

ИССЛЕДОВАНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ АПЕРТУРЫ В КОЛЛАЙДЕРЕ NICA С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММ СИМПЛЕКТИЧЕСКОГО ТРЕКИНГА

А. Е. Большаков, П. Р. Зенкевич

Институт теоретической и экспериментальной физики, Москва

*О. С. Козлов*¹

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Рассчитана зависимость динамической апертуры (ДА) от числа оборотов пучка в коллайдере NICA с помощью программы MAD-X по двум независимым алгоритмам: программе симплектического трекинга PTC (Polymorphic Tracking Code) и программе трекинга методом тонких линз (thin-lens tracking). По полученным данным рассчитаны значение асимптотической динамической апертуры и возможные потери частиц.

The dependence of the dynamic aperture in the NICA collider on the number of turns has been calculated by MAD-X tracking code with the two independent algorithms: program of symplectic tracking PTC (Polymorphic Tracking Code) and program of the thin lenses tracking method. The results of the numerical integration of particle motion forecast the asymptotic dynamic aperture and the possible losses of particles in the collider.

PACS: 29.20.db; 29.27.Bd

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании циклического ускорителя одной из основных задач становится расчет или оценка влияния нелинейных сил на движение заряженной частицы. Под нелинейными силами подразумеваются, как правило, систематические или случайные погрешности магнитооптических элементов ускорителя, а также силы пространственного заряда, например, нелинейное взаимодействие пучков в точке встречи. Хотя нелинейные силы могут быть достаточно слабыми, при больших амплитудах колебания частиц они могут вызвать их потери на вакуумной камере ускорителя. С другой стороны, можно ввести понятие максимальной начальной амплитуды колебаний частицы или вектор в

¹E-mail: okozlov@jinr.ru

пространстве поперечных координат (x, y) $A_{x,y}(s)$, при котором частица остается стабильно циркулирующей в кольце ускорителя в течение требуемого времени или количества оборотов N_{turn} . Значение $A_{x,y}$ в определенной позиции вдоль кольца ускорителя s называется динамической апертурой (ДА). Очевидно, в оптимально спроектированном ускорителе ДА должна удовлетворять условию $A_{x,y}(s) > M_{x,y}(s)$, где $M_{x,y}(s)$ — сечение вакуумной камеры на данном азимуте кольца.

Нахождение значения ДА накопительного кольца — одна из сложнейших задач ускорительной физики. Для ее решения разрабатываются как аналитические, так и численные методы. В данной работе исследуются и сравниваются методы численного моделирования движения заряженной частицы в электромагнитных полях структурных элементов ускорителя (трекинг) и делается попытка аналитической оценки долговременной ДА, когда компьютерной мощности не хватает для прямого численного расчета.

Для целей расчета ДА используется программа проектирования ускорителей MAD-X [3], в которой ускорительное кольцо представляется в виде последовательности электромагнитных элементов, расположенных вдоль расчетной траектории пучка частиц. В MAD-X реализованы два метода численного интегрирования движения заряженных частиц во внешних полях. Первый метод, метод тонких линз (thin-lens model), трансформирует каждый магнитный элемент в последовательность тонких элементов (slice) либо, по умолчанию, в один элемент нулевой длины, расположенный в центре «толстого» элемента. Второй метод — Polymorphic Tracking Code (PTC) [5] — такая же попытка симплектического интегрирования движения частиц, т. е. движения с сохранением фазового пространства. В данном методе элементы кольца описываются симплектически до определенной степени, которая определяется пользователем и быстродействием компьютера.

1. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ КОЛЛАЙДЕРА

NICA (Nuclotron based Ion Collider fAcility) [1] — новый ускорительный комплекс, сооружаемый в ОИЯИ (Дубна). Его создание нацелено на проведение коллайдерных экспериментов с ионами и протонами, в частности, ион-ионных столкновений ядер (^{79}Au) при энергиях 1–4,5 ГэВ/нуклон, а также поляризованных протон-протонных (5–12,6 ГэВ) и дейтрон-дейтронных (2–5,8 ГэВ/нуклон) столкновений. В данной работе рассматривается основная ион-ионная мода работы коллайдера. Два кольца коллайдера спроектированы с возможностью достижения требуемой светимости в двух точках встречи (до $L = 5 \cdot 10^{27} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ при энергии ядер ^{79}Au 4,5 ГэВ/нуклон). Оптимизация оптических свойств коллайдера основывалась на учете ряда физических факторов, которые наложили определенные ограничения на параметры колец, такие как ограничение времени жизни пучка (светимости) из-за внутривидеопучкового рассеяния частиц в пучке (IBS — intrabeam scattering), некогерентный сдвиг бетатронных частот (Laslett tune shift), сдвиг бетатронных частот из-за наличия точек встречи (beam-beam tune shift). Сверхпроводящие кольца коллайдера [2] состоят из поворотных арок и прямолинейных секций (рис. 1). Каждая арка содержит 12 ячеек типа FODO с набегом бетатронной фазы на ячейку 90° . Длинные прямолинейные промежутки, согласованные с арками, содержат «включенные» устройства: ВЧ-станции, систему электронного охлаждения, детектор MPD и другие, и служат, в частности, для вариации бетатронных частот, а также для сведения пучков и

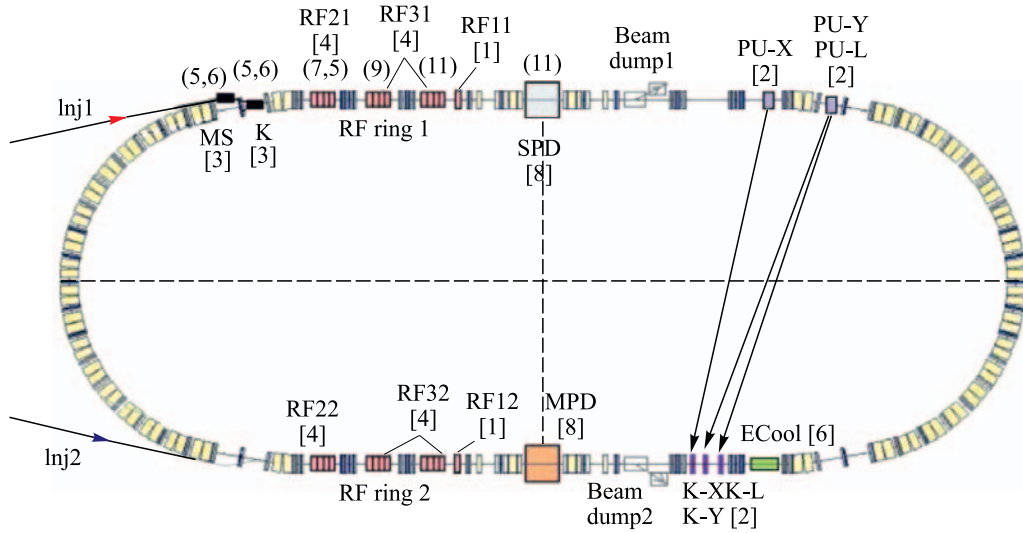


Рис. 1. Схема коллайдера и компоновка оборудования в кольце: RF — станции ускоряющего ВЧ-напряжения; Beam dump — системы сброса пучка; PU — пикап-электроды; K — корректоры системы стохастического охлаждения; ECool — система электронного охлаждения; MPD, SPD — детекторы. В скобках указаны длины элементов ускорителя и промежутков в метрах

их фокусировки в точках встречи (IPs). На рис. 1 показана схема одного из колец с размещением оборудования, соответствующего ионной моде работы коллайдера. Соответствующие амплитудные и дисперсионные функции (Twiss-parameters) для одного из колец показаны на рис. 2. Один из источников нелинейности в коллайдере — система коррекции или компенсации натуральной хроматичности — содержит четыре семейства

