

НАКОПИТЕЛИ ЭЛЕКТРОНОВ С УЛЬТРАМАЛЫМ ЭМИТТАНСОМ — ПРОБЛЕМЫ ОПТИКИ И ДИНАМИКИ ПУЧКА

*Г. Н. Баранов, А. В. Богомяков, К. Ю. Карюкина, Е. Б. Левичев¹,
П. А. Пиминов, С. В. Синяткин*

Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

Достижения последних лет в физике и технике релятивистских циклических ускорителей заряженных частиц позволяют проектировать накопители с эмиттансом, который ограничен дифракционным пределом синхротронного излучения ($\varepsilon \sim 10$ пм при критической длине волны излучения $\lambda_c \sim 1$ Å). Способы создания столь малого эмиттанса, варианты магнитной структуры, проблемы уменьшения динамической апертуры и энергетического акцептанса, а также возможные пути решения этих проблем обсуждаются в этой статье.

Recent progress in accelerators physics and technology gives a potential for design study of a storage ring with ultimately low emittance limited by the diffraction of synchrotron radiation ($\varepsilon \sim 10$ pm for the radiation wavelength of $\lambda_c \sim 1$ Å). In the paper we discuss approaches for the emittance minimization, lattice cell design and beam dynamic challenges associated with extremely low emittance.

PACS: 29.20.D-; 29.27.Bd

ВВЕДЕНИЕ

Предельно малый эмиттанс электронного пучка важен для источников синхротронного излучения (СИ) и накопителей-затухателей, формирующих пучки для линейных коллайдеров. Разработанный недавно метод встречи в e^+e^- -коллайдерах (Crab Waist), позволяющий значительно увеличить светимость, также требует пучки с малым фазовым объемом [1]. Современные источники СИ третьего поколения оперируют с эмиттансом $\varepsilon_x \sim 1-10$ нм при энергии $E = 2-7$ ГэВ [2].

Дальнейший прогресс источников яркого жесткого излучения традиционно связывался с рентгеновскими лазерами на свободных электронах (ЛСЭ), которые стали называть «четвертым поколением источников СИ» [3]. Однако впечатляющее развитие физики и техники циклических ускорителей в последнее десятилетие позволило приступить к реализации накопителей электронов — источников СИ с $\varepsilon_x = 150-350$ пм [4] — и даже разрабатывать концепции установок с $\varepsilon_{x,y} = 10-50$ пм [5].

В статье обсуждаются вопросы уменьшения эмиттанса в накопителе частиц и проблемы, которые при этом возникают; предлагаются способы решения этих проблем.

¹E-mail: levichev@inp.nsk.su

1. УМЕНЬШЕНИЕ ЭМИТТАНСА ПУЧКА В НАКОПИТЕЛЕ

Горизонтальный эмиттанс пучка релятивистских электронов в накопителе, определяемый СИ, записывается как

$$\varepsilon_x = C_q \frac{\gamma^2 I_5}{J_x I_2} = C_q \frac{\gamma^2 \oint H(s)/|\rho|^3 ds}{\oint 1/\rho^2 ds}, \quad H = \gamma_x^2 \eta_x^2 + 2\alpha_x \eta_x \eta'_x + \beta_x^2 \eta_x'^2, \quad (1)$$

где $C_q = 3,84 \cdot 10^{-13}$ м, γ — релятивистский фактор; J_x — декремент затухания бетатронных колебаний; ρ — радиус кривизны орбиты; $\alpha_x, \beta_x, \gamma_x$ — параметры Твисса; η_x — дисперсионная функция. Популярный метод уменьшения эмиттанса заключается в минимизации интеграла функции $H(s)$ путем оптимизации поведения оптических функций в поворотных магнитах [6]. Для изомагнитной структуры с одинаковыми диполями, каждый из которых поворачивает пучок на угол θ , минимальный эмиттанс может быть записан как

