

## ГДЕ У ОТДЕЛЬНО ВЗЯТОГО ЭЛЕКТРОНА ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА?

В. А. Бедняков<sup>1</sup>

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Сделана попытка обосновать отсутствие волновых свойств у отдельно взятого электрона. То, что принято называть корпускулярно-волновым дуализмом или волновыми свойствами материи, которые проявляются в виде дифракционной картины на определенном сорта мишени, есть результат обязательного участия в дифракционном процессе большого числа электронов. В рамках квантовой механики предсказание вида дифракционной картины можно получить с помощью правила сложения амплитуд вероятности, которые в простейшем случае представляют собой решения уравнения Шрёдингера для свободных частиц. Поэтому ответ на поставленный вопрос звучит примерно так: *отдельно взятый электрон не обладает волновыми свойствами, однако они проявляются всегда, когда есть много электронов и подходящая мишень.*

An attempt has been made to explain the absence of wave properties of an electron. What is commonly known as wave-particle duality or wave properties of matter, which appear in the form of a diffraction pattern on a certain target, is a result of the obligatory participation of a large number of electrons in the diffraction process. Within the framework of quantum mechanics, the diffraction pattern can be predicted by means of summation of probability amplitudes, which in the simplest case are solutions of the Schrödinger equation for free particles. Therefore, the answer to the question sounds like this: *a single electron does not have wave properties, however they appear whenever there are many electrons and a suitable target.*

PACS: 03.65.-w

### ВВЕДЕНИЕ

В процессе теоретического осмысления данных когерентного рассеяния нейтрино на ядрах как сложных составных системах [1–4] возник вопрос о допустимости применения правила сложения амплитуд вероятности и роли корпускулярно-волнового дуализма в случае нейтрино. В результате возник предлагаемый на суд читателя приведенный ниже текст.

Как известно, еще Исаак Ньютон считал свет движением корпускул. Характерная для волн (в упругой среде) интерференционная картина от двух щелей позволила Томасу Юнгу продемонстрировать волновую природу света почти 200 лет назад [5]. Однако объяснение Эйнштейном фотоэффекта в 1905 г., на основе гипотезы Планка о квантовании энергии, за которой последовал эксперимент по комптоновскому рассеянию света в 1923 г., представило неопровержимые свидетельства именно корпускулярного (прерывистого) поведения света.

---

<sup>1</sup>E-mail: bedny@jinr.ru

Сложилась ситуация, не имевшая прецедента, — анализируя проблемы строения атома, испускания света и т. п., ученые опирались на квантовые представления, а когда переходили к изучению явлений интерференции и дифракции, то аргументировали свои утверждения с помощью волновых идей. Например, в учебнике Мессиа по квантовой механике [6, с. 51] так и сказано: «Фотоэлектрический эффект, эффект Комптона можно объяснить, только если представлять себе свет как поток корпускул, однако гипотеза существования фотонов не согласуется с явлениями интерференции и дифракции, в которых свет ведет себя как суперпозиция волн. Если придерживаться языка классической физики, то связанное и непротиворечивое описание всей совокупности световых явлений невозможно. В зависимости от условий эксперимента для его истолкования приходится прибегать к одному из двух несовместимых представлений — потоку корпускул или суперпозиции волн».

Так продолжаться долго не могло, и создание теории, учитывающей корпускулярно волновые аспекты, было крайне актуальной задачей. Первым, кто положил начало новому радикальному этапу решения этой проблемы, оказался Луи де Бройль. Именно он попытался синтезировать корпускулярные и волновые свойства материи. Знаменитая формула Луи де Бройля [7], ставящая в соответствие микрочастице<sup>1</sup> с импульсом  $p$  некоторую волну, длина которой имеет вид<sup>2</sup>

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (1)$$

как известно, появилась на свет в 1923 г. Экспериментально ее справедливость была впервые *подтверждена* в 1927 г. Дэвиссоном и Джермером [9]. Они изучали угловую зависимость интенсивности пучка электронов, отраженного от поверхности кристалла, и обнаружили, что это распределение электронов сходно с распределением интенсивности рентгеновских лучей (пятна Лауэ) при дифракции на кристалле. В 1928 г. Дж. П. Томсон (нобелевский лауреат) и независимо от него П. С. Тартаковский исследовали кольца Дебая–Шеррера, возникающие при прохождении пучка электронов через тонкую поликристаллическую мишень. Сопоставление положения дифракционных максимумов с энергией электронов подтвердило справедливость формулы (1), связывающей длину волны с импульсом электрона.

Эти эксперименты с дифракцией электронов имели решающее значение, не уступающее по значимости, пожалуй, самой формуле Луи де Бройля. «Дифракция волн вещества», так схожая с дифракцией упругих волн и света, возымела просто магическое воздействие на лучшие «физические» умы начала XX в.

Например, Д. И. Блохинцев [8] пишет: «Чтобы рассмотреть важнейшую особенность микроявлений, мы будем основываться на опытах по дифракции микрочастиц. Основной вывод этих опытов заключается в формуле де Бройля, связывающей импульс и длину волны». Вот что написано по этому поводу в учебнике Мессиа [6]: «В случае объектов атомных размеров можно образовать пучки с длиной волны, сравнимой с длиной волны рентгеновского излучения, и осуществить опыты, аналогичные рентгеновской дифракции на кристаллах. Зная параметры кристаллической

<sup>1</sup> Воспользуемся терминологией Д. И. Блохинцева [8], понимая под микрочастицами объекты микромира.

<sup>2</sup> Здесь  $h = 6,6262 \cdot 10^{-27}$  эрг · с — постоянная Планка.

решетки, можно из интерференционной картины получить значение длины волны электрона, которое находится в прекрасном согласии со значением де Бройля. Аналогичные опыты по дифракции на кристаллах производились с моноэнергетическими пучками атомов гелия и молекул водорода. Все опыты показывают, что волновые свойства присущи не только электронам, а являются общим явлением, характерным для всех материальных объектов».

Так же Я. И. Френкель [10]: «Атомные представления о материи и свете являются неполным отображением представлений волновых, потому что такие фундаментальные явления, как интерференция и дифракция, оказываются совершенно непостижимыми с точки зрения первых, между тем как они чрезвычайно просто объясняются вторыми».

В. А. Фок [11]: «В том, что в атомном мире мы имеем дело с проявлениями каких-то волновых свойств частиц, мы с несомненностью убедились после открытия дифракции электронов. Дифракция электронов была открыта уже после того, как представления о волновом характере материальных частиц было выработано на основе теоретических соображений. Значит, волновой характер материальных частиц с несомненностью установлен».

Даже А. Эйнштейн в статье<sup>1</sup>, посвященной эксперименту Комптона (в 1924 г.), писал, что «волновая теория объяснила явления дифракции и интерференции прямо-таки с астрономической точностью, и убеждение в ее правильности стало непоколебимым, как скала».

Подчеркнем здесь ключевой момент (для всей дальнейшей истории) — проблема состояла в том, что дифракцию (интерференцию) «волн материи» невозможно было объяснить с корпускулярной точки зрения. Не было бы *этой* дифракции частиц материи — не было бы (никакой) необходимости в дуализме волна-частица.

Таким образом, именно идея де Бройля о волне-частице позволила разрешить ряд серьезных внутренних противоречий бурного развития физики начала XX в. и, фактически, послужила отправной точкой современной квантовой механики.

Тем не менее весьма длительное время понятие дуальности волна-частица и собственно интерпретация квантовой механики были предметом обширных дискуссий и исследований, в которые, в частности, немало усилий вложил и сам Луи де Бройль. В результате общепризнанной стала «копенгагенская интерпретация». Вот несколько цитат.

Из Фейнмана [12]: «В квантовой механике все события представляются в виде амплитуд вероятности, которые ведут себя как волны, имеют определенную частоту и волновое число» (т. 3, с. 231). По поводу смысла волновой функции: «Именно Борн правильно отождествил  $\Psi$  в уравнении Шредингера с амплитудой вероятности, предположив, что квадрат амплитуды — это не плотность заряда, а всего лишь вероятность обнаружить там электрон, и что если вы находите электрон в некотором месте, то там окажется и весь его заряд» (т. 9, с. 233).

Из учебника Д. И. Блохинцева [8, с. 48–49]: «Если речь идет об одном электро-не, то интенсивность волн де Бройля указывает лишь на вероятность попадания электро-на, но вовсе не обязывает этот электрон к тому или иному определенному поведению.

<sup>1</sup>Эйнштейн А. Сборник научных трудов. М., 1966. Т. 3. С. 465.

Важно лишь отношение интенсивностей в различных частях пространства. Волны де Бройля дают статистическое описание движения микрочастиц. Они определяют вероятность обнаружения частицы в данном месте пространства в данный момент времени».

Из Мессиа [6, с. 67]: «Наиболее простое истолкование дуализма волна–частица имеет статистическую основу — интенсивность волны в каждой точке экрана дает вероятность попадания электрона в эту точку».

Наконец, из П. А. М. Дирака [13]: «Результат опыта не определен однозначно условиями, находящимися во власти экспериментатора, как должно было бы быть с точки зрения классических представлений. Самое большое, что может быть предсказано, это совокупность возможных результатов и вероятность появления каждого из них».

В настоящее время все согласны с этим *статистически-вероятностным характером* квантовой механики. «Напряженность» здесь давно спала и не представляет, по-видимому, большого интереса для обсуждения широкой физической общности.

Тем не менее для полноты картины приведем несколько цитат из (советского) прошлого. Они и сегодня не кажутся бессмысленными. Так, например, Я. И. Френкель в 1928 г. писал [10]: «Согласно Борну эти волны не имеют непосредственной реальности, представляя собой лишь вспомогательные образы, служащие для определения вероятности реальных событий, объектами которых являются обыкновенные<sup>1</sup> материальные частицы. Сущность новой механики заключается вовсе не в вводимых ею волнах, а в замене детерминистического описания событий вероятностным, в котором определяются не сами события, а лишь их вероятности».

Несколько цитат из статьи П. С. Тартаковского [14]: «"Волны" существуют только потому, что "случайно" уравнения, определяющие  $\Psi$ -функции, имеют волновой вид. Для Шредингера основой всего, следуя де Бройлю, были волны, а все остальное — их проявление. Гайзенберг видел суть новых объектов теории в частицах. Для него частицы, а не волны являются основой реальности. Волны суть лишь проявления поведения частиц».

Тезис о наличии у микрообъектов корпускулярных и волновых свойств К. В. Никольский [15] считал главной ошибкой копенгагенской трактовки квантовой механики, которая, по его мнению, заключается в том, «что соотношения, справедливые и найденные экспериментально для статистического коллектива, не критически переносятся на отдельный индивидуальный экспериментальный процесс, совершаемый с отдельным квантовым объектом».

Сегодня прекрасно известно, что математический аппарат квантовой механики хорошо и плодотворно работает, полученные с его помощью результаты полностью соответствуют данным, делаются новые предсказания, которые хорошо подтверждаются на практике.

