

КОЛЛЕКТИВНЫЕ ЭФФЕКТЫ В КОЛЛАЙДЕРЕ NICA

П. Р. Зенкевич¹, А. А. Коломиец

Институт теоретической и экспериментальной физики им. А. И. Алиханова
Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», Москва

Коллективные эффекты в коллайдере NICA рассмотрены с учетом результатов расчетов наведенных электромагнитных полей (вэйков) и импедансов связи с пучком встроенных элементов вакуумной камеры. Рассмотрены кулоновские сдвиги продольных и поперечных колебаний, изучена стабильность когерентных колебаний в присутствии этих сдвигов; их влияние существенно, так как оно может привести к потере затухания (Loss of Landau Damping — LLD). Особое внимание уделено поперечным неустойчивостям «голова-хвост» и продольной неустойчивости, возникающей из-за мод резонаторов высокого порядка (НОМ). Сформулированы рекомендации по подавлению неустойчивостей.

Collective effects in NICA collider are studied with account of the results of wakes and coupling impedances of the collider vacuum chamber. The longitudinal and transverse Coulomb shifts are calculated for energy range of the machine. Stability of coherent oscillations in presence of these shifts is examined. Influence of the shifts is important since it may result in the Loss of Landau Damping — LLD. Special attention is given to transverse «head-tail» instability and longitudinal instability which appears because of high order modes (НОМ) of the cavity. The recommendations on cures for the collider are given.

PACS: 29.20.db; 29.27.Eg

ВВЕДЕНИЕ

В коллайдере NICA предполагается накапливать ионы золота $^{197}\text{Au}^{+79}$ с энергией 1,5–4,5 ГэВ/нуклон [1]. Параметры машины приведены в табл. 1.

Концепция машины и параметры коллайдера несколько раз изменялись, и для каждого из вариантов оценивались пределы по коллективным эффектам. Для последнего варианта оценки устойчивости были сделаны в [4], однако импедансы элементов камеры были неизвестны. В настоящее время большая часть элементов коллайдера NICA сконструирована. Импедансы связи с пучком для этих элементов были рассчитаны с помощью программы Microwave Studio; результаты этих расчетов описаны в докладе, представленном на этом семинаре [1]. Эти расчеты были закончены в мае 2019 г., и поэтому исследование коллективных неустойчивостей коллайдера NICA в данном докладе соответствует этой дате. Подчеркнем, что в данном докладе опущены

¹E-mail: zenkevich@itep.ru

Таблица 1. **Параметры коллайдера NICA**

Параметр	Значение
Длина кольца, м	503
Энергия ионов, ГэВ/нуклон	1–4,5
γ_{tr}	7,091
Вид ионов	$^{192}\text{Au}^{+79}$
Бетатронные частоты Q_x/Q_y	9,44/9,42
Хроматичность ξ_x/ξ_y	-33/-28
Среднеквадратичный разброс по импульсам σ_p^{\max} ($E = 4,5$ ГэВ/нуклон)	$1,65 \cdot 10^{-3}$
Кратность ВЧ-поля q	72
Число сгустков	22
Среднеквадратичный размер сгустка l_b , м	0,6
Среднеквадратичный эмиттанс, м · рад	$\sim 10^{-6}$

некоторые эффекты, возникающие из-за конечной проводимости стенок камеры, так как они были рассмотрены ранее в [4].

Теория когерентных неустойчивостей рассмотрена в ряде учебников и монографий [5–9]. Однако в этих книгах описывается «классическая» теория, не учитывающая кулоновские сдвиги бетатронной и синхротронной частот. Лишь сравнительно недавно вышел ряд теоретических работ, которые сдвинули этот вопрос с мертвой точки [10–14]. В современном обзоре [14] подчеркивается, что эти работы не решают проблемы для умеренных кулоновских сдвигов, типичных для коллайдера NICA.

