}^{\mathbf{3}}\mathbf{He} \to p + {}^4\mathrm{He}$,
- the spin correlation coefficient $C_{xx} = C_{yy} = \mathcal{A}_2$ (if the z axis is along $\mathbf{k}$ direction).

Let us study now the polarization properties of the outgoing nucleons. We will show that it can be predicted only from the tensor analyzing power, $\mathcal{A}_1$. The polarization $\mathbf{P}_f$ of the produced nucleon depends on the polarization $\mathbf{P}$ of the initial ^{3}He (or ^{3}H) as follows: $\mathbf{P}_f = p_1\mathbf{P} + p_2\mathbf{kkP}$, where the real coefficients $p_i,\ i = 1, 2$, characterize the spin transfer coefficients (from the initial ^{3}He or ^{3}H to the final nucleon): $K_x^{x'} = p_1 + p_2\cos^2\theta$, $K_x^{z'} = p_2 \sin\theta\,\cos\theta$, where θ is the angle between $\mathbf{k}$ and $\mathbf{P}$. Averaging over the polarizations of the initial deuteron, we can find:

$$\begin{aligned} p_1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 &= -\frac{1}{3}\left(|g_s|^2 + 4\,\mathrm{Re}\, g_s g_d^* + 4|g_d|^2\right), \\ p_2\frac{d\sigma}{d\Omega}_0 &= 4\,\mathrm{Re}\, g_s g_d^* + 2|g_d|^2, \\ 3p_1 = -1 + 2\mathcal{A}_1,\ p_2 &= -2\mathcal{A}_1, \quad 3p_1 + p_2 = -1. \end{aligned}$$

This analysis holds in the presence of S state only, in the entrance channel. The validity of this assumption can be experimentally verified with the measurement

of T-odd one-spin polarization observables, as the analyzing powers in $\mathbf{d}+{}^3\mathrm{He} \to p+{}^4\mathrm{He}$ induced by vector deuteron polarization or $d+\mathbf{^3He} \to p+{}^4\mathrm{He}$. These observables are very sensitive to the presence of even a small P-wave contribution, due to its interference with the main S-wave amplitude.

3.2.3. Helicity Amplitudes. We calculate here the helicity amplitudes $F_{\lambda_1\lambda_2,\lambda_3}$, with $\lambda_1 = \lambda_d$, $\lambda_2 = \lambda_{^3\mathrm{He}}$, $\lambda_3 = \lambda_p$ (or λ_n), in terms of the partial amplitudes g_s and g_d. This formalism is very well adapted for the analysis of angular distributions of the reaction products, in conditions of fusion reactors (with polarized fuel) and to the description of polarization phenomena. The direction of magnetic field $\mathbf{B}$ can be chosen as the most preferable quantization axis (z axis). The formalism of the helicity amplitudes allows one to study the angular dependence of the polarization observables, relative to $\mathbf{B}$. For example, the polarization properties of the neutron in $\mathbf{d} + \mathbf{^3H} \to n + {}^4\mathrm{He}$ can be easily calculated in terms of these amplitudes.

The peculiar strong angular dependence of all observables is due to the presence (in conditions of fusion polarized reactor) of two independent physical directions, $\mathbf{k}$ and $\mathbf{B}$. So even for the S-state interaction, a nontrivial angular dependence of the reaction products appears, i. e., some angular anisotropy, related to the initial polarizations. As all the polarizations of both colliding particles depend on the same magnetic field $\mathbf{B}$, the results for these observables depend only on the angle θ, between $\mathbf{k}$ and $\mathbf{B}$. The case of the collision of polarized beam with polarized target, where the beam and the target may have different directions of polarization is more complicated, but it can also be treated in the framework of the helicity formalism.

The deuteron polarization vector $\mathbf{D}^{(\lambda)}$ (with a definite helicity λ), can be chosen as: $\mathbf{D}^{(0)} = (0,0,1)$ and $\mathbf{D}^{(\pm)} = 1/\sqrt{2}(\pm 1, i, 0)$. So the following expressions for the six possible helicity amplitudes can be found:

$$
\begin{aligned}
&F_{0+,+} = g_s - (1-3\cos^2\theta)g_d, \quad && F_{++,-} = \frac{3}{\sqrt{2}}\sin^2\theta g_d, \\
&F_{0+,-} = \frac{3}{2}\sin\ 2\theta g_d, && F_{-+,+} = \frac{3}{2\sqrt{2}}\sin\ 2\theta g_d, \\
&F_{++,+} = -\frac{3}{2\sqrt{2}}\sin\ 2\theta g_d, && F_{-+,-} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\left[2g_s + (1-3\cos^2\theta)g_d\right],
\end{aligned}
\tag{3.7}
$$

where θ is the nucleon production angle, relative to the $\mathbf{B}$ direction. Other possible helicity amplitudes, with reversed helicities of all particles, can be obtained from (3.7), by parity reversion.

3.2.4. Collision of Polarized Particles. The angular dependence of the reaction products in $d + {}^3\mathrm{H} \to n + {}^4\mathrm{He}$ for different polarization states of the colliding particles can be derived from (3.7).

• Collisions of longitudinally polarized deuterons ($\lambda_d = 0$), with polarized ^{3}H or ^{3}He:

$$\sigma_{0+}(\theta) = |F_{0+,+}|^2 + |F_{0+,-}|^2 = \\ = |g_s|^2 + 2\,\mathrm{Re}\, g_s g_d^*(-1 + 3\cos^2\theta) + |g_d|^2(1 + 3\cos^2\theta). \quad (3.8)$$

• $\mathbf{d} + {}^{\mathbf{3}}\mathbf{He}$ collisions with parallel polarizations (relative to $\mathbf{B}$):

$$\sigma_{++}(\theta) = |F_{++,+}|^2 + |F_{++,-}|^2 = \frac{9}{2}|g_d|^2 \sin^2\theta. \quad (3.9)$$

• $\mathbf{d} + {}^{\mathbf{3}}\mathbf{He}$ collisions with antiparallel polarizations:

$$\sigma_{+-}(\theta) = |F_{+-,+}|^2 + |F_{+-,-}|^2 = \\ = 2|g_s|^2 + 2\,\mathrm{Re}\, g_s g_d^*(1 - 3\cos^2\theta) + \frac{1}{2}(1 + 3\cos^2\theta)|g_d|^2. \quad (3.10)$$

The sum of all these polarized cross sections is independent of the polar angle θ: the unpolarized cross section is isotropic, as expected for S-state interaction.

For the pure fusion resonance (with $g_s = 0$), the angular distribution of the reaction products depends specifically on the direction of the polarizations of the colliding particles: the $\sin^2\theta$ dependence for parallel (++) collisions, becomes a dependence in $(1 + 3\cos^2\theta)$ for (+–) and (0+) collisions, to be compared with the isotropic behavior of the unpolarized collisions. Such definite and strong anisotropy can play a very important role in the design of the neutron shield of the reactor and of the blanket, where energetic neutrons (from $d + {}^3\mathrm{H} \to n + {}^4\mathrm{He}$) can produce ^{3}H through the reaction $n + {}^6\mathrm{Li} \to {}^3\mathrm{H} + {}^4\mathrm{He}$. Once a $d + {}^3\mathrm{H}$ reactor is beginning to operate, ^{3}H fuel can be produced in ^{6}Li blanket. In principle, this blanket can contain polarized $\mathbf{{}^6Li}$, for a more efficient ^{3}H production in $\mathbf{n} + {}^{\mathbf{6}}\mathbf{Li}$ collisions.

From Figs. 3 and 4, one can see that the angular dependence of the cross sections for polarized collisions, is essentially influenced by the presence of the S-wave amplitude and its relative phase.

Let us calculate now the following ratios:

$$R_{\lambda_1\lambda_2} = \frac{\int_{-1}^{+1} \sigma_{\lambda_1\lambda_2}(\theta) d\cos\,\theta}{\int_{-1}^{+1} d\cos\theta (d\sigma/d\Omega)_0,}$$

from Eqs. (3.8), (3.9), (3.10) for $\sigma_{\lambda_1\lambda_2}(\theta)$:

$$R_{0+} = 1, \quad R_{++} = \frac{3}{2}f, \quad R_{+-} = \frac{1}{2}(4 - 3f). \quad (3.11)$$

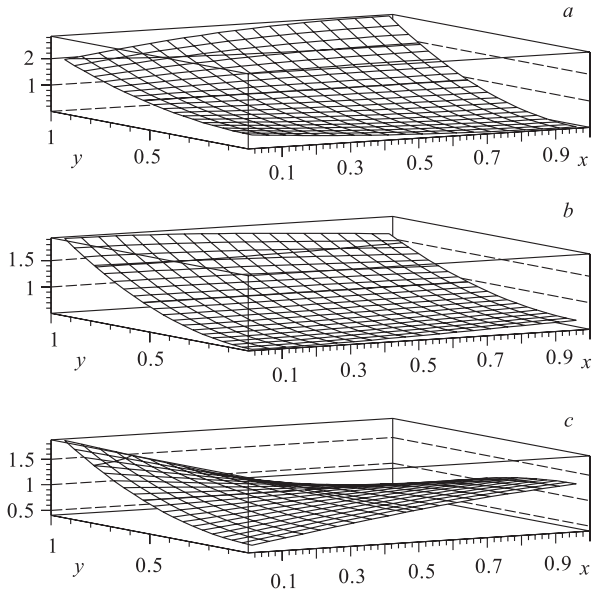

Fig. 3. Ratio σ_{0+}/σ_{00}, as a function of $x = |g_s|/|g_d|$ and $y = \cos\theta$ for the reaction $\mathbf{d} + {}^3\mathrm{He} \to \mathbf{n} + {}^4\mathrm{He}$, for different values of the phase δ: *a*) $\delta = 0$; *b*) $\delta = \dfrac{\pi}{2}$; *c*) $\delta = \pi$, from Eq. (3.8)

So we can write the following limits:

$$0 \leq R_{++} \leq 3/2 \ (g_s = 0), \quad 1/2 \leq R_{+-} \leq 2 \ (g_d = 0).$$

In the fusion resonance region, $(f{=}1)^*$, the (++) collisions increase the reaction yield (in comparison with collisions of unpolarized particles) with a maximum coefficient $\leq 3/2$, for pure D-wave fusion resonance. Using the notations of [67] one can obtain the following general formula for the differential cross section of $\mathbf{d} + \mathbf{{}^3H}$ (or $\mathbf{d} + \mathbf{{}^3He}$) collisions:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{d}+\mathbf{{}^3H}) = 6|g_d|^2 \left\{ \frac{3}{4} a \sin^2\theta + \frac{b}{6}\left[\frac{2}{f} - (1 - 3\,\cos^2\theta)\left(1 + \frac{2\,\mathrm{Re}\, g_s g_d^*}{|g_d|^2}\right)\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{c}{12}\left[\frac{8}{f} - 6 - (1 - 3\cos^2\theta)\left(1 - \frac{4\,\mathrm{Re}\, g_s g_d^*}{|g_d|^2}\right)\right]\right\}. \qquad (3.12)$$

*In particular the ratio of amplitudes $f = 2|g_d|^2/(|g_s|^2 + 2|g_d|^2)$ was firstly defined in [67].

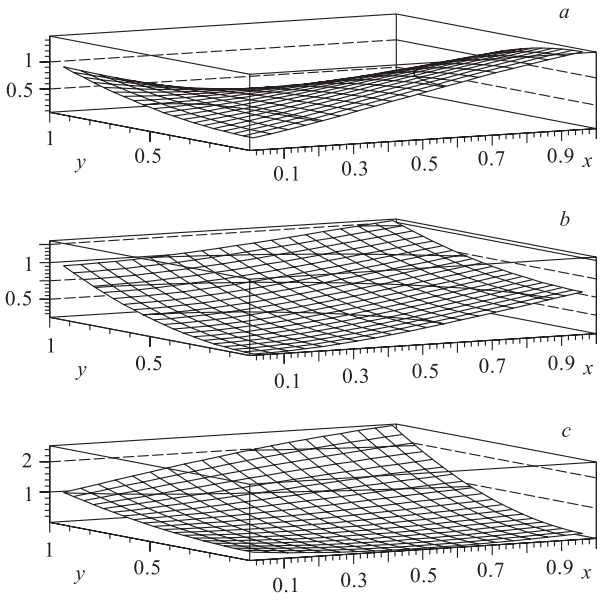

Fig. 4. Ratio σ_{+-}/σ_{00} as a function of $x = |g_s|/|g_d|$ and $y = \cos\theta$ for the reaction $\mathbf{d} + {}^3\mathrm{He} \to \mathbf{n} + {}^4\mathrm{He}$, for different values of the phase δ: *a*) $\delta = 0$; *b*) $\delta = \dfrac{\pi}{2}$; *c*) $\delta = \pi$, from Eq. (3.10)

Here $a = d_+t_+ + d_-t_-$, $b = d_0$, $c = d_+t_+ + d_-t_+$ and d_+, d_0, d_- are the fractions of deuterons with polarization respectively parallel, transverse, antiparallel to $\mathbf{B}$, while t_+ and t_- are the corresponding fractions for ${}^3\mathrm{H}$. The relations $d_+ + d_0 + d_- = 1$ and $t_+ + t_- = 1$ hold. The case $a = b = c = 1/3$ corresponds to unpolarized collisions.

