

НЕСТАНДАРТНОЕ СМЕШИВАНИЕ В СИСТЕМЕ ФЕРМИОНОВ

А. Е. Калошин^{а, 1}, *Е. А. Кобелева*^{а, 2}, *В. П. Ломов*^{б, 3}

^а Иркутский государственный университет, Иркутск, Россия

^б Институт динамики систем и теории управления Сибирского отделения РАН, Иркутск, Россия

В этой работе мы продолжаем исследование смешивания фермионных полей разной четности. Здесь нас интересует проявление эффекта смешивания фермионных полей разной четности в пион-нуклонном рассеянии. Мы детально анализируем проявление этого эффекта для системы с частицами со спином $3/2^\pm$ и сравниваем теоретические расчеты с экспериментальными данными парциального анализа.

In this paper, we continue to study the mixing of fermion fields with different parity. Here we are interested in a manifestation of mixing effect of fermionic fields with different parity in pion–nucleon scattering. We analyze in detail the manifestation of this effect for systems with particles with spin $3/2^\pm$, and compare theoretical calculations with experimental data of the partial analysis.

PACS: 11.80Et; 14.20Gk; 11.80Jy.

ВВЕДЕНИЕ

Мы рассматриваем смешивание фермионных полей, когда на петлевом уровне смешиваются два поля противоположной четности, при этом в вершине взаимодействия четность сохраняется. Эффект смешивания полей разной четности мы исследуем преимущественно к системе πN -рассеяния. Смешивание фермионных полей имеет свою специфику по сравнению с бозонными. С одной стороны, это наличие γ -матричной структуры в пропагаторах. С другой, специфический для фермионных полей аспект смешивания состоит в том, что фермион и антифермион имеют противоположную P -четность. При этом четностью фермионного поля называют четность решения с положительной энергией. Поэтому для фермионов, помимо стандартного смешивания полей с одинаковыми квантовыми числами, возможно смешивание полей с противоположной четностью при сохранении четности в вершине взаимодействия.

Такая возможность для смешивания фермионов была отмечена в [1, 2, 10]; в настоящей работе мы исследуем подробности этого эффекта в приложении к барионным резонансам.

¹E-mail: kaloshin@physdep.isu.ru

²E-mail: elenyich@mail.ru

³E-mail: lomov.vl@icc.ru

СМЕШИВАНИЕ В СИСТЕМЕ БАРИОНОВ $3/2^\pm$

Нас интересует проявление эффекта смешивания фермионных полей разной четности в πN -рассеянии. Наиболее простая ситуация видна для системы с частицами со спином $3/2^\pm$. Рассмотрим детально проявление эффекта смешивания полей разной четности в парциальных волнах P_{13} , D_{13} [3]. Выпишем феноменологический лагранжиан, описывающий взаимодействие частиц со спином $J = 3/2$ с πN -системой.

Для $J^P = 3/2^+$

$$\mathcal{L}(x) = g_{R,\pi} \bar{\Psi}_\mu(x) \Psi(x) \partial^\mu \phi(x) + \text{э.с.} \quad (1)$$

Для $J^P = 3/2^-$

$$\mathcal{L}(x) = i g_{R,\pi} \bar{\Psi}_\mu(x) \gamma^5 \Psi(x) \partial^\mu \phi(x) + \text{э.с.} \quad (2)$$

Здесь $\bar{\Psi}_\mu(x)$ — вектор-спинорное поле Рариты–Швингера, изотопические индексы опущены.

Пропагатор поля Рариты–Швингера имеет вид (см. подробности в [2, 4, 5])

$$G^{\mu\nu}(p) = \mathcal{P}_1^{\mu\nu} \cdot \bar{G}_1(W) + \mathcal{P}_2^{\mu\nu} \cdot \bar{G}_2(W) + (\text{вклады от канала с } J = 1/2), \quad (3)$$

где элементы базиса

$$\mathcal{P}_1^{\mu\nu} = \Lambda^+ P_{3/2}^{\mu\nu}, \quad \mathcal{P}_2^{\mu\nu} = \Lambda^- P_{3/2}^{\mu\nu}, \quad \mathcal{P}_{3/2}^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - n_1^\mu n_1^\nu - n_2^\mu n_2^\nu. \quad (4)$$

В (4) введены единичные векторы, ортогональные между собой:

$$n_1^\mu = \frac{1}{\sqrt{3}p^2} (-p^\mu + \gamma^\mu \hat{p}) \hat{p}, \quad n_2^\mu = \frac{p^\mu}{\sqrt{p^2}}, \quad (n_i \cdot n_j) = \delta_{ij}. \quad (5)$$