В настоящее время разрабатывается другой аналогичный проект с большим кулоновским сдвигом бетатронной частоты — проект синхротрона SIS100 (FAIR, Дармштадт, Германия). В синхротроне предполагается ускорять ионы U^{28+} ; диапазон изменения энергии $E = 0,2–1,5$ ГэВ/нуклон. Сотрудники FAIR выполнили большой цикл работ по исследованию когерентных неустойчивостей на синхротроне SIS100 [15–21]. Полученные результаты использованы в настоящей работе.

1. ПОПЕРЕЧНЫЕ ЭФФЕКТЫ

1.1. Кулоновский сдвиг бетатронной частоты. Величина сдвига бетатронных частот ΔQ_0 (которые предполагаются равными) из-за кулоновских сил определяется соотношением

$$\Delta Q_0 = \Delta Q_{sc} + 2\xi, \quad (1)$$

где ξ — сдвиг бетатронной частоты в одной точке встречи из-за межпучкового взаимодействия; ΔQ_{sc} — сдвиг бетатронных колебаний из-за однопучковых кулоновских сил расталкивания. При проектировании коллайдера предполагалось, что $|\Delta Q_0| \leq 0,05$ (заметим, что при проектировании SIS100 предполагалось, что для вертикальных колебаний $|\Delta Q_0| \leq 0,13$). Согласно выбранному сценарию режим работы накопителя

разбивается на две области: 1) «кулоновскую» (энергия 1,5–3,2 ГэВ/нуклон); 2) область определяющего действия внутривидового рассеяния (ВВР) (энергия 3,2–4,5 ГэВ/нуклон). В кулоновской области число частиц в сгустке N_b ограничивается кулоновским сдвигом бетатронных частот, а в области ВВР число частиц остается постоянным ($N_b = 2,45 \cdot 10^9$).

График зависимости ΔQ_{sc} и $\Delta Q_{bb} = 2\xi$ от энергии ионов E построен на рис. 1. Заметим, что во всем диапазоне изменения энергий $|\Delta Q_{bb}/\Delta Q_{sc}| \ll 1$. Поэтому мы пренебрегли связью когерентных колебаний из-за межпучкового взаимодействия и ограничились исследованием когерентных колебаний пучка в одном из колец.

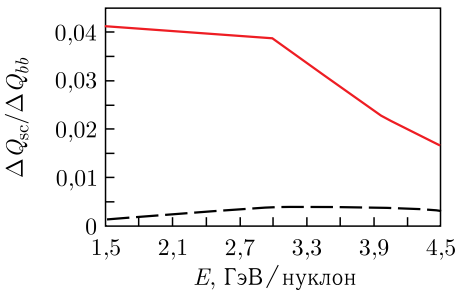


Рис. 1. Зависимость кулоновского сдвига бетатронных частот от энергии ионов E

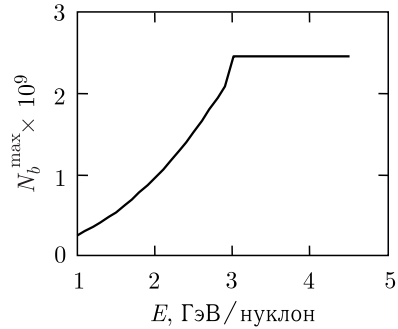


Рис. 2. Зависимость максимального числа частиц в сгустке от энергии ионов E

Зависимость предельного числа частиц в сгустке от энергии, соответствующая этому сценарию, построена на рис. 2.

Исследование устойчивости, в принципе, надо производить для всего диапазона значений E . Заметим, что для большей части неустойчивостей наиболее опасной является «точка перегиба» (см. рис. 2), соответствующая $N_b = 2,45 \cdot 10^9$ и $E = 3,2$ ГэВ/нуклон.

