ОПТИМИЗАЦИЯ ПОЛЯ В АНАЛИЗИРУЮЩЕМ МАГНИТЕ КАНАЛА АКСИАЛЬНОЙ ИНЖЕКЦИИ ЦИКЛОТРОНА ДЦ-280

И. А. Иваненко¹, Н. Ю. Казаринов²

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Проведена оптимизация распределения поля в анализирующем магните, установленном в канале аксиальной инжекции циклотрона ДЦ-280 ЛЯР ОИЯИ. Оптимизация основана на трехмерных расчетах поля магнита. Определена оптимальная величина основных геометрических характеристик магнита, влияющих на форму распределения поля.

The optimization of the field distribution of the analyzing magnet installed in the axial injection beam line of the cyclotron DC-280 is carried out. The optimization is done on the basis of three-dimensional calculation of the magnet field. The optimum value of the basic geometrical characteristics of the magnet influencing on the form of the field distribution are found.

PACS: 29.20.Dg

введение

В Лаборатории ядерных реакций Объединенного института ядерных исследований в настоящее время реализуется проект высокоинтенсивного универсального циклотрона тяжелых ионов ДЦ-280 [1]. Новый циклотрон должен обеспечивать ускорение ионов от углерода до урана в диапазоне энергий 5–10 МэВ/нуклон. Для ионов средних масс A = 50-90 интенсивность пучков должна быть не ниже 10 мкА-частиц.

Ускоряемые пучки производятся в ЭЦР-источнике, дающем на выходе спектр ионов с различными массами и зарядами. Для сепарации пучка с требуемым отношением A/Z (анализа спектра пучка) используется специальный анализирующий магнит.

В данной работе приводятся результаты трехмерного расчета магнитного поля анализирующего магнита с помощью программы OPERA-3D [2], определяется оптимальная величина краевых углов полюсов, анализируется влияние секступольной нелинейности поля магнита на динамику пучка ионов урана и находится оптимальное положение магнитных экранов. Динамика частиц рассчитывалась с помощью пакета программ MCIB04 [3–5].

¹E-mail: ivan@nrmail.jinr.ru

²E-mail: nyk@lnr.jinr.ru

1. ОСНОВНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И 3D-РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ МАГНИТА

Проектные значения отношения массы иона к его зарядности A/Z находятся в диапазоне 4–7,5, поэтому при ускорении ионов тяжелых элементов зарядность может достигать значений $Z \sim 40$. Сепарация ионов требуемой зарядности производится анализирующим магнитом, установленным в канале аксиальной инжекции сразу после ЭЦР-источника тяжелых ионов. Разрешение магнита r = 4R/d, где R — радиус поворота, d — расстояние между соседними орбитами, должно быть не меньше чем 2Z = 80. Для 100%-й сепарации соседних зарядностей расстояние d между центрами пучков в фокальной плоскости магнита должно быть не менее 25 мм, что определяет величину радиуса поворота в магните R = 500 мм.

Междуполюсный зазор магнита выбран равным 110 мм. На входе и выходе магнита установлены параллельные торцам экраны толщиной 20 мм, уменьшающие протяженность краевого поля. Начальное приближение для основных геометрических характеристик магнита — угловой протяженности полюса (84,75°) и расстояния между полюсом и магнитным экраном h = 110 мм — находилось с помощью методики, предложенной в работе [6]. Начальное приближение для краевых углов полюса магнита ε равнялось $26,5^{\circ}$.

В процессе расчетов определено оптимальное расстояние между полюсом и экранами h = 70 мм, обеспечивающее минимальное влияние секступольной нелинейности магнитного поля на динамику частиц. Кроме того, найдены оптимальные краевые углы $\varepsilon = 26,0^{\circ}$, обеспечивающие симметричность фокусировки по поперечным координатам. Схема финальной версии магнита показана на рис. 1. Различные проекции 3D-модели магнита, используемой в расчете с помощью программы OPERA-3D, показаны на рис. 2.

