

# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АСПЕКТ КАЛИБРОВОЧНЫХ ПОЛЕЙ И ВОЗМОЖНОСТЬ ЕДИНОГО ОПИСАНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ И НЕЛОКАЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В КЭД

Ю. А. Касаткин<sup>1</sup>

Институт электрофизики и радиационных технологий НАН Украины, Киев

Показано, что использование в КЭД аналогов калибровочно-инвариантных структур КХД — в терминах калибровочной электромагнитной (ЭМ) «струны» и «звезды» — дает возможность ввести в рассмотрение обобщенную калибровочно-замкнутую амплитуду, которая удовлетворяет требованиям квантовой теории калибровочных полей и позволяет описать ЭМ-взаимодействия как с локальными, так и с нелокальными заряженными полями материи вне рамок лагранжева подхода, не вызывая негативных последствий для теории в целом. Инвариантный характер структуры амплитуды по отношению к иерархической эволюции структурообразующих сил и структурных элементов нелокального поля позволяет ее использование в неизменном виде для описания процессов ЭМ-взаимодействий в различных масштабах строения материи. В обобщенной амплитуде обеспечен непрерывный предел при переходе от нелокальных полей к локальным при их рассмотрении.

Is it shown that the use in QED analogues of the gauge-invariant structures QCD — type of gauge «strings» and «stars» — enables one to enter in consideration the generalized gauge-closed amplitude which satisfies requirements of quantum theory of the gauge fields and allows one to describe EM of interaction, both with local and with nonlocal charged fields of matter out of frames of Lagrange approach, not causing the negative consequences for a theory in the whole. Invariant character of structure of the amplitude in relation to hierachic evolution structure-generated forces and structural elements of the nonlocal field, allows its use in an unchanging type for description of processes of EM interaction in different scales of matter structure. In the generalized amplitude a continuous limit in transition from consideration of the nonlocal fields to local is well-to-do.

PACS: 11.15.-q, 11.27.+d, 12.20.Ds

## ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие калибровочного поля с локальными и нелокальными заряженными полями материи связано с неукоснительным выполнением требований квантовой теории калибровочных полей (КТКП) и квантовой теории поля (КТП), в содержание которых положены принципы инвариантности относительно группы Пуанкаре и калибровочной группы. Динамическое содержание процесса взаимодействия связано с локальным согласованием трансляций в пространственно-временном многообразии и присоединенном

---

<sup>1</sup>E-mail: YuKasatkin2007@yandex.ru

пространстве внутренних симметрий. В общем случае, объективность такого согласования связана с требованием адекватного описания возникающей картины взаимодействия, которая вызвана перераспределением массы и заряда нелокального поля материи и его наблюдаемыми фрагментами. Указанное согласование должно быть проведено не только на асимптотических *in*- и *out*-состояниях, но и в области структурообразующих сил большой интенсивности и ограниченной области действия. Стандартный подход квантовой электродинамики (КЭД) к описанию ЭМ-взаимодействий с фундаментальными полями материи в формате *S*-матричного подхода, который существенно ориентирован на использование лагранжевых методов и традиционной теории возмущений, не оставляет возможности для включения в эту схему нелокальных полей. Возникает необходимость изменения наших представлений о характере взаимодействий калибровочного поля как с локальными, так и нелокальными полями материи в конфигурационном пространстве с обеспечением при этом полной преемственности с КЭД.

Выход из сложившейся ситуации может быть найден, если удовлетворить в полном формате требованиям КТКП и ее интерпретации на геометрическом языке расслоенных пространств, где понятию калибровочного поля соответствует понятие связности главного расслоения. Связность определяет правило согласования трансляций пространственно-временного многообразия и их проекций в пространстве внутренних симметрий. В каждой открытой окрестности точки пространственно-временного континуума конфигурационное пространство, в котором существуют поля материи, имеет структуру локального разложения в виде прямого произведения пространства внутренних симметрий и пространства 4-мерного многообразия, а описание производится в терминах группы Ли, если приходится иметь дело с самим калибровочным полем, либо в векторном пространстве, на которое действует эта группа, т. е. в терминах поля материи.

Квантовая электродинамика как составная часть КТКП сформировалась в связи с потребностью описания взаимодействий ЭМ-поля с заряженными полями материи. Значительный прогресс в описании ЭМ-взаимодействий был связан с предположением о локальном характере взаимодействий калибровочного поля с фундаментальными полями материи, что обеспечивалось свойством их универсальности, а требование о минимальном характере взаимодействия отражало инвариантность лагранжиана относительно преобразований локальной  $U(1)$ -калибровочной группы. Современная формулировка КЭД на основе использования функциональных методов, существенно ориентированных на применение лагранжевых методов описания, позволяет получать вакуумные средние от причинно-упорядоченных произведений полевых операторов, которые после редуцирования определяют матричные элементы различных электродинамических процессов.

В работах [1] по КЭД Швингером была замечена особая роль фазовой экспоненты, которая отражала калибровочные свойства вектор-потенциала фотонного поля по отношению к заряженным материальным полям и его влияние на динамику частиц в присутствии этого поля. Убедительный пример отличия в описании движения заряженной частицы в электродинамике и КЭД иллюстрирует эффект Ааронова–Бома [2]. Геометрический аспект этого эффекта связан с нетривиальной топологией калибровочной группы  $U(1)$  и находит объяснение на основе учета свойств пространственной неодносвязности, придавая вектор-потенциалу калибровочного поля смысл физического (наблюдаемого), а не фундаментального поля и не имеющего аналогов в классической физике. С калибровочными теориями связаны понятия дираковской струны и условия квантования заряда. К. Вильсоном была подмечена особая роль фазовой экспоненты [3], открываю-

щая возможность формулировать калибровочные теории на решетках и сформулировать критерий удержания цветовых степеней свободы в кварк-глюонных взаимодействиях — петли Вильсона. Детальные исследования неабелевых калибровочных симметрий для полей Янга–Миллса и нахождения топологических, солитонных и инстантонных решений выполнены 't Hooft, Поляковым, Белавиным, Mandelstam и другими авторами.