1.2. Микроволновая поперечная неустойчивость. Продольная и поперечная микроволновые неустойчивости аналогичны по своей природе неустойчивостям несгруппированного пучка. Они могут возникать в сгустке при выполнении следующих условий: 1) длина волны возмущения много меньше длины сгустка, т. е. $R/nl_b \ll 1$; 2) время развития неустойчивости много меньше синхротронного периода. При столь быстром развитии неустойчивостей частицы не успевают «сдвинуться с места», и поэтому эти неустойчивости аналогичны неустойчивостям несгруппированного пучка и, следовательно, подавляются затуханием Ландау, связанным с разбросом по импульсам. Достаточное условие устойчивости (критерий Цоттера) может быть записано в следующей форме:

$$K_{st} = F_t \frac{|\Delta Q_0|}{\Delta Q_n} \sqrt{1 + \left(\frac{Z_{\perp}^n}{Z_{\perp}^{sc}}\right)^2} \leq 1. \quad (2)$$

Здесь F_t — коэффициент, зависящий от вида распределения по импульсам; $\Delta Q_n = n|\xi|\sigma_p$ (ξ — хроматичность, σ_p — среднеквадратичный разброс по импульсам в сгустке, n — номер азимутальной гармоники); Z_{\perp}^n — импеданс камеры, а поперечный

импеданс пространственного заряда

$$Z_{\perp}^{\text{sc}} = \frac{Z_0 R}{\beta \gamma^2} \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \right). \quad (3)$$

В (3) β, γ — релятивистские параметры; $Z_0 = 377$ Ом — импеданс свободного пространства; R — радиус камеры; a — радиус пучка; b — радиус вакуумной камеры.

Для подавления ВПР разброс по импульсам σ_p должен быть вблизи состояния термодинамического равновесия [22]. С учетом этого требования $\sigma_p = \gamma \sigma_p^0$, где $\sigma_p^0 = \sigma_p^{\text{max}} / \gamma_{\text{max}}$, $\sigma_p^{\text{max}} = 1,8 \cdot 10^{-3}$.

Необходимое условие устойчивости выведено в [23]; оно имеет следующий вид (критерий Бурова–Лебедева):

$$K_{\text{st}}^{\text{BL}} = \frac{|\Delta Q_{\text{sc}}|}{\Delta Q_n 1,7 \ln \left(\frac{Z_{\perp}^{\text{sc}}}{Z_{\perp}^{\text{res}}} \right)} \leq 1. \quad (4)$$

Анализ высокочастотных резонансов показывает, что при хроматичности $\xi = -1,5$ все они удовлетворяют критерию (3), т. е., поскольку это достаточный критерий, существует некоторый запас. Анализ показал, что все эти резонансы возникают по двум причинам: 1) из-за отсутствия экранировки сильфонов, находящихся в арках; 2) из-за скачка диаметра камеры вблизи квадрупольных линз. В настоящее время эти дефекты камеры уже устранены.

1.3. Слабая поперечная неустойчивость «голова–хвост». Эта неустойчивость возникает из-за хроматичности ускорителя. Для моды с номером l центр тяжести изменяется пропорционально $\exp(il \varphi_s)$, где φ_s — фаза синхротронных колебаний частицы. Точная теория при наличии пространственного заряда до сих пор отсутствует. Характер колебаний зависит от параметра $q(E) = \Delta Q_0 / Q_s^0$, где Q_s^0 — частота синхротронных колебаний, которая определяется следующей формулой:

$$Q_s^0 = q \gamma \left(\frac{\sigma_0^p}{\varphi_0} \right) \eta(\gamma), \quad (5)$$

где коэффициент проскальзывания орбит $\eta(\gamma) = (1/\gamma^2) - (1/\gamma_{\text{tr}}^2)$, $\varphi_0 = q(l_b/R)$ (R — средний радиус машины). Зависимость Q_s^0 от энергии иона E построена на рис. 3, зависимость $q(E)$ — на рис. 4.

