

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ КРИТЕРИЯ ω_n^k К ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ С ПОМОЩЬЮ ДЕТЕКТОРА ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ СВМ

Т. П. Акишина

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Рассматривается проблема идентификации электронов в условиях доминирующего фона от пионов с помощью многослойного детектора переходного излучения TRD (Transition Radiation Detector) в эксперименте СВМ (Compressed Baryonic Matter). С этой целью развиты и исследованы разные математические методы, в том числе несколько методов на основе непараметрического критерия согласия ω_n^k . В работе рассматриваются характерные свойства распределений потерь энергии электронов и пионов в радиаторах TRD и обсуждаются специфические особенности применения традиционных статистических методов, методов на основе критерия согласия ω_n^k и искусственных нейронных сетей. Приводятся результаты сравнительного анализа мощностей этих методов, и даются рекомендации по их применению.

The problem of electron identification in conditions of dominating pion background with the help of a multilayered Transition Radiation Detector (TRD) in the CBM experiment is considered. With this aim, various mathematical methods, including methods based on a nonparametric goodness-of-fit ω_n^k criterion, have been elaborated and investigated. The characteristic properties of distributions of energy losses by electrons and pions in the TRD radiators are considered and specific features of applying traditional statistical methods, methods based on the ω_n^k criterion, and artificial neural networks to the analyzed problem are discussed. The results of comparative analysis on the power of these methods are presented and the recommendations on their usage are given.

PACS: 29.40.Gs; 02.70.Rr; 02.50.-r

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время коллаборацией СВМ [1, 2] на строящемся в Дармштадте (Германия) ускорительном комплексе FAIR (Facility for Antiproton and Ion Research) создается экспериментальная установка, которая позволит исследовать свойства сжатой барионной материи, образующейся в ядро-ядерных соударениях при сверхвысоких энергиях.

Установка СВМ должна обеспечить:

- надежную идентификацию электронов (для этого необходимо подавление пионов на уровне 10^5),
- идентификацию адронов в широком акцептансе,
- определение первичной и вторичной вершин с точностью ~ 30 мкм,
- быстрый отклик детектирующей аппаратуры и системы считывания информации,

- минимальное мертвое время детекторов,
- максимальную скорость селекции и сбора данных,
- радиационную устойчивость детекторов и электроники,
- устойчивость к дельта-электронам и др.

На рис. 1 приведен общий вид установки СВМ. Непосредственно за мишенью (target) между полюсами сверхпроводящего дипольного магнита (dipole magnet) располагается вершинный трековый детектор (STS), состоящий из четырех плоскостей микростриповых детекторов MVD (Micro-Vertex Detector) и трех кремниевых координатных плоскостей STS (Silicon Tracking System). Вершинный детектор должен обеспечивать восстановление траекторий заряженных частиц и реконструкцию с максимальной точностью вторичных вершин в условиях высокой плотности треков. Информация с вершинного детектора будет также использоваться для определения импульсов заряженных частиц с точностью не хуже 1 %. Основная задача детектора черенковского излучения RICH (Ring Imaging Cherenkov) — идентификация электронов от распадов легких векторных мезонов и чармония и подавление интенсивного фона от пионов. Детектор переходного излучения TRD предназначен для решения двух задач: 1) реконструкции траекторий заряженных частиц, 2) идентификации электронов и позитронов с импульсами выше 1,5 ГэВ/с в условиях доминирующего фона от пионов. При этом с помощью TRD должен быть достигнут коэффициент подавления пионов 150–200 при эффективности регистрации электронов не менее 90 %. Идентификация адронов будет выполняться с помощью системы измерения времени пролета TOF (Time-of-Flight), которая будет выполнена на основе RPC (Resistive Plate Chamber) плоскостей. Необходимая точность определения времени пролета должна быть существенно меньше 100 пс, при этом ожидаемый поток частиц в центральной части детектора TOF может составить 25 кГц/см². Электромагнитный калориметр ECAL (Electromagnetic Calorimeter) будет использоваться для идентификации электронов и фотонов.

Для изучения особенностей горячего и плотного фибербола в эксперименте СВМ будут регистрироваться дилептонные пары от распадов короткоживущих векторных ме-

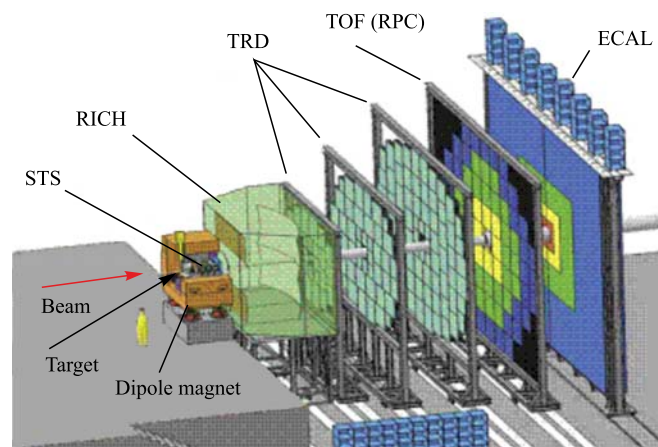


Рис. 1. Общий вид установки СВМ

зонов и чармония. Измерение спектров ρ -, ω - и ϕ -мезонов по их дилептонным распадам имеет целью исследование эффектов восстановления киральной симметрии. Так как чармоний (здесь речь идет в основном о J/ψ -мезоне) в кварк-глюонной фазе ядерной материи распадается намного чаще, чем в адронной [3], это позволит исследовать фазовые переходы, происходящие в фэйрболе, на ранней стадии столкновения. Кроме того, когда чармоний распадается на пару лептонов (электронную или мюонную), которые не вступают в сильные взаимодействия с ядерным веществом, из распределения инвариантных масс дилептонных пар можно извлечь информацию об эффекте восстановления киральной симметрии [4].

В эксперименте CBM будут регистрироваться как диэлектронные (соответствующая схема установки приведена на рис. 1), так и димюонные моды распадов рассмотренных выше частиц. В настоящей работе исследуются проблемы, связанные с регистрацией диэлектронных пар от распадов короткоживущих векторных мезонов и чармония. Для этого нужно решить две задачи: 1) подавить интенсивный фон от вторичных пионов, 2) надежно идентифицировать электроны.

Для электронов с импульсом $p > 1,5$ ГэВ/с ($\gamma > 2000$) этим целям наилучшим образом отвечает детектор переходного излучения. Он состоит из многослойного радиатора, служащего для получения рентгеновского переходного излучения (РПИ) от высокоэнергетичных электронов/позитронов, и собственно детектора РПИ. В нашем случае детектор РПИ реализован в виде многопроволочной пропорциональной камеры (МПК). Координатные плоскости МПК в составе TRD будут использоваться для реконструкции траекторий заряженных частиц с точностью восстановления координат 200–300 мкм.

В настоящей работе основное внимание уделено методам на основе непараметрического критерия согласия ω_n^k [5], предназначенным для надежной идентификации электронов/позитронов в условиях интенсивного фона от пионов. Наблюдаемые нами характерные особенности распределений потерь энергии электронов и пионов в слоях TRD [6] позволили модифицировать процедуру применения критерия ω_n^k к анализируемым данным и существенно повысить его мощность. В работе обсуждаются особенности применения методов на основе критерия согласия ω_n^k , традиционных статистических методов и искусственных нейронных сетей (ИНН) к рассматриваемой задаче, приводятся результаты сравнительного анализа их мощностей.

1. КОНСТРУКЦИЯ ДЕТЕКТОРА ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

На рис. 2 приведено схематическое представление эксперимента CBM. На этой схеме показана стандартная версия детектора TRD, которая состоит из трех станций (TRD1, TRD2 и TRD3), расположенных на расстоянии 5, 7,25, 9,5 м от мишени по направлению пучка соответственно.

Каждая станция состоит из четырех идентичных модулей. На рис. 3 представлена схема прототипа модуля TRD, разработанного совместно группами из ГСИ (Дармштадт) и НИФЯТ (Бухарест).

Модуль включает в себя (см. рис. 3):

— слоистый радиатор, состоящий из N_f чередующихся слоев полипропиленовой пленки толщиной D_f и воздушных промежутков толщиной D_g , для получения РПИ от высокоэнергетичных электронов/позитронов;

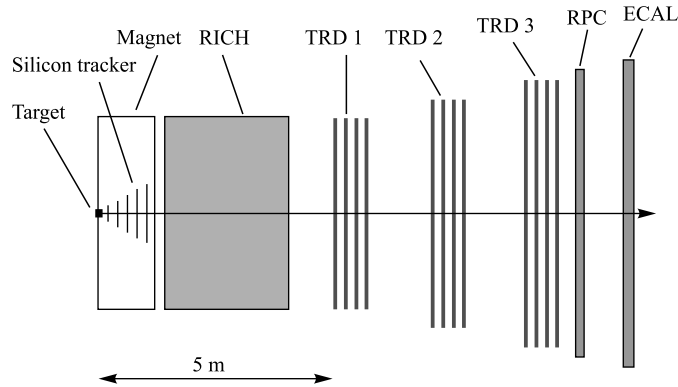


Рис. 2. Схематическое представление установки CBM

— многопроволочную пропорциональную камеру, используемую для регистрации потерь энергии заряженными частицами (на ионизацию и переходное излучение) и для фиксации координат места их пересечения плоскости МПК.