При построении амплитуд элементарных процессов в КЭД, описывающих взаимодействие ЭМ-поля с бесструктурными полями материи, присутствие фазового экспоненциального множителя при возведении по модулю в квадрат матричного элемента приводило к его замене на единицу, и тем самым он не оказывал никакого влияния на описание наблюдаемых. В связи с этим факт присутствия фазовой экспоненты был предан забвению с определением как «не вычисляемого» фазового множителя, но отражающего присутствие в задаче абелевой  $U(1)$ -групповой симметрии и гарантирующего выполнение закона сохранения заряда.

Наиболее полно возможности фазовой экспоненты выявляются при описании взаимодействий с нелокальными полями. Фазовый экспоненциальный фактор отражает правильную структуру конфигурационного пространства как прямого произведения пространственно-временного многообразия и присоединенного пространства внутренних симметрий, а также фиксирует принадлежность участвующих в процессе взаимодействия частиц не только на асимптотических *in*- и *out*-состояниях, но и в области структурообразующих сил. Это обеспечивает точное согласование в амплитуде действий законов сохранения 4-импульса и заряда в конфигурационном пространстве как следствие необходимости адекватного описания перераспределения массы и заряда исходного нелокального поля между его наблюдаемыми фрагментами.

В КТКП [4] установленным фактом является то, что для сравнения заряженных полей материи их необходимо соотнести в одну и ту же мировую точку. Эту функцию выполняет фазовый экспоненциальный множитель, который играет роль обобщенной координаты в зарядовом пространстве и согласует любые трансляции конфигурационного пространства, которое есть прямое произведение пространственно-временного многообразия и пространства внутренних симметрий. Эта задача решается [4] с помощью понятия «параллельного переноса». Дело в том, что особые калибровочные свойства фотона неразрывно связаны с присоединенным (зарядовым) пространством, в котором роль связности играет вектор-потенциал ЭМ-поля, а кривизну определяет тензор  $F_{\mu\nu}$  ЭМ-поля. Понятие параллельного переноса заряженного поля материи в присутствии ЭМ  $A_\mu(\xi)$  из пространственно-временной точки  $x$  в точку  $x'$  вдоль траектории  $\eta(x, x')$  определяется условием равенства нулю ковариантной производной от полевого оператора в касательном направлении для каждой ее точки:  $\dot{x}_\mu(s)D^\mu\psi(x)|_{x=x(s)} = 0$  ( $D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$  — ковариантная производная,  $x = x(s)$  — 4-мерная траектория  $\eta(x, x')$  как функция естественного параметра ее длины  $s$ ). Это уравнение определяет изменение заряженного

поля в точке  $x'$  по отношению к точке  $x$ , т. е.  $\psi(x') = P \exp \left( ie \int_x^{x'} A_\mu(\xi) d\xi^\mu \right) \psi(x)$ ,

где  $P$  — оператор упорядочения вдоль траектории  $\eta(x, x')$ . Как показано в [1, 5] (метод собственного времени Фока–Швингера), криволинейный интеграл в показателе фазовой экспоненты для постоянного однородного ЭМ-поля и поля плоской волны не зависит от формы траектории  $\eta(x, x')$ , что обосновывает использование «прямолинейных» путей

$\xi_\mu = (1 - \lambda)x + \lambda x'$ ,  $\lambda \in [0, 1]$ , с естественным условием относительно пространственной и объемной односвязности областей интегрирования. Отметим, что экспоненциальный фазовый множитель имеет смысл обобщенной координаты в присоединенном пространстве внутреннего (зарядового) пространства, отображающей множество возможных путей для равноудаленных точек гиперсферы в  $U(1)$ -калибровочное пространство.

Этот факт связан с одномерным характером абелевой  $U(1)$  калибровочной группы (рис. 1, *a*): при переносе заряженного поля материи из 4-точки  $x$  в точку  $x'$  по траектории  $\eta_{x,x'}(1)$  последующее перемещение поля в первоначальную точку, но по траектории  $\eta_{x',x}(2)$  не должно приводить ни к каким изменениям величины заряда (при условии, что гиперповерхность, натянутую на замкнутый контур с кусочно-гладкой границей  $\eta_{x,x'}(1)$  и  $\eta_{x',x}(2)$ , не пронизывают токи, т. е. односвязная область) (рис. 1, *a*), в противном случае будет нарушен закон сохранения заряда.

