

АНОМАЛЬНЫЕ РАЗМЕРНОСТИ МАСС КВАРКОВ В ТРЕХПЕТЛЕВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

О. В. Тарасов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Исследуются массы фермионов в калибровочных теориях. Рассмотрение ведется в рамках ренормгруппового подхода. Дано детальное описание метода и результатов трехпетлевого расчета ренормгрупповой функции γ_m , определяющей поведение эффективной массы теории. Используются размерная регуляризация и схема минимальных вычитаний 'т Хофта. Все расчеты проводились на ЭВМ с помощью системы для аналитических преобразований SCHOONSCHIP. Результат получен для любой калибровочной полупростой группы Ли. Приведены значения аномальных размерностей фермионов для квантовой хромодинамики и электродинамики.

The results of calculation of the three-loop radiative correction to the renormalization constant of fermion masses for non-Abelian gauge theory interacting with fermions are presented. Dimensional regularization and the 't Hooft minimal subtraction scheme are used. The method of calculation is described in detail. The renormalization group function γ_m determining the behavior of the effective mass of fermions is presented. The anomalous dimensions of fermions for QED and QCD up to three loops are given. All calculations were performed on a computer with the help of the SCHOONSCHIP system for analytical manipulations.

PACS: 11.10.Ni; 12.38.Aw; 12.20.-m

Проблемы, связанные с учетом масс кварков и лептонов в квантовой хромодинамике, обычных и суперсимметричных теориях большого объединения привлекают все большее внимание. Пороговые эффекты [1], массы легких кварков [2], величина отношения m_b/m_τ в рамках теорий большого объединения [3] и т. д. обычно исследуются с использованием ренормгрупповых методов [4]. Применение ренормгруппы в этих случаях требует знания аномальных размерностей масс фермионов.

Характерной особенностью учета массовых эффектов являются большие вклады высших порядков теории возмущений. Например, для отношения m_b/m_τ [3] двухпетлевые поправки составляют 20% от лидирующего вклада. В рамках $SU(5)$ -теории большого объединения на основе учета двухпетлевых поправок было сделано заключение, что число сортов кварков не может превышать шести [3]. Однопетлевое приближение давало менее жесткие ограничения — меньше восьми. Следующие приближения: трехпетлевое и выше — могут также привести к изменению этой границы. Их включение приводит к более сильной зависимости ренормгрупповых функций от числа сортов кварков. Оно входит линейно в одно- и двухпетлевые поправки, а в трехпетлевые — квадратично. Изменение предсказываемого теорией числа кварков, после добавления высших порядков, может сказаться на описании целого ряда характеристик различных физических процессов.

В данной работе приводятся результаты вычисления в трехпетлевом приближении аномальных размерностей масс фермионов, взаимодействующих с янг-милловскими полями.

Лагранжиан рассматриваемой теории имеет вид

$$L = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a - \frac{1}{2\alpha} (\partial_\mu A_\mu^a)^2 - \partial_\mu \bar{\eta}^a \partial_\mu \eta^a + g f^{abc} \bar{\eta}^a A_\mu^b \partial_\mu \eta^c + i \sum_{l=1}^f \bar{\psi}_i^l \hat{D} \psi_i^l - \sum_{l=1}^f m_l \bar{\psi}_i^l \psi_i^l,$$

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c,$$

$$D_\mu \psi_i^l = \partial_\mu \psi_i^l - i g R_{ij}^a \psi_j^l A_\mu^a.$$

Здесь η^a — гостовские поля; α — калибровочный параметр; f^{abc} — полностью антисимметричные структурные константы калибровочной группы G . Индексы фермионного поля ψ_i^m означают цвет (i) и сорт фермиона (m). Матрицы R^a удовлетворяют следующим соотношениям:

$$[R^a, R^b]_- = i f^{abc} R^c, \quad f^{acd} f^{bcd} = C \delta^{ab},$$

$$R^a R^a = C_F I, \quad \text{tr} (R^a R^b) = t \delta^{ab}.$$

В частности, для калибровочной группы $SU(N)$ групповые инварианты C , C_F и t фундаментального (кваркового) представления принимают значения

$$C = N, \quad C_F = \frac{N^2 - 1}{2N}, \quad t = \frac{1}{2}.$$

В работе использованы размерная регуляризация и схема минимальных вычитаний 'т Хофта [5]. Константы ренормировки Z_Γ , связывающие ренормированные и неренормированные функции Грина:

$$\Gamma_R \left(\frac{Q^2}{\mu^2}, h, m, \alpha \right) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} Z_\Gamma \left(\frac{1}{\varepsilon}, h, \alpha \right) \Gamma (Q^2, h_B, m_B, \alpha_B, \varepsilon),$$

в этой схеме имеют вид

$$Z_\Gamma \left(\frac{1}{\varepsilon}, h, \alpha \right) = 1 + \sum_{\nu=1}^{\infty} c_\Gamma^{(\nu)}(h, \alpha) \frac{1}{\varepsilon^\nu},$$

т.е. в Z_Γ включаются только полюса по ε , где $\varepsilon = (4 - n)/2$, n — размерность пространства-времени, $h = g^2/(4\pi)^2$, μ — ренормировочный параметр с размерностью массы. «Голый» заряд h_B^2 связан с ренормированным h через произведение соответствующих констант ренормировки. Наиболее удобный выбор с точки зрения вычислений:

$$h_B = (\mu^2)^\varepsilon h \tilde{Z}_1^2 Z_3^{-1} \tilde{Z}_3^{-2} = (\mu^2)^\varepsilon \left[h + \sum_{\nu=1}^{\infty} a^{(\nu)}(h) \frac{1}{\varepsilon^\nu} \right].$$

Здесь \tilde{Z}_1 — константа ренормировки вершины гост-гост-глюон, а Z_3 и \tilde{Z}_3 — константы ренормировки обратного глюонного и обратного гостовского пропагаторов соответ-

ственно. «Голые» параметры m_B и α_B связаны с ренормированными следующим образом:

$$\begin{aligned} m_B &= Z_m m = m \left[1 + \sum_{\nu=1}^{\infty} b^{(\nu)}(h) \frac{1}{\varepsilon^\nu} \right], \\ \alpha_B &= Z_3 \alpha = \alpha \left[1 + \sum_{\nu=1}^{\infty} d^{(\nu)}(h, \alpha) \frac{1}{\varepsilon^\nu} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

где Z_m — константа ренормировки массы. Как показано в [6], $a^{(\nu)}(h)$ и $b^{(\nu)}(h)$ не зависят от α , что дает возможность работать в наиболее простой для вычислений калибровке.

Уравнение ренормгруппы в схеме 'т Хофта для функции Грина $\Gamma_R(Q^2/\mu^2, h, m, \alpha)$ имеет вид [5, 7]

$$\left\{ Q^2 \frac{\partial}{\partial Q^2} - \beta(h) \frac{\partial}{\partial h} + [1 - \gamma_m(h)] m \frac{\partial}{\partial m} - \delta(h, \alpha) \alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} - \gamma_\Gamma(h, \alpha) \right\} \Gamma_R \left(\frac{Q^2}{\mu^2}, h, m, \alpha \right) = 0. \quad (2)$$

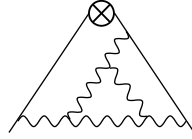
Здесь

$$\begin{aligned} \beta(h) &= \mu^2 \frac{\partial h}{\partial \mu^2} \Big|_{h_B, m_B, \alpha_B \text{-fixed}}, \\ \gamma_m(h) &= \mu^2 \frac{\partial \ln m}{\partial \mu^2} \Big|_{h_B, m_B, \alpha_B \text{-fixed}}, \\ \delta(h, \alpha) &= \mu^2 \frac{\partial \ln \alpha}{\partial \mu^2} \Big|_{h_B, m_B, \alpha_B \text{-fixed}}, \\ \gamma_\Gamma(h, \alpha) &= -\mu^2 \frac{\partial \ln Z_\Gamma}{\partial \mu^2} \Big|_{h_B, m_B, \alpha_B \text{-fixed}}. \end{aligned}$$