С учетом технологических и геометрических ограничений полная толщина радиатора выбрана равной примерно 6 см. Исходя из указанного размера и с учетом того, что радиатор должен эффективно генерировать и в то же время слабо поглощать переходное излучение, были проведены расчеты по оптимизации его конструкции.

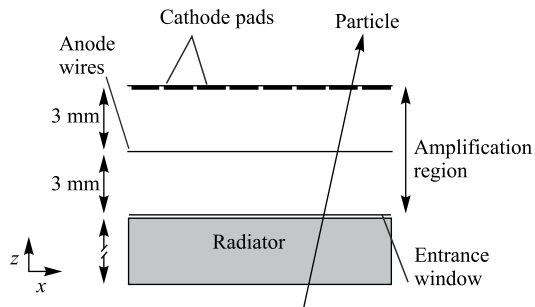


Рис. 3. Структура модуля детектора переходного излучения

Для этого с помощью программы GEANT3 [7] в среде CBM ROOT [8,9] проводилось Монте-Карло (МК) моделирование прохождения заряженных пионов и электронов с импульсами от 1 до 13 ГэВ/с через TRD, содержащий n модулей. В стандартной версии детектора TRD $n = 12$. Моделирование переходного излучения в радиаторах проводилось с помощью программы TRD_MULT_SIM [10]. Качество исследуемого радиатора оценивалось с помощью разных математических методов, которые будут рассмотрены ниже.

Наилучшие результаты были получены для радиатора со следующими параметрами: $N_f = 320$, $D_f = 15$ мкм, $D_g = 180$ мкм. Полная толщина такого радиатора составляет 6,24 см [11].

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОНОВ И ПИОНОВ В ОДНОМ TRD-МОДУЛЕ

В указанной выше области энергий основные потери заряженных пионов в веществе радиатора — это потери на ионизацию. На рис. 4 представлено распределение потерь энергии для пионов в одном радиаторе TRD, полученное с помощью МК-моделирования для пионов с импульсом $p = 1,5$ ГэВ/с.

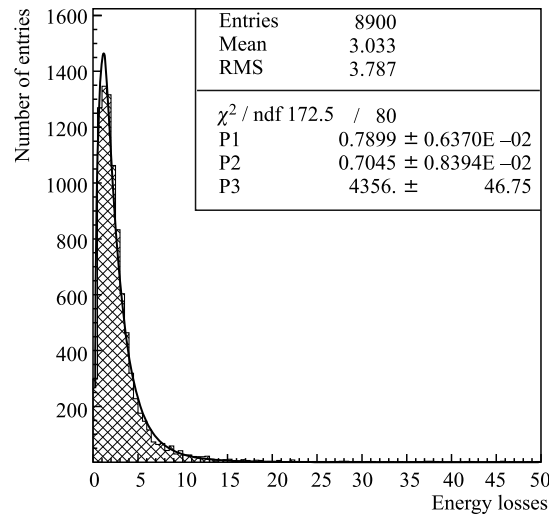


Рис. 4. Распределение потерь энергии пионов с импульсом $p = 1,5 \text{ ГэВ}/c$ в одном слое TRD и его аппроксимация логнормальной функцией (1)

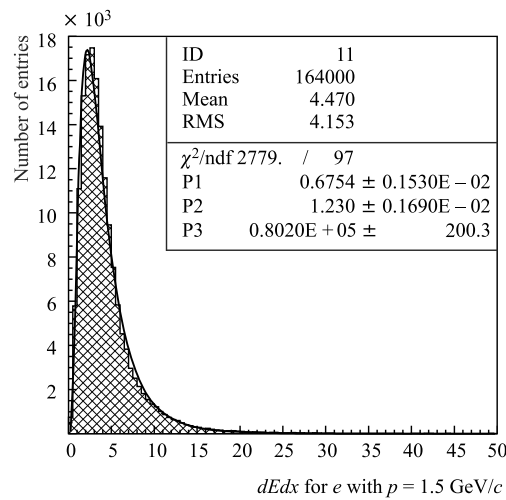


Рис. 5. Распределение ионизационных потерь энергии электронов и его аппроксимация логнормальной функцией (1)

На рис. 5 и 6 приведены распределения потерь энергии на ионизацию (рис. 5) и на переходное излучение (рис. 6) в одном модуле TRD для электронов с импульсом $p = 1,5 \text{ ГэВ}/c$. Левый пик на рис. 6 соответствует случаям, когда при пересечении электроном радиатора в нем не образуется переходного излучения TR (Transition Radiation); можно видеть, что вклад таких событий составляет примерно половину всей статистики.

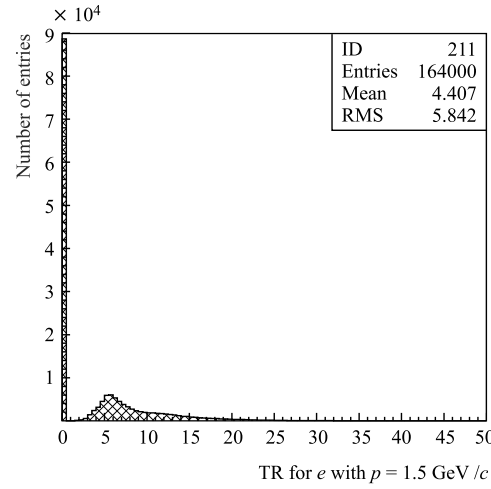


Рис. 6. Распределение потерь энергии электронов на переходное излучение

Распределения ионизационных потерь (dE/dx) пионов и электронов достаточно хорошо аппроксимируются логнормальной функцией [12] (см. рис. 4 и 5)

$$f_1(x) = \frac{A}{\sqrt{2\pi\sigma x}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} (\ln x - \mu)^2 \right], \quad (1)$$

где σ — дисперсия; μ — среднее значение, а A — коэффициент нормировки. Соответствие между параметрами формулы (1) и обозначениями на рис. 4 и 5 следующее: $\sigma = P1$, $\mu = P2$ и $A = P3$.

На рис. 7 приведено распределение полных потерь энергии электронов в одном радиаторе TRD, полученное с помощью МК-моделирования для электронов с импульсом $p = 1,5$ ГэВ/с.

В работе [13] нами было показано, что распределение полных потерь энергии электронов ($dE/dx + TR$) с хорошей точностью аппроксимируется взвешенной суммой двух логнормальных распределений

$$f_2(x) = B \left(\frac{a}{\sqrt{2\pi\sigma_1 x}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_1^2} (\ln x - \mu_1)^2 \right] + \frac{b}{\sqrt{2\pi\sigma_2 x}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_2^2} (\ln x - \mu_2)^2 \right] \right) + c, \quad (2)$$

где σ_1 и σ_2 — дисперсии; μ_1 и μ_2 — средние значения; a и $b = 1 - a$ — вклады первого и второго логнормального распределения соответственно; c — параметр сдвига, а B — коэффициент нормировки. Соответствие между параметрами формулы (2) и обозначениями на рис. 7 следующее: $a = P1$, $\sigma_1 = P2$, $\mu_1 = P3$, $\sigma_2 = P4$, $\mu_2 = P5$, $B = P6$ и $c = P7$.

Фитирование гистограмм на рис.4 и 7 проводилось с помощью программы MINUIT [14] из пакета PAW (Physics Analysis Workstation) [15].

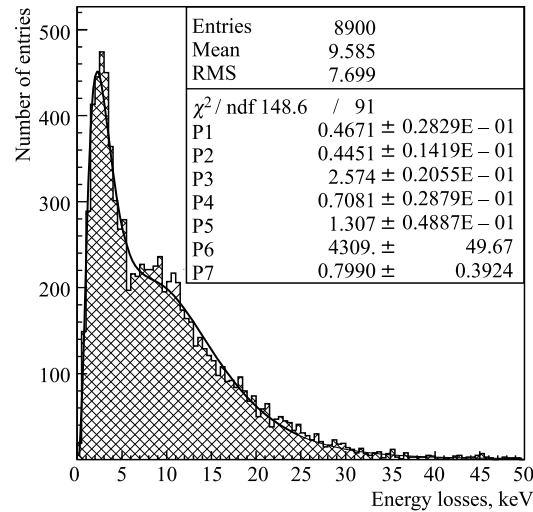


Рис. 7. Распределение полных потерь энергии для электронов с импульсом $p = 1,5$ ГэВ/с и его аппроксимация взвешенной суммой двух логнормальных распределений (2)

3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ И ПИОНОВ С ПОМОЩЬЮ ТРАДИЦИОННЫХ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

Для надежного выделения электронов в условиях интенсивного фона от пионов нужно, используя информацию с детектора TRD, идентифицировать частицу, зарегистрированную TRD. Задача идентификации частицы (в нашем случае электрона или пиона) состоит в следующем: имея в своем распоряжении набор из n измерений потерь энергии частицы, полученных с n слоев TRD, нужно с помощью разных математических методов определить, к какому распределению (электронов или пионов) эти потери относятся.