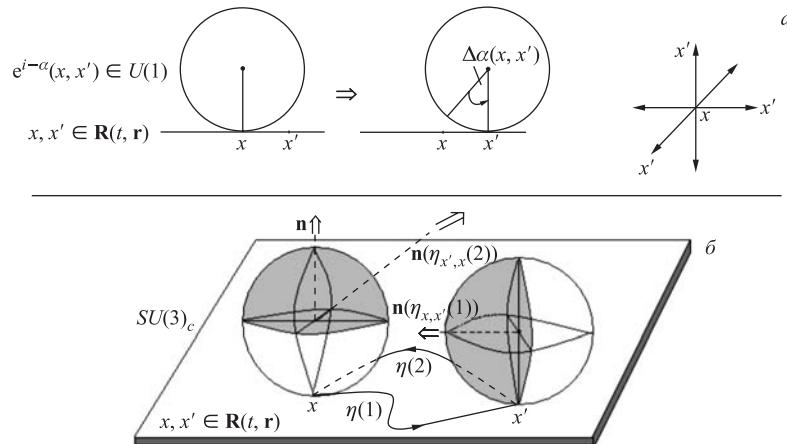


Рис. 1. Различие в приращениях фазы при перемещениях из 4-точки  $x$  в  $x'$  в  $\mathbf{R}(t, \mathbf{r})$  и обратно по различным траекториям  $\eta(1)$  и  $\eta(2)$  для абелевой  $U(1)$  и цветовой  $SU(3)_c$  калибровочных групп

В неабелевом групповом  $SU(3)_c$ -пространстве (рис. 1, *б*) это утверждение не выполняется, так как необходимо дополнительно учитывать изменение ориентации базиса цветовых переменных во внутреннем пространстве при перемещениях по различным траекториям в первоначальную точку.

Скоррелированность траекторий в обоих пространствах связана с фактом неотделимости заряда от массы — заряженные поля всегда массивны. Путь интегрирования будем выбирать в форме «прямой» линии, что связано с выводом закона сохранения 4-импульса при локальных трансляциях.

## 1. ЛОКАЛЬНЫЕ ЛАГРАНЖИАНЫ И НЕЛОКАЛЬНАЯ КАЛИБРОВОЧНО-ИНВАРИАНТНАЯ СТРУНА

Успешное описание взаимодействий калибровочного поля с локальными полями материи на основе  $S$ -матричного подхода, ограниченного традиционными методами стандартной теории возмущений и рамками лагранжева описания, не обеспечивают надлежащих стартовых условий для изучения нелокальных полей материи. Отсутствие возможности

$$\sim \exp\left(-ie \int_a^x A_\rho(\xi) d\xi^\rho\right)$$

$$\sim \exp\left(ie \int_a^x A_\mu(\xi) d\xi^\mu\right)$$

$$\mathcal{L}_{\text{local}}(x; A) = \bar{\psi}(x) \exp\left(-ie \int_a^x A_\rho(\xi) d\xi^\rho\right) (i\gamma^\nu \partial^\nu - m) \exp\left(ie \int_a^x A_\mu(\xi) d\xi^\mu\right) \psi(x)$$

Рис. 2. Локальный характер взаимодействия ЭМ-поля с фундаментальным электронным полем

использования лагранжиана взаимодействий не позволяет адекватно в соответствии с требованиями КТП и КТКП описать эволюцию процесса взаимодействия ЭМ-поля с нелокальным полем материи, а следовательно, получать достоверную информацию о структурообразующих силах, неискаженную некорректно учтенной ЭМ-составляющей, т. е. с нарушением закона сохранения заряда.

Полевой оператор электронного поля в точке  $x$  в присутствии ЭМ-поля, соотнесенного с началом отсчета фазы в точке  $a$ , определяется в виде  $\Psi(x; A) = \exp\left(ie \int_a^x A_\mu(\xi) d\xi^\mu\right) \psi(x)$  (рис. 2), а локальный лагранжиан в терминах  $\Psi(x; A)$  принимает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{local}}(x; A = 0) &= \bar{\psi}(x) (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi(x) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mathcal{L}_{\text{local}}(x; A) = \bar{\Psi}(x; A) (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi(x; A) = \\ &= \bar{\psi}(x) \exp\left(-ie \int_a^x A_\rho(\xi) d\xi^\rho\right) (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \exp\left(ie \int_a^x A_\mu(\xi) d\xi^\mu\right) \psi(x) = \\ &= \bar{\psi}(x) i\gamma^\mu (\partial_\mu + ie A_\rho(x)) \psi(x) - m \bar{\psi}(x) \psi(x), \quad (1) \end{aligned}$$

который приобретает стандартный локально-калибровочно-инвариантный вид. Фотон «контролирует» непрерывность и неизменность фазы в точке  $x$  до и после взаимодействия, т. е. принадлежность одного и того же электрона к процессу взаимодействия, а не какого-нибудь другого, оказавшегося в этой точке, но уже с другой фазой и который нет необходимости учитывать. Как следует из структуры выражения (1), точка отсчета вектора-потенциала ЭМ-поля  $A_\mu(\xi)$  исключается из окончательного выражения лагранжиана. Дифференцирование фазовой экспоненты (нахождение 4-градиента) выполняется в соответствии с правилом: определенный интеграл с переменным верхним пределом есть первообразная в той же точке, т. е.  $\partial_\mu^x \left( \int_a^x A_\nu(\xi) d\xi^\nu \right) = A_\mu(x)$  с учетом свойств линейности и аддитивности криволинейного интеграла и соблюдения непрерывности траектории.