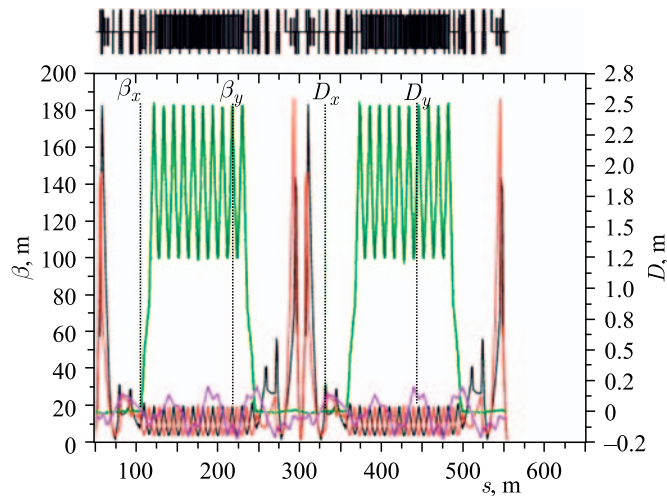


Рис. 2. Бетатронные (β) и дисперсионные (D) функции кольца коллайдера

Таблица 1. Основные характеристики кольца для максимальной энергии ионов ^{79}Au

Периметр кольца, м	503,04
Энергия ионов, ГэВ/нуклон	4,5
Критическая энергия γ_{tr}	7,091
Максимальная индукция магнитного поля, Тл	1,8
Максимальный градиент квадрупольных линз, Тл/м	23
Горизонтальная/вертикальная бетатронная частота	9,44/9,44
Горизонтальная/вертикальная хроматичность χ_x/χ_y	-33/-28
β -функция в IP, м	0,35
Акцептанс кольца, π мм · мрад	40
Продольный акцептанс $\Delta p/p$	$\pm 0,010$
Максимальная дисперсия в арке D_x , м	2,54
Кратность ВЧ-поля	66
Количество банчей в кольце	22
Среднеквадратичный размер сгустка σ_s , м	0,6
Среднеквадратичный разброс по импульсам σ_p	$1,8 \cdot 10^{-3}$
Число ионов в банче	$2,4 \cdot 10^9$
Светимость L , $\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$	$1,0 \cdot 10^{27}$
Время роста IBS, с	2000

секступольных корректоров в арках. При этом набег фазы между элементами каждого семейства 180° позволяет минимизировать влияние секступолей на ДА. Основные параметры кольца коллайдера приведены в табл. 1.

2. РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКОЙ АПЕРТУРЫ ПО ПРОГРАММЕ СИМПЛЕКТИЧЕСКОГО ТРЕКИНГА

Расчеты динамики пучка производились с помощью программы MAD-X [3, 4]. В рамках программы MAD-X существует две программы симплектического трекинга: алгоритм РТС (Polymorphic Tracking Code) [5] и программа трекинга методом тонких линз (thin-lens tracking). РТС-трекинг не позволяет учитывать в расчетах силы межпучкового взаимодействия в точках встречи и пространственного заряда пучков.

В расчетах учитывались следующие факторы, вносящие нелинейные возмущения в динамику:

- 1) магнитное поле секступольных линз системы компенсации хроматичности;
- 2) систематические ошибки магнитного поля в поворотных магнитах [2] (табл. 2);
- 3) случайные ошибки магнитного поля в поворотных магнитах: $\sigma_{rms} = 0,3(\Delta B/B)_{\text{sys}}$.

Таблица 2. Систематические ошибки поля в поворотных магнитах $b_n = \frac{1}{B} \left(\frac{d^n B_y}{dx^n} \right)$, $\text{м}^{-(n+1)}$

b_2	b_4	b_6	b_8	b_{10}	b_{12}
-0,03	76,3	$-1,5 \cdot 10^5$	$-2,7 \cdot 10^{10}$	$-7,5 \cdot 10^{14}$	$-6,6 \cdot 10^{18}$

Расчеты систематических ошибок магнитного поля в поворотных магнитах были выполнены с помощью программы расчета электромагнитных полей. Отметим, что сектупольная составляющая магнитного поля соответствует измеренным значениям поля в нуклотроне.

Расчеты проводились по методике, разработанной М. Giovannozzi [6]. Анализ динамической апертуры производился в пространстве поперечных инвариантов E_x, E_y :

$$\begin{aligned} E_x &= \gamma_x x^2 + 2\alpha_x x'x + \beta_x x'^2, \\ E_y &= \gamma_y y^2 + 2\alpha_y y'y + \beta_y y'^2, \end{aligned}$$

где $\alpha_j, \beta_j, \gamma_j$ являются параметрами Твисса.

