

## ИЗМЕРЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗБРОСА КОЛЛАЙДЕРА ВЭПП-4М ВО ВСЕМ ДИАПАЗОНЕ ЭНЕРГИЙ

*В. М. Борин<sup>а,б,1</sup>, В. Л. Дорохов<sup>а</sup>, О. И. Мешков<sup>а,б</sup>, Ма Сяо Чао<sup>а</sup>*

<sup>а</sup> Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия

<sup>б</sup> Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

Работа посвящена измерению энергетического разброса пучка на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М ИЯФ СО РАН. Измерение энергетического разброса ВЭПП-4М в диапазоне энергий 1100–4750 МэВ, т. е. во всем диапазоне энергий работы коллайдера, проведено двумя методами: по длине пучка и по огибающей бетатронных колебаний. В диапазоне энергий от 1 до 1,5 ГэВ изучено влияние эффекта Тушека на этот параметр. Данные, полученные двумя методами, демонстрируют хорошее совпадение результатов.

The work is devoted to the measurements of the energy spread of the beam at the VEPP-4M electron-positron collider of the BINP SB RAS. Measurements of the energy spread of VEPP-4M in the energy range 1100–4750 MeV, i.e. over the entire range of energies of the collider, were carried out by two methods: using the length of the beam and using the envelope of betatron oscillations. In the energy range from 1 to 1.5 GeV, the influence of the Touschek effect on this parameter was studied. The data obtained by the two methods demonstrate good agreement between the results.

PACS: 29.27.Fh; 29.20.db; 41.75.Ht

### ВВЕДЕНИЕ

Электрон-позитронный коллайдер ВЭПП-4М [1] вместе с детектором КЕДР [2] могут работать в интервале энергии  $E = 1–4,75$  ГэВ в пучке, что является уникальной особенностью этого комплекса.

На ВЭПП-4М с детектором КЕДР проведен ряд экспериментов по прецизионному измерению масс  $J/\psi$ -,  $\psi'$ -,  $\psi''$ -мезонов [4, 5] и  $c$ - $\tau$ -лептона [6, 7] при  $E = 1,5–1,9$  ГэВ, измерению сечения  $e^+/e^- \rightarrow$  адроны в диапазоне  $E = 1,84–3,72$  ГэВ [8, 9] и т. д. В настоящее время производится набор статистики и обработка данных по измерению сечения в области  $W = 4,6–7,0$  ГэВ. Ближайшие планы предполагают работу ускорителя на энергии около 4,75 ГэВ в пучке для уточнения массы  $\Upsilon(1S)$ -мезона.

Помимо точного знания энергии ускорителя, для чего на коллайдере используются методы обратного комптоновского рассеяния и резонансной деполяризации [10],

---

<sup>1</sup>E-mail: V.M.Borin@inp.nsk.su

при планировании экспериментов требуется информация о величине энергетического разброса пучка. Например, при сканировании по энергии выбор шага в пределах исследуемого диапазона должен соответствовать энергетическому разбросу. Еще более важно располагать информацией об энергетическом разбросе при постановке экспериментов по прецизионному измерению масс узких резонансов. Напомним, что в настоящее время относительная точность измерения массы  $\Upsilon$ -мезона составляет  $2,75 \cdot 10^{-5}$  [11]. Время набора статистики при заданных светимости коллайдера  $L$  и точности измерения массы  $\Delta M$  пропорционально кубу величины энергетического разброса. Это можно понять из следующих простых соображений. «Эффективное» сечение рождения узкого резонанса с собственной шириной много меньше энергетического разброса пучка коллайдера  $\sigma_{\text{eff}}$ , измеряемое экспериментально, определяется выражением

$$\sigma_{\text{eff}} \propto \frac{\Gamma}{\sigma_w} \sigma_0,$$

где  $\Gamma$  — ширина резонанса;  $\sigma_0$  — сечение рождения частицы;  $\sigma_w$  — энергетический разброс пучка. При заданном числе зарегистрированных событий  $N_{\text{ev}}$  точность определения массы составит  $\Delta M \propto \sigma_w / \sqrt{N_{\text{ev}}} \propto \sigma_w^{3/2} / \sqrt{\Gamma \sigma_0 L}$ . Таким образом,  $L \propto \sigma_w^3 / (\Delta M^2 \sigma_0 \Gamma)$ . Время набора статистики пропорционально светимости  $L$ .

Измерения энергетического разброса проводились на ВЭПП-4М достаточно регулярно и различными методами [10, 12], в том числе методом сканирования узких резонансов [13], но преимущественно в диапазоне энергий ускорителя от 1500 до 1900 МэВ. Наиболее оперативен метод обратного комптоновского рассеяния [10], однако он может эффективно применяться при энергии коллайдера в диапазоне от 1300 до 2500 МэВ. Энергетический разброс пучка (здесь и далее для краткости под фразой «энергетический разброс» имеется в виду относительный энергетический разброс) вне этих пределов вычислялся пропорционально энергии. Вместе с тем особенностью магнитной структуры ускорителя является использование вигглеров Робинсона для перераспределения декрементов затухания. При энергии коллайдера около 4 ГэВ и выше поле в вигглерах достигает своего максимального значения, что приводит к замедлению роста энергетического разброса при увеличении энергии пучка. Кроме того, при  $E < 1200$  МэВ заметно влияние эффекта внутривпучкового рассеяния и также наблюдается отклонение линейной зависимости энергетического разброса от энергии пучка. В связи с этим мы провели измерения энергетического разброса практически во всем диапазоне энергий, доступных ВЭПП-4М, при этом проводилось сравнение результатов, полученных при помощи различных методик.

## МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗБРОСА В ЦИКЛИЧЕСКОМ УСКОРИТЕЛЕ

**Измерение энергетического разброса посредством измерения длины пучка.** Продольный размер электронного пучка  $\sigma_l$  в пренебрежении коллективными эффектами прямо связан с установившимся энергетическим разбросом [12]:

$$\sigma_l = \frac{c \alpha_p}{\Omega_s} \frac{\sigma_E}{E}, \quad (1)$$

где  $c$  — скорость света;  $\alpha_p$  — коэффициент уплотнения орбит;  $\Omega_s$  — частота синхротронных колебаний. Использовать эту формулу можно только в случае, когда влияние коллективных эффектов несущественно, т. е. при малом токе пучка.

Важным проявлением взаимодействия частиц в пучке является их рассеяние друг на друге. Этот эффект можно разделить на два вида. Первый имеет название эффекта Тушека и представляет собой рассеяние частиц на большие углы, приводящее к выходу частиц за пределы динамической апертуры ускорителя [14]. Эффект Тушека приводит к ограничению времени жизни пучка. Второй вид — это многократное внутривидовое рассеяние на малые углы, которое не приводит к потерям частиц, однако ведет к увеличению амплитуды синхротронных колебаний, проявляющемуся в увеличении энергетического разброса пучка.

**Измерение энергетического разброса пучка по форме огибающей когерентных бетатронных колебаний.** Энергетический разброс частиц в пучке циклического ускорителя влияет на динамику не только продольного движения, но и также на динамику бетатронных колебаний. Например, возникает сдвиг частот бетатронных колебаний у частиц с неравновесной энергией, называющийся хроматизмом  $\xi = \partial\nu/(\partial E/E)$ . Кроме того, на динамику бетатронных колебаний оказывает влияние кубическая нелинейность магнитной структуры  $\partial\nu_y/\partial a^2$ . Для случая, когда амплитуда возбуждаемых колебаний  $a$  много больше вертикального размера пучка  $\sigma_y$ , огибающая вертикальных бетатронных колебаний определяется как [15, 16]

$$A(t) \propto \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau^2}\right) \exp\left(-\left(\frac{\partial\omega_y}{\partial E} \frac{\sigma_E}{\Omega_s}\right)^2 (1 - \cos \Omega_s t)\right), \quad \tau = \left(2 \frac{\partial\omega_y}{\partial a^2} a \sigma_y\right)^{-1}. \quad (2)$$

Таким образом, форма огибающей вертикальных бетатронных колебаний содержит в себе информацию о величине энергетического разброса пучка, величину которого можно определить, аппроксимируя экспериментальную зависимость уравнением (2). Однако следует учитывать, что при большой амплитуде раскачки колебаний и большом вертикальном размере может возникнуть ситуация, при которой «раскогеренчивание» колебаний, вызванное кубической нелинейностью (первый множитель в формуле (2)), может происходить настолько быстро, что уверенная регистрация формы огибающей становится невозможна. Это ограничивает возможности применения данного метода измерения энергетического разброса.

**Измерение энергетического разброса с помощью стрик-камеры.** Для измерений продольного распределения частиц в пучке стрик-камера PN-01/S20, разработанная в ИОФ РАН, была установлена в систему оптической диагностики ВЭПП-4М [21] (местоположение системы указано стрелкой на схеме, рис. 1).

Измерения в одинаковых режимах работы установки проводились в нескольких заходах, однако ширина аппаратной функции стрик-камеры на полувысоте всегда не превышала 0,4 см в единицах длины пучка, что является пренебрежимо малым значением в сравнении с шириной регистрируемых профилей. На рис. 2 показано исходное изображение пучка, зарегистрированное стрик-камерой при токе пучка  $I_b = 0,3$  мА. Это близко к минимально возможной величине тока, при которой проводились измерения.

Изображение имеет ряд типичных особенностей. Заметны небольшие шумовые точки, а также перепады интенсивности в профиле пучка. Эти перепады объяс-

