

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ ЧАСТИЦ ДИРАКА В СИНГУЛЯРНОМ ФОНОВОМ ПОЛЕ В РАМКАХ ПОДХОДА СИМАНЗИКА

*Ю. М. Письмак*¹

Санкт-Петербургский государственный университет, Петродворец, Санкт-Петербург, Россия

Подход Симанзика к моделированию взаимодействия квантованного поля с пространственно-временными неоднородностями используется для задач о взаимодействии полей квантовой электродинамики с материальными макрообъектами. Кратко рассмотрены результаты, полученные в моделях с черн-саймоновским взаимодействием фотонного поля с двумерным материалом. В модели взаимодействия спинорного поля с однородной изотропной материальной плоскостью, построенной в рамках подхода Симанзика, рассматриваются связанные состояния. Для локализованной вблизи плоскости дираковской частицы проводится анализ дисперсионного соотношения и выражений для тока, заряда и скалярной плотности. Особое внимание уделяется связанным состояниям с безмассовым законом дисперсии. Представленные методы моделирования могут найти приложение к широкому классу явлений, возникающих при взаимодействии квантованных полей с протяженными материальными структурами.

The problem of interaction of the fields of quantum electrodynamics with material macroobject is considered by employing the Symanzik approach on modeling the interaction of quantum field with space–time inhomogeneities. Results obtained in the models with Chern–Simons interaction of photon field with 2-dimensional material are briefly reviewed. In the model of interaction of spinor field with homogeneous isotropic material plane constructed in the framework of Symanzik approach, the bound states are considered. For Dirac particle localized near plane the dispersion relation and the expressions for current, charge and density are analyzed. The bound states with massless dispersion law are considered. The presented methods of modeling can find application to a wide class of phenomena emerging from the interaction of quantum fields with extended material structures.

PACS: 11.10.Ef; 11.10.St; 11.15.Ус; 11.30.Еr; 12.20.Ds

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что взаимодействие квантованных полей с протяженными материальными телами может существенно изменить свойства вакуума и быть причиной явлений, которые необычны с точки зрения классической физики и не могут быть объяснены в рамках нерелятивистских квантово-механических моделей.

Первый теоретический подход к исследованию таких проблем был предложен в 1948 г. Казимиром [1]. Он показал, что флуктуации квантового вакуума вызывают притяжение между идеально проводящими пластинами плоского незаряженного конденсатора.

¹E-mail: ypismak@gmail.com

Это явление, называемое эффектом Казимира (ЭК), наблюдается экспериментально [2] и с высокой степенью точности, эмпирические результаты, полученные для материалов с высокой проводимостью, согласуются с теоретическими [3].

Типичные для ЭК расстояния от 10 до 1000 нм можно рассматривать как область перехода между классической и квантовой физикой. Их комбинация порождает особые нанofизические явления, исследование которых представляет не только теоретический интерес. Понимание их особенностей важно также для разработки новых технологий и технических устройств в связи с растущей тенденцией к их миниатюризации.

В модели квантовой теории поля, предложенной Казимиром, описание влияния пластин конденсатора на флуктуации вакуума представлено наложенным на поле граничным условием. Другая возможность моделирования взаимодействия квантованных полей с внешней материальной средой заключается в модификации функционала действия с учетом наиболее существенных особенностей этого взаимодействия и общих принципов квантовой теории поля. Для описания квантово-полевой системы в неоднородном пространстве-времени этот метод использовал Симанзик [4]. Для рассматриваемого класса задач он предложил модифицировать действие соответствующей модели в однородном пространстве-времени добавкой дополнительного слагаемого (действия дефекта), характеризующего основные особенности исследуемой системы.