Полярная сетка в нормализованном фазовом пространстве вычислялась как

$$E_x = r \cos \theta, \quad E_y = r \sin \theta, \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}.$$

Затем выбирался ансамбль частиц с соответствующими начальными условиями, распределенный по полярной сетке, и проводился трекинг частиц для N оборотов. Если $r(\theta, N)$ соответствует наибольшей стабильной амплитуде в направлении θ для N оборотов, то динамическая апертура может быть определена как

$$D(N) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} r(\theta, N) d\theta \equiv \langle r(\theta, N) \rangle. \quad (1)$$

В соответствии с результатами, полученными в [6], предлагается следующий закон изменения ДА со временем обращения пучка в кольце накопителя:

$$\sqrt{D(N)} = \sqrt{D_\infty} \left(1 + \frac{b}{[\log(N)]^k} \right), \quad (2)$$

где D_∞ — асимптотическая динамическая апертура, а параметры b и k определяются по расчетной зависимости $D(N)$.

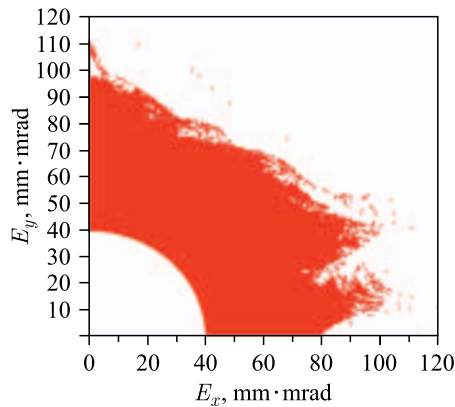


Рис. 3. «Область жизни» частиц в фазовом пространстве

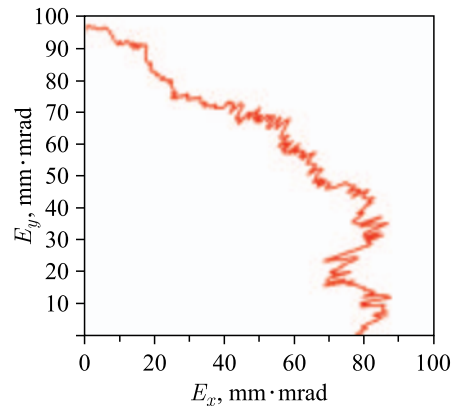
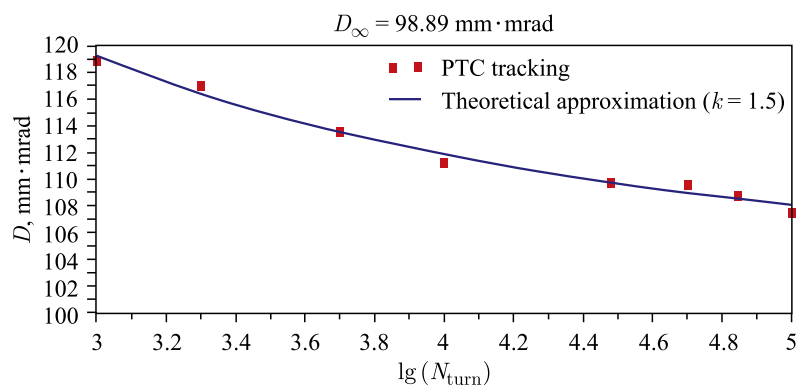


Рис. 4. «Огибающая» области устойчивости движения

Рис. 5. Зависимость ДА от количества оборотов N_{turn}

На рис. 3 показаны результаты моделирования динамики пучка для числа оборотов $N_{\text{turn}} = 1000$ и числа частиц $N_{\text{part}} = 100\,000$ (отмечены частицы, сохраняющие стабильность движения). Как видно, реальная картина динамической апертуры (области жизни частиц) весьма сложная. На рис. 4 показана «огнибающая» области устойчивости движения.

На рис. 5 приведена зависимость ДА от числа оборотов $N_{\text{turn}} = 10^3 - 10^5$, рассчитанная по формуле (1). Там же приведена теоретическая зависимость ДА от N_{turn} , полученная путем аппроксимации расчетных данных по формуле (2).

Как видно на рис. 5, значение асимптотической динамической апертуры D_{∞} (нормированной на π) составляет $98,89 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$.

3. РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКОЙ АПЕРТУРЫ ПО ПРОГРАММЕ ТРЕКИНГА МЕТОДОМ ТОНКИХ ЛИНЗ (THIN-LENS TRACKING)

В рамках программы MAD-X помимо алгоритма РТС-трекинга существует также программа симплектического трекинга методом тонких линз (thin-lens tracking). В предыдущей программе MAD8 программа трекинга некорректно рассчитывала прохождение частиц через «толстые» элементы, такие как, например, поворотные магниты, что приводит к неверным результатам. Для устранения этого недостатка в программе MAD-X реальная структура кольца преобразуется в эквивалентную структуру, состоящую из «тонких» элементов. Такой алгоритм позволяет также учесть силы межпучкового взаимодействия в двух точках встречи пучков и силы пространственного заряда пучка.

В расчетах учитывались следующие факторы, вносящие нелинейные возмущения в динамику:

- 1) магнитное поле секступольных линз системы компенсации хроматичности;
- 2) систематические ошибки магнитного поля в поворотных магнитах [2] (табл. 2);
- 3) случайные ошибки магнитного поля в поворотных магнитах;
- 4) силы межпучкового взаимодействия в двух точках встречи пучков;
- 5) силы пространственного заряда пучка.

На рис. 6 приведена зависимость ДА, рассчитанная по формуле (1), от числа оборотов N_{turn} . Параметры пучка соответствовали табл. 1. Там же приведена теоретическая

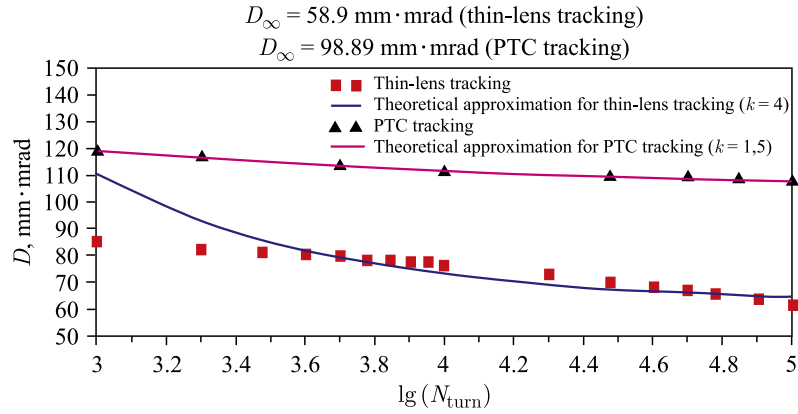


Рис. 6. Зависимость ДА от количества оборотов N_{turn}

зависимость ДА от N_{turn} , полученная путем аппроксимации расчетных данных по формуле (2), и результаты расчетов по алгоритму РТС (рис. 5).

Как видно из рисунка, значение асимптотической динамической апертуры D_∞ составляет 58,9 мм·мрад. Уменьшение D_∞ по сравнению с расчетом по программе РТС можно объяснить влиянием эффектов пространственного заряда пучка и сил межпучкового взаимодействия.

Предлагаемый закон эволюции динамической апертуры позволяет определить изменение интенсивности пучка со временем и, следовательно, потерь пучка. Если предположить гауссовское распределение пучка по поперечным координатам, то полные относительные потери частиц можно определить как [7]:

$$\frac{\Delta I}{I_0}(\infty) = \exp\left(\frac{-D_\infty}{2E_{\text{rms}}}\right), \quad (3)$$

где E_{rms} — среднеквадратичный инвариант. На рис. 7 показана зависимость потерь от E_{rms} .