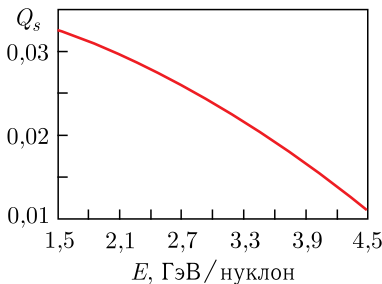


Рис. 3. Зависимость синхротронной частоты Q_s от энергии иона E

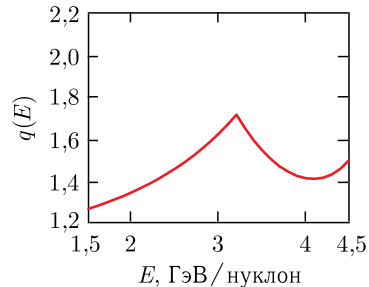


Рис. 4. Зависимость параметра $q(E)$ для коллайдера NICA

Из рис.4 видно, что значения $q(E)$ в коллайдере не очень велики ($1,3 \leq q(E) \leq 1,7$). В этой ситуации для исследования неустойчивостей можно использовать феноменологическую модель В. Корнилова [18], согласно которой

$$\text{Im}(\Delta Q) = i\gamma_{\text{dr}} + i\gamma_{\text{damp}}. \quad (6)$$

В этой формуле γ_{dr} — инкремент, возбуждаемый импедансами кольца при нулевой интенсивности пучка, а γ_{damp} включает затухание Ландау за счет нелинейности поперечных колебаний и затухание Ландау, вызванное разбросом кулоновского сдвига некогерентных частот пучка. Разброс бетатронных частот возникает в сгустке из-за зависимости от продольной и поперечной координат сгустка. Этот разброс приводит к возникновению затухания Ландау, обнаруженного при численном моделировании с помощью программы PATRICK [18]. Согласно этим расчетам затухание для дипольной моды (с номером $l = 0$) отсутствует, декремент затухания для моды с $l = 1$ построен на рис.5. Для мод с более высоким порядком инкремент быстро возрастает.

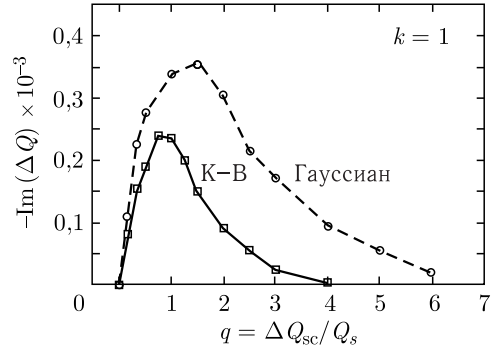


Рис. 5. Декремент затухания для первой моды; верхняя кривая соответствует распределению Гаусса в поперечном пространстве, нижняя — распределению Капчинского–Владимирского

Таблица 2

Параметр	Номер моды l	
	0	1
Инкремент неустойчивости	$0,219 \cdot 10^{-4}$	$0,21 \cdot 10^{-5}$

Инкремент неустойчивости для нулевой интенсивности γ_{dr} можно вычислить с помощью понятия эффективного импеданса $(Z_{\perp})_{\text{eff}}$ [6, с. 205]. Результаты расчета по этой теории для номинальной рабочей точки коллайдера приведены в табл. 2.

2. ПРОДОЛЬНЫЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

2.1. Кулоновский сдвиг синхротронной частоты и потеря затухания Ландау. Действие продольных сил пространственного заряда приводит к сдвигу частоты синхротронных колебаний, величина которого определяется кулоновским параметром [15]:

$$\Sigma = F_{\text{dis}} \frac{|\eta| r_i N_b R_C^2}{\beta^2 \gamma^3 L_b^3 Q_{s0}^2} \quad (7)$$

где η — коэффициент проскальзывания ($\eta = (1/\gamma_{\text{cr}}^2) - (1/\gamma^2)$, γ_{cr} соответствует критической энергии); r_i — классический радиус иона; N_b — число ионов в сгустке; R_C — радиус машины; β, γ — релятивистские параметры; $2L_b$ — среднеквадратичная длина сгустка; Q_{s0} — синхротронная частота; F_{dis} — коэффициент, зависящий от формы

распределения в пространстве (для распределения Гаусса $F_{\text{dis}} = 1/\sqrt{2\pi}$). Величина сдвига синхротронной частоты

$$R(E) = \frac{\Delta Q_s^{\text{sc}}}{Q_{s0}} = -\frac{\Sigma}{2}. \quad (8)$$

Расчетные значения $R(E)$ приведены в табл. 3.