$$\varepsilon_{x \min} = C_q \gamma^2 F \theta^3 / J_x, \quad (2)$$

где коэффициент F зависит от типа магнитной ячейки [7] и имеет наименьшее значение: $F = (12\sqrt{15})^{-1}$, когда горизонтальная бетатронная и дисперсионная функции достигают в центре диполя минимума, зависящего от угла поворота и длины магнита. Ячейка, построенная на таком магните, получила название ТМЕ (Theoretical Minimum Emittance) [8] и изображена на рис. 3, а. Недостатком ТМЕ, которая является основой для накопителей с ультрамалым эмиттансом, является ненулевая дисперсионная функция η_x . Между тем прямолинейные промежутки с нулевой дисперсией желательны (а иногда необходимы) для установки ондуляторов, вигглеров, ускоряющих резонаторов и другого оборудования. Поэтому несколько ячеек типа ТМЕ обрамляются участками, зануляющими η_x в промежутке. Такую структуру, получившую название МВА (Multiple Bend Achromat), впервые предложил Д. Айнфельд для источника СИ с эмиттансом, ограниченным дифракцией [9].

Дальнейшее уменьшение эмиттанса возможно, если в поворотные магниты ввести продольный градиент магнитного поля [10]. Теперь в (1) минимизируется не функция $H(s)$, а отношение радиационного интеграла I_5 , ответственного за квантовое возбуждение эмиттанса, к интегралу I_2 , определяющему затухание пучка, и вариация радиуса поворота вдоль магнита дает дополнительные возможности для оптимизации. Для определенности будем рассматривать магнит, у которого центр по длине является точкой зеркальной симметрии для магнитного поля и структурных функций, как это имеет место в магните ТМЕ. Поскольку β_x и η_x минимальны в центре магнита и растут к его краям вместе с $H(s)$, для компенсации этого роста в (2) необходимо, чтобы радиус кривизны в центре магнита тоже был минимален и рос к его краям.

Численная оптимизация показывает, что для получения минимального эмиттанса в магните с продольным градиентом поля рост радиуса поворота от центра магнита к краям должен, с хорошей точностью, подчиняться простому линейному закону. Или, что то же самое, магнитное поле должно иметь максимум в центре диполя и спадать к его краям по гиперболе (рис. 1). Решение уравнения движения частицы и минимизация эмиттанса для такой модели поля могут быть проведены, ввиду сложных выкладок, только с использованием компьютерных программ аналитических вычислений (например, Mathematica 10.0) и приводят к весьма громоздким формулам. Однако оказывается, что если разложить выражение минимального эмиттанса в ряд по параметру $y = \ln(B(c)/B(s))$,

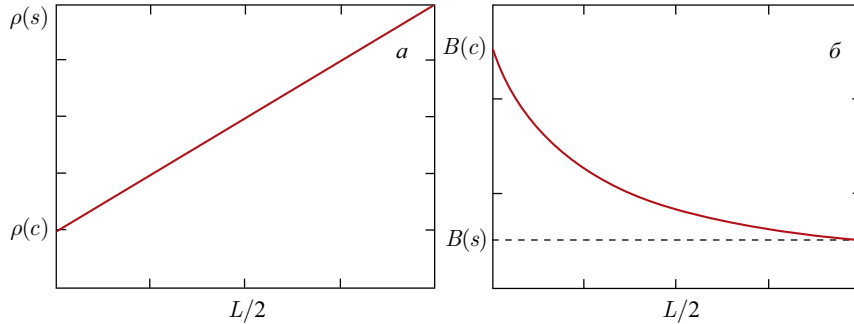


Рис. 1. Радиус поворота $\rho(s)$ (а) и магнитное поле $B(s)$ (б) вдоль длины магнита с продольным градиентом. Начало координат соответствует центру магнита

где $B(c)$ и $B(s)$ — значение поля в центре и на краю магнита (см. рис. 1), то получается очень простое выражение [12]

$$\varepsilon_{LR \min} \approx \varepsilon_{xu \min} \left(1 - \frac{9y}{16} + \dots \right), \tag{3}$$