Аналогичная ситуация наблюдается в скалярной КЭД. Если скалярное заряженное поле в присутствии ЭМ-поля в конфигурационном пространстве описывается в виде произведения обобщенной зарядовой координаты в пространстве внутренней сим-

метрии и волновой функцией в пространственно-временном многообразии  $\Phi(x; A) = \exp\left(ie \int_a^x A_\mu(\xi) d\xi^\mu\right) \phi(x)$ , то локально-инвариантный лагранжиан имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{local}}(x; A = 0) &= [\partial_\mu \phi(x)]^+ [\partial^\mu \phi(x)] - \mu^2 \phi(x)^+ \phi(x) - \frac{\lambda}{4} (\phi(x)^+ \phi(x))^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mathcal{L}_{\text{local}}(x; A) = [\partial_\mu \Phi(x; A)]^+ [\partial^\mu \Phi(x; A)] - \mu^2 \Phi(x; A)^+ \Phi(x; A) - \\ &- \frac{\lambda}{4} (\Phi(x; A)^+ \Phi(x; A))^2 = \left[ \partial_\mu \exp\left( ie \int_a^x A_\mu(\xi) d\xi^\mu \right) \phi(x) \right]^+ \times \\ &\times \left[ \partial^\mu \exp\left( ie \int_a^x A_\mu(\xi) d\xi^\mu \right) \phi(x) \right] - \mu^2 \phi(x)^+ \phi(x) - \frac{\lambda}{4} (\phi(x)^+ \phi(x))^2 = \\ &= [(\partial_\mu + ie A_\mu) \phi(x)]^+ [(\partial_\mu + ie A_\mu) \phi(x)] - \mu^2 \phi(x)^+ \phi(x) - \frac{\lambda}{4} (\phi(x)^+ \phi(x))^2. \quad (2) \end{aligned}$$

Тождественное описанному выше локальному способу введения взаимодействий в КЭД действие можно осуществить на основе использования нелокальных калибровочно-инвариантных структур [6] КХД в формате ЭМ калибровочной «струны» (рис. 3) и «звезды». Как показано в [7], калибровочная ЭМ-струна для скалярных полей (далее, не в ущерб общности, будем рассматривать скалярные поля)

$$\begin{aligned} D_{\text{unloc}}(x, y; A) &= i \langle P(\Phi(x, A) \Phi^+(y, A)) \rangle = \\ &= i \left\langle P \left( \phi(x) \exp\left( ie \int_a^x A_\mu(\xi) d\xi^\mu \right) \exp\left( -ie \int_a^y A_\rho(\xi) d\xi^\rho \right) \phi^+(y) \right) \right\rangle = \\ &= i \left\langle P(\phi(x) \exp\left( ie \int_y^x A_\rho(\xi) d\xi^\rho \right) \phi^+(y)) \right\rangle, \quad (3) \end{aligned}$$

которая описывает распространение одной и той же заряженной частицы из пространственно-временной точки  $x$  в 4-точку  $y$ , позволяет получить вершины взаимодействия калибровочного поля со скалярной частицей.

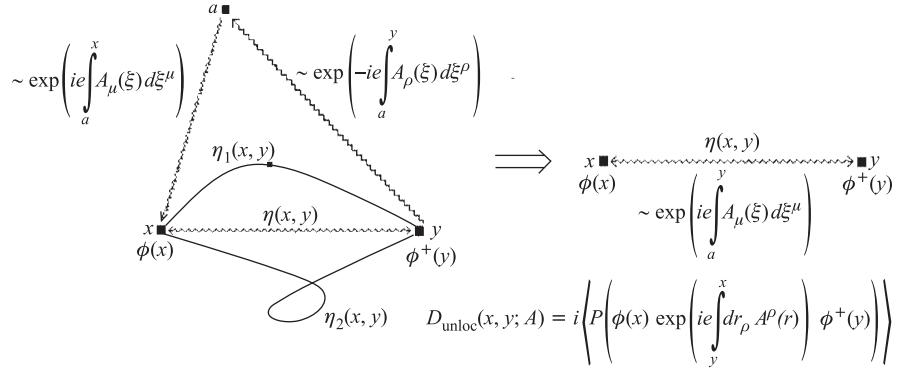


Рис. 3. Нелокальная ЭМ калибровочная струна

Структура (3) инвариантна относительно  $U(1)$ -группы локальных калибровочных преобразований:  $\phi \rightarrow e^{-ie\alpha(x)}\phi$ ,  $\phi^+ \rightarrow e^{ie\alpha(x)}\phi^+$ ,  $A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu\alpha(x)$ . Разложение выражения (3) в функциональный ряд Тейлора и вычисление линейного по вектор-потенциалу ЭМ-поля члена с учетом требования пространственно-временной однородности для «прямолинейного» пути интегрирования  $\xi_\mu = (1-\lambda)x + \lambda y$ ,  $\lambda \in [0, 1]$  в импульсном представлении определяет ЭМ-вершину, согласованную с пропагаторами частицы до и после взаимодействия, законом сохранения 4-импульса [7]

$$\begin{aligned} \frac{\delta D(x, y; A)}{\delta A_\mu(r)} \Big|_{A=0} A_\mu(r) &\Rightarrow (2\pi)^4 \delta(p + q - p') e \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \frac{\partial D(p + \lambda q)}{\partial (p + \lambda q)_\mu} = \\ &= (2\pi)^4 \delta(p + q - p') D(p + q) \{ -e \varepsilon_\mu (p + p')^\mu \} D(p). \end{aligned} \quad (4)$$

*Замечание.* Калибровочная струна позволяет ввести взаимодействие не только для всякой промежуточной точки, расположенной на «прямой»  $xy$ , но и для любой точки. Для этого необходимо задать путь интегрирования в криволинейном интеграле фазовой экспоненты, проходящий через заданную точку, а вектор-потенциал ЭМ-поля заменить  $A_\mu(\xi) \rightarrow A_\mu(\xi) + \frac{1}{2} F_{\mu\nu}(\xi - x)^\nu$ , чтобы обеспечить независимость криволинейного интеграла от формы пути интегрирования [1, 5]. Только в частном случае выбора прямолинейной траектории интегрирования слагаемое с тензором ЭМ-поля не дает вклада в интеграл. Прямолинейная траектория созвучна с привычным представлением о трансляции в пространственно-временном континууме.