Таблица 3. Зависимость кулоновского сдвига синхротронной частоты (умноженного на 10^3) от энергии ионов

Параметр	E , ГэВ						
	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
$R(E)$	10,9	8,01	6,34	5,39	4,03	2,98	2,6

При нулевом кулоновском параметре свободные дипольные колебания затухают из-за разброса по синхротронным частотам, который вызван нелинейностью ВЧ-поля. При синусоидальном ускоряющем поле величина этого разброса определяется формулой [4, формула (9.51)]:

$$\frac{\delta Q_s}{Q_s} = \frac{\pi^2}{16} (h\tau_L f_0)^2, \quad (9)$$

где h — номер гармоники ускоряющего поля; f_0 — частота обращения; τ_L — полная длина густка (в секундах). Учитывая, что $\tau_L = 2L_b/c\beta$ и $f_0 = c\beta/L_C$ (L_C — длина кольца), запишем эту формулу в следующем виде:

$$\frac{\delta Q_s}{Q_s} = \frac{\pi^2}{16} \left(h \frac{2L_b}{L_C} \right)^2. \quad (10)$$

Подставляя значения параметров коллайдера NICA, найдем, что $\delta Q_s/Q_s = 0,01529$. При увеличении кулоновского параметра затухание Ландау падает. При некотором значении $(\Delta Q_s^{\text{sc}}/Q_{s0})_{\text{lim}}$ (зависящем от вида распределения по продольным инвариантам) оно становится равным нулю. Согласно работе [4], для гауссовского распределения $(\Delta Q_s^{\text{sc}}/Q_{s0})_{\text{lim}} = 0,025$. Таким образом, сравнивая с расчетными значениями кулоновского сдвига, мы можем надеяться, что затухание Ландау падает не слишком сильно по сравнению со случаем $\Delta Q_s^{\text{sc}}/Q_{s0} = 0$, и, следовательно, оценки устойчивости по классической теории можно применять.

2.2. Продольная микроволновая неустойчивость. Эта неустойчивость может возникать в сгруппированных пучках при тех же условиях, что и аналогичная поперечная неустойчивость (см. п. 1.1). Критерий подавления неустойчивости затуханием Ландау, связанным с разбросом по импульсу, записывается в следующей форме (гауссовское распределение, $I_{\text{max}}^{\text{long}}$ — максимальный ток в густке):

$$I_{\text{max}}^{\text{long}} \leq 2\pi \frac{U_p}{(|Z_L|/n)} \frac{A_i}{Z_i} \gamma \beta^2 |\eta| \sigma_p^2, \quad (11)$$

где продольный импеданс

$$\frac{Z_L}{n} = i \frac{Z_{sc}}{n} + \operatorname{Re} \left(\frac{Z_{\text{long}}}{n} \right). \quad (12)$$

В (12) импеданс пространственного заряда

$$\frac{Z_{sc}}{n} = \frac{Z_0}{2\beta\gamma^2} \left[1 + 2 \ln \left(\frac{b}{a} \right) \right]. \quad (13)$$

Для наиболее опасной точки $E = 3,2$ ГэВ/нуклон $Z_{sc}/n = 49,7$ Ом. Источником активной части импеданса могут являться различные элементы, наиболее опасными из которых являются резонаторы. Рассмотрим наиболее опасную высокочастотную моду колебаний — моду 2,2 (Q — добротность моды) (табл. 4).