Этот подход был использован для моделирования взаимодействия полей квантовой электродинамики (КЭД) с двумерными материалами [5–11]. Мы обсудим представленные в этих работах результаты (более подробно, полученные для связанных состояний частиц Дирака) и перспективу дальнейших исследований взаимодействия квантованных полей с внешней материальной средой.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОЛЕЙ КЭД С ДВУМЕРНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Хотя теоретические исследования ЭК проводятся во многих работах [3, 12], в них часто используют упрощенные модели, игнорируя специфику КЭД. Такие модели не подходят для всестороннего описания широкого спектра нанofизических явлений, возникающих в системе в результате взаимодействия ее квантовых степеней свободы с протяженным объектом (классическим дефектом), который характеризуется его формой и материалом. В рамках подхода Симанзика функционал действия, описывающий взаимодействие квантованного поля с материальным объектом (дефектом), может быть представлен в виде

$$S(\varphi) = S_V(\varphi) + S_{\text{def}}(\varphi).$$

Здесь S_V — функционал действия базисной квантово-полевой модели и S_{def} — действие дефекта:

$$S_V(\varphi) = \int L(\varphi(x)) d^D x, \quad S_{\text{def}}(\varphi) = \int_{\Gamma} L_{\text{def}}(\varphi(x)) d^{D'} x,$$

где Γ — подпространство размерности $D' \leq D$ в D -мерном пространстве [4]. В КЭД действие $S_V(\varphi) = S(\vec{\psi}, \psi, A)$ является функционалом фотонного векторного поля $A_\mu(x)$

и спинорных полей Дирака $\bar{\psi}(x), \psi(x)$:

$$S(\bar{\psi}, \psi, A) = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\hat{\partial} - m + ie\hat{A})\psi, \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.$$

Калибровочная инвариантность, локальность и ренормируемость, как базисные принципы КЭД, накладывают сильные ограничения на возможный вид действия дефекта $S_{\text{def}}(\varphi)$. Если их принять во внимание при моделировании взаимодействия полей КЭД с двумерной поверхностью без зарядов и токов, получается следующий результат. Для поверхности, которая определяется уравнением $\Phi(x) = 0$, $x = (x^0, x^1, x^2, x^3)$, действие дефекта является суммой $S_{\text{def}}(\varphi) = S_{\text{def}}(A, \Phi) + S_{\text{def}}(\bar{\psi}, \psi, \Phi) + S_{\text{def}}(\Phi)$, где $S_{\text{def}}(A)$ — действие Черна-Саймонса

$$S_{\text{def}}(A) = \frac{a}{2} \int \varepsilon^{\lambda\mu\nu\rho} \partial_\lambda \Phi(x) A_\mu(x) F_{\nu\rho}(x) \delta(\Phi(x)) d^4x,$$

содержащее полностью антисимметричный тензор $\varepsilon^{\lambda\mu\nu\rho}$ ($\varepsilon^{0123} = 1$) и безразмерную константу взаимодействия a . Это выражение является наиболее общей формой калибровочно-инвариантного функционала поля A_μ , сосредоточенного на поверхности дефекта, инвариантного относительно его репараметризации и не содержащего параметров с отрицательной размерностью.

Наиболее общая форма действия спинорного дефекта $S_{\text{def}}(\bar{\psi}, \psi)$ записывается в виде

$$S_{\text{def}}(\bar{\psi}, \psi) = \sum_{j=1}^{16} \int \alpha_j \bar{\psi}(x) \Gamma_j \psi(x) \delta(\Phi(x)) d^4x,$$

где Γ_j — 16 базисных матриц Дирака и α_j — безразмерные константы взаимодействия. Действие дефекта $S_{\text{def}}(\Phi)$ не зависит от полей КЭД и необходимо для сокращения ультрафиолетовых расходимостей в ренормированной плотности энергии Казимира.

В модели с черн-саймоновским действием дефекта для двух параллельных материальных плоскостей вычисления пропагатора поля фотонов и силы Казимира проведены в [5]. Из этих результатов, в частности, следует, что для равных констант связи $a_1 = a_2 = a$ взаимодействия плоскостей с фотонным полем сила Казимира — четная функция от a и равна нулю при $|a| = a_0 \sim 1,03246$. Она является притягивающей при $|a| > a_0$ и отталкивающей при $|a| < a_0$. Было также показано, что взаимодействие точечного электрического заряда с материальной плоскостью создает дополнительное эффективное поле зеркального заряда и поле магнитного монополя, помещенного в зеркальную точку. Взаимодействие плоскости с текущим параллельно ей электрическим током создает дополнительное магнитное поле зеркального тока, а также электрическое поле однородно заряженной зеркальной линии. Потенциал Казимира–Полдера, описывающий взаимодействие атома с плоскостью, также был рассчитан в модели с черн-саймоновским действием дефекта [7] фотонного поля. Процессы распространения плоской электромагнитной волны в трехслойной материальной среде с двумя параллельными плоскими границами изучены в модели с черн-саймоновским действием дефекта [9]. Характеристики процессов рассеяния выражены в явном виде в терминах параметров модели и показано, что главным эффектом взаимодействия границ с электромагнитной волной является изменение ее поляризации.