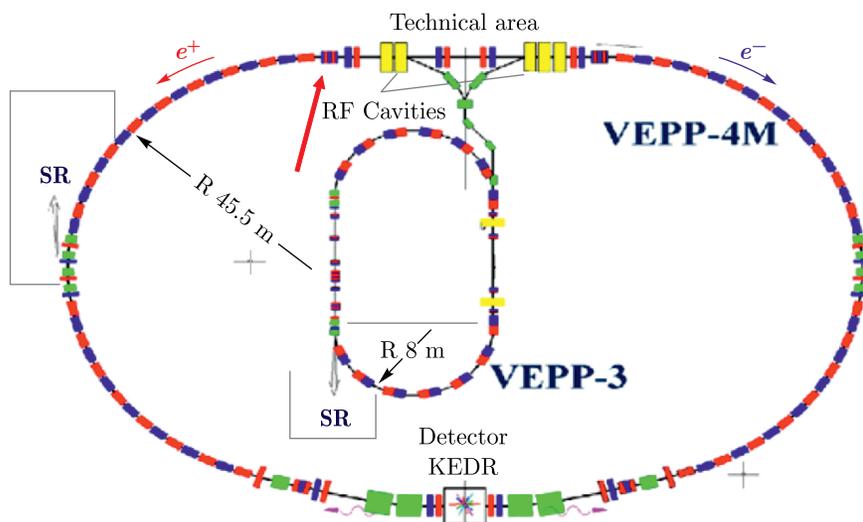


Рис. 1. Схема ВЭПП-4М

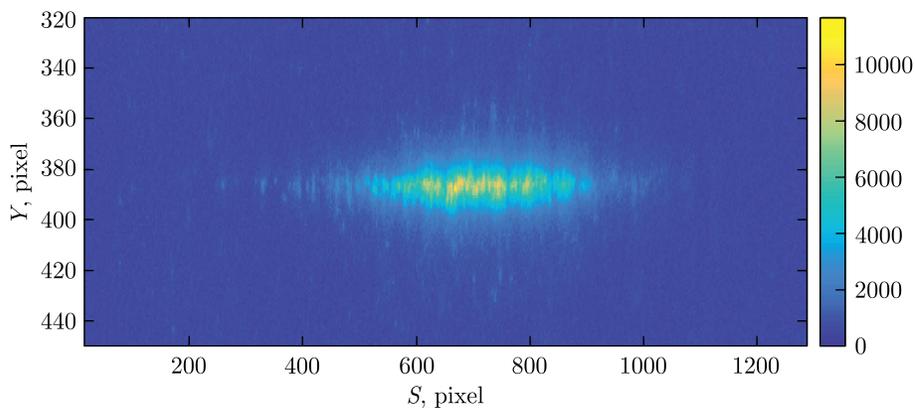
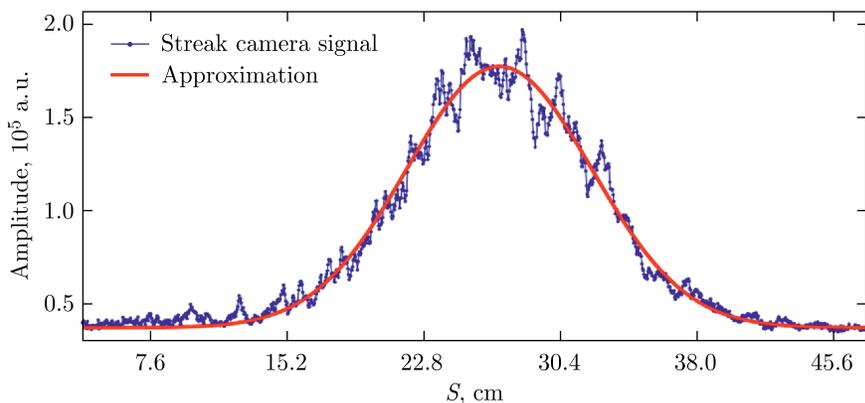
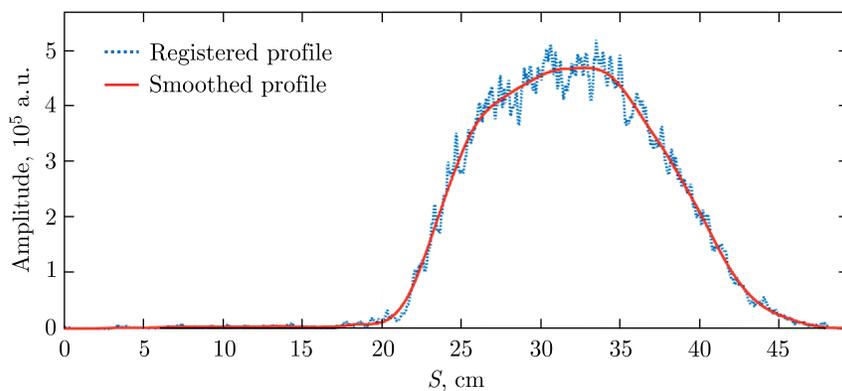


Рис. 2. Пример зарегистрированного стрик-камерой профиля пучка

няются неоднородностью люминофора, а также структурой МКП. Для получения продольного распределения интенсивности проводилось интегрирование сигнала по вертикальной координате. Полученное таким образом распределение (рис. 3) хорошо аппроксимируется гауссовым распределением с параметром  $\sigma = (3,71 \pm 0,11)$  см.

Существует два основных эффекта, которые влияют на длину электронного пучка: эффект искажения потенциальной ямы [17] и микроволновая неустойчивость [18]. Учет влияния этих эффектов важен для правильного определения энергетического разброса.

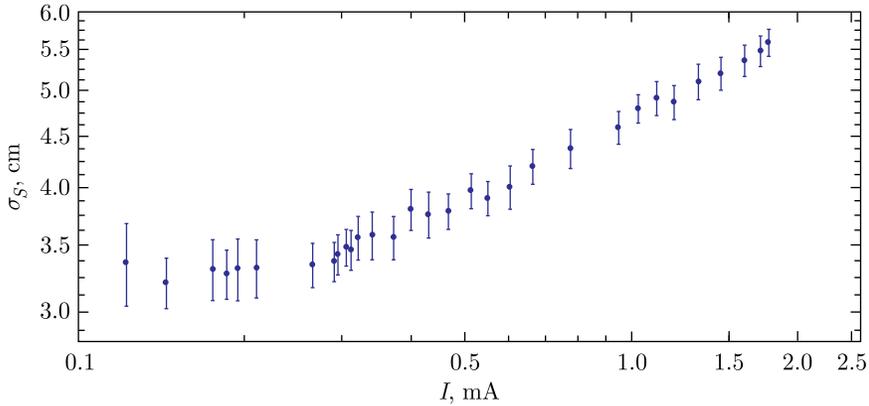
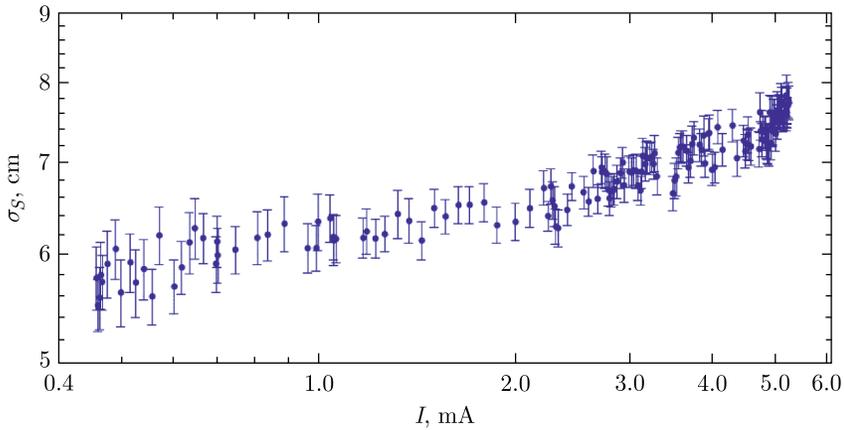
Как уже упоминалось, продольное распределение частиц в пучке при малом токе пучка имеет гауссову форму, ширина которого определяется его энергетическим разбросом, при увеличении тока продольное распределение искажается (рис. 4), а согласно уравнению (3) ширина распределения зависит не только от энергетического разброса, но и от полей, наводимых пучком в стенках вакуумной камеры. Поэто-

Рис. 3. Продольный профиль пучка,  $E = 2,8$  ГэВ,  $I = 0,3$  мАРис. 4. Продольный профиль пучка,  $E = 1,4$  ГэВ,  $I = 2,6$  мА

му для определения влияния коллективных эффектов на продольный профиль пучка проводилась его регистрация при различных значениях тока (рис. 5, 6). Результаты изучения токового удлинения пучка являлись предметом отдельной работы [19], а также обсуждались ранее [20].

