

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ ДЛЯ ВЫВОДА ЧАСТИЦ ИЗ ЦИКЛИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЕЙ С ПОСТОЯННЫМ РАДИУСОМ ОРБИТЫ

*Г. В. Долбилов*¹

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В индукционном синхротроне с постоянным магнитным полем при формировании замкнутых орбит с практически постоянным радиусом используется метод отражения частиц полями постоянных магнитов. В настоящей работе рассматривается возможность использования таких постоянных магнитов для автоматического вывода частиц из циклических ускорителей с $R = \text{const}$, $B = \text{var}$.

In the induction synchrotron with a constant magnetic field at the formation of closed orbits with a practically constant radius, the method of reflection of particles by fields of permanent magnets is applied. We consider the possibility of using such permanent magnets for automatic extraction of particles from cyclic accelerators with $R = \text{const}$, $B = \text{var}$.

PACS: 29.20.dk; 29.27.Ac

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] исследован метод отклонения заряженных частиц постоянными магнитными полями на заданный угол, который не зависит от энергии ускоряемых частиц. Такой способ отклонения частиц может быть использован для вывода частиц как из традиционных ускорителей с $R = \text{const}$, $B = \text{var}$, так и из ускорителей с $R = \text{const}$, $B = \text{const}$.

В основе метода лежат специфические особенности магнитного диполя по отражению заряженных частиц. Частицы отражаются от магнитного диполя на угол, который в точности равен углу падения частиц на диполь и не зависит от скорости и энергии частицы.

Схема магнитного диполя, отражающего частицы, приведена на рис. 1.

¹E-mail: dol37@mail.ru

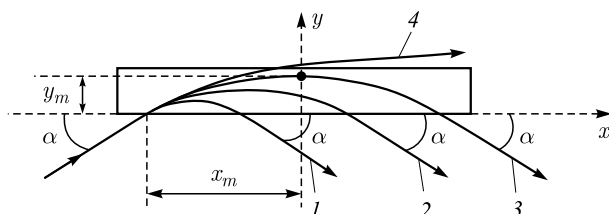


Рис. 1. Траектории частиц в поле магнитного диполя. 1, 2, 3 — траектории частиц с энергией ниже порогового значения; 4 — траектория частиц с энергией выше порогового значения. y_m — координата, где у частицы импульсы $P_y = 0$, $P_x = P$; x_m — длина проекции траектории частицы $L_m = R\alpha$ на продольную ось диполя; α — углы влета и вылета отраженных частиц из диполя. $P_x = P \cos \alpha$ — продольная составляющая импульса частиц на входе и выходе диполя

Изменение продольной составляющей импульса частицы в области диполя с однородным вдоль оси x полем, где краевые поля также не зависят от x , равно

$$\frac{dP_x}{dt} = qv_y B_z(y), \quad dP_x = qB_z(y) dy,$$

$$P_{x,\text{out}} = P \cos \alpha + \int_0^{y_m} B_z(y) dy + \int_{y_m}^0 B_z(y) dy = P \cos \alpha.$$

Как и в механике, при упругом отражении частиц угол отражения всегда равен углу падения и не зависит от скорости (энергии) частиц.

Два таких диполя могут отклонить частицы на заданный, не зависящий от энергии угол $\theta = 4\alpha$ и инжектировать их на равновесную орбиту ускорителя с постоянным радиусом.

Работа диполя в режиме отражения частиц может происходить только тогда, когда энергия частицы меньше порогового значения. При энергиях больших, чем пороговое значение для данного диполя, частицы не отражаются, а проникают сквозь диполь. В этом случае они могут быть выведены из ускорителя.

1. СХЕМА УСТРОЙСТВА ВЫВОДА ЧАСТИЦ

Схема устройства приведена на рис. 2. Устройство отличается от секции поворотного магнита синхротрона с постоянным полем [1] тем, что пороговое значение энергии в диполе 1 соответствует заданной энергии вывода частиц из ускорителя (рис. 2). Кроме того, для улучшения качества выведенного пучка частиц используется диполь 2 (рис. 2) с обратной полярностью магнитного поля.

Прямая штриховая линия соответствует линии, где суммарное поле разнополярных диполей равно нулю. Движение частиц вдоль этой линии не устойчиво. Частицы либо выводятся из основного диполя, либо отражаются диполем.