Для оценки эффективности идентификации частиц с помощью традиционных статистических методов нами были рассмотрены:

- 1) метод усреднения,
- 2) метод отношения функций правдоподобия.

3.1. Метод усреднения. В методе усреднения (МУ) для идентификации частицы используется величина ее средней потери энергии во всех слоях TRD

$$\overline{\Delta E} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta E_i,$$

где ΔE_i — потеря энергии частицы в i -м слое TRD, а n — число слоев в детекторе TRD.

На рис. 8 приведены распределения переменной $\overline{\Delta E}$, полученные путем МК-моделирования с помощью пакета GEANT3 для пионов (рис. а) и электронов (рис. б) с импульсом $p = 1,5$ ГэВ/с; суммарное распределение для пионов и электронов (рис. в). Из рисунка видно, что распределение, отвечающее пионам, неплохо отделяется от распределения, соответствующего электронам.

Эффективность регистрации электронов определяется отношением доли электронов, сгруппированных в допустимой области для заданного уровня значимости α (ошибка

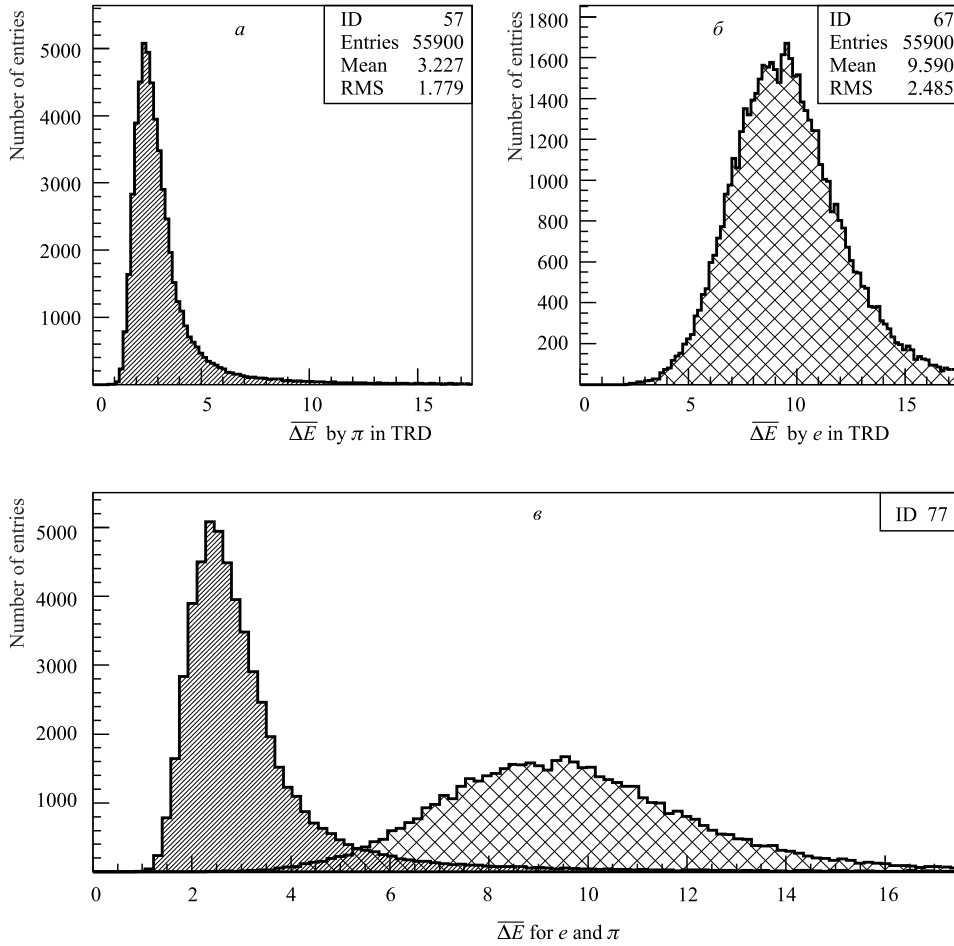


Рис. 8. Распределения переменной $\overline{\Delta E}$ для пионов (а) и электронов (б) с импульсом $p = 1,5$ ГэВ/с; суммарное распределение для пионов и электронов (в)

первого рода), к той доле пионов β , которые попали в допустимую область (ошибка второго рода)¹.

3.2. Метод отношения функций правдоподобия. При применении к указанной задаче метода отношения функций правдоподобия (МОФП) [12] для каждой анализируемой частицы вычисляется величина

$$K = \frac{P_e}{P_\pi}, \quad P_e = \prod_{i=1}^n p_e(\Delta E_i), \quad P_\pi = \prod_{i=1}^n p_\pi(\Delta E_i), \quad (3)$$

¹Величины α и β чаще всего задаются в процентах. При этом отношение $100/\beta$ определяет уровень подавления (режекции) конкурирующего процесса — в нашем случае пионов.

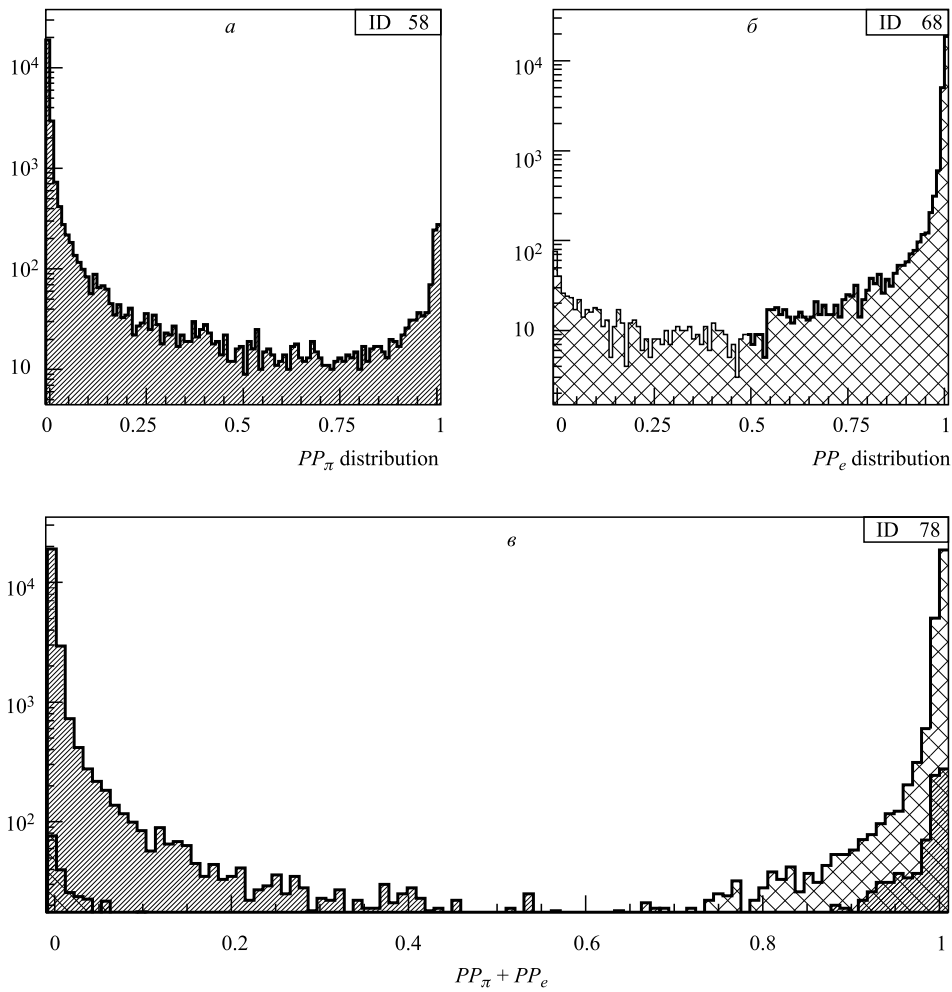


Рис. 9. Распределения переменной L для пионов (а) и электронов (б) с импульсом $p = 1,5$ ГэВ/с; суммарное распределение для пионов и электронов (в)

где $p_\pi(\Delta E_i)$ — это значение функции плотности p_π для случая, когда потеря энергии пионом в i -м поглотителе равняется ΔE_i , а $p_e(\Delta E_i)$ — это аналогичная величина для электрона. Из практических соображений вместо K удобнее пользоваться другой переменной

$$L = \frac{P_e}{P_e + P_\pi},$$

которая в отличие от K приведена к интервалу $[0, 1]$.