На рис. 4 заметно существенное искажение формы пучка относительно гауссовой, что осложняет численное сравнение размеров пучка с размерами пучков, имеющих гауссово распределение. Однако в рамках этой работы требуется измерять длину пучка при малом токе, и искажение профиля пучка на большом токе не принималось в расчет. На рис. 5 показано удлинение пучка на энергии 1,2 ГэВ, обе оси даны в логарифмическом масштабе для большей наглядности изменения характера степенной зависимости при достижении тока порядка 0,3 мА. Изменение удлинения пучка с изменением тока может быть интерпретировано как достижение порога продольной микроволновой неустойчивости [18].

На рис. 6 показан график зависимости для энергии 1,9 ГэВ при включенном вигглере ( $I = 1900$  А), что увеличило равновесный энергетический разброс пучка. При этих параметрах порог микроволновой неустойчивости не был достигнут в измерениях, однако наблюдалось удлинение пучка, вызванное эффектом искажения потен-

Рис. 5. Зависимость размера пучка от тока,  $E = 1,2$  ГэВРис. 6. Зависимость размера пучка от тока,  $E = 1,9$  ГэВ

циальной ямы. С учетом влияния всех перечисленных коллективных эффектов измерения длины пучка проводились при токе  $I = 0,2$  мА, когда на всех энергиях ими можно пренебречь.

**Измерение энергетического разброса по параметрам огибающей вертикальных бетатронных колебаний.** Для измерения энергетического разброса пучка по огибающей когерентных вертикальных бетатронных колебаний необходимо измерить хроматизм вертикальной бетатронной частоты. Для этого частота обращения пучка менялась на величину  $\Delta f_0$ , тем самым изменялась энергия пучка, связанная с изменением частоты обращения пучка как [13]

$$\frac{\Delta f_0}{f_0} = \alpha_p \frac{\Delta p}{p}, \quad (3)$$

где  $f_0$  — частота обращения пучка;  $p$  — его импульс. Таким образом, измеряя частоту бетатронных колебаний, в зависимости от  $\Delta f_0$  можно измерить хроматизм:

$$\frac{\partial \nu_y}{\partial E/E} = \frac{\Delta \nu_y \alpha_p f_0}{\Delta f_0}, \quad (4)$$

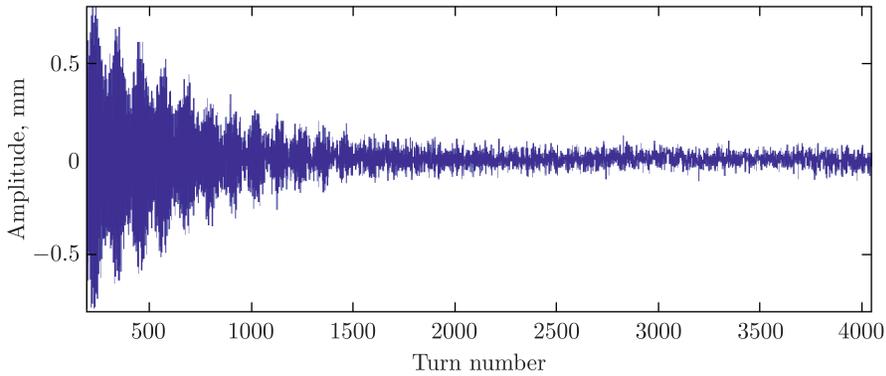


Рис. 7. Сигнал вертикальных бетатронных колебаний пучка, зарегистрированный пикапом,  $I_b = 2,3$  мА,  $E_b = 1,9$  ГэВ

где  $\Delta\nu_y$  — сдвиг частоты вертикальных колебаний при изменении частоты обращения на  $\Delta f_0$ . В процессе измерений хроматизм изменялся для получения оптимального сигнала.

Пример траектории центра тяжести пучка при увеличенном вертикальном хроматизме сигналов, зарегистрированной пикап-электродом, показан на рис. 7.

Заметно затухание когерентной моды колебаний, определяемое взаимодействием с наведенными полями [18]. Декремент затухания уменьшается при увеличении энергии и уменьшении тока пучка. При измерениях следует выбрать оптимальное значение хроматизма, определяемое оптимумом между глубиной модуляции сигнала (уравнение (2)) и неизбежным при этом увеличением декремента затухания когерентной моды колебаний.

Аналогичная ситуация возникает с затуханием когерентных колебаний, определяемым коллективными эффектами. Например, на рис. 8 показаны измерения при  $E_b = 3$  ГэВ и токе пучка  $I_b = 0,3$  мА.