Функции $\beta(h)$, $\gamma_m(h)$, $\delta(h, \alpha)$ и $\gamma_\Gamma(h, \alpha)$ могут быть выражены через коэффициенты при ε^{-1} в разложениях для соответствующих констант ренормировки Z :

$$\begin{aligned} \beta(h) &= \left(h \frac{\partial}{\partial h} - 1 \right) a^{(1)}(h) = h [2\tilde{\gamma}_1(h, \alpha) - \gamma_3(h, \alpha) - 2\tilde{\gamma}_3(h, \alpha)] = \\ &= -\beta_1 h^2 - \beta_2 h^3 - \beta_3 h^4 - \dots, \\ \gamma_m(h) &= h \frac{\partial b^{(1)}(h)}{\partial h} = -\gamma_1 h - \gamma_2 h^2 - \gamma_3 h^3 - \dots, \\ \delta(h, \alpha) &= h \frac{\partial d^{(1)}(h)}{\partial h} = \gamma_3(h, \alpha), \\ \gamma_\Gamma(h, \alpha) &= h \frac{\partial c^{(1)}(h, \alpha)}{\partial h}, \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим вычисление вклада в $Z_{\psi\psi}^-$ одной из трехпетлевых диаграмм, например, приведенной ниже:



R' этой диаграммы с учетом комбинаторного множителя и соответствующих ей контрчленов схематически можно представить в виде

$$R' = \text{triangle} - (KR') \text{triangle} - (KR') \text{triangle},$$

$$R' = \text{triangle} - (KR') \text{triangle},$$

$$KR' = K \text{triangle}.$$

В результате, подставляя значения соответствующих KR' , двух- и однопетлевых диаграмм, получаем

$$\begin{aligned} KR' &= \left[\frac{13}{4\epsilon^3} + \frac{70}{3\epsilon^2} + \frac{1427}{12\epsilon} - \frac{113}{4\epsilon} \zeta(3) \right] C_F C^2 + \\ &+ \left[\frac{39}{4\epsilon^3} + \frac{19}{4\epsilon^2} + \frac{231}{16\epsilon} \right] C_F C^2 - \\ &- \left[\frac{39}{4\epsilon^3} + \frac{299}{8\epsilon^2} + \frac{975}{8\epsilon} - \frac{117}{4\epsilon} \zeta(3) \right] C_F C^2 = \\ &= \left[\frac{13}{4\epsilon^3} - \frac{223}{24\epsilon^2} + \frac{551}{48\epsilon} + \frac{1}{\epsilon} \zeta(3) \right] C_F C^2. \end{aligned}$$

Вычисление всех диаграмм проводилось на ЭВМ CDC-6500 с помощью системы аналитических преобразований SCHOONSCHIP [10]. Для простоты расчетов была использована фейнмановская калибровка ($\alpha = 1$). Вклад в Z_2^{-1} и $Z_{\psi\psi}^-$ суммы диаграмм с одно- и двухпетлевыми вставками, вклад факторизованных и вклад суммы всех остальных диаграмм приведены по отдельности в приложении. С учетом трех-