В качестве функции плотности $p_\pi(\Delta E_i)$ нами использовалось приближение распределения потерь энергии пионов логнормальной функцией (1), а для функции плотности $p_e(\Delta E_i)$ — аппроксимация потерь энергии электронов взвешенной суммой двух логнормальных распределений (2).

На рис. 9 приведены распределения переменной L для набора данных, когда только пионы (рис. а) или электроны (рис. б) регистрируются n -слойным TRD; суммарное распределение приведено на рис. в.

4. АЛГОРИТМЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЧАСТИЦ НА ОСНОВЕ КРИТЕРИЯ СОГЛАСИЯ ω_n^k

В этом разделе рассмотрены методы идентификации электронов/пионов на основе непараметрического критерия согласия ω_n^k . Как будет показано ниже, для его применения необходимо знать только два параметра, описывающих распределение ионизационных потерь энергии пионов: наиболее вероятную потерю энергии и полную ширину на половине высоты.

Нами исследовались три метода проверки соответствия экспериментальных данных наперед заданной гипотезе:

- 1) метод на основе критерия согласия ω_n^k [16, 17];
- 2) комбинированный метод [18], который включает последовательное применение метода усреднения и критерия согласия ω_n^k ;
- 3) метод на основе модифицированного критерия согласия ω_n^k .

4.1. Отбор событий на основе критерия согласия ω_n^k . Проверка соответствия данных наблюдения некоторой теоретической гипотезе является одной из важных задач анализа данных. Прежде чем изложить основные принципы проверки гипотез, приведем необходимые определения. Гипотеза, которая может быть сформулирована без каких-либо допущений (приближений), называется простой. Гипотеза, которая включает несколько простых гипотез, называется сложной. Для того чтобы представить себе процесс проверки гипотез, достаточно рассмотреть пример с простой гипотезой [12].

Рассмотрим процедуру проверки гипотезы H_0 (называемой нулевой гипотезой) относительно альтернативной гипотезы H_1 на основе некоторых экспериментальных наблюдений. Предположим, что X есть некоторая функция от исследуемых наблюдаемых, называемая *тестовой статистикой*, а W — пространство всех возможных значений X . Мы разбиваем W на *критическую* w и *допустимую* ($W - w$) области таким образом, что когда значения функции X попадают в область w , тогда нулевая гипотеза неверна. Таким образом, выбор критерия для тестирования H_0 сводится к выбору тестовой статистики X и величины критической области w .

Размер допустимой области обычно выбирается таким образом, чтобы получить желаемый *уровень значимости* α , определяемый как вероятность для X попасть в область w в том случае, когда гипотеза H_0 верна:

$$P(X \in w | H_0) = \alpha. \quad (4)$$

Таким образом, α — это вероятность того, что гипотеза H_0 будет отброшена даже в том случае, когда она верна.

Эффективность проверочного критерия зависит от его способности отделить заданную нулевую гипотезу H_0 от альтернативной гипотезы H_1 . Мерой этой полезности служит *мощность критерия*, определяемая как вероятность попадания X в критическую область, когда гипотеза H_1 верна:

$$P(X \in w | H_1) = 1 - \beta. \quad (5)$$

Другими словами, β — это вероятность для X попасть в допустимую область, если верна противоположная гипотеза:

$$P(X \in W - w | H_1) = \beta. \quad (6)$$

При проверке гипотез обычно имеют место два вида ошибочных заключений:

а) *ошибка первого рода*, или *потеря*: отбрасывание нулевой гипотезы, когда она верна; вероятность такой ошибки равна α ;

б) *ошибка второго рода*, или *примесь*: принятие нулевой гипотезы, когда она неверна; вероятность такой ошибки равна β .

Проверочные критерии, с помощью которых проверяется соответствие заданной нулевой гипотезы относительно всех возможных альтернативных гипотез, называются критериями согласия [12]. Рассматриваемые критерии сравнивают данные наблюдения с функцией плотности вероятности, в соответствии с которой, согласно гипотезе H_0 , распределены эти данные.

Исходя из практических соображений, рассмотрим только такие критерии, которые не зависят от вида распределения. Чтобы применить такой критерий, нужно знать только его функцию плотности. Наиболее удачные критерии основаны на сравнении функции распределения $F(x)$, отвечающей нулевой гипотезе H_0 , с эмпирической функцией распределения $S_n(x)$ [12]:

$$S_n(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < x_1, \\ i/n, & \text{если } x_i \leq x \leq x_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n-1, \\ 1, & \text{если } x_n \leq x. \end{cases} \quad (7)$$

Здесь $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ — упорядоченная выборка (*вариационный ряд*) объема n , построенная на основе наблюдаемых величин переменной x .

Проверочная статистика служит мерой «расстояния» между теоретической $F(x)$ и эмпирической $S_n(x)$ функциями распределения. Широкоизвестный критерий согласия Смирнова–Крамера–Мизеса (известный также как критерий ω^2 [19, 20]) основан на статистике

$$\omega_n^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - F(x)]^2 f(x) dx, \quad (8)$$

где $f(x)$ — функция плотности распределения, отвечающая гипотезе H_0 . Статистики такого вида известны также как *непараметрические* статистики.

В работе [21] был предложен и исследован новый класс непараметрических статистик

$$\omega_n^k = n^{k/2} \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - F(x)]^k f(x) dx, \quad (9)$$

который обобщает статистики вида (8). Конкретные значения статистик (9) можно вычислять, используя простую алгебраическую формулу

$$\omega_n^k = -\frac{n^{k/2}}{k+1} \sum_{i=1}^n \left\{ \left[\frac{i-1}{n} - F(x_i) \right]^{k+1} - \left[\frac{i}{n} - F(x_i) \right]^{k+1} \right\}. \quad (10)$$

Эти статистики обладают более высокой мощностью для больших значений параметра k , и они особенно удобны, когда альтернативная гипотеза имеет двусторонний характер.

Критерии согласия, построенные на основе статистики (10), обычно используются для проверки на соответствие H_0 каждой отдельной выборки (события).

На основе критерия ω_n^k в работах [16, 22, 23] была разработана эффективная процедура идентификации редких многомерных событий. Она включает следующие шаги:

1) Анализируемая выборка преобразуется («нормируется») таким образом, чтобы доминирующее распределение (в большинстве случаев это распределение относится к фоновому процессу) описывалось функцией распределения $F_b(x)$ (нулевая гипотеза в нашем случае).

2) Каждая такая выборка, состоящая из величин, отвечающих анализируемому распределению, проверяется с помощью критерия согласия ω_n^k на соответствие гипотезе $F_b(x)$. В ходе этой проверки аномальным событиям, которые не подчиняются нулевой гипотезе, будут отвечать большие абсолютные значения статистики ω_n^k , приводящие к тому, что они будут группироваться в критической области.

3) События, которые оказались в критической области, могут быть подвергнуты повторному тестированию согласно п. 1) и 2), с той лишь разницей, что во время этого теста в качестве нулевой гипотезы используется функция распределения $F_s(x)$, отвечающая аномальным (*сигнальным*) событиям. Такая процедура приводит к дополнительному подавлению *фоновых* событий.

Рассмотренные выше статистические критерии согласия очень эффективны для распознавания редких событий, так как они обладают высокой мощностью и статистически обоснованы. Однако для их применения нужно построить функцию распределения, отвечающую анализируемому процессу, определить объем анализируемой выборки и процедуру ее подготовки.

4.2. Метод идентификации частиц на основе критерия согласия ω_n^k . Следуя процедуре, описанной в подразд. 4.1, преобразуем исходные потери энергии к набору от новой переменной λ (см. детали в [16]):

$$\lambda_i = \frac{\Delta E_i - \Delta E_{\text{мп}}^i}{\xi_i} - 0,225, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (11)$$

где ΔE_i — величина потери энергии частицей в i -м радиаторе TRD; $\Delta E_{\text{мп}}^i$ — величина наиболее вероятной потери энергии для пионов; $\xi_i = \frac{1}{4,02} \text{FWHM}$ (Full Width on Height Medium — полная ширина на половине высоты) для распределения потерь энергии пионов в i -м радиаторе [12]; n — число слоев в детекторе TRD. Для того чтобы определить величины $\Delta E_{\text{мп}}^i$ и FWHM, распределение ионизационных потерь энергии пионов фитировалось функцией плотности логнормального распределения (рис. 4).

На рис. 10 и 11 приведены зависимости величин $\Delta E_{\text{мп}}(p)$ и $\xi(p)$ соответственно от импульса пиона и их аппроксимация полиномом третьей степени: $f(p) = ap^3 + bp^2 + cp + d$.