Замена вектора поляризации фотона  $\varepsilon_\mu$  в (4) на его импульс  $q_\mu$  приводит к тождеству Грина:  $D(p + q) - D(p) = -q_\mu D(p + q) \{(p + p')^\mu\} D(p)$ , или для обратных операторов  $D^{-1}(p + q) - D^{-1}(p) = q_\mu (p + p')^\mu$ , что в пределе  $q \rightarrow 0$  определяет тождество Уорда  $\frac{\partial}{\partial p_\mu} D^{-1}(p) = (p + p')^\mu$ .

Повторное включение ЭМ-поля, в соответствии с правилом (4), в однофотонную вершину скалярного заряженного поля  $-e \varepsilon_\mu (2p + q)_\mu$  определяет 2-фотонную  $e^2 2g_{\mu\nu} \varepsilon_\mu \varepsilon_\nu$ , что соответствует третьему (квадратичному по  $A_\mu(r)$ ) члену разложения в ряд Тейлора калибровочно-инвариантной 2-точечной ФГ. На этом члене разложения включения ЭМ-поля в 4-точку  $r$  ряд обрывается.

Замена пропагатора скалярной частицы в (4) на пропагатор спинорной частицы определяет минимальную составляющую ЭМ-тока взаимодействия  $S(p + q) \{ -e \varepsilon_\mu \gamma^\mu + O(q_\mu) \} S(p)$ .

## 2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ С НЕЛОКАЛЬНЫМ МАТЕРИАЛЬНЫМ ПОЛЕМ

Локальный характер лагранжева подхода не обеспечивает адекватного описания тех структурных изменений при взаимодействии калибровочного поля с нелокальными материальными полями в ограниченной области структурообразующих сил большой интенсивности, которые связаны с динамическим перераспределением массы и заряда нелокального поля и его наблюдаемыми фрагментами. Такие значительные изменения не могут быть корректно учтены в формате локального лагранжева подхода и использования

традиционных методов теории возмущений, а следовательно, невозможности корректного описания процессов взаимодействия в терминах  $S$ -матрицы. Обеспечение требований причинности и аналитичности в амплитуде взаимодействия калибровочного поля с нелокальными полями на математическом языке требует скоррелированного описания трансляций в пространственно-временном континууме и пространстве внутренних симметрий, а с физической точки зрения означает динамическое согласование в амплитуде действий законов сохранения 4-импульса и заряда. Как было показано [7], для этих целей необходимо использовать калибровочную «звезду»

$$G(x, y, z; \{A\}) = i \left\langle P \left( \phi(z) \exp \left( ie_1 \int_x^z dr_\rho A^\rho(r) \right) \phi_1^+(x) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \exp \left( ie_2 \int_y^z dr_\sigma A^\sigma(r) \right) \phi_2^+(y) \right) \right\rangle. \quad (5)$$

Структура (5) инвариантна относительно преобразований  $\phi(z) \rightarrow \phi(z) e^{-ie\alpha(z)}$ ,  $\phi_1^+(x) \rightarrow \phi_1^+(x) e^{ie_1\alpha(x)}$ ,  $\phi_2^+(y) \rightarrow \phi_2^+(y) e^{ie_2\alpha(y)}$ ,  $A_\mu(r) \rightarrow A_\mu(r) + \partial_\mu\alpha(r)$  при условии  $e = e_1 + e_2$ . Важно отметить, что калибровочная симметрия выражения (5) обеспечена безотносительно от необходимости конкретизации вида сильного взаимодействия составляющих фрагментов нелокального поля  $\phi(z)$ . Это следствие свойства индифферентности ЭМ-сил по отношению ко всем видам взаимодействий, известным в настоящее время. В импульсном представлении выражение (5) определяет сильносвязную вершинную часть (рис. 4), которая в импульсном представлении определяет регулярную часть амплитуды [7] взаимодействия ЭМ-поля с нелокальным скалярным полем  $\phi(z)$  и его составляющими  $\phi_1^+(z)$  и  $\phi_2^+(z)$ .

$$G(x, y; \{A\}) = i \left\langle P \left( \phi(z) \exp \left( ie_1 \int_x^z dr_\rho A^\rho(r) \right) \phi_1^+(x) \exp \left( ie_2 \int_y^z dr_\sigma A^\sigma(r) \right) \phi_2^+(y) \right) \right\rangle$$

Рис. 4. Нелокальная ЭМ калибровочная звезда

Проводя действия, аналогичные выражению (5), как при получении выражения (4), имеем [7]:

$$M_{\text{reg}} = (2\pi)^4 \delta(p + q - p_1 - p_2) \varepsilon_\mu \int_0^1 d\lambda \left\{ e_1 \frac{\partial G(p_1 - \lambda q; p_2)}{\partial (p_1 - \lambda q)_\mu} + e_2 \frac{\partial G(p_1; p_2 - \lambda q)}{\partial (p_2 - \lambda q)_\mu} \right\}. \quad (6)$$