где $\varepsilon_{LR \min}$ — минимальный эмиттанс для магнита с линейным ростом радиуса орбиты (Linear Radius Ramp), а $\varepsilon_{xu \min}$ — минимальный эмиттанс (2) для магнита ТМЕ с однородным полем $B(u) = B(c)$ при условии, что угол поворота θ равен для обоих магнитов. Формула (3) показывает, что магнит с гиперболическим спадом поля позволяет получить эмиттанс тем меньше (по сравнению с однородным магнитом), чем больше отношение $B(c)/B(s)$. Максимальное поле $B(c)$ для современного сверхпроводящего диполя с разумной апертурой ограничено, по-видимому, значениями $B(c) \sim 10$ Тл [13]. Может показаться, что мы вольны сделать $B(s)$ предельно малым и тем самым получить эмиттанс значительно меньше, чем для однородного магнита. Однако для фиксированных θ и $B(c)$ это приводит к неизбежному увеличению длины поворотного магнита. Расчет показывает, что уменьшение эмиттанса в n раз, по сравнению с однородным полем, примерно в n раз увеличивает и длину неоднородного магнита. При этом, во-первых, усложняется изготовление диполя (особенно сверхпроводящего), а во-вторых, рост длины ячейки структуры может привести к тому, что ее окажется выгодным заменить на две с простым в изготовлении однородным магнитом ТМЕ и получить эмиттанс в $2^3 = 8$ раз меньше, чем для одной ячейки. Тем не менее и расчеты, и моделирование показывают, что, используя магниты с продольным градиентом поля, вполне реально уменьшить эмиттанс электронного пучка в $\sim 3-5$ раз по сравнению с однородными магнитами при прочих разумных характеристиках накопительного кольца. Магниты с вариацией радиуса поворота впервые планируется установить на модернизированный источник СИ ESRF-II в Гренобле [14].

Следует упомянуть, что и поперечный градиент поля в магните $K = G/B\rho$ может уменьшать эмиттанс по сравнению с однородным полем:

$$\varepsilon_{xg \min} \approx \varepsilon_{xu \min} \left(1 - \frac{3(1 + K \cdot \rho^2)\theta^2}{70} + \dots \right),$$

однако для реалистичных структур при $\theta \ll 1$ соответствующий вклад весьма мал. Для магнита с поперечным градиентом, скорее, можно говорить об уменьшении эмиттанса за

счет увеличения декремента затухания горизонтальных бетатронных колебаний $J_x > 1$, что впервые было предложено Г. Виньолой в [15]. При этом, однако, уменьшается декремент затухания продольных колебаний $J_E < 2$, что приводит к увеличению энергетического разброса и удлинению сгустка, как правило, нежелательному.

Еще один способ уменьшения эмиттанса в накопителе электронов заключается в постановке периодических дипольных магнитов-вигглеров (wigglers), увеличивающих радиационный интеграл в знаменателе (1)

$$I_2 = \oint \frac{ds}{\rho^2} = \oint_m \frac{ds}{\rho^2} + \oint_w \frac{ds}{\rho^2} = I_{2m} + I_{2w},$$

где разделено интегрирование по магнитам кольца (m) и магнитам вигглера (w). Однако вигглеры модифицируют не только второй интеграл, но и пятый $I_5 = I_{5m} + I_{5w}$ так, что относительное изменение эмиттанса равно

$$\frac{\varepsilon_{xw}}{\varepsilon_{x0}} = \frac{1 + I_{5w}/I_{5m}}{1 + I_{2w}/I_{2m}}. \quad (4)$$

Если вертикальное поле меняется вдоль оси вигглера z периодическим образом

$$B_y = B_w \cos(z \cdot 2\pi/\lambda_w),$$

где λ_w — длина периода вигглера, то отношение (4) можно записать в виде

$$\frac{\varepsilon_{xw}}{\varepsilon_{x0}} \approx \frac{1 + h_w^5 N_w \lambda_w^3 \bar{\beta}_x / (15\pi^3 I_{5m})}{1 + h_w^2 N_w \lambda_w / (2I_{2w})}, \quad (5)$$

где N_w — число периодов вигглера; $\bar{\beta}_x$ — среднее значение горизонтальной бетатронной функции на длине вигглера, а $h_w = B_w/B\rho$ — кривизна орбиты, соответствующая амплитуде поля. При выводе (5) собственная дисперсионная функция промежутка вигглера бралась равной нулю; отличие дисперсии от нуля приводит к увеличению результирующего эмиттанса. Характерное поведение (5) в зависимости от максимального поля вигглера для трех значений периода показано на рис. 2.

