

## ТЕОРЕТИКО-ПОЛЕВАЯ ТРАКТОВКА ГРАВИТАЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

*А. Н. Сердюков*

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Белоруссия

Развита теория гравитационного взаимодействия в классической электродинамике на основе предложенной ранее минимальной релятивистской модели тяготения. Исходя из вариационного принципа получена система калибровочно-инвариантных уравнений взаимодействующих электромагнитного и гравитационного полей и построен их общий тензор энергии-импульса. Дано строгое решение проблемы регуляризации полевой массы точечного заряда при учете энергии связи гравитационного взаимодействия. Рассмотрено распространение электромагнитных волн в поле тяготения. Показано, что в условиях существующего резонансного отношения 2 : 3 орбитального и суточного обращения Меркурия приливные силы приводят к систематическому смещению его перигелия в наблюдаемом направлении вперед по ходу движения.

The theory of gravitational interaction in classical electrodynamics on the base of suggested earlier minimal relativistic model of gravitation is developed. The system of gauge-invariant equations of coupled electromagnetic and gravitational fields is obtained and their common energy-momentum tensor is constructed by means of a variational principle. It is shown, that in the conditions of the existing resonant relation 2 : 3 of orbital and daily Mercury rotation the tidal forces cause the regular perihelion shift of this planet in observable direction forward on a movement course.

PACS: 03.50.Kk, 04.50

### ВВЕДЕНИЕ

Для большинства физических систем, исключая, разумеется, массивные космические объекты, поле тяготения считается ничтожно слабым и не принимается в расчет. В то же время гравитационное взаимодействие принято рассматривать как универсальное, что предполагает его присутствие во всех физических системах, а значит и участие в формировании в каждой из них реального распределения энергии. Поэтому в теории, не учитывающей тяготение, формулировка фундаментальных законов сохранения энергии-импульса и момента импульса для любой системы фактически остается незавершенной. На этом основании еще в первом издании книги [1] совершенно определенно указано, что структура тензора энергии-импульса классических полей не может представлять самостоятельного интереса без последовательного учета в теории гравитационных эффектов.

В подтверждение принципиальной важности данного положения уместно напомнить, что пренебрежение эффектами тяготения в расчете на слабость гравитационного взаимодействия, как, впрочем, и непоследовательность их учета являются источником хорошо известных трудностей в теории полей. Одна из них — проблема положительной определенности энергии самого поля тяготения [2–5]. Как выяснилось совсем недавно [6, 7],

эту проблему удастся разрешить практически не выходя за рамки ньютоновской гравитатики — достаточно лишь учесть гравитационный дефект массы источника.

Расходимость энергии электромагнитного поля точечного заряда представляет вторую не менее острую проблему теории классических полей, возникающую по той же причине недооценки значения гравитационного взаимодействия в электродинамике, когда в результате остаются неучтенными энергия поля тяготения и создаваемый этим взаимодействием дефект полевой и феноменологической (затравочной) массы частицы. Если принять во внимание гравитирующие свойства массы электрического поля, которая по расчетам максвелловской теории с уменьшением области локализации заряда может принимать сколь угодно большое значение, то становится очевидным, что проблема регуляризации энергии-массы системы, включающей точечный заряд, находится на стыке электромагнетизма и гравитации и должна решаться в теории, объединяющей, по крайней мере, два поля — электромагнитное и гравитационное. Вместе с тем следует признать, что учет поля тяготения в классической электродинамике принципиально необходим уже в системе, содержащей элементарный заряд в пределах объема, линейные размеры которого сравнимы с электромагнитным радиусом электрона.

Известные исследования взаимодействия двух обсуждаемых полей, в частности, формулировка уравнений электродинамики в присутствии поля тяготения (см., например, [3, 8, 9]), учет гравитационного взаимодействия в электростатическом поле [10–13], строились на принципах общей теории относительности или ее результатах и носили в основном фрагментарный характер. При этом следует иметь в виду, что «нестандартные» с точки зрения классической физики особенности ОТО: неопределенность предсказаний, отсутствие четко сформулированных фундаментальных законов сохранения энергии, импульса и момента импульса (см. [14–18]) — дают основания критически воспринимать ее результаты [15, 16].

В настоящем сообщении предпринята попытка построения свободной от проблем с законами сохранения релятивистской калибровочно-инвариантной теории двух взаимодействующих классических безмассовых полей, векторного — электромагнитного и скалярного — гравитационного, на основе синтеза электродинамики Максвелла–Лоренца и предложенной ранее [6, 7, 19] минимальной модели тяготения.

## 1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СВЯЗАННОЙ СИСТЕМЫ КЛАССИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ И ЧАСТИЦ

Исключая другие взаимодействия, кроме электромагнитного и гравитационного, мы в данной статье рассмотрим пылевидную электрически заряженную материю, имея в виду, что заряд и масса распределены в пространстве с плотностями

$$\varrho = \sum_a e_a \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a), \quad (1)$$

$$\mu = \sum_a m_a \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a). \quad (2)$$

Для описания связанной системы частиц такой материи и порождаемых ею (или существующих самостоятельно) полей — электромагнитного и гравитационного — используем лагранжев формализм. Полагая, что состояние полей задается двумя полевыми функциями четырехмерных координат  $x = (x_\mu)$ : электромагнитного — векторной  $\mathcal{A}_\mu(x)$  и

Таблица 1. Поэтапное построение лагранжиана системы частиц и полей на основе принципа мультипликативного подключения гравитационного взаимодействия [7] с соблюдением условия  $\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = e^{\lambda/c^2} \mathcal{L}$  при калибровочном преобразовании потенциала  $\Phi(x) \rightarrow \Phi'(x) = \Phi(x) + \lambda$

Физическая система	Лагранжиан
Гравитационное поле	$\mathcal{L} = -\frac{1}{8\pi G} (\partial_\mu \Phi)^2 \Rightarrow \mathcal{L} = -\frac{1}{8\pi G} (\partial_\mu \Phi)^2 U^2 = -\frac{c^4}{2\pi G} (\partial_\mu U)^2$ $U = e^{\Phi/2c^2}$
Частицы в поле тяготения	$\mathcal{L} = -c^2 \mu \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \mathcal{L} = -c^2 \mu \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} U^2$
Частицы в электромагнитном и гравитационном полях	$\mathcal{L} = -c^2 \mu \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \frac{1}{c} A_\mu j_\mu \Rightarrow \mathcal{L} = -c^2 \mu \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} U^2 + \frac{1}{c} \mathfrak{A}_\mu j_\mu$ $\mathfrak{A}_\mu = U^2 A_\mu$
Электромагнитное поле с участием гравитационного взаимодействия	$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)^2 \Rightarrow \mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} (\partial_\mu \mathfrak{A}_\nu - \partial_\nu \mathfrak{A}_\mu)^2 U^{-2}$
Замкнутая система частиц и полей	$\mathcal{L} = -\frac{c^4}{2\pi G} (\partial_\mu U)^2 - \frac{1}{16\pi} (\partial_\mu \mathfrak{A}_\nu - \partial_\nu \mathfrak{A}_\mu)^2 U^{-2} - c^2 \mu \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} U^2 + \frac{1}{c} \mathfrak{A}_\mu j_\mu$

гравитационного — скалярной  $U(x)$  — постулируем лоренц-инвариантный лагранжиан<sup>1</sup>

$$\mathcal{L} = -\frac{c^4}{2\pi G} (\partial_\mu U)^2 - \frac{1}{16\pi} (\partial_\mu \mathfrak{A}_\nu - \partial_\nu \mathfrak{A}_\mu)^2 U^{-2} + \sum_a \left( \frac{e_a}{c} \mathfrak{A}_\mu u_\mu^{(a)} - c^2 m_a U^2 \right) \sqrt{1 - \frac{v_a^2}{c^2}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a), \quad (3)$$

схема построения которого приведена в табл. 1. Четырехмерные величины в выражении (3) и далее определяются в плоском пространстве событий с мнимой временной координатой  $x_4 = ict$ ; для обозначения их компонент используются греческие индексы.