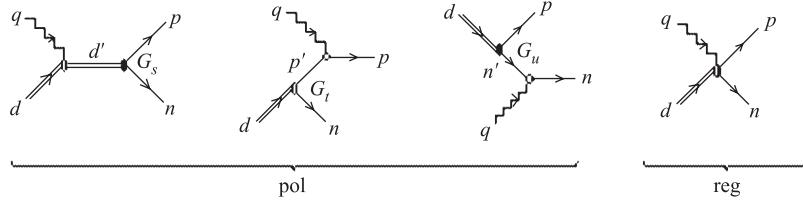


Рис. 5. Диаграммы процесса фоторасщепления скалярного дейтрана

Правила (4) и (6) определяют обобщенную калибровочно-замкнутую амплитуду, которая для расщепления фотоном нелокального скалярного поля на два скалярных фрагмента имеет вид (для определенности будем рассматривать скалярный дейтран, состоящий из скалярных нуклонов, имеющих значения величин масс и зарядов, соответствующих реальным частицам, рис. 5)

$$\begin{aligned}
 M &= e\varepsilon_\mu J^\mu, \quad e = \sqrt{4\pi\alpha}, \quad J^\mu = J_{\text{pol}}^\mu + J_{\text{reg}}^\mu, \\
 J_{\text{pol}}^\mu &= z_s \frac{(d+d')^\mu}{s-m_d^2} G_s + z_t \frac{(p+p')^\mu}{t-m^2} G_t + z_u \frac{(n+n')^\mu}{u-m^2} G_u, \\
 J_{\text{reg}}^\mu &= \frac{k^\mu}{kq} (z_t G_t + z_u G_u - z_s G_s),
 \end{aligned} \tag{7}$$

где  $\alpha = 1/137$ ,  $z_{s,t,u}$  — заряды скалярного дейтрана, протона и нейтрана в единицах  $e$  соответственно;  $k_\mu$  — относительный пространственноподобный 4-импульс  $pn$ -пары  
 $k \equiv k_s = \frac{p-n}{2} \overset{\text{с.ци}}{=} (0; \mathbf{p})$ . Вершинные функции  $G_i \equiv G(-k_i^2)$ ,  $i = [s, t, u]$  зависят от квадрата соответствующего канального относительного 4-импульса:  $k_t = \frac{p'-n}{2} = k_s - \frac{q}{2}$ ,  $k_u = \frac{p-n'}{2} = k_s + \frac{q}{2}$ ,  $q = (\omega; \boldsymbol{\omega})$ ,  $q^2 = 0$  — 4-импульс фотона. Регулярный ток  $J_{\text{reg}}^\mu$  в (7) получен на основе выражения (6) для указанного набора относительных импульсов (в этом случае интеграл в (6) вычисляется). Нетрудно убедиться в том, что полюсная часть нелокального тока не сохраняется:  $q_\mu J_{\text{reg}}^\mu = z_s G_s - z_t G_t - z_u G_u \neq 0$ , несмотря на то, что заряд сохраняется:  $z_s - z_t - z_u = 0$ . Регулярная составляющая в полном токе исправляет эту ситуацию.

Отметим ряд общих свойств амплитуды (7), которые сохраняются для спинов частиц, отличных от нуля. Во-первых, в случае, когда вершинная функция отлична от константы, амплитуда определяется суммой полюсной и регулярной частей амплитуды.

Во-вторых, сохранение неизменного вида калибровочных преобразований как для локальных, так и нелокальных взаимодействий, но ценой отказа от использования лагранжиана привело к тому, что вершинам сильного взаимодействия отведена роль свободных функциональных параметров. Для нелокальных полей сохранение свойства универсальности (минимальной формы) ЭМ-взаимодействий использовано свойство индифферентности ЭМ-сил по отношению к присутствию иных видов структурообразующих сил, известных в настоящее время. Это является следствием выражений (3), (5). Иначе, согласованный учет калибровочной симметрии с законом сохранения 4-импульса обеспечил инвариантность вида обобщенной амплитуды относительно иерархической эволю-

ции структурообразующих сил и составляющих нелокального поля материи, не требующих дополнительного введения параметров. Этот момент определяет принципиальное отличие от существующих [8] нелокальных подходов к ЭМ-взаимодействиям с участием нелокальных полей материи, в которых выполнение калибровочных свойств и закона сохранения заряда ставится в зависимость от параметра фундаментальной длины, т. е. вида структурообразующего взаимодействия, но ценой сохранения рамок лагранжева описания. В предлагаемом подходе удается отделить ЭМ-спектр проблемы от структурной составляющей и выделить ее в независимое направление, связанное с поиском решений структурообразующих уравнений и затем их тестированием в ЭМ-процессах.

В-третьих, как следует из структуры амплитуды (7), в случае, когда вершинная функция равна константе —  $G \equiv \text{const}$ , регулярная часть амплитуды обращается в ноль (следствие закона сохранения заряда), а полюсная часть калибровочно-инвариантна сама по себе. В этом случае каждая составляющая полюсной амплитуды в с. ц. и. определяется полюсным множителем  $G/(\alpha_0^2 - k_i^2)$ ,  $i = [s, t, u]$ ,  $\alpha_0 = \sqrt{mT_d}$  — параметр связи нелокального поля — ядра дейтерия, которому в координатном представлении соответствует юкава-подобная структура в форме волновой функции  $G/(\alpha_0^2 - k_i^2) \rightarrow \Psi_d(r) = G e^{-\alpha_0 r}/r$ . Следовательно, для  $G \neq \text{const}$  регулярная составляющая отлична от нуля и регистрирует динамическое отличие волновой функции от асимптотики Юкавы (или вершинной функции от константы). Регулярная часть калибровочно-замкнутой амплитуды определяет величину динамического вклада электрических многочастичных механизмов в дополнение к одночастичным, строго согласованным между собой требованием калибровочной инвариантности.