Таблица 4

Параметр	Значение
f , МГц	1187,9
$\operatorname{Re}(Z_{ })$, Ом	4578
Q	2846

Номер гармоники частоты обращения для этой моды $h_{\text{mode}} = 2045$. Соответственно, найдем, что $\operatorname{Re}(Z_{\text{long}}/n) = 8,95$ Ом, $|Z_L|/n = 50,5$ Ом. Предельное число частиц в сгустке связано с током I соотношением $N_{\text{max}}^b = \sqrt{2\pi}(L_b I / c\beta e Z_i)$. Подставляя числа, найдем, что для наиболее опасной энергии $E = 3,2$ ГэВ/нуклон $N_{\text{max}}^{\text{long}} = 3,45 \cdot 10^{10}$, что значительно превышает запланированное число частиц в сгустке $N_b = 6 \cdot 10^9$.

2.3. Когерентные продольные неустойчивости из-за паразитных мод резонаторов высокого порядка (НОМ). В пучке может возбуждаться набор мод с различным азимутальным номером m . Наиболее опасными являются многосгустковые неустойчивости, для которых инкремент моды с номером m определяется следующей формулой [5, уравнение (9.69)]:

$$\Omega - m\Omega_s = \left(\frac{1}{\tau_m} \right)_{\text{max}} = \frac{ir_i n_b N_b |\eta| R_s}{4\pi\beta^2 \gamma T_0 Q_s \hat{\tau}} D(\alpha\tau_{\text{sep}}) F_m(\Delta\psi). \quad (14)$$

В этой формуле Ω — частота, на которой развивается неустойчивость; $\hat{\tau}$ — длительность сгустка ($\hat{\tau} = L_b/c\beta$), $\Delta\psi = 2\omega_r \hat{\tau}$ есть изменение фазы резонатора во время прохождения сгустка; R_s — импеданс резонатора на резонансной частоте; $D(\alpha\tau_{\text{sep}})$ — так называемый фактор сепарации (в дальнейшем мы будем полагать $D(\alpha\tau_{\text{sep}}) = 1$). Зависимость от номера моды определяет безразмерный формфактор

$$F_m(\Delta\psi) = -\frac{4\pi m \hat{\tau}}{\omega_r} \int_0^\infty dr \frac{dg_0}{dr} J_m(\omega_r r)^2, \quad (15)$$

где $g_0(r)$ — стационарная функция распределения по амплитуде синхротронных колебаний; J_m — функция Бесселя m -го порядка. Для распределения Гаусса $g_0(r) = 1/(2\pi\hat{\tau}) \exp(-r^2/2\hat{\tau}^2)$. Подставляя в выражение для формфактора, получим

$$F_m(\Delta\psi) = \frac{4m}{\Delta\psi} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) J_m\left(\frac{1}{2}x\Delta\psi\right)^2 x dx. \quad (16)$$

График зависимости формфактора от $\Delta\psi$ для различных значений m показан на рис. 6.

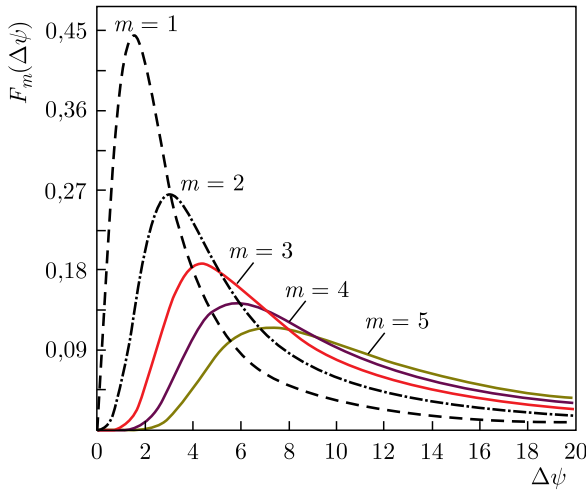


Рис. 6. Зависимость формфактора от $\Delta\psi$ — изменения фазы резонатора во время прохождения сгустка