<sup>1</sup> Во избежание недоразумений заметим, что потенциальная функция  $U(x)$  связана с потенциалом гравитационного поля  $\Phi(x)$  соотношением  $U = \exp(\Phi/2c^2)$  и, таким образом, является положительно определенной [7]. Поэтому никаких сингулярностей из-за присутствия в лагранжиане (3) и в последующих выражениях отрицательных степеней этой функции не возникает. Основания для подобных опасений можно вообще исключить, перейдя к полевым переменным  $\Phi$ ,  $A_\mu = \mathfrak{A}_\mu \exp(-\Phi/c^2)$ ; лагранжиан (3) в этом случае представится в виде

$$\mathcal{L} = \left\{ -\frac{1}{8\pi G} (\partial_\mu \Phi)^2 - \frac{1}{16\pi} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)^2 + \sum_a \left( \frac{e_a}{c} A_\mu u_\mu^{(a)} - c^2 m_a \right) \sqrt{1 - \frac{v_a^2}{c^2}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a) \right\} e^{\Phi/c^2},$$

где использован символ «удлиненной» производной  $\partial_\mu = \partial_\mu + c^{-2} \partial_\mu \Phi$ .

Вариационный принцип позволяет на основе лагранжиана (3) получить систему связанных уравнений, объединяющую уравнения обычной электродинамики и минимальной модели тяготения [7], при соблюдении требований их калибровочной инвариантности. Уравнения Эйлера–Лагранжа для лагранжиана (3), возникающие при варьировании координат частиц и полевых функций  $\mathfrak{A}_\mu$  и  $U$ , приводятся к ковариантной форме

$$\frac{dp_\mu}{d\tau} = \frac{e}{c} D_{\mu\nu} u_\nu + \frac{m}{c^2} (u_\mu g_\nu - u_\nu g_\mu) u_\nu, \quad (4)$$

$$\partial_\nu D_{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} j_\mu, \quad (5)$$

$$\left\{ \square - \frac{2\pi G}{c^2} \left( \mu \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{1}{16\pi c^2} D_{\mu\nu}^2 \right) \right\} U = 0 \quad (6)$$

и составляют, таким образом, систему релятивистских уравнений движения взаимодействующих частиц и полей. Здесь  $d\tau$  — собственное время частицы между двумя бесконечно близкими событиями,  $u_\mu = dx_\mu/d\tau$  — ее 4-скорость и  $p_\mu = m u_\mu$  — динамический 4-импульс. Соответствующий распределению заряда (1) 4-вектор плотности тока  $j_\mu$  в (5) представляется в виде

$$j_\mu = \sum_a e_a u_\mu^{(a)} \sqrt{1 - \frac{v_a^2}{c^2}} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a). \quad (7)$$

В (4)–(6) также введены обозначения

$$D_{\mu\nu} = (\partial_\mu \mathfrak{A}_\nu - \partial_\nu \mathfrak{A}_\mu) U^{-2}, \quad (8)$$

$$g_\mu = -\partial_\mu \Phi = -2c^2 U^{-1} \partial_\mu U \quad (9)$$

для напряженностей электромагнитного и гравитационного полей;  $\Phi = 2c^2 \ln U$  — потенциал гравитационного поля. По смыслу уравнения (4)  $D_{\mu\nu}$  и  $g_\mu$  являются наблюдаемыми полями.

Учитывая (9), линейное уравнение (6) для полевой функции  $U(x)$  можно преобразовать в уравнение с квадратичной нелинейностью для напряженности  $g_\mu(x)$ . Такое уравнение включает в качестве источника поля тяготения помимо массивных частиц также электромагнитное поле:

$$\partial_\mu g_\mu = \frac{1}{2c^2} g_\mu^2 + \frac{G}{4c^2} D_{\mu\nu}^2 - 4\pi G \mu \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (10)$$

Завершая построение самосогласованной системы уравнений для наблюдаемых, дополним (4), (5), (10) еще двумя уравнениями, определяющими потенциальный характер (8), (9) обоих полей: уравнением Максвелла

$$e_{\mu\nu\rho\sigma} \left( \partial_\nu - \frac{1}{c^2} g_\nu \right) D_{\rho\sigma} = 0, \quad (11)$$

где  $e_{\mu\nu\rho\sigma}$  — псевдотензор Леви-Чивита, и тензорным уравнением гравитационного поля

$$\partial_\mu g_\nu - \partial_\nu g_\mu = 0. \quad (12)$$

Таблица 2. Система уравнений взаимодействующих классических полей и частиц

Физический объект	Уравнения движения	
	Ковариантная форма	Трехмерная форма
Заряженная массивная частица	$\frac{dp_\mu}{d\tau} = \frac{e}{c} D_{\mu\nu} u_\nu + \frac{m}{c^2} (u_\mu g_\nu - u_\nu g_\mu) u_\nu$	$\frac{d}{dt} \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = e\mathbf{D} + \frac{e}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{H} + \frac{m}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \left( \mathbf{g} + \frac{1}{c^2} \mathbf{v} \times \mathbf{v} \times \mathbf{g} - \frac{1}{c} \mathbf{v} \eta \right)$
Электромагнитное поле	$\partial_\nu D_{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c} j_\mu$ $\partial_\nu B_{\mu\nu} = 0$ $B_{\mu\nu} = -\frac{i}{2} e^{\Phi/c^2} e_{\mu\nu\rho\sigma} D_{\rho\sigma}$	$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \\ \nabla \mathbf{D} = 4\pi \rho \end{cases}$ $\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \\ \nabla \mathbf{B} = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \mathbf{D} = e^{-\Phi/c^2} \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = e^{\Phi/c^2} \mathbf{H} \end{cases}$
Гравитационное поле	$\partial_\mu g_\mu - \frac{1}{2c^2} g_\mu^2 =$ $= \frac{G}{4c^2} D_{\mu\nu}^2 - 4\pi G \mu \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ $\partial_\mu g_\nu - \partial_\nu g_\mu = 0$	$\nabla \mathbf{g} + \frac{1}{c} \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{1}{2c^2} (\mathbf{g}^2 - \eta^2) =$ $= \frac{G}{2c^2} (\mathbf{H}^2 - \mathbf{D}^2) - 4\pi G \mu \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ $\begin{cases} \nabla \times \mathbf{g} = 0 \\ \nabla \eta + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} = 0 \end{cases}$

Если, используя потенциальную функцию  $U$  поля тяготения, ввести второй тензор электромагнитного поля

$$B_{\mu\nu} = -\frac{i}{2} U^2 e_{\mu\nu\rho\sigma} D_{\rho\sigma}, \quad (13)$$

то уравнение (11) можно записать более компактно:

$$\partial_\nu B_{\mu\nu} = 0. \quad (14)$$

В трехмерных обозначениях<sup>1</sup>

$$(D_{\mu\nu}) = \left( \begin{array}{c|c} -\mathbf{H} \times & -i\mathbf{D} \\ \hline i\mathbf{D} & 0 \end{array} \right), \quad (B_{\mu\nu}) = \left( \begin{array}{c|c} \mathbf{E} \times & -i\mathbf{B} \\ \hline i\mathbf{B} & 0 \end{array} \right), \quad (g_\mu) = (\mathbf{g}, i\eta), \quad (15)$$

$$(u_\mu) = \left( \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \frac{ic}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right), \quad (j_\mu) = (\mathbf{j}, ic\rho) \quad (16)$$

вся система уравнений для частиц и полей (4), (5), (10), (12)–(14) представлена в табл. 2.

<sup>1</sup>Символ  $\mathbf{C} \times$  означает образующий векторное произведение дуальный вектору (псевдовектору)  $\mathbf{C}$  трехмерный антисимметричный псевдотензор (тензор) второго ранга с компонентами  $(\mathbf{C} \times)_{ik} = e_{ijk} C_j$ , где  $e_{ijk}$  — псевдотензор Леви-Чивита.