Ввод и вывод частиц каждого из диполей 1 и 3 происходит под углом α , поэтому суммарное отклонение частиц будет равно $\theta = 4\alpha$.

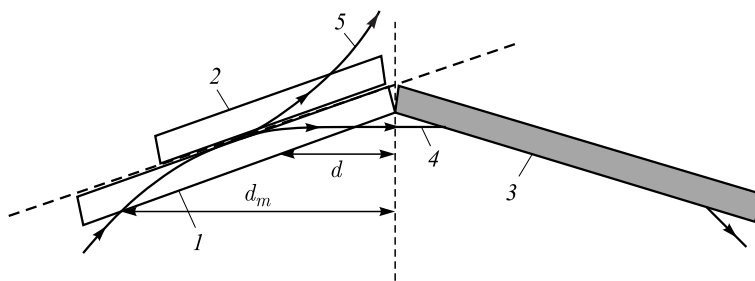


Рис. 2. Схема устройства вывода частиц. 1 и 3 — диполи системы формирования орбиты пучка [1]; 2 — дополнительный диполь с обратной полярностью поля; 4 — траектория отраженной частицы с энергией ниже порогового значения; 5 — траектория выведенной частицы с энергией выше пороговой величины; d — длина дрейфа частицы между диполями; d_m — длина дрейфа частицы с минимальной энергией ($d = 2(R_m - R)\alpha$, $d_m = 2R_m\alpha$, $2R\alpha$ — длина траектории частицы в диполе)

2. ДИНАМИКА ЧАСТИЦ В УСТРОЙСТВЕ ВЫВОДА

2.1. Радиальное движение. 2.1.1. *Динамика отраженных частиц.* Схемы траекторий отраженных частиц в медианной плоскости основного диполя приведены на рис. 3. На рис. 3, а показаны траектории центральной частицы и частиц, смещенных от центральной траектории.

Частицы, которые на входе в диполь смещены на величину $+\rho$ (рис. 3, а) относительно центральной траектории, на выходе из диполя получают смещение $-\rho$.

Частицы, имеющие на входе в диполь угловой разброс $+\rho'$ относительно центральной траектории, имеют угловой разброс $-\rho'$ на выходе из диполя. Матричная форма уравнения движения отраженных частиц в основном диполе имеет вид

$$\begin{bmatrix} \rho_{\text{ref}} \\ \rho'_{\text{ref}} \end{bmatrix} = [R_{\text{ref}}] \begin{bmatrix} \rho_{\text{in}} \\ \rho'_{\text{in}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{\text{in}} \\ \rho'_{\text{in}} \end{bmatrix}.$$

2.1.2. *Динамика выведенных частиц.* Для простоты рассмотрим случай, когда параметры основного 1 и дополнительного диполя 2 одинаковые. В этом случае траектории выведенных из ускорителя частиц как центральных, так и возмущенных будут соответствовать рис. 4 и 5.

Частицы, выведенные из диполя 2, который имеет обратную относительно диполя 1 полярность, не меняют ни направления смещения, ни угла наклона траектории относительно равновесной траектории (параметр ρ').

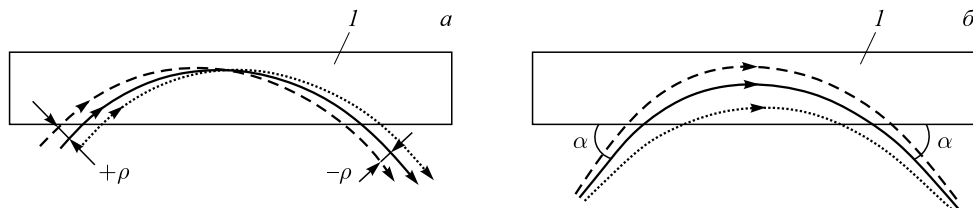


Рис. 3. Схемы траекторий отраженных частиц в медианной плоскости основного диполя

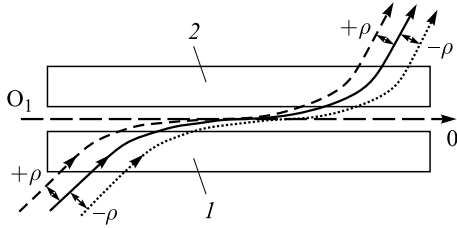


Рис. 4. Траектории центральной и смещенных от равновесной траектории частиц в режиме системы (диполь 1)