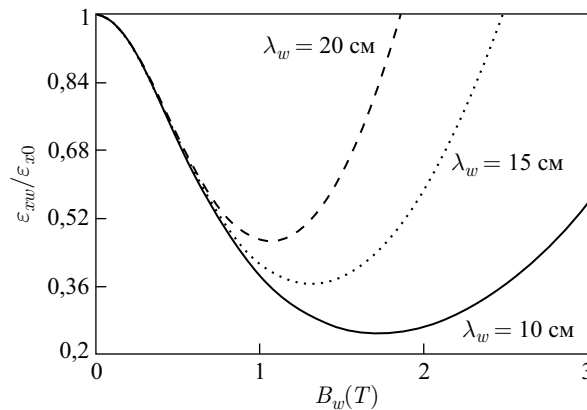


Рис. 2. Изменение эмиттанса накопителя электронов из-за постановки вигглеров

График на рис. 2 позволяет сделать следующие выводы:

- при фиксированном периоде есть такое значение амплитуды поля вигглера, при которой результирующий эмиттанс минимален. Увеличение амплитуды приводит к росту эмиттанса;

- чем меньше период и больше поле, тем меньше результирующий эмиттанс. К сожалению, это условие противоречиво, так как для вигглера с межполюсным зазором g максимальное поле и период связаны соотношением $B_w \propto \exp(-\pi \cdot g/\lambda_w)$ [17].

В числителе (5) входит среднее по длине вигглера значение бетатронной функции $\bar{\beta}_x$. Условие минимизации $\bar{\beta}_x$ накладывает определенные требования на оптику промежутка для вигглера. Так, например, если вигглеры ставятся между линзами распространенной структуры FODO с длиной ячейки L_{FODO} , минимум $\bar{\beta}_x$ достигается при набеге фазы на ячейку $\mu_{x \text{ min}} \approx 101^\circ$; при этом $\bar{\beta}_{x \text{ min}} = \sqrt{2/3}L_{\text{FODO}}$ [18].

В источнике СИ PETRA III двадцать вигглеров на постоянных магнитах длиной 4 м каждый, разработанных и изготовленных в ИЯФ СО РАН [19], уменьшают горизонтальный эмиттанс в четыре раза до рекордного для такой энергии (6 ГэВ) значения $1 \text{ нм} \cdot \text{рад}$ [20].

2. ПРОБЛЕМЫ ПОЛУЧЕНИЯ МАЛОГО ЭМИТТАНСА

Получение ультрамалого эмиттанса наталкивается на большие трудности физического и технического плана. К физическим проблемам можно отнести сложность оптимизации структурных функций для получения эмиттанса, близкого к (2), уменьшение динамической апертуры (ДА) из-за очень жесткой фокусировки, рост интенсивности внутрисгусткового рассеяния и т. п. К техническим сложностям относятся получение предельно больших градиентов квадрупольных ($B' \sim 100 \text{ Тл/м}$) и секступольных ($B'' \sim 5000 \text{ Тл/м}^2$) линз, достижение высокого вакуума в малоапертурной камере и эффективная инжекция в малую ДА. Ввиду ограничения объема статьи мы обсудим одну, но ключевую проблему уменьшения области устойчивого движения частиц в накопителе с малым эмиттансом.

Получение ультрамалого эмиттанса требует очень жесткой фокусировки, приводящей к большому натуральному хроматизму, который компенсируется сильными секступольными линзами, которые уменьшают ДА. В качестве примера можно привести один из вариантов модернизации источника СИ SPring-8 (Япония), где при $E = 6 \text{ ГэВ}$ и $\varepsilon_x \approx 70 \text{ пм} \cdot \text{рад}$ характерная апертура $A_x \times A_y \approx \pm 2 \times \pm 1 \text{ мм}$, а градиент секступольных линз достигает значения $B'' = 13000 \text{ Тл/м}^2$ [21].

ДА уменьшается из-за действия секступольных резонансов. Резонансы первого порядка возмущения $\nu_x = n$, $3\nu_x = n$ и $\nu_x \pm 2\nu_y = n$ неустойчивы, и сепаратриса резонанса определяет максимальный размер апертуры. Однако вдали от основного резонанса ДА меньше, чем ее оценка из размера сепаратрисы, поскольку резонансы высоких порядков (несмотря на то, что каждый резонанс в отдельности устойчив), перекрываясь, образуют стохастический слой, уменьшающий апертуру.