Устойчивость колебаний определяется затуханием Ландау, связанным с разбросом по некогерентным синхротронным частотам δQ_s . Мода будет устойчива, если выполняется условие [2]

$$\frac{1}{\tau_m} \leq \frac{1}{4} \frac{\delta Q_s}{Q_s} Q_s \Omega. \quad (17)$$

Подставим в это выражение $1/\tau_m$ в следующем виде: $1/\tau_m = An_b F_m(\Delta\psi)$, где

$$A = \frac{ir_i N_b |\eta| R_s}{4\pi\beta^2 \gamma T_0 Q_s \tau} D(\alpha\tau_{\text{sep}}).$$

Выделяя члены, зависящие от номера моды, получим

$$\frac{F_m(\Delta\psi)}{\sqrt{m}} \leq \frac{1}{4} \frac{\delta Q_s}{Q_s} Q_s \Omega \frac{1}{An_b}. \quad (18)$$

Таким образом, наиболее опасной является мода, для которой функция $F_m(\Delta\psi)/\sqrt{m}$ максимальна. Результаты расчета по этой теории для наиболее опасных мод резонатора высокого порядка приведены в табл. 5. В номере моды первое число — номер ВЧ-системы, второе — номер моды в порядке возрастания частоты. В третьей строке таблицы приведен номер наиболее опасной моды. В строках 4 и 5 приведены расчетные инкременты. Случай $n_b = 1$ описывает односгустковые колебания (четвертая строка), $n_b = 22$ — связанные многосгустковые колебания (пятая строка). В шестой строке приведена скорость демпфирования данной моды из-за затухания Ландау для наиболее опасной кинетической энергии ионов.

Мы видим, что в рамках данного приближения высшие моды резонаторов в коллайдере NICA не возбуждают когерентных синхротронных колебаний. Наиболее опасной ввиду сравнительно большого импеданса связи с пучком является первая мода второй ускоряющей системы, однако и для нее имеется более чем пятикратный запас.

Таблица 5. Параметры мод высокого порядка

Параметр	Номер моды						
	1,1	1,2	1,3	2,1	3,1	3,2	3,4
f , МГц	118	273	466	450	30,5	546,2	642,5
$Z_{ }$, Ом	480	880	149	11340	3224	2206	2320
m_{dang}	1	2	4	4	1	5	6
λ_1 , c^{-1}	0,860	0,451	0,0688	5,518	6,697	1,311	0,803
λ_{mb} , c^{-1}	18,9	9,926	1,513	121,4	147,3	28,85	17,7
λ_d , c^{-1}	324	459	648	648	324	726	795

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенный анализ показывает, что ситуация с коллективными эффектами в коллайдере NICA сравнительно благополучная. Высокая синхротронная частота, большой разброс по импульсам и умеренный кулоновский сдвиг делают пучок стабильным относительно большинства неустойчивостей. Основные результаты настоящей работы следующие.

- Обнаружено, что высокие поперечные импедансы возникают из-за скачков диаметра вакуумной камеры и сильфонов в арках. В настоящее время конструкция этих элементов уже исправлена.

- Одногустковые поперечные неустойчивости могут быть подавлены путем правильного выбора хроматичности. Для малой положительной хроматичности ($\xi \sim +(1 - 3)$) дипольная неустойчивость отсутствует, а моды «голова-хвост» высокого порядка подавляются затуханием Ландау, которое возникает из-за нелинейности кулоновского поля сгустка. Добавочное затухание Ландау создается нелинейной зависимостью бетатронной частоты от амплитуды, связанной с нелинейностью магнитов.

- Продольные неустойчивости не возникают из-за малого формфактора для высокочастотных мод высокого порядка.

- Поперечная многосгустковая неустойчивость, связанная с конечной проводимостью стенок камеры, должна быть подавлена с помощью системы обратной связи.