В-четвертых, разложение выражения (7) для полного ЭМ-тока  $J^\mu$  в с. ц. и. [7] по степеням скалярного произведения  $kq$  дается выражением

$$\begin{aligned} J^\mu = -k_\mu(z_t - z_u) & \left[ \frac{G(-k^2)}{\alpha_0^2 - k^2} - G'(-k^2) \right] + k_\mu(kq)(z_t + z_u) \times \\ & \times \left[ \frac{G(-k^2)}{(\alpha_0^2 - k^2)^2} - \frac{G'(-k^2)}{\alpha_0^2 - k^2} + \frac{1}{2}G''(-k^2) \right] + O((kq)^2). \end{aligned} \quad (8)$$

Первое слагаемое в (8) является изотропной частью, так как не содержит зависимости от энергии фотона ( $\omega^0$ ), второе слагаемое пропорционально энергии фотона ( $\omega^1$ ), а член разложения, пропорциональный  $\omega^{-1}$ , отсутствует вследствие сохранения заряда. Вклад от регулярной части в (8) определяется членами, пропорциональными производным от вершинной функции, не содержащими полюсных особенностей. Вклад регулярной части в амплитуду пропорционален производным от ядерной вершинной функции; с формальной точки зрения регулярная часть вносит в амплитуду дополнительную зависимость от ядерной вершины, учитывающую «скорость» ее изменения и характер кривой — степень вогнутости; с физической точки зрения всякая ядерная вершина персонифицированным образом отображает индивидуальные свойства ядерного  $NN$ -потенциала как остаточного взаимодействия результата адронизации и сокрытия цветовых степеней свободы, которые с помощью ядерной вершины сбалансированно учитываются в калибровочно-замкнутой полюсной амплитуде. Наличие множителя  $(z_t - z_u)$  у изотропной части в (8) свидетельствует о его принадлежности к электрическому дипольному переходу в случае равенства зарядов у фрагментов, а точнее, равенства отношений зарядов фрагментов к их массам

в общем случае, изотропная часть обращается в ноль. ЭМ-ток перехода определяется вторым слагаемым — квадрупольный переход.

Если выполнить расчет полного сечения процесса (см. рис.5) фоторасщепления у порога, где вершинную функцию фиксируем константой  $G = 8\sqrt{2\pi m\alpha_0}$  (регулярная часть в (7) отсутствует), что определяет связь вершинной функции с волновой в области порога соотношением

$$\frac{G}{m^2 - t} = 2\sqrt{m} \frac{\sqrt{8\pi\alpha_0}}{\alpha_0^2 - k_t^2}, \quad (9)$$

которое в координатном пространстве имеет вид  $4\pi\sqrt{2m_d} e^{-\alpha_0 r}/r$  — волновой функции основного  ${}^3S_1$ -состояния дейтрона, то для полного сечения на основе амплитуды (7) при электрически-дипольном поглощении фотонов вблизи порога получим (H. A. Bethe, R. Peierls) [9]:

$$\sigma^{(\text{el})}(\omega) = \frac{8\pi}{3} \alpha(z_t - z_u)^2 \frac{\sqrt{T_d}(\omega - T_d)^{3/2}}{m\omega^3}. \quad (10)$$

Для исследования роли регулярной части амплитуды на формирование высокоэнергетического поведения полного сечения при энергиях фотонов несколько десятков ГэВ выполним иллюстративный расчет. Для этих целей используем выражение изотропной части тока (8). Предварительно позаботимся о том, чтобы сохранить правильное пороговое поведение полного сечения (10), потребовав замену вершинной функции  $G(-k_t^2)$  на

$$G(-k_t^2) \rightarrow 8\sqrt{2\pi m\alpha_0} F(-k_i^2) \quad (11)$$

с условием  $F(-k_i^2) \rightarrow 1$ , когда  $k_i^2 \rightarrow 0$ . Здесь необходимо пояснить, что, учитывая инвариантность вида амплитуды (7) относительно иерархической эволюции структурообразующих сил и набора составляющих, доступных фотону большой энергии, будем считать, что матричный элемент (7) описывает взаимодействие фотона со связанный (нелокальной)  $q\bar{q}$ -парой, а вершина  $G(-k_t^2)$  формируется кварк-глюонным взаимодействием. Решить указанную задачу относительно вершины  $G(-k_t^2)$  на основе реалистических расчетов в настоящее время не представляется возможным, а получить безмодельное ограничение «сверху» на ее зависимость от полной энергии, обеспечивающей постоянство полного сечения, отвечающей экспериментальной тенденции поведения полных сечений фотопоглощения при высоких энергиях  $\omega \geq 2$  ГэВ на дейтроне и протоне, возможно. Для этого изотропную часть в разложении (8) приравняем константе, а для вершины (11) в терминах функции  $F(-k_i^2)$  получим дифференциальное уравнение

$$8\sqrt{2}(z_t - z_u)\sqrt{\pi\alpha_0 m} \left[ \frac{\partial F(-k_i^2)}{\partial(-k_i^2)} - \frac{F(-k_i^2)}{\alpha_0^2 - k_i^2} \right] = \text{const.} \quad (12)$$

Значения масс и параметр связи связаны с кварк-глюонным взаимодействием. Решение уравнения (12), согласованное с низкоэнергетическим поведением

$$G(-k^2) = 8\sqrt{2} \left[ \sqrt{\alpha_0\pi m} - \frac{(\alpha_0^2 - k^2) \ln \left( 1 - \frac{k^2}{\alpha_0^2} \right)}{(z_t - z_u)m} \right], \quad (13)$$