Если накопительное кольцо состоит из одинаковых компактных ячеек периодичности (так, что набег бетатронной фазы между секступольными линзами внутри ячейки мал), то в приближении изолированного резонанса можно найти следующие масштабные оценки

для ДА кольца $A_{x,y}$ и интегральной силы секступолей $(k_2l)_{x,y}$ [22]:

$$\varepsilon_x \propto \theta^3, \quad A_{x,y} \propto \frac{\sqrt{\varepsilon_x}}{\xi_{x,y}} \propto \sqrt{\theta^3}, \quad (k_2l)_{x,y} \propto \frac{\xi_{x,y}}{\sqrt{\varepsilon_x}} \propto \frac{1}{\sqrt{\theta^3}}, \quad (6)$$

где $\xi_{x,y}$ — хроматизм ячейки периодичности. Вычислить коэффициенты пропорциональности в (6) можно только вблизи сильного основного резонанса, воспользовавшись гармоническим представлением гамильтониана секступольного возмущения [23]. Однако моделирование нелинейного движения показывает, что скейлинг (6) выполняется и вдали от главных секступольных резонансов, по-видимому, потому, что резонансы высокого порядка есть результат взаимодействия гармоник низкого порядка и масштабные свойства низкого порядка распространяются на высокие.

Таким образом, оценка (6) показывает, что уменьшение эмиттанса и рост натурального хроматизма неизбежно ведут к увеличению секступольного возмущения и падению ДА. Если отказаться от компактности структурной ячейки, добавить несколько квадрупольных и секступольных линз, то можно, за счет выбора набега бетатронных фаз, попытаться уменьшить существенные гармоники возмущения и увеличить апертуру. Платой за это, однако, будет увеличившийся размер кольца.

3. НАКОПИТЕЛЬ С ПРЕДЕЛЬНО МАЛЫМ ЭМИТТАНСОМ И БОЛЬШОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ АПЕРТУРОЙ

Альтернативный подход, предложенный в [22], заключается в организации секступольных линз в пары, разделенные «минус-единичным» ($-I$) оптическим преобразованием по обеим поперечным координатам. При этом, как известно, в случае модели «тонких» (дельта-функция) секступольных линз все геометрические аберрации пары взаимно уничтожаются [24] и ДА равна бесконечности. Для линз с реальной длиной исчезают только секступольные аберрации, а более высокие (начиная с третьего порядка) остаются [25]. Однако и в этом случае динамическая апертура существенно увеличивается.

Можно показать, что в «обычной» ТМЕ-ячейке (рис. 3, а) невозможно одновременно получить эмиттанс, близкий к минимальному (2), и условия для получения $-I$ -преобразования по двум координатам одновременно. Это, однако, можно сделать, если разделить дипольный магнит пополам и между половинками поставить еще одну квадрупольную линзу ($Q1$ на рис. 3, б). Такая структура ТМЕ с разрезным магнитом (SM-TME, Split Magnet TME) по-прежнему компактна, позволяет приблизиться к предельному значению эмиттанса (2) и использует всего два семейства секступольных линз, организованных попарно (преобразованием $-I$ внутри пары) и обеспечивающих большую ДА.

Пример использования SM-TME можно найти в проекте реконструкции источника СИ второго поколения ANKA [26], где с помощью этой ячейки удалось получить эмиттанс $\varepsilon_x = 8$ нм (вместо первоначальных 83 нм) при том же размере кольца ($L = 110$ м), большой динамической апертуре и энергетическом акцептансе $\Delta E/E_0 = \pm 6\%$.