Взаимодействие спинорного поля Дирака с материальной плоскостью рассматривается в [6, 10, 11]. В этом случае для плоскости $x^3 = 0$ чисто спинорный вклад в действие имеет вид

$$S(\bar{\psi}, \psi) = \int \bar{\psi}(x)(i\hat{\partial} - m + Q\delta(x^3))\psi(x) dx \quad (1)$$

с безразмерной матрицей Q , описывающей взаимодействие поля Дирака с плоскостью дефекта.

Для изотропной однородной плоскости матрицу Q в наиболее общем случае можно представить в виде

$$Q = r_1 \mathbf{1} + i r_2 \gamma_5 + r_3 \gamma_3 + r_4 \gamma_5 \gamma_3 + r_5 \gamma_0 + r_6 \gamma_5 \gamma_0 + i r_7 \gamma_0 \gamma_3 + i r_8 \gamma_1 \gamma_2, \quad (2)$$

где $\mathbf{1}$ — единичная 4×4 матрица, $i = \sqrt{-1}$, γ^j , $j = 0, 1, 2, 3$ — матрицы Дирака и $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$. Из предположения $\bar{\psi}(x) = \psi^*(x)\gamma_0$ и уравнений Эйлера–Лагранжа

$$(i\hat{\partial} - m + Q\delta(x^3))\psi(x) = 0, \quad \partial_\mu \bar{\psi}(x)\gamma^\mu + \bar{\psi}(x)(m - Q\delta(x^3)) = 0 \quad (3)$$

следует, что $\gamma_0 Q^+ \gamma_0 = Q$. Это условие выполнено, если все параметры r_j , $1 \leq j \leq 8$ вещественны. В дальнейшем это предполагается. В [10] показано, что решение модифицированного уравнения Дирака (3) может быть представлено спинорами $\psi_-(x)$ при $x^3 < 0$ и $\psi_+(x)$ при $x^3 > 0$, которые удовлетворяют уравнению Дирака $(i\hat{\partial} - m)\psi_\pm(x) = 0$ при $x^3 \neq 0$ и граничному условию $\lim_{x^3 \rightarrow -0} \psi_-(x) = S \lim_{x^3 \rightarrow +0} \psi_+(x)$ с матрицей $S = (1 - i\gamma^3 Q/2)^{-1}(1 + i\gamma^3 Q/2)$.

Используя обозначения $\bar{x} = (x^0, x^1, x^2)$, $\bar{p} = (p^0, p^1, p^2)$, $\overline{p\bar{x}} = p^0 x^0 - p^1 x^1 - p^2 x^2$, $\hat{p} = \overline{p\bar{x}}$, можно представить спиноры $\psi_\pm(x)$ в виде

$$\psi_\pm(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{i\overline{p\bar{x}}} \left(e^{i\kappa(\bar{p})x^3} P^+(\bar{p}) + e^{-i\kappa(\bar{p})x^3} P^-(\bar{p}) \right) \chi_\pm(\bar{p}) d\bar{p},$$

$$P^\pm(\bar{p}) = \frac{1}{2} \left(\mathbf{1} \pm \frac{\gamma^3(\hat{p} + m)}{\kappa(\bar{p})} \right),$$

где $\kappa(\bar{p}) = \sqrt{\bar{p}^2 - m^2}$ и $\chi_\pm(\bar{p})$ — это спиноры, удовлетворяющие соотношению $\chi_- = S\chi_+$, следующему из граничных условий. Если $\bar{p}^2 > m^2$, то $\kappa(\bar{p})$ положительно и спиноры $\psi_\pm(x)$ описывают процессы рассеяния дираковской частицы на плоскости. Для случая $r_5 = r_6 = f_7 = r_8 = 0$ они рассматривались в [10], и выражения для спиноров $\chi_\pm(\bar{p})$ получены в явном виде.