Благодарности. Авторы благодарят И. Н. Мешкова (ОИЯИ) за интерес к работе, Т. В. Кулевого (ИТЭФ) за организационную поддержку и А. В. Бурова (FNAL) за обсуждение ряда ключевых вопросов и полезные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zenkevich P., Kolomiets A.* Calculation of Coupling Impedances and Wakes of Chamber Elements for NICA Collider. Report at the 13th Intern. Scientific Workshop in Memory of Prof. V.P. Sarantsev "Problems of Colliders and Charged Particle Accelerators", Alushta, Crimea, Russia, Sept. 3–8, 2019.
2. Concept of the NICA Collider. Joint Institute for Nuclear Research. Dubna: JINR, 2010.
3. *Мешков И. Н.* Проект NICA в ОИЯИ. Доклад на 11-м Междунар. совещ. по охлаждению пучка и сопутствующим темам, Алушта, Украина, 2011.
4. *Зенкевич П. П.* Когерентные эффекты в коллайдере NICA // Письма в ЭЧАЯ. 2014. № 5. С. 911–921.
5. *Диканский Н. С., Пестриков Д. В.* Физика интенсивных пучков в накопителях. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1989.
6. *Chao A. W., Tigner M.* Handbook of Accelerator Physics and Engineering. Singapore: World Sci., 1998.
7. *Chao A. W.* Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators. John Wiley and Sons, 1993.
8. *Ng K. Y.* Physics of Intensity-Dependent Beam Instabilities. Fermilab-FN-0713. Long Beach, CA, 2002.
9. *Heifets S. A., Kheifets S. A.* Coupling Impedance in Modern Accelerators // Rev. Mod. Phys. 1991. V. 63. No. 3.
10. *Blaskiewicz M. V.* Fast Head-Tail Instability with Space Charge // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 1998. V. 5. P. 044201.

11. *Balbekov V.* Report FERMILAB-PUB-09-322. 2009.
12. *Burov A.* Head–Tail Modes for Strong Space Charge // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2009. V. 12. P.044202.
13. *Burov A.* Erratum: Head–Tail Modes for Strong Space Charge // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2009. V. 12. P. 109901.
14. *Metral E. et al.* Beam Instabilities in Hadron Synchrotrons // *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 2016. V. 63, No. 2. P. 1001.
15. *Boine-Frenkenheim O., Chorniy O.* Stability of Coherent Synchrotron Oscillations with Space Charge // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2007. V. 10. P. 104202-1.
16. *Kornilov V., Boine-Frenkenheim O., Hofmann I., Doliva V.* Damping of Transverse Instabilities for Coasting Beams: GSI-Acc-Note-2005-10-01. 2005.
17. *Kornilov V., Boine-Frenkenheim O., Hofmann I.* Stability of Transverse Dipole Modes with Nonlinear Space Charge, Octupoles and Chromaticity // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2008. V. 11. P. 014201.
18. *Kornilov V., Boine-Frenkenheim O.* Simulation Studies & Code Validation for Head–Tail Instability with Space Charge // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2010. V. 13. P. 11241.
19. *Kornilov V. et al.* // Proc. of the 1st Intern. Accelerator Conf. (IPAC2010), Kyoto, Japan, May 23–28, 2020.
20. *Kornilov V., Boine-Frenkenheim O.* Landau Damping in Bunches due to Space Charge and Image Forces. Report on Space Charge. Oxford, UK, 2015.
21. *Kornilov V.* Head–Tail Instability and Landau Damping in Bunches with Space Charge. Report on HB2016. Malmo, Sweden, 2016.
22. *Piwinski A.* Intra-Beam Scattering // Proc. of CERN Accelerator School, Gif-sur-Yvette, Paris, 1985. P. 402.
23. *Burov A., Lebedev V.* Transverse Instabilities of Coasting Beams with Space Charge // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2009. V. 12. P. 034201.