С другой стороны, формулировка математического аппарата, как известно, представляет собой важный (первый) шаг на пути становления новой теории, но этим решается только часть задач. Математическая структура, лежащая в основе физической теории, может быть интерпретирована различным образом, поэтому следующим

---

<sup>1</sup>Иными словами, это частицы без каких-либо индивидуальных волновых свойств.

необходимым этапом при создании физической теории является содержательная интерпретация математического формализма, поскольку от «правильной интерпретации» зависят возможности физической теории предсказывать новые явления.

Вот что по этому поводу пишет Мессиа [6, с. 149]: «Несомненно, что представленные состояния квантовой системы волновой функцией имеет абстрактный характер, а статистическая интерпретация теории с трудом поддается интуитивному восприятию. Однако попытки описания микроскопических явлений на основе более конкретных и интуитивно ясных моделей неизбежно сталкиваются с рядом противоречий. . . . Следует отдавать себе отчет в том, что с точки зрения логики более или менее абстрактные концепции физической теории вовсе не обязаны выражаться на конкретном языке. Вся наша интуиция, все наше чувство конкретного основываются на каждодневном опыте, и понятия и образы, используемые для конкретного описания явления, каким бы оно ни было, также взяты из этого опыта. Нет никаких оснований думать, что язык таких понятий может быть без противоречий использован для описания явлений микроскопической физики, столь удаленных от повседневного опыта»<sup>1</sup>.

Признавая все это, вернемся чуть-чуть назад, в середину XX в. к «Фейнмановским лекциям по физике» (1965 г.) в их квантово-механической части.

Напомним, что Р. Фейнман позиционировал дифракцию электронов на двух микрощелях (рис. 1) как явление, совершенно неподдающееся классическому объяснению, в котором таится «самая суть и главная тайна» квантовой механики [12]. Со свойственным ему педагогическим блеском и убедительностью Р. Фейнман тщательно разбирал все тонкости этого (в то время мысленного) эксперимента для объяснения

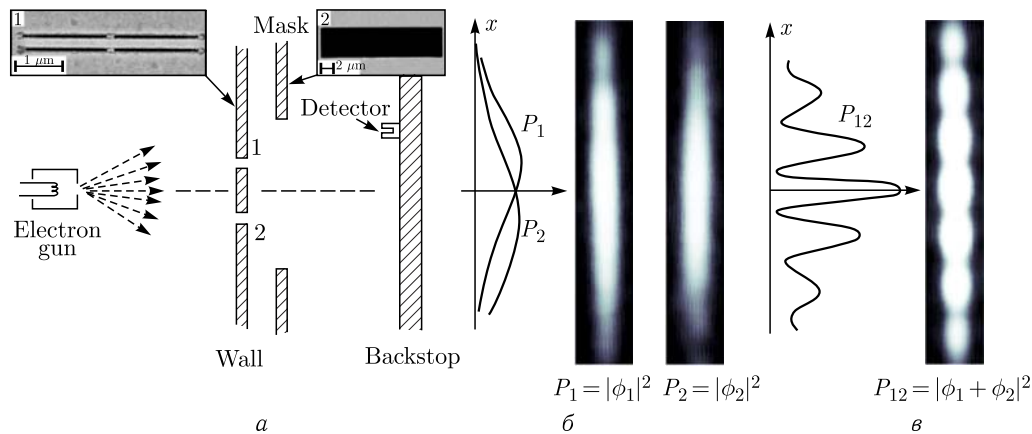


Рис. 1. Схема реализации мысленного эксперимента Фейнмана на рисунке в [16]. К «классической» картинке из фейнмановских лекций [12] добавлены изображения щелей, подвижной маски и реальный вид интерференционных картин

<sup>1</sup>Эти «оправдательные» утверждения кажутся убедительными. Однако история развития науки и техники не представила пока никаких аргументов против (противоположной) точки зрения о том, что человеческий разум всегда находил возможность адекватным образом отражать (понимать) новые и неизвестные ранее процессы и явления. Не очевидно, что микромир станет непреодолимым здесь препятствием.

основ квантовой механики и иллюстрации феномена дуальности волна–частица, который постулирует, что все частицы проявляют как волновые, так и корпускулярные свойства. Этот двухщелевой эксперимент включен в большинство учебников по квантовой механике для иллюстрации следствия гипотезы де Бройля [6, 12, 17]. Он был предметом дискуссии между Бором и Эйнштейном о причинности и взаимодополняемости волны-частицы [18].

Практическое исполнение такого эксперимента представляет собой крайне сложную задачу. Недаром Р. Фейнман писал [12]: «Этот опыт с электронами никогда никто так не ставил. Дело в том, что для получения интересующих нас эффектов прибор должен быть чересчур миниатюрным. Мы ставим сейчас "мысленный эксперимент", отличающийся от других тем, что его легко обдумать. Что должно в нем получиться, известно заранее, потому что уже проделано множество опытов на приборах, размеры и пропорции которых были подобраны так, чтобы стал заметен тот эффект, который мы опишем»<sup>1</sup>.

Эксперимент с прохождением электронов через щели первым выполнил К. Йонсон [20, 21] в 1961 г., он продемонстрировал дифракцию на одиночных, двойных и множественных (до пяти) щелях, однако он еще не мог наблюдать дифракцию единичных электронов и не закрывал отдельные щели. После этого экспериментальная реализация эксперимента Фейнмана с электронами предпринималась, главным образом, напрямую с реальными (микро) щелями и «обходным» путем, где вместо двойных щелей использовались (электронные) бипризмы [22]. Во втором случае сначала (в 1976 г.) были получены интерференционные картины при различной плотности электронного пучка [23]. Затем Тономура [24] смог зарегистрировать акты обнаружения отдельных электронов как функцию времени и использовал их для построения интерференционной картины. Усовершенствование методик с бипризмами в этом направлении было продолжено, и был проведен ряд более точных измерений (см., например, [25, 26]). Результаты прямых экспериментов по дифракции электронов на двух и одной щелях представлены в работах [16, 27–35].

Например, поместив подвижную маску перед двойной щелью (для того чтобы иметь возможность контролировать — управлять прохождением электронов через ту или иную щель), авторы [16] экспериментально наблюдали (см. рис. 1) дифракционные картины (распределения вероятностей) от первой ( $P_1$ ), второй ( $P_2$ ) и двух щелей ( $P_{12} \neq P_1 + P_2$ ), что, по их словам, представляет собой *прямое наблюдение волновых свойств электронов*. Записывая события регистрации одиночных электронов, *проходящих через двойную щель*, они построили характерную дифракционную картину, что, по их словам, представляет собой *наблюдение корпускулярных свойств электронов*.

<sup>1</sup>Р. Фейнман не различает здесь дифракцию и интерференцию, поскольку считает первую результатом «работы» второй. Он также игнорирует дифракцию на одной щели. Как известно, дифракция (отклонение) света имеет место даже на границе макрощели. Может создаться впечатление, что волновые явления не обнаруживаются при дифракции на одной щели, а возникают только в результате совместного действия двух щелей. В современной работе [19] говорится, что результаты исследования волновой природы электронов, полученные на электронном микроскопе, показывают, что рассмотрение дифракции электронов на одном круглом отверстии дает полноценное доказательство того, что интерференционный эксперимент на двух отверстиях, вообще говоря, не требуется для демонстрации суперпозиции электронных волн.

Аналогичные исследования были выполнены на фотонах [36], нейтронах [37, 38], атомах [39, 40], малых [41–47] и больших молекулах [48, 49] и даже впервые в 2019 г. на антивеществе (дифракция отдельных позитронов) [50].

Несмотря на концептуальную и математическую простоту, по крайней мере, с точки зрения волновой оптики, экспериментальная реализация эксперимента Фейнмана, как упоминалось, является очень сложной задачей, требующей самых передовых технологий и уникального оборудования. Так, например, новые достижения в области развития резонаторной квантовой электродинамики были применены для проведения еще более изоциренного «which-path» эксперимента [51]. В качестве дополнения к электронным экспериментам на двух пространственных щелях [24, 25] были выполнены эксперименты с дифракцией электронов на двух так называемых щелях во времени [52, 53], все они, согласно общепринятой точке зрения, обеспечивают дальнейшее подтверждение дуальности волна–частица.

Итак, важнейшей особенностью является то, что экспериментальные условия позволяют надежно утверждать, что в каждый момент времени в установке присутствует только одна микрочастица (электрон). Формирование дифракционной картины достигается за счет постепенного накопления событий, вызванных отдельными микрочастицами (электронами).

## 1. ЧТО ФАКТИЧЕСКИ ИМЕЕТСЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО?

В наличии имеются два строгих экспериментальных факта. Экспериментальный факт *номер 1* всем хорошо известен с начала становления квантовой механики (см., например, [5, 6, 8, 9, 12, 17]). Сформулируем его здесь следующим образом: волновые свойства материи (дифракция, интерференция) проявляются (зарегистрированы) только тогда, когда имеет место достаточно большой поток микрочастиц, импульс которых (вполне определенным образом) по формуле де Бройля (1) соотносится с характерными размерами рассеивающих их препятствий (размерами одной или двух щелей, шагом кристаллической и/или дифракционной решетки и т. п.) (рис. 2, а).

Экспериментальный факт *номер 2*, надежно экспериментально обоснованный достаточно недавно [16, 20, 21, 23, 25], состоит в том, что отдельно взятый электрон, пролетев через упомянутое выше *характерное* препятствие, в одиночку никакую дифракционную картину не создает, а оставляет свой индивидуальный след в некоторой произвольной, вообще говоря, точке регистрирующего экрана. Дифракционная картина (волновое явление) формируется только тогда, когда «судьбу» отдельно взятого электрона повторяют (преодолеют то же самое препятствие) множество других электронов (рис. 2, б).