При наличии нарушения четности или при рассмотрении смешивания полей разной четности базис в секторе $J = 3/2$ надо дополнить элементами, содержащими γ^5 :

$$Q_1^{\mu\nu} = \mathcal{P}_1^{\mu\nu}, \quad Q_2^{\mu\nu} = \mathcal{P}_2^{\mu\nu}, \quad Q_3^{\mu\nu} = \mathcal{P}_1^{\mu\nu} \gamma^5, \quad Q_4^{\mu\nu} = \mathcal{P}_2^{\mu\nu} \gamma^5. \quad (6)$$

Пусть мы имеем два поля Ψ^μ разной четности. При учете унитарного смешивания «одетый» пропагатор имеет вид

$$G^{\mu\nu}(p) = \sum_{M=1}^4 Q_M^{\mu\nu} \cdot \bar{G}_M(W) + (\text{вклады от канала с } J = 1/2), \quad (7)$$

где $\bar{G}_M(W)$ представляют собой матрицы размерности 2 — решения матричного уравнения Дайсона–Швингера. Так как мультипликативные свойства операторов $Q_M^{\mu\nu}$ полностью совпадают со свойствами соответствующих операторов спина $J = 1/2$, то дальнейшие вычисления повторяют случай $J = 1/2$. В результате матрицы $\bar{G}_M(W)$ выглядят точно так же, как и для спина $J = 1/2$ [1, 4].

Матрица амплитуд имеет вид

$$\mathcal{M} = \bar{u}(p_2) R u(p_1), \quad (8)$$

где матрица R построена из матричного пропагатора и вершинных матриц:

$$R = -V^T \left(\sum_{M=1}^4 k_2^\mu Q_M^{\mu\nu} k_1^\nu \cdot \bar{G}_M(W) \right) V. \quad (9)$$

Вершинная матрица в двухканальном $(\pi N, \eta N)$ приближении выглядит так:

$$V = \begin{pmatrix} g_{1,\pi} \gamma^5 & g_{1,\eta} \gamma^5 \\ ig_{2,\pi} & ig_{2,\eta} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Собственно энергетическая часть

$$\Sigma^{\mu\nu} = -V \begin{pmatrix} \hat{\Sigma}_\pi^{\mu\nu} & 0 \\ 0 & \hat{\Sigma}_\eta^{\mu\nu} \end{pmatrix} V^T + \text{вычитания} \quad (11)$$

выражается через стандартные петлевые функции, соответствующие одному из каналов. Процедура вычитания описана в [1]. Для πN -канала стандартная функция имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_\pi^{\mu\nu} &= -i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k^\mu k^\nu}{(\hat{p} - \hat{k} - m_N)(k^2 - m_\pi^2)} = \\ &= Q_1^{\mu\nu} \cdot \hat{\Sigma}_\pi^1 + Q_2^{\mu\nu} \cdot \hat{\Sigma}_\pi^2 + (\text{вклады от канала с } J = 1/2), \end{aligned} \quad (12)$$

аналогично она вычисляется и для ηN -канала. Альтернативное разложение петли выглядит следующим образом:

$$\hat{\Sigma}_\pi^{\mu\nu} = (A_\pi(p^2) + \hat{p} B_\pi(p^2)) \mathcal{P}_{3/2}^{\mu\nu} + (\text{вклады от канала с } J = 1/2), \quad (13)$$

причем

$$\hat{\Sigma}_\pi^1(W) = A_\pi(W^2) + W B_\pi(W^2), \quad \hat{\Sigma}_\pi^2(W) = A_\pi(W^2) - W B_\pi(W^2). \quad (14)$$

Выпишем компоненты собственно энергетической части с учетом двух каналов и с точностью до вычитательных полиномов:

$$\begin{aligned} \Sigma_{11}^1(W) &= -g_{1,\pi} \hat{\Sigma}_\pi^2 g_{1,\pi} - g_{1,\eta} \hat{\Sigma}_\eta^2 g_{1,\eta}, \\ \Sigma_{21}^1(W) &= -g_{1,\pi} \hat{\Sigma}_\pi^1 g_{1,\pi} - g_{1,\eta} \hat{\Sigma}_\eta^1 g_{1,\eta} = \Sigma_{11}^1(-W), \\ \Sigma_{21}^3(W) &= -ig_{2,\pi} \hat{\Sigma}_\pi^1 g_{1,\pi} - ig_{2,\eta} \hat{\Sigma}_\eta^1 g_{1,\eta}, \\ \Sigma_{21}^4(W) &= -ig_{2,\pi} \hat{\Sigma}_\pi^2 g_{1,\pi} - ig_{2,\eta} \hat{\Sigma}_\eta^2 g_{1,\eta} = \Sigma_{21}^3(-W), \\ \Sigma_{12}^3(W) &= \Sigma_{21}^4(W), \\ \Sigma_{12}^4(W) &= \Sigma_{21}^3(W). \end{aligned}$$