Если $\bar{p}^2 - m^2 < 0$, мы определяем $\kappa(\bar{p})$ соотношением $\kappa(\bar{p}) = i|\kappa(\bar{p})|$. В этом случае $P^+(\bar{p})\chi_-(\bar{p}) = P^-(\bar{p})\chi_+(\bar{p}) = 0$, так как $\psi_\pm(x)$ должны быть конечны для $x^3 \rightarrow \pm\infty$, и спиноры $\psi_\pm(x)$ описывают локализованное вблизи плоскости $x^3 = 0$ состояние, которое мы рассматриваем как связанное. Матрицы $P^\pm(\bar{p})$ являются проекторами: $P^\pm(\bar{p})P^\pm(\bar{p}) = P^\pm(\bar{p})$, $P^+(\bar{p}) + P^-(\bar{p}) = \mathbf{1}$ с 2-мерными собственными подпространствами. Следовательно, в связанном состоянии $P^\pm(\bar{p})\chi_\pm(\bar{p}) = \chi_\pm(\bar{p})$ и уравнение $\chi_-(\bar{p}) = S\chi_+(\bar{p})$ дает возможность выразить спиноры $\chi_\pm(\bar{p})$ в терминах одного произвольного параметра. Условием разрешимости этого уравнения является дисперсионное

соотношение, которое должно выполняться для существования связанного состояния. Оно имеет вид

$$(R_1\lambda - 2(mr_{18}^- - p^0 r_{45}^+))(R_2\lambda - 2(mr_{18}^+ + p^0 r_{45}^-)) - R_3\vec{p}^2 = 0. \quad (4)$$

Здесь мы использовали обозначения $r_{jk}^\pm = (r_j \pm r_k)/2$, $\vec{p}^2 = (p^1)^2 + (p^2)^2$, $\lambda = \sqrt{m^2 + \vec{p}^2 - p^{02}} = |\kappa(\vec{p})|$ и

$$\begin{aligned} R_1 &= 1 + r_{18}^{-2} + r_{27}^{-2} + r_{36}^{+2} - r_{45}^{+2}, \\ R_2 &= 1 + r_{18}^{+2} + r_{27}^{+2} + r_{36}^{-2} - r_{45}^{-2}, \\ R_3 &= r_6^2 + r_7^2 + r_8^2 - r_4^2. \end{aligned}$$

Для связанных состояний $\lambda = |\kappa| > 0$ может рассматриваться как характеристика его локализации вблизи плоскости $x_3 = 0$. Простыми существенными характеристиками свойств связанного состояния являются также скалярная плотность $D(\vec{p}, x^3) = \exp\{-|x^3|\lambda\} d(\vec{p})$ и компоненты 4-тока $J(\vec{p}, x^3) = \exp\{-|x^3|\lambda\} J(\vec{p})$, $J(\vec{p}) = (j^0(\vec{p}), j^1(\vec{p}), j^2(\vec{p}), j^3(\vec{p}))$, где

$$d_\pm(\vec{p}) = \bar{\chi}_\pm(\vec{p})\chi_\pm(\vec{p}), \quad j_\pm^\alpha(\vec{p}) = \bar{\chi}_\pm(\vec{p})\gamma^\alpha\chi_\pm(\vec{p}), \quad \alpha = 0, 1, 2, 3.$$

Мы обозначили $d_+(\vec{p})$, $J_+(\vec{p})$ функцию $d(\vec{p})$ и вектор $J(\vec{p})$ в попространстве $x^3 > 0$, и $d_-(\vec{p})$, $J_-(\vec{p})$ для $x^3 < 0$. Их можно представить в следующем виде: при $p_0 > m$

$$d_\pm = -mA_\pm - p^0\lambda \left(\frac{C_\pm}{\lambda \mp i\omega} + \frac{C_\pm^*}{\lambda \pm i\omega} \right), \quad j_\pm^0 = p^0 A_\pm + m\lambda \left(\frac{C_\pm}{\lambda \mp i\omega} + \frac{C_\pm^*}{\lambda \pm i\omega} \right), \quad (5)$$

$$j_\pm^1 = \frac{\omega(A_\pm \omega p^1 \pm B_\pm \lambda p^2)}{(\omega^2 + \lambda^2)}, \quad j_\pm^2 = \frac{4\omega(A_\pm \omega p^2 \mp B_\pm \lambda p^1)}{(\omega^2 + \lambda^2)}, \quad j_\pm^3 = 0, \quad (6)$$