Из этих двух экспериментальных фактов, согласно общепринятой интерпретации корпускулярно-волнового дуализма, следует вывод о наличии волновых свойств у *отдельно взятой* микрочастицы (электрона, фотона). Замечательным является то, что именно этот вывод делается буквально во всех упомянутых во введении экспериментальных работах, где регистрируются микрочастицы поодиночке. Например, нобелевский лауреат Тономура пишет [25]: «Поскольку интерференционная картина образуется только когда две волны одновременно проходят по обе стороны от бипризмы (рис. 3) и перекрываются в плоскости наблюдения, то получается как будто одиноч-

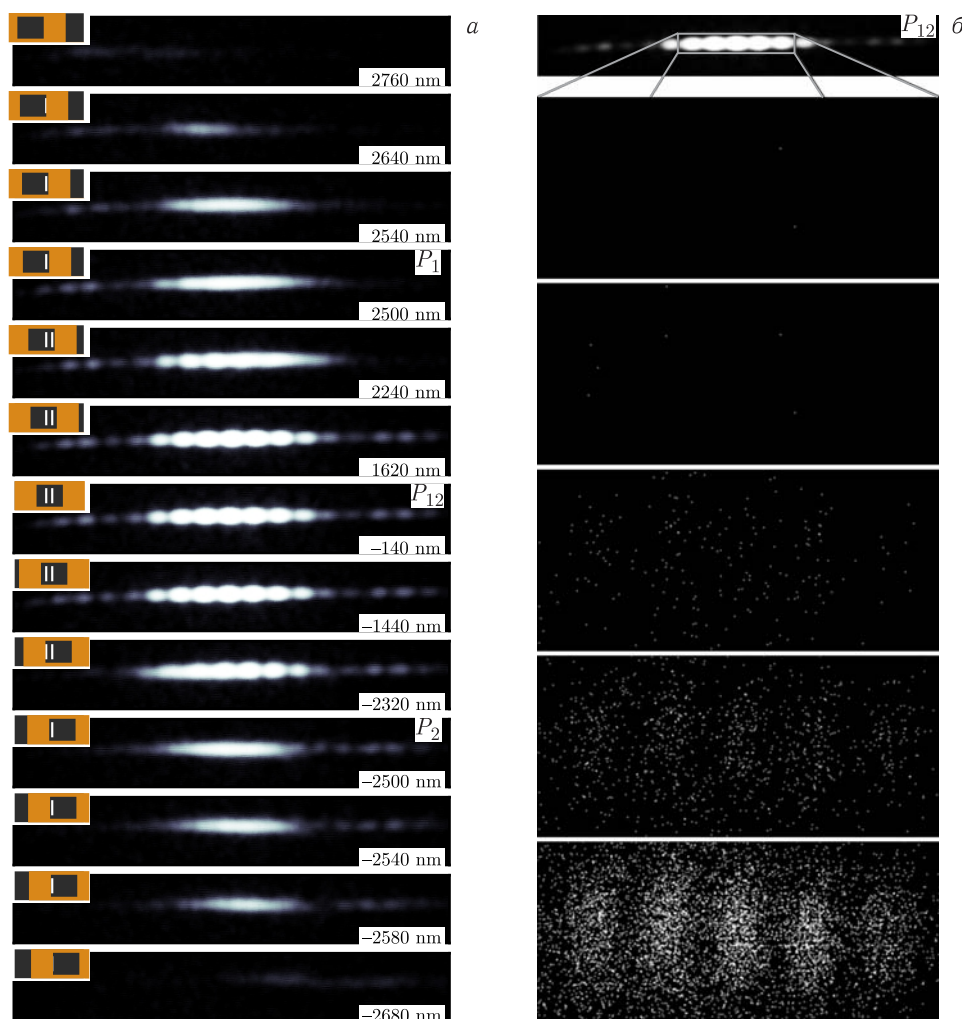


Рис. 2. *а*) Движение маски вдоль двух щелей (см. рис. 1), вызывающее характерную эволюцию интерференционной картины. *б*) Формирование центральной части этой дифракционной картины. Белые точки указывают на места прибытия отдельных электронов, их число растет сверху вниз как 2, 7, 209, 1004 и 6235. Из работы [16]

ный электрон разделится на два. Согласно общепринятой квантово-механической интерпретации даже один электрон проходит по обе стороны бипризмы в виде волновой функции. Эти две «частичные» волны перекрываются, формируя на плоскости наблюдения картину интерференции вероятности. В момент детектирования эта волновая функция коллапсирует в одну частицу».

Напомним, что по поводу интерференции *отдельно взятого* фотона писал П. А. М. Дирак [13, с. 18]: «Невозможно предсказать, в каком из двух пучков будет найден фотон. До тех пор, пока фотон находится частично в одном, а частично в дру-



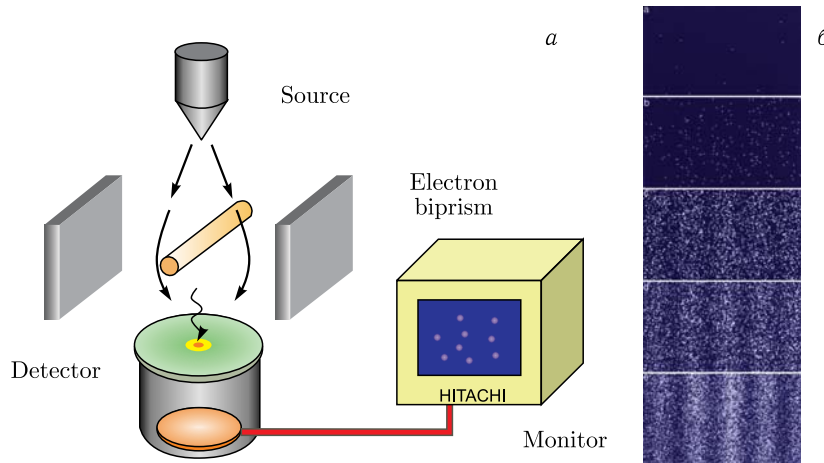


Рис. 3. а) Двухпучковая интерференция электронов. б) Формирование дифракционной картины 10, 200, 6000, 40000 и 140000 электронами. Из работы [25]

гом пучке, интерференция при наложении пучков может возникнуть, но эта возможность исчезает, как только фотон переведен посредством измерения целиком в один из пучков. Таким путем квантовая механика способна примирить противоречия между корпускулярными и волновыми свойствами света. Она считает, что фотон входит отчасти в каждую из двух компонент пучка, и тогда этот фотон интерферирует лишь сам с собой».

Однако если не знать или забыть про *общепринятую* интерпретацию корпускулярно-волнового дуализма, то из этих экспериментальных фактов вполне возможно сделать и *другие* выводы. Например, следующие два:

Первый — волновые свойства света неотделимы от наличия (очень) большого числа фотонов, потока фотонов одинаковой энергии. Строго, то же самое касается и необходимости наличия большого числа электронов или других микрочастиц для проявления того, что принято называть волновыми свойствами материи.

Второй — *длина волны де Бройля* (1) представляет собой параметр, характеризующий типичный внутренний *масштаб* мишени (шаг кристаллической решетки, расстояние между атомами, размер щели и т. п.), на которой частицы с *данным импульсом* способны создать (ярко выраженную) дифракционную картину [54]. Назовем такую мишень «дебройлевской». При заметно больших или заметно меньших характерных масштабах мишени (не дебройлевская мишень) частицы с *данным импульсом* дифракционную картину не создают.

Отсюда вытекает, что характер дифракционной картины при рассеянии частиц материи определяется исключительно свойствами мишени-препятствия (рис. 4).

Электроннограммы, получаемые с помощью «электронных волн», и лауэграммы, получаемые с помощью рентгеновских лучей, демонстрируют совпадающие кольца, отличающиеся лишь интенсивностью. Тогда становится понятен смысл рентгенограммы (лауэграммы), электроннограммы, нейтронограммы и т. п. Они, как известно, используются для получения разнообразной информации о структуре именно изучаемого

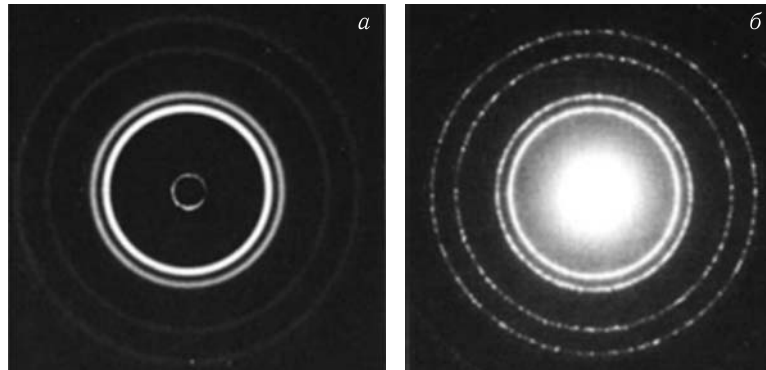


Рис. 4. Дифракционные картины, полученные при просвечивании алюминиевой фольги рентгеновскими лучами (а) и электронами (б) одной и той же длины волны. Благодаря бóльшей вероятности для электронов испытать неупругое столкновение в фольге, центральная часть электронограммы сильнее засвечена, однако радиусы дифракционных колец одинаковы (см., например, [55])

образца [56], а не о волновой природе зондирующих этот образец частиц. Если экспериментатор выберет частицы с «неподходящим для данного образца» импульсом, то он ничего интересного не увидит. С другой стороны, варьируя этот импульс (подбирая подходящую *длину волны де Бройля*), он может зондировать различные структурные подуровни исследуемого образца, если таковые имеются.

В этой связи напомним ключевое положение квантовой механики по поводу траектории микрочастицы. В. А. Фок пишет [11]: «Из принципа неопределенности следует бессмысленность понятия траектории. Нельзя считать, что на самом деле есть траектория, ибо ее даже принципиально нельзя измерить, ибо общефилософски допустимы лишь положения, взятые из опыта, и, следовательно, существует лишь только то, что доступно измерению».

У Дмитрия Ивановича Блохинцева [8, с. 9–11] находим: «Электроны обнаруживают волновые свойства: если пропускать поток электронов через кристалл, то частицы распределяются на экране так же, как распределяется интенсивность волн подходящей длины волны. Мы получаем чуждое классической механике явление дифракции микрочастиц. Движение микрочастицы оказывается во многих отношениях более родственно движению волн, нежели движению материальной точки по траектории. Явление дифракции несовместимо с представлением о движении частицы по траектории».

В контексте настоящего обсуждения утверждение об отсутствии траектории у микрочастиц, видимо, следует формулировать несколько по-иному. А именно примерно так: *в рамках* квантовой механики нет возможности *предсказать* траекторию микрочастицы только тогда, когда она встречает на своем пути дебройлевское препятствие (т.е. взаимодействует с ним). Если ли же это препятствие не дебройлевское (т.е. по сути с ним нет взаимодействия), то микрочастица летит совершенно понятным и полностью предсказуемым образом, в простейшем случае просто «по прямой».

Вряд ли кто-то будет спорить, что именно это имеет место для прилетающих от далеких звезд на Землю космических лучей (фотонов, протонов, нейтрино и т. п.) или что так ведут себя катодные лучи (электроны) в некогда очень популярных телевизионных электронно-лучевых трубках. Наконец, очевидно, что в Большом адронном коллайдере (ЛHC) пучки протонов огромной энергии почти 10 тыс. раз в секунду проносятся по круговым траекториям, чтобы в один прекрасный момент прецизионно столкнуться друг с другом. Если бы у них не было хорошо контролируемых и предсказуемых траекторий, то как их можно было бы так точно сталкивать на постоянной основе каждые 25 нс?

Итак, для проявления волновых свойств материи (дифракции, интерференции) необходимо иметь всего две «вещи» — огромный поток электронов и дебройлевскую мишень. Электроны действительно демонстрируют *волновое явление*, однако нет никакого основания считать, что имеет место детектирование *волны де Бройля* отдельного электрона, и не видно никаких причин наделять этот электрон свойствами *какой-либо* волны.