Отметим, что декартовая система координат (X1, Y1, Z1), используемая в OPERA-3D (см. рис. 2), отличается от системы координат (X, Y, Z), введенной в 3D-версии библиотеки программ MCIB04. Связь между координатами двух систем дается векторным



Рис. 1. Схема финальной версии магнита

Оптимизация поля в анализирующем магните канала аксиальной инжекции 1171



Рис. 2. 3D-расчетная модель магнита

соотношением

$$(X, Y, Z) = (X1, Z1, -Y1).$$
(1)

Поэтому связь между компонентами вектора индукции магнитного поля В в двух системах координат определяется равенством

$$(B_X, B_Y, B_Z) = (-B_{X1}, -B_{Z1}, -B_{Y1}).$$
⁽²⁾

2. ТРЕХМЕРНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ

Для нахождения индукции магнитного поля $\mathbf{B}(X, Y, Z)$ в произвольной точке траектории частицы использовалась трехмерная интерполяционная формула. Рассмотрим ортогональную сетку с началом в точке (0,0,0), шагом вдоль каждой из осей h_X , h_Y , h_Z и значениями индукции магнитного поля в узлах сетки \mathbf{B}_{ijk}^M . Индукция $\mathbf{B}(X, Y, Z)$ может быть найдена как

$$\mathbf{B}(X,Y,Z) = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} q_{X_i} q_{Y_j} q_{Z_k} \mathbf{B}^M_{i_X+i-1,i_Y+j-1,i_Z+k-1}.$$
 (3)

Здесь $i_{X,Y,Z}$ — номера узла сетки, для которого выполняются соотношения

$$X_{i_X} \leqslant X < X_{i_X+1}, \quad Y_{i_Y} \leqslant Y < Y_{i_Y+1}, \quad Z_{i_Z} \leqslant Z < Z_{i_Z+1}.$$
 (4)

Коэффициенты q_{X_i,Y_i,Z_i} определены в соответствии с интерполяционным полиномом Лагранжа второго порядка [7]. Например, для q_{X_i} имеем выражения:

$$q_{X_1} = 0.5(\delta_X - 1)(\delta_X - 2),$$

$$q_{X_2} = -\delta_X(\delta_X - 2),$$

$$q_{X_3} = 0.5\delta_X(\delta_X - 1),$$

(5)

где $\delta_X = X/h_X - |X/h_X|$; функция |X| определяется как наибольшее целое, меньшее или равное X. Коэффициенты q_{Y_i} и q_{Z_i} находятся аналогично. Формулы (3)–(5) являются обобщением интерполяционной формулы Лагранжа на трехмерный случай.

Карта магнитного поля соответствует 1/4 части магнита с положительными значениями координат X, Z. Для нахождения индукции магнитного поля в произвольной точке используются формулы, являющиеся следствием симметрии системы относительно плоскостей X = 0 и Z = 0:

$$(B_X(-X), B_Y(-X), B_Z(-X)) = (-B_X(X), B_Y(X), B_Z(X)), (B_X(-Z), B_Y(-Z), B_Z(-Z)) = (-B_X(Z), -B_Y(Z), B_Z(Z)).$$
(6)

На рис. 3 показана идеальная равновесная орбита в магните. На рис. 4 приведена величина индукции магнитного поля B_Z в медианной плоскости магнита вдоль орбиты. На рис. 5 дано распределение компонентов индукции В_X, В_Y, вычисленных вдоль орбиты на расстоянии Z = 2 см от медианной плоскости.