Легко убедиться в инвариантности электродинамических наблюдаемых (8), а вместе с ними и уравнений (4)–(6), (10), (11), (13), (14) относительно обычного калибровочного преобразования электромагнитного потенциала

$$\mathfrak{A}_\mu(x) \rightarrow \mathfrak{A}'_\mu(x) = \mathfrak{A}_\mu(x) + \partial_\mu f(x) \quad (17)$$

с произвольной дифференцируемой скалярной функцией четырехмерных координат  $f(x)$ . Параллельно с (17) для  $\mathfrak{A}_\mu(x)$  должно выполняться мультипликативное преобразование

$$\mathfrak{A}_\mu(x) \rightarrow \mathfrak{A}'_\mu(x) = e^{\lambda/c^2} \mathfrak{A}_\mu(x), \quad (18)$$

общее с калибровочным преобразованием [6, 7] гравитационного потенциала

$$\Phi(x) \rightarrow \Phi'(x) = \Phi(x) + \lambda \quad (19)$$

и связанным с ним преобразованием полевой функции  $U(x) = e^{\Phi(x)/2c^2}$

$$U(x) \rightarrow U'(x) = e^{\lambda/2c^2} U(x), \quad (20)$$

где  $\lambda$  — произвольная константа<sup>1</sup>. Только при одновременном выполнении преобразований (18)–(20) наблюдаемые (8) и (9) электромагнитного поля и поля тяготения остаются инвариантными, а для всего лагранжиана (3) соблюдается трансформационное правило

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = e^{\lambda/c^2} \mathcal{L} \quad (21)$$

и тем самым обеспечивается инвариантность вытекающих из вариационного принципа уравнений движения — уравнений Эйлера–Лагранжа.

## 2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ В СИСТЕМЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПОЛЕЙ

Подставляя в выражение для общего канонического тензора энергии-импульса существующих одновременно электромагнитного и гравитационного полей

$$\Theta_{\mu\nu} = \mathcal{L}\delta_{\mu\nu} - \partial_\mu \mathfrak{A}_\sigma \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\nu \mathfrak{A}_\sigma)} - \partial_\mu U \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\nu U)} \quad (22)$$

полевою часть лагранжиана, включающую два первых члена из выражения (3), и принимая во внимание (8), (9), найдем

$$\Theta_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} \partial_\mu \mathfrak{A}_\sigma D_{\nu\sigma} + \left( -\frac{1}{16\pi} D_{\rho\sigma}^2 \delta_{\mu\nu} + \frac{1}{4\pi G} g_\mu g_\nu - \frac{1}{8\pi G} g_\sigma^2 \delta_{\mu\nu} \right) U^2. \quad (23)$$

<sup>1</sup>Разумеется, при совмещении преобразований (17) и (18) предполагается также мультипликативное преобразование калибровочной функции электромагнитного потенциала:  $f(x) \rightarrow f'(x) = e^{\lambda/c^2} f(x)$ .

Как и в электродинамике без учета гравитационного поля, канонический тензор энергии-импульса (23) не симметричен и не инвариантен относительно калибровочного преобразования электромагнитного потенциала (17). Следуя классической процедуре симметризации тензора энергии-импульса электромагнитного поля [20], добавим к (23) выражение

$$\vartheta_{\mu\nu} = -\frac{1}{4\pi} \partial_\sigma \mathfrak{A}_\mu D_{\nu\sigma}. \quad (24)$$

Получающийся в результате общий для обоих полей тензор энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = \Theta_{\mu\nu} + \vartheta_{\mu\nu}$$

приобретает симметричный вид

$$T_{\mu\nu} = \left( \frac{1}{4\pi} D_{\mu\sigma} D_{\nu\sigma} - \frac{1}{16\pi} D_{\rho\sigma}^2 \delta_{\mu\nu} + \frac{1}{4\pi G} g_\mu g_\nu - \frac{1}{8\pi G} g_\sigma^2 \delta_{\mu\nu} \right) U^2 \quad (25)$$

и в отсутствие частиц удовлетворяет совместному закону сохранения энергии и импульса в форме уравнения непрерывности

$$\partial_\nu T_{\mu\nu} = 0. \quad (26)$$

Этот тензор в отношении электромагнитного поля выражается только через наблюдаемую  $D_{\mu\nu}$  и, следовательно, не меняется при преобразовании (17). В то же время выражение (25) умножается на постоянный коэффициент при преобразовании (19):

$$T_{\mu\nu} \rightarrow T'_{\mu\nu} = e^{\lambda/c^2} T_{\mu\nu}. \quad (27)$$

Таким образом, построенный тензор энергии-импульса  $T_{\mu\nu}$ , как и лагранжиан, оказывается не инвариантным по отношению к калибровочному преобразованию гравитационного поля. Однако данное обстоятельство, как уже отмечалось в [7], не является недостатком теории: преобразование (27) лишь отражает объективно существующую свободу выбора единицы измерения массы (энергии) при допустимом масштабном преобразовании (21) лагранжиана (см. [21, 22]).

Тензор (25) является суммой уже известного [7] канонического тензора энергии-импульса поля тяготения

$$T_{\mu\nu}^{(g)} = \frac{1}{4\pi G} \left( g_\mu g_\nu - \frac{1}{2} g_\sigma^2 \delta_{\mu\nu} \right) U^2 \quad (28)$$

и исправленного с учетом гравитационного взаимодействия тензора энергии-импульса Белинфанте для электромагнитного поля

$$T_{\mu\nu}^{(em)} = \frac{1}{4\pi} \left( D_{\mu\sigma} D_{\nu\sigma} - \frac{1}{4} D_{\rho\sigma}^2 \delta_{\mu\nu} \right) U^2. \quad (29)$$

В этих двух выражениях благодаря множителю  $U^2 = e^{\Phi/c^2}$  осуществляется автоматическое вычитание<sup>1</sup> энергии связи гравитационного взаимодействия, которая возникает

---

<sup>1</sup> Следует иметь в виду, что при калибровке  $\Phi = 0$  на бесконечности, вообще говоря, имеет место неравенство  $\Phi \leq 0$ , так что  $U^2 \leq 1$ .

как при воздействии внешнего поля тяготения, так и в результате *взаимного тяготения распределенной в пространстве полевой массы*. Это хорошо видно на примере вычитания энергии связи самодействия поля тяготения, которое предусмотрено у определяемых тензором (28) плотностей энергии  $w^{(g)} = -T_{44}^{(g)}$  и ее потока  $S_i^{(g)} = -icT_{4i}^{(g)}$  [7]:

$$w^{(g)} = \frac{1}{8\pi G} (\mathbf{g}^2 + \eta^2) e^{\Phi/c^2}, \quad (30)$$

$$\mathbf{S}^{(g)} = \frac{c}{4\pi G} \eta \mathbf{g} e^{\Phi/c^2}. \quad (31)$$

Аналогичным способом вычитается энергия связи гравитационного взаимодействия и в соответствующих энергетических характеристиках  $w^{(em)} = -T_{44}^{(em)}$  и  $S_i^{(em)} = -icT_{4i}^{(em)}$  электромагнитного поля<sup>1</sup>

$$w^{(em)} = \frac{1}{8\pi} (\mathbf{D}^2 + \mathbf{H}^2) e^{\Phi/c^2}, \quad (32)$$

$$\mathbf{S}^{(em)} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{D} \times \mathbf{H} e^{\Phi/c^2}. \quad (33)$$

При записи выражений (30)–(33) нами использованы трехмерные обозначения (15).