Note that the predicted angular dependence for b and c contributions, Eq. (3.12), differs essentially from the corresponding expression of [67]. It coincides only for the special case $f = 1$, $g_s = 0$. The denominator for Eq. (2) in Ref. 67 must be also different.

From (3.12) one can find the following expression for the differential cross section of collisions of polarized deuterons with unpolarized ${}^3\mathrm{H}$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{d} + {}^3\mathrm{H}) = 2|g_d|^2 \left[\frac{1}{f} + P_{zz}\frac{1 - 3\cos^2\theta}{4}\left(1 + \frac{2\,\mathrm{Re}\, g_s g_d^*}{|g_d|^2}\right)\right],$$

i. e., it depends on the tensor deuteron polarization only. We used above the standard definition: $P_{zz} = d_+ - 2d_0 + d_-$. Due to the $(1 - 3\cos^2\theta)$ dependence, after integration over θ, the cross section, again, does not depend on the deuteron polarization.

3.2.5. Polarization of Neutrons in $\mathbf{d} + {}^{\mathbf{3}}\mathbf{H}$ *Collisions.* Using the helicity amplitudes (3.7) it is possible to predict also the angular dependence of the neutron polarization in $\mathbf{d} + {}^{\mathbf{3}}\mathbf{H} \to n + {}^4\mathrm{He}$, in the general case of polarized particle collisions:

$$(n_+ - n_-)\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{d} + {}^{\mathbf{3}}\mathbf{H}) = \frac{9}{2}(d_- t_- - d_+ t_+)\sin^2\theta(1 - 2\cos^2\theta)|g_d|^2 +$$
$$+ d_0(t_+ - t_-)\left[|g_s|^2 - 2(1 - 3\cos^2\theta)\,\mathrm{Re}\, g_s g_d^* + \right.$$
$$\left. + (1 - 15\cos^2\theta + 18\cos^4\theta)|g_d|^2\right] +$$
$$+ (d_+ t_- - d_- t_+)\frac{1}{2}\left[4|g_s|^2 + 4(1 - 3\cos^2\theta)\,\mathrm{Re}\, g_s g_d^* + \right.$$
$$\left. + (1 - 15\cos^2\theta + 18\cos^4\theta)|g_d|^2\right],$$

where $n_\pm$, $d_\pm$, and $t_\pm$ are, respectively, the fraction of neutrons, deuterons, and ^{3}H polarized parallel and antiparallel to the direction of the magnetic field.

Let us write some limiting cases of this general formula:

(a) Collisions of polarized deuterons with unpolarized ^{3}H nuclei:

$$(n_+ - n_-)\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{d} + {}^3\mathrm{H}) = (d_+ - d_-)\left[|g_s|^2 + (1 - 3\cos^2\theta)\,\mathrm{Re}\, g_s g_d^* - \right.$$
$$\left. - (2 - 3\cos^2\theta)|g_d|^2\right]. \qquad (3.13)$$

(b) Collisions of unpolarized deuterons with polarized ^{3}H nuclei:

$$(n_+ - n_-)\frac{d\sigma}{d\Omega}(d + {}^{\mathbf{3}}\mathbf{H}) = \frac{t_- - t_+}{3}\left[|g_s|^2 + 4(1 - 3\cos^2\theta)\,\mathrm{Re}\, g_s g_d^* + \right.$$
$$\left. + 2(2 - 3\cos^2\theta)|g_d|^2\right]. \qquad (3.14)$$

In the case of fusion resonance ($g_s = 0$), these formulas reduce to:

$$(n_+ - n_-)\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{d} + {}^{\mathbf{3}}\mathbf{H}) = \frac{9}{4}\sin^2\theta(1 - 2\cos^2\theta)(d_+ t_- - d_+ t_+) +$$
$$+ \frac{1}{2}\left[d_0(t_+ - t_-) + \frac{1}{2}(d_+ t_- - d_- t_+)(1 - 15\cos^2\theta + 18\cos^4\theta)\right]. \qquad (3.15)$$

Averaging over the polarizations of d (or ^{3}H) one can find particular expressions:

$$(n_+ - n_-)\frac{d\sigma}{d\Omega}(d + {}^{\mathbf{3}}\mathbf{H}) = \frac{1}{2}(t_- - t_+)(2 - 3\cos^2\theta)$$

and

$$(n_+ - n_-)\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{d} + {}^3\mathrm{H}) = -\frac{1}{3}(d_- - d_+)(2 - 3\cos^2\theta).$$

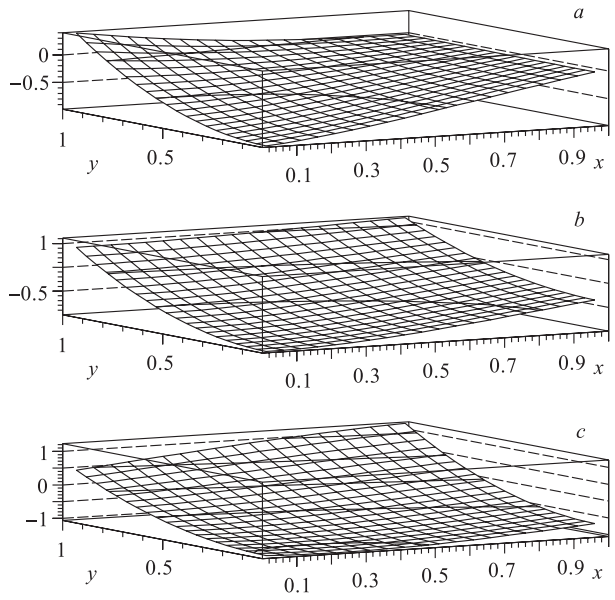

Fig. 5. Neutron polarization $P_n = \dfrac{\left[-2+3y^2+x\,\cos\delta(1-3y^2)+x^2\right]}{(2+x^2)}$, as a function of $x = |g_s|/|g_d|$ and $y = \cos\theta$ in $\mathbf{d} + {}^3\mathrm{He}$ collisions, for different values of the phase δ: *a*) $\delta = 0$; *b*) $\delta = \dfrac{\pi}{2}$; *c*) $\delta = \pi$

The angular dependence of most of these polarization observables is sensitive to the relative value of the g_s and g_d amplitudes, due to the $g_s g_d^*$-interference contributions. Of course, in the region of the fusion resonance the g_d amplitude is dominant. However the temperature conditions, typical for a fusion reactor, correspond to collision energies lower than the energy of the fusion resonance. Even a small g_s/g_d ratio can change the angular behavior of the polarization observables. In Figs. 5 and 6 we show, in a 3-dimensional plot, the dependence of the neutron polarization on the ratio $x = |g_s|/g_d|$ and on the production angle θ for three values of the relative phase δ, $\delta = 0,\ \pi/2,\ \pi$, for $\mathbf{d} + {}^3\mathrm{H}$ and $d + \mathbf{{}^3H}$ collisions.

The exact determination of the parameters x and δ, is crucial for thermonuclear processes. This is a reason to perform a complete experiment for this reaction as discussed earlier [68]. The important point is that even at very low energies, where the spin structure is simplified, a complete experiment must include the scattering of polarized beam on polarized target. The full reconstruction of the threshold matrix elements requires this type of experiment.

3.3. Processes $d + d \to n + {}^3\mathrm{He}$ and $d + d \to p + {}^3\mathrm{H}$. The $d + d \to n + {}^3\mathrm{He}$ and $d + d \to p + {}^3\mathrm{H}$ reactions at low energy have a very wide spectrum

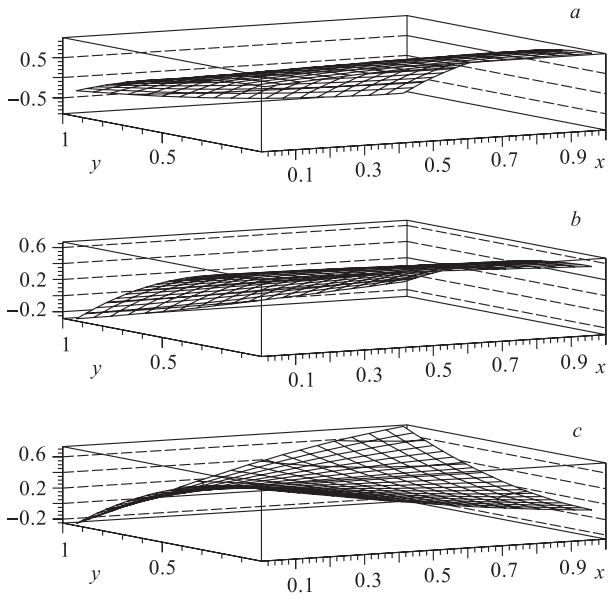

Fig. 6. Neutron polarization $P_n = \dfrac{1}{3}\dfrac{\left[2(2-3y^2)+4x\,\cos\,\delta(1-3y^2)+x^2\right]}{(2+x^2)}$, as a function of $x = |g_s|/|g_d|$ and $y = \cos\,\theta$ in unpolarized $d + {}^3\mathrm{He}$ collisions, for different values of the phase δ: *a*) $\delta = 0$; *b*) $\delta = \dfrac{\pi}{2}$; *c*) $\delta = \pi$

of fundamental and practical applications, from the discovery of tritium and helium isotopes [80], to the important role for primordial nucleosynthesis in the early Universe and fusion energy production with polarized and unpolarized fuel [67,81]. These processes are of large interest in nuclear theory: for example, in a four nucleon system, contrary to three nucleon system, broad resonant states can be excited [84]. The angular dependence of the differential cross sections [85,86] and the polarization observables [76–79] for these charge symmetric reactions constitutes a good test of the isotopic invariance for the low energy nuclear interaction. The dd interaction is also connected to muon catalyzed processes $(\mu dd) \to \mu + p + {}^3\mathrm{H}$ or $(\mu dd) \to \mu + n + {}^3\mathrm{He}$ [91], where only the P state of the dd system is present at low energy.

In the general case the spin structure of the matrix element for $d + d \to n + {}^3\mathrm{He}(p + {}^3\mathrm{H})$ is quite complicated, with 18 independent spin combinations, and therefore with 18 complex scalar amplitudes, which are functions of the excitation energy and the scattering angle. However, at thermal collision energies, where the S-state deuteron interaction has to dominate, this structure is largely simplified.

The identity of the colliding deuterons, which are bosons, is an important guide for the partial amplitude analysis in order to determine the spin structure of the reaction amplitude. The determination of the polarization observables is indispensable for this purpose. The four possible analyzing powers for $\mathbf{d}+d$-collisions, A_y, A_{zz}, A_{xz}, and $A_{xx}-A_{yy}$, were measured at $E_d \leq 100$ keV, as well as the angular dependence of the differential cross section [85, 86, 90].

The knowledge of the relative role of different orbital angular momenta (and the corresponding partial amplitudes) is essential for the solution of different fundamental problems concerning these processes, like the possibility to build a thermonuclear «clean» reactor with polarized $d+{}^3\mathrm{He}$ fuel. The main reaction $d+{}^3\mathrm{He} \to p+{}^4\mathrm{He}$ does not produce radioactive nuclei, and the possibility to decrease the cross section of $\mathbf{d}+\mathbf{d}$-collisions (which produces $n+{}^3\mathrm{He}$ or $p+{}^3\mathrm{H}$) with parallel polarizations, will decrease the production of neutrons and the tritium. Direct experimental data about $\mathbf{d}+\mathbf{d}$-low energy collisions are absent, so the dependence of the cross section on the polarization states of the colliding particles can be calculated only from theoretical predictions or from different multipole analysis.

The theoretical predictions and the results of multipole analysis seem very controversial now, even at very low energy. In the first partial wave analysis [92, 93] it was found that the S-state dd interaction in the quintet state (i. e., with total spin $S_i = 2$) is smaller in comparison with the $S_i = 0$ interaction. This was consistent with the conclusion of Ref. 67, that in a polarized reactor it is possible to suppress $\mathbf{d}+\mathbf{d}$ collisions. Later [94], it was pointed out that strong central forces with D state in ${}^3\mathrm{He}$ can induce a large dd interaction in the quintet state and resonating-group calculations [94] found that polarized collisions are not suppressed. On the other hand, DWBA calculations give a large suppression for the ratio of polarized on unpolarized cross section, $\sigma_{++}/\sigma_0 \simeq 0.08$ in the range $E_d = 20{-}150$ keV, even after inclusion of the ${}^3\mathrm{He}$ D state. A more recent analysis [96, 97] based on R-matrix approach, concludes that this ratio does not decrease with energy. Note that in principle, it can be energy dependent [98].

Again, a direct measurement of polarized dd collisions would greatly help in solving these problems and the complete experiment will allow one to reconstruct the spin structure of the reaction amplitude. Therefore, the considerations based on S wave only, have to be considered as the first necessary step which can illustrate the possible strategy of the complete experiment for this case.

