

## РАСЧЕТ ПОЛЕЙ В ТРЕХМЕРНОЙ ОБЛАСТИ В ЛОВУШКЕ ПЕННИНГА–МАЛМБЕРГА–СУРКО УСТАНОВКИ LEPTA

*В. А. Пономарев, В. В. Алцыбеев, Д. А. Овсянников*

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

В данной работе рассматривается расчет стационарных полей в трехмерной области в ловушке Пеннинга–Малмберга–Сурко установки LEPTA с использованием программного пакета DAISI. Также рассматривается расчет RW поля в этой ловушке и его аппроксимация.

In this paper we discuss computation of stationary and RW fields of Penning–Malmberg–Surko trap, which was calculated by DAISI code on 3d grid. We also discuss approximation of RW field.

PACS: 41.75.Fr; 41.75.Ht

### ВВЕДЕНИЕ

Одной из актуальных задач современной физики является изучение физических свойств позитронных пучков. Проект LEPTA (Low Energy Particle Toroidal Accumulator) направлен на исследования в этой области. Для удержания и накопления антивещества используются электромагнитные ловушки. Наиболее распространенной ловушкой является ловушка Пеннинга–Малмберга. С целью повышения эффективности ловушки К. Сурко было предложено использовать буферный газ, который способствует охлаждению частиц и повышению эффективности накопления за счет разности давления газа. Также было внедрено «вращающееся поле», способствующее сжатию пучка. Несмотря на огромное развитие ловушек, не все процессы, влияющие на накопление частиц, изучены. Численное моделирование динамики частиц и полей в ловушке позволит оптимизировать процесс накопления позитронов.

Ловушка Пеннинга–Малмберга–Сурко, используемая в установке LEPTA [1], состоит из восьми электродов (рис. 1). Электроды I–III предназначены для поддержания разности давлений буферного газа на концах ловушки, осуществляющего охлаждение частиц посредством неупругих столкновений по пути в область электродов IV–VI, где и

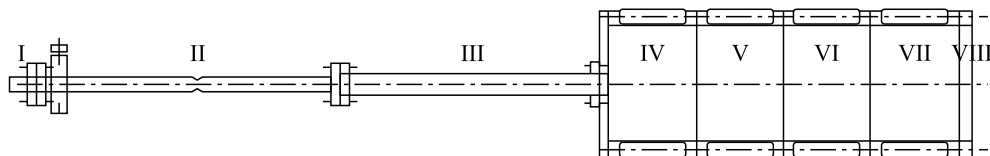


Рис. 1. Схема ловушки в установке LEPTA

**Основные параметры электродов ловушки ЛЕРТА**

Электрод	Диаметр, мм	Длина, мм	Потенциал, В
I	12	50	44,8
II	12,7	500	40,5
III	30	495	32,9
IV	200	160	20
V	200	160	20
VI	200	160	20
VII	200	160	100
VIII	200	20	100

происходит основное накопление позитронов. Для увеличения эффективности накопления в данной ловушке применяется «вращающееся поле» [2, 3]. Этот метод заключается в том, что к стационарному полю добавляется электрическое поле, вращающееся в перпендикулярной к оси ловушки плоскости. Для его реализации электрод IV продольно разделен на четыре сегмента. На каждый из них подается переменное напряжение амплитудой 1 В с разницей по фазе в  $90^\circ$  между соседними сегментами. Основные параметры электродов ловушки представлены в таблице.

**1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Пусть  $\bar{G} = G \cup \partial G$  — замкнутая область, где  $\partial G = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4 \cup \Gamma_5 \cup \Gamma_6 \cup \Gamma_7$  — граница области,  $\Gamma_1 - \Gamma_6$  соответствуют граничным условиям Дирихле, а  $\Gamma_7$  — Неймана (рис. 2),  $U$  — потенциал электрического поля. Потенциал поля удовлетворяет уравнению Лапласа в декартовых координатах  $(x, y, z)$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0, \quad (x, y, z) \in G. \quad (1)$$

Уравнения для компонент напряженности поля  $E_x$ ,  $E_y$  и  $E_z$  имеют вид

$$E_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial U}{\partial z}, \quad (x, y, z) \in G. \quad (2)$$

Эффективность ловушки определяется максимальным количеством частиц, удерживаемым ловушкой в области накопления частиц. Основная утечка позитронов из ловушки происходит через область инжекции. Поэтому наибольший интерес представляет область накопления позитронов (область электродов IV–VI), а также область, через которую происходит инжекция позитронов в накопительное кольцо (область электродов VII–VIII).

Для решения был выбран метод конечных разностей со схемой крест. Для повышения точности использовался метод «резаных ячеек» [6]. Метод резаных ячеек заключается в использовании нерегулярной конечно-разностной схемы для приграничных точек. В случае, когда одна из точек схемы крест является граничной, вычисляется расстояние до соответствующей точки пересечения сетки и границы области. Таким образом, расстояния между точками схемы крест могут быть различными (рис. 3).