Подставив все необходимое в (9), получим парциальные волны. P -волновые амплитуды ($J^P = 3/2^+$) имеют вид

$$\begin{aligned} f_{p,+}(\pi N \rightarrow \pi N) &= |p_\pi|^2 \frac{(E_1 + m)}{24\pi W \Delta_2} [g_{1,\pi}^2 (-m_2 - W - \Sigma_{22}^1) - \\ &\quad - g_{2,\pi}^2 (-m_1 - W - \Sigma_{11}^2) + ig_{1,\pi} g_{2,\pi} (\Sigma_{12}^3 + \Sigma_{12}^4)], \\ f_{p,+}(\pi N \rightarrow \eta N) &= |p_\pi| |p_\eta| \frac{\sqrt{(E_1 + m)(E_2 + m)}}{24\pi W \Delta_2} [g_{1,\pi} g_{1,\eta} (-m_2 - W - \Sigma_{22}^1) - \\ &\quad - g_{2,\pi} g_{2,\eta} (-m_1 - W - \Sigma_{11}^2) + ig_{1,\pi} g_{2,\eta} (\Sigma_{12}^2 + \Sigma_{12}^4)], \end{aligned} \quad (15)$$

D-волновые амплитуды ($J^P = 3/2^-$) можно записать так:

$$\begin{aligned}
 f_{d,-}(\pi N \rightarrow \pi N) &= |p_\pi|^2 \frac{(E_1 - m)}{24\pi W \Delta_1} [g_{1,\pi}^2(-m_2 + W - \Sigma_{22}^2) - \\
 &\quad - g_{2,\pi}^2(-m_1 + W - \Sigma_{11}^1) + ig_{1,\pi}g_{2,\pi}(\Sigma_{12}^4 + \Sigma_{12}^3)], \\
 f_{d,-}(\pi N \rightarrow \eta N) &= |p_\pi||p_\eta| \frac{\sqrt{(E_1 - m)(E_2 - m)}}{24\pi W \Delta_1} [g_{1,\pi}g_{1,\eta}(-m_2 + W - \Sigma_{22}^2) - \\
 &\quad - g_{2,\pi}g_{2,\eta}(-m_1 + W - \Sigma_{11}^1) + ig_{1,\pi}g_{2,\eta}(\Sigma_{12}^4 + \Sigma_{12}^3)],
 \end{aligned} \tag{16}$$

где E_1 и E_2 — энергии нуклона в состояниях πN и ηN , а p_π и p_η — импульсы нуклона в этих же состояниях. Учтем W -зависящий формфактор в вершине взаимодействия (фактор центробежного барьера). Выберем его в виде

$$g \rightarrow g \cdot F(W) = g \cdot \frac{1 + aM^2 + bM^4}{1 + aW^2 + bW^4}. \tag{17}$$

В рассматриваемой области энергии существует несколько открытых каналов [8,9]. Для простоты мы ограничимся трехканальным приближением (πN , ηN и σN). При этом третий канал σN представляет собой некоторый эффективный канал, порог которого служит подгоночным параметром. Для фитирования экспериментальных данных нам нужны формулы амплитуд $\pi N \rightarrow \pi N$ (15), (16). Единственное отличие будет в собственно энергетическом вкладе: нужно учесть аналогичным образом третий канал.

Результаты фитирования реальной и мнимой частей D_{13} -волны (см. рис. 1):

$$\begin{aligned}
 m_1 &= (1,5161 \pm 0,0005) \text{ ГэВ}, & g_{1,\pi} &= (20,23 \pm 0,10) \text{ ГэВ}, \\
 g_{1,\sigma} &= (21,60 \pm 0,25) \text{ ГэВ}, & \chi^2/\text{DOF} &= 213/59.
 \end{aligned}$$

Параметры формфактора D_{13} -волны:

$$a = (-1,005 \pm 0,009) \text{ ГэВ}^{-2}, \quad b = (0,434 \pm 0,021) \text{ ГэВ}^{-4}. \tag{18}$$