На этой фразе можно остановиться, однако дифракционно-интерференционная картина волн материи, послужившая причиной возникновения корпускулярно-волнового дуализма, действительно имеет место.

Каковы тогда *достаточные* условия для этих волн материи? Иными словами, если не использовать идею дуализма «волна–частица» для одного отдельно взятого электрона (поскольку он не дает никакой дифракционной картины), то как объяснить возникновение картины дифракции электронов на двух узких щелях, не прибегая к (притягательной) аналогии в виде простой формулы, легко объясняющей дифракцию обычных упругих волн (света)?

По-видимому, надо попытаться объяснить эту дифракционную картину статистической природой явления, обязательным присутствием большего ансамбля электронов, подходящими свойствами препятствия-мишени и «нормальными причинами» типа рассеяния электронов на щелях за счет того или иного взаимодействия.

## 2. ЧТО ГОВОРИТ ПО ЭТОМУ ПОВОДУ САМА КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА?

В литературе нашлось три варианта такого объяснения. Ключевую роль в них играет амплитуда вероятности свободной частице (электрону) с импульсом  $\mathbf{p}$  перейти из точки  $\mathbf{r}_1$  в точку  $\mathbf{r}_2$  (решение уравнения Шредингера). В фейнмановских лекциях по физике [12, т. 8, с. 14] она дается в виде

$$\langle \mathbf{r}_2 | \mathbf{r}_1 \rangle \propto \frac{e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}_{12}}}{r_{12}}, \quad \text{где } \mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1. \quad (2)$$

Рассмотрим *первый вариант*, в котором помимо формулы (2) используются только «Начальные принципы квантовой механики» [12, т. 3, с. 213], определяющие правила сложения амплитуд вероятности для неразличимых событий. На этой основе Р. Фейнман дает объяснение картины интерференции-дифракции электронов на двух щелях, разбирая решение задачи 1.1 по квантовой механике из задачника-приложения к фейнмановским лекциям.

Вот как это вкратце выглядит. Вероятность того, что частица достигнет экрана (см. рис. 1) в некоторой точке  $x$ , если открыта щель 1, равна  $P_1 = |\langle x|1\rangle\langle 1|s\rangle|^2 \equiv |\varphi_1|^2$ , где  $\langle 1|s\rangle$  — амплитуда вероятности частице, испущенной из точки  $s$ , достичь щели 1, а  $\langle x|1\rangle$  — амплитуда вероятности этой частице, вылетев из щели 1, успешно достичь точки  $x$ . Если открыта щель 2, то аналогично  $P_2 = |\langle x|2\rangle\langle 2|s\rangle|^2 \equiv |\varphi_2|^2$ . Когда же открыты обе щели, перед электроном предстают две равноправные возможности-альтернативы, поэтому для получения вероятности надо сначала сложить амплитуды<sup>1</sup>:

$$P_{12} = |\langle x|1\rangle\langle 1|s\rangle + \langle x|2\rangle\langle 2|s\rangle|^2 \equiv |\varphi_1 + \varphi_2|^2. \quad (3)$$

Учитывая симметричное расположение щелей и предполагая, что источник испускает частицы изотропно, можно записать  $\langle 1|s\rangle = \langle 2|s\rangle = c$ . Считая щели бесконечно узкими, можно воспользоваться формулой (2). Тогда с точностью до несущественного численного множителя амплитуды вероятности распространения свободного электрона от каждой из щелей до точки  $x$  записываются в *ключевом виде*:

$$\langle x|1\rangle = \frac{e^{ikl_1}}{l_1} \quad \text{и} \quad \langle x|2\rangle = \frac{e^{ikl_2}}{l_2}, \quad (4)$$

где  $l_1 = \sqrt{l^2 + (x - a/2)^2}$  и  $l_2 = \sqrt{l^2 + (x + a/2)^2}$  — расстояния от щелей 1 и 2 до точки  $x$ , и совершенно не важно, что параметр размерности импульса  $k = (2\pi)/\lambda$  имеет вид волнового числа. При этом  $l$  — расстояние от щелей до экрана и  $a$  — расстояние между щелями. Тогда имеем

$$P_1 = \frac{|c|^2}{l_1^2}, \quad P_2 = \frac{|c|^2}{l_2^2} \quad \text{и} \quad P_{12} = |c|^2 \left| \frac{e^{ikl_1}}{l_1} + \frac{e^{ikl_2}}{l_2} \right|^2.$$

Пусть расстояние  $l$  достаточно велико,  $l \gg a$ ,  $l \gg x$ . Тогда  $l_1$  и  $l_2$  в знаменателях формулы для  $P_{12}$  можно принять равными,  $l_1 \simeq l_2 \simeq l$ , однако в фазовых множителях этого выражения необходимо учитывать «разность хода»,  $l_2 - l_1 \simeq (ax)/l$ . В результате получаем формулу

$$P_{12} = \frac{|c|^2}{l^2} \left| 1 + \exp\left(\frac{ikax}{l}\right) \right|^2, \quad \text{которую нетрудно преобразовать к виду} \quad (5)$$

$$P_{12} = \frac{2|c|^2}{l^2} \left( 1 + \cos\frac{kax}{l} \right).$$

Максимумы этого выражения, очевидно, определяются условием

$$\frac{kax_n}{l} = 2\pi n, \quad \text{где} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

<sup>1</sup>Здесь молчаливо предполагается, что на каждой из щелей с вероятностью  $q_{1,2} = 1$  происходит *взаимодействие*, или, что эквивалентно, обе щели «в деле». Если  $q_{1,2} \neq 1$ , то следует (3) записать в виде  $P_{12} = |\langle x|1\rangle q_1 \langle 1|s\rangle + \langle x|2\rangle q_2 \langle 2|s\rangle|^2$ , и «выключение», например, щели 1 означает, что  $q_1 = 0$ .

Простое выражение (5) полностью задает *потенциальный вид* всей дифракционной картины. Для ее получения понадобились всего две «вещи», *ничего не имеющие общего с волновой природой электрона*: правило сложения амплитуд вероятностей (3) и вид этих амплитуд (4). Подчеркнем, что увидеть на экране дифракционную картину (5) можно только тогда, когда огромное число электронов примет участие в реальном эксперименте с двумя щелями, как это было проверено, например, в [16, 25]. Иными словами, для «материализации» потенциальной возможности, предсказываемой квантовой механикой *как бы* для одной частицы, необходим большой статистический ансамбль [8].

*Второй вариант* чисто квантово-механического объяснения интерференции можно найти, например, в работе [57], где схематично показано, что эксперимент с двумя щелями описывается с помощью решения уравнения Шредингера для свободной частицы с учетом соответствующих начальных (граничных) условий. Согласно [57] вектор состояния свободной частицы в импульсном представлении задается формулой

$$\Phi(\mathbf{p}; t) \equiv \langle \mathbf{p} | \Psi(t) \rangle = \frac{e^{-ip^2 t/2m\hbar}}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar} \Psi(\mathbf{r}; 0). \quad (6)$$

Начальное условие для этого вектора состояния можно представить схематично как

$$\Psi(\mathbf{r}; 0) = \delta(x) \left[ \delta\left(y - \frac{a}{2}\right) + \delta\left(y + \frac{a}{2}\right) \right] e^{ip_0 z/\hbar}. \quad (7)$$

Оно отвечает движению частицы с начальным импульсом  $p_0$  в  $z$ -направлении и наличию двух точечных щелей в  $y$ -направлении, находящихся друг от друга на расстоянии  $a$ . Дельта-функции использованы для простоты. Подставляя (7) в (6), можно получить

$$|\Phi(\mathbf{p}; t)|^2 \propto \cos^2 \left[ \frac{p_y a}{2\hbar} \right]. \quad (8)$$

Откуда следует, что частица приобретает импульс в  $y$ -направлении, с чередующимися максимумами и минимумами. Эти максимумы и соответствующие им углы  $\theta_n$  (по отношению к  $z$ -оси) находятся из соотношений

$$\frac{p_y a}{\hbar} = 2\pi n \quad \text{и} \quad \sin \theta_n = \frac{p_y}{p_0} = \frac{2n\pi\hbar}{ap_0}, \quad \text{где} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (9)$$

Имеет место пик в направлении вперед,  $\theta_0 = 0$ , с последующими прилегающими пиками при углах  $\sin^{-1}(\pm\hbar/ap_0)$ . Таким образом продемонстрирован известный результат из учебников [6, 17].

В работе [57] также показано, что интерференционная картина исчезает, если одна из щелей закрыта. Это видно, если в начальное условие (7) ввести «веса» для каждой из щелей, например, в виде  $[\alpha\delta(y - a/2) + (1 - \alpha)\delta(y + a/2)]$ , где  $\alpha$  варьируется между 0 и 1. Подстановка такого начального условия в формулу (6) дает

$$|\Phi(\mathbf{p}; t)|^2 \propto (2\alpha - 1)^2 + 4\alpha(1 - \alpha) \cos^2 \left[ \frac{p_y a}{2\hbar} \right], \quad (10)$$

что демонстрирует (постепенное) исчезновение интерференции, как только  $\alpha$  приближается к 0 или 1. Как уже упоминалось, этот эффект плавного исчезновения интерференционной картины был подтвержден экспериментально (см., например, [16, 25]).

Третий пример взят из работы [58], где с помощью нестационарной теории возмущений была воспроизведена дифракционная картина Фраунгофера при рассеянии электронов на макроскопических препятствиях (диске и двух прямоугольных щелях), заданных соответствующими потенциалами. Ниже приводятся результаты, полученные, по словам авторов [58], в случае реальных потенциалов, когда необходимо учитывать члены, отвечающие многократному рассеянию электрона. Поэтому, в отличие от двух рассмотренных выше примеров, амплитуда вероятности начального электрона взята не в виде свободной частицы,  $\psi(\mathbf{k}_i) \propto \exp(i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r})$ , а в эйкональном приближении:

$$\psi_s(\mathbf{k}_i) = C \exp\left(ikz - \frac{i}{2k} \int_{-\infty}^z U(r, z') dz'\right) \quad \text{и} \quad \psi(\mathbf{k}_s) = C \exp(i\mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}), \quad (11)$$

где вектор  $\mathbf{k}_i = k\hat{z}$  направлен вдоль оси  $z$  перпендикулярно поверхности рассеивателя, а вектор  $\mathbf{k}_s = k\{\hat{x} \sin \theta \cos \varphi + \hat{y} \sin \theta \sin \varphi + \hat{z} \cos \theta\}$ <sup>1</sup>.