Рис. 3. Идеальная равновесная орбита



альной орбиты



Рис. 4. Индукция магнитного поля B_Z вдоль иде-

Рис. 5. Компоненты индукции B_X , B_Y вдоль идеальной орбиты при Z = 2 см

3. РАСЧЕТНАЯ РАВНОВЕСНАЯ ОРБИТА

Уравнения движения частицы в медианной плоскости магнита имеют вид

$$X_0'' = \frac{B_Z}{B\rho} Y_0', \quad Y_0'' = -\frac{B_Z}{B\rho} X_0'.$$
(7)

Штрих здесь и в дальнейшем означает дифференцирование по длине $s; B_Z$ — индукция магнитного поля в медианной плоскости; $B\rho$ — магнитная жесткость частицы.

При вычислении с помощью программы MCIB04 находится половина орбиты, соответствующая области $X_0 > 0$ [5]. Начальные условия при этом имеют следующий вид:

$$X_0(s=0) = 0, \quad X'_0(s=0) = 1, \quad Y_0(s=0) = R_i, \quad Y'_0(s=0) = 0.$$
 (8)

Расчетная равновесная орбита находится с помощью варьирования величины магнитного поля в центре магнита B_0 и начального радиуса орбиты R_i . Условием согласования является совпадение расчетной орбиты на краю карты поля $s = L_M = 60$ см с идеальной:

$$X_0(s = L_M) + Y_0(s = L_M) = R\sqrt{2}, \quad X'_0(s = L_M) + Y'_0(s = L_M) = 0, \tag{9}$$

где *R* — проектный радиус магнита.

Найденное значение R_i равно 497,97 мм. Поэтому максимальное отклонение (в центре магнита) расчетной равновесной орбиты от идеальной орбиты не превышает 2,03 мм. Расчетная равновесная орбита показана сплошной кривой на рис. 6.



Рис. 6. Расчетная равновесная орбита

1174 Иваненко И.А., Казаринов Н.Ю.

При нахождении орбиты вычислялись также ее эффективный радиус R_{eff} и кривизна K(s), необходимые для последующих расчетов:

$$R_{\text{eff}} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{B_0} \int_{0}^{L_M} B_Z(X_0(s), Y_0(s), 0) \, ds \equiv \frac{B\rho}{B_0} = 497.4 \text{ MM},$$

$$K(s) = \frac{B_Z(X_0(s), Y_0(s), 0)}{B\rho} \equiv \frac{B_Z(X_0(s), Y_0(s), 0)}{B_0 R_{\text{eff}}}.$$
(10)

Длина орбиты равна $2L_M = 120$ см. Поэтому полная орбита рассчитывается по найденной с помощью замены переменной:

$$s_1 = s + L_M, \quad -L_M \leqslant s \leqslant L_M \tag{11}$$

и соотношений симметрии:

$$(X_0(-s), Y_0(-s)) = (-X_0(s), Y_0(s)),$$

$$(X'_0(-s), Y'_0(-s)) = (X'_0(s), -Y'_0(s)), \quad K(-s) = K(s).$$
(12)

Декартовые координаты орбиты $(X_0(s), Y_0(s))$, их производные $(X'_0(s), Y'_0(s))$ и кривизна K(s) записываются в файл и используются в последующих расчетах.

4. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ В МАГНИТЕ

При исследовании движения частиц в магните удобно использовать натуральную систему координат (x, z, s) [8, 9], связанную с расчетной равновесной орбитой $(X_0(s), Y_0(s))$ и показанную на рис. 7.

В этой системе координат уравнения движения имеют следующий вид:

$$x'' = K(1 + Kx) - \frac{V}{V_0} \frac{1}{B\rho} [(1 + Kx)B_z - z'B_\tau],$$

$$z'' = \frac{V}{V_0} \frac{1}{B\rho} [(1 + Kx)B_n - x'B_\tau],$$

$$\frac{V}{V_0} = \sqrt{(1 + Kx)^2 + x'^2 + z'^2}.$$
(13)

Следует отметить, что вид уравнений (13) отличается от использовавшихся в [4], поскольку при выводе (13) учтен закон сохранения энергии частиц при движении в магнитном поле $V/V_0 \equiv \text{const.}$