В результате указанной аппроксимации получены формулы для вычисления наиболее вероятной потери энергии $\Delta E_{\text{мп}}$:

$$\Delta E_{\text{мп}}(p) = 0,0005073p^3 - 0,01493p^2 + 0,01619p + 0,8978, \quad (12)$$

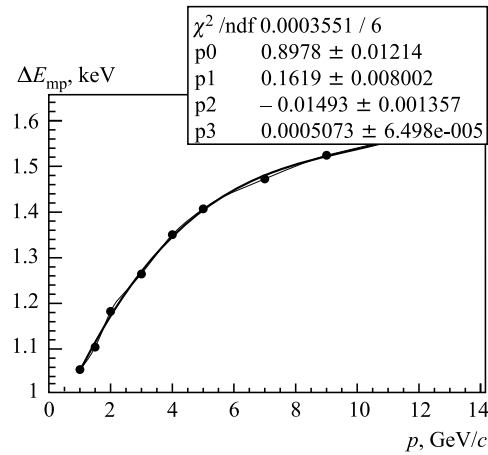


Рис. 10. Зависимость $\Delta E_{\mu\pi}$ от импульса пиона p и ее аппроксимация полиномом третьей степени

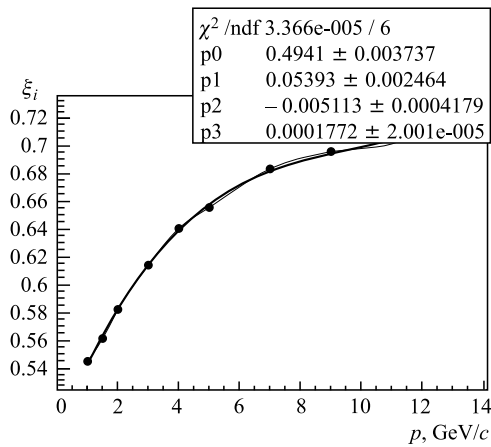


Рис. 11. Зависимость $\xi(p)$ от импульса пиона p и ее аппроксимация полиномом третьей степени

и величины ξ :

$$\xi(p) = 0,0001772p^3 - 0,005113p^2 + 0,05393p + 0,4941, \quad (13)$$

для пионов с импульсом p .

Каждая из полученных таким образом выборок $\lambda_i, i = 1, \dots, n$, упорядочивалась по величине ($\lambda_j, j = 1, \dots, n$) и затем использовалась для вычисления статистики ω_n^k :

$$\omega_n^k = -\frac{n^{k/2}}{k+1} \sum_{j=1}^n \left\{ \left[\frac{j-1}{n} - \phi(\lambda_j) \right]^{k+1} - \left[\frac{j}{n} - \phi(\lambda_j) \right]^{k+1} \right\}. \quad (14)$$

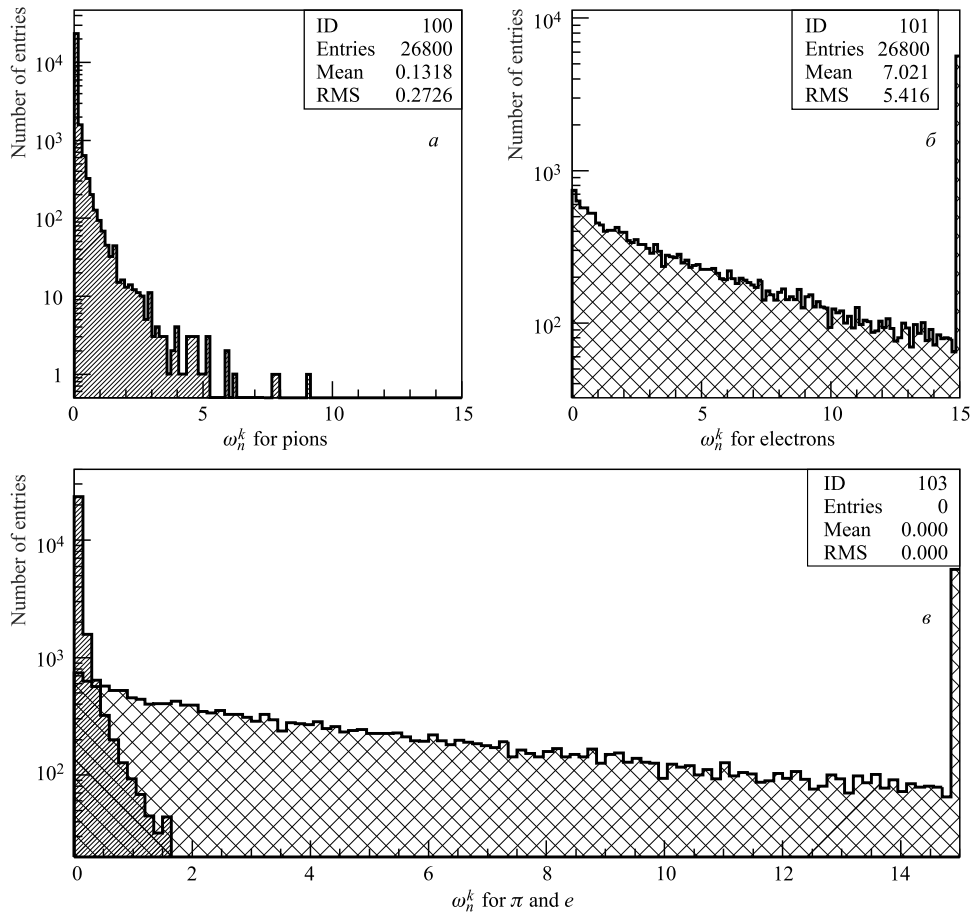


Рис. 12. Распределения величин ω_n^k ($k = 8$ и $n = 12$), полученных в результате обработки подготовленных наборов данных для пионов (а) и электронов (б); суммарное распределение (в)

Значения величины функции распределения Ландау $\phi(\lambda)$ вычислялись с помощью функции DSTLAN (из библиотеки CERNLIB [24]).

На рис. 12 приведены распределения величин ω_n^k ($k = 8$ и $n = 12$), полученные в результате обработки сгенерированных наборов данных с событиями для пионов (рис. а) и электронов (рис. б); на рис. в приведено суммарное распределение¹.

4.3. Идентификация частиц с помощью комбинированного метода. Комбинированный метод основан на последовательном применении двух статистических критериев [25]: 1) метода усреднения (МУ) и 2) критерия согласия ω_n^k . На первом шаге с помощью метода усреднения отбрасывается большая часть событий, отвечающих пио-

¹Для удобства графического представления все значения ω_n^k , превосходящие по величине 15, задавались равными 15.

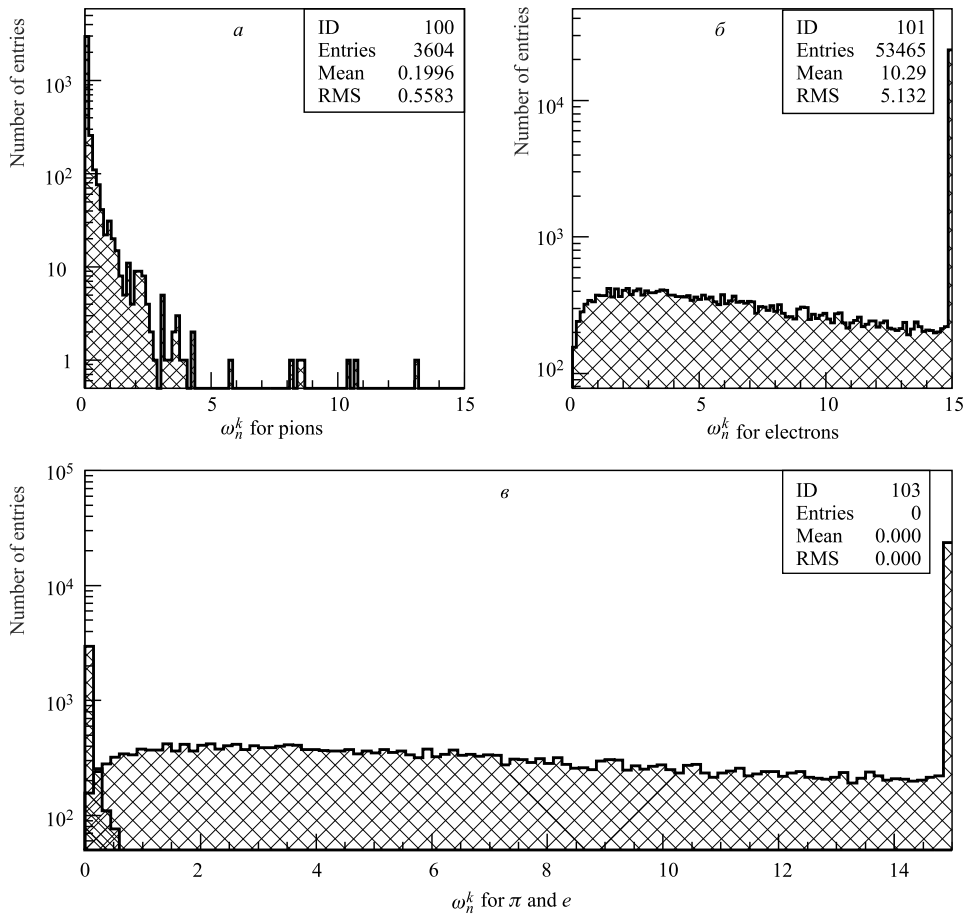


Рис. 13. Распределения величин ω_n^k для событий, сгруппированных в допустимой области: для пионов (а) и электронов (б); суммарное распределение (в)

нам. При этом уровень значимости α (доля теряемых электронов) выбирается несколько меньшим окончательного уровня потери электронов. На втором шаге к событиям, попадающим в допустимую область для метода МУ, применяется метод отбора электронов на основе критерия согласия ω_n^k .