Другим примером является концептуальный проект источника СИ с энергией $E = 3$ ГэВ и ультрамалым эмиттансом $\varepsilon_x = 10$ пм, равным дифракционному $\varepsilon_r = \lambda/4\pi$

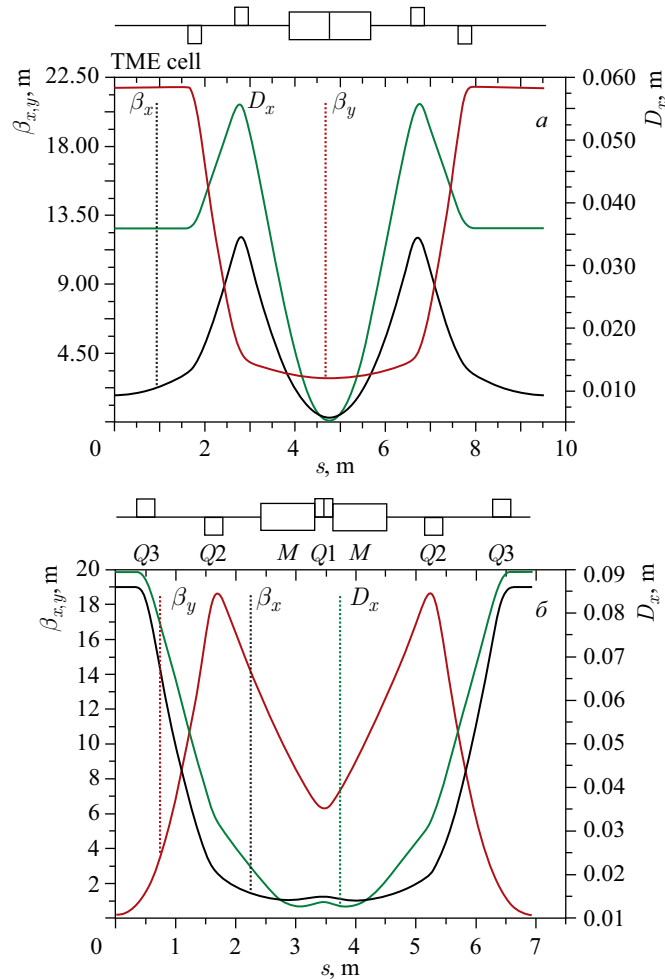


Рис. 3. Ячейка TME (а) и ячейка SM-TME с разрезным магнитом (б)

($\lambda \approx 1 \text{ \AA}$) [22]. Базовым элементом структуры является суперпериод, состоящий из пяти ячеек (5BA) типа SM-TME (рис. 4).

Суперпериод содержит по две пары горизонтальных и вертикальных секступолей с преобразованием $-I$, компенсирующих хроматизм. Суперпериоды соединяются прямыми промежутками с нулевой дисперсией для постановки ондуляторов и вигглеров (общая длина участка ~ 20 м). В таблице приведены основные параметры накопителя-источника СИ. Максимальное значение квадрупольного градиента умеренно: $B'_{\max} = 30$ Тл/м, максимальный секступольный градиент $B''_{\max} = 5000$ Тл/м² (при длине 30 см) технически реализуем при разумной межполюсной апертуре ~ 30 мм.

ДА, полученная с помощью численного моделирования и приведенная на рис. 5, а, сравнима с апертурой обычных источников СИ третьего поколения.

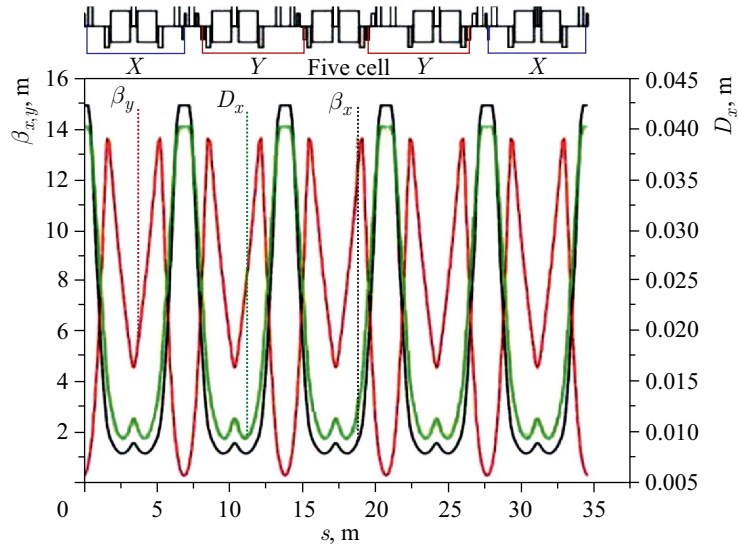


Рис. 4. Суперпериод структуры с ультрамалым эмиттансом на основе пяти ячеек (5BA) SM-TME. Пары горизонтальных и вертикальных секступольных линз обозначены X и Y соответственно