Измеряемая величина — число частиц, рассеиваемых за секунду в единичный телесный угол в направлении вектора  $\mathbf{k}_s$  — в [58] дается выражением

$$S(\mathbf{k}_s) = \frac{I}{16\pi^2} |\langle \mathbf{k}_s | U | \mathbf{k}_i \rangle|^2, \quad \text{где} \quad \langle \mathbf{k}_s | U | \mathbf{k}_i \rangle = \int \psi^*(\mathbf{k}_s) U(\mathbf{r}) \psi_s(\mathbf{k}_i). \quad (12)$$

Здесь  $I = vC^*C$  — плотность потока падающих частиц;  $v = \hbar|\mathbf{k}_i|/m$  — скорость электронов. Если детектор виден под постоянным телесным углом с вершиной в рассеивателе, то величину (12) можно считать «интенсивностью» дифракции в направлении  $\mathbf{k}_s$ .

Приведем результаты описания дифракции электронов на диске и двух щелях (рис. 5). Для этого надо иметь матричный элемент  $\langle \mathbf{k}_s | U | \mathbf{k}_i \rangle$  из (12) при соответствующих потенциалах  $U(\mathbf{r})$  и сделать, согласно [58], ряд упрощающих предположений.

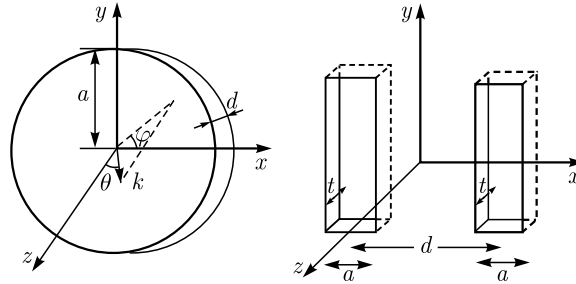


Рис. 5. Рассеиватели электронов. Слева — диск радиусом  $a$  и шириной  $d$ ; справа — прямоугольные щели толщиной  $t$ , шириной  $a$ , высотой  $h$  и расстоянием между ними  $d$ . Явный вид потенциалов  $U(\mathbf{r}) \propto (U_R + iU_I)$  приведен в работе [58]

<sup>1</sup> Далее в (11):  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор электрона,  $C$  — нормировочная константа,  $\mathbf{k}_i$  и  $\mathbf{k}_s$  — волновые векторы начального и рассеянного электронов,  $|\mathbf{k}_i| = \sqrt{2mE/\hbar^2}$ , где  $E, m$  — энергия и масса электрона,  $\hbar = 2\pi\hbar$  — постоянная Планка. При упругом рассеянии  $|\mathbf{k}_i| = |\mathbf{k}_s|$ .

Для круглого диска радиусом  $a$  интегрирование в приближении  $\cos \theta \simeq 1$  и  $ka \gg 1$  дает

$$\langle \mathbf{k}_s | U | \psi_s(\mathbf{k}_i) \rangle = 4\pi i k a^2 \frac{J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \left[ \exp \left( \frac{-(U_R + iU_I)d}{2k} \right) - 1 \right],$$

где  $J_1$  — функция Бесселя. В случае сильно поглощающей мишени для дифракции электронов на диске получается выражение [58]:

$$S(\mathbf{k}_s) \propto a^4 k^2 \left( \frac{J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right)^2.$$

Этот результат совпадает с формулой Фраунгофера для дифракции электромагнитных волн на непрозрачном диске (см., например, [59, 60]).

Матричный элемент для рассеяния электрона на потенциале  $U$ , вычисляемый по площади одной щели, задается выражением из [58]:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{k}_s | U | \psi_s(\mathbf{k}_i) \rangle = & -(U_R + iU_I) \int_{-d/2-a/2}^{-d/2+a/2} \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-t/2}^{t/2} dx dy dz \times \\ & \times \exp \left[ -ik(x \sin \theta \cos \varphi + y \sin \theta \sin \varphi) \right] \exp \left( \frac{i}{2k} \int_{-t/2}^z (U_R + iU_I) dz' \right) \propto \\ & \propto 2ikha \operatorname{sinc} \left[ \frac{kh \sin \theta \sin \phi}{2} \right] \operatorname{sinc} \left[ \frac{ka \sin \theta \cos \phi}{2} \right] \exp \left( \frac{ikd \sin \theta \cos \phi}{2} \right). \end{aligned}$$

В последней строке учтено, что поглощающая часть потенциала  $U_I$  достаточно велика [58]. В случае очень длинной щели первая функция  $\operatorname{sinc}$  отлична от нуля (равна 1) лишь при  $\varphi = 0$ . С учетом аналогичного вклада от второй щели для интенсивности рассеяния электронов в направлении  $\theta$  было получено следующее выражение:

$$S(\mathbf{k}_s) \propto \frac{k^2 (ah)^2}{\pi^2} \operatorname{sinc}^2 \left[ \frac{ka \sin \theta}{2} \right] \cos^2 \left( \frac{kd \sin \theta}{2} \right).$$

Угловая зависимость здесь полностью совпадает с угловой зависимостью формулы Фраунгофера, описывающей дифракцию электромагнитных волн на двух щелях (см. [59, 60]).

Сами авторы [58] подчеркивали, что рассмотренные два случая иллюстрируют общий результат — интенсивность рассеяния определяется квадратом фурье-образа функции, описывающей *дифрагирующие свойства препятствия*, другими словами, фурье-образом области  $\Omega$ , занятой рассеивателем:

$$S(\mathbf{k}_s) \propto \frac{k^2 I}{4\pi^2} \left[ \int_{\Omega} d^2 \rho e^{-i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\rho}} \right]^2.$$

Поэтому на одном и том же препятствии  $\Omega$  вид дифракционной картины для электронов совпадает с классической дифракционной картиной Фраунгофера для электромагнитных волн.

Заметим, что в третьем примере уже отчетливо видно, что понятие «дифракция электронов» практически ничем не отличается от «привычного» для физики частиц высоких энергий понятия «рассеяние электронов» (на потенциале, кристалле, атоме, ядре или нуклоне), обусловленного взаимодействием той или иной природы [56].

Завершая чисто квантово-механическое объяснение дифракции электронов, подчеркнем, что ключевое место — это амплитуда вероятности для свободной частицы (решение уравнения Шредингера) в виде (2). Поэтому, вспоминая долгую историю становления квантовой механики, волновые истоки ее и аналогии, кто-то сразу скажет, что уравнение Шредингера — это волновое уравнение, и все его решения являются волнами, так как содержат в себе волновую природу по своему происхождению. Фактически Р. Фейнман, глядя на формулу (2):  $\langle \mathbf{r}_2 | \mathbf{r}_1 \rangle \propto (\exp[(i/\hbar)\mathbf{p}\mathbf{r}_{12}])/r_{12}$ , так и говорит, что *у частицы есть волновые свойства* и что амплитуда вероятности распространяется как волна с волновым числом  $\mathbf{k} = \mathbf{p}/\hbar$ .

Если второе утверждение вполне приемлемо, то вот первое выглядит неубедительно. Тем более, что сам Фейнман подчеркивает, *что волновая функция, удовлетворяющая волновому уравнению, не похожа на реальную волну в пространстве. С этой волной нельзя связать никакой реальности, как это делается со звуковой волной.*

С другой стороны, не вдаваясь в «лирические подробности», можно считать уравнение Шредингера «упавшим с неба». Тогда решение его для свободной частицы — амплитуда вероятности в виде (2). Для практических вычислений нужен только этот *явный вид* амплитуды вероятности, и совершенно не важно, что он носит имя «плоской волны». Здесь уместна цитата П. А. М. Дирака [13] о том, *что название волновая функция было дано потому, что на заре квантовой механики все примеры этих функций имели вид волн. С точки зрения современной общей теории такое название не отражает характерных свойств этих функций.*

### 3. ЧТО ЖЕ ДАЛЬШЕ?

Если не опираться, как было проиллюстрировано выше, на саму квантовую механику, то надо найти физические причины возникновения дифракционной картины при рассеянии электронов (поодиночке) на двух щелях и кристаллах. Иными словами, вопрос сводится к старой проблеме — как объяснить дифракцию частиц материи в рамках корпускулярных представлений, т. е. без привлечения гипотезы о том, что уже отдельно взятая корпускула сама обладает свойствами волны.

В учебнике Д. И. Блохинцева [8, с. 47] читаем: «Нельзя допускать, что сами волны являются образованием частиц или возникают в среде, образованной частицами. Опыт показывает, что дифракционная картина не зависит от интенсивности падающего пучка частиц. Важно лишь общее число частиц. Этот факт определенно показывает, что каждый из электронов дифрагирует независимо от других. Поэтому существование волновых явлений нельзя связывать с наличием одновременно<sup>1</sup> большого числа частиц».

<sup>1</sup>Если убрать сочетание слов «нельзя... одновременно», то остается надежда, что волновые явления можно связать *просто* с наличием большого числа частиц.



В своем учебнике Мессиа пишет [6, с. 31–32]: «Можно *a priori* отбросить все попытки объяснить явление интерференции в рамках чисто корпускулярной теории, основываясь только на экспериментальных результатах». Далее: «Хотя наблюдаемые нарушения непрерывности могут быть объяснены только с помощью представления о световых корпускулах, не может быть и речи об отказе от понятия световой волны. В зависимости от того, какое явление мы изучаем, свет проявляет себя в двух аспектах: волновом и корпускулярном. Вероятность локализации фотона в некоторой точке пропорциональна интенсивности световой волны в этой точке, вычисленной на основе методов волновой оптики. Нельзя рассматривать свет ни как поток классических корпускул, ни как суперпозицию классических волн, не входя в противоречие с опытными данными». И наконец: «На пути к детектирующему прибору свет распространяется как волна, корпускулярный аспект фотона проявляется только в момент детектирования».

Здесь, однако, есть возражение. Если второе утверждение сегодня не вызывает сомнения, то первое проверить невозможно. Поскольку для того, чтобы что-то узнать, надо осуществить возмущающее этот *полет волны* взаимодействие.

Проведем для иллюстрации так любимый классиками «мысленный эксперимент».

Представим, что на ночном небе мы смотрим на яркую Полярную звезду. В научных терминах это означает, что в наш глаз или на регистрирующую матрицу подходящего телескопа (с завидным постоянством) попадают испущенные (много лет назад) фотоны, раздражая сетчатку глаза или вызывая соответствующее выделение энергии в элементах регистрирующей матрицы. При этом мы убеждены, забыв на время о многолетнем пути фотонов к нам и смещении куда-то самой звезды за это время, что звезда находится именно там, где мы ее видим. Иными словами, мы считаем, что свет от нее к нам распространяется по прямой, никого серьезно не задевая по пути и ни с кем серьезно не взаимодействуя. Так, по крайней мере, делают те фотоны, что долетают до наших глаз. Про остальных ничего сказать нельзя — они до нас просто не долетают (может, с кем-то они были вынуждены осуществить взаимодействие), и мы их не видим. Итак, благодаря «прямолинейности» невзаимодействующих фотонов мы видим эту звезду как одну светящуюся точку небольшого размера. Проще всего предположить, что именно эти фотоны просто летят к нам как обычные частицы-корпускулы, без всяких там волновых свойств и комплексных амплитуд вероятности.