На рис. 13 представлены распределения величин ω_n^k для событий, отобранных на первом шаге с помощью метода усреднения в допустимую область: для пионов (рис. а) и электронов (рис. б); суммарное распределение приведено на рис. в.

Совместное использование этих двух методов позволяет существенно повысить эффективность процедуры идентификации электронов и режекции пионов.

4.4. Идентификация частиц с помощью модифицированного критерия согласия ω_m^k . Попробуем подробнее разобраться в процессе формирования потерь энергии электронов в детекторе TRD. Указанные потери образуются из потерь энергии на ионизацию и

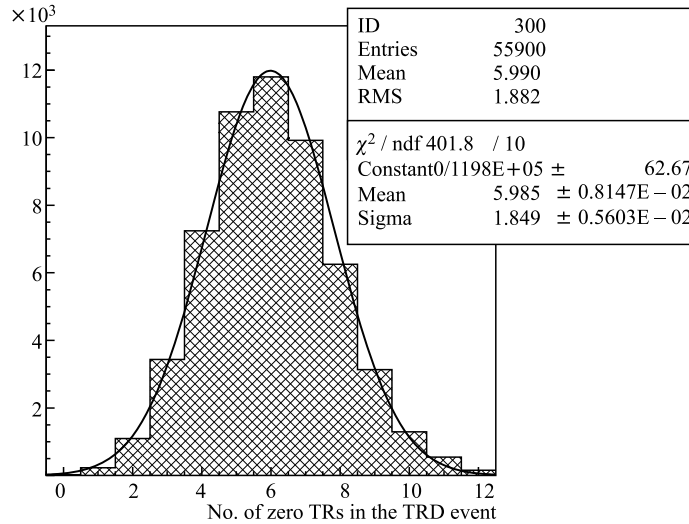


Рис. 14. Вероятность событий в зависимости от числа радиаторов TRD, в которых образовалось переходное излучение, и ее аппроксимация распределением Гаусса

на переходное излучение. При этом всякий раз, когда электрон пересекает радиатор, он тратит энергию на ионизацию (см. рис. 5), в то время как переходное излучение в радиаторе TRD образуется примерно в половине случаев (левый пик на рис. 6).

На рис. 14 приведена вероятность событий в зависимости от числа радиаторов TRD, в которых образовалось переходное излучение. Из этого распределения видно, что наиболее вероятное число сработавших радиаторов для 12-слойного TRD равно 6, а также то, что вероятность образования переходного излучения сразу во всех 12 радиаторах TRD близка к нулю.

Следует отметить, что когда электрон пересекает i -й радиатор, в котором не образуется переходное излучение, потери энергии электрона следуют распределению потерь энергии на ионизацию dE/dx (рис. 5). В этом случае практически невозможно отличить электроны от пионов. В противном случае, когда имеется переходное излучение в i -м радиаторе, потеря энергии электрона равна сумме $dE/dx + TR$. И только в таких случаях можно отличить электрон от пиона.

При вычислении ω_n^k с помощью формулы (14) используется выборка величин ω_n^k (см. равенство (11)), в которой все значения упорядочены по их величине. Заметим, что величина λ_i прямо пропорциональна потере энергии частицей, зарегистрированной в i -м слое TRD. В этой связи и принимая во внимание тот факт, что наиболее вероятное значение отсчетов TR в 12-слойном TRD равно 6 (рис. 14), мы можем использовать только ту часть выборки $\{\lambda_i\}$, которая отвечает индексам $i > 6$, т. е. наибольшим потерям энергии частицей.

На рис. 15 представлены распределения величин ω_m^k для МК-выборок, сгенерированных с помощью пакета GEANT: $i = 7, m = n - i + 1, k = 6$.

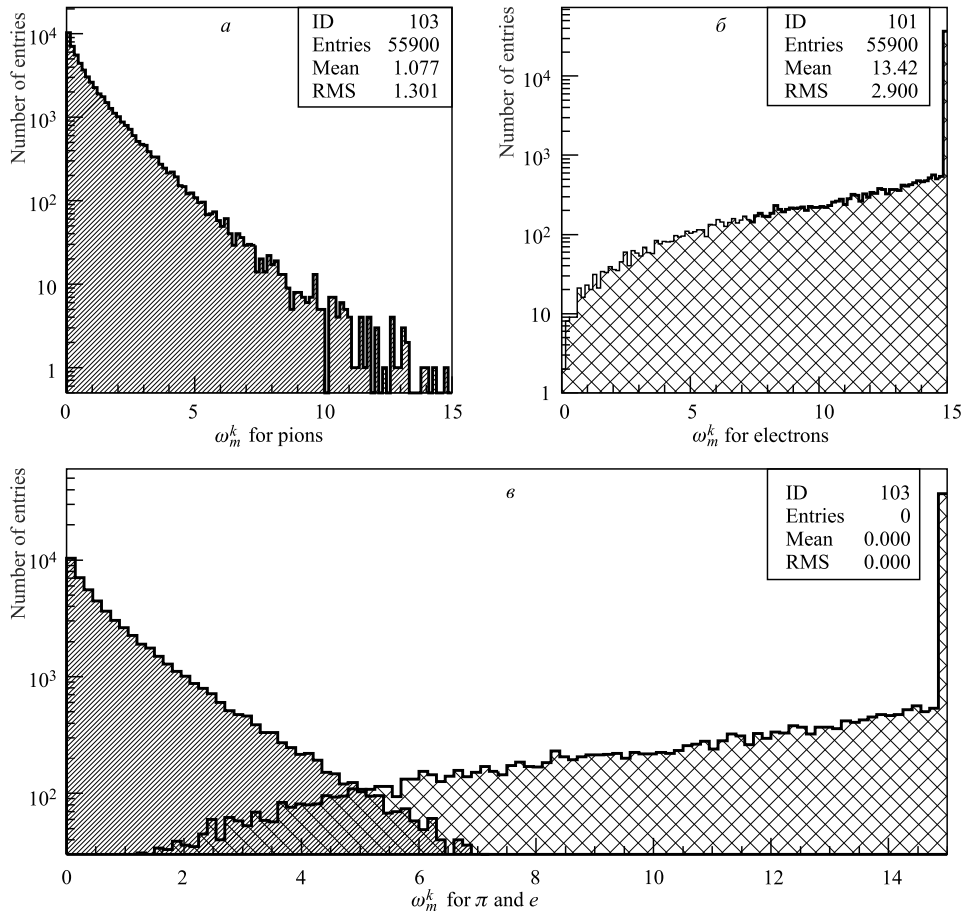


Рис. 15. Распределения величин ω_m^k , полученных для пионных (а) и электронных (б) событий; суммарное распределение для пионных и электронных событий (в)

5. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЧАСТИЦ С ПОМОЩЬЮ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Для идентификации электронов и пионов нами также использовалась искусственная нейронная сеть (ИНС) [26, 27]. Наиболее подходящей архитектурой ИНС для рассматриваемой задачи является многослойный перцептрон (МСП) (см., например, [28, 29]). Нами использовались МСП из пакета JETNET3 [30], а также МСП, входящий в состав инструментария для многомерного анализа данных пакета ROOT [31].

Такая ИНС содержит несколько слоев нейронов: слой входных нейронов, один или несколько скрытых слоев и слой выходных нейронов. Связи в такой сети организованы между соседними слоями, а передача информации происходит в одном направлении — от входного слоя к выходному. Выбор структуры МСП включает определение: 1) количества слоев, 2) числа нейронов в каждом слое, 3) формата входных данных.

С количеством слоев все достаточно просто, так как для подавляющего большинства задач (наша задача относится к этому большинству), решаемых с помощью МСП, достаточно трех слоев: входного, одного скрытого и выходного.

Таким образом, нужно определиться с количеством нейронов в каждом слое. В обоих сетях число входных нейронов задавалось равным 12 (в соответствии с количеством слоев в TRD). Для определения типа частицы использовался один выходной нейрон. При выборе числа нейронов в скрытом слое мы исходили из минимальной конфигурации сети [32], обеспечивающей максимальный уровень подавления пионов при минимальной потере электронов.