Наличие взаимодействующих с полями частиц, когда  $\mu \neq 0$  и  $j_\mu \neq 0$ , приводит к не-сохранению энергии и импульса полевой части системы — четырехмерная дивергенция тензора энергии-импульса (25) в этом случае не равна нулю. Действительно, дифференцируя выражение (25), с учетом уравнений (4), (5), (9)–(14) получим

$$\partial_\nu T_{\mu\nu} = - \left( \frac{1}{c} D_{\mu\nu} j_\nu + \mu g_\mu \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right) U^2. \quad (34)$$

Однако изменения энергии и импульса частиц и полей в точности компенсируют друг друга. Чтобы это показать, достаточно проинтегрировать равенство (34) по произвольному объему  $V$ , ограниченному гладкой замкнутой поверхностью  $\Sigma$ . Принимая во внимание (2), (7) и применяя теорему Гаусса, таким образом, найдем

$$\oint_{\Sigma} T_{\mu i} ds_i + \frac{d}{dt} \left( \frac{-i}{c} \int_V T_{\mu 4} dV \right) = - \sum_a \left( \frac{e_a}{c} D_{\mu\nu} u_\nu^{(a)} + m_a g_\mu \right) U^2 \sqrt{1 - \frac{v_a^2}{c^2}}. \quad (35)$$

Значения полевых величин  $D_{\mu\nu}$ ,  $g_\mu$ ,  $U$  здесь берутся при  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_a(t)$  в точках, где находятся частицы. Учитывая далее, что, домножив уравнение движения частиц (4) на  $U^2$ , можно построить уравнение для их 4-вектора энергии-импульса  $P_\mu = m u_\mu U^2$

$$\frac{d}{dt} \left( m_a u_\mu^{(a)} U^2 \right) = \left( \frac{e_a}{c} D_{\mu\nu} u_\nu^{(a)} + m_a g_\mu \right) U^2 \sqrt{1 - \frac{v_a^2}{c^2}}, \quad (36)$$

<sup>1</sup>Заслуживающей внимания особенностью энергетических характеристик (32), (33) электромагнитного поля является их стандартная для макроскопической электродинамики недиспергирующей среды форма  $w^{(em)} = (1/8\pi) (\mathbf{E}\mathbf{D} + \mathbf{B}\mathbf{H})$ ,  $\mathbf{S}^{(em)} = (c/4\pi) \mathbf{E} \times \mathbf{H}$  в системе четырех полевых векторов, связанных материальными уравнениями  $\mathbf{D} = U^{-2} \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B} = U^2 \mathbf{H}$ .



равенство (35) преобразуем в соотношение

$$\frac{d}{dt} \left( \sum_a m_a u_\mu^{(a)} U^2 + \frac{-i}{c} \int_V T_{\mu 4} dV \right) = - \oint_\Sigma T_{\mu i} ds_i, \quad (37)$$

устанавливающее баланс между скоростью изменения импульса и энергии системы частиц и полей в объеме  $V$  и потоками этих величин через ограничивающую объем поверхность  $\Sigma$ .

Распространяя интегрирование на все пространство и опуская несущественный интеграл по бесконечно удаленной поверхности, в качестве временной составляющей равенства (37) получим соотношение

$$\frac{d}{dt} \left\{ \sum_a \frac{m_a c^2}{\sqrt{1 - v_a^2/c^2}} U^2(\mathbf{r}_a) + \int \left( \frac{(\mathbf{D}^2 + \mathbf{H}^2) U^2}{8\pi} + \frac{(\mathbf{g}^2 + \eta^2) U^2}{8\pi G} \right) dV \right\} = 0, \quad (38)$$

выражающее закон сохранения энергии всей замкнутой системы частиц и полей.

Взаимодействующие электромагнитное и гравитационное поля обмениваются энергией и импульсом не только с частицами, но и друг с другом. Поэтому при отсутствии частиц энергия и импульс сохраняются в системе этих двух полей только совместно: в общем случае сумма (25) тензоров (28) и (29), а не каждый из них в отдельности, удовлетворяет уравнению непрерывности (26). Имея в виду уравнения (5), (10), (12), (14), для дивергенции каждого из тензоров (28) и (29) можно в точном соответствии с (26) получить

$$\partial_\nu T_{\mu\nu}^{(\text{em})} = f_\mu, \quad \partial_\nu T_{\mu\nu}^{(\text{g})} = -f_\mu,$$

где 4-вектор

$$f_\mu = -\frac{1}{16\pi c^2} D_{\rho\sigma}^2 U^2 g_\mu \quad (39)$$

определяет интенсивность обмена импульсом и энергией между полями и в этом смысле является «силовой» характеристикой их взаимодействия.

В связи с этим интересно отметить, что в статическом случае пространственная часть  $f_\mu$  — трехмерный вектор плотности «силы»

$$\mathbf{f} = \frac{1}{8\pi c^2} \mathbf{D}^2 e^{\Phi/c^2} \mathbf{g}, \quad (40)$$

с которой поле тяготения воздействует на электрическое поле, представляет произведение плотности инертной массы электростатического поля

$$\mu^{(e)} = \frac{1}{8\pi c^2} \mathbf{D}^2 e^{\Phi/c^2} \quad (41)$$

и ускорения свободного падения  $\mathbf{g}$ . В данном случае под инертной массой поля, как и в механике, мы понимаем массу, представляющую меру энергии системы. Следовательно, можно говорить, что в электростатике справедлив принцип эквивалентности в том смысле, что инертная масса электрического поля, соответствующая складывающемуся с участием гравитационного взаимодействия распределению энергии, выполняет функцию пассивной гравитационной массы.

Взаимодействие постоянного магнитного поля с полем тяготения будет определяться вытекающим из (39) трехмерным вектором

$$\mathbf{f} = -\frac{1}{8\pi c^2} \mathbf{H}^2 e^{\Phi/c^2} \mathbf{g}, \quad (42)$$

который пропорционален плотности инертной массы магнитного поля

$$\mu^{(m)} = \frac{1}{8\pi c^2} \mathbf{H}^2 e^{\Phi/c^2}. \quad (43)$$

Однако из сравнения формул (42) и (43) видно, что пассивная гравитационная масса магнитного поля оказывается отрицательной, равной по модулю его инертной массе.

Можно также показать, что «антигравитация» магнитного поля проявляется и в том случае, когда оно выступает в качестве источника тяготения. С этой целью домножим уравнение (10) на  $e^{\Phi/c^2}$ , результат преобразуем с учетом (9) и перейдем затем к пределу постоянных полей. При этом будем полагать, что создающие магнитное поле заряженные частицы участвуют в стационарном нерелятивистском движении, и воспользуемся соответствующим приближением для квадратного корня в (10). В итоге получим скалярное квазирелятивистское уравнение гравитатики

$$\nabla \mathbf{h} = -4\pi G \left\{ \frac{1}{c^2} \left( \mu c^2 - \frac{\mu v^2}{2} + \frac{1}{8\pi G} \mathbf{g}^2 + \frac{1}{8\pi} \mathbf{D}^2 - \frac{1}{8\pi} \mathbf{H}^2 \right) e^{\Phi/c^2} \right\}. \quad (44)$$

Здесь выражение в фигурных скобках является источником поля гравитационной «индукции»  $\mathbf{h} = \mathbf{g} e^{\Phi/c^2}$ , и его по определению следует рассматривать в качестве плотности гравитирующей массы системы. Из (44) видно, что энергия магнитного поля вместе с кинетической энергией частиц вносят отрицательный вклад в активную гравитационную массу системы. Все это указывает на приближенный характер принципа эквивалентности как физического закона. Данный вывод представляет принципиальное следствие развиваемой теории и может использоваться для ее экспериментальной проверки.

### 3. ПОЛНАЯ ЭНЕРГИЯ ТОЧЕЧНОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ

Применимость классической электродинамики Максвелла–Лоренца к расчету энергии полей электрически заряженных частиц в пренебрежении гравитационным взаимодействием, как уже отмечалось, ограничена расстояниями порядка электромагнитного радиуса электрона, а экстраполяция кулоновского поля до сколь угодно малых расстояний для точечной заряженной частицы порождает проблему бесконечной электромагнитной энергии. Это обстоятельство принято рассматривать как внутреннюю противоречивость электродинамики [3]. Известные попытки справиться с данной проблемой путем нелинейного обобщения уравнений максвелловской электродинамики (Ми, Борн и Инфельд) или включения в электродинамику немаксвелловского поля с высшими производными (Бопш и Подольский) оказались безуспешными и сейчас представляют лишь исторический интерес (см. [23]).

