

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ В ЦИКЛИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЯХ С ПОСТОЯННЫМ РАДИУСОМ ОРБИТЫ

*Г. В. Долбилов*¹

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В работе изучается возможность создания ускорителей, в которых активной системой является только ускоряющая система. Остальные системы ускорителя, такие как система ведущего магнитного поля, фокусирующая система и системы инжекции частиц в ускоритель и автоматического вывода ускоренных частиц из ускорителя, являются пассивными, так как используют только постоянные магниты. Наиболее спорным вопросом реализации такого метода ускорения является вопрос устойчивости движения частиц при их ускорении в постоянных магнитных полях и при постоянном радиусе орбиты. В настоящей работе показана принципиальная возможность решения этой задачи.

In this paper we study the possibility of creating accelerators in which the active system is only the accelerating system. The rest of the accelerator systems, such as the leading magnetic field system, the focusing system and the system of injection of particles into the accelerator and the automatic removal of accelerated particles from the accelerator, are passive because they use only permanent magnets. The most controversial issue of the implementation of this method of acceleration is the question of the stability of the motion of particles at their acceleration in constant magnetic fields and at a constant radius of the orbit. This paper shows the principal possibility of solving this problem.

PACS: 29.20.D-; 29.27.Ac; 29.27.Eg

ВВЕДЕНИЕ

Цель настоящей работы — показать принципиальную возможность формирования устойчивых замкнутых орбит с практически постоянным радиусом в полях постоянных магнитов. В этом методе, используя центробежные силы ускоряемых частиц, «загоняют» заряженные частицы во все более и более сильные магнитные поля, где $Mv^2/R = vqB$, $R = R_0 + r$, R_0 — радиус с нулевой величиной магнитного поля, $0 \leq r \leq r_m$ — область быстро растущего магнитного поля $B = rG_{\text{aver}}$, G_{aver} — средний градиент магнитного поля. При этом максимальная величина $\Delta R = r_m = B_m/G_{\text{aver}}$. Чем выше градиент, тем компактнее радиальный размер систем ведущего магнитного поля ускорителя, но тем жестче требования к начальным скоростям ускоряемых частиц.

¹E-mail: dol37@mail.ru

В этой работе делается оценка возможностей одного из вариантов системы ведущего магнитного поля. Этот вариант позволяет существенно снизить нижний порог энергий ускоряемых частиц.

Вопрос синхронизации частиц и ускоряющего поля при столь широком диапазоне скоростей $3 \cdot 10^{-2} \leq \beta \leq 1$ и частоты циклов решается использованием нерезонансной, индукционной системы ускорения [1]. Синхронизация осуществляется путем изменения частоты повторения индукционных импульсов. Кроме того, индукционная система является сильноточной ускоряющей системой и в состоянии существенно увеличить мощность ускоренного пучка.

Для продольной устойчивости ускоряемых ступков используется метод Векслера–Макмиллана, который реализуется выбором формы вершины индукционных импульсов [1].

Для инъекции и вывода частиц ускорителя используются постоянные магниты [1, 3, 4].

Индукционная ускоряющая система является единственной системой, параметры импульсов которой изменяются во времени.

СТАБИЛИЗАЦИЯ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ УСКОРЯЕМЫХ ЧАСТИЦ

Рассмотрим способ формирования замкнутых орбит, который основан на отражении частиц полями разнополярных магнитов [1]. Этот метод не имеет принципиальных ограничений для уменьшения нижнего порога энергии (скорости) ускоряемых частиц. Для наглядности и простоты оценок параметров системы формирования орбит будем считать, что магнитный потенциал систем (рис. 1) равен $U_m = Grz$, где $G = \text{const}$. Оценки проведем в приближении v_r и $v_z \ll v_x = v$.