петлевого приближения

$$\begin{aligned}
 Z_2^{-1} = 1 + \frac{1}{\varepsilon} h C_F + & \left[\frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{1}{2} C_F - C \right) + \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{17}{4} C - t f - \frac{3}{4} C_F \right) \right] h^2 C_F + \\
 & + \left[\frac{1}{\varepsilon^3} \left(\frac{7}{4} C^2 - \frac{1}{3} C t f - C C_F + \frac{1}{6} C_F^2 \right) - \right. \\
 & - \frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{104}{9} C^2 - \frac{56}{9} C t f + \frac{8}{9} t^2 f^2 - \frac{73}{12} C C_F + \frac{5}{3} C_F t f + \frac{3}{4} C_F^2 \right) - \\
 & - \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{1301}{108} C t f + \frac{143}{12} C C_F - \frac{10559}{432} C^2 - \frac{20}{27} t^2 f^2 - \right. \\
 & \left. \left. - C_F t f - \frac{1}{2} C_F^2 - 4 C C_F \zeta(3) + \frac{5}{2} C^2 \zeta(3) \right) \right] h^3 C_F,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_m = 1 - 3 C_F h \frac{1}{\varepsilon} + & \left[\frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{11}{2} C - 2 t f + \frac{9}{2} C_F \right) + \frac{1}{\varepsilon} \left(-\frac{97}{12} C + \frac{5}{3} t f - \frac{3}{4} C_F \right) \right] h^2 C_F + \\
 & + \left[\frac{1}{\varepsilon^3} \left(\frac{88}{9} C t f - \frac{33}{2} C C_F - \frac{121}{9} C^2 - \frac{16}{9} t^2 f^2 + 6 C_F t f - \frac{9}{2} C_F^2 \right) + \right. \\
 & + \frac{1}{\varepsilon^2} \left(-\frac{484}{27} C t f + \frac{313}{12} C C_F + \frac{1679}{54} C^2 + \frac{40}{27} t^2 f^2 - \frac{29}{3} C_F t f + \frac{9}{4} C_F^2 \right) + \\
 & + \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{556}{81} C t f + \frac{43}{4} C C_F - \frac{11413}{324} C^2 + \frac{140}{81} t^2 f^2 + \frac{46}{3} C_F t f - \right. \\
 & \left. \left. - \frac{43}{2} C_F^2 + 16 \zeta(3) t f (C - C_F) \right) \right] h^3 C_F.
 \end{aligned}$$

Используя (1) и (3), получаем

$$\begin{aligned}
 \gamma_m(h) = -3 C_F h - & \left(\frac{97}{6} C - \frac{10}{3} t f + \frac{3}{2} C_F \right) C_F h^2 + \left(\frac{556}{27} C t f + \frac{129}{4} C C_F - \right. \\
 & - \frac{11413}{108} C^2 + \frac{140}{27} t^2 f^2 + 46 C_F t f - \frac{129}{2} C_F^2 + 48 \zeta(3) t f (C - C_F) \left. \right) h^3 C_F, \\
 \gamma_2(h, 1) = -C_F h - & \left(\frac{17}{2} C - 2 t f - \frac{3}{2} C_F \right) C_F h^2 - \left(\frac{10559}{144} C^2 - \frac{1301}{36} C t f - \right. \\
 & - \frac{143}{4} C C_F + \frac{20}{9} t^2 f^2 + 3 C_F t f + \frac{3}{2} C_F^2 + 12 C C_F \zeta(3) - \frac{15}{2} C^2 \zeta(3) \left. \right) h^3 C_F.
 \end{aligned} \tag{4}$$

На уровне двух петель результат совпадает с [8]. В отличие от β -функции трехпетлевое приближение для γ_m содержит зета-функцию $\zeta(3) = \sum_{l=1}^{\infty} 1/l^3$. Коэффициент при $C_F t^2 f^2$ совпадает с предсказаниями работы [11]. Для квантовой хромодинамики