Принимая во внимание идею о регуляризирующей роли гравитационного взаимодействия в проблеме энергии-массы кулоновского поля точечного заряда [12], рассчитаем полную

энергию точечной заряженной частицы на основе системы уравнений (5), (11), (10), (12). Для связанных статических полей, формируемых неподвижными источниками, эти уравнения имеют вид

$$\nabla \mathbf{D} = 4\pi \rho, \quad (45)$$

$$\nabla \times \mathbf{D} - \frac{1}{c^2} \mathbf{g} \times \mathbf{D} = 0, \quad (46)$$

$$\nabla \mathbf{g} - \frac{1}{2c^2} \mathbf{g}^2 + \frac{G}{2c^2} \mathbf{D}^2 = -4\pi G \mu, \quad (47)$$

$$\nabla \times \mathbf{g} = 0. \quad (48)$$

Отметим также, что напряженность поля тяготения выражается через логарифмический градиент потенциальной функции  $U$

$$\mathbf{g} = -2c^2 \frac{\nabla U}{U}, \quad (49)$$

благодаря чему вместо (47) имеем линейное уравнение

$$\left( \nabla^2 - \frac{2\pi G}{c^2} \mu - \frac{G}{4c^4} \mathbf{D}^2 \right) U = 0. \quad (50)$$

В качестве модели источника полей выберем бесконечно тонкую сферическую оболочку со сферически-симметрично распределенными на ней массой и зарядом. Порождаемые таким источником сферически-симметричные поля

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = D(r) \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{r}) = -g(r) \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (51)$$

удовлетворяют соотношению  $\mathbf{g} \times \mathbf{D} = 0$ , так что поле  $\mathbf{D}$  становится потенциальным:

$$\nabla \times \mathbf{D} = 0. \quad (52)$$

Поэтому для области пространства, внешней по отношению к источнику, решение уравнения (45) для электрического поля будет иметь обычную кулоновскую форму

$$\mathbf{D} = \frac{e}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad (53)$$

где  $e$  — электрический заряд центрального тела.

Для этой же области уравнение (50) для  $U(\mathbf{r}) = U(r)$  с учетом (53) принимает вид

$$\frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dU}{dr} - \frac{Ge^2}{4c^4} \frac{U}{r^4} = 0. \quad (54)$$

Его общее решение выразим в виде линейной комбинации гиперболических функций

$$U(r) = U_1 \operatorname{ch} \left( \frac{-\sqrt{G}|e|}{2c^2 r} \right) + U_2 \operatorname{sh} \left( \frac{-\sqrt{G}|e|}{2c^2 r} \right). \quad (55)$$

Постоянные интегрирования  $U_1$  и  $U_2$  определяются из граничных условий на бесконечности и на поверхности центрального тела.

Для сферической оболочки радиуса  $R$  с равномерно распределенными по поверхности зарядом  $e$  и затравочной массой  $m$  решение (55) должно приводить к ньютоновскому значению  $g = Gm/R^2$  поля (49) непосредственно вблизи оболочки. Данный результат следует из того, что поля  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{g}$  внутри оболочки отсутствуют, так что поток вектора  $\mathbf{g}$  через сферу  $\Sigma(r)$  радиуса  $r$ , охватывающую оболочку в непосредственной ее окрестности, согласно уравнению (47), равен

$$\lim_{r \rightarrow R+0} \oint_{\Sigma(r)} \mathbf{g} ds = -4\pi Gm.$$

С учетом этого условия и при соглашении  $\Phi = 0$  (что соответствует  $U = 1$ ) на бесконечном удалении от источника решение (55) дает следующий результат:

$$U(r) = \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{\sqrt{G}|e|}{2c^2}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)\right) + \frac{\sqrt{G}m}{|e|} \operatorname{sh}\left(\frac{\sqrt{G}|e|}{2c^2}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)\right)}{\operatorname{ch}\frac{\sqrt{G}|e|}{2c^2 R} + \frac{\sqrt{G}m}{|e|} \operatorname{sh}\frac{\sqrt{G}|e|}{2c^2 R}}, \quad (56)$$

$$g(r) = \frac{\sqrt{G}|e|}{r^2} \frac{\frac{\sqrt{G}m}{|e|} + \operatorname{th}\left(\frac{\sqrt{G}|e|}{2c^2}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)\right)}{1 + \frac{\sqrt{G}m}{|e|} \operatorname{th}\left(\frac{\sqrt{G}|e|}{2c^2}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right)\right)}. \quad (57)$$

Согласно (38), энергия всей системы в данном случае будет определяться выражением

$$\mathcal{E} = mc^2 U^2(R) + \int \left( \frac{\mathbf{D}^2}{8\pi} + \frac{\mathbf{g}^2}{8\pi G} \right) U^2 dV. \quad (58)$$

Принимая во внимание (53), (56), (57), отсюда найдем

$$\mathcal{E} = \frac{c^2|e|}{\sqrt{G}} \frac{1 + \frac{\sqrt{G}m}{|e|} - \left(1 - \frac{\sqrt{G}m}{|e|}\right) \exp\left(-\frac{\sqrt{G}|e|}{c^2 R}\right)}{1 + \frac{\sqrt{G}m}{|e|} + \left(1 - \frac{\sqrt{G}m}{|e|}\right) \exp\left(-\frac{\sqrt{G}|e|}{c^2 R}\right)}. \quad (59)$$

Устремляя теперь в (59) к нулю радиус  $R$  оболочки, получим *конечное значение полной энергии точечной заряженной частицы*

$$\mathcal{E} = \frac{c^2|e|}{\sqrt{G}}. \quad (60)$$

Как видим, это значение определяется величиной электрического заряда и не зависит от феноменологической (затравочной) массы  $m$ . Данная особенность объясняется дефектом

затравочной массы, который, согласно развиваемой теории, достигает в данном случае ста процентов. Действительно, поскольку при  $R \rightarrow 0$  потенциальная функция (56)

$$U(r) \rightarrow \exp\left(-\frac{\sqrt{G}|e|}{2c^2 r}\right), \quad (61)$$

и, следовательно,  $U(0) \rightarrow 0$ , то связанная с затравочной массой  $m$  энергия (первое слагаемое в выражении (58)) также устремляется к нулю.

Необходимо отметить, что идею о регуляризирующей роли гравитационного поля при вычислении энергии-массы точечного заряда одним из первых высказал М. А. Марков в [12], где частица с массой  $M = |e|/\sqrt{G}$ , соответствующей найденному выше значению энергии (60), названа «фридмоном». Эта масса получена в [12] в результате достаточно элементарных вычислений. Исходным положением цитируемой работы явилось следующее уравнение для предполагаемой полной массы  $M$  заряженной сферической оболочки радиуса  $R$ :

$$M = m + \frac{e^2}{2Rc^2} - \frac{GM^2}{2Rc^2}. \quad (62)$$

Из положительного решения этого уравнения в пределе  $R \rightarrow 0$  и получается формула (60) для  $\mathcal{E} = Mc^2$ .

Однако такое вычисление нельзя признать убедительным по следующим причинам. Как видно из (62), для гравитационного поля в [12] использована физически неприемлемая отрицательная псевдоэнергия поля тяготения [3,4], рассчитанная для ньютоновского поля. При этом в [12] также упущено из виду, что масса  $M$  (рассматриваемая в качестве массы всей системы) может сформировать ньютоновское поле вне оболочки только в том случае, если сама целиком локализована на оболочке или внутри нее. Однако в действительности часть полной массы, имеющая полевое происхождение, распределена вместе с полем по всему пространству *вне оболочки*. Поэтому использование (62) в качестве формулы для полной массы заряженной сферической оболочки ошибочно.