В качестве критерия для определения числа нейронов в скрытом слое использовалось распределение ошибок — разницы между целевым значением (для пионных событий

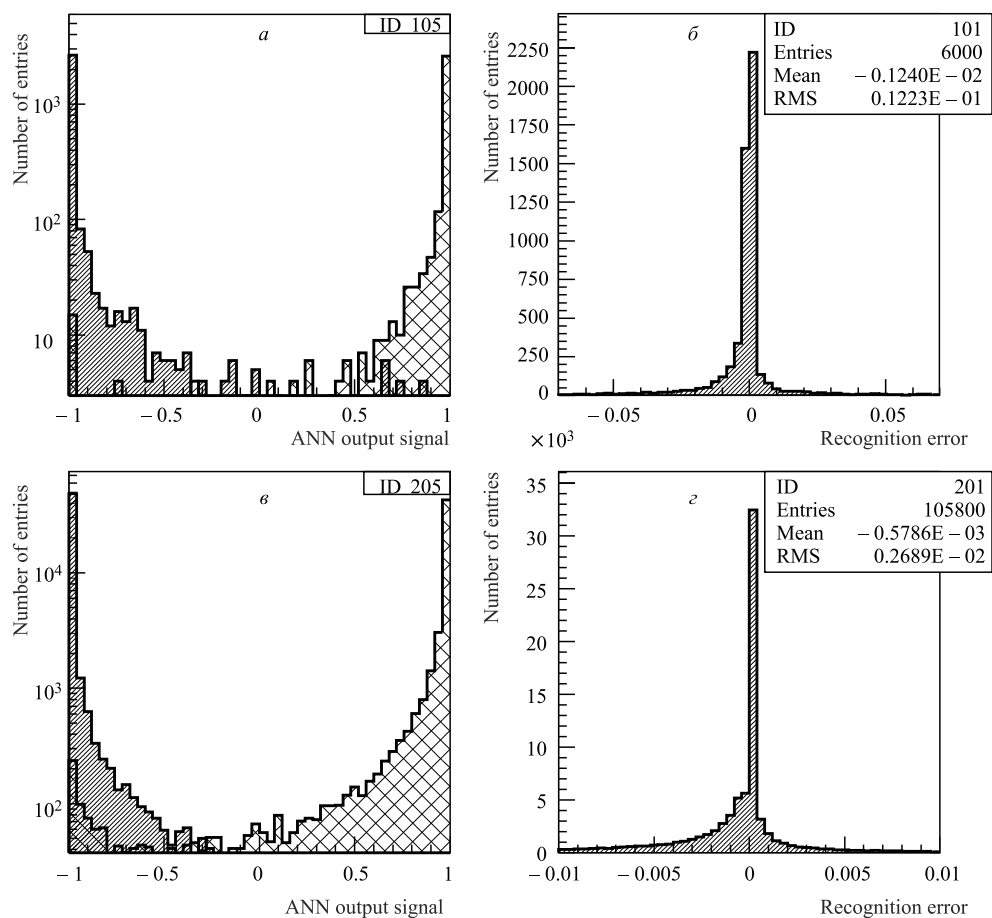


Рис. 16. Распределения значений сигнала на выходе нейронной сети, полученные на стадии ее обучения (а) и тестирования (в); правые гистограммы показывают распределения ошибок на стадии обучения (б) и тестирования (г) МСП для $p = 1,5$ ГэВ/с

целевое значение задавалось равным -1 , а для электронных — $+1$) и выходным сигналом сети. Распределение ошибок должно было удовлетворять следующим условиям:

- быть симметричным относительно нулевого среднего,
- иметь минимальное среднеквадратичное отклонение.

Для обучения МСП (ее настройки на решаемую задачу) были сгенерированы и подготовлены два набора данных. Первый содержал информацию об ионизационных потерях пионов, а второй — полные потери энергии электронов, включая потери на переходное излучение, в каждом из 12 слоев TRD.

При обучении МСП задавалось, что для пионных событий сигнал на выходном нейроне должен быть равен -1 , а для электронных событий — $+1$. При оценке качества обучения сети полагалось, что МСП правильно идентифицирует частицу, если абсолютная ошибка между значением сигнала на выходе сети и эталоном (-1 для пиона и $+1$ для электрона) не превышает $0,05$. На стадии обучения сети для минимизации функционала ошибок использовался алгоритм обратного распространения ошибок [33].

На рис. 16 представлены распределения значений сигнала на выходе нейронной сети, полученные на стадии ее обучения (рис. а) и тестирования (рис. в); правые гистограммы показывают распределения ошибок на стадии обучения (рис. б) и тестирования (рис. г) МСП для $p = 1,5$ ГэВ/с.

Первоначально события формировались на основе набора потерь энергии $\Delta E_i, i = 1, \dots, n$, отвечающих прохождению частицы через n слоев TRD. Несмотря на то, что распределение потерь энергии электронов заметно отличается от характера распределения потерь энергии пионов, при таком выборе входных данных процесс обучения сети идет очень медленно (см. нижнюю кривую на рис. 17 и 18), имеют место большие флуктуации (относительно тренда) в идентификации частиц сетью. Кроме того, несмотря на большое число тренировочных эпох, не удается достичь необходимого уровня режекции пионов.

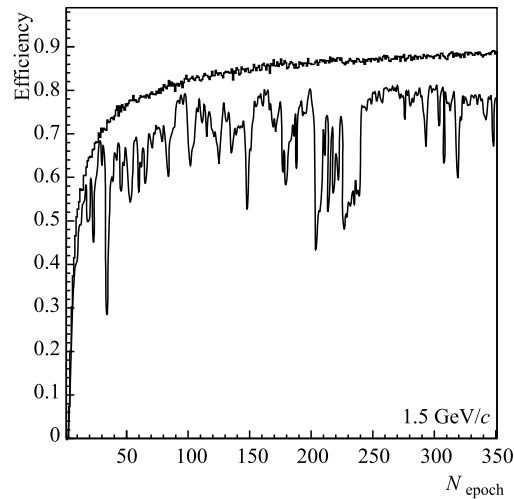


Рис. 17. Эффективности идентификации электронов/пионов с помощью МСП для исходных (нижняя кривая) и преобразованных (верхняя кривая) данных для $p = 1,5$ ГэВ/с

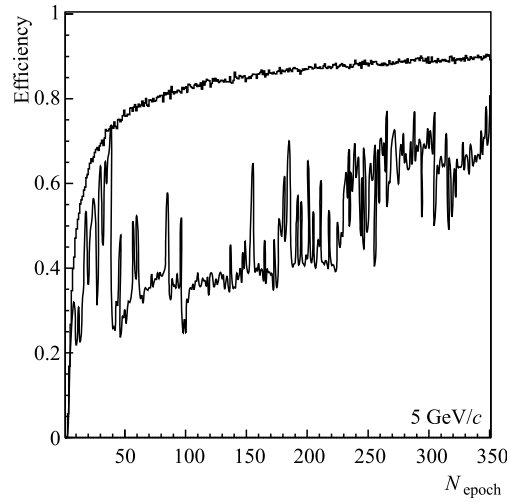


Рис. 18. Эффективности идентификации электронов/пионов с помощью МСП для исходных (нижняя кривая) и преобразованных (верхняя кривая) данных для $p = 5 \text{ ГэВ}/c$

В этой связи, к исходным данным была применена та же процедура преобразования

$$\lambda_i = \frac{\Delta E_i - \Delta E_{\text{мп}}^i}{\xi_i} - 0,225, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

что использовалась в подразд. 4.2 для вычисления статистики ω_n^k .

Так же, как и в подразд. 4.2, элементы выборки λ_i упорядочивались по величине и использовались для формирования новой выборки из значений функции распределения Ландау $\phi(\lambda)$, вычисляемых с помощью функции DSTLAN (из библиотеки CERN-LIB [24]). Подготовленная таким образом новая выборка величин $\phi(\lambda_j)$ ($j = 1, \dots, n$) использовалась в качестве образца, подаваемого на вход нейронной сети.

Рассмотренная процедура преобразования исходных данных позволяет перейти от задачи распознавания n -мерных событий, принадлежащих одному из двух разных перекрывающихся в пространстве n -мерных распределений, к задаче классификации новых выборок, которые принадлежат двум эмпирическим распределениям: пионов или электронов. Применение новой переменной обеспечивает надежный уровень идентификации электронов и пионов сетью после минимального (10–20) количества эпох обучения. При этом практически отсутствуют колебания относительно тренда. Кроме того, довольно быстро достигается необходимый уровень подавления пионов при минимальной потере электронов (см. поведение верхней кривой на рис. 17 и 18).

Следует отметить, что в случае использования исходных (непреобразованных) данных, несмотря на большое количество эпох обучения, не удастся достичь приемлемого уровня распознавания частиц (см. поведение нижней кривой на рис. 17 и 18).

6. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В таблице представлены результаты сравнения рассмотренных методов для различных импульсов электронов и пионов. Уровень значимости α (доля теряемых электронов) был выбран равным 10 %, фактор режекции пионов определялся как $100/\beta$, где β — доля пионов, идентифицированных как электроны.