Все компоненты вектора индукции магнитного поля, входящие в (13), рассчитываются с помощью карты магнитного поля в точке нахождения частицы (X(s), Y(s), Z(s)):

$$(X(s), Y(s), Z(s)) = (X_0(s) - xY_0'(s), Y_0(s) + xX_0'(s), z),$$

$$(B_n, B_z, B_\tau) = (-B_X Y_0' + B_Y X_0', B_Z, B_X X_0' + B_Y Y_0').$$
(14)



Рис. 7. Натуральная система координат (x, z, s)

Параметры расчетной равновесной орбиты в произвольной точке *s* находятся с помощью квадратичной интерполяции значений, считываемых из файла, созданного при нахождении равновесной орбиты.

5. НЕОДНОРОДНОСТЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Неоднородность оценивалась с помощью фурье-анализа карты магнитного поля:

$$B_z = B_0 \sum_{n=0}^{\infty} b_n(r,s) r^n \cos\left(n\varphi\right).$$
(15)

Здесь и в дальнейшем (r, φ) — полярные координаты точки (x, z) натуральной системы координат, введенной в предыдущем разделе:

$$x = r \cos \varphi, \quad z = r \sin \varphi,$$

$$b_n(r,s) = \frac{\kappa_n}{\pi r^n} \int_0^{2\pi} \frac{B_z(r,\varphi,s)}{B_0} \cos(n\varphi) \, d\varphi,$$

$$\kappa_n = \begin{cases} 0.5, \quad n = 0, \\ 1, \qquad n = 1,2 \dots \end{cases}$$
(16)

Отметим, что синус гармоники Фурье тождественно равен нулю в силу симметрии B_Z поля относительно медианной плоскости.

Первая гармоника соответствует квадрупольной составляющей индукции магнитного поля и определяет величину эффективного краевого угла полюса магнита ε_{eff} :

$$\operatorname{tg}\varepsilon_{\text{eff}} = -\frac{1}{2} \int_{0}^{2L_M} \bar{b}_1(s) \, ds, \qquad (17)$$

где $\bar{b}_1(s)$ — среднее по радиусу значение амплитуды первой гармоники; интегрирование в (17) проводится по расчетной орбите. Величина эффективного краевого угла $\varepsilon_{\text{eff}} = 25,5^{\circ}$ для финальной версии магнита.



Рис. 8. *а*) Квадрупольная составляющая магнитного поля $b_1(r, s)$. I - h = 70 мм; 2 - h = 110 мм. *б*) Секступольная составляющая магнитного поля $b_2(r, s)$. Обозначения для I и 2 те же, что и для рис. *а*

Вторая гармоника соответствует секступольной составляющей индукции магнитного поля. Ее наличие приводит к нелинейному искажению поперечного распределения частиц и увеличению среднеквадратичного эмиттанса пучка.

Зависимость амплитуд первой $b_1(r, s)$ и второй $b_2(r, s)$ гармоник от длины вдоль орбиты *s* при различных радиусах *r* для финальной версии магнита показана на рис. 8 (кривые *1*). Для сравнения на этом же рисунке (кривые 2) показаны амплитуды гармоник Фурье, соответствующие расстоянию между торцами полюсов магнита и экранов *h*, равному 110 мм.

При уменьшении величины зазора между торцом полюса и экраном произошло некоторое увеличение разницы между максимальным и минимальным значениями амплитуды второй гармоники. Однако ее среднее значение уменьшилось более чем в два раза, поэтому влияние секступольной нелинейности на эмиттанс пучка также будет уменьшено.

6. АНАЛИЗ ПУЧКА ИОНОВ ²³⁸U^{42+,43+,44+}

В качестве примера рассчитана транспортировка ионов ²³⁸U через магнит IM90. Параметры пучка приведены в табл. 1. Результаты расчета показаны на рис. 9–12.