А вот теперь на прямом пути этих фотонов от звезды к нам поместим дебройлевское препятствие, например, кристалл с подходящим шагом решетки. Очевидно, что прекрасное и простое изображение звезды превратится в дифракционную картину, характерную именно для выбранного нами дебройлевского препятствия.

И тут мы осознаем, что именно взаимодействие «звездных» фотонов внутри этого препятствия [54], приводящее к данной дифракционной картине, вызывает к жизни как амплитуды вероятности, так и само правило сложения этих амплитуд. Эти две ключевые «штуки» квантовой механики работают только внутри нашего дебройлевского препятствия, где звездные фотоны вынуждены как-то чувствовать это препятствие, т. е. взаимодействовать с ним. Наши квантово-механические «штуки» никак не применимы, ничего нам не дают, а значит, просто не нужны до того момента, как дебройлевское препятствие встречено и они обладают той же степенью полезности (совершенно бесполезны) после того, как дебройлевское препятствие покинуто.

Вывод из нашего «мысленного эксперимента» — это необходимость взаимодействия, вот скрытая причина всех достижений и «бед» квантовой механики. Существенно, что это взаимодействие должно быть локальным, чему нет места в самой квантовой механике.

Чтобы попытаться найти ответ на поставленный в начале данного раздела вопрос, вспомним вкратце судьбоносную последовательность событий. Она выглядит примерно так:

1) Надежно установлена дифракция материальных частиц (фотонов, электронов и т. д.)<sup>1</sup>.

2) Эта дифракционная картина была визуально очень похожа на картины дифракции света (рентгеновских лучей) и упругих волн. Она хорошо описывалась простыми формулами, применимыми как для упругих волн и света, так и для частиц.

3) Откуда возникает понятие волн материи, т. е. частицы материи *при определенных условиях* ведут себя как упругие волны и свет ( $\gamma$ -кванты) — дают тот же визуальный ряд?

4) На этой основе делается вывод о том, что отдельная материальная частица обладает волновыми свойствами<sup>2</sup>.

5) При этом никто не обращает внимания на то, что волновые свойства материи (дифракция) проявляются только тогда, когда частицы материи (и фотонов) очень много.

6) Итог — триумф квантовой механики на основе корпускулярно-волнового дуализма.

Справедливости ради<sup>3</sup> следует сказать, что *в то время* не было альтернативы пунктам 4)+5). С формальной стороны не было экспериментального факта *номер 2*, а с фактической стороны потому, что всегда и везде, буквально во всех экспериментальных ситуациях, незримо присутствовал огромный поток частиц (фотонов, электронов, атомов и т. д.). Он был неизбежен, он был вездесущ и поэтому совершенно незаметен (как воздух). Про то, чтобы экспериментировать с фотонами и электронами *поодиночке*, никто, скорее всего, не думал<sup>4</sup>.

Итак, понятно *«кто виноват»*, а теперь надо понять, *«что делать»*.

Искать «новое решение» старой проблемы, т. е. попытаться объяснить волновые свойства материи — интерференцию и дифракцию — без привлечения идеи дуализма волна–частица.

Занятно в этой связи выглядит упоминание Л. И. Мандельштамом [60] работы Эпштейна и Эренфеста [61], где дано простое объяснение дифракции света с корпускулярной точки зрения (1924 г.). Они рассматривали дифракцию как соударение фотона (импульс  $(h\nu)/c$ ) с дифракционной решеткой (масса  $M$ ), считая переданную решетке энергию пренебрежимо малой. В таком случае закон сохранения импульса

<sup>1</sup> То, что волновые свойства материи уже были предсказаны де Бройлем, в данном случае второстепенно.

<sup>2</sup> При специальной разборке оказывается, что эти волновые свойства весьма необычные, но это уже потом.

<sup>3</sup> И, безусловно, ради уважения великих заслуг основателей квантовой механики.

<sup>4</sup> Поскольку сегодня уже можно работать с отдельно взятым электроном, то доказательством дуализма волна–частица был бы эксперимент с одним электроном, демонстрирующий волновые свойства именно этого электрона. Правда, пока совершенно не ясно, как это можно сделать?

по оси  $x$  (рис. 6) имеет вид

$$\frac{h\nu}{c} \sin \varphi + P_x = \frac{h\nu}{c} \sin \varphi_0. \quad (13)$$

После соударения решетка движется по оси  $x$  с постоянной (ничтожной в силу массивности решетки) скоростью  $v$  или импульсом  $P_x = Mv$ . Прохождение ее штрихов — это периодический процесс с шагом решетки  $d$ . По «старой» квантовой механике для периодического процесса должно выполняться условие (квантования):  $\int P_x dx = mh$ . Интегрирование по периоду  $d$  дает  $P_x = Mv = (hm)/d$ . Тогда из (13) сразу следует известное соотношение для дифракции света на дифракционной решетке [61]:

$$\sin \varphi - \sin \varphi_0 = \frac{m\lambda}{d}. \quad (14)$$

По всей видимости, «старая» квантовая механика «устарела», и современная квантовая механика не считает это объяснение удовлетворительным.

В рамках современной квантовой механики ответ был дан в разд. 2. Однако остался «осадок» — можно ли такой «внутриквантово-механический» ответ считать полностью свободным от присутствия (пусть незримого и как бы уже неконструктивного) волновых идей? Кого-то такое объяснение удовлетворит, а кого-то не удовлетворит никак.

Поэтому, скорее всего, «новый правильный ответ» надо искать в двух направлениях. Во-первых, путем тщательного анализа индивидуальных актов локального взаимодействия микрочастиц с веществом, из которого сделано дебройлевское препятствие, скажем, используя методы квантовой теории поля из физики частиц высоких энергий<sup>1</sup>, и/или современные мощные вычислительные ресурсы и методы. В самой квантовой механике взаимодействие слишком уж формализовано (дальнодействующим) потенциалом.

Например, А. А. Соколов с коллегами [62] считали, «что ключ к решению проблемы статистического характера движения электрона (дифракции, интерференции) следует искать в учете воздействия на реальный электрон вакуумных флуктуаций. Например, электроны должны начать двигаться по законам квантовой теории, благодаря флуктуационному воздействию на них реально излучаемых ими фотонов». Авторы пишут, «что волновые свойства пучка электронов можно рассматривать как статистический разброс, возникающий благодаря воздействию на них флуктуаций вакуума. Этот разброс при взаимодействии электронов с макроприборами и проявляется, например, в виде дифракционной картины». Другими словами, условия движения электрона, одинаковые макроскопически, не обязаны быть одинаковыми с микроскопической точки зрения, и/или электрон — это сложный объект, скажем, состоящий из точечного электрона и «тянущегося за ним» вакуума.

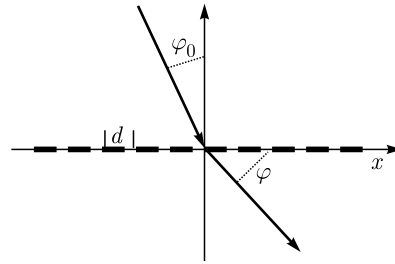


Рис. 6. Движение решетки по оси  $x$  после соударения

<sup>1</sup>Были сделаны попытки использования неупругого взаимодействия электронов в материале специальным образом приготовленных наночастиц для определения места проникновения электрона через щель [34, 35].

Во-вторых, чтобы найти «новый правильный ответ», надо использовать потенциал новизны, обычно хорошо скрытый в переходе от индивидуальных событий к большой статистической совокупности аналогичных событий. В пользу существования такой возможности приведем два своих аргумента.

Первый, что называется, общефилософский. Например, Б. М. Гессен [63], сравнивая соотношения динамических и статистических закономерностей, пришел к выводу, «что статистическая закономерность интенциональна («улавливает и изучает неаддитивные свойства»), что она по самой своей сущности не может относиться к отдельным индивидам, составляющим совокупности. Это не является ее недостатком. Это ее характерная особенность, так как она занимается изучением именно тех свойств, которые проявляются только в целом и которых нет в отдельных членах». То есть, по-простому, переход от одного ко многому таит в себе нечто новое. Статистические закономерности (когда много-много одинаковых частиц что-то делают одинаковое много-много раз, скажем, пролетают по одному через две микрощели) — это потенциальный источник новых свойств и нового знания.

Второй аргумент носит исключительно современный и прагматический характер. Он возникает из опыта использования Big Data и Machine Learning — анализируя, благодаря уникальным компьютерным возможностям, беспрецедентно большие наборы однотипных данных, люди находят в них весьма значимые корреляции, которые имеют большое практическое значение, даже без осознания истинных причин этих корреляций.

На этом пути придется, видимо, еще разобраться со следующими проблемами:

1) Поскольку имеет место дифракция электронов на поверхности кристалла, то она же должна иметь место на (двух или четырех) краях-границах (одной или двух) реальных (не абстрактно бесконечно узких) щелей. Не видно причин, почему дифракцию электронов на щелях нельзя предсказать (перерассчитать) на основе дифракции электронов на поверхности кристалла. Достаточно узкий, скажем, трапециевидный край реальной щели вполне может представлять собой последовательность из нескольких кристаллических слоев с убывающим (в направлении края щели) числом атомов-рассеивателей. В результате вполне возможно ожидать определенной регулярности в направлениях вылета электронов, проваимодействовавших с такой мишенью. Например, электрон, пролетающий на расстоянии шага  $h$  кристаллической решетки от края щели, в силу взаимодействия на  $h$ -расстоянии, отклонится, скажем, на угол  $\varphi$ . Если же электрон пролетит заметно ближе к кристаллической решетке, например, на  $h/2$ -расстоянии от края щели, то сила взаимодействия будет больше («включится» второй слой решетки), и электрон уже отклонится на угол, скажем,  $2\varphi$ . Более или менее понятно, что периодичность (регулярность) кристаллической решетки такой щели должна как-то проявиться в периодичности углового распределения рассеянных электронов. Другой вопрос — какая в этом случае получится дифракционная картина?

2) В основе описания дифракции света, упругих волн и дифракции волн материи лежит простая формула (14) или  $d \sin \varphi = m\lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны де Бройля, не зависящая от источника дифракции (свет, частица, волна на воде). Главная проблема состоит в этой «удивительной» похожести дифракционных картин. Она усугубляется тем, что физика дифракции во всех трех случаях совершенно разная. Дифракция упругих волн идет за счет интерференции волн, возбуждаемых в среде-носителе

вторичными источниками волн на поверхности препятствия. Дифракция одиночных частиц-корпускул, т. е. отклонение их от первоначального направления движения — это результат рассеяния частиц (может быть, и многократного) на структурных элементах (узлах) мишени за счет взаимодействия с ними. Ни у света, ни, тем более, у электронов нет среды-носителя (световых/электронных) волн. Необходимость комплексности амплитуды вероятности для корпускул — принципиальное отличие от амплитуды упругих волн. Почему при таком фундаментальном различии налицо удивительное визуальное сходство дифракционных картин — вот загадка, разрешение которой, несомненно, прольет новый свет на «старую проблему».