(калибровочная группа $SU(3)$ с $C = 3$, $C_F = 4/3$, $t = 1/2$) имеем

$$\begin{aligned}\gamma_{m_i}(h) &= -4h - \left(\frac{202}{3} - \frac{20}{9}f\right)h^2 - \left(\frac{3747}{3} - \frac{2216}{27}f - \frac{140}{81}f^2\right)h^3 + \frac{160}{3}\zeta(3)fh^3, \\ \gamma_2(h, 1) &= -\frac{4}{3}h - \left(\frac{97}{3} + \frac{4}{3}f\right)h^2 - \left(\frac{24941}{36} - \frac{1253}{18}f + \frac{20}{27}f^2 - 26\zeta(3)\right)h^3.\end{aligned}$$

Приведем также выражение для $\beta(h)$ [12]:

$$\beta(h) = -\left(11 - \frac{2}{3}f\right)h^2 - \left(102 - \frac{38}{3}f\right)h^3 - \left(\frac{2857}{2} - \frac{5033}{18}f + \frac{325}{54}f^2\right)h^4.$$

Из (4) легко получить γ_2 и γ_m для квантовой электродинамики, положив $C = 0$, $C_F = 1$, $tf = 1$:

$$\gamma_m(h) = -3h + \frac{11}{6}h^2 - \frac{719}{54}h^3 - 48\zeta(3)h^3, \quad \gamma_2(h) = -h + \frac{7}{2}h^2 - \frac{121}{18}h^3.$$

Решения ренормгрупповых уравнений (2) в схеме 'т Хофта выражаются через эффективные параметры \bar{h} , \bar{m} , $\bar{\alpha}$, определенные системой

$$\frac{d\bar{h}}{dt} = \beta(\bar{h}), \quad \frac{d\ln\bar{\alpha}}{dt} = \delta(\bar{h}, \bar{\alpha}), \quad \frac{d\ln\bar{m}_i}{dt} = \gamma_{m_i}(\bar{h}).$$

Решение для $\bar{h}(L)$ приведено в работе [12]

$$\begin{aligned}\bar{h}(L) &= \frac{1}{\beta_1 L} - \frac{\beta_2 \ln L}{\beta_1^3 L^2} + \frac{\beta_2^2 (\ln^2 L - \ln L)}{\beta_1^5 L^3} + \frac{\beta_3 \beta_1 - \beta_2^2}{\beta_1^5 L^3} - \\ &\quad - \frac{\beta_2^3 \ln^3 L}{\beta_1^7 L^4} + \frac{5\beta_2^3 \ln^2 L}{2\beta_1^7 L^4} + \frac{(-3\beta_1 \beta_2 \beta_3 + 2\beta_2^3) \ln L}{\beta_1^7 L^4} + O\left(\frac{1}{L^4}\right).\end{aligned}$$

Здесь $L = \ln Q^2/\Lambda^2 \equiv \int dx/\beta(x) + \ln Q^2/\mu^2$. Произвольная константа интегрирования выбрана так, чтобы сократился член $1/L^2$ в разложении для $\bar{h}(L)$.

Решение для \bar{m}_i имеет вид

$$\begin{aligned}\bar{m}_i(L) &= \hat{m}_i(L)^{-\gamma_1/\beta_1} \left\{ 1 + \frac{(\gamma_2 \beta_1 - \beta_2 \gamma_1)}{\beta_1^3 L} - \frac{\beta_2 \gamma_1 \ln L}{\beta_1^3 L} + \right. \\ &\quad + \frac{1}{2\beta_1^6} \left(\beta_1^3 \gamma_3 + \beta_1^2 \gamma_2^2 - \beta_1^2 \beta_2 \gamma_2 + \beta_1^2 \beta_3 \gamma_1 - \beta_1 \beta_2^2 \gamma_1 - 2\beta_1 \beta_2 \gamma_1 \gamma_2 + \beta_2^2 \gamma_1^2 \right) \frac{1}{L^2} + \\ &\quad \left. + \frac{1}{\beta_1^6} \left(\beta_2^2 \gamma_1^2 - \beta_1^2 \beta_2 \gamma_2 - \beta_1 \beta_2 \gamma_1 \gamma_2 \right) \frac{\ln L}{L^2} + \frac{1}{2\beta_1^6} (\beta_1 \beta_2^2 \gamma_1 + \beta_2^2 \gamma_1^2) \frac{\ln^2 L}{L^2} \right\}.\end{aligned}$$

Поскольку $\delta(h, \alpha)$ в трехпетлевом приближении в произвольной калибровке неизвестна и поскольку в схеме минимальных вычитаний физические величины от $\bar{\alpha}$ не зависят, решение для $\bar{\alpha}$ здесь не приводится.