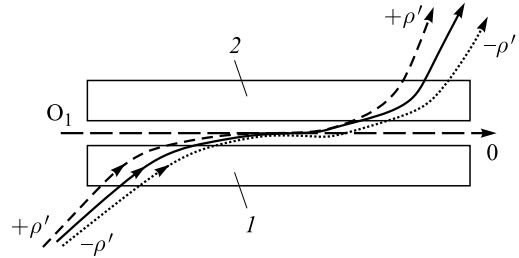


Рис. 5. Траектории частиц, имеющих разный угол траекторий на входе в вывод пучка из ускорителя

Матричная форма уравнений радиального движения частиц выведенного пучка имеет вид

$$\begin{bmatrix} \rho_{out} \\ \rho'_{out} \end{bmatrix} = [R_{out}] \begin{bmatrix} \rho_{in} \\ \rho'_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{in} \\ \rho'_{in} \end{bmatrix}.$$

2.2. Вертикальное движение. В диполе с однородным магнитным полем возмущение вертикального движения частиц связано только с наличием неоднородных краевых полей диполя. Оценку влияния краевых полей проведем для макета диполя, образованного магнитными зарядами, расположенными на двух параллельных плоскостях. Легко рассчитать, что $B_{z(y)}$ и $B_{y(y)}$ — составляющие поля равны

$$B_{z(y)} = \frac{B}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} + \arctg \left(\frac{y}{b} \right) \right) \quad (\text{при } z = 0), \quad B_{y(y)} = \frac{B}{4\pi} \ln \frac{y^2 + (b+z)^2}{y^2 + (b-z)^2}, \quad (1)$$

где B — поле в центре диполя; $2b$ — величина зазора диполя.

Если отклонения траектории частицы от медианной плоскости малы по сравнению с зазором диполя, то

$$B_{y(y)} \approx \frac{B}{\pi} \frac{bz}{y^2 + b^2}. \quad (2)$$

2.2.1. Динамика отраженных частиц. При движении частицы вдоль траектории L изменение вертикального импульса описывается уравнением

$$\frac{dP_z}{dt} = qvB_{y,n},$$

где $B_{y,n}$ — составляющая поля, нормальная траектории частицы.

Учитывая, что

$$1) \ v = \frac{dL}{dt}, \quad 2) \ \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{dv_z}{dL} \frac{dL}{dt} = v \frac{dv_z}{dL}, \quad 3) \ v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dL} \frac{dL}{dt} = v \frac{dz}{dL},$$

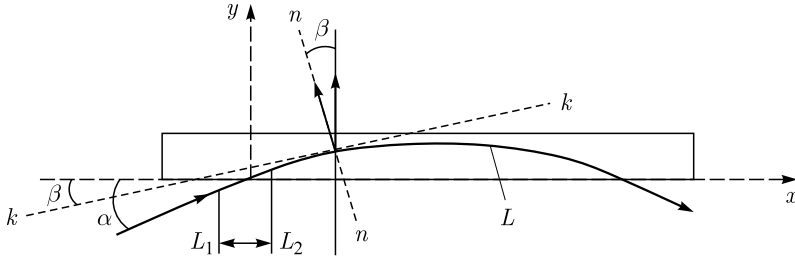


Рис. 6. Нормальная составляющая поля к траектории частицы

найдем изменение наклона траектории частицы равным

$$\Delta\varphi = \left(\frac{dz}{dL}\right)_{L_2} - \left(\frac{dz}{dL}\right)_{L_1} = \frac{q}{Mv} \int_{L_1}^{L_2} B_{y,n} dL. \quad (3)$$

B_y — составляющая магнитного поля диполя (1), (2).