Основные параметры ячейки периодичности SM-TME, суперпериода (СП) и кольца источника СИ с ультрамалым эмиттансом

Параметр	SM-TME	СП	Кольцо (45СП)
Длина, м	6,9	54	2430
Набег бетатрон. фазы $\mu_{x,y}/2\pi$	0,5/0,5	3,463/3,418	155,85/153,82
Эмиттанс ε_x , пм	10,48	10,48	10,13
Время затухания τ_x/τ_E , мс	0,49/0,25	0,74/0,37	0,74/0,37
Разброс энергий $\sigma_E/E \times 10^4$	2,5	2,5	2,5
Натуральный хроматизм ξ_x/ξ_y	-1,05/-1,57	-7,05/-9,76	-317,24/-439,40

На рис. 5, б цветом показан размер горизонтальной ДА на плоскости бетатронных частот суперпериода. Интересно отметить, что области уменьшения апертуры (синий цвет в электронной версии, темно-серый в печатной) соответствуют бетатронным резонансам четвертого порядка; главные секступольные резонансы третьего порядка подавлены условиями преобразования $-I$ и не наблюдаются.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрена принципиальная возможность разработки и создания накопителя электронов с ультрамалым эмиттансом, обсуждаются различные способы уменьшения эмиттанса и проблемы динамики пучка, связанные с этим. Описана ячейка магнитной структуры, позволяющая получить малый эмиттанс при большой динамической апертуре. В качестве примера приведен проект источника СИ с эмиттансом $\varepsilon_x = 10$ пм.

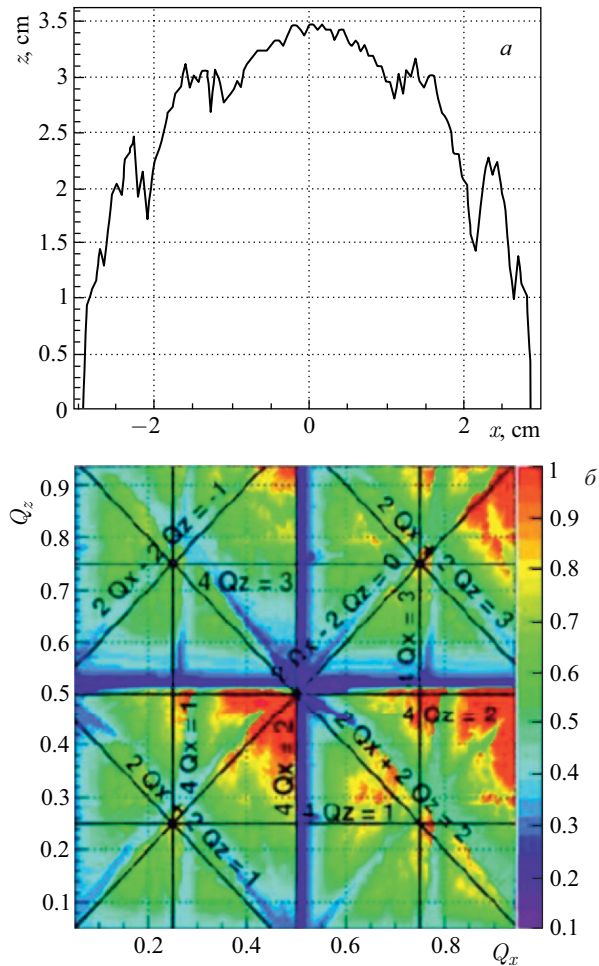


Рис. 5 (цветной в электронной версии). а) ДА источника СИ с ультрамалым эмиттансом $\varepsilon_x = 10$ пм ($\beta_{x,y} = 10$ м в точке наблюдения). б) Зависимость горизонтальной ДА от дробной части набега бетатронных частот на одном суперпериоде. Цветовая шкала показывает размер апертуры

Исследование магнита с продольным градиентом поля (разд.1) выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-50-00080).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Raimondi P.* // 2nd SuperB Workshop, LNF, Frascati, March 2006;
Raimondi P., Zobov M. DAΦNE Techn. Note G-58. 2003;
Shatilov D., Zobov M. // ICFA BDN. 2005. V. 37. P. 99–109.
2. *Bilderback D. et al.* Review of Third and Next Generation Light Sources // J. Phys. B. At. Mol. Opt. Phys. 2005. V. 38, No. 9. P. 773–797.
3. *Pellegrini C.* Is the X-Ray FEL the 4th Generation Light Source? LCLS-TN-98-3. 1998. P. 84–87.