3.3.1. Partial Amplitudes. We establish here the spin structure of the threshold matrix element for the $d+d \to n+{}^3\mathrm{He}$ ($p+{}^3\mathrm{H}$) process. For S-state dd interaction the following partial transitions are allowed:

$$
\begin{aligned}
S_i = 0 \ &\to \mathcal{J}^P = 0^+ \ \to S_f = 0,\ \ell_f = 2,\\
S_i = 2 \ &\to \mathcal{J}^P = 2^+ \ \to S_f = 0,\ \ell_f = 2,\\
S_i = 2 \ &\to \mathcal{J}^P = 2^+ \ \to S_f = 1,\ \ell_f = 2,
\end{aligned}
$$

where S_i is the total spin of the colliding deuterons; ℓ_f is the orbital angular momentum of the final nucleon. Note that the Bose statistics for identical deuterons allows only even values of initial spin, that is $S_i = 0$ and $S_i = 2$ for the S state. The resulting spin structure of the threshold matrix element can be written as:

$$\mathcal{M} = i(\chi_3^\dagger \sigma_2 \widetilde{\chi_1^\dagger}) \left[g_1 \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2 + g_2 (3\mathbf{k}\mathbf{D}_1 \mathbf{k}\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2) + \right. \\ \left. + g_3 (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{k} \times \mathbf{D}_1 \mathbf{k}\mathbf{D}_2 + \boldsymbol{\sigma}\mathbf{k} \times \mathbf{D}_2 \mathbf{k}\mathbf{D}_1) \right], \quad (3.16)$$

where χ_1 and χ_3 are the 2-component spinors of the produced nucleon and ^{3}He (or ^{3}H); $\mathbf{D}_1$ and $\mathbf{D}_2$ are the 3-vectors of the deuteron polarization; $\mathbf{k}$ is the unit vector along the 3-momenta of the nucleon (in the CMS of the considered reaction). The amplitudes g_1 and g_2 describe the production of the singlet $n+^3$He state; and the amplitude g_3, of the triplet state. The complete experiment in S-state dd interaction implies the measurement of 5 different observables, to determine three moduli and two relative phases of partial amplitudes.

The validity of the S-state approximation in the near-threshold region can be checked by measuring any T-odd polarization observable, the simplest of which are the one-spin observables as the vector analyzing power in the reaction $\mathbf{d} + d \to n + {}^3\mathrm{He}$ [90]. Note that Eq. (3.16) is correct also for the threshold matrix elements of the inverse process: $n + {}^3\mathrm{He} \to d + d$ (or $p + {}^3\mathrm{H} \to d + d$).

3.3.2. Helicity Amplitudes. In order to establish the angular dependence of the reaction products, for collisions of polarized particles, in the presence of magnetic field, let us derive the helicity amplitudes. The spin structure of the $d + d$ reactions is more complex in comparison to $d + {}^3$He. The analysis of polarization phenomena is also more complicated. It was mentioned in [67], that an enhancement factor, equal to 2, can be obtained in a polarized plasma*, for the reaction $d + d \to n + {}^3$He, if the deuterons are polarized transversally to the direction of the magnetic field, i. e., for (00) collisions, in an ordinary thermal ion distribution. Alternatively, if colliding beams or beam and target methods are used (inertial fusion), the two ions should be polarized in opposite direction relatively to the field. In case of collisions of deuterons with parallel polarizations, i. e., (++) or $(--)$, a large suppression of the reaction rate is expected.

It is then interesting to analyze all possible configurations of the polarization of the colliding deuterons. We can classify the helicity amplitudes according to the following scheme:

I) 00 collisions: the polarization is transverse to the magnetic field $\to$ 2 independent amplitudes;

II) ++ collisions: the polarization parallel to the magnetic field $\to$ 4 independent amplitudes;

*Note that this holds only for the partial wave analysis [92, 93].

III) +− collisions: collisions with deuterons with antiparallel polarization, in the same direction as the magnetic field → 4 independent amplitudes;

IV) 0+ collisions: collisions of one deuteron with polarization transverse to the magnetic field with the other deuteron polarized along the magnetic field → 4 independent amplitudes.

The corresponding helicity amplitudes $\mathcal{F}_{\lambda_1\lambda_2,\lambda_3\lambda_4}$, (with $\lambda_1 \equiv \lambda_{d_1}$, $\lambda_2 \equiv \lambda_{d_2}$, $\lambda_3 \equiv \lambda_{^3\mathrm{He}}$, $\lambda_4 \equiv \lambda_N$) are given in terms of partial amplitudes:

$$
\begin{aligned}
&\text{(I)} \quad \mathcal{F}_{00,++} = -\sin\ 2\theta g_3, \quad \mathcal{F}_{00,+-} = g_1 - (1-3\cos^2\theta)g_2,\\
&\text{(II)} \quad \mathcal{F}_{++,++} = \sin\ 2\theta g_3, \quad \mathcal{F}_{++,+-} = \sin^2\theta\left(\frac{3}{2}g_2 + g_3\right),\\
&\qquad \mathcal{F}_{++,--} = 0, \quad \mathcal{F}_{++,-+} = \sin^2\theta\left(-\frac{3}{2}g_2 + g_3\right),\\
&\text{(III)} \quad \mathcal{F}_{+-,++} = \mathcal{F}_{+-,--} = -\frac{1}{2}\sin\ 2\theta g_3,\\
&\qquad \mathcal{F}_{+-,+-} = -\mathcal{F}_{+-,-+} = -g_1 - \frac{1}{2}(1-3\cos^2\theta)g_2,\\
&\text{(IV)} \quad \mathcal{F}_{0+,++} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1+3\cos^2\theta)g_3, \quad \mathcal{F}_{0+,+-} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\sin\ 2\theta(3g_2+g_3),\\
&\qquad \mathcal{F}_{0+,--} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin^2\theta g_3, \quad \mathcal{F}_{0+,-+} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\sin\ 2\theta(-3g_2+g_3),
\end{aligned}
\tag{3.17}
$$

where θ is the nucleon production angle relative to $\mathbf{B}$ direction.

3.3.3. Angular Dependence for Collisions of Polarized Deuterons. After summing over the polarization states of the produced particles, the cross section of the process $\mathbf{d} + \mathbf{d} \to n + {}^3\mathrm{He}$, for definite deuteron polarizations, can be written as:

$$
\begin{aligned}
\sigma_{00}(\theta) &= 2\left(|\mathcal{F}_{00,++}|^2 + |\mathcal{F}_{00,+-}|^2\right) = 2|g_1 - g_2(1-3\cos^2\theta)|^2 P + 8\sin^2\theta\cos^2\theta|g_3|^2,\\
\sigma_{++}(\theta) &= \sum_{\lambda_3,\lambda_4} |\mathcal{F}_{++,\lambda_3\lambda_4}|^2 = \sin^2\theta\left[\frac{9}{2}\sin^2\theta|g_2|^2 + 2(1+\cos^2\theta)|g_3|^2\right],\\
\sigma_{+-}(\theta) &= \sum_{\lambda_3,\lambda_4} |\mathcal{F}_{+-,\lambda_3\lambda_4}|^2 = 2|g_1|^2 + 2\,\mathrm{Re}\, g_1 g_2^*(1-3\cos^2\theta) +\\
&\qquad + \frac{1}{2}(1-3\cos^2\theta)^2|g_2|^2 + 2\sin^2\theta\cos^2\theta|g_3|^2,\\
\sigma_{0+}(\theta) &= \sum_{\lambda_3,\lambda_4} |\mathcal{F}_{0+,\lambda_3\lambda_4}|^2 = 9\sin^2\theta\cos^2\theta|g_2|^2 + (1-3\cos^2\theta+4\cos^4\theta)|g_3|^2.
\end{aligned}
\tag{3.18}
$$

With the help of these formulas we can estimate the corresponding integral ratios:

$$R_{\lambda_1\lambda_2} = \frac{\int_{-1}^{+1} \sigma_{\lambda_1\lambda_2}(\theta) d\cos\theta}{\int_{-1}^{+1} d\cos\theta (d\sigma/d\cos\theta)_0},$$

which characterize the relative role of polarized collisions with respect to unpolarized ones:

$$\begin{aligned} R_{00} &= \frac{3}{5}\frac{15+4r}{3+2r},\ R_{++} = \frac{36}{5}\frac{r}{3+2r}, \\ R_{+-} &= \frac{12}{5}\frac{15+r}{3+2r},\ R_{0+} = \frac{9}{5}\frac{r}{3+2r}, \end{aligned} \tag{3.19}$$

where $r = (3|g_2|^2 + 2|g_3|^2)/|g_1|^2)$. It is interesting that all these ratios depend on a single contribution of the moduli of the partial amplitudes, the ratio $r \geq 0$. The ratios $R_{\lambda_1\lambda_2}$ are limited by:

$$1.2 \leq R_{00} \leq 3,\ \ 0 \leq R_{++} \leq 3.6,\ \ 1.2 \leq R_{+-} \leq 12,\ \ 0 \leq R_{0+} \leq 0.9,$$

where the upper limits correspond to $g_2 = g_3 = 0$ (when only the g_1 amplitude is present), and the lower limits correspond to $g_1 = 0$ (for any amplitudes g_2 and g_3). But the exact values of $R_{\lambda_1\lambda_2}$ depend on the relative value of the partial amplitudes, through one parameter, r.

The general dependence of the differential cross section for $\mathbf{d}+\mathbf{d}$ collisions, can be written in terms of partial cross sections $\sigma_{\lambda_1\lambda_2}$ as follows:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{d}+\mathbf{d}) = (d_+^2 + d_-^2)\sigma_{++}(\theta) + d_0^2\sigma_{00}(\theta) + \\ + 2d_+d_-\sigma_{+-}(\theta) + 2d_0(d_+ + d_-)\sigma_{0+}(\theta), \end{aligned} \tag{3.20}$$

where we used the evident relations between $\sigma_{\lambda_1\lambda_2}$: $\sigma_{++}(\theta) = \sigma_{--}(\theta)$, $\sigma_{0+}(\theta) = \sigma_{0-}(\theta)$, $\sigma_{+-}(\theta) = \sigma_{-+}(\theta)$, due to the P invariance of the strong interaction, and the standard notation: d_+, d_0 and d_- for different deuteron fractions in polarized plasma.

Using Eq. (3.20) one can find some interesting limiting cases. Setting for example, $d_+ = d_-$ (deuterons with tensor polarization only: $P_{zz} = 1 - 3d_0$, $P_z = 0$), one can obtain the following dependence of the differential cross section on P_{zz}:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{d}+\mathbf{d}) = a_0(\theta) + 2P_{zz}a_1(\theta) + \frac{1}{2}P_{zz}^2 a_2(\theta), \tag{3.21}$$

where the coefficients $a_i(\theta), i = 0 - 2$, are linear combinations of the helicity cross sections $\sigma_{\lambda_1\lambda_2}$:

$$\begin{aligned} 9a_0(\theta) &= 2\left[\sigma_{++}(\theta) + \sigma_{+-}(\theta)\right] + \sigma_{00}(\theta) + 4\sigma_{+0}(\theta), \\ 9a_1(\theta) &= \sigma_{++}(\theta) + \sigma_{+-}(\theta) - \sigma_{00}(\theta) - \sigma_{+0}(\theta), \\ 9a_2(\theta) &= \sigma_{++}(\theta) + \sigma_{+-}(\theta) + 2\sigma_{00}(\theta) - 4\sigma_{+0}(\theta). \end{aligned} \tag{3.22}$$

So, measuring the P_{zz} dependence of the cross section for $\mathbf{d} + \mathbf{d}$ collisions, one can determine all 3 coefficients $a_i(\theta)$ (at each angle θ). This allows one to determine the individual helicity partial cross sections $\sigma_{\lambda_1\lambda_2}(\theta)$:

$$\begin{aligned} \sigma_{00}(\theta) &= a_0(\theta) - 4a_1(\theta) + 2a_2(\theta), \\ \sigma_{0+}(\theta) &= a_0(\theta) - a_1(\theta) - a_2(\theta), \\ \sigma_{++}(\theta) + \sigma_{+-}(\theta) &= 2a_0(\theta) + 4a_1(\theta) + a_2(\theta). \end{aligned} \tag{3.23}$$

In order to disentangle the $\sigma_{++}(\theta)$ and $\sigma_{+-}(\theta)$ contributions, an additional polarization observable has to be measured, from the collisions of vector polarized deuterons $\left(d_\pm = \frac{1}{3} \pm \frac{1}{2}P_z,\ d_0 = \frac{1}{3}\right)$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{d} + \mathbf{d}) = a_0(\theta) + \frac{P_z^2}{2}(\sigma_{++}(\theta) - \sigma_{+-}(\theta)). \tag{3.24}$$

The linear P_z contribution is forbidden by the P invariance of the strong interaction. Only the measurement of the P_z^2 contribution allows one to separate the cross sections $\sigma_{++}(\theta)$ and $\sigma_{+-}(\theta)$.

This analysis is equivalent to the discussion of the complete experiment (in terms of helicity cross sections $\sigma_{\lambda_1\lambda_2}(\theta)$).