Для определения нормальной составляющей поля к траектории частиц воспользуемся касательной ($k - k$) к произвольной точке траектории (рис. 6). Касательная $y' = \operatorname{tg} \beta$, где β — угол между касательной и осью x . Нормаль ($n - n$) к касательной и траектории частицы составляет к оси y такой же угол β . Поэтому

$$B_{y,n} = B_y \cos \beta = B_y \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}} = B_y \frac{1}{\sqrt{1 + (y')^2}}, \quad dL = \sqrt{1 + (y')^2} dx.$$

Так, с учетом выражения (2) изменение наклона траектории будет равно

$$\Delta\varphi \approx \frac{q}{Mv} \int_{L_1}^{L_2} B_{y,n} dL = \frac{qB}{\pi Mv} \int_{L_1}^{L_2} \frac{bz}{y^2 + b^2} dx.$$

При больших энергиях (режим вывода) траектория частицы в области краевого поля ($L_1 - L_2$) может быть описана выражением $y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha$. В этом случае, при $L_2 \gg b$, $L_1 \ll -b$, $\operatorname{arctg}(L_{1,2}/b) = \pi/2$, а

$$\int_{L_1}^{L_2} B_{y,n} dL = \frac{Bz}{\pi \operatorname{tg} \alpha} \left(\operatorname{arctg} \frac{y}{b}\right)_{L_1}^{L_2} \approx \frac{Bz}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Изменение наклона траектории и связанное с этим фокусное расстояние равны

$$\Delta\varphi = \frac{qB}{Mv} \frac{z}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{z}{R} \operatorname{ctg} \alpha, \quad f_d = \frac{z}{\operatorname{tg} \Delta\varphi} \approx \frac{z}{\Delta\varphi} = R \operatorname{tg} \alpha, \quad \text{где } R = \frac{Mv}{qB}.$$

Это выражение в точности совпадает с выражением для фокусного расстояния, полученным в работе [2]. При малых углах α $f_d = R\alpha$.

Отражаемая частица сначала отклоняется краевым полем диполя $[f_d] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/f_d & 1 \end{bmatrix}$, затем свободно дрейфует вдоль силовых линий магнитного поля диполя $[L] = \begin{bmatrix} 1 & 2R\alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (см. рис. 1) и снова отклоняется при выходе из диполя $[f_d] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/f_d & 1 \end{bmatrix}$. Длина дрейфа частицы в диполе равна $L = 2R\alpha$ (см. рис. 1). Уравнение вертикального движения отраженной частицы в диполе I равно

$$\begin{bmatrix} z_{\text{ref}} \\ z'_{\text{ref}} \end{bmatrix} = [Z_{\text{ref}}] \begin{bmatrix} z_{\text{in}} \\ z'_{\text{in}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2R\alpha \\ \frac{4}{R\alpha} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{\text{in}} \\ z'_{\text{in}} \end{bmatrix}.$$

2.2.2. *Динамика выведенных частиц.* Конфигурация силовых линий краевых полей основного и дополнительного магнитных диполей приведена на рис. 7. Как видно, поля обоих диполей осуществляют вертикальную фокусировку частиц, поскольку составляющая B_y краевого поля разнополярных диполей не меняет знака.

В частном случае, когда параметры диполей отличаются только полярностью полей, суммарное поле равно

$$B_{y,1-2} = \frac{Bbz}{\pi} \left(\frac{1}{(y-a)^2 + b^2} + \frac{1}{(y+a)^2 + b^2} \right).$$

Изменение наклона траектории частицы в краевом поле диполей будет равно (3)

$$\Delta\varphi_{1-2} = \frac{q}{Mv} \int_{L_1}^{L_2} B_{y,n,1-2} dL = \frac{q}{Mv} \int_{L_1}^{L_2} B_{y,1-2} dx.$$

Для вычисления интеграла аппроксимируем траекторию L частицы в интервале L_1-L_2 $(-a-a)$ (рис. 8), где траектория частицы близка к прямой линии соответственно функции