В этих условиях декремент затухания при увеличенном на 20% хроматизме должен быть существенно меньше, однако полученный сигнал затухает заметно быстрее

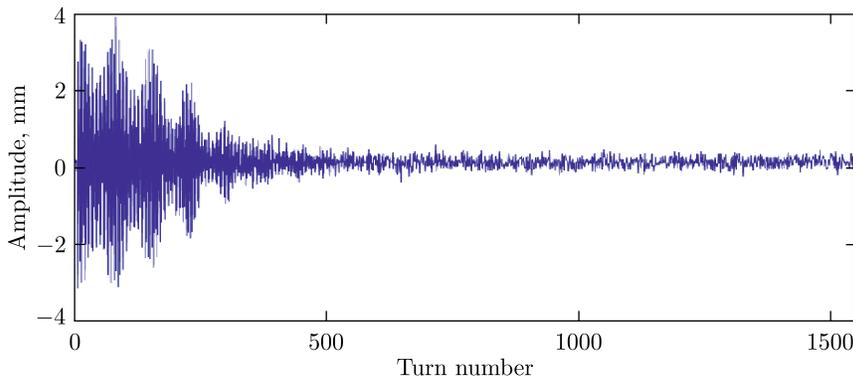


Рис. 8. Сигнал с пикапа при начальной амплитуде колебаний, равной 3,2 мм.  $E_b = 3$  ГэВ,  $I_b = 0,3$  мА

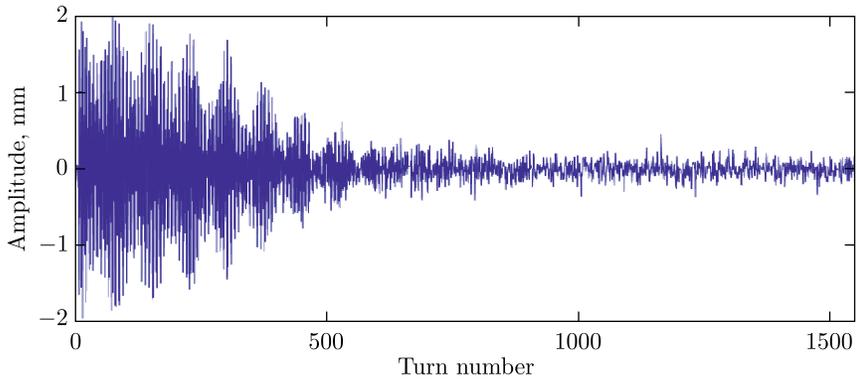


Рис. 9. Вертикальные бетатронные колебания пучка, зарегистрированные пикапом, при начальной амплитуде колебаний, равной 1,9 мм.  $E_b = 3$  ГэВ,  $I_b = 0,3$  мА

ожидаемого (см. рис. 8). При уменьшении начальной амплитуды колебаний сигнал затухает заметно дольше (рис. 9).

Кроме наличия зависимости времени затухания сигнала от амплитуды колебаний, видна характерная «гауссова» форма затухания, типичная для влияния нелинейных полей.

Следует выбирать амплитуду удара по пучку такой, чтобы время затухания было достаточно большим для последующего фурье-анализа полученного сигнала и уверенного выделения модуляции колебаний на уровне фонового сигнала.

Рассмотрим процедуру обработки зарегистрированного сигнала и получения из его огибающей величины энергетического разброса. Первый этап обработки — фильтрация исходного сигнала, так как присутствующие шумы существенно усложняют поиск огибающей и последующую ее аппроксимацию. На рис. 10 показан исходный сигнал, а на рис. 11 — часть его фурье-спектра. При обратном фурье-преобразовании обрезались все частоты за исключением диапазона вблизи вертикальной бетатронной частоты  $\nu_y$  и синхротронных спутников  $\nu_y \pm \nu_s$  (рис. 11, штриховые линии).

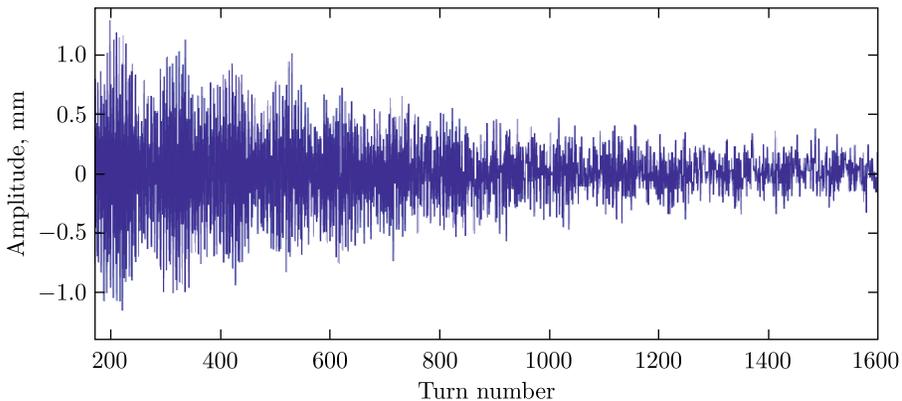


Рис. 10. Исходный сигнал вертикальных бетатронных колебаний,  $I_b = 0,3$  мА,  $E_b = 1,9$  ГэВ

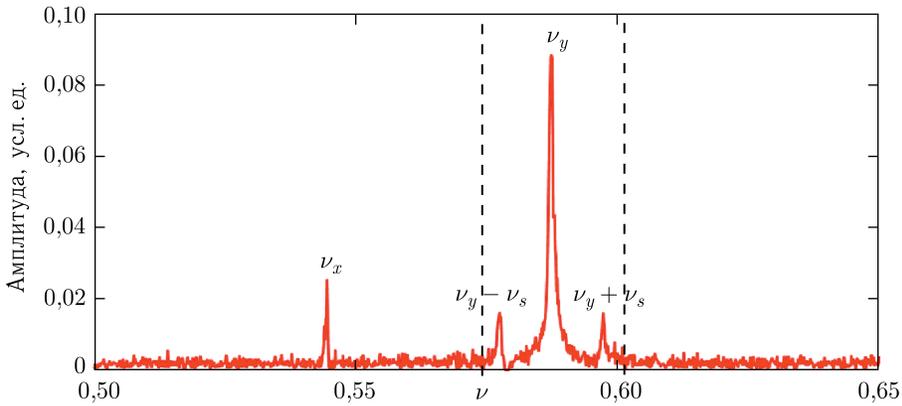


Рис. 11. Фурье-спектр зарегистрированного сигнала. Штриховыми линиями выделен участок, используемый при обратном фурье-преобразовании