Наиболее интересными приложениями полученного результата могут быть отношение m_b/m_τ в рамках $SU(5)$ -теории большого объединения и вычисление $\gamma_m(h)$ для суперсимметричных теорий Янга–Миллса [12]. В настоящее время эти проблемы исследуются.

В заключение я выражаю признательность за интерес к работе и полезные обсуждения Д. И. Казакову, А. Л. Катаеву и Д. В. Ширкову.

Настоящий текст был опубликован как сообщение ОИЯИ P2-82-900.

Приложение
ТРЕХПЕТЛЕВЫЕ ДИАГРАММЫ ФЕРМИОННОГО ПРОПАГАТОРА

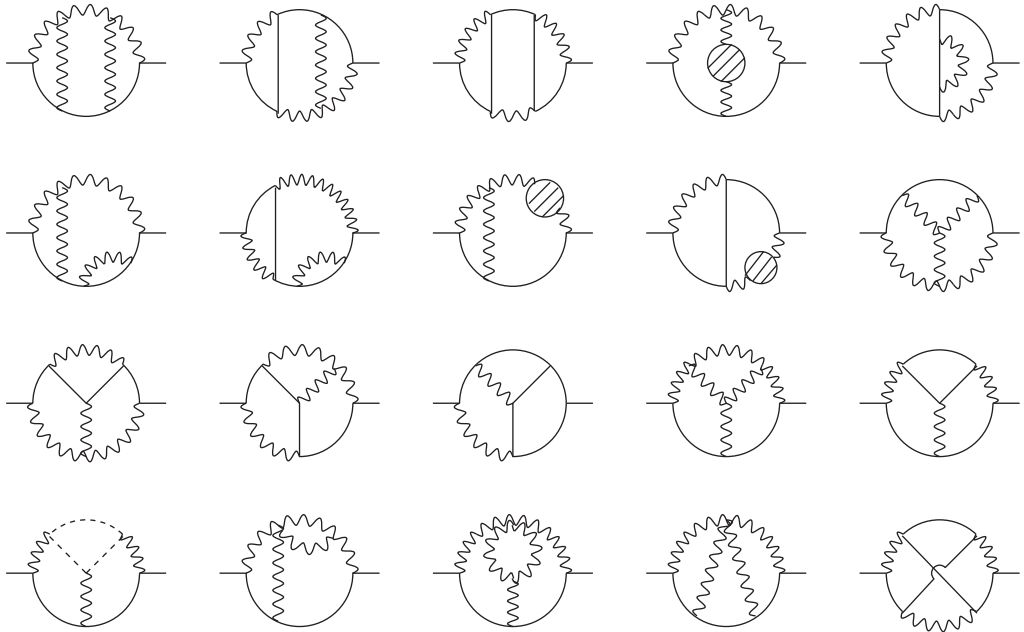


Рис. 1

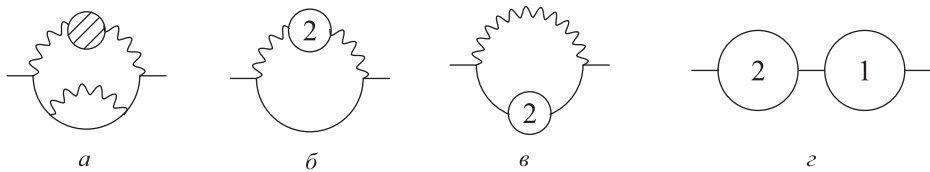


Рис. 2

Вклады в Z_2^{-1} от различных диаграмм ($-KR'$):
рис. 1:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{C_F}{\varepsilon^3} \left[-\frac{7}{4}C^2 - \frac{4}{3}CC_F + \frac{1}{3}Ctf \right] - \\
 & -\frac{C_F}{\varepsilon^2} \left[\frac{219}{24}C^2 + \frac{35}{6}CC_F - \frac{4}{3}C_F - \frac{19}{6}Ctf - \frac{4}{3}C_Ftf \right] - \\
 & -\frac{C_F}{\varepsilon} \left[-\frac{233}{12}C^2 + \frac{17}{2}CC_F - \frac{7}{12}C_F^2 + \frac{43}{6}Ctf - \frac{7}{3}C_Ftf \right] - \\
 & -\frac{C_F}{\varepsilon} C\zeta(3) \left(\frac{5}{2}C - 2C_F \right),
 \end{aligned}$$

рис. 2, а:

$$-\frac{C_F^2}{\varepsilon^2} \left(-\frac{5}{12}C + \frac{1}{3}tf \right) - \frac{C_F^2}{\varepsilon} \left(-\frac{3}{8}C + \frac{1}{6}tf \right),$$

рис. 2, б:

$$-\frac{C_F}{\varepsilon^2} \left[\frac{175}{72}C^2 - \frac{55}{18}Ctf + \frac{8}{9}t^2f^2 \right] - \\ -\frac{C_F}{\varepsilon} \left[-\frac{2171}{432}C^2 + \frac{527}{108}Ctf + 2C_Ftf - \frac{20}{27}t^2f^2 \right],$$