3) Обсуждая далее это различие, отметим, что фотоны ( $\gamma$ -кванты) и электроны (нейтроны, другие частицы материи) тоже слишком разные корпускулы. У фотона нет массы покоя, и он движется со скоростью света<sup>1</sup>, электрон не в состоянии этого сделать, поскольку у него есть ненулевая масса покоя. Фотон проходит через прозрачную среду, а электрон — нет. Электрон имеет электрический заряд, а фотон — нет. Длина волны видимого фотона намного больше, чем длины волн электронов. Наконец, самое принципиальное, фотон — это бозон со спином 1, электрон — фермион, спин которого равен 1/2. Здесь уместна цитата из Фейнмана [12, т. 9, с. 233–236]: «Физика квантов света совпадает с классической физикой, потому что фотоны — невзаимодействующие бозе-частицы и многие из них могут пребывать в одинаковом состоянии. Более того, они любят бывать в одинаковом состоянии. В момент, когда мириады их окажутся в одном и том же состоянии (т. е. в одной и той же электромагнитной волне), вы сможете непосредственно измерить волновую функцию (т. е. векторный потенциал). Трудность с электроном состоит в том, что вы не можете поместить в одно и то же состояние больше одного электрона».

Однако при обсуждении экспериментов с двойной щелью фотоны и электроны совершенно не разделяют, если, конечно, импульс электронов по формуле де Бройля (1) связан с энергией (длиной волны) фотонов. Вид дифракционной картины очень похож для фотонов и электронов (см. рис. 2–4). Трудно удержаться, чтобы не сказать, что роль мишени, на которой дифрагируют (рассеиваются) как те, так и другие частицы, значительно больше различий между ними. Тем не менее сравнение дифракции рентгеновских лучей с дифракцией электронов, проведенное в начале прошлого века [56], показало, что электроны способны формировать значительно более богатый набор дифракционных картин, отвечающий зондированию различных структур исследуемого образца.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Похоже, внутренняя парадоксальность корпускулярно-волнового дуализма (частица есть волна) в настоящее время сильно потеряла свою актуальность. С одной стороны, научная общественность силами корифеев Копенгагенской школы полностью

---

<sup>1</sup>Интересно, почему скорость движения (излучения) фотона постоянная? Ответ прост — фотон имеет нулевую *инертную* массу, и в силу этого его скорость нельзя *никак* изменить, и она *вынуждена быть* постоянной! Логически есть только три варианта. Эта постоянная скорость бесконечна, но бесконечностей в Природе нет, они только в мозгах (математиков). Эта скорость равна нулю, но тогда фотон не может покинуть свой источник, т. е. его просто нет. Остается *какая-то одна* константа. Почему она равна  $3 \cdot 10^{10}$  см/с? Так устроен наш Мир (антропный принцип). И это самый точный *пока* ответ.

привыкла к этой парадоксальности и уже не задумывается по этому поводу. С другой стороны, этот дуализм фактически уже не играет никакой роли в современной физике элементарных частиц. Поэтому вполне может создаться впечатление, что вся вышеприведенная дискуссия (если даже и лишена внутренних изъянов) имеет исключительно «академический интерес» и никак не связана с задачами и проблемами современного этапа развития физики элементарных частиц.

В принципе, можно согласиться с такой точкой зрения и на этом закончить. Однако даже чисто умозрительная возможность приблизиться к разрешению того или иного парадокса представляет известный интерес<sup>1</sup>. Она приоткрывает новые горизонты, закрытые господствующей парадигмой. Так, дуализм волна–частица (вместе с принципом неопределенности и загадочной постоянной Планка) работает как шлагбаум, который своей категоричностью не позволяет думать, например, о том, каким образом могло бы возникнуть новое свойство при переходе от отдельной частицы к большой совокупности частиц, от одного события (рассеяния одного электрона) к большой совокупности однотипных событий. Или почему картины дифракции так похожи для таких разных объектов, как упругие волны, фотоны и электроны?

С другой стороны, современные успехи в области компьютерных технологий и создании уникальной, невиданной ранее аппаратуры (способной, например, регистрировать отдельные фотоны), все больше и больше стимулируют исследователя заниматься биологическими, химическими и физическими процессами с участием одной отдельно взятой частицы — гена, вируса, молекулы, атома, нейтрона или гамма-кванта. Например, человеческий глаз при определенных условиях вполне способен регистрировать отдельные фотоны. А есть ли в распоряжении современного исследователя адекватная теоретическая база, позволяющая ему уверенно манипулировать отдельно взятыми микрообъектами? Квантовая механика — статистическая теория, хорошо имеющая дело с большими совокупностями объектов. Опирающаяся на нее современная теория рассеяния также всегда подразумевает неизменное присутствие (большого) потока частиц.

Создается впечатление, что самая передовая физика частиц и атомного ядра — фундамент современного мировоззрения — «застряла» в экстенсивных, аналитических методах исследования, когда много-много раз нечто ударяет по другому нечто и потом из огромного числа ненужного материала пытаются найти что-то стоящее. Пора, видимо, искать пути перехода к интенсивным, синтетическим методам — когда на основе уже имеющегося знания осознанно из двух-трех конкретных элементов (в идеале, скажем, кварков) создается — синтезируется новая сущность (нуклон). Для этого надо научиться оперировать конкретными индивидуальными микрочастицами, скажем, атомами или молекулами (в будущем протонами, нуклонами, электронами и т. п.) и делать из них новые объекты с новыми необходимыми свойствами.

К сожалению, всемирно известные успехи по синтезу сверхтяжелых элементов на самом деле таким «рукотворным» синтезом не являются. Нисколько не умаляя выдающихся заслуг наших дубненских коллег, можно отметить, все, что они замечательно делают, — это создают условия, в которых сама Природа иногда рождает желанное

---

<sup>1</sup>Здесь можно вспомнить высказывания А. Эйнштейна, например, из его книги «Эволюция физики» [64].

ядро, а они, и в этом их главное достижение, умудряются в огромном количестве «мусора» найти именно то единственное ядро, которое им подарила Природа.

Самое же интересное состоит в том, что время предсказания и создания *настоящим синтетическим образом* новых материалов уже наступило, как минимум в области физики конденсированного состояния, на базе уже хорошо там опробованных методов квантовой физики и квантовой химии (см. работы, например, Артема Оганова [65]).

Представление о волне, сопровождающей микрочастицу, стало удобным методом качественной оценки событий микромира, и вряд ли стоит от него отказываться. Надо осознать только его «границы применимости», например, признать, что длина волны де Бройля (1) относится не к одному электрону, а к целому ансамблю электронов.

Завершая, вспомним М. П. Бронштейна [66]. Он писал: «Формальное сходство между механикой электрона и законами распространения волн является довольно поверхностным (оно не учитывает принципиальной разницы между волнами как распространением рентгеновских лучей и волнами в квантовой механике). В связи с этим становится совершенно очевидным, что вопрос «электрон — частица или волна?» можно ставить только по недоразумению. Ведь волна есть процесс, а электрон есть вещь. Отсюда ясно, что выражение «электрон есть элементарная частица» имеет только тот смысл, что никогда нельзя наблюдать дробную долю электрона. Поэтому ответом будет то, что «электрон есть частица, подчиняющаяся волновой механике».

Иными словами, электрон — это элементарная частица, подчиняющаяся квантовой механике. *Без каких-либо индивидуальных волновых свойств.* Для иллюстрации представим на мгновение, что есть два типа электронов. Электрон первого типа — это истинно элементарная частица в прямом смысле этого слова, это тот самый электрон, который входит вместе с нейтрино в слабый дублет Стандартной модели. Волновых свойств у этого представителя физики элементарных частиц не подразумевается. Электрон же второго типа — это квантово-механический электрон, т. е. некоторый «усредненный», или «фиктивный», как его назвал К. В. Никольский<sup>1</sup>, представитель большого статистического ансамбля электронов. Именно он фигурирует в рамках квантовой механики. Тогда на поставленный в заглавии статьи вопрос следует дать такого сорта ответ:

*Отдельно взятый электрон не обладает волновыми свойствами, однако с точки зрения квантовой механики они проявляются благодаря наличию большого ансамбля электронов.*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Freedman D. Z.* Coherent Effects of a Weak Neutral Current // *Phys. Rev. D.* 1974. V. 9. P. 1389–1392.
2. *Freedman D. Z., Schramm D. N., Tubbs D. L.* The Weak Neutral Current and Its Effects in Stellar Collapse // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 1977. V. 27. P. 167–207.

---

<sup>1</sup>Он писал [15]: «что в квантовой механике производится анализ статистической совокупности из определенного процесса взаимодействий квантовых частиц и макроскопического тела. На основании серии таких индивидуальных процессов устанавливается понятие о фиктивном среднем процессе, именно такой процесс имеется в виду в принципе неопределенности. Квантовая механика является теорией свойств такого среднего фиктивного представителя квантовых частиц и лишь тех их свойств, которые проявляются при взаимодействии с макроскопическими телами».