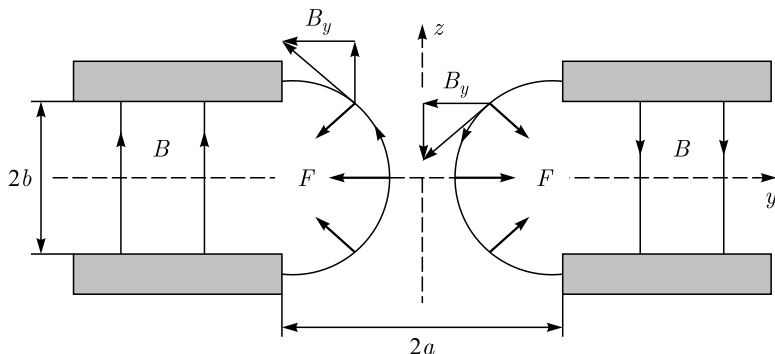


Рис. 7. Конфигурация силовых линий краевых полей разнополярных диполей

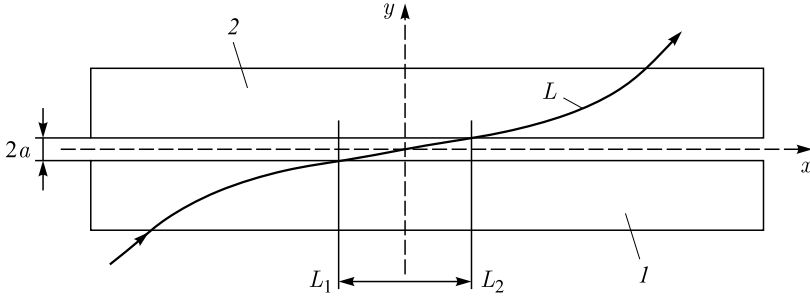


Рис. 8. Траектория частицы в основном 1 и дополнительном 2 диполях

$y = \text{tg } \delta \cdot x$, тогда

$$\Delta\varphi_{1-2} \approx k \frac{z}{R} \frac{1}{\text{tg } \delta},$$

$$k = 1 \quad (\text{если } L_2 = +a, \quad L_1 = -a),$$

$$k = 2 \quad (\text{если } L_2 \gg +a, \quad L_2 \ll -a).$$

В реальном случае $1 < k < 2$.

Величину параметра $\text{tg } \delta$ можно оценить по изменению импульса $P_x = P \cos \delta$ в краевых полях диполей 1 и 2. Если на оси системы $B_z = B_{1,z} + B_{2,z} = 0$ импульс частицы равен $P_{x(y=0)} = P$, то импульс частицы, смещенной от оси на $y = a$, будет равен $P_{x(y=a)} = P \cos \delta$,

$$P(\cos \delta - 1) = q \int_0^a B_{z,1-2} dy. \tag{4}$$

Для рассматриваемого варианта полей диполей 1 и 2 суммарное поле разнополярных диполей будет равно

$$B_{z,1-2} = -\frac{B}{\pi} \left(\text{arctg } \frac{y-a}{b} + \text{arctg } \frac{y+a}{b} \right)$$

$$(B_{z(y)} = B \text{ (при } y \ll -a) \text{ и } B_{z(y)} = -B \text{ (при } y \gg a)).$$

Интеграл действия поля на частицу равен

$$q \int_0^a B_{z(y)} dy = -\frac{qB}{\pi} 2a \text{arctg } \frac{a/b}{1 + 2(a/b)^2} \approx -\frac{qBb}{\pi} \quad (\text{поскольку } \frac{a}{b} \gg 1).$$

Из равенства (4) следует, что когда $\delta \ll 1$,

$$1 - \cos \delta \approx \frac{1}{2} \delta^2 = \frac{qBb}{\pi P} = \frac{1}{\pi} \frac{b}{R}, \quad \text{а } \delta \approx \text{tg } \delta = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{b}{R} \left(R = \frac{P}{qB} \right).$$

В результате

$$\Delta\varphi_{1-2} = \left(\frac{dz}{dL} \right)_{L_2} - \left(\frac{dz}{dL} \right)_{L_1} = -kz \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{Rb}.$$

Фокусное расстояние системы краевых полей разнополярных диполей равно

$$f_{1-2} = \frac{z}{\Delta\varphi_{1-2}} = -R\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{b}{R} \frac{1}{k} = -R\alpha_1, \quad \alpha_1 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{b}{R} \frac{1}{k}.$$

Частицы выводимого пучка вначале дефокусируются краевым полем на входе в диполь 1 согласно $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/R\alpha & 1 \end{bmatrix}$; дрейфуют вдоль силовых линий магнитного поля в диполе 1, $\begin{bmatrix} 1 & R\alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; фокусируются суммарным краевым полем диполей 1 и 2 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/R\alpha_1 & 1 \end{bmatrix}$; снова дрейфуют в диполе 2 и дефокусируются его краевым полем на выходе $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/R\alpha & 1 \end{bmatrix}$.