Finally let us derive the polarization properties of the neutrons in the process $\mathbf{d} + \mathbf{d} \to n + {}^3\mathrm{He}$. Using Eqs. (3.17) for the helicity amplitudes, one can find for the θ dependence of the neutron polarization (for the different spin configurations of the colliding deuterons):

$$\begin{aligned} (n_+ - n_-)\sigma_{++}(\theta) &= 2\sin^2\theta d_+^2\left[3\,\mathrm{Re}\, g_2 g_3^* + 2\cos^2\theta |g_3|^2\right], \\ (n_+ - n_-)\sigma_{0+}(\theta) &= 2d_0 d_+ \cos^2\theta \times \\ &\times \left[-(1 - 2\cos^2\theta)|g_3|^2 + 3\sin^2\theta\,\mathrm{Re}\, g_2 g_3^*\right], \\ (n_+ - n_-)\sigma_{00}(\theta) &= (n_+ - n_-)\sigma_{+-}(\theta) = 0, \end{aligned} \tag{3.25}$$

where n_+ and n_- are the fractions of polarized neutrons with spin parallel and antiparallel relative to the $\mathbf{B}$ direction.

The production of unpolarized neutrons for 00 collisions of deuterons results from P invariance, and for $-+$ collisions results from the identity of colliding deuterons and from the P invariance.

3.3.4. Complete Experiment for $d+d \to n+{}^3\mathrm{He}$. Due to three complex partial amplitudes for the S-wave dd interaction for the process $d+d \to n+{}^3\mathrm{He}$, the measurement of a large number of observables is necessary, in order to perform the complete experiment. This study will be based on the formalism of the polarized structure functions, previously used in [68] for the process $d+{}^3\mathrm{H} \to n+{}^4\mathrm{He}$.

Let us consider the collisions of polarized deuterons $\mathbf{d}+\mathbf{d} \to n+{}^3\mathrm{He}$. The differential cross section can be parametrized in the following general form:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 [1 + \mathcal{A}_1(\mathbf{kQ}_1 + \mathbf{kQ}_2) + \mathcal{A}_2\mathbf{S}_1\mathbf{S}_2 + \mathcal{A}_3\mathbf{kS}_1\mathbf{kS}_2 + \\ + \mathcal{A}_4\mathbf{kQ}_1\mathbf{kQ}_2 + \mathcal{A}_5\mathbf{Q}_1\mathbf{Q}_2 + \mathcal{A}_6 Q_{1ab}Q_{2ab} + \\ + \mathcal{A}_7(\mathbf{kS}_1 \times \mathbf{Q}_2 + \mathbf{kS}_2 \times \mathbf{Q}_1)], \; Q_{1a} = Q_{1ab}k_b, \; Q_{2a} = Q_{2ab}k_b, \quad (3.26)$$

where $\mathbf{S}_1$ and $\mathbf{S}_2$ (Q_{1ab} and Q_{2ab}) are the vector (tensor) polarizations of the colliding deuterons. The real coefficient $\mathcal{A}_1$ describes the tensor analyzing power in $\mathbf{d}+d \to n+{}^3\mathrm{He}$, $\mathcal{A}_2-\mathcal{A}_7$ are the spin correlation coefficients in $\mathbf{d}+\mathbf{d} \to n+{}^3\mathrm{He}$. The coefficients $\mathcal{A}_1-\mathcal{A}_6$ are T-even polarization observables and $\mathcal{A}_7$ is the T-odd one (due to the specific correlation of the vector polarization of one deuteron and the tensor polarization of the other deuteron). Note that these coefficients $\mathcal{A}_i$ cannot fix the relative phases of the singlet amplitudes g_1 and g_2 (from one side) and the triplet amplitude g_3 (from the other side). The complete experiment has to be more complex than the determination of the polarization observables $\mathcal{A}_i$. The polarization transfer coefficients from the initial deuteron to the produced fermion (n or ${}^3\mathrm{H}$) have to be measured, too.

After summing over the polarizations of the produced particles in $\mathbf{d}+\mathbf{d} \to n+{}^3\mathrm{He}$, the following expressions can be found, for the coefficients $\mathcal{A}_i$, $i=1-7$, in terms of the partial amplitudes g_k, $k=1-3$:

$$-\frac{9}{2}\mathcal{A}_1\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = 3|g_2|^2 + |g_3|^2 + 6\,\mathrm{Re}\,g_1g_2^*, \\ \mathcal{A}_2\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = -|g_1|^2 + 2|g_2|^2 + |g_3|^2 - \mathrm{Re}\,g_1g_2^*, \\ \mathcal{A}_3\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = -3|g_2|^2 - |g_3|^2 + 3\,\mathrm{Re}\,g_1g_2^*, \\ \frac{9}{4}\mathcal{A}_4\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = 9|g_2|^2 - 4|g_3|^2, \quad (3.27)$$

$$\frac{9}{2}\mathcal{A}_5\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = -6|g_2|^2 + 6\,\mathrm{Re}\,g_1 g_2^* + 2|g_3|^2,$$

$$\frac{9}{2}\mathcal{A}_6\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = |g_1|^2 + |g_2|^2 - 2\,\mathrm{Re}\,g_1 g_2^*,$$

$$\mathcal{A}_7\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = -2\,\mathrm{Im}\,g_1 g_2^*,$$

where $(d\sigma/d\Omega)_0$ is the differential cross section with unpolarized particles:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = \frac{2}{9}\left[3|g_1|^2 + 6|g_2|^2 + 4|g_3|^2\right] = \frac{2}{9}|g_1|^2(3+2r).$$

Using these expressions, the following relations can be found between the coefficients $\mathcal{A}_i$:

(a) linear: between T-even polarization observables,

$$\mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3 + \frac{9}{2}\mathcal{A}_6 = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_4 - \frac{1}{3}\mathcal{A}_3 + \frac{7}{4}\mathcal{A}_5 = 0,$$

(b) quadratic, relating the T-odd asymmetry $\mathcal{A}_7$ with the T-even coefficients $\mathcal{A}_i,\ i = 1{-}6$;

$$\frac{9}{4}(1 + \mathcal{A}_1^2 - \mathcal{A}_7^2) = \mathcal{A}_2^2 + (\mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3)^2 + 6(\mathcal{A}_1\mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_1\mathcal{A}_3 + \mathcal{A}_2\mathcal{A}_3).$$

Therefore, the measurements of $(d\sigma/d\Omega)_0$ and 3 coefficients $\mathcal{A}_i$, $i = 1{-}3$, allow one to find the moduli of all S-wave partial amplitudes g_k, $k = 1{-}3$, and the relative phase of the singlet amplitudes g_1 and g_2:

$$18|g_1|^2 = (9 - 12\mathcal{A}_2 - 4\mathcal{A}_3)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0,$$

$$-18|g_2|^2 = (9 + 18\mathcal{A}_1 + 6\mathcal{A}_2 + 10\mathcal{A}_3)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0,$$

$$2|g_3|^2 = (3 + 3\mathcal{A}_1 + 2\mathcal{A}_2 + 2\mathcal{A}_3)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0,$$

$$18\,\mathrm{Re}\,g_1 g_2^* = (-9\mathcal{A}_1 + 2\mathcal{A}_3)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0.$$

So these measurements can be considered as the first step of the complete experiment for the process $d + d \to n + {}^3\mathrm{He}$ in the near-threshold conditions.

Using these expressions, one can find the following expression for the ratio r:

$$r = 3\frac{1+a}{1-2a},\ a = \frac{2}{9}(3\mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3).$$

The results obtained here on the angular dependence and the reaction rate dependence on the nuclei polarizations, can be used as a guideline in the conception of magnetic fusion reactors. The polarization of the produced particles is also important, as it can help the fusion process in a working reactor. For example, in a reactor based on $d+{}^3\mathrm{H}$ fuel, the intensive flux of 14 MeV neutrons can be used in the Li-blanket, not only for its heating, with consequent production of electric power, but also to produce extra ${}^3\mathrm{H}$ fuel, through the processes: $n+{}^6\mathrm{Li} \to {}^3\mathrm{H}+{}^4\mathrm{He}$ and $n+{}^7\mathrm{Li} \to n+{}^3\mathrm{H}+{}^4\mathrm{He}$. Due to the definite polarization properties of these reactions, one can increase, in principle, the yield of ${}^3\mathrm{H}$.

We showed that the polarization and the angular distribution of the neutrons, produced in the process $d+{}^3\mathrm{H} \to n+{}^4\mathrm{He}$ depends strongly on the relative value of the two possible partial amplitudes. The presence of a contribution (even relatively small) of the $\mathcal{J}^P = 1/2^+$ amplitude is very important for polarization phenomena.

For the reaction $d + d \to n + {}^3\mathrm{He}$ (with three independent threshold partial amplitudes) the situation is more complicated. The $d + d$ reactions produce energetic neutrons and tritium, and should be suppressed in a $d + {}^3\mathrm{He}$ reactor.

The detailed information about partial amplitudes of different reactions can be obtained, in a model-independent way, through the realization of the complete experiment. Even at low energy, where the spin structure of all matrix elements is highly simplified, the complete experiment includes the scattering of a polarized beam on a polarized target. These experiments, which are absent up to now, allow the full reconstruction of the spin structure of the threshold matrix elements.

The main results derived above can be summarized as follows:

• We give a model-independent parametrization of the spin structure of the threshold matrix elements for the reactions $d+d \to n+{}^3\mathrm{He}$ and $d+{}^3\mathrm{H} \to n+{}^4\mathrm{He}$.

• The angular distributions of the reaction products for $\mathbf{d + d}$ and $\mathbf{d + {}^3He}$ collision show a strong dependence on the polarizations of the colliding particles, and it can be very important to optimize the blanket and the shielding of a reactor.

• The polarization properties of neutrons, produced in the processes $d+{}^3\mathrm{H} \to n + {}^4\mathrm{He}$ and $d + d \to n + {}^3\mathrm{He}$ are derived for collisions of polarized particles.

4. POLARIZATION PHENOMENA IN ASTROPHYSICAL PROCESSES

4.1. Low Energy Polarized Collisions and Astrophysics. The experimental and theoretical study of the collisions of light nuclei (p, d, ${}^3\mathrm{H}$, ${}^3\mathrm{He}$, ${}^4\mathrm{He}$) at very low energies has always been motivated by questions in fundamental physics and by interesting possible applications in particular in the astrophysics domain [99]. Many works in the past have been devoted to the experimental study of these reactions, in particular cross section measurements, but only recently some polarization observables such as, for example, analyzing powers have

become available [100]. Polarization phenomena are important also in order to understand the mechanisms of the electromagnetic processes such as $n+p \to n+\gamma$, $p+d \to {}^3\mathrm{He}+\gamma$, $n+d \to {}^3\mathrm{H}+\gamma$, $d+d \to {}^4\mathrm{He}+\gamma$, $d+{}^3\mathrm{He} \to {}^5\mathrm{Li}+\gamma$, etc., [100] which are at the basis of models of primordial nucleosynthesis in the early Universe.

The strong magnetic field ($B \simeq 10^{12-14}\ G$) on the surface of neutron stars [101] must induce large degree of polarization for heavy particles like protons, neutrons, deuterons, etc. The reaction rates for all the above-mentioned reactions at low energy depend strongly on the polarization properties of the colliding nuclei. The astrophysical S factors, determining the threshold behavior of cross sections, are very important parameters in models of big-bang nuclear synthesis, stellar hydrogen burning, solution of the Sun-neutrino puzzle, etc. Moreover possible large magnetic fields in the early Universe [102–106], $B \simeq 10^{20}\,G$, may have affected the process of nucleosynthesis of light elements. The most evident effect of a strong magnetic field concerning the «deformation» of electrons in atoms and in specific Landau quantization of the electron behavior has been extensively studied for different electromagnetic conversion processes such as magnetic bremsstrahlung (synchrotron radiation), magnetic e^+e^--pair production, magnetic Cherenkov radiation, photon splitting, etc. This deformation is especially important in calculations of reaction rates for the weak processes involving an electron:

$$e^- + p \rightleftharpoons n + \nu_e,\ \overline{\nu_e} + p \rightleftharpoons n + e^+,\ n \to p + e^- + \overline{\nu_e}, \tag{4.1}$$

which play an essential role in the big-bang nucleosynthesis and neutron star cooling [107, 108].

Of course, magnetic deformation is not so important for heavier particles: protons, neutrons, deuterons..., due to the small value of magnetic moment in comparison with electrons, but a strong magnetic field *can polarize these particles*. So, due to the strong dependence of the corresponding reaction rates on the polarization states of colliding particles, this effect must have important consequences on nucleosynthesis. For example, it would change the standard predictions of abundances of light elements in the Universe, such as d, ${}^3\mathrm{He}$, ${}^4\mathrm{He}$, ${}^7\mathrm{Li}$ and ${}^9\mathrm{Be}$, because all these elements are produced in processes with an essential spin dependence of the corresponding matrix elements. Note, that the relative abundances of these elements provide now a reliable method to determine such important characteristics of the Universe as the baryon mass density parameter Ω_B [109]. This parameter is very important to discriminate between different models. The precise determination of d and ${}^3\mathrm{He}$ abundances will definitely constrain the upper bound of Ω_B values, whereas ${}^7\mathrm{Li}$ and ${}^9\mathrm{Be}$ abundances lead to a constraint on the lower bound of the Ω_B values.