3. *Bednyakov V. A., Naumov D. V.* Coherency and Incoherency in Neutrino–Nucleus Elastic and Inelastic Scattering // *Phys. Rev. D*. 2018. V. 98, No. 5. P. 053004; arXiv:1806.08768.
4. *Bednyakov V. A., Naumov D. V.* On Coherent Neutrino and Antineutrino Scattering off Nuclei // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2019. V. 16, No. 6. P. 638–646; arXiv:1904.03119.
5. *Young T.* A Course of Lectures on Natural Philosophy and Mechanical Arts. London: Johnson, 1807.
6. *Messiah A.* Quantum Mechanics. DUNOD, France, 1962.
7. *Broglie L.* Waves and Quanta // *Nature*. 1923. V. 112. P. 540.
8. *Блохинцев Д. И.* Основы квантовой механики. М., 1963.
9. *Davison C., Germer L.* Reflection of Electrons by a Crystal of Nickel // *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*. 1928. V. 14. P. 317–322.
10. *Френкель Я. И.* Частицы и волны // *Науч. слово*. 1928. Т. 8. С. 3;  
*Френкель Я. И.* Происхождение и развитие квантовой механики // *Природа*. 1930. Т. 1. С. 3–27.
11. *Фок В. А.* Конспект лекций по квантовой механике. Л., 1937;  
*Фок В. А.* Что внесла теория квантов в основные представления физики // *Социалист. реконструкция и наука*. 1935. Вып. 6. С. 3–8.
12. *Feynman R., Leighton R., Sands M.* The Feynman Lectures in Physics. Quantum Mechanics. V. 3. Reading, USA: Addison-Wesley, 1965.
13. *Dirac P. A. M.* The Principles of Quantum Mechanics. Oxford: Clarendon Press, 1958;  
Рус. пер.: *Дирак П. А. М.* Принципы квантовой механики. М.: Наука, 1979.
14. *Тартаковский П. С.* Волновые взгляды на природу материи и опыт // *УФН*. 1928. Т. 8. С. 338–341.
15. *Никольский К. В.* Ответ В. А. Фоку // *УФН*. 1937. Т. 17. С. 557–560;  
*Никольский К. В.* Квантовая оптика // *Физ. словарь*. 1940. Т. 2. С. 774.
16. *Bach R., Pope D., Liou S. H., Batelaan H., Nebraska U.* Controlled Double-Slit Electron Diffraction // *New J. Phys.* 2013. V. 15, No. 3. P. 033018; arXiv:1210.6243.
17. *Schiff L.* Quantum Mechanics. McGraw-Hill Company Inc., USA, 1955.
18. *Bohr N.* // *Albert Einstein: Philosopher Scientist* / Ed. A. Schlipp. Open Court, La Salle (Il.), 1949.
19. *Matteucci G.* On the Presentation of Wave Phenomena of Electrons with the Young–Feynman Experiment // *Eur. J. Phys.* 2011. V. 3242. P. 733–738.
20. *Jönsson C.* Elektroneninterferenzen an mehreren kunstlich hergestellten feinspalten // *Z. Phys.* 1961. V. 161. P. 454–474.
21. *Jönsson C.* Electron Diffraction at Multiple Slits // *Am. J. Phys.* 1972. V. 42. P. 4–11.
22. *Matteucci G.* Electron Wavelike Behavior: A Historical and Experimental Introduction // *Am. J. Phys.* 1990. V. 58. P. 1143–1147.
23. *Merli P., Missiroli G., Pozzi G.* On the Statistical Aspect of Electron Interference Phenomena // *Am. J. Phys.* 1976. V. 44. P. 306–307.
24. *Tomomura A., Endo J., Matsuda T., Kawasaki T., Ezawa H.* Demonstration of Single-Electron Buildup of an Interference Pattern // *Am. J. Phys.* 1989. V. 57. P. 117–120.
25. *Tomomura A.* Direct Observation of Thitherto Unobservable Quantum Phenomena by Using Electrons // *Proc. Nat. Acad. Sci.* 2005. V. 102, No. 42. P. 14952–14959.
26. *Tavabi A., Boothroyd C., Yucelen E., Frabboni S., Gazzadi G. C., Dunin-Borkowski R., Pozzi G.* The Young–Feynman Controlled Double-Slit Electron Interference Experiment // *Sci. Rep.* 2019. V. 9.
27. *Barwick B., Gronniger G., Yuan L., Liou S.-H., Batelaan H.* A Measurement of Electron-Wall Interactions Using Transmission Diffraction from Nanofabricated Gratings // *J. Appl. Phys.* 2006. V. 100. P. 074322–074322.



28. Frabboni S., Gazzadi G. C., Pozzi G. Young's Double-Slit Interference Experiment with Electrons // *Am. J. Phys.* 2007. V. 75. P. 1053–1055.
29. Frabboni S., Gazzadi G. C., Pozzi G. Nanofabrication and the Realization of Feynman's Two-Slit Experiment // *Appl. Phys. Lett.* 2008. V. 93. P. 073108–073108.
30. Frabboni S., Gabrielli A., Gazzadi G. C., Giorgi F., Matteucci G., Pozzi G., Cesari N., Villa M., Zoccoli A. The Young–Feynman Two-Slits Experiment with Single Electrons: Build-Up of the Interference Pattern and Arrival-Time Distribution Using a Fast-Readout Pixel Detector // *Ultramicroscopy*. 2012. V. 116. P. 73–76.
31. Gabrielli A., Giorgi F., Semprini N., Villa M., Zoccoli A., Matteucci G., Pozzi G., Frabboni S., Gazzadi G. C. A 4096-Pixel MAPS Detector Used to Investigate the Single-Electron Distribution in a Young–Feynman Two-Slit Interference Experiment // *Nucl. Instr. Meth. A*. 2013. V. 699. P. 47–50.
32. Frabboni S., Gazzadi G. C., Pozzi G. Ion and Electron Beam Nanofabrication of the Which-Way Double-Slit Experiment in a Transmission Electron Microscope // *Appl. Phys. Lett.* 2010. V. 97. P. 263101–263101.
33. Frabboni S., Gazzadi G. C., Grillo V., Pozzi G. Elastic and Inelastic Electrons in the Double-Slit Experiment: A Variant of Feynman's Which-Way Set-Up // *Ultramicroscopy*. 2015. V. 154.
34. Egerton R. Limits to the Spatial, Energy and Momentum Resolution of Electron Energy-Loss Spectroscopy // *Ultramicroscopy*. 2007. V. 107. P. 575–586.
35. Egerton R. Electron Energy Loss Spectroscopy in the TEM // *Rep. Prog. Phys.* 2009. V. 72. P. 16502–16525.
36. Aspect A., Grangier P., Roger G. Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem // *Phys. Rev. Lett.* 1981. V. 47. P. 460.
37. Gahler R., Zeilinger A. Wave-Optical Experiments with Very Cold Neutrons // *Am. J. Phys.* 1991. V. 59, No. 4. P. 316–324; <https://doi.org/10.1119/1.16540>.
38. Zeilinger A., Gahler R., Shull C., Treimer W., Mampe W. Single and Double-Slit Diffraction of Neutrons // *Rev. Mod. Phys.* 1988. V. 60. P. 1067–1073.
39. Schmidt H., Fischer D., Berenyi Z., Cocke C., Gudmundsson M., Haag N., Johansson H., Kullberg A., Levin S., Reinhard P., Sassenberg U., Schuch R., Simonsson A., Stochkel K., Cederquist H. Evidence of Wave-Particle Duality for Single Fast Hydrogen Atoms // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 101. P. 083201.
40. Carnal O., Mlynek J. Young's Double-Slit Experiment with Atoms: A Simple Atom Interferometer // *Phys. Rev. Lett.* 1991. V. 66. P. 2689–2692.
41. Cronin A., Schmiedmayer J., Pritchard D. Optics and Interferometry with Atoms and Molecules // *Rev. Mod. Phys.* 2009. V. 81. P. 1051.
42. Bordé C., Courtier N., Burck du F., Goncharov A., Gorlicki M. Molecular Interferometry Experiments // *Phys. Lett. A*. 1994. V. 188. P. 187–197.
43. Andrews M., Townsend C., Miesner H., Durfee D., Kurn D., Ketterle W. Observation of Interference between Two Bose Condensates // *Science*. 1997. V. 275. P. 637–641.
44. Davis K., Mewes M.-O., Andrews M., Van Druten N., Durfee D., Kurn D., Ketterle W. Bose–Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms // *Phys. Rev. Lett.* 1995. V. 75. P. 3969.
45. Schollkopf W., Toennies P. The Nondestructive Detection of the Helium Dimer and Trimer // *J. Chem. Phys.* 1996. V. 104. P. 1155–1158.
46. Schollkopf W., Toennies P. Nondestructive Mass Selection of Small van der Waals Clusters // *Science*. 1994. V. 266. P. 1345–1348.
47. Estermann I., Stern O. Beugung von Molekularstrahlen // *Z. Phys.* 1930. V. 61. P. 95–125.

48. Eibenberger S., Gerlich S., Arndt M., Mayor M., Tuxen J. Matter-Wave Interference of Particles Selected from a Molecular Library with Masses Exceeding 10000 amu // Phys. Chem. 2013. V. 15.
49. Nairz O., Arndt M., Zeilinger A. Quantum Interference Experiments with Large Molecules // Am. J. Phys. 2003. V. 71. P. 319–325.
50. Sala S., Ferragut R., Pistillo C., Ereditato A., Ariga A., Giammarchi M., Scamporrino P. First Demonstration of Antimatter Wave Interferometry // Sci. Adv. 2019. V. 5. P. 1–7.
51. Haroche S., Raimond J., Meystre P. Exploring the Quantum: Atoms, Cavities, and Photons // Phys. Today. 2007. V. 60.
52. Lindner F., Schätzel M.G., Walther H., Baltuska A., Goulielmakis E., Krausz F., Milosevic D.B., Bauer D., Becker W., Paulus G.G. Attosecond Double-Slit Experiment // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 040401.
53. Wollenhaupt M. et al. Interference of Ultrashort Free Electron Wave Packets // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. P. 173001.
54. Иванов Б. Н. Принципы современной физики. М.: Наука, 1973. С. 87.
55. Биберман Л., Сушкин П., Фабрикант В. Дифракция поочередно летящих электронов // Докл. АН СССР. 1949. Т. 66. С. 185.
56. Mark H., Wierl R. Die Experimentellen und theoretischen Grundlagen der Elektronenbeugung. Verlag von Gebrüder Borntraeger, Berlin. 1931;  
Рус. пер.: Марк Г., Вирль Р. Дифракция электронов. Л.: Гостехтеоретиздат, 1933.
57. Bauer M. On Time and Space Double-Slit Experiments // Am. J. Phys. 2014. V. 82. P. 1087–1092.
58. Anido G., Miller D. Electron Diffraction by Macroscopic Objects // Am. J. Phys. 1984. V. 52. P. 49.
59. Born M., Wolf E. Principles of Optics. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1975.
60. Мандельштам Л. И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М.: Наука, 1958.
61. Epstein P., Ehrenfest P. // Proc. Nat. Acad. USA. 1924. V. 10. P. 133.
62. Соколов А. А., Тернов И. М. Квантовая механика и атомная физика. М.: Просвещение, 1970;  
Соколов А. А., Тернов И. М. К квантовой теории светящегося электрона // ЖЭТФ. 1953. Т. 25. С. 698;  
Соколов А. А., Иваненко Д. Д., Тернов И. М. О возбуждении макроскопических колебаний квантовыми флуктуациями // Докл. АН. СССР. 1956. Т. 111. С. 334;  
Соколов А. А., Туманов В. С. Соотношение неопределенностей и теория флуктуаций // ЖЭТФ. 1956. Т. 30. С. 802.
63. Гессен Б. М. Характер квантовой физики // Науч. слово. 1929. Т. 7. С. 19;  
Гессен Б. М. Статистический подход в физике и новое обоснование теории вероятности Р. Мизеса // Естествознание и марксизм. 1929. Т. 1. С. 34.
64. Einstein A., Infeld L. The Evolution of Physics. New York: Simon and Schuster, 1954;  
Рус. пер.: Эйнштейн А., Инфельд Л. Эволюция физики. М.: Наука, 1965.
65. Oganov A., Glass C. Crystal Structure Prediction Using *Ab Initio* Evolutionary Techniques: Principles and Applications // J. Chem. Phys. 2006. V. 124. P. 244704.
66. Бронштейн М. П. Новый кризис теории кванта // Науч. слово. 1931. Т. 1. С. 40–48;  
Бронштейн М. П. Учение о химической валентности в современной физике // Природа. 1932. № 10. С. 881–879.