Инжектируемые ионы	$^{238}\mathrm{U}^{43+}$
Macca A	238
Заряд Z	42, 43, 44
Энергия экстракции на единичный заряд, кэВ	24,78
Полный ток пучка, мА	0,2
Фактор нейтрализации f	1
Начальный диаметр пучка, мм	14
Эмиттанс пучка при энергии экстракции, π мм · мрад	200

Таблица 1. Параметры пучка ионов урана

Оптимизация поля в анализирующем магните канала аксиальной инжекции 1177



Рис. 9. Траектории ионов урана





Рис. 10. Огибающие пучка ионов ²³⁸U⁴³⁺. *I* — горизонтальная; *2* — вертикальная

Рис. 11. Горизонтальный (1) и вертикальный (2) эмиттансы пучка ионов $^{238}\mathrm{U}^{43+}$



Рис. 12. а) Сепарация ионов урана. б–г) Плоскости (x, y), (x, x') и (y, y') соответственно

1178 Иваненко И.А., Казаринов Н.Ю.

Подобранный геометрический угол скоса полюсов — 26,0° — обеспечил симметрию фокусировки пучка по обеим степеням свободы.

Секступольная нелинейность магнитного поля приводит к увеличению как горизонтального, так и вертикального эмиттансов пучка на 12,5 % (см. рис. 11), одновременно искажается поперечное распределение частиц в пучке (см. рис. 12, δ -c). Эта же нелинейность приводит к увеличению угла поворота в магните приблизительно на 3 мрад и горизонтальному смещению пучка в фокальной плоскости магнита приблизительно на -3 мм. Данные искажения должны быть скомпенсированы небольшим изменением ведущего магнитного поля ($\Delta B_0/B_0 \sim 2 \cdot 10^{-3}$) или с помощью дипольных корректоров, установленных на входе и выходе магнита. Магнит дает хорошую сепарацию соседних зарядностей ионов урана (рис. 12, a).

7. КАНАЛ АКСИАЛЬНОЙ ИНЖЕКЦИИ ЦИКЛОТРОНА ДЦ-280

Величина секступольной нелинейности меняется как квадрат радиуса сечения пучка (15). Поэтому влияние секступольной нелинейности может быть ослаблено при уменьшении размера поперечного сечения пучка в магните с помощью фокусирующего соленоида, установленного между ЭЦР-источником и анализирующим магнитом. Такая оптическая схема сепарации пучка ионов является общей для каналов аксиальной инжекции циклотронов [10].

В качестве примера приведем результаты расчета транспортировки пучка ионов ⁴⁸Са на начальном участке — от выводного отверстия ЭЦР-источника ионов до фокальной плоскости анализирующего магнита — канала аксиальной инжекции циклотрона ДЦ-280. Параметры транспортируемого пучка приведены в табл. 2.

Инжектируемые ионы	${}^{48}\text{Ca}{}^{8+}$	
Транспортируемые ионы	Ca	He
Macca A	48	4
Заряд Z	4–10	1–2
Энергия экстракции на единичный заряд, кэВ	25	
Полный ток пучка, мА	1,0	0,25
Фактор нейтрализации f	1	
Начальный диаметр пучка, мм	8	8
Эмиттанс пучка, π мм · мрад	180	180

Таблица 2. Параметры транспортируемого пучка

На рис. 13 показано изменение огибающих пучка ионов ${}^{48}Ca^{8+}$. Изменение эмиттанса пучка ионов ${}^{48}Ca^{8+}$ приведено на рис. 14. На рис. 15 даны распределения ионов ${}^{48}Ca^{8+}$ на различных фазовых плоскостях в конечной точке начального участка канала.

Благодаря фокусировке пучка соленоидом размеры пучка в магните уменьшились более чем в 1,3 раза (см. рис. 13) по сравнению с рассмотренным случаем анализа спектра ионов урана. Среднеквадратичный эмиттанс пучка увеличился только на 2,8 % (рис. 14).