Как более строгий можно рассматривать расчет энергии заряженной частицы, выполненный Марковым в работе [13] в рамках ОТО. Ссылаясь на известные трудности, связанные с неопределенностью энергии в ОТО, автор в [13] остановил свой выбор на псевдотензоре энергии-импульса Мёллера и, пользуясь изотропными координатами, получил для предполагаемой полной энергии частицы конечное значение, но вдвое превышающее величину (60). Однако и здесь строгость расчета является условной ввиду отсутствия четкой формулировки закона сохранения энергии для поля тяготения в ОТО.

#### 4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ПОЛЕ ТЯГОТЕНИЯ

Используя развитый подход, рассмотрим интересную для астрофизических приложений задачу распространения электромагнитных волн во внешнем поле тяготения. Полагая изменение напряженности  $\mathbf{g}$  этого поля на расстояниях порядка длины волны пренебрежимо малым, выберем в качестве гравитационного потенциала выражение

$$\Phi(\mathbf{r}) = \Phi_0 - \mathbf{g}\mathbf{r}. \quad (63)$$

Здесь  $\Phi_0$  — потенциал в начале координат, для которого, используя (19), можно принять по соглашению любое определенное значение, задавая тем самым калибровочное условие, фиксирующее  $\Phi(\mathbf{r})$ .

Учитывая (63), поле электромагнитных волн будем описывать уравнениями Максвелла совместно с материальными уравнениями (см. табл. 2)

$$\mathbf{D} = e^{-(\Phi_0 - \mathbf{g}\mathbf{r})/c^2} \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = e^{(\Phi_0 - \mathbf{g}\mathbf{r})/c^2} \mathbf{H}. \quad (64)$$

Из этой системы уравнений при  $\rho = 0$ ,  $\mathbf{j} = 0$  следует модифицированное волновое уравнение для электрической индукции

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \mathbf{g}\nabla \right) \mathbf{D} = 0 \quad (65)$$

и точно такое же уравнение — для напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$ .

Решение уравнения (65) для плоских волн будем искать в виде

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}, \quad (66)$$

полагая вектор  $\mathbf{D}_0$  постоянным и, вообще говоря, комплексным. Подставляя (66) в (65), получим

$$\left( \mathbf{k}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} + i \frac{\mathbf{k}\mathbf{g}}{c^2} \right) \mathbf{D} = 0. \quad (67)$$

В предположении  $\mathbf{k}\mathbf{g} \neq 0$  уравнение (67) допускает нетривиальное решение (66) при комплексном векторе  $\mathbf{k}$ :

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\mathbf{g}^2}{4c^2\omega^2}} \mathbf{n} - i \frac{\mathbf{g}}{2c^2}, \quad (68)$$

где  $\mathbf{n}$  — единичный вектор волновой нормали. Присутствие в волновом векторе (68) мнимой части, связанной с ускорением свободного падения  $\mathbf{g}$ , означает, что плоская волна (65) в гравитационном поле является неоднородной. Приняв обозначения  $k_0 = \omega/c$  и

$$n(\omega) = \sqrt{1 - \frac{\mathbf{g}^2}{4c^2\omega^2}}, \quad (69)$$

для поля электрической индукции такой волны с учетом (68) можем записать

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_0 e^{\mathbf{g}\mathbf{r}/2c^2} e^{i(k_0 n(\omega) \mathbf{n}\mathbf{r} - \omega t)}. \quad (70)$$

Аналогичное решение получается для напряженности магнитного поля неоднородной волны:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{\mathbf{g}\mathbf{r}/2c^2} e^{i(k_0 n(\omega) \mathbf{n}\mathbf{r} - \omega t)} \quad (71)$$

с постоянным вектором  $\mathbf{H}_0$ .

Таким образом, амплитуды полей (70), (71) электромагнитных волн в поле тяготения зависят от  $\mathbf{r}$ :

$$\mathcal{D}_0(\mathbf{r}) = \mathbf{D}_0 e^{\mathbf{g}\mathbf{r}/2c^2}, \quad \mathcal{H}_0(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 e^{\mathbf{g}\mathbf{r}/2c^2}. \quad (72)$$

В частности, при распространении волны в направлении  $\mathbf{n}$ , противоположном ускорению свободного падения  $\mathbf{g}$ , эти амплитуды экспоненциально затухают.

Из (70), (71) и материальных уравнений (64) следуют решения для напряженности электрического поля и магнитной индукции также в виде неоднородных волн

$$\mathbf{E} = \mathbf{D}_0 e^{(2\Phi_0 - \mathbf{g}\mathbf{r})/2c^2} e^{i(k_0 n(\omega) \mathbf{n}\mathbf{r} - \omega t)}, \quad (73)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{H}_0 e^{(2\Phi_0 - \mathbf{g}\mathbf{r})/2c^2} e^{i(k_0 n(\omega) \mathbf{n}\mathbf{r} - \omega t)}, \quad (74)$$

однако со встречной по отношению к  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{H}$  неоднородностью.

Присутствующий в фазовом множителе неоднородных волн (70)–(74) показатель преломления (69) зависит от частоты. Это означает, что поле тяготения при взаимодействии с полем электромагнитных волн проявляет себя как *диспергирующая среда*.

Все четыре характеристики поля электромагнитной волны составляют единое решение системы уравнений поля. Поэтому начальные амплитуды  $\mathbf{D}_0$  и  $\mathbf{H}_0$  в (70)–(74) связаны между собой. Такая связь следует из уравнений Максвелла и имеет вид

$$\mathbf{k} \times \mathbf{D}_0 = k_0 \mathbf{H}_0, \quad \mathbf{k}^* \times \mathbf{H}_0 = -k_0 \mathbf{D}_0. \quad (75)$$

Хотя в общем случае поляризация электрических и магнитных полей рассматриваемых неоднородных волн различна, модули их векторных амплитудных характеристик  $\mathbf{H}_0$  и  $\mathbf{D}_0$  одинаковы:

$$\mathbf{H}_0^* \mathbf{H}_0 = \mathbf{D}_0^* \mathbf{D}_0. \quad (76)$$

В этом легко убедиться непосредственно из (75), приняв во внимание, что модуль комплексного волнового вектора (68) равен  $k_0$ .

Найдем связь между энергией и потоком энергии и определим скорость переноса энергии электромагнитных волн в поле тяготения. Отделяя вещественные части в решениях (70), (71), затем подставляя их вместе с (63) в выражение для плотности энергии (32), производя усреднение по периоду колебаний поля и учитывая равенство (76), получим

$$\bar{w} = \frac{\mathbf{D}_0^* \mathbf{D}_0}{8\pi} e^{\Phi_0/c^2}. \quad (77)$$

Аналогичное вычисление средней за период плотности потока энергии электромагнитного поля (31) для неоднородных волн (70)–(74) приводит к результату

$$\bar{\mathbf{S}} = \bar{w} c n(\omega) \mathbf{n}. \quad (78)$$

Соотношение (78) означает, что электромагнитные волны в гравитационном поле переносят энергию в направлении фазовой нормали  $\mathbf{n}$  со скоростью  $v_{\text{energy}} = cn(\omega)$ . Эта скорость, как легко убедиться, имея в виду (69), совпадает с групповой скоростью  $v_{\text{group}} = (dK/d\omega)^{-1}$ , где волновое число  $K = n(\omega)\omega/c$ .