Reaction rates for processes as $n+p \to d+\gamma$, $n+d \to {}^3\mathrm{H}+\gamma$, $p+d \to {}^3\mathrm{He}+\gamma$..., which are the most important in nucleosynthesis in the early

Universe and in hydrogen burning in stars and in the cooling process of neutron stars, essentially are changed in case of collision of polarized particles. As far as we know, spin degrees of freedom have not been taken into account in the analysis of possible nuclear processes in nucleosynthesis and neutron stars. Polarization phenomena in collisions of light nuclei may represent an additional effect in any estimation of the abundances of the light elements in the Universe. Discussions about the relative role of various effects as anisotropy and baryon inhomogeneities, about the special neutrino properties (oscillations, degeneracy, electromagnetic characteristics, massive neutrinos), cosmic strings, etc. [109], must consider polarization phenomena, also.

Our main goal here is to predict the dependence of the cross sections on the polarization of colliding particles in some cases, where this problem can be treated in model independent way: this can be done at threshold, in the framework of our well adapted formalism.

4.2. The Reaction $p + p \to d + e^+ + \nu_e$. Let us consider the process $p + p \to d + e^+ + \nu_e$. At the keV energy scale for the colliding protons, we can consider that the S-wave approximation for colliding protons is correct. This allows one to establish the spin structure of the corresponding matrix element in a model-independent way. Due to the Pauli principle, we have in this case only one initial state, $\mathcal{J}^P = 0^+$, that produces the following transitions (taking into account the strong violation of P invariance in this weak process) $0^+ \to M1, E1_t,\ E1_\ell,\ E1_s$, where we describe the intermediate W^* boson in the process $p{+}p \to d{+}W^*$ as a virtual photon, using a formalism of multipole decomposition; the indexes ℓ and t correspond to transversal and longitudinal components of the W-boson polarizations, the index s corresponds to the 4th component of the axial hadron current (due to the nonconservation of this current). The dynamics of the considered process is contained in the k^2 dependence of the corresponding form factors, which describe the above-mentioned multipole transitions, making the matrix element quite complicated, even at threshold.

However some of the polarization observables can be calculated without knowing this dynamics, for example, the dependence of the cross section on the polarizations $\mathbf{P}_1$ and $\mathbf{P}_2$ of which the colliding protons can be predicted exactly, using only the singlet nature of the initial pp state for collisions in S state:

$$\sigma(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) = \sigma_0(1 - \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2). \tag{4.2}$$

This simple dependence has a model-independent nature and shows the strong effects of colliding particle polarizations. It results in a decrease of cross section in collision of particles with parallel polarizations. This condition can typically be realized on the surface of neutron stars, where protons can be polarized by the strong magnetic field. Note that the deuterons, produced in such pp collisions, must be polarized, with respect to the direction of the magnetic field, so this

polarization must be taken into account in the following reactions which take place in the proton–proton chain of hydrogen burning: $d+p \to {}^3\mathrm{He}+\gamma$, ${}^3\mathrm{He}+{}^3\mathrm{He} \to {}^4\mathrm{He}+2p$, etc., which are also characterized by a strong spin dependence of the corresponding matrix element.

4.3. The Big-Bang and the Reaction $n+p \to d+\gamma$. In the standard big-bang model, the ratio of the proton to neutron numbers was determined through the reactions (4.1) mediated by the weak interaction. Deuterons are produced through the process $n+p \to d+\gamma$, but at large temperature the probability that they undergo photo-dissociation is very high, due to the large number of energetic photons (the ratio of photons to baryons is $\simeq 10^9$). So a significant concentration of deuterons cannot be found until the temperature has dropped below the deuteron binding energy. At $T \simeq 10^9$ K deuterons begin to be formed and then the following reactions of primordial nucleosynthesis proceed rapidly: $p+d \to {}^3\mathrm{He}+\gamma$, $n+d \to {}^3\mathrm{H}+\gamma$, $d+d \to {}^3\mathrm{H}+p$, $d+d \to {}^3\mathrm{He}+n$, ${}^3\mathrm{H}+d \to {}^4\mathrm{He}+n$, ${}^3\mathrm{He}+d \to {}^4\mathrm{He}+p$, and ${}^3\mathrm{He}+{}^3\mathrm{He} \to {}^4\mathrm{He}+2p$. With the production of ${}^4\mathrm{He}$, the primordial nucleosynthesis comes to the end. It is the reaction $n+p \to d+\gamma$ which essentially starts this chain.

In presence of strong magnetic field in the early Universe, polarization effects for all these processes may become important. The capture of thermal neutrons in $n+p \to d+\gamma$ is characterized by the following transitions:

$$S_i = 0 \to M1, \quad S_i = 1 \to M1 \text{ and } E2,$$

where S_i is the total spin of the system $n+p$. From the classical deuteron electrodynamics, one can find that singlet $M1$ transition dominates at low energy, with the following structure of the corresponding matrix element (Fermi radiation) [110]:

$$\mathcal{M}(M1) = g_M \ (\mathbf{e}^* \times \mathbf{k} D^*) \ (\tilde{\chi}_2 \sigma_y \chi_1)\,, \tag{4.3}$$

where $\mathbf{e}$ is the 3-vector polarization of the produced photon and $\mathbf{k}$ is the unit vector along the 3-momentum of the photons. Due to the singlet nature of the considered transition, the cross section has a definite dependence on the polarizations $\mathbf{P}_1$ and $\mathbf{P}_2$ of the colliding nucleons (after summing over the polarizations of the produced γ and d):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{np} \to d\gamma) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 (1 - \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2)\,. \tag{4.4}$$

The presence of a single dynamical constant g_M in the matrix element (4.3) allows one to predict numerical values for all polarization observables of the considered process in a model-independent form. For example, the polarization properties of the produced deuterons are: $\mathbf{S} = 0$ and $Q_{zz} = 1/2$ (see Eq. (1.1))

for any polarization of colliding nucleons. Such specific polarization properties strongly affect the production rates of the deuteron induced reactions in the primordial nucleosynthesis.

In the considered reaction, $n + p \to d + \gamma$, the range of the $M1$ radiation is limited by the thermal energy of neutrons, and at higher temperatures the $E1$ radiation must be more important. In the general case the $E1$ radiation is characterized by a large number of independent multipole transitions, corresponding to different values of $\mathcal{J}$ and S_i. But the situation is essentially simplified, due to the Bethe–Peierls [111] Ansatz on the spin independence of the $E1$ radiation. The resulting matrix element can be written as:

$$\mathcal{M}(E1) = g_E\,(\mathbf{eq})\,(\tilde{\chi_2}\sigma_y\boldsymbol{\sigma}\,D^*\chi_1)\,,$$

where $\mathbf{q}$ is the unit vector along the 3-momentum of the colliding nucleons and g_E is the amplitude of the $E1$ transition. After summing over the polarization states of the produced γ and d, one can find the following dependence of the cross section on the polarization of the colliding particles:

$$\sigma_E(\mathbf{np} \to d\gamma) = \sigma_0\,(1 + \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2)\,. \tag{4.5}$$

Neglecting the possible interference of $M1$ and $E1$ transitions, one can predict the resulting dependence:

$$\begin{gathered}\sigma(\mathbf{np} \to d\gamma) = \sigma_0\,(1 + \mathcal{A}\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2)\,,\\ \mathcal{A} = (|g_E|^2 - |g_M|^2)/(|g_E|^2 + |g_M|^2),\end{gathered} \tag{4.6}$$

where the asymmetry coefficient $\mathcal{A}$ strongly depends on the temperature.

4.4. Radiative Capture of Nucleons by Deuterons. In the keV energy region, the processes $n + d \to {}^3\mathrm{H} + \gamma$ and $p + d \to {}^3\mathrm{He} + \gamma$ play an important role in nuclear astrophysics and in nuclear physics. In the standard big-bang nucleosynthesis theory the corresponding reaction rates are necessary to estimate the ^{3}He-yield as well as the abundances of other light elements. In nuclear physics these reactions are also very interesting since one can expect large contributions of meson exchange currents.

The spin structure of the matrix elements for $N + d$ radiative capture is complicate also for the low energy interaction, as we have here 3 independent multipole transitions (allowed by the P parity and the total angular momentum conservation): $\mathcal{J}^P = \dfrac{1}{2}^+ \to M1$, $\mathcal{J}^P = \dfrac{3}{2}^+ \to M1$, and $E2$, with the following parametrization of the corresponding contributions to the matrix element:

$$\begin{gathered}i(\chi_3^\dagger\chi_1)(\mathbf{De}^* \times \mathbf{k}),\\ (\chi_3^\dagger\sigma_a\chi_1)(\mathbf{D} \times [\mathbf{e}^* \times \mathbf{k}])_a,\\ \chi_3^\dagger(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{e}^*\mathbf{Dk} + \boldsymbol{\sigma}\mathbf{k}\mathbf{De}^*)\chi_1,\end{gathered} \tag{4.7}$$

where χ_1 and χ_3 are the 2-component spinors of initial nucleon and final ^{3}He (or ^{3}H).

The first two structures in (4.7) correspond to the $M1$ radiation. To obtain the spin structure, which corresponds to a definite value of $\mathcal{J}$ for the entrance channel, it is necessary to build special linear combinations of products $\mathbf{D}\chi_1$ and $\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{D}\chi_1$, with $\mathcal{J}^P = \frac{1}{2}^+$ or $\mathcal{J}^P = \frac{3}{2}^+$:

$$\boldsymbol{\phi}_{1/2} = (i\mathbf{D} + \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{D})\chi_1 \text{ and } (2i\mathbf{D} - \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{D})\chi_1.$$

For both possible magnetic dipole transitions with $\mathcal{J}^P = \frac{1}{2}^+$ (amplitude g_1) and $\mathcal{J}^P = \frac{3}{2}^+$ (amplitude g_3) we can write:

$$\begin{aligned} g_1: &\quad \chi_3^\dagger (i\mathbf{De}^* \times \mathbf{k} + \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{De}^* \times \mathbf{k})\chi_1, \\ g_3: &\quad \chi_3^\dagger (i\mathbf{De}^* \times \mathbf{k} + \boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{De}^* \times \mathbf{k})\chi_1. \end{aligned} \tag{4.8}$$

The general dependence for the cross section of S-wave particle collisions (with spins 1/2 and 1) can be parametrized by the following formula:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{nd} \to {}^3\mathrm{He}\gamma) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 [1 + a_1(Q_{ab}k_a k_b) + a_2 \mathbf{SP} + a_3 \mathbf{kPkS} + a_4 \mathbf{kQ} \times \mathbf{P}], \quad Q_a \equiv Q_{ab}k_b, \tag{4.9}$$

where $\mathbf{P}$ is the pseudovector of proton polarization; $\mathbf{S}$ and Q_{ab} are the vector and tensor deuteron polarizations, defined above. The real coefficients $a_2 - a_4$ in (4.9) characterize the spin correlation coefficients and the coefficient a_1 is the tensor analyzing power for the collisions of unpolarized protons with polarized deuterons.

After integration in Eq. (4.9) over the $\mathbf{k}$ direction, one can find for the total cross section:

$$\sigma(\mathbf{nd}) = \sigma_0(1 + a\mathbf{PS}), \; a = a_2 + a_3/3,$$

i. e., the dependence from the tensor deuteron polarization disappears.

Using expressions (4.8), one can obtain the following formulas for the corresponding differential cross sections of radiative capture of polarized nucleons by polarized deuterons:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{Nd}) &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 (1 - \mathbf{SP}), \text{ if } g_1 \neq 0, \\ \frac{d\sigma}{d\Omega}(\mathbf{Nd}) &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 \left(1 - \frac{1}{4}\mathbf{SP} + \frac{3}{4}\mathbf{kP}\ \mathbf{kS} + Q_{ab}k_a k_b\right), \text{ if } g_3 \neq 0. \end{aligned} \tag{4.10}$$

So, after $\mathbf{k}$ integration one can find for the total cross sections:

$$\sigma(\mathbf{Nd}) = \sigma_0 \left(1 - \mathbf{SP}\right), \text{ if } g_1 \neq 0,$$

$$\sigma(\mathbf{Nd}) = \sigma_0, \text{ if only } g_3 \neq 0,$$

i. e., the amplitude g_3 cannot produce polarization dependence in the total cross section of $N + d$ interactions.

4.5. Magnetic Field and Polarization. For the reactions discussed above, namely $p + p \to d + e^+ + \nu_e$ and $n + p \to d + \gamma$, we have derived a simple dependence of the cross section on the polarizations of the colliding particles, which does not depend on the model chosen to describe the dynamics of the reaction and the structure of the particles involved. For these cases, it is then possible to find a simple relation between the ratio of polarized/unpolarized cross section and the ratio of magnetic field/temperature.