Уравнение Лапласа для конечной разностной схемы крест с использованием метода резаных ячеек принимает вид

$$\frac{2U_{\text{left}}}{h_{\text{left}}(h_{\text{left}} + h_{\text{right}})} + \frac{2U_{\text{right}}}{h_{\text{right}}(h_{\text{left}} + h_{\text{right}})} + \frac{2U_{\text{up}}}{h_{\text{up}}(h_{\text{up}} + h_{\text{down}})} + \frac{2U_{\text{down}}}{h_{\text{down}}(h_{\text{up}} + h_{\text{down}})} + \frac{U_{\text{right}} - U_0}{r \times h_{\text{right}}} - \frac{2U_0}{h_{\text{up}}h_{\text{down}}} - \frac{2U_0}{h_{\text{up}}h_{\text{down}}} = 0. \quad (3)$$

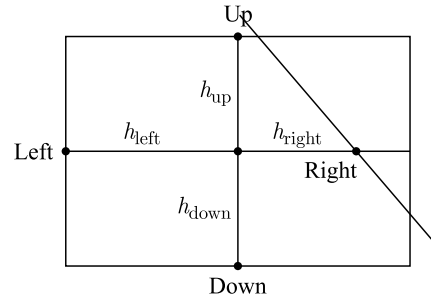
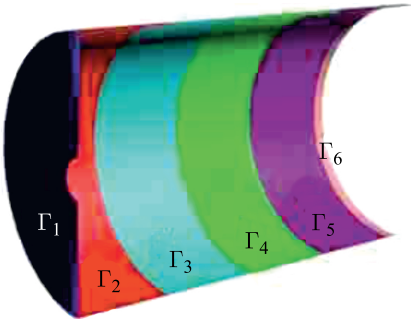


Рис. 2. Расчетная область в продольном разрезе.  $\Gamma_1$  соответствует электроду III,  $\Gamma_2$  — электроду IV,  $\Gamma_3$  — электроду V,  $\Gamma_4$  — электроду VI,  $\Gamma_5$  — электроду VII,  $\Gamma_6$  — электроду VIII

Рис. 3. Пример схемы крест для приграничной точки

Расчет производился в программном пакете DAISI [4,5]. В нем реализованы описанные выше методы расчета полей.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Расчет полей произведен на сетке с одинаковым по всем осям шагом 0,5 мм.

Результаты расчетов потенциалов стационарного и вращающегося полей представлены отдельно друг от друга из-за различных диапазонов значений.

На рис. 4 представлены потенциалы стационарного (рис. а) и вращающегося (рис. б) полей в плоскости, проходящей через ось ловушки, как показано на рис. 4, в.

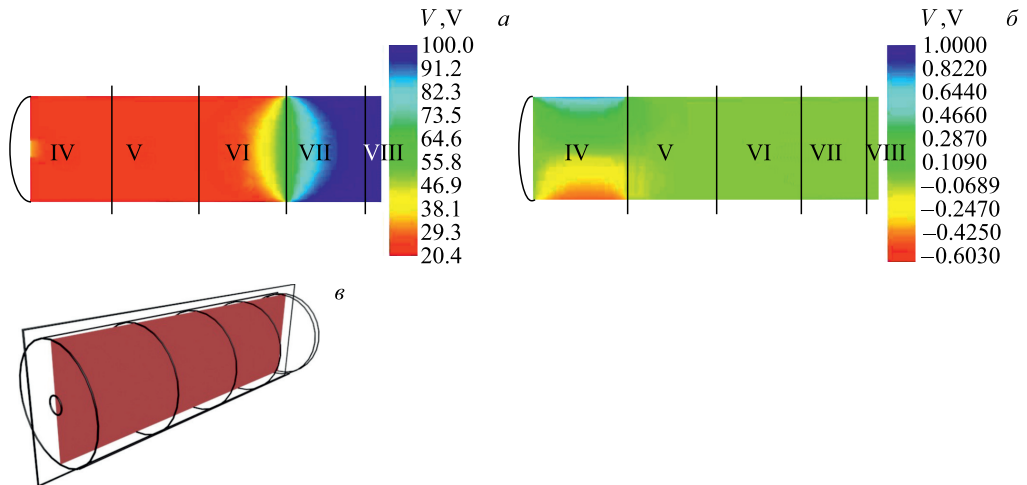


Рис. 4. Потенциалы стационарного (а) и вращающегося (б) полей в электродах IV–VIII в продольной плоскости на оси ловушки (в)