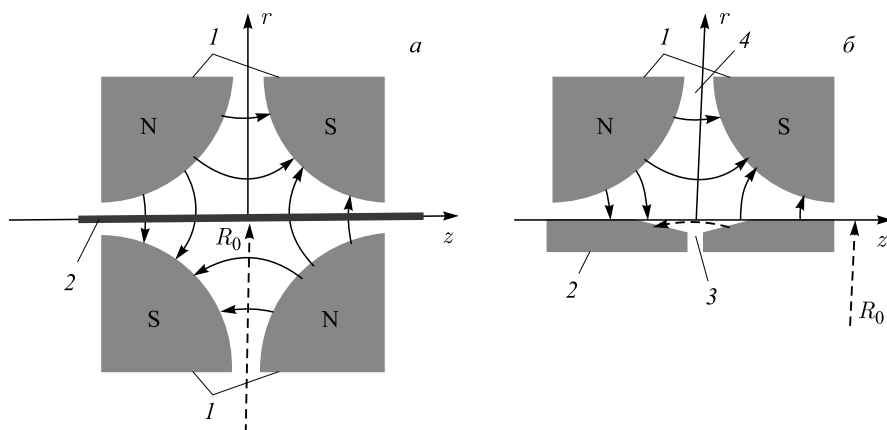


Рис. 1. Схемы поперечного сечения биполярной (а) и усеченной (б) магнитных систем: 1 — магнитные полюсы, рабочие поверхности которых выполнены в виде гиперболических цилиндров; 2 — магнитные экраны; 3 — устройство для уменьшения градиента в области слабого магнитного поля; 4 — устройство для коррекции градиента в области сильного магнитного поля

Магнитные поля в таких системах равны

$$B_r = \frac{dV}{dr} = Gz, \quad \frac{dB_r}{dz} = G,$$

$$B_z = \frac{dV}{dz} = Gr, \quad \frac{dB_z}{dr} = G.$$

Поскольку в плоскости z силовые линии магнитного поля перпендикулярны плоскости, это позволяет устанавливать в этой плоскости магнитный экран (см. рис. 1, *a*), который не влияет на характер распределение магнитного поля.

Поэтому при работе в полях только одной из половин магнитной системы можно использовать упрощенную конструкцию системы (см. рис. 1, *б*). Магнитные полюсы 1 и магнитный экран 2 в плоскости z формируют требуемое распределение магнитного потенциала $U_m = Grz$. Устройство 3 позволяет уменьшать величину градиента магнитного поля вблизи экрана. В области 4 поверхности магнитных полюсов плоские и также позволяют изменять величину градиента поля G .

На частицу, движущуюся в магнитной системе с постоянной скоростью $v_x = v$, действуют силы

$$F_r = -qvB_y + F_c = -qvGr + F_c, \quad F_z = qvB_r = qvGz,$$

где F_c — адиабатически меняющаяся центробежная сила, равная $F_c = Mv^2/R$, R — радиус орбиты частицы.

Уравнения движения имеют вид

$$\frac{dP_r}{dt} = M \frac{d^2r}{dt^2} = -qvGr + F_c, \quad \frac{dP_z}{dt} = M \frac{d^2z}{dt^2} = qvGz.$$

При постоянной скорости v получаем

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{d}{dt} \frac{dr}{dt} = \frac{dx}{dt} \frac{d}{dx} \left(\frac{dx}{dt} \frac{dr}{dx} \right) = v \frac{d}{dx} \left(v \frac{dr}{dx} \right) = v^2 \frac{d^2r}{dx^2}, \quad \frac{d^2z}{dt^2} = v^2 \frac{d^2z}{dx^2}.$$

Следовательно,

$$\frac{d^2r}{dx^2} + k^2r = \frac{F_c}{Mv^2}, \quad \frac{d^2z}{dx^2} - k^2z = 0, \quad k^2 = \frac{qG}{Mv}.$$

Если положить $r = r_1 + \rho$, где $r_1 = \text{const}$, то уравнение для r -движения будет следующим:

$$\frac{d^2\rho}{dx^2} + k^2\rho = \frac{F_c}{Mv^2} - k^2r_1;$$

оно описывает устойчивые колебания частицы относительно кольцевой траектории радиуса $R = R_0 + r_1$:

$$R_0 + r_1 = \frac{F_c}{Mv^2k^2} = \frac{Mv}{qG}.$$

При этом

$$r_1 = \frac{Mv}{qG} \frac{1}{R} \cong \frac{P}{qG} \frac{1}{R_0}, \quad \text{так как } r_1 \ll R_0.$$

В матричной форме уравнения движения частиц имеют вид

$$\begin{bmatrix} \rho \\ \rho' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos kx & \frac{1}{k} \sin kx \\ -k \sin kx & \cos kx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_0 \\ \rho'_0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} z \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch} kx & \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx \\ k \operatorname{sh} kx & \operatorname{ch} kx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_0 \\ z'_0 \end{bmatrix}.$$

В радиальной плоскости частицы совершают устойчивые колебания, длина волны которых λ соответствует равенству

$$k = \sqrt{\frac{qG}{Mv}} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \lambda = 2\pi \sqrt{\frac{Mv}{qG}}. \quad (1)$$

Вертикальное, z -движение частиц неустойчиво, и требуются дополнительные меры по устранению этой неустойчивости. Рассмотрим один из вариантов подавления этой неустойчивости.