Поле электромагнитных волн (70)–(74), распространяющихся в условиях постоянного ускорения свободного падения  $\mathbf{g}$ , будет пригодно в качестве приближенного решения уравнений Максвелла для волн в квазиоднородном поле тяготения, когда изменение  $\mathbf{g}$  на расстояниях порядка длины волны  $\lambda_0$  пренебрежимо мало:  $|\partial\mathbf{g}/\partial x| \lambda_0 \ll |\mathbf{g}|$ . При таком допущении для медленно меняющихся амплитуд поля электромагнитной волны вместо (72) будем иметь

$$\mathcal{D}_0(\mathbf{r}) = \frac{U_0}{U(\mathbf{r})} \mathbf{D}_0, \quad \mathcal{H}_0(\mathbf{r}) = \frac{U_0}{U(\mathbf{r})} \mathbf{H}_0, \quad (79)$$

где  $U_0 = U(0)$ . Эти формулы позволяют, в частности, учитывать изменение амплитудных характеристик электромагнитных волн, распространяющихся в поле тяготения звезды с ее поверхности в свободное пространство. Ограничимся пылевидной моделью центрального гравитирующего тела и примем калибровочное условие  $U = 1$  на бесконечности. В этом случае для потенциальной функции  $U(\mathbf{r})$  на поверхности звезды с полной массой  $M$  и радиусом  $R$  можно положить [7]

$$U_0 = 1 - \frac{GM}{2c^2 R}. \quad (80)$$

Отсюда для амплитуд (79) полей электромагнитной волны на большом удалении от звездного источника следует

$$\mathcal{D}_0 = \left(1 - \frac{GM}{2c^2 R}\right) \mathbf{D}_0, \quad \mathcal{H}_0 = \left(1 - \frac{GM}{2c^2 R}\right) \mathbf{H}_0. \quad (81)$$

Как видно из уравнения движения частиц (см. табл. 2), характеристики электромагнитного поля  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{D}$  (а не  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ ) определяют силу Лоренца. Поэтому из (81) следует, что излученная на поверхности звезды электромагнитная волна будет регистрироваться удаленным наблюдателем ослабленной полем тяготения. В релятивистском поле тяготения звезды [7, 15]

$$g = \frac{GM}{R(R - r_0)} \quad (82)$$

такое ослабление должно нарастать с приближением радиуса звезды  $R$  к ее критическому радиусу  $r_0 = GM/2c^2$  и будет достаточно заметным, например, у сверхплотных нейтронных звезд. Если к тому же нейтронная звезда совершает пульсации, то коэффициент ослабления регистрируемой интенсивности электромагнитных волн, излученных с поверхности звезды, окажется модулированным с частотой этих пульсаций.

Наряду с ослаблением в принципе возможен захват электромагнитных волн релятивистским полем тяготения (82), формирующимся вблизи поверхности звезды при  $R$ , достаточно близком к  $r_0$ , если допустить, что ядро звезды при сжатии может совершать фазовый переход в кварковое состояние с плотностью, превышающей плотность нейтронного вещества [24]. Электродинамический волновой процесс в достаточно сильном гравитационном поле  $g$ , как видно из (68), становится невозможным при мнимом показателе преломления (69) для частот, меньших критической частоты  $\omega_g = g/2c$ . В этом случае поля, описываемые решениями (70)–(74), вырождаются в гармонические колебания с переменной в пространстве амплитудой. Такой механизм подавления электромагнитных волн на частотах  $\omega < \omega_g$  может периодически реализовываться на поверхности пульсирующей нейтронной звезды (пульсара) в состоянии сильного сжатия. Сами же пульсации могут установиться с момента образования нейтронной звезды при взрыве сверхновой и поддерживаться синхронно возникающим давлением электромагнитного излучения, запираемого полем тяготения внутри сжатой звезды и высвобождаемого затем в форме импульса при ее расширении.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Принято считать, что теория может рассматриваться в качестве приемлемой модели тяготения только в том случае, если она объясняет четыре наблюдаемые явления в Солнечной системе: гравитационный сдвиг частоты гамма-квантов, смещение перигелия Мер-



курия, отклонение светового луча и задержку электромагнитного сигнала при их прохождении вблизи Солнца.

**Гравитационный сдвиг частоты гамма-квантов** находит простое объяснение в развиваемой модели тяготения. Связанное с гравитационным взаимодействием изменение энергии стационарных состояний ядра или атома определяется формулой Нордстрема  $\tilde{\mathcal{E}}_n = \mathcal{E}_n e^{\Phi/c^2}$  [25] (см. также [7]), из которой следует соотношение между частотами гамма-квантов  $\tilde{\omega}_{nm}$  и  $\omega_{nm}$ , излучаемых соответственно в гравитационном поле и вне его:

$$\tilde{\omega}_{nm} = \frac{\tilde{\mathcal{E}}_n - \tilde{\mathcal{E}}_m}{\hbar} = \frac{\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_m}{\hbar} e^{\Phi/c^2} = \omega_{nm} e^{\Phi/c^2}.$$

Для относительного сдвига частоты отсюда имеем согласующийся с наблюдениями известный результат

$$\frac{\tilde{\omega}_{nm} - \omega_{nm}}{\omega_{nm}} = e^{\Phi/c^2} - 1 \approx \frac{\Phi}{c^2}.$$

**Резонансно-приливной механизм смещения перигелия Меркурия.** Не отрицая значения релятивистского (в рамках СТО) вклада в наблюдаемые особенности движения планет, мы хотели бы обратить здесь внимание на отмеченную в [26] одну из возможных причин нарушения законов Кеплера при движении Меркурия.

Движение этой планеты отличается одной уникальной особенностью, которая стала известной лишь с 60-х годов прошлого столетия. Приливные силы и вязкое трение оптимизировали движение Меркурия, синхронизировав периоды его суточного и орбитального обращения точно в отношении 3 : 2. При такой резонансной синхронизации практически исключается приливное трение в области максимального градиента напряженности поля тяготения. Это связано с тем, что угловые скорости орбитального и суточного вращения Меркурия в перигелии совпадают, и продольная ось — линия, вдоль которой планета растянута приливными силами, — приблизительно сохраняет радиальное направление на Солнце на значительном участке траектории.

По мере удаления от Солнца угловая скорость орбитального движения планеты уменьшается, и ее продольная ось отклоняется от радиального направления, принимая в афелии положение, ортогональное этому направлению. В результате при перемещении планеты к афелию в поле тяготения, убывающем с расстоянием, возникает тормозящий момент для суточного вращения, как это схематически показано на рис. 1 (силы тяготения  $F_A$  и  $F_B$  для линзообразных участков полагаются приложенными к их центрам инерции  $A$  и  $B$  и направленными к центру поля  $O$ ;  $F_B < F_A$ ). Одновременно происходит формирование плеча для результирующей силы, отнесенной к центру инерции планеты  $C$ , и тем самым создается ускоряющий

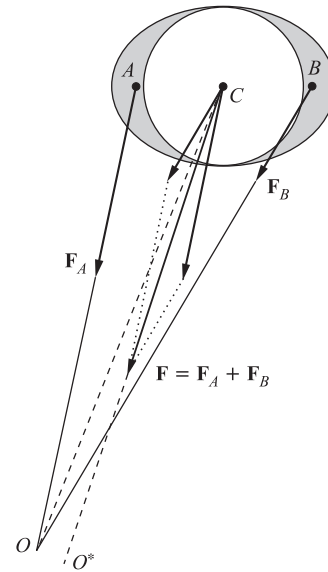


Рис. 1. Формирование плеча сил, отнесенных к центру массы вытянутого тела в сферически-симметричном поле

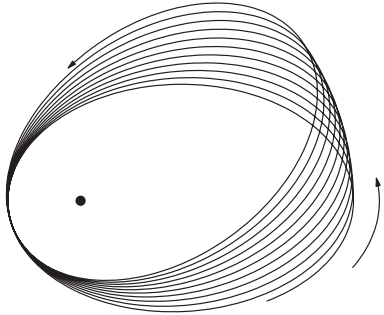


Рис. 2. Траектория движения центра тяжести «кувыркающейся» гантели в ньютоновском поле

момент для орбитального движения. Таким образом, планета движется с переменным орбитальным моментом импульса и, следовательно, с переменной секторной скоростью, увеличивающейся при движении к афелию и затем уменьшающейся при возвращении к перигелию, что, собственно, и должно приводить к смещению перигелия вперед по ходу движения планеты.