где $\omega = \sqrt{p^{02} - m^2}$ и A_\pm, B_\pm, C_\pm являются функциями от p^0, m, λ . Аналогичные соотношения получаются при $p^0 < m$ для d_\pm, j_\pm^α , если заменить A_\pm, B_\pm, C_\pm в (5), (6) соответствующими функциями $\tilde{A}_\pm, \tilde{B}_\pm, \tilde{C}_\pm$.

Мы видим, что токи текут вдоль плоскости $x_3 = 0$ параллельно импульсу $\vec{p} = (p_1, p_2)$, если $B_\pm = \tilde{B}_\pm = 0$. Токи над и под плоскостью $x_3 = 0$ параллельны, если $B_-/A_- = B_+/A_+$ при $p^0 > m$, и $\tilde{B}_-/\tilde{A}_- = \tilde{B}_+/\tilde{A}_+$ при $p^0 < m$. Из (5), (6) следует, что $m d_\pm + p^0 j_\pm^0 - p^1 j_\pm^1 - p^2 j_\pm^2 = 0$.

Параметры модели можно выбрать так, что $R_1 = R_2 = r_{18}^+ = r_{18}^- = 0$ и дисперсионное соотношение (4) записывается в виде

$$p_0^2 - v_F^2 \vec{p}^2 = 0, \quad (7)$$

где $0 < v_F < 1$ — константа, выраженная в терминах параметров r_k модели. Дисперсионное соотношение (7) описывает движение безмассовой частицы со скоростью Ферми v_F . Движением таких частиц объясняются многие эффекты в графене.

В качестве простого примера реализации безмассового закона дисперсии можно рассмотреть набор параметров $r_1 = r_2 = r_3 = r_5 = r_8 = 0$, $r_4 = \sqrt{4 + r_6^2 + r_7^2}$ с произвольными r_6, r_7 . В этом случае $v_F = 2/\sqrt{4 + r_6^2 + r_7^2}$, $d_{\pm} = 0$, и для $p^0 > m$

$$\begin{aligned} j_{\pm}^0 &= f(p^0, m, r_6, r_7)/p^0, \\ j_{\pm}^1 &= f(p^0, m, r_6, r_7)(p^1 \pm 2r_6 p^2)/\bar{p}^2, \\ j_{\pm}^2 &= f(p^0, m, r_6, r_7)(p^1 \mp 2r_6 p^2)/\bar{p}^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Для $p^0 < m$ получается аналогичное представление $j_{\pm}^0, j_{\pm}^1, j_{\pm}^2$ из (8) заменой $f(p^0, m, r_6, r_7)$ на соответствующую функцию $\tilde{f}(p^0, m, r_6, r_7)$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассматриваемые результаты применения подхода Симанзика для исследования взаимодействия полей КЭД с материальной плоскостью показывают, что он может быть плодотворным для теоретического поиска неизвестных физических эффектов или для получения альтернативного объяснения известных. Можно попытаться использовать его для построения новых моделей взаимодействия поля КЭД с адронными и ядерными структурами и для модификации известных методов, основанных на идеях модели MIT-мешка [13]. Его развитие в теории конденсированного состояния материи может помочь достичь лучшего понимания существенных особенностей низкоразмерных материалов [14], поверхностных эффектов [15] и явлений нанозифики. Также важно учитывать влияние флуктуаций квантового вакуума при разработке методов прецизионных измерений с микроустройствами, которые используются в лабораторных экспериментах для поиска новой физики за пределами Стандартной модели [16].