Он заключается в том, что краевыми полями плоских линз с обратной полярностью поля осуществляют z -фокусировку и ρ -дефокусировку частиц. При этом реализуется жесткая фокусировка как тех, так и других колебаний. Схема такой фокусирующей системы приведена на рис. 2. Плоские фокусирующие/дефокусирующие магнитные линзы треугольной формы расположены вдоль равновесной орбиты R_0 с периодом, равным S . Фокусное расстояние каждой из линз равно [2] $F_{\rho,z} = \mp(R/2) \operatorname{ctg} \alpha$, $R = P/B_L$, B_L — магнитное поле линз, α — угол наклона границ линз.

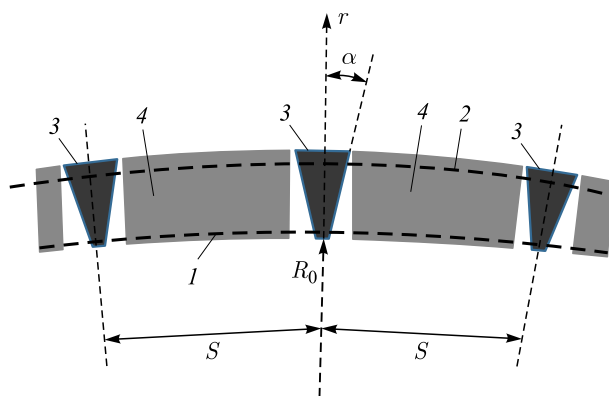


Рис. 2. Схема фокусировки частиц в ускорителе: 1 — равновесная траектория инжектированных частиц; 2 — равновесная траектория ускоренных частиц; 3 — фокусирующие линзы с плоскими магнитными полюсами; 4 — магниты ведущего магнитного поля; S — длина периода фокусирующей системы; α — угол наклона границ фокусирующей системы

Матричная форма уравнений движения частиц в такой системе имеет вид

$$\begin{bmatrix} z_n \\ z'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{ch} kS & \frac{1}{k} \operatorname{sh} kS \\ k \operatorname{sh} kS & \operatorname{ch} kS \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{F} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{n-1} \\ z'_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{n-1} \\ z'_{n-1} \end{bmatrix},$$

$$Z_{11} = \operatorname{ch} kS - \frac{1}{kF} \operatorname{sh} kS, \quad Z_{12} = \frac{1}{k} \operatorname{sh} kS,$$

$$Z_{21} = k \operatorname{sh} kS - \frac{1}{F} \operatorname{ch} kS, \quad Z_{22} = \operatorname{ch} kS,$$

$$\begin{bmatrix} \rho_n \\ \rho'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos kS & \frac{1}{k} \sin kS \\ -k \sin kS & \cos kS \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{F} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{n-1} \\ \rho'_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{n-1} \\ \rho'_{n-1} \end{bmatrix},$$

$$R_{11} = \cos kS + \frac{1}{kF} \sin kS, \quad R_{12} = \frac{1}{k} \sin kS,$$

$$R_{21} = -k \sin kS + \frac{1}{F} \cos kS, \quad R_{22} = \cos kS,$$

где S — длина периода фокусирующей системы; n — номер периода.