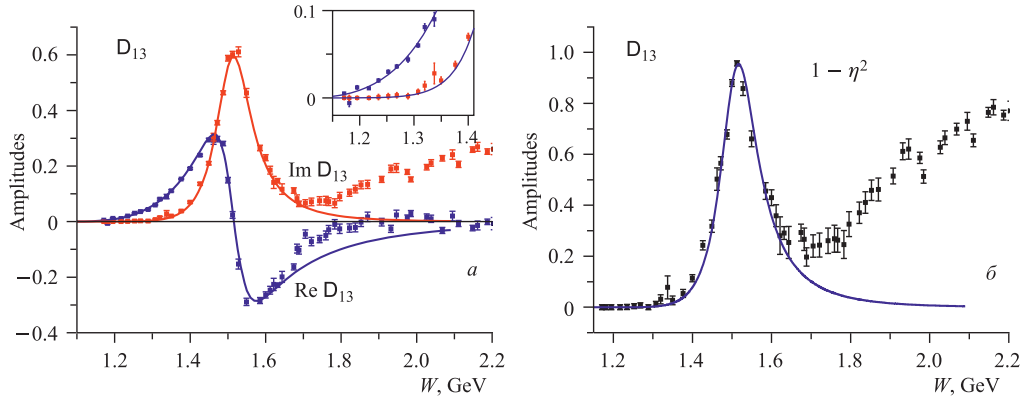


Рис. 1. *a*) Парциальная волна D_{13} πN -рассеяния и результаты фитирования нашими формулами с учетом каналов πN и σN ($W < 1,7$ ГэВ); *б*) то же самое с учетом неупругого вклада из PWA [3]

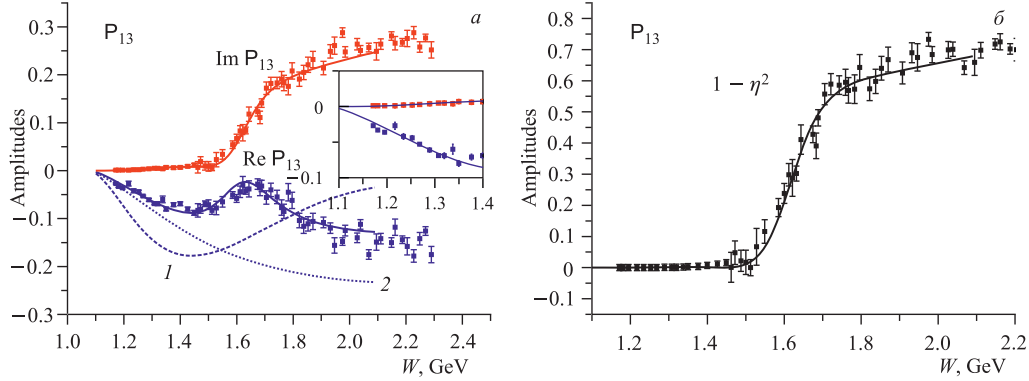


Рис. 2. *a*) Парциальная волна P_{13} в πN -рассеянии и результаты фитирования нашими формулами с учетом πN - и σN -каналов ($W < 2,0$ ГэВ). Параметры D_{13} резонанса фиксированы. Кривые 1 и 2 показывают реальную часть от фонового вклада от резонанса D_{13} ($g_{2,\pi} = g_{2,\sigma} = 0$) с учетом формфактора; *б*) то же самое с учетом неупругого вклада из PWA [3]

Результаты фитирования P_{13} с фиксированными параметрами резонанса D_{13} -волны приведены на рис. 2.

Результаты фитирования P_{13} -волны:

$$m_2 = (1,721 \pm 0,005) \text{ ГэВ}, \quad g_{2,\pi} = (3,73 \pm 0,10) \text{ ГэВ},$$

$$g_{2,\sigma} = (9,23 \pm 0,25) \text{ ГэВ}, \quad \chi^2/\text{DOF} = 210/91.$$

Параметры формфактора с учетом P_{13} -волны:

$$a = (1,51 \pm 0,30) \text{ ГэВ}^{-2}, \quad b = (0,001 \pm 0,017) \text{ ГэВ}^{-4}. \quad (19)$$

Заметим, что оба фита хорошо согласуются в параметрах резонанса, за исключением вершины формфактора. Полученные параметры не противоречат значениям массы и ширин $D_{13}(1520)$, $P_{13}(1720)$, приведенным в таблицах PWA [3, 6, 7].