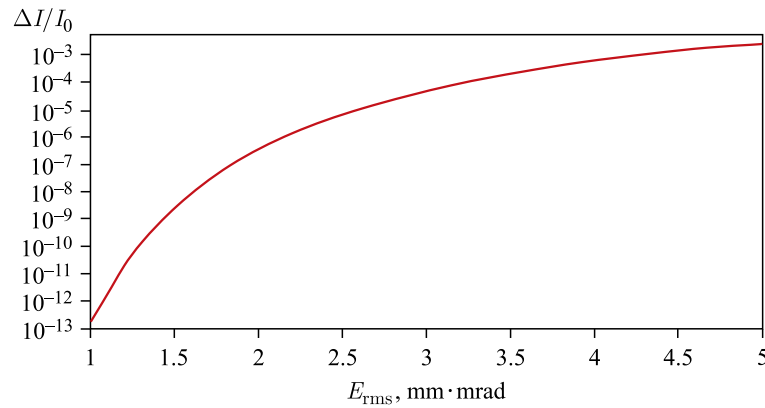


Рис. 7. Зависимость потерь ионов от E_{rms}

В накопителе NICA величина E_{rms} предполагается равной $1 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$. Однако эта величина может оказаться существенно больше из-за ряда эффектов, таких как, например, внутривпучковое рассеяние (IBS).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассчитана зависимость динамической апертуры от числа оборотов пучка в накопителе с помощью программы MAD-X по двум независимым алгоритмам: программе симплектического трекинга РТС (Polymorphic Tracking Code) и программе трекинга методом тонких линз (thin-lens tracking). По полученным данным рассчитаны значения асимптотической динамической апертуры, которые в обоих случаях больше аксептанса кольца и составляют: $D_{\infty} = 98,89 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$ в случае трекинга методом РТС; $D_{\infty} = 58,9 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$ в случае трекинга методом тонких линз.

Уменьшение величины D_{∞} во втором случае объясняется учетом эффектов пространственного заряда пучка: сил межпучкового взаимодействия в двух точках встречи пучков и сил пространственного заряда пучка.

Рассчитаны возможные потери частиц, составляющие $\Delta I/I(\infty) = 3 \cdot 10^{-13}$ для среднеквадратичного инварианта $E_{\text{rms}} = 1 \text{ мм} \cdot \text{мрад}$. Реально величина E_{rms} может быть значительно больше вследствие внутривпучкового рассеяния и других эффектов.

Следует отметить, что по описанной выше методике фактически рассчитывается среднее значение ДА; в работе [8] в качестве ДА рассматривалось значение, минимальное для данной конфигурации фазового пространства. Естественно, при первом подходе получаются значительно более оптимистичные значения ДА. Возникает вопрос, какой же из этих подходов правильный? Корректный ответ следующий: в присутствии сильной связи колебаний правилен пессимистический ответ, а в отсутствие связи — оптимистический ответ. Таким образом, для повышения ДА необходим правильный выбор рабочей точки (нельзя выбирать в точности равные значения бетатронных частот) и тщательная коррекция резонансов связи, вызываемых соленоидами и случайными поворотами квадрупольных линз.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Trubnikov G. V. et al.* Project of the Nuclotron-Based Ion Collider Facility (NICA) at JINR // RuPAC'10, Protvino, Russia, Sept. 2010. TUCHB02. 2010. P. 17.
2. *Kozlov O. et al.* Collider of the NICA Accelerator Complex: Optical Structure and Beam Dynamics // Proc. of Rus. Part. Accel. Conf. (RuPAC 2012), St. Petersburg, Russia, 2012. P. 278–280.
3. *Grote H., Schmidt F.* MAD-X — An Upgrade from MAD8. CERN-AB-2003-024 ABP.
4. *Herr W.* Particle Tracking with MAD-X Including LHC Beam–Beam Interactions. LHC Project Note 344. CERN, 2004.
5. *Forest E., McIntosh E., Schmidt F.* Introduction to the Polymorphic Tracking Code Fibre Bundles, Polymorphic Taylor Types and «Exact Tracking». CERN-SL-2002-044 (AP). KEK-Report 2002-3.
6. *Giovannozzi M., Scandale W., Todesco E.* Dynamic Aperture Extrapolation in the Presence of Tune Modulation // Phys. Rev. E. 1998. V. 57. P. 3432–3443.

7. *Giovannozzi M.* Proposed Scaling Law for Intensity Evolution in Hadron Storage Rings Based on Dynamic Aperture Variation with Time // *Phys. Rev. Special Topics «Accelerators and Beams»*. 2012. V. 15. P.024001.
8. *Bolshakov A. Ye., Zenkevich P. R.* Study of Dynamical Aperture of NICA Collider with Account of Magnetic Field Errors and Coulomb Effects // *Proc. of Rus. Part. Accel. Conf. (RuPAC 2012)*, St. Petersburg, Russia, 2012. P. 304–306.

Получено 22 января 2015 г.