Изменение фазы бетатронных колебаний на каждом из периодов системы определяется выражениями [2]

$$\cos \sigma_z = \frac{1}{2}(Z_{11} + Z_{22}) = \operatorname{ch} kS - \frac{1}{2} \frac{1}{kF} \operatorname{sh} kS,$$

$$\cos \sigma_\rho = (R_{11} + R_{22}) = \cos kS + \frac{1}{2} \frac{1}{kF} \sin kS.$$

Бетатронные колебания носят устойчивый характер, если фазовые величины являются действительной величиной. Для этого должны выполняться неравенства [2]

$$-1 \leq \cos \sigma_z \leq 1, \quad -1 \leq \cos \sigma_\rho \leq 1.$$

Эти неравенства выполняются, если

$$\operatorname{th} \frac{kS}{2} \leq \frac{1}{2} \frac{1}{kF} \leq \operatorname{cth} \frac{kS}{2} \quad \text{для } z\text{-колебаний,}$$

$$0 \leq \frac{1}{2} \frac{1}{kF} \leq \operatorname{tg} \frac{kS}{2} \quad \text{для } \rho\text{-колебаний.}$$

Диапазон устойчивости ρ -колебаний определяется неравенством

$$0 \leq \frac{kS}{2} \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{или} \quad 0 \leq \frac{S}{\lambda} \leq \frac{1}{4}.$$

При $kS/2 = \pi/2$ ширина области, где z -колебания устойчивы, сужается (рис. 3) до величины

$$\operatorname{th} \frac{\pi}{2} = 0,917 \leq \frac{1}{2} \frac{1}{kF} \leq \operatorname{cth} \frac{\pi}{2} = 1,09.$$

Функция $f = 1/2kF$ должна находиться внутри области, ограниченной $\operatorname{th}(kS/2)$ и $\operatorname{ctg}(kS/2)$.

Для анализа работы фокусирующей системы в основном режиме, когда градиент поля системы ведущего магнитного поля $G = \operatorname{const}$, удобно преобразовать функцию f следующим образом:

$$f = \frac{1}{2} \frac{1}{kF} = \frac{1}{2} \frac{k}{k^2 F} = \frac{kS}{2} \frac{P}{qG} \frac{2qB_L}{P} \frac{1}{S} \operatorname{tg} \alpha = \frac{kS}{2} \frac{2B_L}{SG} \operatorname{tg} \alpha = \chi T,$$

тогда неравенство (2) примет вид

$$\operatorname{th} \chi \leq \chi T \leq \operatorname{cth} \chi, \quad \text{где} \quad \chi = \frac{kS}{2}, \quad T = \frac{2B_L}{SG} \operatorname{tg} \alpha.$$

Функция $f = \chi T$ — это линейная функция с угловым коэффициентом, равным T .

Бетатронные z -колебания будут устойчивы только тогда, когда

$$T = \frac{2B_L}{SG} \operatorname{tg} \alpha \geq 1.$$

На рис. 3 приведены границы области устойчивости $\operatorname{th} \chi$ и $\operatorname{cth} \chi$ и функция χT , которая находится в этой области и при $\chi = \pi/3 \cong 1$ достигает центра области $\chi T = 1$.

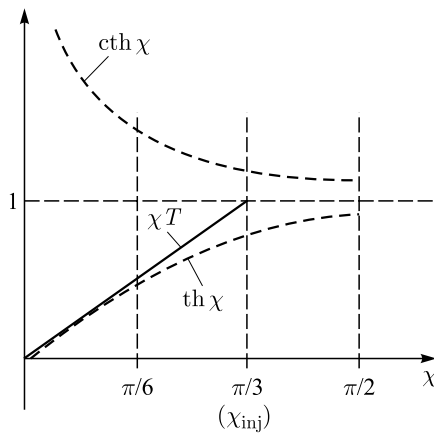


Рис. 3. Область устойчивости z -бетатронных колебаний и функция χT

Диапазон допустимых длин периода фокусирующей системы S определяется длиной волны бетатронных колебаний λ , причем должно выполняться неравенство $0 < S/\lambda < 1/4$. При малых скоростях инжектируемых частиц длина волны колебаний может быть очень мала. Поэтому при инжекции частиц в ускоритель, уменьшая градиент магнитного поля G_{inj} , увеличивают длину волны $\lambda_{\text{inj}} = 2\pi\sqrt{P_{\text{inj}}/qG_{\text{inj}}}$ до нужных размеров и на начальном этапе ускорения поддерживают его примерно постоянным путем увеличения средней величины градиента магнитного поля $G_{\text{aver}} = G_{\text{inj}}(P/P_{\text{inj}})$. При достижении градиентом поля заданной величины можно переходить в режим ускорения с постоянной величиной $G = \text{const}$.