The polarization P, of I-spin particles, induced by a magnetic field B, at thermal equilibrium with temperature T, is given by the Brillouin function:

$$P_I(x) = \frac{2I+1}{2I} \cot\left(\frac{2I+1}{2I}x\right) - \frac{1}{2I} \cot\left(\frac{1}{2I}x\right),$$

with $x = \hbar\gamma IB/kT$; γ — the gyromagnetic ratio and k — the Boltzmann constant. For spin $I = 1/2$ we find at thermal equilibrium: $P = \mathrm{th}\dfrac{\gamma\hbar B}{2kT}$. For a given kind of particles, the polarization depends only on the ratio B/T (Fig. 7). As an example, it is possible to apply the previous formalism, to evaluate the changing of the cross section due to the magnetic field for the reactions $p + p \to d + e^+ + \nu_e$ and for the $E1$ radiation in $n + p \to d + \gamma$. Typically for these cases, we have shown that a model-independent expression of the cross section as a function of the polarizations of the colliding particles can be found: Eqs. (4.2) and (4.5). We illustrate this dependence in Fig. 8, for $T = 10^7$ K, which is a typical value for the temperature in the centre of the Sun. In these two cases the polarized cross section (for collisions of particles with parallel polarizations) is lower than the unpolarized one. Recently a limit on possible deviations of the cross section for the reaction $p + p \to d + e^+ + \nu_e$ from SSM based on helioseismology constraints, has been given: $0.94 \leq S/S_{\mathrm{SSM}} \leq 1.18$ [112]. Assuming the existence of a magnetic field in the Sun (which has the effect to polarize protons), its upper limit, allowed by this constraint, would be $2.5 \cdot 10^9$ T. Such small sensitivity is a result of a quadratic dependence of the cross section on proton polarization.

The limit given here is some order of magnitude larger than the current estimations. However, here, it is not necessary to assume that the magnetic field in the Sun is uniform and constant in time. Our estimate is correct also in case of a magnetic field, resulting from some local fluctuations in plasma, with

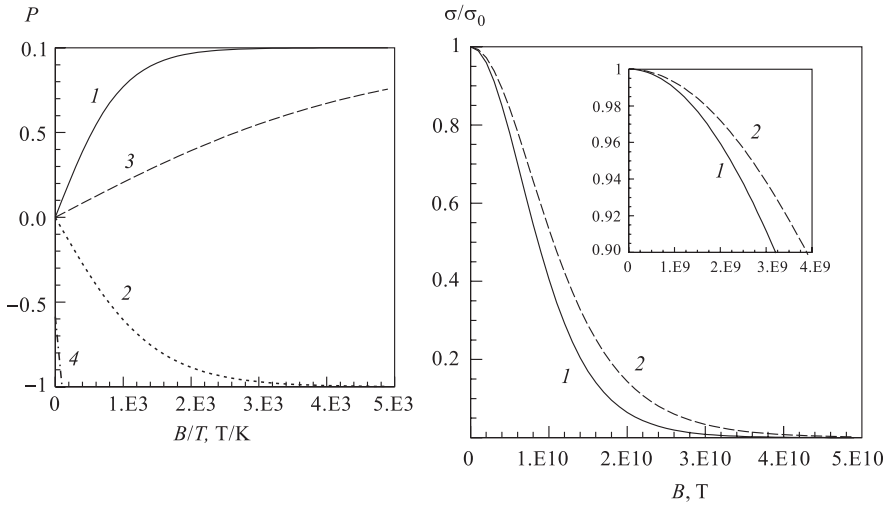

Fig. 7. Dependence of polarization on the ratio of the magnetic field (T) to the temperature (K), for different particles: proton (*1*); neutron (*2*); deuteron (*3*) and electron (*4*)

Fig. 8. Dependence of the polarized on unpolarized cross section ratio on the magnetic field expressed in Tesla for a temperature of 10^7 K, for two reactions: $p+p \to d+e^+ +\nu_e$ (*1*) and $n + p \to d + \gamma$ (*2*)

eventually different directions in different regions. Therefore the possibility [113], that the strong magnetic field in the core of the Sun, present at its creation, would have been raised to surface during a short time, would not affect the considered analysis. It must also be noticed that in the SSM predictions no magnetic field is included.

In Fig. 9 we report, for the same reactions as in Fig. 8, the dependence of the ratio of polarized to unpolarized cross section on the temperature, for a magnetic field of $B = 10^9$ T which is the value usually quoted for the magnetic field at the surface of neutron stars. This ratio varies rapidly from 0 to 1 for about one order of magnitude of variation in the temperature (in the range $2 \cdot 10^9$ to $5 \cdot 10^{10}$ K).

In this chapter, we showed the importance of polarization phenomena for collisions of light nuclei at thermonuclear energies. The results of our analysis can be summarized in the following way:

• In general case the polarization effects are large, in absolute value, for all reactions, which are responsible for the primordial nucleosynthesis in the Universe, and for the nuclear processes in usual stars, like the Sun, and in neutron stars.

• A strong magnetic field, which is present in neutron stars and in the early Universe, can polarize protons, neutrons, deuterons. This polarization

changes the reaction rates for fundamental processes, participating in primordial nucleosynthesis.

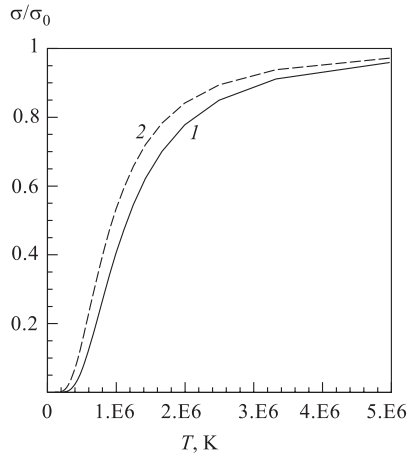

Fig. 9. Dependence of the polarized to unpolarized cross section ratio on the temperature expressed in Kelvin, for a magnetic field of 10^9 T, typical of neutron stars, for two reactions: $p + p \to d + e^+ + \nu_e$ (*1*) and $n + p \to d + \gamma$ (*2*)

• The ejectiles of the considered reactions are also polarized if at least one of the colliding particles is polarized. This induced polarization has to change the relative role of different reactions in the chain of primordial nucleosynthesis.

• The model-independent result on the dependence of the cross section for the process $p + p \to d + e^+ + \nu_e$ on the polarizations of the colliding protons, namely, $\sigma(\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2) = \sigma_0(1 - \mathbf{P}_1\mathbf{P}_2)$, has to be taken into account for the analysis of processes in hydrogen burning stars, like the Sun.

• In the presence of magnetic field, the cross section of radiative capture of neutrons by protons, $n+p \to d+\gamma$, has to show a large dependence on temperature, as a result of the contributions of magnetic and electric dipole radiations.

• The polarization observables for $n+ {}^3\mathrm{He} \to {}^4\mathrm{He} + \gamma$ and $p + {}^3\mathrm{H} \to {}^4\mathrm{He} + \gamma$ can be predicted exactly. On the other hand, for the calculation of polarization effects in the processes $n + d \to {}^3\mathrm{H} + \gamma$ and $p + d \to {}^3\mathrm{He} + \gamma$ it is necessary to have dynamical information relative to multipole amplitudes.

• The limitations on the deviations of the cross section for the reaction $p + p \to d + e^+ + \nu_e$ from the SSM value, given by helioseismology constraints, can give a *model-independent* estimation of the maximum possible value of the magnetic field in the Sun core, $B < 2 \cdot 10^9$ T.

CONCLUSIONS

We showed above that the threshold region for different hadronic and nuclear reactions (induced by all known interactions: weak, electromagnetic and strong) has some universal properties, concerning the analysis of the spin structure of the corresponding matrix elements and the polarization phenomena. It is important that this universal behavior, being essentially model-independent, is dictated by

the most general symmetry of fundamental interactions, such as the Pauli principle, the conservation of total angular momentum, the C and P invariance and the isotopic invariance.

The above-developed polarization formalism allows one to express definite and transparent statements about polarization phenomena in different reactions. Even complicated processes, such as $p + p \to p + p + V^0$, of vector meson production, where all five particles are with nonzero spin, can be exactly described at threshold in terms of a single amplitude.

Note that such symmetry analysis of the spin structure of different threshold matrix elements must be considered as the first necessary step, which allows one to separate strong kinematical predictions from dynamical, model-dependent assumptions. Note also, that, as a rule, the threshold polarization phenomena in hadronic and nuclear collisions, which are nonzero, due to symmetry properties, take their maximal value.

We proved above that in some cases the polarization phenomena are nonuseful for testing the dynamics of the considered reaction, because such polarizations are often model-independent.

We showed the connection of polarization phenomena in different reactions of NN collisions with isotopic invariance of the strong interaction, therefore namely polarization observables in np collisions can be used as an independent and original method of testing the isotopic invariance.

We stressed the importance of polarization phenomena in some nonstandard applications to the thermonuclear fusion reaction with polarized fuel. In this way it is possible to solve such principal problems, as the essential decreasing of production of radioactive ^{3}He and intensive neutron beams as well as the effective arrangement of the reaction shielding and blanket. Nontrivial application of polarization phenomena can be found in astrophysics, where the strong magnetic field can change essentially the reaction rates, due to nonzero polarization of heavy particles, such as protons, neutrons, deuterons, etc.

So, finally, we can conclude that the analysis of polarization phenomena in the threshold region, for hadron and nuclear interactions, can be done in a general form, with many interesting applications.

REFERENCES

1. *Bernard V., Kaiser N., Meissner U. G.* // Phys. Lett. B. 1996. V. 378. P. 337.
2. *Tomasi-Gustafsson E. et al.* // Nucl. Instr. Meth. A. 1999. V. 420. P. 90.
3. *Christ N., Lee T. D.* // Phys. Rev. 1966. V. 143. P. 1310.
4. *Keaton P. W. Jr., Gammel J. L., Ohlsen G. G.* // Ann. Phys. 1974. V. 85. P. 152.
5. *Tatischeff B. et al.* // Phys. Rev. C. 2000. V. 62. P. 054001.
6. *Bergdolt A. M. et al.* // Phys. Rev. D. 1993. V. 48. P. R2969.

7. *Chiavassa E. et al.* // Phys. Lett. B. 1994. V. 322. P. 270.
8. *Calen H. et al.* // Phys. Lett. B. 1996. V. 36. P. 39.
9. *Chiavassa E. et al.* // Phys. Lett. B. 1994. V. 337. P. 192.
10. *Germond J. F., Wilkin C.* // Nucl. Phys. A. 1990. V. 518. P. 308.
11. *Laget J. M., Wellers F., Lecolley J. F.* // Phys. Lett. B. 1991. V. 257. P. 254.
12. *Vetter T. et al.* // Phys. Lett. B. 1991. V. 263. P. 153.
13. *Ellis J. et al.* // Phys. Lett. B. 1995. V. 353. P. 319.
14. *Okubo S.* // Phys. Lett. 1963. V. 5. P. 165.
15. *Zweig G.* CERN Reports TH401; TH412. 1964.
16. *Iizuka J., Okada K., Shito O.* // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1966. V. 37. P. 38.
17. *Lipkin H. J.* // Phys. Lett. 1976. V. 60. P. 371.
18. *Dover C. B., Fishbane P. M.* // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 62. P. 2917.
19. *Locher M. P., Lu Y., Zou B. S.* // Z. Phys. A. 1994. V. 347. P. 281.
20. *Buzatu D., Lev F.* // Phys. Lett. B. 1994. V. 329. P. 143.
21. *Ellis J., Gabathaler E., Karliner M.* // Phys. Lett. B. 1989. V. 217. P. 173.
22. *Reifenrother J. et al. (The Asterix Collaboration)* // Phys. Lett. B. 1991. V. 267. P. 299.
23. *Amsler C. et al. (The Crystal Barrel Collaboration)* // Phys. Lett. B. 1995. V. 346. P. 363.
24. *Faessler M. A. et al. (The Crystal Barrel Collaboration)* // Proc. of NAN-93 Conf. M., 1993.
25. *Ableev V. G. et al. (The Obelix Collaboration)* // Phys. Lett. B. 1994. V. 334. P. 237.
26. *Ableev V. G. et al. (The Obelix Collaboration)* // Nucl. Phys. A. 1995. V. 585. P. 577.
27. *Brodsky S. J., Ellis J., Karliner M.* // Phys. Lett. B. 1988. V. 206. P. 309.
28. *Alberg M., Ellis J., Kharzeev D.* // Phys. Lett. B. 1995. V. 356. P. 113.
29. *Ellis J., Karliner M.* // Phys. Lett. B. 1988. V. 341. P. 397; ref. therein.
30. *Al Jaghoub M. et al. (The SPES4 Collaboration)* // Proc. of the Conf. «Few-Body Problems in Physics» / Ed. by F. Gross. N.Y., 1995. V. 334.
31. *Sapozhnikov M. C.* Talk given at the Intern. Symp. «MESON-94», May 1994, Dubna.
32. *Wurzinger R.* Preprint LNS/Ph/94-21.
33. *Titov A. I., Kampfer B., Reznik L. B.* // Eur. Phys. J. A. 2000. V. 7. P. 543;
Titov A. I., Kampfer B., Shklyar V. V. // Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 999.
34. *Bertini R.* // Nucl. Phys. A. 1995. V. 585. P. 265c.
35. *Binnie D. M. et al.* // Phys. Rev. D. 1973. V. 8. P. 2789.
36. *Keyne J. et al.* // Phys. Rev. D. 1976. V. 14. P. 28;
Karami H. et al. // Nucl. Phys. B. 1979. V. 154. P. 503.
37. *L'vov A. I.* // Int. J. Mod. Phys. A. 1993. V. 8. P. 5267.
38. *Kroll N. M., Ruderman M. A.* // Phys. Rev. 1954. V. 93. P. 233.
39. *Drechsel D., Tiator L.* // J. of Phys. G. 1992. V. 18. P. 449.
40. *Mazzucato E. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 3144.
41. *Beck R. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 65. P. 1841.
42. *Bergstrom J. C. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 53. P. R1052.