Выполненное предварительное компьютерное моделирование движения центра тяжести вытянутого тела («кувыркающейся» гантели) в ньютоновском поле тяготения в условиях резонансного, как у Меркурия, отношения 3 : 2 суточного и орбитального обращения дает качественное подтверждение такого предположения (рис. 2).

**Отклонения световых лучей и задержка электромагнитного сигнала.** Теория, развиваемая в настоящей статье, предсказывает отсутствие отклонения светового луча гравитационным полем; по крайней мере у электромагнитных волн, распространяющихся в однородном поле тяготения, лучевая нормаль  $\mathbf{n}$  в (78) не меняет направления. Незначительная задержка радиоимпульса гравитационным полем может возникать из-за того, что определяемая соотношениями (78), (69) скорость переноса энергии электромагнитной волны  $v_{\text{energy}} = cn(\omega)$  меньше  $c$ .

Измерения расположения звезд по результатам их фотографирования во время полных солнечных затмений в разные годы (с 1919 по 1974 гг.) позволили найти углы отклонения светового луча. Как оказалось, экстраполяция этих отклонений для края солнечного диска колеблется в достаточно широких пределах: от  $1'',61$  до  $2'',73$  [27] против ожидаемых согласно ОТО  $1'',75$  [28]. Данное обстоятельство указывает на то, что рефракция светового сигнала в плазме солнечной короны составляет величину, сопоставимую с предсказываемой ОТО.

В связи с этим рассмотрим результаты конкретных измерений отклонения светового луча, проходящего вблизи солнечного диска. На рис. 3 воспроизведена помещенная в [28, с. 354] диаграмма, иллюстрирующая результаты измерений отклонения света от 15 звезд во время одного из солнечных затмений<sup>1</sup>. Эта иллюстра-

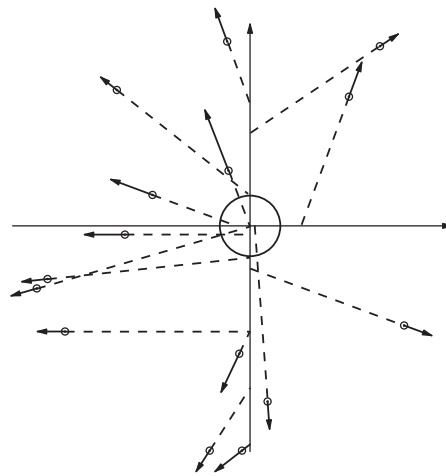


Рис. 3. Общая картина отклонений световых лучей от звезд во время полного солнечного затмения [28]

<sup>1</sup>Хотя измерения выполнены достаточно давно (1922 г.), в вопросе об их надежности и точности можно положиться на авторов издания [28], которые для обоснования ОТО принимают без каких-либо оговорок результаты именно этих измерений полвека спустя после их получения.

ция показательна в том отношении, что она представляет картину отклонений целиком (штриховые линии нанесены, чтобы подчеркнуть нецентральный характер таких отклонений для большинства звезд). Как видно из рисунка, в общей картине отклонений присутствует необъяснимая гравитационным механизмом поперечная по отношению к направлению на центр Солнца составляющая отклонений светового луча. В нижней части рисунка на угловом расстоянии около  $2^\circ$  от центра Солнца она достигает 100% радиальной составляющей.

Существенно нецентральный характер отклонений светового луча убедительно подтверждает наличие значительной рефракции света в веществе солнечной короны. Ввиду этих особенностей нельзя не согласиться с тем, что значение, которое придается экспериментам по отклонению светового луча в теоретических исследованиях тяготения, явно завышено.

К настоящему времени накопилось множество фактов, объяснение которых не укладывается в рамки общей теории относительности. В связи с этим ожидается, что разрешение некоторых ключевых проблем современной теоретической физики, астрофизики и космологии может быть получено при изучении гравитационных эффектов, объяснение которых невозможно в ОТО или не связано с ней [29]. Данная работа, посвященная развитию неметрического подхода к описанию взаимодействия тяготения с электромагнитным полем, расширяет предшествующие исследования автора [6, 7, 19] и представляет попытку продвинуться в указанном направлении, придерживаясь принципов традиционной теории классических полей.

Выражаю искреннюю признательность А. Е. Дорохову, В. П. Зрелову, В. Н. Первушину, О. П. Соловцовой и всем участникам семинара ЛТФ им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ за интерес к данной работе и высказанные замечания.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М., 1957. С. 23.
2. Мёллер Х. // Новейшие проблемы гравитации: Сб. науч. работ. М., 1961. С. 65–84.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля. М.: Наука, 1988. 509 с.
4. Мицкевич Н. В. Физические поля в общей теории относительности. М.: Наука, 1969. 326 с.
5. Соколов С. Н. // Гравитация. 1995. Т. 1, № 1. С. 3–12.
6. Сердюков А. Н. Калибровочная теория скалярного гравитационного поля. Гомель: ГГУ, 2005. 257 с.
7. Сердюков А. Н. // Письма в ЭЧАЯ. 2009. Т. 6, № 3(152). С. 312–331.
8. Эйнштейн А. Собр. науч. тр.: В 4 т. Т. 1. М., 1965. Ст. 8. С. 65–114.
9. Фок В. А. Теория пространства, времени и тяготения. М.: Физматгиз, 1961. 563 с.
10. Reissner H. // Ann. Phys. 1916. Bd. 50. S. 106.
11. Nordström G. // Proc. Netherlands Acad. 1918. V. 20. P. 1238.
12. Марков М. А. // ЖЭТФ. 1973. Т. 64, вып. 4. С. 1105–1109.
13. Марков М. А. Препринт ОИЯИ Р2-5289. Дубна, 1970; Избр. тр.: В 2 т. Т. II. М., 2001. С. 41–58.
14. Паули В. Теория относительности. М.: Наука, 1983. 336 с.
15. Бриллюэн Л. Новый взгляд на теорию относительности. М.: Мир, 1972. 142 с.

16. *Логунов А. А.* Лекции по теории относительности и гравитации: современный анализ проблемы. М.: Наука, 1987. 271 с.
17. *Зельманов А. Л., Агаков В. Г.* Элементы общей теории относительности. М.: Наука, 1989. 236 с.
18. *Иваненко Д. Д., Сарданашвили Г. А.* Гравитация. М.: Наука, 2004. 200 с.
19. *Сердюков А. Н.* // Тр. Междунар. семинара по современным вопросам физики элементарных частиц, посвященного памяти И. Л. Соловцова. Дубна, 2008. С. 218–227.
20. *Belinfante F. J.* // *Physica*. 1939. V. 6. P. 887.
21. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика. М., 1965. С. 12–17.
22. *Гельфанд И. М., Минлос Р. А., Шапиро З. Я.* Представления группы вращений и группы Лоренца. М., 1958. С. 294–295.
23. *Иваненко Д., Соколов А.* Классическая теория поля. М.: Гостехтеориздат, 1951. 479 с.
24. *Шапиро С., Тьюколски С.* Черные дыры, Белые карлики и нейтронные звезды. Физика компактных объектов. Ч. 2. М., 1985. С. 263–287.
25. *Nordström G.* // *Phys. Zeitschrift*. 1912. Bd. 13. S. 1126–1129.
26. *Шапиро С.* Астрофизика, кванты и теория относительности. М., 1982. С. 232.
27. *Авдеевский В. С. и др.* // *ТМФ*. 1989. Т. 78, № 1. С. 3.
28. *Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж.* Гравитация: В 3 т. М.: Мир, 1977. Т. 3. 510 с.
29. *Турдыев В. Г.* // *УФН*. 2009. Т. 179, № 1. С. 3–34.

Получено 30 апреля 2010 г.