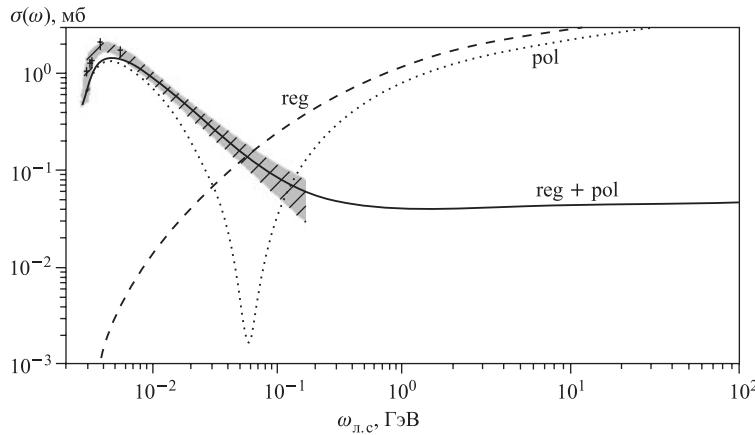


Рис. 6. Энергетическая зависимость полного сечения (сплошная кривая) от энергии фотона в лабораторной системе. Точечная и штриховая кривые — вклады только полюсной или регулярной частей обобщенной полюсной амплитуды. Штрихованная область — коридор экспериментальных данных

при подстановке в матричный элемент (7) и при расчете полного сечения приводит к результату на рис. 6.

Высокоэнергетическая асимптотика вершинной функции (13) определяется следующей зависимостью от полной энергии:

$$G(s) \simeq \frac{2\sqrt{2}}{z_t - z_u} \frac{s - m_d^2}{m} \ln \frac{s - m_d^2}{4\alpha_0^2} = \frac{8\sqrt{2}}{z_t - z_u} \omega_{\gamma}^{\text{л.с}} \ln \frac{\omega_{\gamma}^{\text{л.с}}}{T_d}, \quad (14)$$

а при энергиях  $s \gg m_d^2$  определяется выражением  $\lim_{s \gg m_d^2} G(s) \cong \frac{2\sqrt{2}}{z_t - z_u} \frac{s}{m} \ln \frac{s}{4\alpha_0^2}$  (напомним, что в высокоэнергетической асимптотике принятые обозначения соответствуют  $m_d, m$  — масса связанной  $q\bar{q}$  пары и кварков соответственно;  $T_d$  — удельная энергия связи связанной кварковой пары;  $z_t = -z_u$  — заряды кварка и антикварка в единицах заряда  $e$ ).

Отметим, что полученное выражение асимптотического поведения вершинной функции (14) формально совпадает по виду зависимости от полной энергии с асимптотическим поведением поляризационного оператора в КЭД во времениподобной области [9] ( $s \gg 4m_e^2$ ):  $P(s) \cong -\frac{\alpha}{3\pi} s \ln \left( \frac{s}{m_e^2} \right)$  в первом порядке по ЭМ-константе  $\alpha$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показана возможность переформулирования способа введения взаимодействий калибровочного поля с фундаментальными полями материи в КЭД с языка лагранжева подхода на язык аналогов калибровочных структур КХД — в терминах ЭМ-калибровочной «струны» и «звезды», что позволило включить в рассмотрение нелокальные поля, не

нарушая принципа локальной калибровочной симметрии и тем самым не ставя в зависимость выполнение закона сохранения заряда (нелокального тока) от структурообразующих взаимодействий. В этом моменте состоит принципиальное отличие от существующих подходов к ЭМ-взаимодействиям с участием нелокальных полей материи, в которых выполнение калибровочных свойств и закона сохранения заряда ставятся в зависимость от введения дополнительного параметра, например, фундаментальной длины, т. е. вида структурообразующего взаимодействия, но ценой сохранения рамок лагранжева описания. В предлагаемом подходе на основе последовательного учета структуры конфигурационного пространства и понятия о калибровочном поле как связности удается отделить ЭМ-аспект проблемы от структурной составляющей и выделить ее в независимое направление, связанное с поиском решений структурообразующих уравнений и их тестированием в ЭМ-процессах.

Сохранение свойства универсальности ЭМ-взаимодействий в формате минимальной связи основано на принципе индифферентности, обеспечивающем выполнение калибровочных свойств безотносительно к присутствию других видов взаимодействий, известных в настоящее время.

Автор считает приятным долгом выразить благодарность А. Дорохову, Э. Кураеву и В. Ткачу за полезные обсуждения и содействие в опубликовании работы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Schwinger J.* The Theory of Quantized Fields. I // Phys. Rev. 1951. V. 82. P. 914–923;  
*Швингер Ю.* Частицы, поля, источники. М.: Мир, 1974. 517 с.
2. *Aharonov Y., Bohm D.* Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory // Phys. Rev. 1959. V. 115. P. 458–466; Further Discussion of the Role of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory // Phys. Rev. 1959. V. 130. P. 1625–1632.
3. *Wilson K. G.* Confinement of Quarks // Phys. Rev. D. 1974. V. 10 P. 2445–2453.
4. *Славнов А. А., Фаддеев Л. Д.* Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.: Наука, 1988. 272 с.
5. *Изиксон К., Зюбер Ж.-Б.* Квантовая теория поля. Т. 1. М.: Мир, 1984. 448 с.
6. *Зайлер Э.* Калибровочные теории. М.: Мир, 1985. 222 с.
7. *Касаткин Ю. А.* Локальная  $U(1)$  калибровочная инвариантность и фоторасщепление сильносвязанных систем // Письма в ЭЧАЯ. 2004. Т. 1, № 5(122). С. 30–49.
8. *Ефимов Г. В.* Проблемы квантовой теории нелокальных взаимодействий. М.: Наука, Глав. ред. физ.-мат. лит., 1985. 216 с.
9. *Берестецкий В. Б., Лишиц Е. М., Питаевский Л. П.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980. 623 с.

Получено 13 февраля 2008 г.