43. *Fuchs M. et al.* // Phys. Lett. B. 1996. V. 368. P. 20.
44. *Amaldi E., Fubini S., Furlan G.* Pion Electroproduction // Springer Tracts in Mod. Phys. 1979. V. 83. P. 1.
45. *Maggiora A.* // Nucl. Phys. News. 1996. V. 5. P. 23.
46. *Siebert R. et al.* // Nucl. Phys. A. 1994. V. 567. P. 819.
47. *Vigdor S.* // Proc. of the 12th Intern. Symp. «High Energy Spin Physics», Bloomington, Sept. 1994 / Eds. K. J. Heller, S. L. Smith. A.I.P. Conf. Proc. V. 343. P. 57.
48. *Anderson B. et al.* // Phys. Rep. 1983. V. 97. P. 31.
49. *de Grand T. et al.* // Phys. Rev. D. 1985. V. 32. P. 2445.
50. *Bonner B. E. et al.* // Phys. Rev. D. 1988. V. 38. P. 729.
51. *Cea P. et al.* // Phys. Lett. B. 1991. V. 193. P. 24.
52. *Soffer J., Törngvist N. A.* // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 68. P. 907.
53. *Laget J. M.* // Phys. Lett. B. 1991. V. 259. P. 907.
54. *Sewerin S. et al. (The COSY-11 Collaboration)* // Nucl. Phys. A. 2000. V. 663. P. 473c.
55. *Plouin F., Fleury P., Wilkin C.* // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 65. P. 690.
56. *Punjabi V. et al.* // Phys. Lett. B. 1995. V. 350. P. 178.
57. *Punjabi V. et al.* // Abstr. of the 14th Intern. IUPAP Conf. on Few Body Problems in Physics, Williamsburg, USA, May 26–31, 1994. P. 161–164.
58. *Bilenkii S. M. et al.* // Sov. J. Nucl. Phys. 1967. V. 4. P. 763.
59. *Barshay S., Temmer G.* // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 12. P. 728.
60. *Haglund R. F. et al.* // Phys. Rev. C. 1977. V. 16. P. 2789.
61. *Nefkens B. M. K.* // Proc. of the 8th Intern. Symp., Bloomington, Sept. 1994 / Eds. E. J. Stephenson, S. E. Vigdor. A.I.P. Conf. Proc. V. 339. P. 197.
62. *Goldman T., Henderson J. A., Thomas A. W.* // Few Body Syst. 1992. V. 12. P. 193.
63. *Piekarewicz J., Williams A. G.* // Phys. Rev. C. 1993. V. 47. P. R2462.
64. *Krein G., Thomas A., Williams A. G.* // Phys. Lett. B. 1993. V. 317. P. 293.
65. *Hatsuda T. et al.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 49. P. 452.
66. *Mitchell K. L. et al.* // Phys. Lett. B. 1994. V. 335. P. 282.
67. *Kulsrud R. M. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49. P. 1248.
68. *Rekalo M. P., Tomasi-Gustafsson E.* // Phys. Rev. C. 1998. V. 57. P. 2870.
69. *Brown R. E., Jarmie N., Hale G. M.* // Phys. Rev. C. 1987. V. 35. P. 1999;
Hale G. M., Brown R. E., Jarmie N. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59 P. 763; P. 2819.
70. *Eden R. J., Taylor J. R.* // Phys. Rev. B. 1964. V. 1333. P. 1575.
71. *Csoto A., Lovas R. G., Kruppa A. T.* // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70. P. 1389.
72. *Hoop B., Barshall H.* // Nucl. Phys. 1966. V. 83. P. 65.
73. *Jenny B. et al.* // Nucl. Phys. A. 1980. V. 337. P. 77.
74. *Lane A. M., Thomas R. G.* // Rev. Mod. Phys. 1958. V. 30. P. 257.
75. *Pearce B. C., Gibson B. F.* // Phys. Rev. C. 1989. V. 40. P. 902.
76. *Csoto A., Hale G. M.* // Phys. Rev. C. 1997. V. 55. P. 536.

77. *Barker F. C.* // Phys. Rev. C. 1997. V. 56. P. 2646.
78. *Dries L. J. et al.* // Phys. Rev. C. 1980. V. 21. P. 475.
79. *Tilley D. R. et al.* To be published.
80. *Oliphant M. L. E., Harteck P., Rutherford L.* // Proc. Roy. Soc. A. 1933. V. 141. P. 259.
81. *Kulsrud R. M., Valeo E. J., Cowley S. C.* // Nucl. Phys. 1986. V. 26. P. 1443.
82. *Tamor S., Shay G. W., Liu K. F.* // Bull. Am. Phys. Soc. 1982. V. 27. P. 922.
83. *Shay G. W., Dabiri A. E., Garad H.* // Fusion Technology. 1986. V. 9. P. 459.
84. *Tilley D. R., Weller H. R., Hale G. M.* // Nucl. Phys. A. 1992. V. 541. P. 1.
85. *Brown R. E., Jarmie N.* // Phys. Rev. C. 1990. V. 41. P. 1391.
86. *Kraus A. et al.* // Nucl. Phys. A. 1987. V. 465. P. 150.
87. *Pfaff E. et al.* // J. Phys. Soc. Jpn. Supll. 1986. V. 55. P. 894.
88. *Becker B. et al.* // Few Body Syst. 1992. V. 13. P. 19.
89. *Tagishi T. et al.* // Phys. Rev. C. 1992. V. 46. P. R1155.
90. *Fletcher K. A. et al.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 49. P. 2305.
91. *Breunlich W. H. et al.* // Ann. Rev. Nucl. Part. Phys. 1989. V. 39. P. 311.
92. *Ad'yasevich B. P., Fomenko D. E.* // Yad. Fiz. 1969. V. 9. P. 283; Sov. J. Nucl. Phys. 1969. V. 9. P. 167.
93. *Ad'yasevich B. P., Antonenko V. G., Fomenko D. E.* // Yad. Fiz. 1981. V. 33. P. 601; Sov. J. Nucl. Phys. 1981. V. 33. P. 313.
94. *Hofmann H. M., Fick D.* // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. P. 2038.
95. *Zhang J. S., Liu K. F., Shug G. W.* // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 1410; ibid. 1985. V. 55. P. 1649.
96. *Lemaitre S., Paetz gen. Schieck H.* // Few Body Syst. 1990. V. 9. P. 155.
97. *Paetz gen. Schieck H. et al.* // Phys. Lett. B. 1992. V. 276. P. 290.
98. *Zhang J. S., Liu K. F., Shay G. W.* Preprint of Univ. of Kentucky. UK/95-05. 1995.
99. *Langanke K.* // Adv. in Nucl. Phys. 1996. V. 21. P. 173.
100. *Balbès M. J. et al.* // Phys. Rev. C. 1994. V. 49. P. 912.
101. *Taam R. E.* // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 1985. V. 35. P. 1.
102. *Hogan C. J.* // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 1488.
103. *Turner M. S., Widrow L. M.* // Phys. Rev. D. 1988. V. 37. P. 2743.
104. *Quashnock J. M., Loeb A., Spergel D. H.* // Astroph. J. L. 1989. V. 49. P. 344.
105. *Vachaspati T.* // Phys. Lett. B. 1991. V. 265. P. 258.
106. *Cheng B., Olinto A.* // Phys. Rev. D. 1994. V. 50. P. 2421.
107. *Cheng B., Schramm D. N., Truran J. W.* // Phys. Lett. B. 1993. V. 316. P. 521; Phys. Rev. D. 1994. V. 49. P. 5006.
108. *Grasso D., Rubinstein H. R.* // Nucl. Phys. B. 1995. V. 43. P. 303.
109. Proc. of the 4th Intern. Symp. on Nuclei in the Cosmos, Notre Dame, Indiana, USA, June 20–27, 1996 // Nucl. Phys. 1997. A. 1997. V. 621, No. 1,2.
110. *Fermi E.* // Phys. Rev. 1935. V. 48. P. 570.
111. *Bethe H., Peierls R.* // Proc. R. Soc. 1935. V. 1448. P. 146.
112. *Degl'Innocenti S., Fiorentini G., Ricci B.* // Phys. Lett. B. 1998. V. 416. P. 365.
113. *Parker E.* // Astr. Space Science. 1974. V. 31. P. 261.

РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ПОМЕЩЕННЫХ В ВЫПУСКЕ

УДК 539.172.4; 524.3-36

Исследование *(n,p)*- и *(n,α)*-реакций с тепловыми и резонансными нейтронами. *Гледенов Ю. М., Келер П. Е.* Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2002. Т. 33, вып. 2. С. 261.

В обзоре рассматриваются вопросы о влиянии результатов измерений сечений реакций *(n,α)* и *(n,p)* и асимметрий на отдельные области фундаментальной и прикладной науки. Например, некоторые из этих сечений являются критическими для понимания многих сценариев нуклеосинтеза во Вселенной. Они используются также при изучении некоторых вопросов структуры ядра и фундаментальных симметрий, таких как смешивание изоспина и несохранение пространственной четности. Наконец, сечения этих реакций представляют прикладной интерес, в частности, для реакторного материаловедения. В обзоре описываются типы источников и методы проведения измерений реакций *(n,p)* и *(n,α)* в энергетическом диапазоне тепловых и резонансных нейтронов. Особое внимание уделяется измерениям с радиоактивными относительно короткоживущими образцами и очень малыми стабильными образцами. Приводятся несколько примеров измерений, представляющих научный интерес, которые демонстрируют используемый метод. В заключение обсуждаются возможные будущие измерения.

Табл. 5. Ил. 32. Библиогр.: 312.

УДК 530.145.61

Спектроскопия, потенциальные барьеры, резонансы (новые успехи квантового дизайна). *Захарьев Б. Н., Чабанов В. М.* Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2002. Т. 33, вып. 2. С. 348.

Данная работа является продолжением серии наших обзоров о достижениях нерелятивистской квантовой теории за последние годы в мире и в ОИЯИ. Продолжается развитие теории управления спектрами, рассеянием, распадами. В обзоре продемонстрированы: недавно открытый эффект резонансного (100 % в максимуме) отражения волн от барьеров и его новый механизм с накоплением волн в закрытом канале; новые аспекты резонансного туннелирования, в частности, пороговый механизм задержки в закрытом канале волн, распад которых в исходный канал подавляет отражение; аналогичные резонансы, обнаруженные в системах, описываемых дифференциальными уравнениями высшего (≥ 4) порядка; сдвиги по энергии в комплексную плоскость (дополнительные пояснения и иллюстрации, в частности, в случае непрерывного спектра, так, например, объясняется неожиданное сходство форм потенциальных возмущений для действительных и мнимых энергетических сдвигов связанных состояний). Мнимые E-сдвиги в непрерывном спектре приводят к квазипериодическим полям, сгребающим невозмущенные распространяющиеся волны в локализованные состояния. Построены комплексные периодические потенциалы без спектральных лакун; продемонстрировано управление волновыми пакетами и ветвями спектров.

Ил. 25. Библиогр.: 39.

УДК 539.17.17

Экспериментальное изучение коллективных потоковых явлений в ядро-ядерных соударениях при высоких энергиях. *Чхаидзе Л. В., Джобава Т. Д., Хархелаури Л. Л.* Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2002. Т. 33, вып. 2. С. 393.

Представлены результаты экспериментального изучения коллективных потоковых явлений, таких как направленные и эллиптические потоки ядерной материи, обнаруженные за последние 10–15 лет в ядро-ядерных взаимодействиях при высоких энергиях. Результаты, полученные дубненской коллаборацией СКМ-200-ГИБС, сравниваются с данными других экспериментов на BEVALAC, в GSI/SIS, BNL и CERN. Описаны разные методы изучения потоковых эффектов в релятивистских ядерных столкновениях, такие как метод анализа потоков в плоскости поперечного импульса и метод фурье-разложения азимутальных распределений. Полученные результаты показывают наличие (постоянство) коллективных потоковых явлений во всем диапазоне энергий от BEVALAC и GSI/SIS до Дубны, BNL и CERN. Исследования, проведенные на основе транспортных моделей, показывают, что величина энергии перехода E_{tr} зависит от уравнения состояния ядерной материи при больших плотностях.

Табл. 2. Ил. 20. Библиогр.: 84.

УДК 539.171.016

Явление поляризации в адронных и ядерных процессах в пороговом режиме. *Томаси-Густафсон Е., Рекало М. П.* Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2002. Т. 33, вып. 2. С.436.