При работе в режиме $\lambda = \text{const}$ будем считать, что $\chi_{\text{inj}} T_{\text{inj}} = 1$. Функцию $f = \chi T$ при $\lambda = \text{const}$ удобно записать в виде

$$\chi T = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{qB_L}{P} \operatorname{tg} \alpha = 1, \quad P_{\text{inj}} = \frac{1}{2\pi} \lambda_{\text{inj}} qB_L (\operatorname{tg} \alpha)_{\text{inj}}.$$

При заданной длине волны колебаний инжектированных частиц определяют требуемый импульс (скорость) этих частиц

$$P_{\text{inj}} = \frac{1}{2\pi} \lambda_{\text{inj}} qB_L (\operatorname{tg} \alpha)_{\text{inj}}.$$

Например, для протонов

$$P = Mv = \frac{Mc^2\beta\gamma}{c} = \frac{10^9[\text{эВ}] \cdot \beta\gamma}{3 \cdot 10^8[\text{М/с}]} = \frac{\beta\gamma}{0,3} [(\text{эВ/М}) \cdot \text{с}], \quad \beta_{\text{inj}} = \frac{0,3}{2\pi} \lambda_{\text{inj}(m)} B_{L(T)} (\text{tg } \alpha)_{\text{inj}}.$$

Если требуется усилить действие магнитного поля на фокусировку частиц, можно использовать краевые поля магнитов ведущего магнитного поля. Когда углы наклона границ этих магнитов совпадают с углами наклона границ фокусирующих линз, неравенство (3) принимает вид

$$2 \left(B_L + \frac{r}{r_{\text{max}}} B_{\text{max}} \right) \text{tg } \alpha \geq GS.$$

С увеличением энергии частицы длина волны бетатронных колебаний неограниченно растёт, пока частица не будет выведена из ускорителя.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен один из возможных вариантов формирования устойчивых стационарных орбит с практически постоянным радиусом при ускорении частиц в постоянных во времени магнитных полях. Данный вариант позволяет ускорять частицы без использования предускорителей и бустеров. Частицы с малой скоростью, например $v_{\text{inj}}/c \approx 0,03$ ($U_{\text{inj}} \approx 450$ кВ), инжектируются на орбиту с полем $B \approx 0$ [3] и ускоряются индукционным электрическим полем [1]. Центробежные силы ускоряемых частиц смещают равновесную орбиту во все более и более сильные магнитные поля и при достижении частицами заданной энергии автоматически выводятся из ускорителя [4]. Максимальная энергия ускоренных частиц определяется величиной индукции ведущего магнитного поля и радиусом орбиты ускорителя.

В настоящей работе описан способ подавления неустойчивости вертикальных бетатронных колебаний линзами с плоскими магнитными полюсами. Определена область, в которой и вертикальные, и радиальные бетатронные колебания устойчивы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Долбилов Г. В. Широкополосный циклический ускоритель с постоянными магнитным полем и равновесным радиусом частиц // Письма в ЭЧАЯ. 2019. Т. 16, № 2(221). С. 130–137 (*Dolbilov G. V. Broadband Cyclic Accelerator with Constant Magnetic Field and Equilibrium Radius of the Orbit of Particles // Phys. Part. Nucl. Lett.* 2019. V. 16, No. 2. P. 116–120).
2. *Livingood J. Principle of Cyclic Particle Accelerators.* Argonne Nat. Laboratory, 1961.
3. Долбилов Г. В. Система многооборотной инжекции // Письма в ЭЧАЯ. 2017. Т. 14, № 6(211). С. 673–682 (*Dolbilov G. V. Multiturn Beam Injection System // Phys. Part. Nucl. Lett.* 2017. V. 14, No. 6. P. 939–943).
4. Долбилов Г. В. Использование постоянных магнитов для вывода частиц из циклических ускорителей с постоянным радиусом орбиты // Письма в ЭЧАЯ. 2018. Т. 15, № 5(215). С. 399–407 (*Dolbilov G. V. Application of Permanent Magnets for Particle Extraction from Cyclic Accelerators with Constant Orbit Radius // Phys. Part. Nucl. Lett.* 2018. V. 15, No. 5. P. 510–515).

Получено 28 июня 2019 г.