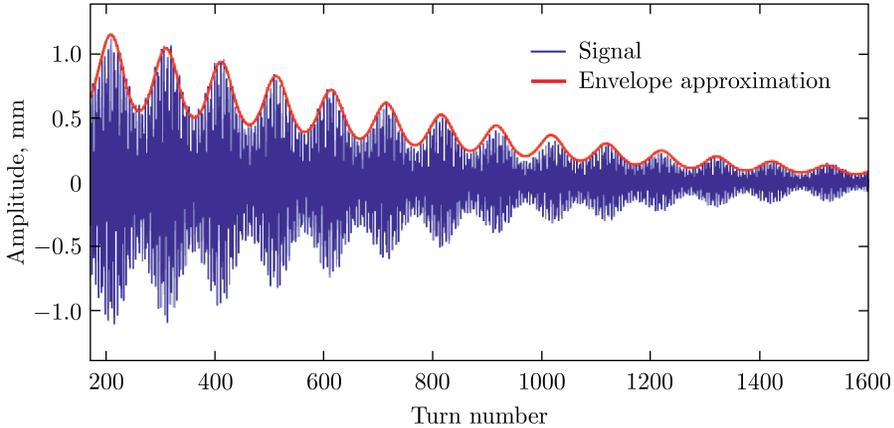


Рис. 12. Сигнал вертикальных бетатронных колебаний пучка после фильтрации

Отфильтрованный сигнал показан на рис. 12. Далее находилась форма огибающей сигнала и проводилась ее аппроксимация с помощью уравнения (3).

Из параметров аппроксимации определялось значение синхротронной частоты и энергетического разброса пучка. Точность определения энергетического разброса определяется точностью аппроксимации, а также точностью измерения хроматизма, в итоге средняя точность определения энергетического разброса составляет примерно 7%. Для наглядности на рис. 13 к линии наилучшей аппроксимации огибающей добавлено еще две, соответствующих изменению энергетического разброса пучка на  $\pm 10\%$ . При уменьшении амплитуды колебаний различие между кривыми становится слабо заметным. Именно из-за такого слабого влияния изменения энергетического разброса на глубину модуляции для повышения точности измерений требуется иметь максимально возможную амплитуду сигнала. Глубину модуляции можно усилить, увеличивая хроматизм, однако не стоит забывать об уменьшении времени

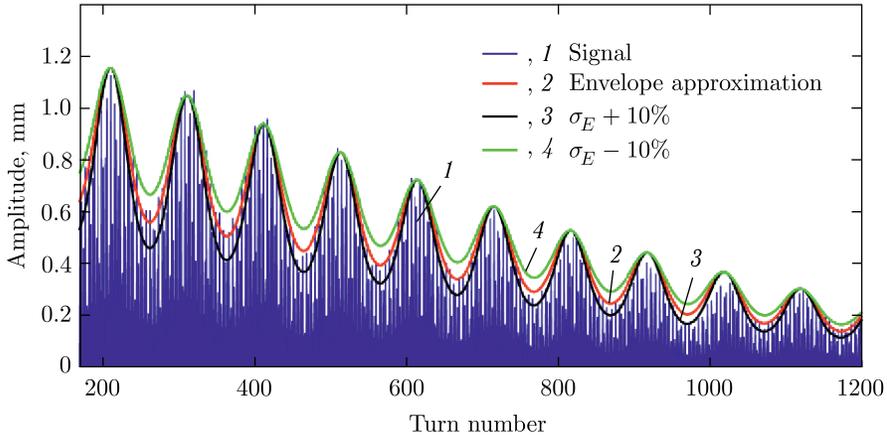


Рис. 13 (цветной в электронной версии). Влияние энергетического разброса пучка на глубину модуляции сигнала  $I_b = 0,3$  мА,  $E_b = 1,9$  ГэВ

затухания когерентной моды колебаний согласно уравнению (6). Точность аппроксимации заметно уменьшается при быстром затухании когерентных колебаний, как это было в случае с сигналом, показанным на рис. 9.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗБРОСА НА ВЭПП-4М

Сначала рассмотрим влияние эффекта внутривидового рассеяния на энергетический разброс ВЭПП-4М. В первой серии измерений энергетического разброса на энергиях ниже 1,5 ГэВ (рис. 14, красные квадраты) было заметно небольшое отклонение энергетического разброса от линейной зависимости, однако слишком слабое для

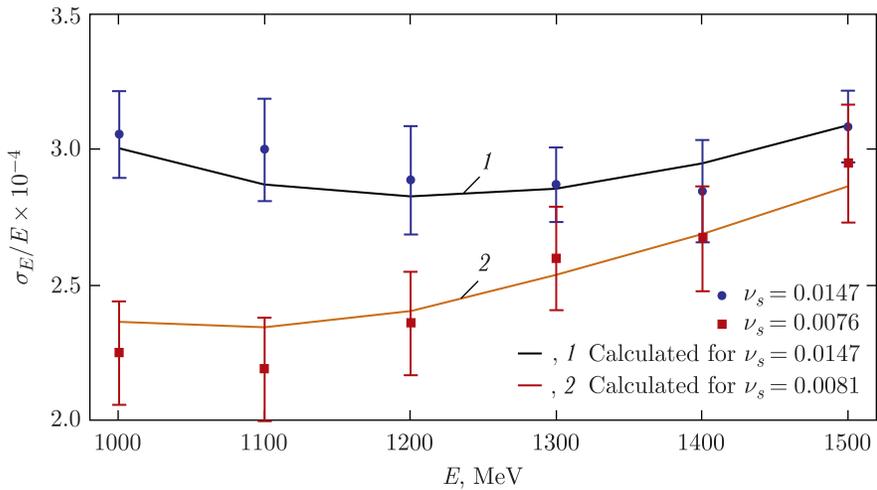


Рис. 14 (цветной в электронной версии). Изучение энергетического разброса пучка в ВЭПП-4М в диапазоне низких энергий работы ускорителя

какой-либо интерпретации. При этих измерениях контролировалось равенство синхротронной частоты при всех значениях энергии ускорителя. Ее величина составляла  $\nu_s = 0,0076$ . Для увеличения влияния эффекта внутривидового рассеяния была проведена вторая серия измерений с синхротронной частотой, увеличенной до  $\nu_s = 0,0147$  (рис. 14, синие кружки).