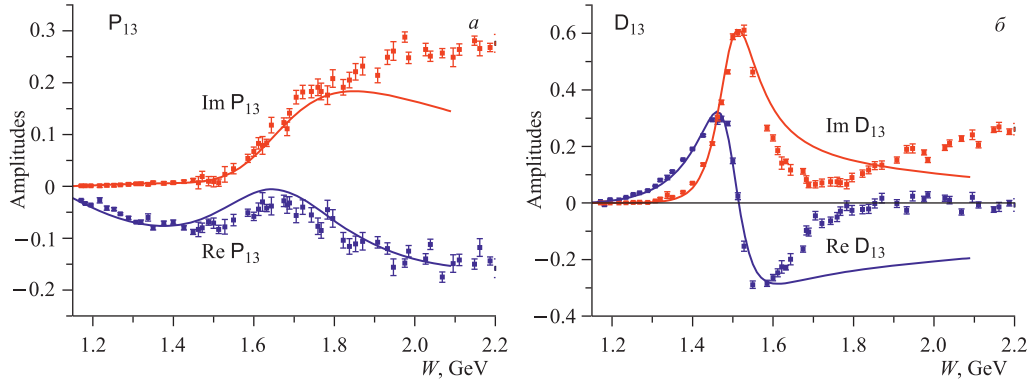


Рис. 3. Пример совместного описания парциальных волн P_{13} ($W < 2,0$ ГэВ) (*a*) и D_{13} ($W < 1,6$ ГэВ) (*б*) нашими формулами с учетом смешивания разной четности в двухканальном приближении. В этом случае $\chi^2/\text{DOF} = 1220/139$

Для нашего рассмотрения мы ограничились двухканальным приближением. Учет волн D_{13} и P_{13} хорошо описывает экспериментальные данные. Что касается ηN -канала: результаты РВА для P_{13} -волны не требуют его включения. Для D_{13} -волны включение этого канала приводит к нефизическим большим константам связи. Но при подробном анализе видно, что это эффект от другого порога с большей массой. Совместный фит дает нам лишь качественное описание.

Результаты совместного фитирования P_{13} ($W < 2,0$ ГэВ) и D_{13} ($W < 1,6$ ГэВ) представлены на рис. 3. Таким образом, мы видим, что эффект смешивания полей противоположной четности приводит к значительным эффектам для рождения барионов и может быть определен в рождении барионных резонансов $J = 3/2^\pm$ в πN -рассеянии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы рассмотрели применение эффекта смешивания полей разной четности для описания двух парциальных волн P_{13} и D_{13} . Можно сказать, что наблюдаемый эффект присутствует в этих парциальных волнах в виде интерференционной картины «резонанс + фон». Для лучшего описания необходимо: аккуратный учет $(\pi\pi)N$ -канала, «гладких» вкладов в D_{13} -волне, лучшее понимание роли и свойств вершины формфактора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kaloshin A. E., Kobleva E. A., Lomov V. P.* Mixing of Fermion Fields of Opposite Parities and Baryon Resonance // Intern. J. Mod. Phys. A. 2011. V. 26. P. 2307–2326.
2. *Калошин А. Е., Ломов В. П.* Поле Рариты–Швингера: процедура одевания и спин-четность компонент // ЯФ. 2006. Т. 69, № 3. С. 1–11.
3. *Arndt R. A. et al.* Extended Partial Wave Analysis of πN Scattering Data // Phys. Rev. C. 2006. V. 74. 045205.
4. *Kaloshin A. E., Lomov V. P.* Propagator of the Interacting Rarita–Schwinger Field // Mod. Phys. Lett. A. 2004. V. 19. P. 135–142.
5. *Kaloshin A. E., Lomov V. P.* The Rarita–Schwinger Field: Renormalization and Phenomenology // Intern. J. Mod. Phys. A. 2007. V. 22. P. 4495–4518.
6. *Arndt R. A., Ford J. M., Roper L. D.* Pion–Nucleon Partial Wave Analysis to 1100-MeV // Phys. Rev. D. 1985. V. 32. P. 1085.
7. *Arndt R. A., Strakovsky I. I., Workman R. L.* Reply to: Comment on «Pion Nucleon Partial Wave Analysis to 2-GeV» // Phys. Rev. D. 1995. V. 52. P. 5381.
8. *Ceci S. et al.* Resolution of the Multichannel Anomaly in the Extraction of S-Matrix Resonance-Pole Parameters // Phys. Rev. D. 2008. V. 77. 116007.
9. *Ceci S., Svarc A., Zauner B.* Role of Bare Propagator Poles in Phenomenological Dyson–Schwinger Type Models // Eur. Phys. J. C. 2008. V. 58. P. 47–56.
10. *Gonchar M. O., Kaloshin A. E., Lomov V. P.* Fermion Resonance in Quantum Field Theory // Mod. Phys. Lett. A. 2007. V. 22. P. 2511–2519.