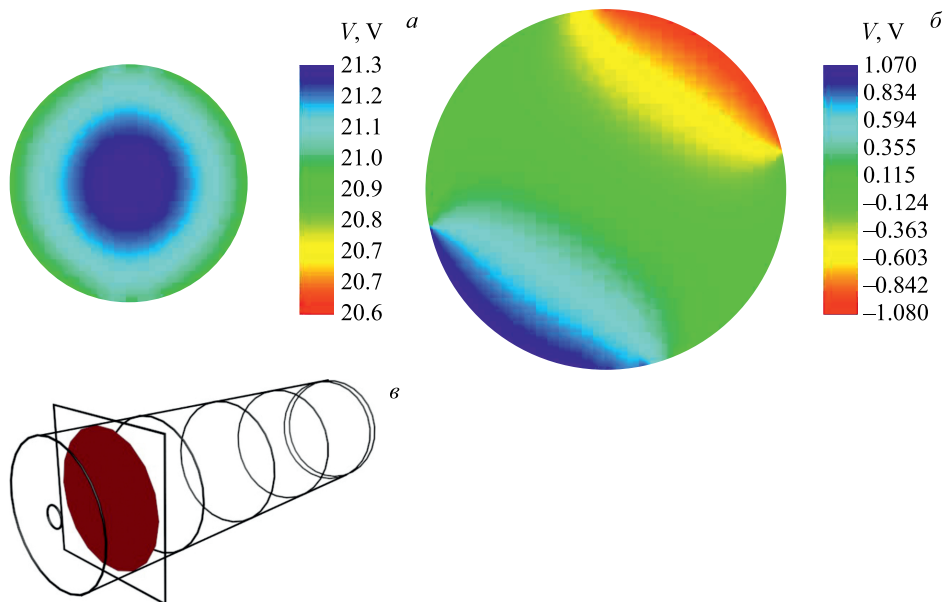


Рис. 5. Потенциалы стационарного (а) и вращающегося (б) полей в середине электрода IV в поперечной плоскости (в)

На рис. 5 представлены потенциалы стационарного (рис. а) и вращающегося (рис. б) полей в плоскости, проходящей перпендикулярно оси ловушки с пересечением ловушки в середине электрода IV, как показано на рис. 5, в.

### 3. АППРОКСИМАЦИЯ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ПОЛЯ

При моделировании динамики необходимо рассчитывать вращающееся поле на каждом шаге интегрирования вследствие изменения граничных условий. Из описания следует, что компоненты напряженности вращающегося поля  $E_x^{rw}$  и  $E_y^{rw}$  можно записать как

$$E_x^{rw} = E_{rw} \cos(\phi), \tag{4}$$

$$E_y^{rw} = E_{rw} \sin(\phi), \tag{5}$$

где  $\phi$  — фаза вращающегося поля;  $E_{rw}$  — амплитуда вращающегося поля, которая зависит только от координаты  $z$ . Это позволяет аппроксимировать  $E_{rw}$  полиномом 4-й степени и заменить расчет на сетке формулами (4), (5).

При сравнении динамики частиц при различных способах расчета вращающегося поля существенных различий в результатах не было выявлено.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты расчета полей в ловушке Пеннинга–Малмберга–Сурко установки ЛЕРТА. Полученные результаты могут быть использованы для моделирования динамики позитронов в ловушке. Для этого в работе была выполнена оптимиза-

ция расчета полей путем разделения вычислений стационарного и вращающегося полей, а также заменой расчета на сетке вращающегося поля аппроксимационными формулами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мешков И. Н.* Развитие проекта LEPТА // Письма в ЭЧАЯ. 2010. Т. 7, № 7(163). С. 814–820.
2. *Есеев М. К., Кобец А. Г., Мешков И. Н., Рудаков А. Ю., Яковенко С. Л.* Исследование накопления заряженной плазмы в ловушке с вращающимся электрическим полем установки LEPТА // Физика плазмы. 2013. Т. 39. С. 883.
3. *Есеев М. К., Кобец А. Г., Мешков И. Н., Сидорин А. А., Орлов О. С.* Механизм накопления заряженных частиц в ловушке Пеннинга–Малмберга–Сурко с вращающимся электрическим полем // Письма в ЖЭТФ. 2015. Т. 102, вып. 5. С. 291–296.
4. *Ponomarev V., Altsybeyev V.* Development of 2D Poisson Equation C++ Finite-Difference Solver for Particle-in-Cell Method // Proc. of Intern. Conf. on Stability and Control Processes in Memory of V. I. Zubov, St. Petersburg, Russia, 2015. P. 138–141.
5. *Altsybeyev V., Ponomarev V.* Application of Gauss's Law Space-Charge Limited Emission Model in Iterative Particle Tracking Method // J. Comp. Phys. 2016. V. 324. P. 62–72.
6. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики: Учеб. пособие. 6-е изд. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1999. 799 с.