Эта работа частично поддержана грантом РФФИ 16-02-00943-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Casimir H. B. G. // Proc. K. Ned. Akad. Wet. 1948. V. 51. P. 793.
2. Mohideen U., Roy A. // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. P. 4549;
Roy A., Lin C.-Y., Mohideen U. // Phys. Rev. D. 1999. V. 60. P. 111101(R);
Harris B. W., Chen F., Mohideen U. // Phys. Rev. A. 2000. V. 62. P. 052109;
Bressi G., Carugno G., Onofrio R., Ruoso G. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. P. 041804.
3. Bordag M., Klimchitskaya G. L., Mohideen U., Mostepanenko V. M. Advances in the Casimir Effect. Intl. Ser. Monogr. Phys. V. 145. Oxford: Oxford Univ. Press, 2009;
Klimchitskaya G. L., Mohideen U., Mostepanenko V. M. // Rev. Mod. Phys. 2009. V. 81. P. 1827.
4. Symanzik K. // Nucl. Phys. B. 1981. V. 190. P. 1.
5. Markov V. N., Pis'mak Yu. M. // J. Phys. A: Math. Gen. 2006. V. 39. P. 6525; arXiv:0505218v3 [hep-th].
6. Fialkovsky I. V., Markov V. N., Pis'mak Yu. M. // J. Phys. A: Math. Gen. 2006. V. 39. P. 6357; Intern. J. Mod. Phys. A. 2006. V. 21. P. 2601; arXiv:0311236v2 [hep-th].

7. *Marachevsky V. N., Pis'mak Yu. M.* // Phys. Rev. D. 2010. V. 81. P. 065005; arXiv:0907.1985v2 [hep-th]. 2009.
8. *Pis'mak D. Yu., Pis'mak Yu. M.* // Theor. Math. Phys. 2013. V. 175. P. 816; Phys. Part. Nucl. 2013. V. 44. P. 450; Theor. Math. Phys. 2011. V. 166. P. 1423.
9. *Pis'mak D. Yu., Pis'mak Yu. M., Wegner F. J.* // Phys. Rev. E. 2015. V. 92. P. 013204; arXiv:1406.1598v1 [hep-th]. 2014.
10. *Pismak D. Yu., Pismak Yu. M.* // Theor. Math. Phys. 2015. V. 184. P. 1329.
11. *Pismak D. Yu., Shukhobodskaya D. Yu.* // EPJ Web of Conf. "ICNFP 2015". 2016. V. 126. P. 05012; EPJ Web of Conf. "QUARKS-2016". 2016. V. 125 P. 05022.
12. *Milton K. A.* // J. Phys. A: Math. Gen. 2004. V. 37. P. R209.
13. *Chodos A., Jaffe R. L., Johnson K., Thorn C. B., Weisskopf V. F.* New Extended Model of Hadrons // Phys. Rev. D. 1974. V. 9. P. 3471.
14. *Grigorenko A. N., Polini M., Novoselov K. S.* // Nature Photonics. 2012. V. 6. P. 749;
Castro Neto A. H., Guinea F., Torres N. M. R., Novoselov K. S., Geim A. K. // Rev. Mod. Phys. 2009. V. 81. P. 109;
Fialkovsky I. V., Vassilevich D. V. // J. Phys. A: Math. Gen. 2009. V. 42. P. 442001;
Wang-Kong Tse, MacDonald A. H. // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. P. 205327;
Liang Chen, Shaolong Wan // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. P. 075149;
González J. // JHEP. 2013. V. 1307. P. 175;
Kotov V. N., Uchoa B., Pereira V. M., Guinea F., Castro Neto A. H. // Rev. Mod. Phys. 2012. V. 84. P. 1067;
Fialkovsky I. V., Marachevsky V. N., Vassilevich D. V. // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. P. 035446;
Klimchitskaya G. L., Mostepanenko V. M., Sernelius B. E. // Phys. Rev. B. 2014. V. 89. P. 125407;
Klimchitskaya G. L., Mostepanenko V. M. // Ibid. P. 052512;
Moore J. E. // Nature. 2010. V. 464. P. 194.
15. Surface Science Techniques / Eds.: G. Bracco, B. Holst. Springer Ser. Surf. Sci. V. 51. Berlin: Springer, 2013;
 Surface Plasmon Nanophotonics / Eds.: M. L. Brongersma, P. G. Kik. Springer Ser. Opt. Sci. V. 131. Berlin: Springer, 2007;
Maier S. A. Plasmonics: Fundamental and Applications. Berlin: Springer, 2007.
16. *DeMille D., Doyle J. M., Sushkov A. O.* // Science. 2017. V. 357. P. 990.