4. *Tarawneh H. et al.* MAX-IV Lattice, Dynamics Properties and Magnet System // Nucl. Instr. Meth. A. 2003. V. 508. P. 480;
Farvacque L. et al. A Low-Emittance Lattice for the ESRF // Proc. of IPAC2013, Shanghai, China, 2013. P. 79–81.
5. *Bartolini R.* Review of Lattice Design for Low Emittance Rings // Beam Dyn. Newslett. 2012. No. 57. P. 13.
6. *Korchuganov V. N. et al.* Optimization of Parameters of a Dedicated Synchrotron Radiation Source for Technology // Nucl. Instr. Meth. 1983. V. 208. P. 11–18.
7. *Wiedemann H.* Low Emittance Storage Ring Design // Frontiers of Particle Beams Lecture Notes in Phys. 1988. V. 296. P. 390–439.
8. *Kamiya Y., Kihara M.* On the Design Guideline for the Low Emittance Synchrotron Light Source. KEK 83-16. 1983.
9. *Einfeld D. et al.* Design of a Diffraction Limited Light Source // Proc. of the PAC1995. 1996. V. 177.
10. *Tanaka H., Ando A.* // Nucl. Instr. Meth. A. 1996. V. 369. P. 312;
Nagaoka R., Wrulich A. F. // Nucl. Instr. Meth. A. 2007. V. 575. P. 292.
11. <http://www.wolfram.com>
12. *Baranov G., Levichev E., Sinyatkin S.* arXiv:1504.01038.
13. *Antokhin E. I. et al.* // Nucl. Instr. Meth. A. 2007. V. 575. P. 1–6.
14. *Revol J.-L. et al.* ESRF Upgrade Phase II Status // Proc. of IPAC2014, Dresden, Germany, 2014. P. 209–212.
15. *Vignola G.* The Use of Gradient Magnets in Low Emittance Electron Storage Rings // SRI Conf., Stanford, California, 29 July–2 August, 1985. BNL 36867. 1985.
16. *Tischer M. et al.* Status of the PETRA III Damping Wigglers // Proc. of EPAC'06, Edinburgh, UK, June 26–30, 2006. P. 3565–3567.
17. *Halbach K.* // J. Phys. 1983. V. 44, Colloque C1. Suppl. to #2. P. C1.
18. *Bogomyakov A., Karyukina K., Levichev E.* // Proc. of IPAC2014, Dresden, Germany, 2014. P. 2038–2040.
19. PETRA III Technical Design Report. 2004.
20. *Tischer M. et al.* Damping Wigglers for the PETRA-III Light Source // PAC '05, Knoxville, 2005. P. 2446–2448.
21. *Shimosaki Y., Soutome K.* Lattice Design of a Very Low Emittance Storage Ring for the SPring-8 Upgrade Plan // Beam Dyn. Newslett. 2012. No. 57. P. 35.
22. *Bogomyagkov A., Levichev E., Piminov P.* Low Emittance Lattice Cell with Large Dynamic Aperture. arXiv:1405.7501.
23. *Levichev E., Sajaev V.* Nonlinear Phase Space Study in a Low Emittance Light Source Using Harmonic Approximation // Part. Accel. 1997. V. 56. P. 161–180;
Levichev E., Kvardakov V. Nonlinear Characteristics of the TME Cell // Proc. of EPAC06, Edinburgh, 2002.
24. *Brown K. L.* // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1979. V. 26. P. 3490.
25. *Bogomyagkov A. et al.* Effect of the Sextupole Finite Length on Dynamic Aperture in the Collider Final Focus. arXiv:0909.4872.
26. *Papash A. et al.* An Ultra-Low Emittance Model for the ANKA Synchrotron Radiation Source // IPAC 2014, Dresden, Germany. P. 228–230.