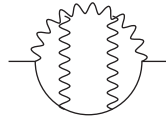
рис. 2, в:

$$-\frac{C_F^2}{\varepsilon^3} \left[\frac{1}{3}C - \frac{1}{6}C_F \right] - \frac{C_F^2}{\varepsilon^2} \left[-3C + \frac{7}{12}C_F + \frac{2}{3}tf \right] - \\ -\frac{C_F^2}{\varepsilon} \left[\frac{91}{24}C - 2\zeta(3)C + \frac{1}{12}C_F - \frac{5}{6}tf \right],$$

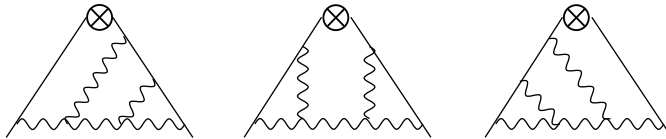
рис. 2, г:

$$-\frac{2}{\varepsilon^3}C_F^2C.$$

Вычисление вкладов в $Z_{\bar{\psi}\psi}$ от диаграмм со вставкой $-\otimes$ проводилось вместе с вычислением диаграмм, приведенных на рис. 1 и 2. Это легко осуществить заменой фермионного пропагатора \hat{p}/p^2 на $(\hat{p}+m)/p^2$ и выделением, после перемножения всех пропагаторов, линейного члена по m . Коэффициент при m будет соответствовать сумме всех диаграмм со вставками. Например, из диаграммы



получаются таким образом следующие диаграммы со вставками:



Вклады в $Z_{\bar{\psi}\psi}$ от различных диаграмм ($-KR'$):

рис. 1:

$$-\frac{C_F}{\varepsilon^3} \left[\frac{31}{3}C^2 + \frac{50}{3}CC_F + 8C_F^2 - 4Ctf - \frac{8}{3}C_Ftf \right] - \\ -\frac{C_F}{\varepsilon^2} \left[-\frac{181}{6}C^2 - \frac{80}{3}C_FC + 8C_F^2 + \frac{34}{3}Ctf + \frac{8}{3}C_Ftf \right] - \\ -\frac{C_F}{\varepsilon} \left[\frac{181}{4}C^2 - \frac{145}{3}CC_F + 17C_F^2 - 13Ctf + \frac{20}{3}C_Ftf \right] - \\ -\frac{C_F}{\varepsilon} \zeta(3) \left[-\frac{3}{2}C^2 + 20C_FC - 16C_F^2 - 8Ctf \right],$$