Сравнение рассмотренных методов: фактор режекции пионов для разных импульсов

Метод	p , ГэВ/с							
	1	2	3	4	5	7	9	11
МУ	15	17	17	16	16	16	16	16
ω_n^k	104	96	73	55	44	35	29	25
МУ + ω_n^k	284	271	249	242	203	198	157	159
Модификация ω_n^k	296	621	628	776	650	745	588	537
МОФП	1273	1315	1581	1480	936	861	800	749
ROOT	1219	1400	1112	1446	730	456	610	882
JETNET	1857	1837	1378	1713	1446	1317	1045	1089

Результаты, приведенные в таблице, можно просуммировать следующим образом:

1) Метод усреднения и критерий согласия ω_n^k не обеспечивают необходимый уровень режекции пионов (~ 100 – 150). Для критерия ω_n^k основная причина обусловлена тем, что потери энергии электронов не отвечают простой гипотезе, а имеют сложный характер.

2) Простые с практической точки зрения критерии (составной критерий МУ + ω_n^k и модифицированный критерий ω_n^k) позволяют получить высокий уровень режекции пионов (см. таблицу).

3) Наилучший уровень подавления пионов можно получить (см. таблицу), используя а) метод отношения функций правдоподобия, аппроксимируя потери энергии пионов логнормальным распределением, а потери энергии электронов взвешенной суммой двух логнормальных распределений, б) многослойный перцептрон: при этом необходимо предварительно преобразовать потери энергии в радиаторах TRD к новой переменной, типичной для критерия ω_n^k .

7. ВЫВОДЫ

Для корректного применения методов, позволяющих достичь максимального уровня режекции пионов (МОФП и метод на основе МСП), необходимо иметь в своем распоряжении адекватную информацию о распределениях потерь энергии для обеих частиц: пионов и электронов. Распределения ионизационных потерь пионов в веществе хорошо изучены, им отвечает простая гипотеза, которая с хорошей точностью аппроксимируется логнормальным законом. Распределения потерь энергии в радиаторах TRD носят сложный характер, им отвечает сложная гипотеза, что не позволяет гарантировать корректность результатов, получаемых с помощью указанных методов.

Метод, основанный на модификации критерия согласия ω_n^k , приближаясь по мощности к МОФП и методу на основе МСП, не имеет отмеченного недостатка, так как для

его применения необходимо знание только параметров распределения ионизационных потерь пионов. При этом мощность данного метода значительно превосходит требования эксперимента CBM [2]. Учитывая очень простую программную реализацию соответствующего алгоритма, его можно будет, в частности, использовать для селекции J/ψ -мезонов в ходе реального эксперимента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Letter of Intent for the Compressed Baryonic Matter Experiment.
<http://www.gsi.de/documents/DOC-2004-Jan-116-2.pdf>.
2. Compressed Baryonic Matter Experiment. Technical Status Report. GSI. Darmstadt, 2005.
http://www.gsi.de/onTEAM/dokumente/public/DOC-2005-Feb-447_e.html.
3. *Matsui T., Satz H.* J/Ψ Suppression by Quark-Gluon Plasma Formation // *Phys. Lett. B.* 1986. V. 178. P. 416.
4. *Rapp R.* Duality and Chiral Restoration from Low Mass Dileptons at the CERN SPS // *Nucl. Phys. A.* 1999. V. 661. P. 33–44.
5. *Ivanov V. V., Zrelov P. V.* Nonparametric Integral Statistics ω_n^k : Main Properties and Applications // *Comp. Math. Appl.* 1997. V. 34, No. 7/8. P. 703–726.
6. *Akishina E. P. et al.* Distributions of Energy Losses for Electrons and Pions in the CBM TRD. JINR Commun. E10-2007-158. Dubna, 2007. 15 p.
7. GEANT — Detector Description and Simulation Tool. CERN Program Library. Long Write-up, W5013. 1995.
8. <http://www.gsi.de/fair/experiments/CBM>
9. *Bertini D. et al.* The FAIR Simulation and Analysis Framework // *Proc. of Intern. Conf. on Computing in High Energy and Nuclear Physics «CHEP'07»*, Victoria, BC, Canada, 2007; *J. Phys.: Conf. Ser.* (in press).
10. *Castellano M. et al.* A Monte Carlo Program to Design a Multiple Module Transition Radiation Detector // *Comp. Phys. Commun.* 1990. V. 61. P. 395–409.
11. *Akishina T. P., Denisova O. Yu., Ivanov V. V.* Study of the Optimal Structure of the TRD Radiator. CBM Progress Report 2010. Darmstadt 2010. P. 40.
12. *Eadie W. T. et al.* *Statistical Methods in Experimental Physics.* Amsterdam; London: North-Holland Publ. Comp., 1971.
13. *Akishina E. P. et al.* Distributions of Energy Losses for Electrons and Pions in the CBM TRD. JINR Commun. E10-2007-158. Dubna, 2007. 17 p.
14. *James F., Roos M.* MINUIT — Function Minimization and Error Analysis. CERN Program Library, D506. 1988.
15. PAW — Physics Analysis Workstation. CERN Program Library Entry Q121, Version 1.07. 1989.
16. *Zrelov P. V., Ivanov V. V.* The Relativistic Charged Particles Identification Method Based on the Goodness-of-Fit ω_n^3 -criterion // *Nucl. Instr. Meth. A.* 1991. V. 310. P. 623–630.
17. *Akishina E. P. et al.* Electron/Pion Identification in the CBM TRD Applying a ω_n^k Goodness-of-Fit Criterion // *Part. Nucl., Lett.* 2008. V. 5, No. 2(144). P. 202–218.
18. *Akishina E. P. et al.* Comparative Analysis of Statistical Criteria for e/π Identification Using TRD in the CBM Experiment // *Proc. of the XXI Intern. Symp. on Nuclear Electronics & Computing (NEC'2007)*, Varna, Bulgaria, 2007. Dubna, 2007. P. 30–39.
19. *Cramer H.* *Mathematical Methods of Statistics.* University of Stockholm, 1946.

20. Мартынов Г. В. Критерии омега-квадрат. М.: Наука, 1978.
21. Ivanov V. V., Zrellov P. V. Nonparametric Integral Statistics $\omega_n^k = n^{k/2} \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - F(x)]^k dF(x)$: Main Properties and Applications // Intern. J. Comp. Math. Appl. 1997. V. 34, No. 7/8. P. 703–726;
Зрелов П. В., Иванов В. В. Интегральные непараметрические статистики $\omega_n^k = n^{k/2} \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - P(x)]^k dP(x)$ и их основные свойства. Алгебраический вид, функции распределения и критерии согласия. Сообщ. ОИЯИ P10-92-461. Дубна, 1992.
22. Zrellov P. V., Ivanov V. V. The Small Probability Events Separation Method Based on the Smirnov–Gramer–Mises Goodness-of-Fit Criterion: Algorithms and Programs for Solution of Some Problems in Physics. V. 6. Preprint KFKI-1989-62/M. Budapest, 1989. P. 127–142.
23. Зрелов П. В. и др. Моделирование эксперимента по исследованию процессов подпорогового рождения K^+ . Препринт ОИЯИ P10-92-369. Дубна, 1992; Математическое моделирование. 1993. Т. 4, № 11. С. 56–74.
24. Koelberg K. S. CERN Computer Centre Program Library, G110.
25. Akishina E. P. et al. Comparative Analysis of Statistical Criteria for e/π Identification Applying the CBM TRD // Proc. of the XXI Intern. Symp. on Nuclear Electronics & Computing (NEC'2007), Varna, Bulgaria, 2007. JINR Commun. E10, 11-2008-37. Dubna, 2008. P. 30–39.
26. Akishina E. P. et al. Electron/Pion Identification in the CBM TRD Using a Multilayer Perceptron. JINR Commun. E10-2007-17. Dubna, 2007. 15 p.
27. Акишина Т. П., Денисова О. Ю., Иванов В. В. Об идентификации электронов и пионов с помощью многослойного перцептрона в детекторе переходного излучения эксперимента CBM. Сообщ. ОИЯИ P10-2009-61. Дубна, 2009. 12 с.
28. Fogelman Soulie F. Neural Networks for Patterns Recognition: Introduction and Comparison to Other Techniques // Proc. of the Second Intern. Workshop on Software Engineering, Artificial Intelligence and Expert System in High Energy Physics. L'Agelaude France-Telecom La Londeles-Maures France, 1992; New Computing Techniques in Physics Research II / Ed. D. Perret-Gallix. World Sci., 1992. P. 277.
29. Denby B. Tutorial on Neural Networks Applications in High Energy Physics: 1982 Perspective // Ibid. P. 287.
30. Peterson C., Rognvaldsson Th., Lönnblad L. JETNET 3.0 — A Versatile Artificial Neural Network Package // Comp. Phys. Commun. 1994. V. 81. P. 185.
31. <http://root.cern.ch/root/html/TMultiLayerPerceptron.html>
32. Игнатьев Н. А. Выбор минимальной конфигурации нейронных сетей // Вычислительные технологии. 2001. Т. 6, № 1. С. 23–28.
33. Rumelhart D. E., Hinton G. E., Williams R. J. Learning Internal Representations by Error Propagation // Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition / Eds. D. E. Rumelhart, J. L. McClelland. V. 1: Foundations. MIT Press, 1986.