Во второй серии измерений заметно проявилось влияние внутривидового рассеяния. Первый факт, указывающий на это, — увеличение энергетического разброса при увеличении синхротронной частоты. Кроме того, видно заметное отклонение зависимости энергетического разброса от линейной, что является прямым указанием на влияние внутривидового рассеяния.

На рис. 15 показаны все значения энергетического разброса, полученные по данным измерений со стрик-камерой.

Различными цветами обозначены значения, полученные в различных сериях экспериментов. Синие кружки и красные квадраты совпадают с аналогичными на рис. 14. Стрелкой обозначено значение, полученное при включении трехполосного вигглера на энергии инжекции, что увеличило энергетический разброс практически в два раза. Синие квадраты соответствуют значениям, полученным сканированием кривых возбуждения  $J/\psi$ -,  $\psi'$ -резонансов. На энергиях выше 3,5 ГэВ замедляется рост энергетического разброса, и это связано с насыщением вигглеров, используемых для компенсации влияния дипольных магнитов с фокусирующими секциями на перераспределение декрементов затухания. Из-за выхода в насыщение значение этого параметра больше невозможно поддерживать на постоянном уровне, следствием этого является перераспределение декрементов затухания, сопряженное с уменьшением энергетического разброса.

Для сопоставления величины энергетического разброса, получаемого по измерениям длины пучка с величиной, определяемой из параметров огибающей когерентных колебаний, была проведена серия измерений, в которой энергетический разброс варьировался посредством изменения тока в трехполосном вигглере. Результаты со-

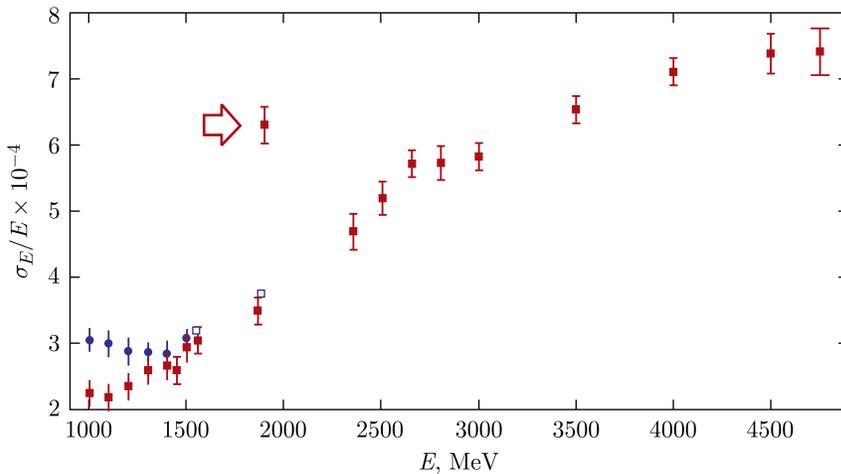


Рис. 15 (цветной в электронной версии). Энергетический разброс, полученный по измерению продольного размера пучка

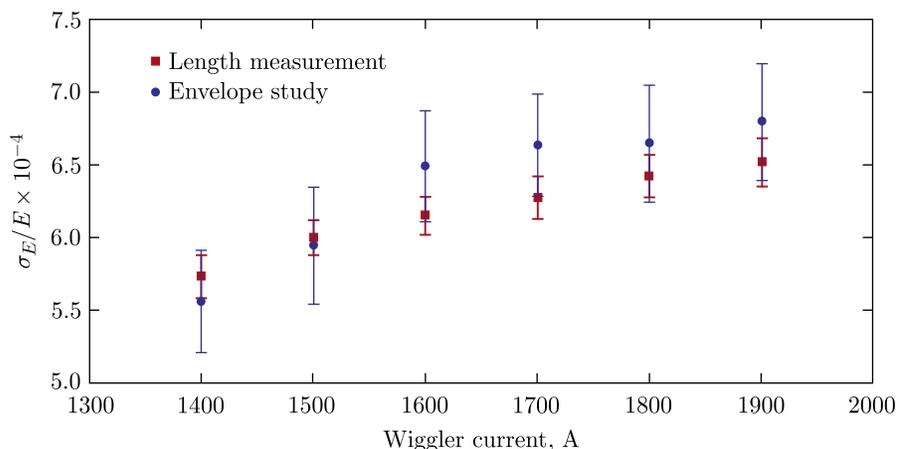


Рис. 16 (цветной в электронной версии). Сравнение двух методов измерений энергетического разброса пучка,  $E = 1900$  МэВ,  $I = 0,3$  мА

поставления представлены на рис. 16. В процессе измерений вертикальный хроматизм изменялся в диапазоне от  $\xi_y = 6$  до  $\xi_y = 8$  с целью увеличения глубины модуляции сигнала при уменьшении энергетического разброса пучка.

Кроме того, сравнивались измерения энергетического разброса при энергиях 2,8 и 3 ГэВ (таблица).

#### Сравнение результатов измерений энергетического разброса по огибающей вертикальных бетатронных колебаний пучка и по произвольному размеру пучка

Энергия пучка, ГэВ	$\nu_s$	$\xi_y$	$\sigma_E/E \times 10^{-4}$ (измерения по модуляции огибающей)	$\sigma_E/E \times 10^{-4}$ (измерения по длине пучка)
2,8	0,0135	9,2	$5,47 \pm 0,55$	$5,73 \pm 0,25$
3,0	0,0141	8,1	$6,02 \pm 0,45$	$5,83 \pm 0,2$

Результаты обеих методик хорошо совпадают.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе измерений, проведенных на ВЭПП-4М, изучено влияние внутривпучкового рассеяния на энергетический разброс пучка в диапазоне энергий от 1 до 1,5 ГэВ; измерен энергетический разброс в диапазоне энергий от 1 до 4,75 ГэВ; на энергии 1,9 ГэВ проведено сопоставление данных двух методик измерения энергетического разброса: по измерению длины пучка и по регистрации огибающей вертикальных бетатронных колебаний.