В результате параметры выведенных частиц из диполя 2 связаны с параметрами частиц на входе в диполь 1 соотношением

$$\begin{bmatrix} z_{\text{out}} \\ z'_{\text{out}} \end{bmatrix} = [Z_{\text{out}}] \begin{bmatrix} z_{\text{in}} \\ z'_{\text{in}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 2n & R\alpha(1 + n) \\ 4n/R\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{\text{in}} \\ z'_{\text{in}} \end{bmatrix}, \quad \text{где } n = (1 - \alpha/\alpha_1),$$

$$\begin{bmatrix} \rho_{\text{out}} \\ \rho'_{\text{out}} \end{bmatrix} = [R_{\text{out}}] \begin{bmatrix} \rho_{\text{in}} \\ \rho'_{\text{in}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{\text{in}} \\ \rho'_{\text{in}} \end{bmatrix}.$$

2.3. Ввод частиц на равновесную орбиту ускорителя. При равенстве углов падения и отражения частицы, отраженные диполем 1, будут отклонены на угол $\Delta = 2\alpha$, который не зависит от энергии частиц. Если эти частицы инжектировать в диполь 3 под углом α к продольной оси диполя 3, то суммарный угол отклонения частиц, выведенных из диполя 3, и составит величину, равную $\theta = 4\alpha$, которая также не зависит от энергии частиц. Величина угла θ должна соответствовать выводу частиц на равновесную орбиту ускорителя. Поскольку параметры диполей 1 и 3 идентичны, уравнения движения частиц в диполе 3 такие же, как и в диполе 1.

Отраженные диполем 1 частицы, прежде чем попасть в диполь 3, дрейфуют на участке длиной $d = 2(x_m - x) \cos \alpha$ (см. рис. 1 и 2), где $x_m = 2R_m \sin \alpha$, $x = 2R \sin \alpha$, $R_m = P_m/qB$. Действие дрейфа частиц между диполями учитывается матрицей $\begin{bmatrix} 1 & 2d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Так как $\alpha \ll 1$, $d \cong 4(R_m - R)\alpha$. Параметры частиц, введенных на равновесную орбиту с параметрами частиц на входе в диполь 1, определяются следующими равенствами:

$$\begin{bmatrix} z_{\text{ent}} \\ z'_{\text{ent}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + 16(1 + 3m) & 12R\alpha(1 + 3m) \\ (8/R\alpha)(3 + 8m) & 1 + 16(1 + 3m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{\text{in}} \\ z'_{\text{in}} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \rho_{\text{ent}} \\ \rho'_{\text{ent}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4R\alpha m \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{\text{in}} \\ \rho'_{\text{in}} \end{bmatrix}, \quad \text{где } m = (R_{\text{max}}/R).$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показана принципиальная возможность использования диполей с постоянным магнитным полем для вывода частиц из циклического ускорителя с постоянным радиусом орбиты. Частицы, энергия которых превышает пороговое значение, проникают сквозь диполь и выводятся из ускорителя. Частицы с энергией ниже порогового значения, отражаясь от диполя, возвращаются на равновесную орбиту ускорителя. Величина порогового значения энергии частиц определяется либо конструкцией диполя, либо величиной магнитного поля.

Длительность процесса медленного вывода зависит от темпа набора энергии частицами. При необходимости слабыми импульсами электромагнитных полей возможна реализация быстрого вывода частиц.

Поскольку оценки параметров частиц выведенного или возвращенного на орбиту пучков проведены в одночастичном приближении, требуется согласование реальных пучков с фокусирующим каналом транспортировки выведенного пучка и системой фокусировки на равновесной орбите. Каждый канал фокусировки имеет свой равновесный размер огибающей пучка с данными фазовым объемом и интенсивностью [3]. Так как огибающая несогласованного пучка колеблется около равновесного размера, требуется расчет систем согласования для выведенного и возвращенного на равновесную орбиту пучков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dolbilov G. V.* Induction Synchrotron with a Constant Magnetic Field // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2017. V. 14, No. 1. P. 201–208;
Долбилов Г. В. Индукционный синхротрон с постоянным магнитным полем // *Письма в ЭЧАЯ.* 2017. Т. 14, № 1(206). С. 164–175.
2. *Livingood J.* Principle of Cyclic Particle Accelerators. Argonne National Laboratory. 1961.
3. *Капчинский И. М.* Динамика частиц в линейных резонансных ускорителях. М.: Атомиздат, 1966.

Получено 1 марта 2018 г.