Опираясь на новые точные данные по упругому рассеянию электронов на протонах и дейтроне при больших значениях переданного импульса Q^2, мы определяем электрический формфактор нейтрона вплоть до значений $Q^2 = 3{,}5$ ГэВ^2. Значения, определяемые на основе этих данные (в рамках нерелятивистского импульсного приближения), больше тех, что обычно получают, и находятся в хорошем согласии с параметризацией электромагнитных формфакторов нуклона Гари–Кремпельмана.

Ил. 9. Библиогр.: 113.

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2002. Т. 33. ВЫП. 2

СОДЕРЖАНИЕ

Гледенов Ю. М., Келер П. Е.
Исследование *(n,p)*- и *(n,α)* -реакций с тепловыми и резонансными нейтронами 261

Захарьев Б. Н., Чабанов В. М.
Спектроскопия, потенциальные барьеры, резонансы (новые успехи квантового дизайна) 348

Чхаидзе Л. В., Джобава Т. Д., Хархелаури Л. Л.
Экспериментальное изучение коллективных потоковых явлений в ядро-ядерных соударениях при высоких энергиях 393

Томаси-Густафсон Е., Рекало М. П
Явление поляризации в адронных и ядерных процессах в пороговом режиме. 436

CONTENTS

Gledenov Yu. M. Koehler P. E.
Investigation of *(n,p)* and *(n,α)* Reactions for Thermal to Resonance Energy Neutrons. 261

Zakhariev B. N., Chabanov V. M.
Spectroscopy, Potential Barriers, Resonances (New Progress in the Quantum Design). 348

Chkhaidze L. V., Djobava T. D., Kharkhelauri L. L.
Experimental Study of Collective Flow Phenomena in High Energy Nucleus–Nucleus Collisions 393

Tomasi-Gustafsson E., Rekalo M. P.
Polarization Phenomena in Hadronic and Nuclear Processes in Threshold Regime 436

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. *Оригинал обзора* предоставляется автором в двух экземплярах. Необходимо предоставить дискету с текстовым файлом в формате LaTex-2e (не следует вводить свои макрокоманды) и файлами рисунков, таблиц, подрисуночных подписей. Оригинал должен включать все необходимые элементы статьи, иметь сквозную нумерацию страниц и быть подписан всеми авторами.

2. *На первой странице* указывается индекс УДК, название статьи, инициалы и фамилии авторов на двух языках (русском и английском), место работы.

Затем следует *краткая аннотация* на русском и английском языках.

3. *В формулах* все буквы латинского алфавита, обозначающие физические величины, набирают светлым курсивным шрифтом (*E, V, m* и др.). Векторы следует набирать прямым полужирным шрифтом, без стрелок сверху.

Шрифтом прямого светлого начертания набирают следующие обозначения: чисел подобия (Ar, Re и др.); функций (sin, arcsin, sh и др.); условных математических сокращений (max, min, opt, const, idem, lim, lg, ln, log, det, exp) и др.

Латинские буквы в индексах набирают строчным курсивом, кроме сокращений, в том числе и от фамилий (их набирают шрифтом прямого начертания): f_{abc}, $\zeta_{xy,}$ G_{Yuk}, $\lambda_{\mathrm{eff}}(t,\beta)$, $x_{\max}$. Буквы русского алфавита в индексах используют, когда отсутствуют стандартизованные международные индексы, и набирают строчным шрифтом прямого начертания: $U_{\text{ф}}$, $P_{\text{в}}$.

Символы химических элементов набирают шрифтом прямого светлого начертания: Cl, Fe.

4. *Рисунки* должны быть четкими и качественными. Желательно, чтобы файл рисунка был подготовлен в формате .eps (Encapsulated PostScript). Не рекомендуется предоставлять цветные рисунки. Рисунки должны быть одного масштаба, их максимальная ширина 11,5 см, максимальная высота 17,5 см (с учетом подписи). Размеры небольших рисунков не должны превышать 6 см по ширине.

Не следует загромождать рисунок ненужными деталями: надписи выносятся в подпись, а на рисунке заменяются арабскими цифрами или буквами. Если рисунок предоставлен на отдельном листе, то необходимо указать фамилии авторов, название статьи и номер рисунка.

5. *Библиографические ссылки* приводят в конце статьи в порядке их упоминания в тексте под рубрикой «Список литературы». Ссылки на неопубликован-

ные работы не допускаются. Ниже следуют примеры оформления книги, статьи из сборника, статей из журналов, препринта и сообщения:

1. *Кокорева Л. В.* Проектирование банков данных. М.: Наука, 1998. 241 с.
2. *Быстрицкий В. М. и др.* Исследование температурной зависимости скорости образования мезомолекул *dd*μ в газообразном дейтерии // Мезоны в веществе: Тр. Междунар. симпоз. Дубна, 1977. С. 199–205.
3. *Афанасьев Ю. В. и др.* Лазерное инициирование термоядерной реакции в неоднородных сферических мишенях // Письма в ЖЭТФ. 1975. Т. 21, вып. 2. С. 150–155.
4. *Barbashov B. M., Pestov I. B.* On Spinor Representations in the Weyl Gauge Theory // Mod. Phys. Lett. A. 1997. V. 12, No. 26. P. 1957–1968.
5. *Тяпкин А. А.* Экспериментальные указания о существовании тахионов, полученные при исследовании черенковского излучения: Препринт ОИЯИ Д1-99-292. Дубна, 1999. 4 с.
6. *Muzychka Al. Yu., Pokotilovski Yu. N., Geltenbort P.* Search for an Anomalous Transmission of Ultracold Neutrons Through Metal Foils: JINR Commun. E3-98-18. Dubna, 1998. 10 p.

Более подробные правила оформления приведены на странице издательского отдела ОИЯИ: www1.jinr.ru

Редакторы **Е. К. Аксенова, Э. В. Ивашкевич**
Технический редактор **Е. Н. Водоватова**
Корректор **Т. Е. Попеко**

ЛР № 020579 от 23.06.97.
Сдано в набор 30.11.2001. Подписано в печать 22.02.2002.
Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 15,8. Уч.-изд. л. 19,1. Тираж 400. Заказ 53156.

Издательский отдел ОИЯИ. 141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6
e-mail address: publish@pds.jinr.dubna.su

ISSN 0367–2026. Физика элементарных частиц и атомного ядра.
2002. Том 33, вып.2. С. 257–508.

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2002. Т. 33. ВЫП. 2

УДК 539.12.01

ИССЛЕДОВАНИЕ (n,p)- И (n,α)-РЕАКЦИЙ С ТЕПЛОВЫМИ И РЕЗОНАНСНЫМИ НЕЙТРОНАМИ

Ю. М. Гледенов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

П. Е. Келер

Ок-Риджская национальная лаборатория, Ок-Ридж, Теннесси, США

ВВЕДЕНИЕ 261

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ТЕХНИКА 262

- Нейтронные источники 263
- Детекторы 266
- Образцы 270

ИЗУЧЕНИЕ СТРУКТУРЫ ЯДЕР МЕТОДОМ (n,α)- И (n,p)-РЕАКЦИЙ 272

- Сечения реакций (n,p) и (n,α) на тепловых нейтронах 275
- Ход сечения и положения уровней вблизи нейтронного порога 278

РОЛЬ ИЗМЕРЕНИЙ (n,p)- И (n,α)-РЕАКЦИЙ ДЛЯ АСТРОФИЗИКИ 301

- Нуклеосинтез в стандартной модели Большого взрыва 301
- Нуклеосинтез в нестандартной модели Большого взрыва 303
- Взрывной звездный нуклеосинтез 305
- Происхождение редкого изотопа ^{36}S 306
- Взрывной нуклеосинтез ^{26}Al 311
- ^{22}Na, астрономия γ-лучей и неон-E-аномалия 316
- Реакция ^{14}N$(n,p)^{14}$C и роль реакции ^{13}C$(\alpha,n)^{16}$O как источника нейтронов для s-процесса 318
- Реакция (n,α) и p-процесс 320
- Потребности в дополнительных измерениях реакций (n,p) и (n,α) для ядерной астрофизики 322

НАРУШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ЧЕТНОСТИ
В РЕАКЦИЯХ (n,p), (n,t) И (n,α) 323

Анизотропия протонов в реакции ^{35}Cl$(n,p)^{35}$S 326

Поиск НПЧ-эффектов в реакциях с поляризованными нейтронами на легких ядрах 333

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 338

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 339

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2002. Т. 33. ВЫП. 2

УДК 530.145.61

СПЕКТРОСКОПИЯ, ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ БАРЬЕРЫ, РЕЗОНАНСЫ (НОВЫЕ УСПЕХИ КВАНТОВОГО ДИЗАЙНА)

Б. Н. Захарьев[*], *В. М. Чабанов*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

ВВЕДЕНИЕ 348

ПОЛНОЕ КВАНТОВОЕ ОТРАЖЕНИЕ ПРИ ВЫБРАННЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ЭНЕРГИИ 350

НОВЫЕ АСПЕКТЫ РЕЗОНАНСНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ 355

- Механизм резонансной прозрачности 356
- Примеры двух, трех, четырех δ-барьеров и ям 358
- Управление резонансным туннелированием в подходе обратной задачи 362
- Туннельный резонанс в разрешенной зоне 366
- Многоканальное резонансное туннелирование и отражение 368
- Резонансы в уравнениях высшего порядка 372
- Управление пакетами 374
- Трехчастичные одномерные модели 374
- Управление резонансами рассеяния на δ-барьере (случай потенциала конечного радиуса действия) 375
- Открытые проблемы 377

НЕОБЫЧНЫЕ (НЕГАМОВСКИЕ) СОСТОЯНИЯ РАСПАДА 378

- Формализм 379
- Связанные состояния 382
- Преобразования состояний рассеяния 386

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 389

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 390

[*]e-mail: zakharev@thsun1.jinr.ru; URL: http://thsun1.jinr.ru/∼zakharev/

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2002. Т. 33. ВЫП. 2

УДК 539.17.17

EXPERIMENTAL STUDY OF COLLECTIVE FLOW PHENOMENA IN HIGH ENERGY NUCLEUS–NUCLEUS COLLISIONS

L. Chkhaidze, T. Djobava[*], *L. Kharkhelauri*

High Energy Physics Institute, Tbilisi State University, University St. 9, 380086 Tbilisi, Georgia

COLLECTIVE NUCLEAR MATTER FLOW 393
METHODS OF FLOW STUDY IN RELATIVISTIC NUCLEUS–NUCLEUS COLLISIONS 397
Transverse Flow Analysis Method 397
The Method of Fourier Expansion of Azimuthal Particle Distributions 400
DIRECTED FLOW OF PROTONS AND π^- MESONS 404
Protons 404
Pions 416
AZIMUTHAL ANISOTROPIC EMISSION OF PROTONS AND PIONS 420
THE P_T DEPENDENCE OF TRANSVERSE FLOW IN C-Ne AND C-Cu COLLISIONS 427
SUMMARY 432
REFERENCES 433

[*]e-mail: djobava@sun20.hepi.edu.ge or Tamar.Djobava@cern.ch

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2002. Т. 33. ВЫП. 2

УДК 539.171.016

POLARIZATION PHENOMENA IN HADRONIC AND NUCLEAR PROCESSES IN THRESHOLD REGIME

E. Tomasi-Gustafsson

DAPNIA/SPhN, CEA/Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

*M. P. Rekalo**

Middle East Technical University, Physics Department, Ankara 06531, Turkey

INTRODUCTION 436

GENERAL PROPERTIES OF POLARIZATION PHENOMENA FOR HADRONIC AND NUCLEAR PHYSICS AT THRESHOLD 437

- Description of Polarization Properties of Fermions, Bosons and Photons 437
- Parametrization of the Spin Structure of the Matrix Elements 441
- Polarization Observables 444

APPLICATION TO HADRONIC INTERACTION 448

- The η-Meson Production in NN Collisions 448
- Production of Vector Mesons in NN Collisions 454
- Production of Isoscalar Vector Mesons: $n+p \to n+p+\phi(\omega)$ 457
- Production of Strange Particles in NN Collisions 459
- Processes $n+p \to d+\eta\ (\pi^0)$ and $n+p \to d+V^0$ and Test of Isotopic Invariance of Strong Interaction 464

APPLICATION TO NUCLEAR INTERACTION 471

- Processes $d+{}^3\mathrm{He} \to {}^4\mathrm{He}+p$, $d+d \to {}^3\mathrm{He}+n$ and Thermonuclear Fusion 471
- The Complete Experiment for the Reaction $d+{}^3\mathrm{H}({}^3\mathrm{He}) \to n(p)+{}^4\mathrm{He}$ 472
- Processes $d+d \to n+{}^3\mathrm{He}$ and $d+d \to p+{}^3\mathrm{H}$ 481

POLARIZATION PHENOMENA IN ASTROPHYSICAL PROCESSES 490

- Low Energy Polarized Collisions and Astrophysics 490

*Permanent address: National Science Centre KFTI, 310108 Kharkov, Ukraine

The Reaction $p + p \to d + e^+ + \nu_e$ 492
The Big-Bang and the Reaction $n + p \to d + \gamma$ 493
Radiative Capture of Nucleons by Deuterons 494
Magnetic Field and Polarization 496
CONCLUSIONS 498
REFERENCES 499