Рис. 13. Огибающие пучка ионов ⁴⁸Ca⁸⁺: *1* — горизонтальная; 2 — вертикальная

Рис. 14. Горизонтальный (1) и вертикальный (2) эмиттансы пучка и
онов ${}^{48}\mathrm{Ca}^{8+}$



Рис. 15. а) Плоскость (x, y); б) плоскость (x, x'); в) плоскость (y, y')

Нелинейные искажения поперечного фазового распределения пучка ионов ⁴⁸Ca⁸⁺ также значительно уменьшились.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена 3D-модель для программы OPERA-3D, и рассчитаны карты поля, соответствующие варьируемым геометрическим характеристикам анализирующего магнита канала аксиальной инжекции циклотрона ДЦ-280.

Разработан алгоритм расчета динамики частиц в трехмерном поле магнита.

Определены неоднородности магнитного поля, и проведен анализ их зависимости от величины краевого угла и расстояния между торцом полюса и экраном.

1180 Иваненко И.А., Казаринов Н.Ю.

Начальное приближение для угловой протяженности полюса магнита (84,75°), найденное с помощью методики, предложенной в работе [6], дало хорошее согласие расчетного радиуса поворота магнита (497,4 мм) с проектным значением (500 мм).

Подобранный геометрический краевой угол полюса магнита 26,0° обеспечивает симметрию фокусировки по обеим поперечным координатам.

Оптимальная величина расстояния от торца полюса до магнитного экрана h = 70 мм уменьшает влияние секступольной нелинейности до приемлемого уровня. Начальное приближение h = 110 мм, найденое с помощью результатов работы [6], дает существенно худшие результаты.

Расчетное значение разрешения магнита совпадает с проектным r = 80 и позволяет сепарировать ионы урана вплоть до $Z_{\text{max}} = 43$.

Использование фокусирующего соленоида, установленного на входе в магнит, значительно уменьшает влияние секступольной нелинейности на динамику частиц и не меняет разрешение магнита.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Gulbekyan G. et al. Status Report and Future Development of FLNR JINR Heavy Ions Accelerators Complex // Proc. of 11th Intern. Conf. on Heavy Ion Accel. Technol. HIAT09, Venezia, Italy, 2009. P. 59–63.
- 2. OPERA-3D Reference Manual. Oxford OX5 1JE, England. 2012.
- Alexandrov V., Kazarinov N., Shevtsov V. Multi-Component Ion Beam Code MCIB04 // Proc. of XIX Rus. Part. Accel. Conf. RUPAC2004, Dubna, Oct. 4–9, 2004.
- 4. *Aleksandrov V. et al.* 3D Simulation of the Axial Injection Beam Line of DC350 Cyclotron // Proc. of the 11th Eur. Part. Accel. Conf. EPAC2008, Genoa, Italy, June 22–27, 2008. P. 3509.
- Kazarinov N. Yu., Sazonov M. N. Magnet Design and Beam Dynamics in Computed Fields for DC-350 Cyclotron // Part. Nucl., Lett. 2008. V. 5, No. 7(149). P. 586–588.
- 6. *Hubner H., Wolnik H.* The Design of Magnetic Field Elements // Nucl. Instr. Meth. 1970. V. 86. P. 141–148.
- 7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1974. С. 676.
- 8. Коломенский А.А., Лебедев А.Н. Теория циклических ускорителей. М.: Физматгиз, 1962. С. 50.
- 9. Grote H., Iselin F. C. MAD Program. User's Reference Manual. CERN/SL/90-13(AP). Geneva: CERN, 1996. P. 1.
- Kazarinov N. Axial Injection Beam Lines of the Cyclotrons // Part. Nucl., Lett. 2010. V.7, No.7(163). P. 803–808.

Получено 5 февраля 2014 г.