Полученные данные демонстрируют хорошее совпадение результатов, полученных двумя методами. Сравнивая методы измерения энергетического разброса, стоит упомянуть о том, что при измерениях, проводимых с использованием стрик-камеры,

следует следить за влиянием коллективных эффектов, однако точность определения энергетического разброса в два раза выше, чем по методу огибающей. Стоит отметить, что процесс измерений энергетического разброса по глубине модуляции огибающей вертикальных колебаний более сложен в обработке полученных данных и требует значительного изменения хроматизма ускорителя. Влияние коллективных эффектов и нелинейностей магнитной структуры, уменьшающих время затухания колебаний, существенно ограничивает применимость этого метода измерений, однако он не подвержен влиянию эффектов, изменяющих длину пучка, что может быть использовано для проверки корректности выбора тока для измерений по длине пучка.

Теперь методику измерения энергетического разброса по длине пучка можно считать надежно освоенной. Результаты измерений энергетического разброса пучка при энергии  $E_b = 4,75$  ГэВ позволяют рассчитывать на получение интегральной статистики, необходимой для уточнения массы  $\Upsilon(1S)$ -мезона, за один годовой сезон работы коллайдера.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Piminov P.* Status of the Electron–Positron Collider VEPP-4M // Proc. of IPAC 2017. P. 2985–2988.
2. *Anashin V. V. et al. (KEDR Collab.).* The KEDR Detector // Phys. Part. Nucl. 2013. V. 44. P. 657.
3. *Anashin V. V. et al. (KEDR Collab.).* Search for Narrow Resonances in  $e^+e^-$  Annihilation between 1.85 and 3.1 GeV with the KEDR Detector // Phys. Lett. B. 2011. V. 703. P. 543–546; arXiv:1107.2824.
4. *Anashin V. V. et al. (KEDR Collab.).* Final Analysis of KEDR Data on  $J/\psi$  and  $\psi(2S)$  Masses // Phys. Lett. B. 2015. V. 749. P. 50–56.
5. *Anashin V. V. et al. (KEDR Collab.).* Measurement of  $\psi(3770)$  Parameters // Phys. Lett. B. 2012. V. 292. P. 711.
6. *Anashin V. V. et al.* Measurement of the Tau Lepton Mass at the KEDR Detector // JETP Lett. 2007. V. 85.
7. *Eidelman S. I. et al. (KEDR Collab.).* Tau Lepton Mass Determination at KEDR // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2011. V. 218. P. 155.
8. *Anashin V. V. et al. (KEDR Collab.).* Measurement of  $R$  between 3.12 and 3.72 GeV at the KEDR Detector // Phys. Lett. B. 2016. V. 773. P. 533.
9. *Anashin V. V. et al. (KEDR Collab.).* Precise Measurement of  $R$  between 1.84 and 3.05 GeV at the KEDR Detector // Phys. Lett. B. 2017. V. 775. P. 174.
10. *Blinov V. E., Bogomyagkov A. V., Muchnoi N. Yu., Nikitin S. A., Nikolaev I. B., Shamov A. G., Zhilich V. N.* Review of Beam Energy Measurements at VEPP-4M Collider // Nucl. Instr. Meth. A. 2009. V. 598. P. 23–30.
11. Particle Data Group // Phys. Rev. D. 2018. V. 98. P. 030001.
12. *Kiselev V. A., Muchnoi N. Yu., Meshkov O. I., Smaluk V. V., Zhilich V. N., Zhuravlev A. N.* Beam Energy Spread Measurement at the VEPP-4M Electron–Positron Collider // J. Instr. 2007. V. 2. P. P06001.
13. *Anashin V. V. et al.* Final Analysis of KEDR Data on  $J/\psi$  and  $\psi''$  Masses // Phys. Lett. B. 2015. V. 50.
14. *Sands M.* The Physics of Electron Storage Rings: An Introduction. SLAC Report 121. 1971. 190 p.
15. *Wiedemann H.* Particle Accelerator Physics. 3rd ed. Berlin: Springer, 2007. 948 p.

16. *Walker R.* Calculation of the Touschek Lifetime in Electron Storage Rings // Proc. of the 1987 IEEE Part. Accel. Conf. P. 491–493.
17. *Винокуров Н. и др.* Влияние хроматичности и кубической нелинейности на кинематику бетатронных колебаний. Препринт ИЯФ 76-87. Новосибирск, 1976. 13 с.
18. *Meller R.* Decoherence of Kicked Beams. SLAC Report 121. 1987. 16 p.
19. *Chao A.* Physics of Collective Beam Instabilities in High-Energy Accelerators. New York: Wiley, 1993. 384 p.
20. *Смалюк В.* Обзор коллективных неустойчивостей пучка в электрон-позитронных накопителях // ЭЧАЯ. 2012. Вып. 2. С. 401–451.
21. *Borin V. et al.* The Longitudinal Broadband Impedance and Energy Spread Measurements at the VEPP-4M Electron–Positron Collider // Proc. of IPAC 2017. P. 3117–3119.
22. *Киселев В., Смалюк В.* Экспериментальное изучение импедансов связи электрон-позитронного коллайдера ВЭПП-4М // ЖТФ. 2010. Вып. 8. С. 101–108.
23. *Kiselev V. et al.* Beam Energy Spread Measurement at the VEPP-4M Electron–Positron Collider // J. Instr. 2007. V. 2, No. 6.

Получено 1 декабря 2019 г.