рис. 2, а:

$$-\frac{C_F^2}{\varepsilon^3} \left[\frac{10}{3} - \frac{8}{3}tf \right] - \frac{C_F^2}{\varepsilon^2} \left[-\frac{17}{3}C + 4tf \right] - \frac{C_F^2}{\varepsilon} \left[-C + \frac{4}{3}tf \right],$$

рис. 2, б:

$$\begin{aligned}
& -\frac{C_F}{\varepsilon^3} \left[\frac{175}{36} C^2 - \frac{55}{9} C t f + \frac{16}{9} t^2 f^2 \right] - \\
& -\frac{C_F}{\varepsilon^2} \left[-\frac{337}{27} C^2 + \frac{346}{27} C t f + 4 C_F t f - \frac{64}{27} t^2 f^2 \right] - \\
& -\frac{C_F}{\varepsilon} \left[\frac{18685}{1296} C^2 - \frac{1915}{324} C t f - 17 C_F t f - \frac{80}{81} t^2 f^2 \right] - \\
& -\frac{C_F}{\varepsilon} \zeta(3) [-C^2 - 8 C t f + 16 C_F t f],
\end{aligned}$$

рис. 2, в:

$$\begin{aligned}
& -\frac{C_F^2}{\varepsilon^3} \left[6C + \frac{8}{3} C_F - \frac{8}{3} t f \right] - \frac{C_F^2}{\varepsilon^2} [-17C - 10C_F + 4t f] - \\
& -\frac{C_F^2}{\varepsilon} \left[\frac{80}{3} C + 5C_F - \frac{16}{3} t f - 16\zeta(3)C + 16\zeta(3)C_F \right],
\end{aligned}$$

рис. 2, г:

0.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ширков Д. В. // ТМФ. 1981. Т. 49. С. 291;
Ширков Д. В. // ЯФ. 1981. Т. 34. С. 541.
2. Kataev A. L., Krasnikov N. V., Pivovarov A. A. // Phys. Lett. B. 1983. V. 123. P. 93; Preprint CERN TH-3413. Geneva, 1982.
3. Nanopoulos D. V., Ross D. A. // Phys. Lett. B. 1982. V. 108. P. 351.
4. Владимиров А. А., Ширков Д. В. // УФН. 1979. Т. 129. С. 407.
5. 't Hooft G. // Nucl. Phys. B. 1973. V. 61. P. 455.
6. Caswell W. E., Wilczek F. // Phys. Lett. B. 1974. V. 49. P. 291;
Banys L., Marculescu S., Vescan T. // Lett. Nuovo Cim. 1974. V. 11. P. 151.
7. Collins J. C., Macfarlane A. J. // Phys. Rev. D. 1974. V. 10. P. 1201.
8. Tarrach R. // Nucl. Phys. B. 1981. V. 183. P. 384;
Nachtman O., Wetzel W. // Ibid. V. 187. P. 333.
9. Владимиров А. А. // ТМФ. 1978. Т. 36. С. 271.
10. Strubbe H. // Comp. Phys. Commun. 1974. V. 8. P. 1.
11. Espriu D., Palanques-Mester A., Pascual P., Tarrach R. // Z. Phys. C: Particles and Fields. 1982. V. 13. P. 153.
12. Tarasov O. V., Vladimirov A. A. // Phys. Part. Nucl. 2013. V. 44. P. 791–802;
JINR Preprint E2-80-483. Dubna, 1980; arXiv:1301.5645[hep-ph].

Получено 18 октября 2019 г.